Усі домашні завдання

універсальні

твори

інформатика

Українська мова

алгебра

творчі роботи

унікальні

удосконалені розв'язання

хімія

фізика

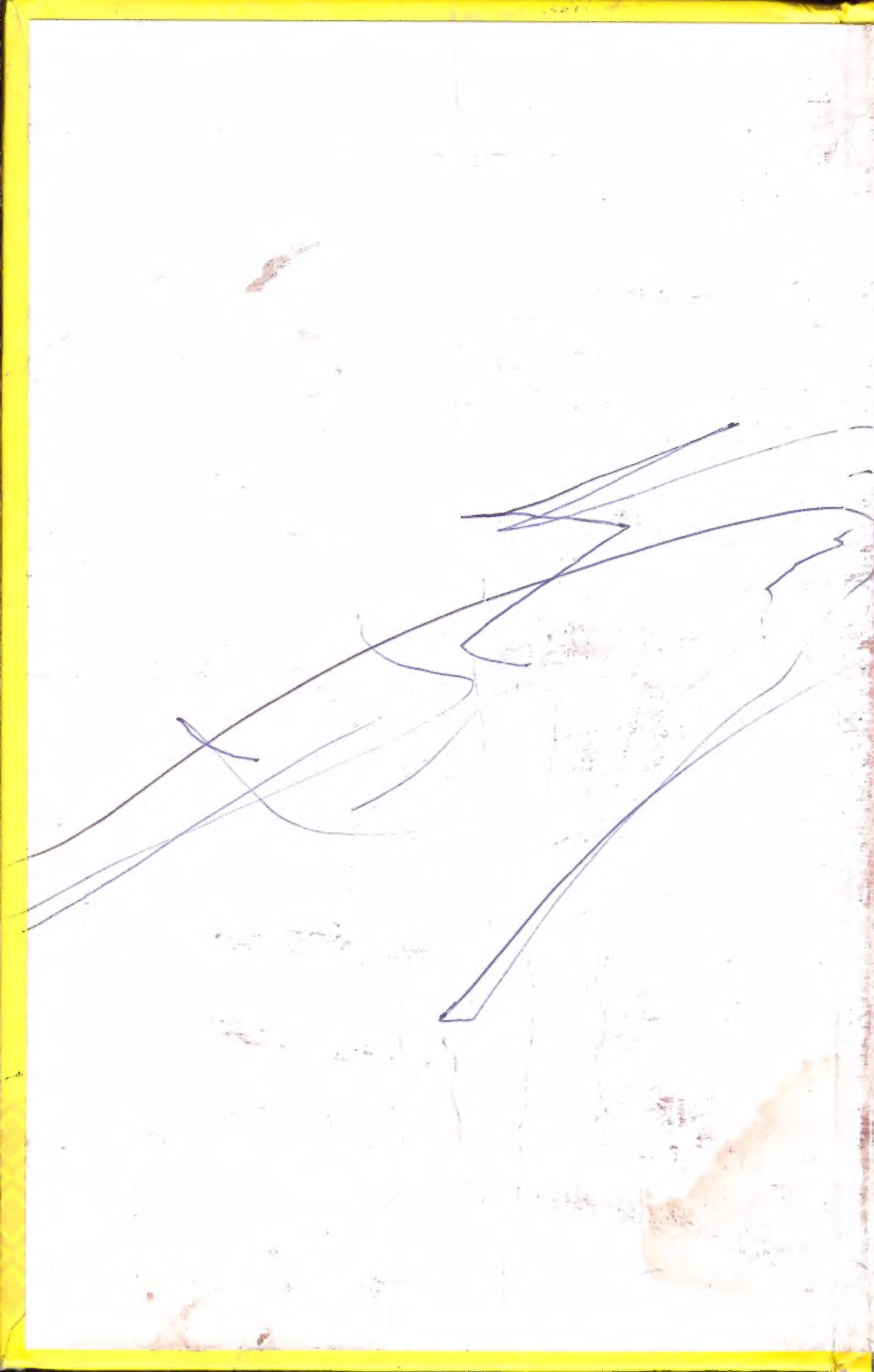
німецька мова

геометрія

англійська мова

довідкові матеріали

8 клас



Не дуріте самі себе,
Учітесь, читайте,
І чужому научайтесь,
Й свого не цурайтесь.

Т. Г. Шевченко

ЗМІСТ

...Г. Шевченко

ЗМІСТ

Харків

ГРАМАТИКА

2017

8.

31.

. : Граматика,

конання домашніх завдань
трії, фізики, хімії, української
мови, німецької мови, інформатики;
атової літератури, які необхідні для все-
отовки до уроків.

Матеріал збірника повністю відповідає НОВІЙ шкільній програмі для 8 класу.

Комплексний підхід до домашніх завдань значно спростить засвоєння шкільної програми учнями, допоможе дбайливим батькам і педагогам сконцентруватися на спілкуванні з дитиною, стати частиною її світу, бути для дитини справжнім другом, а не повчальником.

ББК 92я2

ISBN 978-966-97435-7-2

Не дуріте самі себе,
Учітесь, читайте,
І чужому научайтесь,
Й свого не цурайтесь.

Т. Г. Шевченко

ЗМІСТ

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

АЛГЕБРА

**Мерзляк А. Г., Полонський В. Б.,
Якір М. С.**

1°. 1) Цілі вирази: $\frac{5x^2}{4}+\frac{x}{7}$; $\frac{1}{6}m^8n^5$; $\frac{n^2-3mn}{18}$.

Ці вирази не містять ділення на вираз зі змінними.

2) Дробові вирази: $\frac{3a^2}{4b^3}$; $\frac{8}{6n+1}$; $3a-\frac{b^2}{c^4}$; $\frac{t^2-6t+15}{2t}$; $\frac{x-2}{x+2}$; $(y-4)^3+\frac{1}{y}$.

Ці вирази містять ділення на вираз зі змінними.

3) Раціональні дроби — всі дані дробі.

2°. 1) Якщо $c=-3$, то $\frac{(-3)^2-4\cdot(-3)}{2\cdot(-3)+1}=\frac{9+12}{-6+1}=\frac{21}{5}=4,2$.

2) Якщо $c=0$, то $\frac{0^2-4\cdot 0}{2\cdot 0+1}=\frac{0}{1}=0$.

3°. 1) Якщо $m=-1$, $n=1$, то $\frac{2\cdot(-1)-1}{3\cdot(-1)+2\cdot 1}=\frac{-2-1}{-3+2}=\frac{-3}{-1}=3$.

2) Якщо $m=4$, $n=-5$, то $\frac{2\cdot 4-(-5)}{3\cdot 4+2\cdot(-5)}=\frac{8+10}{12-10}=\frac{18}{2}=9$.

4°. 1) Якщо $a=-4$, то $\frac{(-4)^2-1}{(-4)-5}=\frac{16-1}{-9}=\frac{15}{-9}=-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}$.

2) Якщо $x=-5$, $y=6$, то $\frac{-5+3}{6}-\frac{6}{-5+2}=\frac{-2}{6}+\frac{6}{3}=-\frac{1}{3}+2=1\frac{2}{3}$.

5°. 1) Цілий вираз $2x-5$ має зміст при всіх значеннях x.

2) Дріб $\frac{18}{m}$ має зміст при всіх значеннях m, крім $m=0$.

3) Дріб $\frac{9}{x-5}$ має зміст при всіх значеннях x, крім $x=5$.

4) Цілий вираз $\frac{x-5}{9}$ має зміст при всіх значеннях x.

5) Дріб $\frac{2+y}{1+y}$ має зміст при всіх значеннях y, крім $y=-1$.

6) Дріб $\frac{1}{x^2+4}$ має зміст при всіх значеннях x,

бо знаменник $x^2+4\neq 0$ ($x^2\geq 0$, сума $x^2+4>0$).

7) Дріб $\frac{5}{x^2-4}$ має зміст, якщо $x^2-4\neq 0$, $(x-2)(x+2)\neq 0$, $x\neq 2$ або $x\neq -2$.

Отже, шуканими значеннями змінної є всі числа, відмінні від (–2) і 2.

8) $\frac{5}{|x|-4}$, цей дріб має зміст, якщо $|x|-4\neq 0$, $|x|\neq 4$, $x\neq 4$, $x\neq -4$.

Отже, шуканими значеннями змінної є всі числа, відмінні від (–4) і 4.

9) Вираз $\frac{2}{x-2}+\frac{3}{x+1}$ має зміст, якщо $x-2\neq 0$ і $x+1\neq 0$, тобто $x\neq 2$, $x\neq -1$.

Отже, шуканими допустимими значеннями змінної є всі числа, відмінні від (–1) і 2.

10) Дріб $\frac{x+4}{x(x-6)}$ має зміст, якщо $x\,(x-6)\neq 0$, тобто $x\neq 0$ або $x\neq 6$.

Отже, шуканими допустимими значеннями змінної є всі числа, відмінні від 0 і 6.

11) Дріб $\frac{x}{|x|+1}$ має зміст, якщо $|x|+1 \neq 0$, ця вимога виконується . всіх значеннях змінної x, бо $|x| \geq 0$, тоді $|x|+1>0$.
Отже, шуканими допустимими значеннями змінної x є всі числа.

12) $\frac{x^2}{(x-3)(x+5)}$, цей дріб має зміст якщо $(x-3)(x+5) \neq 0$, тобто $x \neq 3$ або $x \neq -5$. Отже, шуканими допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від (–5) і 5.

6°. 1) Дріб $\frac{9}{y}$ має зміст, якщо $y \neq 0$.
Допустимими значеннями змінної y є всі числа, відмінні від 0.

2) Дріб $\frac{x+7}{x+9}$ має зміст, якщо $x+9 \neq 0$, тобто $x \neq -9$.
Допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від (–9).

3) Дріб $\frac{m-1}{m^2-9}$ має зміст, якщо $m^2-9 \neq 0$, $(m-3)(m+3) \neq 0$, $m \neq 3$ або $m \neq -3$. Отже, шуканими допустимими значеннями змінної m є всі числа, відмінні від (–3) і 3.

4) Дріб $\frac{x}{|x|-3}$ має зміст, якщо $|x|-3 \neq 0$, $|x| \neq 3$, $x \neq \pm 3$. Отже, шуканими допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від (–3) і 3.

5) Вираз $\frac{4}{x-8}+\frac{1}{x-1}$ має зміст, якщо $x \neq 8$, $x \neq 1$. Отже, шуканими допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від 1 і 8.

6) Дріб $\frac{2x-3}{(x+2)(x-10)}$ має зміст, якщо $(x+2)(x-10) \neq 0$, тобто $x \neq -2$ або $x \neq 10$. Отже, шуканими допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від (–2) і 10.

7. 1) $\frac{5}{x-7}$; 2) $\frac{x^2-16}{x+1}$; 3) $\frac{x^3+x^2-1}{x(x-4)}$.

8. 1) $\frac{y}{y-5}$; 2) $\frac{y-2}{y(y+2)}$; 3) $\frac{y+6}{(y^2-9)(y-6)}$; 4) $\frac{y-10}{|x|+5}$.

9.

Шлях	Відстань	Швидкість	Час	
шосе	a км	75 км/год	$t_1=\frac{a}{75}$	$s=v \cdot t$
ґрунтова дорога	b км	40 км/год	$t_2=\frac{b}{40}$	

$t_0=\frac{a^{\backslash 8}}{75}+\frac{b^{\backslash 15}}{40}=\frac{8a+15b}{600}$ — час, за який автомобіль проїхав увесь шлях.
Якщо $a=150$, $b=20$, то $t_0=\frac{8 \cdot 150+15 \cdot 20}{600}=\frac{15 \cdot 20(4+1)}{600}=\frac{5}{2}=2{,}5$ год.
Відповідь: 2,5 години.

10. Учень придбав $\frac{m}{8}$ зошитів по 8 грн і $\frac{n}{14}$ зошитів по 14 грн, усього учень придбав $\frac{m^{\backslash 7}}{8}+\frac{n^{\backslash 4}}{14}=\frac{7m+4n}{56}$ зошитів. Якщо $m=24$, $n=56$, то $\frac{24}{8}+\frac{56}{14}=3+4=7$. Учень придбав 7 зошитів. *Відповідь:* 7 зошитів.

11. 1) Дріб $\frac{1}{x^2}$ має зміст, якщо $x \neq 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$, бо $1 > 0$, $x^2 > 0$.

2) Дріб $\frac{x^2+1}{6x-9-x^2}$ має зміст, якщо $6x - 9 - x^2 \neq 0$; $x^2 - 6x + 9 \neq 0$; $(x-3)^2 \neq 0$; $x \neq 3$. Вираз $-x^2 + 6x - 9 < 0$ для всіх значень x, відмінних від 3, бо $-(x^2 - 6x + 9) = -(x-3)^2$, а вираз $x^2 + 1 > 0$, тому дріб $\frac{x^2+1}{6x-9-x^2} < 0$.

12. 1) Дріб $\frac{-x^2}{x^2+15}$ має зміст при всіх значеннях змінної x. Вираз $(-x^2) \leq 0$, $x^2 + 5 > 0$, тому $\frac{-x^2}{x^2+15} \leq 0$.

2) Дріб $\frac{x^2+4x+4}{x^2-2x+1}$ має зміст, якщо $x^2 - 2x + 1 \neq 0$; $(x-1)^2 \neq 0$; $x \neq 1$. Вираз $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \geq 0$, вираз $(x-1)^2 > 0$, тому дріб $\frac{x^2+4x+4}{x^2-2x+1} \geq 0$.

13. За умовою $5x - 15y = 1$, тобто $5(x - 3y) = 1$, $x - 3y = \frac{1}{5}$.

1) Значення виразу $x - 3y$ дорівнює $\frac{1}{5}$. 2) $\frac{8}{2x-6y} = \frac{4 \cdot 2}{2(x-3y)} = \frac{4}{\frac{1}{5}} = 4 \cdot 5 = 20$.

14. Відомо, що $4a + 8b = 10$, тобто $4(a + 2b) = 10$, $a + 2b = \frac{5}{2}$.

1) Значення виразу $2b + a$ дорівнює $\frac{5}{2} = 2,5$.

2) Значення виразу: $\frac{5}{a+2b} = \frac{5}{2,5} = \frac{50}{25} = 2$.

3) Значення виразу: $\frac{a^2+4ab+4b^2}{2a+4b} = \frac{(a+2b)^2}{2(a+2b)} = \frac{2,5^2}{2 \cdot 2,5} = \frac{2,5 \cdot 2,5}{2 \cdot 2,5} = 1,25$.

15. 1) $y = \frac{1}{4-\frac{4}{x}}$. Областю визначення функції є значення змінної x, при яких $4 - \frac{4}{x} \neq 0$, $\frac{4x-4}{x} \neq 0$, $\frac{x-1}{x} \neq 0$, тобто $x \neq 1$ і $x \neq 0$.

Відповідь: $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)\ (1; +\infty)$.

2) $y = \frac{1}{x-\frac{1}{x}}$. Областю визначення функції є значення змінної x, при яких $x - \frac{1}{x} \neq 0$, $\frac{x^2-1}{x} \neq 0$, тобто $x \neq \pm 1$, $x \neq 0$.

Відповідь: $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$.

16. 1) Вираз $\frac{x}{x-\frac{9}{x}}$ має зміст, якщо $x - \frac{9}{x} \neq 0$, тобто $\frac{x^2-9}{x} \neq 0$, $x \neq \pm 3$, $x \neq 0$. Допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від (–3); 0; 3.

2) Вираз $\frac{10}{2+\frac{6}{x}}$ має зміст, якщо $2 + \frac{6}{x} \neq 0$, тобто $\frac{2x+6}{x} \neq 0$, $x \neq -3$ і $x \neq 0$. Допустимими значеннями змінної x є всі числа, відмінні від (–3) і 0.

17. 1) $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$; 2) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$; 3) $\frac{27}{45} = \frac{3}{5}$; 4) $\frac{30}{48} = \frac{5}{8}$.

18. 1) $\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 2}{14} = \frac{6}{14}$; 2) $\frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 4}{60} = \frac{32}{60}$.

19. 1) $a^5a^3=a^8$; 2) $(a^5)^3=a^{15}$; 3) $a^5:a^3=a^2$; 4) $(a^8)^4:(a^2)^8=a^{32}:a^{16}=a^{32-16}=a^{16}$.

20. 1) $6a-15b=3(2a-5b)$; 2) $2a+ab=a(2+b)$; 3) $7am+7bn=7(am+bn)$;
4) $4x^2-12xy=4x(x-3y)$; 5) $a^6+a^2=a^2(a^4+1)$; 6) $12m^2n-4mn=4mn(3m-1)$;
7) $2x^2-4x^3+10x^4=2x^2(1-2x+5x^2)$;
8) $10a^3b^2-15a^2b+25ab^2=5ab(2a^2b-3a+5b)$.

21. 1) $ab-ac+bd-cd=(ab+bd)-(ac+cd)=b(a+d)-c(a+d)=(a+d)(b-c)$;
2) $3m+3n-mx-nx=(3m+3n)-(mx+nx)=3(m+n)-x(m+n)=(m+n)(3-x)$;
3) $a^5+a^3+2a^2+2=(a^5+a^3)+(2a^2+2)=a^3(a^2+1)+2(a^2+1)=(a^2+1)(a^3+2)$;
4) $8a^2b-2a^2-4b^2+b=(8a^2b-4b^2)-(2a^2-b)=4b(2a^2-b)-(2a^2-b)=$
$=(2a^2-b)(4b-1)$.

22. 1) $a^2-8a+16=(a-4)^2$; 2) $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$;
3) $40xy+16x^2+25y^2=(4x+5y)^2$; 4) $a^8-4a^4b+4b^2=(a^4-2b)^2$.

23. 1) $x^2-9=(x-3)(x+3)$; 2) $25-4y^2=(5-2y)(5+2y)$;
3) $36m^2-49n^2=(6m-7n)(6m+7n)$; 4) $a^2b^2-81=(ab-9)(ab+9)$;
5) $100m^6-1=(10m^3-1)(10m^3+1)$; 6) $a^{10}-b^6=(a^5)^2-(b^3)^2=(a^5-b^3)(a^5+b^3)$;
7) $c^3-d^3=(c-d)(c^2+cd+d^2)$; 8) $a^3+8=(a+2)(a^2-2a+4)$;
9) $27m^6-n^9=(3m^2)^3-(n^3)^3=(3m^2-n^3)(9m^4+3m^2n^3+n^6)$.

24. 1) $7a^2-7=7(a^2-1)=7(a-1)(a+1)$; 2) $3b^3-3b=3b(b^2-1)=3b(b-1)(b+1)$;
3) $2x^3-2xy^2=2x(x^2-y^2)=2x(x-y)(x+y)$;
4) $-8a^5+8a^3-2a=-2a(4a^4-4a^2+1)=-2a(2a^2-1)^2$;
5) $x-4y+x^2-16y^2=(x-4y)+(x-4y)(x+4y)=(x-4y)(1+x+4y)$;
6) $ab^6-ab^4-b^6+b^4=ab^4(b^2-1)-b^4(b^2-1)=(b^2-1)(ab^4-b^4)=b^4(b-1)(b+1)(a-1)$.

25. 1) $3x^2-36xy+108y^2=3(x-6y)^2$; $3x^2-36xy+108y^2=3(x^2-12xy+36y^2)$;
$3x^2-36xy+108y^2=3x^2-36xy+108y^2$.
Дана рівність є тотожністю.
2) $4m^3-500n^6=4(m-5n)(m-5mn+25n^2)$;
$4(m^3-125n^6)=4(m-5n)(m-5mn+25n^2)$;
$4(m-5n^2)(m^2+5mn^2+25n^4)=4(m-5n)(m-5mn+25n^2)$.
Даний вираз не є тотожністю.

26. а) Неможливо, бо непарне число не ділиться націло на парне.
б) так, наприклад, $m=3$, $n=1$, маємо: $444\,⋮\,3$; $m=6$, $n=2$, маємо: $444\,444\,⋮\,33$.

27. $\frac{6a^2}{24a}=\frac{a}{4}$, чисельник і знаменник можна поділити на $6a$. Дріб $\frac{6a^2}{24a}$ тотожно дорівнює виразу $\frac{a}{4}$. Вирази $\frac{a^2}{4}$, $\frac{12a^3}{48a}=\frac{a^2}{4}$ і $\frac{3a^4}{12a^2}=\frac{a^2}{4}$ тотожно не дорівнюють дробу $\frac{6a^2}{24a}$.

28. 1) $\frac{3m^2}{7m}=\frac{3m}{7}$, рівність є тотожністю (перший дріб скоротили на m);
2) $\frac{4x^8}{16x^4}=\frac{x^2}{4}$, рівність не є тотожністю, бо $x^8:x^4=x^4$;
3) $\frac{2b}{5c^3}=\frac{8b}{20c^5}$, рівність не є тотожністю, бо $c^5\neq c^3$;
4) $\frac{8m^2}{9n}=\frac{8m^5}{9nm^3}$, рівність є тотожністю (чисельник і знаменник першого дробу помножили на m^3).

29. 1) $\frac{14a^3}{21a}=\frac{2\cdot7\cdot a\cdot a^2}{3\cdot7\cdot a}=\frac{2a^2}{3}$; 2) $\frac{8b^3c^2}{12bc^3}=\frac{2b^2}{3c}$; 3) $\frac{5x}{20x}=\frac{1}{4}$; 4) $\frac{24x^2y^2}{32xy}=\frac{3xy}{4}$;
5) $\frac{4abc}{16ab^4}=\frac{c}{4b^3}$; 6) $\frac{56m^5n^7}{42m^5n^{10}}=\frac{4}{3n^3}$; 7) $\frac{-10n^{10}}{5n^4}=-2n^6$; 8) $\frac{3p^4q^6}{-9p^8q^7}=-\frac{1}{3p^4q}$.

30. 1) $\frac{6a}{18a^5}=\frac{1}{3a^4}$; 2) $\frac{16b^7}{48b^4}=\frac{b^3}{3}$; 3) $\frac{35a^8b^6}{-49a^6b^8}=-\frac{5a^2}{7b^2}$.

31. 1) $\frac{3x}{21y}=\frac{x}{7y}$; 2) $\frac{5x^2}{6x}=\frac{5x}{6}$; 3) $\frac{5c^4}{10c^5}=\frac{1}{2c}$; 4) $\frac{2m^4}{m^3}=2m$; 5) $\frac{16ab^4}{40ab^2}=\frac{2b^2}{5}$;

6) $\frac{63x^5y^4}{42x^4y^5}=\frac{3x}{2y}$; 7) $\frac{12a^8}{-42a^2}=\frac{2a^6}{-7}=-\frac{2}{7}a^6$; 8) $\frac{-13a^5b^5}{26a^4b^3}=-\frac{ab^2}{2}$.

32. 1) $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$; 2) $-\frac{-a}{b}=\frac{a}{b}$; 3) $-\frac{a}{-b}=\frac{a}{b}$; 4) $-\frac{-a}{-b}=-\frac{a}{b}$.

33. 1) $\frac{a}{3}=\frac{2a^2}{6a}=\frac{3a^4}{9a^3}=\frac{\frac{5}{3}ab}{5b}=\frac{4a^2c^3}{12ac^3}$; 2) $\frac{m}{n}=\frac{4m}{4n}=\frac{2mn}{2n^2}=\frac{m^2p}{mnp}=\frac{3m^4n^3}{3m^3n^4}$.

34. 1) $\frac{a}{b^3}=\frac{ab^2}{b^5}$; 2) $\frac{m}{9n}=\frac{3mn^3}{27n^4}$; 3) $\frac{6}{7x^2y}=\frac{30xy}{35x^3y^2}$; 4) $\frac{5k}{6p^5}=\frac{20kp^4c}{24p^9c}$.

35. 1) $\frac{x}{y^2}=\frac{xy^6}{y^8}$; 2) $\frac{a}{3b}=\frac{2ab}{6b^2}$; 3) $\frac{9}{4m^2n}=\frac{27mn}{12m^3n^2}$; 4) $\frac{11c}{15d^6}=\frac{22cbd}{30bd^7}$.

36. 1) $\frac{a(x+2)}{b(x+2)}=\frac{a}{b}$; 2) $\frac{4(a-b)^2}{(a-b)^3}=\frac{4(a-b)^2}{(a-b)^2(a-b)}=\frac{4}{a-b}$; 3) $\frac{c^7(c-4)^5}{c^{10}(c-4)^3}=\frac{(c-4)^2}{c^3}$;

4) $\frac{2a+2b}{7(a+b)}=\frac{2(a+b)}{7(a+b)}=\frac{2}{7}$; 5) $\frac{7x-21y}{5x-15y}=\frac{7(x-3y)}{5(x-3y)}=\frac{7}{5}$;

6) $\frac{4a-20b}{12ab}=\frac{4(a-5b)}{12ab}=\frac{a-5b}{3ab}$; 7) $\frac{6x+12}{6x}=\frac{6(x+2)}{6x}=\frac{x+2}{x}$;

8) $\frac{a-5b}{a^2-5ab}=\frac{a-5b}{a(a-5b)}=\frac{1}{a}$; 9) $\frac{y^2-25}{10+2y}=\frac{(y-5)(y+5)}{2(5+y)}=\frac{y-5}{2}$;

10) $\frac{a^2+4a+4}{9a+18}=\frac{(a+2)^2}{9(a+2)}=\frac{a+2}{9}$; 11) $\frac{c^2-6c+9}{c^2-9}=\frac{(c-3)^2}{(c-3)(c+3)}=\frac{c-3}{c+3}$;

12) $\frac{m^3+1}{m^2-m+1}=\frac{(m+1)(m^2-m+1)}{m^2-m+1}=m+1$.

> При виконанні завдань застосовано правило винесення спільного множника за дужки, формули: $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$; $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$; $a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$ і основна властивість дробу.

37. 1) $\frac{a-b}{2(b-a)}=\frac{-(b-a)}{2(b-a)}=-\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3x-6y}{4y-2x}=\frac{-3(2y-x)}{2(2y-x)}=-\frac{3}{2}$;

3) $\frac{m^2-5mn}{15n-3m}=\frac{m(m-5n)}{-3(m-5n)}=-\frac{m}{3}$; 4) $\frac{7a^4-a^3b}{b^4-7ab^3}=\frac{a^3(7a-b)}{-b^3(7a-b)}=-\frac{a^3}{b^3}$;

5) $\frac{x^2-25}{5x^2-x^3}=\frac{(x-5)(x+5)}{x^2(5-x)}=-\frac{x+5}{x^2}$; 6) $\frac{y^2-12y+36}{36-y^2}=\frac{(6-y)^2}{(6-y)(6+y)}=\frac{6-y}{6+y}$.

38. 1) $\frac{3m-3n}{7m-7n}=\frac{3(m-n)}{7(m-n)}=\frac{3}{7}$; 2) $\frac{5a+25b}{2a^2+10ab}=\frac{5(a+5b)}{2a(a+5b)}=\frac{5}{2a}$;

3) $\frac{4x-16y}{16y}=\frac{4(x-4y)}{16y}=\frac{x-4y}{4y}$; 4) $\frac{x^2-49}{6x+42}=\frac{(x-7)(x+7)}{6(x+7)}=\frac{x-7}{6}$;

5) $\frac{12a^2-6a}{3-6a}=\frac{6a(2a-1)}{-3(2a-1)}=-2a$; 6) $\frac{9b^2-1}{9b^2+6b+1}=\frac{(3b-1)(3b+1)}{(3b+1)^2}=\frac{3b-1}{3b+1}$;

7) $\frac{b^5-b^4}{b^5-b^6}=\frac{b^4(b-1)}{-b^5(b-1)}=-\frac{1}{b}$; 8) $\frac{7m^2+7m+7}{m^3-1}=\frac{7(m^2+m+1)}{(m-1)(m^2+m+1)}=\frac{7}{m-1}$;

9) $\frac{64-x^2}{3x^2-24x}=\frac{(8-x)(8+x)}{-3x(8-x)}=\frac{8+x}{-3x}=-\frac{8+x}{3x}$.

39. 1) $\frac{a}{a+2}=\frac{4a}{4a+8}$; 2) $\frac{m}{m-3n}=\frac{m(m+3n)}{m^2-9n^2}$; 3) $\frac{x}{2x-y}=\frac{-7x}{7y-14x}$;

4) $\frac{5b}{2a+3b}=\frac{5b(2a+3b)}{4a^2+12b+9b^2}$; 5) $\frac{x+1}{x^2+x+1}=\frac{(x+1)(x-1)}{x^3-1}=\frac{x^2-1}{x^3-1}$.

40. 1) $x-5y=\frac{2x-10y}{2}$; 2) $x-5y=\frac{x^2-5xy}{x}$; 3) $x-5y=\frac{4xy^3-20y^4}{4y^3}$;

4) $x-5y=\frac{(x-5y)^2(x+5y)}{x^2-25y^2}$.

41. 1) $\frac{6}{b-4}=\frac{30}{5b-20}$; 2) $\frac{6}{b-4}=\frac{-18}{12-3b}$; 3) $\frac{6}{b-4}=\frac{6b}{b^2-4b}$; 4) $\frac{6}{b-4}=\frac{6(b+4)}{b^2-16}$.

42. 1) Дроби $\frac{1}{8ab}$ і $\frac{1}{2a^3}$ можна подати з однаковими знаменниками $8a^3b$, маємо $\frac{a^2}{8a^3b}$ і $\frac{4b}{8a^3b}$.

2) Дроби $\frac{3x}{7m^3n^3}$ і $\frac{4y}{3m^2n^4}$ можна подати з однаковими знаменниками $21m^3n^4$, маємо $\frac{9xn}{21m^3n^4}$ і $\frac{28ym}{21m^3n^4}$.

3) Спільний знаменник даних дробів дорівнює a^2-b^2, тому маємо: $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ і $\frac{2}{a^2-b^2}$.

4) Спільний знаменник даних дробів дорівнює $(m-n)^2$, тому маємо: $\frac{3d(m-n)}{(m-n)^2}$ і $\frac{8p}{(m-n)^2}$.

5) Спільний знаменник: $(2x+1)(3x-2)$, тому маємо: $\frac{x(3x-2)}{(2x+1)(3x-2)}$ і $\frac{x(2x+1)}{(2x+1)(3x-2)}$.

6) $\frac{a-b}{3a+3b}=\frac{a-b}{3(a+b)}$ і $\frac{a}{a^2-b^2}=\frac{a}{(a-b)(a+b)}$. Спільний знаменник цих дробів дорівнює: $3(a+b)(a-b)$, тому маємо: $\frac{(a-b)^2}{3(a-b)(a+b)}$ і $\frac{3a}{3(a-b)(a+b)}$.

7) $\frac{3a}{4a-4}=\frac{3a}{4(a-1)}$ і $\frac{2a}{5-5a}=\frac{2a}{5(1-a)}=\frac{2a}{-5(a-1)}$. Спільний знаменник цих дробів дорівнює: $-20(a-1)$, тому маємо: $\frac{-15a}{-20(a-1)}$ і $\frac{8a}{-20(a-1)}$ або $\frac{15a}{20(a-1)}$ і $\frac{-8a}{20(a-1)}$, тобто спільний знаменник дорівнює $20(a-1)$.

8) $\frac{7a}{b-3}$ і $\frac{c}{9-b^2}=\frac{-c}{(b-3)(b+3)}$. Спільний знаменник дробів дорівнює: $(b-3)(b+3)$, тому маємо: $\frac{7(b+3)a}{(b-3)(b+3)}=\frac{7ab+21a}{(b-3)(b+3)}$ і $\frac{-c}{(b-3)(b+3)}$.

43. 1) $\frac{4}{15x^2y^2}=\frac{8x}{30x^3y^2}$ і $\frac{1}{10x^3y}=\frac{3y}{30x^3y^2}$; 2) $\frac{c}{6a^4b^5}=\frac{3c}{18a^4b^5}$ і $\frac{d}{9ab^2}=\frac{2da^3b^3}{18a^4b^5}$;

3) $\frac{x}{y-5}=\frac{x(y+5)}{(y-5)(y+5)}$ і $\frac{z}{y^2-25}=\frac{z}{(y-5)(y+5)}$;

4) $\frac{m+n}{m^2-mn}=\frac{m+n}{m(m-n)}=\frac{(m+n)(m+n)}{m(m-n)(m+n)}=\frac{m^2+2mn+n^2}{m(m-n)(m+n)}$

і $\frac{2m-3n}{m^2-n^2}=\frac{2m-3n}{(m-n)(m+n)}=\frac{(2m-3n)\cdot m}{m(m-n)(m+n)}=\frac{2m^2-3mn}{m(m-n)(m+n)}$;

5) $\frac{x+1}{x^2-xy}=\frac{x+1}{x(x-y)}=\frac{(x+1)\cdot y}{xy(x-y)}=\frac{xy+y}{xy(x-y)}$ і $\frac{y-1}{xy-y^2}=\frac{y-1}{y(x-y)}=\frac{xy-x}{xy(x-y)}$;

6) $\frac{6a}{a-2b}=\frac{6a(a+b)}{(a-2b)(a+b)}=\frac{6a^2+6ab}{(a-2b)(a+b)}$ і $\frac{3a}{a+b}=\frac{3a(a-2b)}{(a-2b)(a+b)}=\frac{3a^2-6ab}{(a-2b)(a+b)}$;

7) $\frac{1+c^2}{c^2-16}=\frac{1+c^2}{(c-4)(c+4)}$ і $\frac{c}{4-c}=\frac{-c}{-4+c}=\frac{-c(c+4)}{(c-4)(c+4)}=\frac{-c^2-4c}{(c-4)(c+4)}$;

8) $\frac{2m+9}{m^2+5m+25}=\frac{(2m+9)(m-5)}{(m^2+5m+25)(m-5)}=\frac{2m^2-10m+9m-45}{m^3-125}=$

$\frac{2m^2-m-45}{m^3-125}$ і $\frac{m}{m-5}=\frac{m(m^2+5m+25)}{(m-5)(m^2+5m+25)}=\frac{m^3+5m^2+25m}{m^3-125}$.

44. 1) $\frac{(3a+3b)^2}{a+b}=\frac{(3(a+b))^2}{a+b}=\frac{9(a+b)(a+b)}{a+b}=9(a+b)=9a+9b$;

2) $\frac{(6x-18y)^2}{x^2-9y^2}=\frac{(6(x-3y))^2}{(x-3y)(x+3y)}=\frac{36(x-3y)(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)}=\frac{36x-108y}{x+3y}$;

3) $\frac{xy+x-5y-5}{4y+4}=\frac{x(y+1)-5(y+1)}{4(y+1)}=\frac{(y+1)(x-5)}{4(y+1)}=\frac{x-5}{4}$;

4) $\frac{a^2-ab+2b-2a}{a^2-4a+4}=\frac{a(a-b)-2(a-b)}{(a-2)^2}=\frac{(a-b)(a-2)}{(a-2)(a-2)}=\frac{a-b}{a-2}$.

45. 1) $\frac{2m^2-72n^2}{(4m+24n)^2}=\frac{2(m^2-36n^2)}{(4(m+6n))^2}=\frac{2(m-6n)(m+6n)}{16(m+6n)(m+6n)}=\frac{m-6n}{8(m+6n)}$;

2) $\frac{a^3-8}{ab-a-2b+2}=\frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{a(b-1)-2(b-1)}=\frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{(b-1)(a-2)}=\frac{a^2+2a+4}{b-1}$;

3) $\frac{a^3+2a^2b+ab^2}{a^3-ab^2}=\frac{(a^3+a^2b)+(a^2b+ab^2)}{a(a^2-b^2)}=\frac{a^2(a+b)+ab(a+b)}{a(a-b)(a+b)}=$

$=\frac{(a+b)(a^2+ab)}{a(a-b)(a+b)}=\frac{a(a+b)}{a(a-b)}=\frac{a+b}{a-b}$.

46. 1) $\frac{15a^2+10ab}{3ab+2b^2}=\frac{5a(3a+2b)}{b(3a+2b)}=\frac{5a}{b}$.

Якщо $a=-2$ і $b=0{,}4$, то $\frac{5\cdot(-2)}{0,4}=\frac{-10}{0,4}=\frac{-100}{4}=-25$.

2) $\frac{9b^2-4c^2}{12b^2c-8bc^2}=\frac{(3b-2c)(3b+2c)}{4bc(3b-2c)}=\frac{3b+2c}{4bc}$.

Якщо $b=\frac{1}{3}$ і $c=-6$, то $\frac{3\cdot\frac{1}{3}+2\cdot(-6)}{4\cdot\frac{1}{3}\cdot(-6)}=\frac{1-12}{-8}=\frac{-11}{-8}=1\frac{3}{8}$.

3) $\frac{36x^2-12xy+y^2}{y^2-36x^2}=\frac{(6x-y)^2}{(y-6x)(y+6x)}=\frac{(y-6x)^2}{(y-6x)(y+6x)}=\frac{y-6x}{y+6x}$.

Якщо $x=1{,}2$ і $y=-3$, то $\frac{-3-6\cdot1,2}{-3+6\cdot1,2}=\frac{-3(1+2,4)}{-3(1-2,4)}=\frac{3,4}{-1,4}=-\frac{34}{14}=-\frac{17}{7}=-2\frac{3}{7}$.

4) $\frac{a^8-a^6}{a^9+a^8}=\frac{a^6(a^2-1)}{a^8(a+1)}=\frac{(a-1)(a+1)}{a^2(a+1)}=\frac{a-1}{a^2}$.

Якщо $a = -0,1$, то $\frac{-0,1-1}{(-0,1)^2} = \frac{-1,1}{0,01} = \frac{-110}{1} = -110$.

47. 1) $\frac{16x^2 - 4y^2}{6x - 3y} = \frac{(4x-2y)(4x+2y)}{3(2x-y)} = \frac{2(2x-y)(4x+2y)}{3(2x-y)} = \frac{2(4x+2y)}{3}$.

Якщо $x = 2,5$, $y = -2$, то $\frac{2 \cdot (4 \cdot 2,5 + 2 \cdot (-2))}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4$.

2) $\frac{49c^2 - 9}{49c^2 + 42c + 9} = \frac{(7c-3)(7c+3)}{(7c+3)^2} = \frac{7c-3}{7c+3}$.

Якщо $c = -4$, то $\frac{7 \cdot (-4) - 3}{7 \cdot (-4) + 3} = \frac{-28-3}{-28+3} = \frac{-31}{-25} = 1\frac{6}{25} = 1,24$.

48. 1) $\frac{2p}{5p-15} = \frac{2p}{5(p-3)} = \frac{2p(p^2+3p+9)}{5(p-3)(p^2+3p+9)} = \frac{2p^3+6p^2+18p}{5(p^3-27)}$

і $\frac{1}{p^3-27} = \frac{1}{(p-3)(p^2+3p+9)} = \frac{5}{5(p-3)(p^2+3p+9)} = \frac{5}{5(p^3-27)}$;

2) $\frac{3a+1}{9a^2-6a+1} = \frac{3a+1}{(3a-1)^2} = \frac{(3a+1)(3a+1)}{(3a-1)^2(3a+1)} = \frac{9a^2+6a+1}{(3a-1)^2(3a+1)}$

і $\frac{a-2}{9a^2-1} = \frac{a-2}{(3a-1)(3a+1)} = \frac{(a-2)(3a-1)}{(3a-1)^2(3a+1)} = \frac{3a^2-7a+2}{(3a-1)^2(3a+1)}$.;

3) $\frac{a}{a^2-7a} = \frac{a}{a(a-7)} = \frac{a(a-7)}{a(a-7)^2} = \frac{a^2-7a}{a(a-7)^2}$

і $\frac{a+3}{a^2-14a+49} = \frac{a+3}{(a-7)^2} = \frac{(a+3) \cdot a}{a(a-7)^2} = \frac{a^2+3a}{a(a-7)^2}$;

4) $\frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x(x-1)(x+1)}{(x-1)^2(x+1)^2} = \frac{2x(x^2-1)}{(x^2-1)^2} = \frac{2x^3-2x}{(x^2-1)^2}$

і $\frac{3x}{x^2-2x+1} = \frac{3x}{(x-1)^2} = \frac{3x(x+1)^2}{(x-1)^2(x+1)^2} = \frac{3x(x^2+2x+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{3x^3+6x^2+3x}{(x^2-1)^2}$

і $\frac{4}{x^2+2x+1} = \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{4(x-1)^2}{(x+1)^2(x-1)^2} = \frac{4(x^2-2x+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{4x^2-8x+4}{(x^2-1)^2}$;

5) $\frac{a^2}{a^2-ab-ac+bc} = \frac{a^2}{a(a-b)-c(a-b)} = \frac{a^2}{(a-b)(a-c)} = \frac{4a^2}{4(a-b)(a-c)}$

і $\frac{b}{2a-2b} = \frac{b}{2(a-b)} = \frac{b \cdot 2(a-c)}{4(a-b)(a-c)} = \frac{2ab-2bc}{4(a-b)(a-c)}$

і $\frac{ab}{4a-4c} = \frac{ab}{4(a-c)} = \frac{ab(a-b)}{4(a-c)(a-b)} = \frac{a^2b-ab^2}{4(a-c)(a-b)}$.

49. 1) $\frac{3a}{3a-2} = \frac{3a \cdot 3b \cdot (3a+2)}{3b(3a-2)(3a+2)} = \frac{9ab(3a+2)}{3b(9a^2-4)} = \frac{27a^2b+18ab}{3b(9a^2-4)}$;

$\frac{a}{9a+6} = \frac{a}{3(3a+2)} = \frac{a \cdot b \cdot (3a-2)}{3(3a+2)(3a-2)b} = \frac{3a^2b-2ab}{3b(9a^2-4)}$

і $\frac{a^2}{9a^2b-4b} = \frac{a^2}{b(9a^2-4)} = \frac{a^2}{b(3a-2)(3a+2)} = \frac{3a^2}{3b(9a^2-4)}$;

2) $\frac{1}{a-5b} = \frac{a(a+7c)}{a(a-5b)(a+7c)} = \frac{a^2+7ac}{a(a-5b)(a+7c)}$; $\frac{1}{a^2+7ac} = \frac{1}{a(a+7c)} = \frac{a-5b}{a(a+7c)(a-5b)}$

і $\frac{1}{a^2+7ac-5ab-35bc} = \frac{1}{a(a+7c)-5b(a+7c)} = \frac{1}{(a+7c)(a-5b)} = \frac{a}{a(a+7c)(a-5b)}$.

50. $\frac{2xy-y^2}{3xy+x^2}=\frac{y(2x-y)}{x(3y+x)}$. Якщо $\frac{x}{y}=2$, то $x=2y$, тоді значення знайденого дробу дорівнює $\frac{y(4y-y)}{2y(3y+2y)}=\frac{3y}{2\cdot 5y}=\frac{3}{10}=0,3$.

51. $\frac{4a^2-ab}{ab+14b^2}=\frac{a(4a-b)}{b(a+14b)}$. Якщо $\frac{a}{b}=5$, то $a=5b$, тоді значення знайденого дробу дорівнює $\frac{5b(4\cdot 5b-b)}{b(5b+14b)}=\frac{5\cdot 19b}{19b}=5$.

52. 1) Відомо, що $2a-6b=1$, тобто $2a=1+6b$, $a=\frac{1+6b}{2}$.

Значення виразу: $\frac{8}{a-3b}=\frac{8}{\frac{1+6b}{2}-3b}=\frac{8\cdot 2}{1+6b-6b}=\frac{16}{1}=16$.

2) Значення виразу:

$\frac{a^2-9b^2}{0,5a+1,5b}=\frac{(a-3b)(a+3b)}{0,5(a+3b)}=2(a-3b)=2\left(\frac{1+6b}{2}-3b\right)=1+6b-6b=1$.

53. Відомо, що $4m+3n=8$, тоді значення виразу:

$\frac{2m-1,5n}{32m^2-18n^2}=\frac{2m-1,5n}{2(16m^2-9n^2)}=\frac{4m-3n}{4(4m-3n)(4m+3n)}=\frac{1}{4(4m+3n)}=\frac{1}{4\cdot 8}=\frac{1}{32}$.

54. $\frac{a^3-a^2-a+1}{a^3+a^2+a+1}=\frac{(a^3+1)-(a^2+a)}{(a^3+1)+(a^2+a)}=\frac{(a+1)(a^2-a+1)-a(a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)+a(a+1)}=$

$=\frac{(a+1)(a^2-a+1-a)}{(a+1)(a^2-a+a+1)}=\frac{a^2-2a+1}{a^2+1}=\frac{(a-1)^2}{a^2+1}\geq 0$.

Не існує значень a, при яких даний дріб набуває від'ємного значення.

55. 1) $y=\frac{x^2-4}{x+2}$. Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{x^2-4}{x+2}=\frac{(x-2)(x+2)}{x+2}=x-2$, якщо $x\neq -2$.

Отже, $y=x-2$, $x\neq -2$. Графіком є пряма, що проходить через точки (0; –2) і (2; 0), причому точка (–2; –4) не належить графіку функції. (Рис. 1)

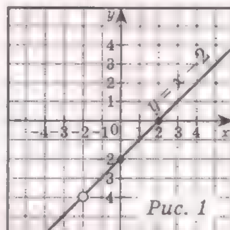


Рис. 1

2) $y=\frac{x-3}{3-x}$. Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{x-3}{3-x}=\frac{x-3}{-(x-3)}=-1$, якщо $x\neq 3$. Графіком $y=-1$, $x\neq 3$ є пряма, що паралельна осі Ox, але точка (3; –1) не належить графіку функції. (Рис. 2)

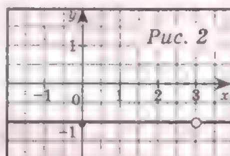


Рис. 2

3) $y=\frac{x^2-10x+25}{x-5}-\frac{2x^2-4x}{x}$.

Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{x^2-10x+25}{x-5}-\frac{2x^2-4x}{x}=\frac{(x-5)^2}{(x-5)}-\frac{2x(x-4)}{x}=$

$x-5-2(x-4)=x-5-2x+8=-x+3$,

якщо $x\neq 5$ і $x\neq 0$. Графіком функції $y=-x+3$ є пряма, що проходить через точки (2; 1) і (3; 0), але точки (0; 3) і (5; –2) не належать графіку даної функції. (Рис. 3)

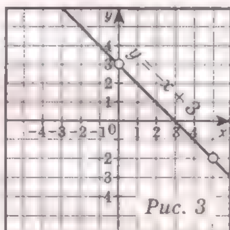


Рис. 3

4) $y = \frac{2}{x+4} - \frac{2}{x+4}$.

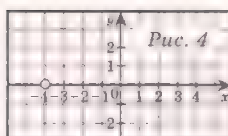


Рис. 4

Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{2}{x+4} - \frac{2}{x+4} = \frac{2-2}{x+4} = 0$, якщо $x \neq -4$.

Графіком $y = 0$ є пряма — вісь Ox, але точка (–4; 0) не належить графіку функції. (Рис. 4)

56. 1) $y = \frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4}$.

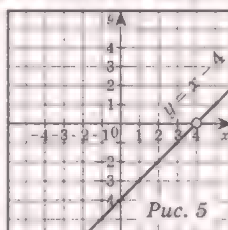


Рис. 5

Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{x^2 - 8x + 16}{x - 4} = \frac{(x-4)^2}{x-4} = x - 4$, якщо $x \neq 4$.

Графіком функції $y = x - 4$, $x \neq 4$ є пряма, що проходить через точки (0; –4) і (3; –1), але точка (4; 0) не належить графіку функції. (Рис. 5)

2) $y = x - \frac{x}{x}$.

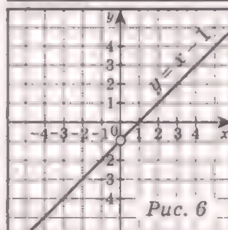


Рис. 6

Виконаємо тотожні перетворення:

$x - \frac{x}{x} = \frac{x^2 - x}{x} = \frac{x(x-1)}{x} = x - 1$, якщо $x \neq 0$.

Графіком функції $y = x - 1$, $x \neq 0$ є пряма, що проходить через точки (1; 0) і (3; 2), але точка (0; –1) не належить графіку цієї функції. (Рис. 6)

3) $y = \frac{x^2 - 3x}{x} - \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 1}$.

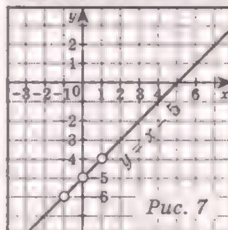


Рис. 7

Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{x^2 - 3x}{x} - \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 1} = x - 3 - \frac{2(x^2 - 1)}{x^2 - 1} = x - 3 - 2 = x - 5$,

якщо $x \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -1$.

Графіком функції $y = x - 5$ є пряма, але точки (0; –5), (1; –4) (–1; –6) не належать графіку функції. (Рис. 7)

57. 1) $y = \frac{|x|}{x}$. Виконаємо тотожні перетворення:

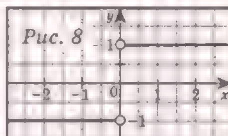


Рис. 8

$\frac{|x|}{x} = 1$, якщо $x > 0$; $\frac{|x|}{x} = -1$, якщо $x < 0$.

Отже, $y = 1$, $x > 0$ і $y = -1$, $x < 0$, але $x \neq 0$.

Графік функції — сукупність променів, що паралельні осі Ox, але точки (0; 1) і (0; –1) не належать графіку функції. (Рис. 8)

2) $y = \frac{x^2 - 1}{|x| - 1}$. Виконаємо тотожні перетворення:

$\frac{x^2 - 1}{|x| - 1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x - 1} = x + 1$, якщо $x \geq 0$ і $x \neq 1$;

$\frac{(x-1)(x+1)}{-x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{-(x+1)} = -x + 1$,

якщо $x < 0$ і $x \neq -1$.

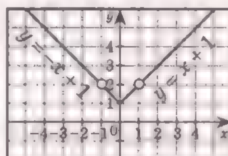


Рис. 9

Отже, $y = \begin{cases} -x+1, x<0, x\neq -1, \\ x+1, x\geq 0, x\neq 1. \end{cases}$ Графіком функції $y = \dfrac{x^2-1}{|x|-1}$ є сукупність двох променів, але точки (1; 2) і (–1; 2) не належать графіку функції. (Рис. 9)

58. 1) $\dfrac{x+1}{x+1} = 1$, рівність виконується, якщо $x+1\neq 0$, тобто $x\neq -1$.

Розв'язком цього рівняння є всі дійсні числа, крім $x=-1$.

2) $\dfrac{x^2-25}{x-5} = 10$, $\dfrac{x^2-25-10x+50}{x-5} = 0$, $\dfrac{x^2-10x+25}{x-5} = 0$, $\dfrac{(x-5)^2}{x-5} = 0$.

Дане рівняння не має розв'язків, бо дріб дорівнює нулю, якщо чисельник $(x-5)^2=0$, а знаменник $x-5\neq 0$. Маємо $x=5$ і $x\neq 5$, що одночасно не виконується.

3) $\dfrac{x+6}{|x|-6} = 0$. Дріб дорівнює нулю, якщо $\begin{cases} x+6=0, \\ |x|-6\neq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} x=-6, \\ |x|\neq 6, \end{cases}$ $\begin{cases} x=-6, \\ \left[\begin{array}{l} x\neq 6, \\ x\neq -6. \end{array}\right. \end{cases}$

Рівняння не має коренів.

59. 1) $\dfrac{x^2-16}{x+4} = -8$, $\dfrac{x^2-16+8(x+4)}{x+4} = 0$, $\dfrac{x^2+8x+16}{x+4} = 0$, $\dfrac{(x+4)^2}{x+4} = 0$, тобто

$\begin{cases} (x+4)^2=0, \\ x+4\neq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} x=-4, \\ x\neq -4. \end{cases}$ Система несумісна, отже, рівняння не має коренів.

2) $\dfrac{|x|-7}{x-7} = 0$, тобто $\begin{cases} |x|-7=0, \\ x-7\neq 0, \end{cases}$ $\begin{cases} |x|=7, \\ x\neq 7, \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=7, \\ x=-7, \end{array}\right. \\ x\neq 7. \end{cases}$

Отже, $x=-7$ є коренем даного рівняння.

60. 1) $ax=1$. Якщо $a=0$, то $0\cdot x=1$, рівняння не має коренів.

Якщо $a\neq 0$, то $x=\dfrac{1}{a}$ — корінь рівняння.

Відповідь: при $a\neq 0$ рівняння має один корінь $x=\dfrac{1}{a}$; при $a=0$ коренів немає.

2) $ax=a$. Якщо $a=0$, то $0\cdot x=0$, рівняння має безліч коренів.

Якщо $a\neq 0$, то $x=\dfrac{a}{a}=1$.

Відповідь: при $a\neq 0$ рівняння має один корінь $x=1$; при $a=0$ рівняння має безліч коренів.

3) $(a-6)x=a^2-12a+36$; $(a-6)x=(a-6)^2$. Якщо $a=6$, то $0\cdot x=0$, рівняння має безліч коренів. Якщо $a\neq 6$, то $x=\dfrac{(a-6)^2}{a-6}=a-6$.

Відповідь: при $a\neq 6$ рівняння має один корінь $x=a-6$; при $a=6$ рівняння має безліч коренів.

4) $(a^2-4)x=a-2$; $(a-2)(a+2)x=a-2$. Якщо $a-2=0$, тобто $a=2$, то $0\cdot x=0$, рівняння має безліч коренів.

Якщо $a+2=0$, тобто $a=-2$, то $0\cdot x=-4$, рівняння не має коренів.

Якщо $a\neq 2$ і $a\neq -2$, то $x=\dfrac{a-2}{(a-2)(a+2)}=\dfrac{1}{a+2}$.

Відповідь: при $a=2$ рівняння має безліч коренів; при $a=-2$ рівняння не має коренів; при $a\neq 2$ і $a\neq -2$ рівняння має один корінь $x=\dfrac{1}{a+2}$.

61. 1) $(a+3)x=3$. Якщо $a=-3$, то $0\cdot x=3$, тобто рівняння не має коренів.

Якщо $a\neq -3$, то $x=\dfrac{3}{a+3}$.

Відповідь: при $a = -3$ рівняння не має коренів; при $a \neq -3$ рівняння має корінь $x = \frac{3}{a+3}$.

2) $(a^2 - 9a)x = a^2 - 18a + 81$, $a(a-9)x = (a-9)^2$. Якщо $a = 0$, то $0 \cdot x = 81$, рівняння не має коренів. Якщо $a = 9$, то $0 \cdot x = 0$, рівняння має безліч коренів. Якщо $a \neq 0$ і $a \neq 9$, то $x = \frac{(a-9)^2}{a(a-9)} = \frac{a-9}{a}$.

Відповідь: при $a \neq 0$, $a \neq 9$ рівняння має корінь $x = \frac{a-9}{a}$; при $a = 9$ рівняння має безліч коренів; при $a = 0$ рівняння не має коренів.

62. 1) $(x+2)(x-9) - 3x(3-2x) = x^2 - \underline{9x} + \underline{2x} - 18 - \underline{9x} + \underline{6x^2} = 7x^2 - 16x - 18$;

2) $(a+5)(a-2) + (a+4)(a-5) = a^2 - \underline{2a} + \underline{5a} - \underline{10} + a^2 - \underline{5a} + \underline{4a} - \underline{20} = 2a^2 + 2a - 30$;

3) $(y-8)(2y+1) - (3y+1)(y-6) = \underline{2y^2} + y - \underline{16y} - 8 - \underline{3y^2} + \underline{18y} - y + 6 = -y^2 + 2y - 2$;

4) $(2x-3y)(2x+3y) + (3x+2y)(3x-2y) = \underline{4x^2} - \underline{9y^2} + \underline{9x^2} - \underline{4y^2} = 13x^2 - 13y^2$;

5) $(x+1)^2 - (x-3)(x+3) = x^2 + \underline{2x} + \underline{1} - x^2 + \underline{9} = 2x + 10$;

6) $(y-4)(y+3) - (y-6)^2 = y^2 + \underline{3y} - \underline{4y} - \underline{12} - y^2 + \underline{12y} - \underline{36} = 11y - 48$.

63. 1) $y = 2$. Графіком є пряма, що паралельна осі Ox і проходить через точку (0; 2). (Рис. 10)

2) $y = 2x$. Графіком є пряма, що проходить через точки (0; 0) і (2; 4). (Рис. 11)

3) $y = 2x - 1$. Графіком є пряма, що проходить через точки (0; –1) і (1; 1). (Рис. 12)

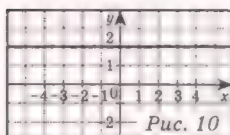


Рис. 10

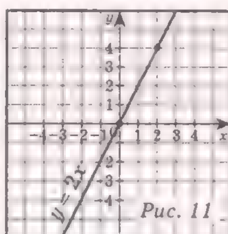


Рис. 11

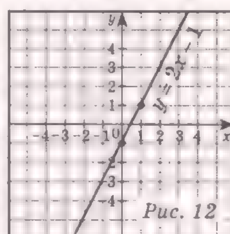


Рис. 12

64. 1) $(a-2)(a+2) + 4b(b-a) = a^2 - 4 + 4b^2 - 4ab = (a^2 - 4ab + 4b^2) - 4 = (a-2b)^2 - 4$. Даний вираз набуває найменшого значення, якщо $a - 2b = 0$, тобто $a = 2b$, це значення дорівнює (–4).

65.

Відстань між пунктами	Відстань (км)	Час (год)	Швидкість (км/год)
с. Вишневе — залізнична станція	x	45 хв $= \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ год	$v_{автобуса} = x : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \cdot x$
с. Яблуневе — залізнична станція	$x + 14$	45 хв + 5 хв = 50 хв $= \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ год	$v_{автомобіля} = \frac{4}{3} \cdot x + 12$ або $(x+14) : \frac{5}{6} = \frac{6(x+14)}{5}$

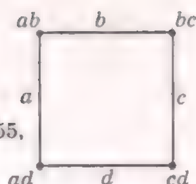
Маємо рівняння: $\frac{4}{3}x + 12 = \frac{6(x+14)}{5}$; $20x + 180 = 18x + 252$; $2x = 72$;

$x = 36$, тоді $v_{автобуса} = \frac{4}{3} \cdot 36 = 48$ (км/год), $v_{автомобіля} = 48 + 12 = 60$ (км/год).

Відповідь: 48 км/год, 60 км/год.

66. 1) $\frac{7}{18}+\frac{5}{18}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$; 2) $\frac{9}{16}+\frac{7}{16}=\frac{16}{16}=1$;

3) $\frac{33}{32}-\frac{15}{32}=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$; 4) $4-1\frac{3}{11}=3-\frac{3}{11}=2\frac{8}{11}$.



67. За умовою $a+b+c+d=?$ За умовою маємо: $ab+bc+cd+ad=55$; $b(a+c)+d(a+c)=55$; $(a+c)(b+d)=55$, це виконується, якщо множники 5 і 11, тому $a+c+b+d=5+11=16$. *Відповідь:* 16.

68. 1) $\frac{x}{6}+\frac{y}{6}=\frac{x+y}{6}$; 2) $\frac{a}{3}-\frac{b}{3}=\frac{a-b}{3}$; 3) $\frac{m}{n}+\frac{4m}{n}=\frac{5m}{n}$; 4) $\frac{6c}{d}-\frac{2c}{d}=\frac{4c}{d}$;

5) $\frac{m+n}{6}-\frac{m-2n}{6}=\frac{m+n-m+2n}{6}=\frac{3n}{6}=\frac{n}{2}$;

6) $\frac{2a-3b}{6ab}+\frac{9b-2a}{6ab}=\frac{2a-3b+9b-2a}{6ab}=\frac{6b}{6ab}=\frac{1}{a}$;

7) $\frac{5c+4d}{cd}+\frac{4d+9c}{cd}=\frac{5c+4d+4d+9c}{cd}=\frac{14c+8d}{cd}$;

8) $\frac{8m+3}{10m^3}-\frac{2m+3^{\,m}}{10m^2}=\frac{8m+3-2m^2-3m}{10m^3}=\frac{3+5m-2m^2}{10m^3}$.

69. 1) $\frac{7k}{18p}-\frac{4k}{18p}=\frac{3k}{18p}=\frac{k}{6p}$; 2) $\frac{a-b}{2b}-\frac{a}{2b}=\frac{a-b-a}{2b}=-\frac{b}{2b}=-\frac{1}{2}$;

3) $\frac{a-12b}{27a}+\frac{a+15b}{27a}=\frac{a-12b+a+15b}{27a}=\frac{2a+3b}{27a}$;

4) $\frac{x-7y}{xy}-\frac{x-4y}{xy}=\frac{x-7y-x+4y}{xy}=\frac{-3y}{xy}=-\frac{3}{x}$;

5) $\frac{10a+6b}{11a^3}-\frac{6b-a}{11a^3}=\frac{10a+6b-6b+a}{11a^3}=\frac{11a}{11a^3}=\frac{1}{a^2}$;

6) $\frac{x^2-xy}{x^2y}+\frac{2xy-3x^2}{x^2y}=\frac{x^2-xy+2xy-3x^2}{x^2y}=\frac{xy-2x^2}{x^2y}=\frac{x(y-2x)}{x^2y}=\frac{y-2x}{xy}$.

70. 1) $\frac{a^2}{a+3}-\frac{9}{a+3}=\frac{a^2-9}{a+3}=\frac{(a-3)(a+3)}{a+3}=a-3$;

2) $\frac{t}{t^2-16}-\frac{4}{t^2-16}=\frac{t-4}{t^2-16}=\frac{t-4}{(t-4)(t+4)}=\frac{1}{t+4}$;

3) $\frac{m^2}{(m-5)^2}-\frac{25}{(m-5)^2}=\frac{m^2-25}{(m-5)^2}=\frac{(m-5)(m+5)}{(m-5)(m-5)}=\frac{m+5}{m-5}$;

4) $\frac{5x+9}{x^2-1}-\frac{4x+8}{x^2-1}=\frac{5x+9-4x-8}{x^2-1}=\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}=\frac{1}{x-1}$;

5) $\frac{b^2}{b+10}+\frac{20b+100}{b+10}=\frac{b^2+20b+100}{b+10}=\frac{(b+10)^2}{b+10}=b+10$;

6) $\frac{c^2}{c-7}-\frac{14c-49}{c-7}=\frac{c^2-14c+49}{c-7}=\frac{(c-7)^2}{(c-7)}=c-7$.

71. 1) $\frac{c^2}{c-9}-\frac{81}{c-9}=\frac{c^2-81}{c-9}=\frac{(c-9)(c+9)}{c-9}=c+9$;

2) $\frac{a^2}{(a-6)^2}-\frac{36}{(a-6)^2}=\frac{a^2-36}{(a-6)^2}=\frac{(a-6)(a+6)}{(a-6)(a-6)}=\frac{a+6}{a-6}$;

3) $\frac{3x+5}{x^2-4}-\frac{2x+7}{x^2-4}=\frac{3x+5-2x-7}{x^2-4}=\frac{x-2}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$;

4) $\frac{y^2}{y-2}-\frac{4y-4}{y-2}=\frac{y^2-4y+4}{y-2}=\frac{(y-2)^2}{y-2}=y-2$.

72. 1) $\frac{a+b}{c-7}+\frac{a}{7-c}=\frac{a+b}{c-7}-\frac{a}{c-7}=\frac{a+b-a}{c-7}=\frac{b}{c-7}$;

2) $\frac{5m}{m-n}+\frac{5n}{n-m}=\frac{5m}{m-n}-\frac{5n}{m-n}=\frac{5m-5n}{m-n}=\frac{5(m-n)}{m-n}=5$;

3) $\frac{2x-4y}{x-3y}-\frac{4x-14y}{3y-x}=\frac{2x-4y}{x-3y}+\frac{4x-14y}{x-3y}=\frac{2x-4y+4x-14y}{x-3y}=$
$=\frac{6x-18y}{x-3y}=\frac{6(x-3y)}{(x-3y)}=6$;

4) $\frac{81b^2}{9b-a}+\frac{a^2}{a-9b}=\frac{81b^2}{9b-a}-\frac{a^2}{9b-a}=\frac{81b^2-a^2}{9b-a}=\frac{(9b-a)(9b+a)}{9b-a}=9b+a$;

5) $\frac{t^2}{3t-6}+\frac{4}{6-3t}=\frac{t^2}{3t-6}-\frac{4}{3t-6}=\frac{t^2-4}{3t-6}=\frac{(t-2)(t+2)}{3(t-2)}=\frac{t+2}{2}$;

6) $\frac{y^2}{y-1}-\frac{1-2y}{1-y}=\frac{y^2}{y-1}+\frac{1-2y}{y-1}=\frac{y^2+1-2y}{y-1}=\frac{(y-1)^2}{y-1}=y-1$.

73. 1) $\frac{x}{y-1}+\frac{2}{1-y}=\frac{x}{y-1}-\frac{2}{y-1}=\frac{x-2}{y-1}$;

2) $\frac{3c}{c-d}+\frac{3d}{d-c}=\frac{3c}{c-d}-\frac{3d}{c-d}=\frac{3c-3d}{c-d}=\frac{3(c-d)}{c-d}=3$;

3) $\frac{3m+2n}{2m-3n}-\frac{m-8n}{3n-2m}=\frac{3m+2n}{2m-3n}+\frac{m-8n}{2m-3n}=\frac{3m+2n+m-8n}{2m-3n}=$
$=\frac{4m-6n}{2m-3n}=\frac{2(2m-3n)}{2m-3n}=2$;

4) $\frac{b^2}{2b-14}+\frac{49}{14-2b}=\frac{b^2}{2b-14}-\frac{49}{2b-14}=\frac{(b-7)(b+7)}{2(b-7)}=\frac{b+7}{2}$.

74. 1) $\frac{a^2-48}{a-8}-\frac{16}{a-8}=\frac{a^2-48-16}{a-8}=\frac{a^2-64}{a-8}=\frac{(a-8)(a+8)}{a-8}=a+8$.
Якщо $a=32$, то $32+8=40$.

2) $\frac{c^2+3c+7}{c^3-8}+\frac{c+3}{8-c^3}=\frac{c^2+3c+7}{c^3-8}-\frac{c+3}{c^3-8}=\frac{c^2+3c+7-c-3}{c^3-8}=$
$=\frac{c^2+2c+4}{(c-2)(c^2+2c+4)}=\frac{1}{c-2}$. Якщо $c=-3$, то $\frac{1}{-3-2}=\frac{1}{-5}$.

75. 1) $\frac{5x+3}{x^2-16}+\frac{6x-1}{16-x^2}=\frac{5x+3}{x^2-16}-\frac{6x-1}{x^2-16}=\frac{5x+3-6x+1}{x^2-16}=\frac{4-x}{(x-4)(x+4)}=$
$=\frac{-1}{x+4}=-\frac{1}{x+4}$;

2) $\frac{a^2+a}{a^2-9}-\frac{7a-9}{a^2-9}=\frac{a^2+a-7a+9}{a^2-9}=\frac{a^2-6a+9}{a^2-9}=\frac{(a-3)^2}{(a-3)(a+3)}=\frac{a-3}{a+3}$.
Якщо $a=7$, то $\frac{7-3}{7+3}=\frac{4}{10}=0,4$.

76. 1) $\frac{5n-1}{20n}-\frac{7n-8}{20n}-\frac{8n+7}{20n}=\frac{5n-1-7n+8-8n-7}{20n}=\frac{-10n}{20n}=-\frac{1}{2}$;

2) $\frac{9m+2}{m^2-4}-\frac{m-9}{4-m^2}+\frac{1-7m}{m^2-4}=\frac{9m+2}{m^2-4}+\frac{m-9}{m^2-4}+\frac{1-7m}{m^2-4}=\frac{9m+2+m-9+1-7m}{m^2-4}=$

$=\frac{3m-6}{m^2-4}=\frac{3(m-2)}{(m-2)(m+2)}=\frac{3}{m+2}$;

3) $\frac{3k}{k^3-1}+\frac{4k+1}{1-k^3}+\frac{k^2}{1-k^3}=\frac{3k}{k^3-1}-\frac{4k+1}{k^3-1}-\frac{k^2}{k^3-1}=\frac{3k-4k-1-k^2}{k^3-1}=$

$=\frac{-(k^2+k+1)}{(k-1)(k^2+k+1)}=-\frac{1}{k-1}=\frac{1}{1-k}$.

77. 1) $\frac{6a-1}{16a-8}+\frac{4a-7}{16a-8}+\frac{-2a-2}{8-16a}=\frac{6a-1+4a-7}{16a-8}+\frac{2a+2}{16a-8}=\frac{10a-8+2a+2}{16a-8}=$

$=\frac{12a-6}{16a-8}=\frac{6(2a-1)}{8(2a-1)}=\frac{3}{4}$;

2) $\frac{2a^2+12a}{a^2-25}+\frac{8a-9}{25-a^2}-\frac{a^2+14a-16}{a^2-25}=\frac{2a^2+12a}{a^2-25}-\frac{8a-9}{a^2-25}-\frac{a^2+14a-16}{a^2-25}=$

$=\frac{2a^2+12a-8a+9-a^2-14a+16}{a^2-25}=\frac{a^2-10a+25}{a^2-25}=\frac{(a-5)^2}{(a-5)(a+5)}=\frac{a-5}{a+5}$.

78. 1) $\frac{15-8a}{(a-1)^2}-\frac{14-7a}{(1-a)^2}=\frac{15-8a}{(a-1)^2}-\frac{14-7a}{(a-1)^2}=\frac{15-8a-14+7a}{(a-1)^2}=\frac{1-a}{(a-1)^2}=\frac{1}{1-a}$;

2) $\frac{3b^2+12}{(b-2)^3}+\frac{12b}{(2-b)^3}=\frac{3b^2+12}{(b-2)^3}-\frac{12b}{(b-2)^3}=\frac{3b^2+12-12b}{(b-2)^3}=\frac{3(b^2-4b+4)}{(b-2)^3}=$

$=\frac{3(b-2)^2}{(b-2)^3}=\frac{3}{b-2}$;

3) $\frac{m^2-8n}{(m-2)(n-5)}-\frac{2m-8n}{(2-m)(5-n)}=\frac{m^2-8n}{(m-2)(n-5)}-\frac{2m-8n}{(m-2)(n-5)}=$

$=\frac{m^2-8n-2m+8n}{(m-2)(n-5)}=\frac{m^2-2m}{(m-2)(n-5)}=\frac{m(m-2)}{(m-2)(n-5)}=\frac{m}{n-5}$.

79. 1) $\frac{x^2-16x}{(x-7)^4}+\frac{2x+49}{(7-x)^4}=\frac{x^2-16x}{(x-7)^4}+\frac{2x+49}{(x-7)^4}=\frac{x^2-16x+2x+49}{(x-7)^4}=\frac{x^2-14x+49}{(x-7)^4}=$

$=\frac{(x-7)^2}{(x-7)^4}=\frac{1}{(x-7)^2}$;

2) $\frac{y^2+y}{(y-6)(y+2)}+\frac{y+36}{(6-y)(2+y)}=\frac{y^2+y}{(y-6)(y+2)}-\frac{y+36}{(y-6)(y+2)}=\frac{y^2+y-y-36}{(y-6)(y+2)}=$

$=\frac{y^2-36}{(y-6)(y+2)}=\frac{(y-6)(y+6)}{(y-6)(y+2)}=\frac{y+6}{y+2}$.

80. 1) $\frac{(a+b)^2}{4ab}-\frac{(a-b)^2}{4ab}=1$; $\frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{4ab}=1$; $\frac{4ab}{4ab}=1$; $1=1$.
Тотожність виконується.

2) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}+\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}=2$; $\frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2}=2$; $\frac{2a^2+2b^2}{a^2+b^2}=2$;

$\frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2}=2$; $2=2$. Тотожність виконується.

81. $\frac{12x-25}{20x-15}+\frac{8x+10}{20x-15}=\frac{12x-25+8x+10}{20x-15}=\frac{20x-15}{20x-15}=1$,

якщо $20x-15\neq 0$, тобто $x\neq\frac{15}{20}$, $x\neq\frac{3}{4}$.

Висновок: при всіх допустимих значеннях змінної x значення даного виразу не залежить від значення x.

82. $\frac{17y+5}{21y-3}-\frac{9-11y}{21y-3}=\frac{17y+5-9+11y}{21y-3}=\frac{28y-4}{3(7y-1)}=\frac{4(7y-1)}{3(7y-1)}=\frac{4}{3}$.

Отже, при всіх допустимих значеннях змінної y значення даного виразу не залежить від значення y (допустимі значення: $7y-1\neq 0$, $y\neq\frac{1}{7}$).

83. $\frac{a^2-6}{(a-2)^4}-\frac{7a-4}{(a-2)^4}+\frac{3a+6}{(a-2)^4}=\frac{a^2-6-7a+4+3a+6}{(a-2)^4}=\frac{a^2-4a+4}{(a-2)^4}=$

$=\frac{(a-2)^2}{(a-2)^4}=\frac{1}{(a-2)^2}>0,\ a\neq 2.$

Висновок. При всіх допустимих значеннях змінної a вираз набуває додатних значень, бо $1>0$ і $(a-2)^2>0$ при $a\neq 2$.

84. $\frac{2-b^2}{(b-5)^6}-\frac{7-3b}{(b-5)^6}+\frac{7b-20}{(b-5)^6}=\frac{2-b^2-7+3b+7b-20}{(b-5)^6}=\frac{-b^2+10b-25}{(b-5)^6}=$

$=\frac{-(b^2-10b+25)}{(b-5)^6}=-\frac{(b-5)^2}{(b-5)^6}=-\frac{1}{(b-5)^2}<0,\ \ b\neq 5.$

Висновок. При всіх допустимих значеннях змінної b вираз набуває від'ємних значень, бо $1>0$ і $(b-5)^2>0$, але перед дробом знак «мінус».

85. 1) $\frac{x+3}{x}=\frac{x}{x}+\frac{3}{x}=1+\frac{3}{x}$; 2) $\frac{a^2-2a-5}{a-2}=\frac{a(a-2)-5}{a-2}=\frac{a(a-2)}{a-2}-\frac{5}{a-2}=a-\frac{5}{a-2}$.

86. 1) $\frac{4a-b}{a}=\frac{4a}{a}-\frac{b}{a}=4-\frac{b}{a}$; 2) $\frac{b^2+7b+3}{b+7}=\frac{b(b+7)+3}{b+7}=\frac{b(b+7)}{b+7}+\frac{3}{b+7}=b+\frac{3}{b+7}$.

87. Відомо, що $\frac{x}{y}=4$. 1) Значення виразу $\frac{y}{x}=\frac{1}{4}$;

2) $\frac{2x-3y}{y}=\frac{2x}{y}-\frac{3y}{y}=2\cdot 4-3=8-3=5$; 3) $\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{x^2}{xy}+\frac{y^2}{xy}=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=4+\frac{1}{4}=4\frac{1}{4}$.

88. Відомо, що $\frac{a}{b}=-2$. 1) Значення виразу $\frac{a-b}{a}=\frac{a}{a}-\frac{b}{a}=1-\left(\frac{-1}{2}\right)=1+\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$;

2) $\frac{4a+5b}{b}=\frac{4a}{b}+\frac{5b}{b}=4\cdot(-2)+5=-8+5=-3$;

3) $\frac{a^2-2ab+b^2}{ab}=\frac{a^2}{ab}-\frac{2ab}{ab}+\frac{b^2}{ab}=\frac{a}{b}-2+\frac{b}{a}=-2-2-\frac{1}{2}=-4\frac{1}{2}$.

89. 1) $\frac{n+6}{n}=\frac{n}{n}+\frac{6}{n}=1+\frac{6}{n}$. Значення виразу $\frac{6}{n}$ є ціле число, якщо $n=1$, або $n=2$, або $n=3$, або $n=6$.

Відповідь: $n=1$, або $n=2$, або $n=3$, або $n=6$.

2) $\frac{3n^2-4n-14}{n}=\frac{3n^2}{n}-\frac{4n}{n}-\frac{14}{n}=3n-4-\frac{14}{n}$. Вираз $3n-4$ набуває цілих значень, тому вираз $3n-4-\frac{14}{n}$ набуває цілих значень, якщо значення виразу $\frac{14}{n}$ є ціле число, тобто $n=1$, або $n=2$, або $n=7$, або $n=14$.

Відповідь: $n=1$, або $n=2$, або $n=7$, або $n=14$.

3) $\frac{4n+7}{2n-3}=\frac{4n-6+13}{2n-3}=\frac{4n-6}{2n-3}+\frac{13}{2n-3}=\frac{2(2n-3)}{2n-3}+\frac{13}{2n-3}=2+\frac{13}{2n-3}$.

Число 2 — натуральне число. Вираз $2+\frac{13}{2n-3}$ набуває цілих значень,

якщо значення виразу $\frac{13}{2n-3}$ є ціле число, тобто $2n-3=1$, $2n=4$, $n=2$, або $2n-3=13$, $2n=16$, $n=8$, або $n=1$, бо $\frac{13}{-1}=-13$ — ціле число.
Відповідь: $n=1$, або $n=2$, або $n=8$.

90. 1) $\frac{8n-9}{n}=\frac{8n}{n}-\frac{9}{n}=8-\frac{9}{n}$. Число 8 — натуральне число, тому вираз $8-\frac{9}{n}$ набуває цілих значень, якщо значення виразу $\frac{9}{n}$ є цілі числа, тобто $n=1$, $n=3$, $n=9$ (n — натуральне число за умовою).
Відповідь: $n=1$ або $n=3$ або $n=9$.

2) $\frac{n^2+2n-8}{n}=\frac{n^2}{n}+\frac{2n}{n}-\frac{8}{n}=n+2-\frac{8}{n}$. Вираз $n+2$ набуває натуральні значення. Вираз $n+2-\frac{8}{n}$ набуває цілі значення, якщо значення виразу $\frac{8}{n}$ є ціле число, тобто $n=1$, або $n=2$, або $n=4$, або $n=8$.
Відповідь: $n=1$, або $n=2$, або $n=4$, або $n=8$.

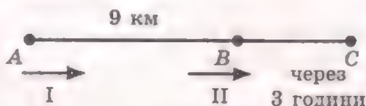
3) $\frac{9n-4}{3n-5}=\frac{9n-15+11}{3n-5}=\frac{9n-15}{3n-5}+\frac{11}{3n-5}=\frac{3(3n-5)}{3n-5}+\frac{11}{3n-5}=3+\frac{11}{3n-5}$.

Число 3 — натуральне число, тому вираз $3+\frac{11}{3n-5}$ набуває цілих значень, якщо вираз $\frac{11}{3n-5}$ є ціле число, тобто $3n-5=1$, $3n=6$, $n=2$. Якщо $3n-5=11$, тоді $3n=16$, $n=\frac{16}{3}$ — не є натуральним числом.
Відповідь: $n=2$.

91. I. Нехай v_1 км/год — швидкість I велосипедиста, а v_2 км/год — швидкість II велосипедиста. Вони виїхали одночасно і зустрілися через 20 хв $=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$ години.

За цей час перший проїхав $\frac{1}{3}v_1$ км, а другий — $\frac{1}{3}v_2$ км, разом вони проїхали 9 км, тобто $\frac{1}{3}v_1+\frac{1}{3}v_2=9$, тобто $v_1+v_2=27$. (1)

II. рис. За три години II велосипедист проїхав $3v_2$ км.
За три години I велосипедист проїхав $(9+3v_2)$ км або $3v_1$ км, тобто $9+3v_2=3v_1$; $v_1-v_2=3$; $v_1=\underline{3}+v_2$. (2)



Підставимо значення v_1 у перше рівняння: $3+v_2+v_2=27$; $2v_2=24$; $v_2=12$, тобто швидкість другого велосипедиста дорівнює 12 км/год, а швидкість першого велосипедиста дорівнює $3+12=15$ (км/год).
Відповідь: 15 км/год і 12 км/год.

92. 1) $1-4(x+1)=1{,}8-1{,}6x$; $1-4x-4=1{,}8-1{,}6x$; $-2{,}4x=4{,}8$;
$x=-\frac{48}{24}$; $x=-2$;

2) $3(0{,}5x-4)+8{,}5x=10x-11$; $\underline{1{,}5x}-12+\underline{8{,}5x}-\underline{10x}+11=0$; $0\cdot x=1$.
Рівняння не має розв'язків.

93. $(a+4)(a-8)+4(2a+9)=a^2-8a+4a-32+8a+36=a^2+4a+4=(a+2)^2\geq 0$.
Даний вираз набуває невід'ємних значень при всіх значеннях a.

94. 1) $a^2b \cdot * = a^2b^2$, тобто $a^2b \cdot b = a^2b^2$;
2) $5xy^3 \cdot * = 10x^4y^6$, тобто $5xy^3 \cdot 2 \cdot x^3y^3 = 10x^4y^6$;
3) $6x^5 \cdot * = 12x^{10}$, тобто $6x^5 \cdot 2x^5 = 12x^{10}$.

95. 1) $* \cdot (a-b) = (a+b)(a-b)^2$, тобто $(a+b)(a-b) \cdot (a-b) = (a+b)(a-b)^2$;
2) $(a+10b) \cdot * = a^2 - 100b^2$, тобто $(a+10b) \cdot (a-10b) = a^2 - 100b^2$.

96. 1) $\frac{1}{3a} = \frac{b}{3ab}$ і $\frac{2}{3b} = \frac{2a}{3ab}$; 2) $\frac{4m}{p^2q^3} = \frac{4mq}{p^3q^3}$ і $\frac{3n}{p^3q^2} = \frac{3np}{p^3q^3}$;
3) $\frac{5}{m-n} = \frac{5m+5n}{(m-n)(m+n)}$ і $\frac{6}{m+n} = \frac{6m-6n}{(m+n)(m-n)}$;
4) $\frac{6x}{x-2y} = \frac{6x(x+y)}{(x-2y)(x+y)} = \frac{6x^2+6xy}{(x-2y)(x+y)}$ і $\frac{y}{x+y} = \frac{y(x-2y)}{(x+y)(x-2y)} = \frac{yx-2y^2}{(x+y)(x-2y)}$;
5) $\frac{y}{6y-36} = \frac{y}{6(y-6)} = \frac{y \cdot y}{6(y-6)\cdot y} = \frac{y^2}{6y(y-6)}$ і $\frac{1}{y^2-6y} = \frac{1}{y(y-6)} = \frac{6}{6y(y-6)}$;
6) $\frac{1}{a^2-1} = \frac{1}{(a-1)(a+1)} = \frac{a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a}{a(a^2-1)}$
і $\frac{1}{a^2+a} = \frac{1}{a(a+1)} = \frac{a-1}{a(a+1)(a-1)} = \frac{a-1}{a(a^2-1)}$.

97. Число, якщо не є квадратом, завжди має парну кількість дільників. Нехай число дорівнює n. Якщо k — дільник числа n, то $\frac{n}{k}$ теж є дільником числа n. Якщо n — парне число, то з будь-яким непарним дільником k воно буде мати ще й парний дільник $\frac{n}{k}$.
Таким чином, непарних дільників може бути або менше, ніж парних, або рівна кількість. Якщо парне число є повним квадратом, то парних дільників буде більше.

98. 1) $\frac{x^{\backslash 3}}{4} + \frac{2x^{\backslash 4}}{3} = \frac{3x+8x}{12} = \frac{11x}{12}$; 2) $\frac{5b}{14} - \frac{b^{\backslash 2}}{7} = \frac{5b-2b}{14} = \frac{3b}{14}$;
3) $\frac{m^{\backslash 3}}{8} - \frac{n^{\backslash 4}}{6} = \frac{3m-4n}{24}$; 4) $\frac{4^{\backslash y}}{x} - \frac{3^{\backslash x}}{y} = \frac{4y-3x}{xy}$; 5) $\frac{m^{\backslash 3}}{4n} + \frac{m^{\backslash 2}}{6n} = \frac{3m+2m}{12n} = \frac{5m}{12n}$;
6) $\frac{c^{\backslash 3}}{b} - \frac{d^{\backslash 1}}{3b} = \frac{3c-d}{3b}$; 7) $\frac{a^{\backslash ab^2}}{b^2} + \frac{1^{\backslash 1}}{ab^4} = \frac{a^2b^2+1}{ab^4}$; 8) $\frac{11^{\backslash 15b}}{a} - \frac{2c^{\backslash 1}}{15ab} = \frac{165b-2c}{15ab}$;
9) $\frac{m^{\backslash m}}{abc} + \frac{c^{\backslash c}}{abm} = \frac{m^2+c^2}{abcm}$.

99. 1) $\frac{x^{\backslash 3}}{8} - \frac{y^{\backslash 2}}{12} = \frac{3x-2y}{24}$; 2) $\frac{4a^{\backslash 4}}{7} + \frac{a^{\backslash 7}}{4} = \frac{16a+7a}{28} = \frac{23a}{28}$; 3) $\frac{m^{\backslash m}}{n} - \frac{n^{\backslash n}}{m} = \frac{m^2-n^2}{nm}$;
4) $\frac{(x^2)^{\backslash 8x}}{3y} + \frac{y^{\backslash 3y}}{8x} = \frac{8x^3+3y^2}{24xy}$; 5) $\frac{7^{\backslash p}}{cd} + \frac{k^{\backslash d}}{cp} = \frac{7p+dk}{cdp}$;
6) $\frac{6a^{\backslash 2}}{35c^5} - \frac{9b^{\backslash 5c^3}}{14c^2} = \frac{12a-45bc^3}{70c^5}$.

100. 1) $\frac{a+7^{\backslash 3}}{12} + \frac{a-4^{\backslash 4}}{9} = \frac{3a+21+4a-16}{36} = \frac{7a+5}{36}$;
2) $\frac{2b-7c^{\backslash 5}}{6} - \frac{3b+2c^{\backslash 2}}{15} = \frac{10b-35c-6b-4c}{30} = \frac{4b-39c}{30}$;
3) $\frac{3x-2^{\backslash y}}{x} - \frac{3y-1^{\backslash x}}{y} = \frac{3xy-2y-3xy+x}{xy} = \frac{x-2y}{xy}$;

4) $\frac{6p+1^{\backslash 3}}{p}-\frac{2p+8^{\backslash 1}}{3p}=\frac{18p+3-2p-8}{3p}=\frac{16p-5}{3p}$;

5) $\frac{5m-n^{\backslash 1}}{14m}-\frac{m-6n^{\backslash 2}}{7m}=\frac{5m-n-2m+12n}{14m}=\frac{3m+11n}{14m}$;

6) $\frac{x+4^{\backslash y}}{11x}-\frac{y-3^{\backslash x}}{11y}=\frac{xy+4y-xy+3x}{11xy}=\frac{4y+3x}{11xy}$;

7) $\frac{a+b^{\backslash c}}{ab}+\frac{a-c^{\backslash b}}{ac}=\frac{ac+bc+ab-bc}{abc}=\frac{ac+ab}{abc}=\frac{a(c+b)}{abc}=\frac{c+b}{bc}$;

8) $\frac{2^{\backslash 1}}{p^2}+\frac{p-1^{\backslash p}}{p}=\frac{2+p^2-p}{p^2}$;

9) $\frac{k+4^{\backslash k}}{k}-\frac{3k-4^{\backslash 1}}{k^2}=\frac{k^2+4k-3k+4}{k^2}=\frac{k^2+k+4}{k^2}$;

10) $\frac{x-y^{\backslash y}}{x^3}-\frac{y-x^{2\backslash x}}{x^2y}=\frac{yx-y^2-xy+x^3}{x^3y}=\frac{x^3-y^2}{x^3y}$;

11) $\frac{2m-3n^{\backslash n}}{m^2n}+\frac{7m-2n^{\backslash m}}{mn^2}=\frac{2mn-3n^2+7m^2-2mn}{m^2n^2}=\frac{7m^2-3n^2}{m^2n^2}$;

12) $\frac{c+d^{\backslash c^2}}{cd^4}-\frac{c^2-8d^{\backslash d}}{c^3d^3}=\frac{c^3+c^2d-dc^2+8d^2}{c^3d^4}=\frac{c^3+8d^2}{c^3d^4}$.

101. 1) $\frac{9-5b^{\backslash c}}{b}-\frac{7-5c^{\backslash b}}{c}=\frac{9c-5bc-7b+5bc}{bc}=\frac{9c-7b}{bc}$;

2) $\frac{4d+7^{\backslash 6}}{7d}-\frac{d-c^{\backslash 7}}{6d}=\frac{24d+42-7d+42}{42d}=\frac{17d+84}{42d}$;

3) $\frac{5-k^{\backslash k}}{5p}-\frac{p+10^{\backslash p}}{5k}=\frac{5k-k^2-p^2-10p}{5pk}$;

4) $\frac{m-n^{\backslash p}}{mn}-\frac{p-n^{\backslash m}}{np}=\frac{pm-pn-pm+mn}{mnp}=\frac{mn-pn}{mnp}$;

5) $\frac{6a+2^{\backslash a}}{ab}-\frac{2a+4^{\backslash 1}}{a^2b}=\frac{6a^2+2a-2a-4}{a^2b}=\frac{6a^2-4}{a^2b}$;

6) $\frac{c^2-16^{\backslash 1}}{c^6}-\frac{c-9^{\backslash c}}{c^5}=\frac{c^2-16-c^2+9c}{c^6}=\frac{9c-16}{c^6}$;

7) $\frac{1^{\backslash x^2}}{x^3}-\frac{1+x^2}{x^5}=\frac{x^2-1-x^2}{x^5}=-\frac{1}{x^5}$;

8) $\frac{1-ab^{\backslash d}}{abc}-\frac{1-ad^{\backslash b}}{acd}=\frac{d-abd-b+abd}{abcd}=\frac{d-b}{abcd}$.

102. 1) $\frac{2^{\backslash x+1}}{x}+\frac{3x-2^{\backslash x}}{x+1}=\frac{2x+2+3x^2-2x}{x(x+1)}=\frac{3x^2+2}{x(x+1)}$;

2) $\frac{m^{\backslash m+n}}{n}-\frac{m^{\backslash n}}{m+n}=\frac{m^2+mn-mn}{n(m+n)}=\frac{m^2}{n(m+n)}$;

3) $\frac{a^{\backslash a+3}}{a-3}-\frac{3^{\backslash a-3}}{a+3}=\frac{a^2+3a-3a+9}{(a-3)(a+3)}=\frac{a^2+9}{a^2-9}$;

4) $\frac{c^{\backslash 3c+1}}{3c-1}-\frac{c^{\backslash 3c-1}}{3c+1}=\frac{3c^2+c-3c^2+c}{(3c-1)(3c+1)}=\frac{2c}{9c^2-1}$;

5) $\frac{x^{\backslash 3y-2}}{2y+1}-\frac{x^{\backslash 2y+1}}{3y-2}=\frac{3xy-2x-2xy-x}{(2y+1)(3y-2)}=\frac{xy-3x}{(2y+1)(3y-2)}$;

6) $\frac{a-b^{\backslash a+b}}{b}-\frac{a-b^{\backslash b}}{a+b}=\frac{a^2-b^2-ab+b^2}{b(a+b)}=\frac{a^2-ab}{b(a+b)}.$

103. 1) $\frac{a^{\backslash b}}{a-b}+\frac{a^{\backslash a-b}}{b}=\frac{ab+a^2-ab}{b(a-b)}=\frac{a^2}{b(a-b)};$

2) $\frac{4^{\backslash x+2}}{x}-\frac{5x+4^{\backslash x}}{x+2}=\frac{4x+8-5x^2-4x}{x(x+2)}=\frac{8-5x^2}{x(x+2)};$

3) $\frac{b^{\backslash b+2}}{b-2}-\frac{2^{\backslash b-2}}{b+2}=\frac{b^2+2b-2b+4}{(b-2)(b+2)}=\frac{b^2+4}{b^2-4}.$

104. 1) $\frac{1^{\backslash a}}{b(a-b)}-\frac{1^{\backslash b}}{a(a-b)}=\frac{a-b}{ab(a-b)}=\frac{1}{ab};$

2) $\frac{5^{\backslash a-6}}{a}+\frac{30^{\backslash 1}}{a(a-6)}=\frac{5a-30+30}{a(a-6)}=\frac{5a}{a(a-6)}=\frac{5}{a-6};$

3) $\frac{3^{\backslash x}}{x-2}-\frac{2x+2^{\backslash 1}}{x(x-2)}=\frac{3x-2x-2}{x(x-2)}=\frac{x-2}{x(x-2)}=\frac{1}{x};$

4) $\frac{y^{\backslash 5}}{2(y+3)}-\frac{y^{\backslash 2}}{5(y+3)}=\frac{5y-2y}{10(y+3)}=\frac{3y}{10(y+3)};$

5) $\frac{5m+3^{\backslash 3}}{2(m+1)}-\frac{7m+4^{\backslash 2}}{3(m+1)}=\frac{15m+9-14m-8}{6(m+1)}=\frac{m+1}{6(m+1)}=\frac{1}{6};$

6) $\frac{c-a^{\backslash b}}{a(a+b)}+\frac{c+b^{\backslash a}}{b(a+b)}=\frac{bc-ab+ac+ab}{ab(a+b)}=\frac{bc+ac}{ab(a+b)}=\frac{c(a+b)}{ab(b+a)}=\frac{c}{ab}.$

105. 1) $\frac{1^{\backslash b}}{a(a+b)}+\frac{1^{\backslash a}}{b(a+b)}=\frac{b+a}{ab(a+b)}=\frac{1}{ab};$

2) $\frac{4^{\backslash b+2}}{b}-\frac{8^{\backslash 1}}{b(b+2)}=\frac{4b+8-8}{b(b+2)}=\frac{4b}{b(b+2)}=\frac{4}{b+2};$

3) $\frac{x^{\backslash 6}}{5(x+7)}-\frac{x^{\backslash 5}}{6(x+7)}=\frac{6x-5x}{30(x+7)}=\frac{x}{30(x+7)};$

4) $\frac{4n+2^{\backslash 4}}{3(n-1)}-\frac{5n+3^{\backslash 3}}{4(n-1)}=\frac{16n+8-15n-9}{12(n-1)}=\frac{n-1}{12(n-1)}.$

106. 1) $\frac{a}{a-2}-\frac{3a+1}{3a-6}=\frac{a^{\backslash 3}}{a-2}-\frac{3a+1^{\backslash 1}}{3(a-2)}=\frac{3a-3a-1}{3(a-2)}=-\frac{1}{3(a-2)};$

2) $\frac{18}{b^2+3b}-\frac{6}{b}=\frac{18^{\backslash 1}}{b(b+3)}-\frac{6^{\backslash b+3}}{b}=\frac{18-6b-18}{b(b+3)}=-\frac{6b}{b(b+3)}=-\frac{6}{b+3};$

3) $\frac{2}{c+1}-\frac{c-1}{c^2+c}=\frac{2^{\backslash c+1}}{c+1}-\frac{c-1^{\backslash 1}}{c(c+1)}=\frac{2c+2-c+1}{c(c+1)}=\frac{c+3}{c(c+1)};$

4) $\frac{d-1}{2d-8}+\frac{d}{d-4}=\frac{d-1^{\backslash 1}}{2(d-4)}+\frac{d^{\backslash 2}}{d-4}=\frac{d-1+2d}{2(d-4)}=\frac{3d-1}{2(d-4)};$

5) $\frac{m+1}{3m-15}-\frac{m-1}{2m-10}=\frac{m+1^{\backslash 2}}{3(m-5)}-\frac{m-1^{\backslash 3}}{2(m-5)}=\frac{2m+2-3m+3}{6(m-5)}=\frac{5-m}{6(m-5)}=-\frac{1}{6};$

6) $\frac{m-2n}{6m+6n}-\frac{m-3n}{4m+4n}=\frac{m-2n^{\backslash 2}}{6(m+n)}-\frac{m-3n^{\backslash 3}}{4(m+n)}=\frac{2m-4n-3m+9n}{12(m+n)}=\frac{5n-m}{12(m+n)};$

7) $\frac{a^2+2}{a^2+2a}-\frac{a+4}{2a+4}=\frac{a^2+2^{\backslash 2}}{a(a+2)}-\frac{a+4^{\backslash a}}{2(a+2)}=\frac{2a^2+4-a^2-4a}{2a(a+2)}=\frac{a^2-4a+4}{2a(a+2)};$

8) $\frac{3x-4y}{x^2-2xy}-\frac{3y-x}{xy-2y^2}=\frac{3x-4y^{\backslash y}}{x(x-2y)}-\frac{3y-x^{\backslash x}}{y(x-2y)}=\frac{3xy-4y^2-3xy+x^2}{xy(x-2y)}=$

$$= \frac{x^2-4y^2}{xy(x-2y)} = \frac{(x-2y)(x+2y)}{xy(x-2y)} = \frac{x+2y}{xy}.$$

107. 1) $\frac{b}{b-5} - \frac{4b-1}{4b-20} = \frac{b^{\backslash 4}}{b-5} - \frac{4b-1^{\backslash 1}}{4(b-5)} = \frac{4b-4b+1}{4(b-5)} = \frac{1}{4(b-5)}$;

2) $\frac{2}{m} - \frac{16}{m^2+8m} = \frac{2^{\backslash m+8}}{m} - \frac{16^{\backslash 1}}{m(m+8)} = \frac{2m+16-16}{m(m+8)} = \frac{2m}{m(m+8)} = \frac{2}{m+8}$;

3) $\frac{a-2}{2a-6} - \frac{a-1}{3a-9} = \frac{a-2^{\backslash 3}}{2(a-3)} - \frac{a-1^{\backslash 2}}{3(a-3)} = \frac{3a-6-2a+2}{6(a-3)} = \frac{a-4}{6(a-3)}$;

4) $\frac{a^2+b^2}{2a^2+2ab} + \frac{b}{a+b} = \frac{a^2+b^2}{2a(a+b)} + \frac{b^{\backslash 2a}}{a+b} = \frac{a^2+b^2+2ab}{2a(a+b)} = \frac{(a+b)^2}{2a(a+b)} = \frac{a+b}{2a}$;

5) $\frac{b+4}{ab-b^2} - \frac{a+4}{a^2-ab} = \frac{b+4^{\backslash a}}{b(a-b)} - \frac{a+4^{\backslash b}}{a(a-b)} = \frac{ab+4a-ab-4b}{ab(a-b)} = \frac{4a-4b}{ab(a-b)} =$
$= \frac{4(a-b)}{ab(a-b)} = \frac{4}{ab}$;

6) $\frac{c-4}{4c+24} + \frac{4c+9}{c^2+6c} = \frac{c-4^{\backslash c}}{4(c+6)} + \frac{4c+9^{\backslash 4}}{c(c+6)} = \frac{c^2-4c+16c+36}{4c(c+6)} = \frac{c^2+12c+36}{4c(c+6)} =$
$= \frac{(c+6)^2}{4c(c+6)} = \frac{c+6}{4c}$.

108. 1) $\frac{3}{x+3} + \frac{x+4}{x^2-9} = \frac{3^{\backslash x-3}}{x+3} + \frac{x+4^{\backslash 1}}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x-9+x+4}{(x-3)(x+3)} = \frac{4x-5}{x^2-9}$;

2) $\frac{a^2}{a^2-64} - \frac{a}{a-8} = \frac{a^{2\backslash 1}}{(a-8)(a+8)} - \frac{a^{\backslash a+8}}{a-8} = \frac{a^2-a^2-8a}{(a-8)(a+8)} = \frac{-8a}{a^2-64}$;

3) $\frac{6b}{9b^2-4} - \frac{1}{3b-2} = \frac{6b^{\backslash 1}}{(3b-2)(3b+2)} - \frac{1^{\backslash 3b+2}}{3b-2} = \frac{6b-3b-2}{(3b-2)(3b+2)} =$
$= \frac{3b-2}{(3b-2)(3b+2)} = \frac{1}{3b+2}$;

4) $\frac{3a+b}{a^2-b^2} + \frac{1}{a+b} = \frac{3a+b^{\backslash 1}}{(a-b)(a+b)} + \frac{1^{\backslash a-b}}{a+b} = \frac{3a+b+a-b}{(a-b)(a+b)} = \frac{4a}{a^2-b^2}$;

5) $\frac{m}{m+5} - \frac{m^2}{m^2+10m+25} = \frac{m^{\backslash m+5}}{m+5} - \frac{m^{2\backslash 1}}{(m+5)^2} = \frac{m^2+5m-m^2}{(m+5)^2} = \frac{5m}{(m+5)^2}$;

6) $\frac{b}{a+b} - \frac{b^2}{a^2+b^2+2ab} = \frac{b^{\backslash a+b}}{a+b} - \frac{b^{2\backslash 1}}{(a+b)^2} = \frac{ab+b^2-b^2}{(a+b)^2} = \frac{ab}{(a+b)^2}$.

109. 1) $\frac{4x-y}{x^2-y^2} + \frac{1}{x-y} = \frac{4x-y^{\backslash 1}}{(x-y)(x+y)} + \frac{1^{\backslash x+y}}{x-y} = \frac{4x-y+x+y}{(x-y)(x+y)} = \frac{5x}{x^2-y^2}$;

2) $\frac{(y^2)^{\backslash 1}}{y^2-81} - \frac{y^{\backslash y-9}}{y+9} = \frac{y^2-y^2+9y}{(y-9)(y+9)} = \frac{9y}{y^2-81}$;

3) $\frac{10a^{\backslash 1}}{25a^2-9} - \frac{1^{\backslash 5a-3}}{5a+3} = \frac{10a-5a+3}{(5a-3)(5a+3)} = \frac{5a+3}{(5a-3)(5a+3)} = \frac{1}{5a-3}$;

4) $\frac{n}{n-7} - \frac{n^2}{n^2-14n+49} = \frac{n^{\backslash n-7}}{n-7} - \frac{(n^2)^{\backslash 1}}{(n-7)^2} = \frac{n^2-7n-n^2}{(n-7)^2} = -\frac{7n}{(n-7)^2}$.

110. 1) $\frac{a}{b}+1 = \frac{a+b}{b}$; 2) $\frac{x}{y} - x = \frac{x-xy}{y}$;

3) $\frac{m^{\backslash m}}{n} + \frac{n^{\backslash n}}{m} + 2^{\backslash mn} = \frac{m^2+n^2+2mn}{nm} = \frac{(m+n)^2}{nm}$; 4) $\frac{9^{\backslash 1}}{p^2} + 3^{\backslash p^2} - \frac{4^{\backslash p}}{p} = \frac{9+3p^2-4p}{p^2}$;

5) $2^{\backslash a}-\frac{3b+2a^{\backslash 1}}{a}=\frac{2a-3b-2a}{a}=-\frac{3b}{a}$;

6) $\frac{3b+4}{b-2}-3=\frac{3b+4-3(b-2)}{b-2}=\frac{3b+4-3b+6}{b-2}=\frac{10}{b-2}$;

7) $6m^{\backslash 2m}-\frac{12m^2+1}{2m}=\frac{12m^2-12m^2-1}{2m}=-\frac{1}{2m}$;

8) $\frac{20b^2+5}{2b-1}-10b^{\backslash 2b-1}=\frac{20b^2+5-20b^2+10b}{2b-1}=\frac{5+10b}{2b-1}$.

111. 1) $a-\frac{4}{a}=\frac{a^2-4}{a}$; 2) $\frac{1}{x}+x=\frac{1+x^2}{x}$; 3) $\frac{m^{\backslash 1}}{n^3}-\frac{1^{\backslash n^2}}{n}+m^{\backslash n^3}=\frac{m-n^2+n^3m}{n^3}$;

4) $\frac{2k^{2\backslash 1}}{k-5}-k^{\backslash k-5}=\frac{2k^2-k^2+5k}{k-5}=\frac{k^2+5k}{k-5}=\frac{k(k+5)}{k-5}$;

5) $3n^{\backslash 3n}-\frac{9n^2-2^{\backslash 1}}{3n}=\frac{9n^2-9n^2+2}{3n}=\frac{2}{3n}$;

6) $5^{\backslash y-2}-\frac{4y-12^{\backslash 1}}{y-2}=\frac{5y-10-4y+12}{y-2}=\frac{y+2}{y-2}$.

112. 1) $\frac{a^2+1}{a^2-2a+1}+\frac{a+1}{a-1}=\frac{a^2+1^{\backslash 1}}{(a-1)^2}+\frac{a+1^{\backslash a-1}}{a-1}=\frac{a^2+1+a^2-1}{(a-1)^2}=\frac{2a^2}{(a-1)^2}$;

2) $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{a^2+b^{2\backslash 1}}{(a-b)(a+b)}-\frac{a-b^{\backslash a-b}}{a+b}=\frac{a^2+b^2-a^2+ba+ab-b^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{2ab}{a^2-b^2}$;

3) $\frac{c+7}{c-7}+\frac{28c}{49-c^2}=\frac{c+7^{\backslash c+7}}{c-7}-\frac{28c}{c^2-49}=\frac{c^2+14c+49-28c}{c^2-49}=\frac{c^2-14c+49}{c^2-49}=$

$=\frac{(c-7)^2}{(c-7)(c+7)}=\frac{c-7}{c+7}$;

4) $\frac{5a+3}{2a^2+6a}+\frac{6-3a}{a^2-9}=\frac{5a+3^{\backslash a-3}}{2a(a+3)}+\frac{6-3a^{\backslash 2a}}{(a+3)(a+3)}=\frac{5a^2-15a+3a-9+12a-6a^2}{2a(a+3)(a+3)}=$

$=\frac{-a^2-9}{2a(a^2-9)}=-\frac{a^2+9}{2a(a^2-9)}$;

5) $\frac{a}{a^2-4a+4}-\frac{a+4}{a^2-4}=\frac{a^{\backslash a+2}}{(a-2)^2}-\frac{a+4^{\backslash a-2}}{(a-2)(a+2)}=\frac{a^2+2a-a^2+2a-4a+8}{(a-2)^2(a+2)}=$

$=\frac{8}{(a-2)^2(a+2)}=\frac{8}{(a-2)(a^2-4)}$;

6) $\frac{2p}{p-5}-\frac{5}{p+5}+\frac{2p^2}{25-p^2}=\frac{2p^{\backslash p+5}}{p-5}-\frac{5^{\backslash p-5}}{p+5}-\frac{(2p^2)^{\backslash 1}}{p^2-25}=\frac{2p^2+10p-5p+25-2p^2}{p^2-25}=$

$=\frac{5p+25}{(p-5)(p+5)}=\frac{5(p+5)}{(p-5)(p+5)}=\frac{5}{p-5}$;

7) $\frac{1}{y}-\frac{y+8}{16-y^2}-\frac{2}{y-4}=\frac{1^{\backslash y^2-16}}{y}+\frac{y+8^{\backslash y}}{y^2-16}-\frac{2^{\backslash y(y+4)}}{y-4}=\frac{y^2-16+y^2+8y-2y^2-8y}{y(y-4)(y+4)}=$

$=-\frac{16}{y(y^2-16)}=\frac{16}{16y-y^3}$;

8) $\frac{2b-1}{4b+2}+\frac{4b}{4b^2-1}+\frac{2b+1}{3-6b}=\frac{2b-1^{\backslash 3(2b-1)}}{2(2b+1)}+\frac{4b^{\backslash 6}}{(2b-1)(2b+1)}-\frac{2b+1^{\backslash 2(2b+1)}}{3(2b-1)}=$

$=\frac{3(4b^2-4b+1)+24b-2(4b^2+4b+1)}{6(2b-1)(2b+1)}=\frac{12b^2-12b+3+24b-8b^2-8b-2}{6(2b-1)(2b+1)}=$

$$= \frac{4b^2+4b+1}{6(4b^2-1)} = \frac{(2b+1)^2}{6(2b-1)(2b+1)} = \frac{2b+1}{12b-6}.$$

113. 1) $\frac{m+n}{m-n} - \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2} = \frac{m+n^{\backslash m+n}}{m-n} - \frac{(m^2+n^2)^{\backslash 1}}{(m-n)(m+n)} = \frac{m^2+2mn+n^2-m^2-n^2}{(m-n)(m+n)} =$

$= \frac{2mn}{m^2-n^2};$

2) $\frac{x-y}{x+y} + \frac{y^2}{2xy+x^2+y^2} = \frac{x-y^{\backslash x+y}}{x+y} + \frac{y^{2\backslash 1}}{(x+y)^2} = \frac{x^2-y^2+y^2}{(x+y)^2} = \frac{x^2}{(x+y)^2};$

3) $\frac{2a}{4a^2-1} - \frac{a+4}{2a^2+a} = \frac{2a^{\backslash a}}{(2a-1)(2a+1)} - \frac{a+4^{\backslash 2a-1}}{a(2a+1)} = \frac{2a^2-2a^2+a-8a+4}{a(2a-1)(2a+1)} = \frac{4-7a}{a(4a^2-1)};$

4) $\frac{b-2}{b^2+6b+9} - \frac{b}{b^2-9} = \frac{b-2^{\backslash b-3}}{(b+3)^2} - \frac{b^{\backslash b+3}}{(b-3)(b+3)} = \frac{b^2-3b-2b+6-b^2-3b}{(b+3)^2(b-3)} =$

$= \frac{-8b+6}{(b+3)^2(b-3)};$

5) $\frac{x-6^{\backslash 1}}{x^2+3x} + \frac{x^{\backslash x}}{x+3} - \frac{x-3^{\backslash x+3}}{x} = \frac{x-6+x^2-x^2-3x+3x+9}{x(x+3)} = \frac{x+3}{x(x+3)} = \frac{1}{x};$

$(x^2+3x = x(x+3));$

6) $\frac{y+2^{\backslash y+2}}{y-2} - \frac{y-2^{\backslash y-2}}{y+2} - \frac{16^{\backslash 1}}{y^2-4} = \frac{y^2+2y+2y+4-(y^2-2y-2y+4)-16}{y^2-4} =$

$= \frac{y^2+4y+4-y^2+4y-4-16}{y^2-4} = \frac{8y-16}{y^2-4} = \frac{8(y-2)}{(y-2)(y+2)} = \frac{8}{y+2}.$

114. 1) $\frac{2x+1}{2x-4} + \frac{2x-1}{6-3x} - \frac{x+7}{6x-12} = \frac{2x+1^{\backslash 3}}{2(x-2)} + \frac{1-2x^{\backslash 2}}{3(x-2)} - \frac{x+7^{\backslash 1}}{6(x-2)} =$

$= \frac{6x+3+2-4x-x-7}{6(x-2)} = \frac{x-2}{6(x-2)} = \frac{1}{6}$. Отже, при всіх допустимих значеннях змінної даний вираз не залежить від значення змінної.

2) $\frac{24-2a}{a^2-16} - \frac{a}{2a-8} + \frac{4}{a+4} = \frac{24-2a^{\backslash 2}}{(a-4)(a+4)} - \frac{a^{\backslash a+4}}{2(a-4)} + \frac{4^{\backslash 2(a-4)}}{a+4} =$

$= \frac{48-4a-a^2-4a+8a-32}{2(a-4)(a+4)} = \frac{16-a^2}{2(a^2-16)} = -\frac{1}{2}$. Отже, при всіх допустимих значеннях змінної даний вираз не залежить від значення змінної.

115. 1) $(1-a)^{\backslash a+2} + \frac{a^2-2}{a+2} = \frac{a+2-a^2-2a+a^2-2}{a+2} = \frac{-a}{a+2};$

2) $\frac{a^2-b^2}{3a+b} + (3a-b)^{\backslash 3a+b} = \frac{a^2-b^2+9a^2-b^2}{3a+b} = \frac{10a^2-2b^2}{3a+b};$

3) $\frac{c^2+9}{c-3} - c^{\backslash c-3} - 3^{\backslash c-3} = \frac{c^2+9-c^2+3c-3c+9}{c-3} = \frac{18}{c-3};$

4) $\frac{8m^2}{4m-3} - 2m^{\backslash 4m-3} - 1^{\backslash 4m-3} = \frac{8m^2-8m^2+6m-4m+3}{4m-3} = \frac{2m+3}{4m-3}.$

116. 1) $b+7-\frac{14b}{b+7} = \frac{b(b+7)}{b+7} + \frac{7(b+7)}{b+7} - \frac{14b}{b+7} = \frac{b^2+7b+7b+49-14b}{b+7} = \frac{b^2+49}{b+7};$

2) $5c^{\backslash 2c-5} - \frac{10-29c+10c^2}{2c-5} + 2^{\backslash 2c-5} = \frac{10c^2-25c-10+29c-10c^2+4c-10}{2c-5} =$

$= \frac{8c-20}{2c-5} = \frac{4(2c-5)}{2c-5} = 4.$

117. 1) $\frac{7}{2a-4}-\frac{12}{a^2-4}-\frac{3}{a+2}=\frac{7^{\backslash a+2}}{2(a-2)}-\frac{12^{\backslash 2}}{(a-2)(a+2)}-\frac{3^{\backslash 2(a-2)}}{a+2}=$

$=\frac{7a+14-24-6a+12}{2(a-2)(a+2)}=\frac{(a+2)}{2(a^2-4)}=\frac{1}{2(a-2)}.$

Якщо $a=5$, то значення виразу дорівнює $\frac{1}{2(5-2)}=\frac{1}{6}$.

2) $\frac{2c+3}{2c^2-3c}+\frac{2c-3}{2c^2+3c}-\frac{16c}{4c^2-9}=\frac{2c+3^{\,2c+3}}{c(2c-3)}+\frac{2c-3^{\,2c-3}}{c(2c+3)}-\frac{16c^{\backslash c}}{(2c-3)(2c+3)}=$

$=\frac{4c^2+6c+6c+9+4c^2-6c-6c+9-16c^2}{c(2c-3)(2c+3)}=\frac{8c^2+18-16c^2}{c(2c-3)(2c+3)}=\frac{-8c^2+18}{c(4c^2-9)}=$

$=\frac{-2(4c^2-9)}{c(4c^2-9)}=-\frac{2}{c}$. Якщо $c=-0{,}8$, то $-\frac{2}{-0{,}8}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}=2{,}5.$

3) $\frac{m^2+16n^2}{m^2-16n^2}-\frac{m+4n}{2m-8n}=\frac{m^2+16n^{2\ 2}}{(m-4n)(m+4n)}-\frac{m+4n^{\backslash m+4n}}{2(m-4n)}=$

$=\frac{2m^2+32n^2-m^2-4mn-4mn-16n^2}{2(m-4n)(m+4n)}=\frac{m^2+32n^2-8mn-16n^2}{2(m-4n)(m+4n)}=$

$=\frac{(m-4n)^2}{2(m-4n)(m+4n)}=\frac{m-4n}{2(m+4n)}$. Якщо $m=3$, $n=0{,}5$, то

$\frac{3-4\cdot 0{,}5}{2\cdot(3+4\cdot 0{,}5)}=\frac{3-2}{2\cdot 5}=\frac{1}{10}=0{,}1.$

118. 1) $\frac{6}{5x-20}-\frac{x-5}{x^2-8x+16}=\frac{6^{\backslash x-4}}{5(x-4)}-\frac{x-5^{\backslash 5}}{(x-4)^2}=\frac{6x-24-5x+25}{5(x-4)^2}=\frac{x+1}{5(x-4)^2}.$

Якщо $x=5$, то значення виразу дорівнює $\frac{5+1}{5(5-4)^2}=\frac{6}{5}=1{,}2.$

2) $\frac{2y-1}{2y}-\frac{2y}{2y-1}-\frac{1}{2y-4y^2}=\frac{2y-1}{2y}-\frac{2y}{2y-1}-\frac{1}{2y(1-2y)}=\frac{2y-1^{\,2y-1}}{2y}-\frac{2y^{\,2y}}{2y-1}+$

$+\frac{1^{\,1}}{2y(2y-1)}=\frac{4y^2-2y-2y+1-4y^2+1}{2y(2y-1)}=\frac{-4y+2}{2y(2y-1)}=\frac{-2(2y-1)}{2y(2y-1)}=-\frac{1}{y}.$

Якщо $y=-2\frac{3}{7}=\frac{-17}{7}$, то значення виразу дорівнює $\frac{7}{17}$.

119. 1) $\frac{a+b}{a}-\frac{a}{a-b}+\frac{b^2}{a^2-ab}=0;\quad \frac{a+b^{\backslash a-b}}{a}-\frac{a^{\backslash a}}{a-b}+\frac{b^{2\backslash 1}}{a^2-ab}=0;$

$\frac{a^2-b^2-a^2+b^2}{a(a-b)}=0$; $0=0$. Тотожність доведено.

2) $\frac{a+3^{\backslash a-1}}{a+1}-\frac{a+1^{\backslash a+1}}{a-1}+\frac{6^{\backslash 1}}{a^2-1}=\frac{2}{a^2-1};\quad \frac{a^2+2a-3-a^2-2a-1+6}{a^2-1}=\frac{2}{a^2-1};$

$\frac{2}{a^2-1}=\frac{2}{a^2-1}$. Тотожність доведено.

3) $\frac{2a^2+4^{\backslash 1}}{a^2-1}-\frac{a-2^{\backslash a-1}}{a+1}-\frac{a+1^{\backslash a+1}}{a-1}=\frac{1}{a-1};\quad \frac{2a^2+4-a^2+a+2a-2-a^2-2a-1}{a^2-1}=\frac{1}{a-1};$

$\frac{a+1}{(a-1)(a+1)}=\frac{1}{a-1};\quad \frac{1}{a-1}=\frac{1}{a-1}$. Тотожність доведено.

120. 1) $\frac{1}{6a-4b}-\frac{1}{6a+4b}-\frac{3a}{4b^2-9a^2}=\frac{1}{3a-2b}$;

$\frac{1^{\backslash 3a+2b}}{2(3a-2b)}-\frac{1^{\backslash 3a-2b}}{2(3a+2b)}+\frac{3a^{\backslash 2}}{9a^2-4b^2}=\frac{1}{3a-2b}$; $\frac{3a+2b-3a+2b+6a}{2(3a-2b)(3a+2b)}=\frac{1}{3a-2b}$;

$\frac{4b+6a}{2(3a-2b)(3a+2b)}=\frac{1}{3a-2b}$; $\frac{2(2b+3a)}{2(3a-2b)(3a+2b)}=\frac{1}{3a-2b}$;

$\frac{1}{3a-2b}=\frac{1}{3a-2b}$. Тотожність доведено.

2) $\frac{c+2}{c^2+3c}-\frac{1}{3c+9}-\frac{2}{3c}=0$; $\frac{c+2^{\backslash 3}}{c(c+3)}-\frac{1^{\backslash c}}{3(c+3)}-\frac{2^{\backslash c+3}}{3c}=0$;

$\frac{3c+6-c-2c-6}{3c(c+3)}=0$; $0=0$. Тотожність доведено.

121. 1) $\frac{a+1^{\backslash a^2+a+1}}{a^2-1}-\frac{1^{\backslash a^2-1}}{a^2+a+1}=\frac{a^3+a^2+a+a^2+a+1-a^2+1}{(a^2-1)(a^2+a+1)}=\frac{a^3+a^2+2a+2}{(a^2-1)(a^2+a+1)}=$

$=\frac{a^2(a+1)+2(a+1)}{(a^2-1)(a^2+a+1)}=\frac{(a+1)(a^2+2)}{(a-1)(a+1)(a^2+a+1)}=\frac{a^2+2}{a^3-1}$;

2) $\frac{1}{b+3}-\frac{b^2-6b}{b^3+27}=\frac{1^{\backslash b^2-3b+9}}{b+3}-\frac{b^2-6b^{\backslash 1}}{(b+3)(b^2-3b+9)}=\frac{b^2-3b+9-b^2+6b}{(b+3)(b^2-3b+9)}=$

$=\frac{3b+9}{(b+3)(b^2-3b+9)}=\frac{3(b+3)}{(b+3)(b^2-3b+9)}=\frac{3}{(b^2-3b+9)}$.

122. 1) $\frac{(9m^2-3mn+n^2)^{\backslash 3m+n}}{3m-n}-\frac{(9m^2+3mn+n^2)^{\backslash 3m-n}}{3m+n}=\frac{27m^3+n^3-(27m^3-n^3)}{(3m-n)(3m+n)}=$

$=\frac{27m^3+n^3-27m^3+n^3}{9m^2-n^2}=\frac{2n^3}{9m^2-n^2}$;

2) $1-\frac{2b-1}{4b^2-2b+1}-\frac{2b}{2b+1}=\frac{8b^3+1-(2b-1)(2b+1)-2b(4b^2-2b+1)}{(2b+1)(4b^2-2b+1)}=$

$=\frac{8b^3+1-4b^2+1-8b^3+4b^2-2b}{(2b+1)(4b^2-2b+1)}=\frac{2-2b}{8b^3-1}$;

3) $\frac{3a^2+24}{a^3+8}-\frac{6}{a^2-2a+4}-\frac{1}{a+2}=\frac{2}{a+2}$;

$\frac{3a^2+24}{(a+2)(a^2-2a+4)}-\frac{6^{\backslash a+2}}{(a^2-2a+4)}-\frac{1^{\backslash a^2-2a+4}}{a+2}=\frac{2}{a+2}$;

$\frac{3a^2+24-6a-12-a^2+2a-4}{(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{2}{a+2}$; $\frac{2a^2-4a+8}{(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{2}{a+2}$;

$\frac{2(a^2-2a+4)}{(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{2}{a+2}$; $\frac{2}{a+2}=\frac{2}{a+2}$. Тотожність доведено.

124. 1) $\frac{4b}{a^2-b^2}+\frac{a-b}{a^2+ab}+\frac{a+b}{b^2-ab}=\frac{4b^{\backslash ab}}{(a-b)(a+b)}+\frac{a-b^{\backslash b(a-b)}}{a(a+b)}+\frac{a+b^{\backslash -a(b+a)}}{b(b-a)}=$

$=\frac{4ab^2+a^2b-2ab^2+b^3-a^3-2a^2b-ab^2}{ab(a-b)(a+b)}=\frac{ab^2-a^2b+b^3-a^3}{ab(a-b)(a+b)}=$

$=\frac{ab(b-a)+(b-a)(b^2+ab+a^2)}{ab(a-b)(a+b)}=\frac{(b-a)(ab+b^2+ab+a^2)}{ab(a-b)(a+b)}=\frac{-(a+b)^2}{ab(a+b)}=-\frac{a+b}{ab}$;

2) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{x}{x^2-4}+\frac{x^2+4}{8x-2x^3}=\frac{1^{\backslash 2x(x+2)}}{x-2}+\frac{1^{\backslash 2x(x-2)}}{x+2}-\frac{x^{\backslash 2x}}{(x-2)(x+2)}+\frac{x^2+4^{\backslash -1}}{2x(4-x^2)}=$

$$= \frac{2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x - 2x^2 - x^2 - 4}{2x(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 - 4}{2x(x-2)(x+2)} = \frac{1}{2x};$$

3) $$\frac{1}{(a-5b)^2} - \frac{2}{a^2 - 25b^2} + \frac{1}{(a+5b)^2} = \frac{1}{(a-5b)^2} - \frac{2}{(a-5b)(a+5b)} + \frac{1}{(a+5b)^2} =$$

$$= \frac{a^2 + 10ab + 25b^2 - 2(a^2 - 25b^2) + a^2 - 10ba + 25b^2}{(a+5b)^2(a-5b)^2} = \frac{2a^2 + 50b^2 - 2a^2 + 50b^2}{(a^2 - 25b^2)^2} = \frac{100b^2}{(a^2 - 25b^2)^2};$$

4) $$\frac{x^2 + 9x + 18}{xy + 3y - 2x - 6} - \frac{x+5}{y-2} = \frac{x^2 + 9x + 18}{x(y-2) + 3(y-2)} - \frac{x+5}{y-2} = \frac{x^2 + 9x + 18}{(y-2)(x+3)} - \frac{x+5^{\;x+3}}{y-2} =$$

$$= \frac{x^2 + 9x + 18 - x^2 - 3x - 5x - 15}{(y-2)(x+3)} = \frac{x+3}{(y-2)(x+3)} = \frac{1}{y-2}.$$

125. 1) $$\frac{a+3}{a^2 - 3a} + \frac{a-3}{3a+9} + \frac{12}{9-a^2} = \frac{a-3}{3a}; \quad \frac{a+3^{\;3(a+3)}}{a(a-3)} + \frac{a-3^{\;a(a-3)}}{3(a+3)} - \frac{12^{\;3a}}{(a-3)(a+3)} = \frac{a-3}{3a};$$

$$\frac{3(a+3)^2 + a(a-3)^2 - 36a}{3a(a-3)(a+3)} = \frac{a-3}{3a}; \quad \frac{3(a^2 + 6a + 9) + a(a^2 - 6a + 9) - 36a}{3a(a-3)(a+3)} = \frac{a-3}{3a};$$

$$\frac{3a^2 + 18a + 27 + a^3 - 6a^2 + 9a - 36a}{3a(a-3)(a+3)} = \frac{a-3}{3a}; \quad \frac{-3a^2 - 9a + 27 + a^3}{3a(a-3)(a+3)} = \frac{a-3}{3a};$$

$$\frac{a^2(a-3) - 9(a-3)}{3a(a^2 - 9)} = \frac{a-3}{3a}; \quad \frac{(a-3)(a^2 - 9)}{3a(a^2 - 9)} = \frac{a-3}{3a}; \quad \frac{a-3}{3a} = \frac{a-3}{3a}.$$

Тотожність доведено.

2) $$\frac{b-4}{2a-1} - \frac{b^2 - 2b - 24}{2ab - 4 - b + 8a} = \frac{2}{2a-1}; \quad \frac{b-4}{2a-1} - \frac{b^2 - 2b - 24}{b(2a-1) + 4(2a-1)} = \frac{2}{2a-1};$$

$$\frac{b-4^{\;b+4}}{2a-1} - \frac{b^2 - 2b - 24^{\;1}}{(2a-1)(b+4)} = \frac{2}{2a-1}; \quad \frac{b^2 - 16 - b^2 + 2b + 24}{(2a-1)(b+4)} = \frac{2}{2a-1};$$

$$\frac{2(b+4)}{(2a-1)(b+4)} = \frac{2}{2a-1}; \quad \frac{2}{2a-1} = \frac{2}{2a-1}.$$ Тотожність доведено.

126. 1) $$\frac{1}{(a-b)(a-c)} - \frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0;$$

$$\frac{1^{\backslash b-c}}{(a-b)(a-c)} - \frac{1^{\backslash a-c}}{(a-b)(b-c)} + \frac{1^{\backslash a-b}}{(a-c)(b-c)} = 0; \quad \frac{b-c-a+c+a-b}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 0;$$

$0 = 0$. Тотожність доведено.

127. $$\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ac}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} = 1;$$

$$\frac{bc^{\backslash b-c}}{(a-b)(a-c)} + \frac{-ac^{\backslash a-c}}{(a-b)(b-c)} + \frac{ab^{\backslash a-b}}{(a-c)(b-c)} = 1;$$

$$\frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 1; \quad \frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{(a^2 - ac - ab + bc)(b-c)} = 1;$$

$$\frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{a^2b - abc - ab^2 + b^2c - a^2c + ac^2 + abc - bc^2} = 1;$$

$$\frac{b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2}{a^2b - ab^2 + b^2c - a^2c + ac^2 - bc^2} = 1; \quad \frac{a^2b - ab^2 + b^2c - a^2c + ac^2 - bc^2}{a^2b - ab^2 + b^2c - a^2c + ac^2 - bc^2} = 1;$$

$1 = 1$. Тотожність доведено.

[Зауваження. Вираз $b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2$ можна замінити на вираз $b^2c - bc^2 - a^2c + ac^2 + a^2b - ab^2 + abc - abc = bc(b-c) - ab(b-c) - ac(b-c) + a^2(b-c) = ((b-c)(bc - ab - ac + a^2) = (b-c)((b-a)c - (b-a)a) = (b-c)(b-a)(c-a)$.

Тоді $\frac{(b-c)(b-a)(c-a)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = (-1)\cdot(-1) = 1$. Отже, $1 = 1$.]

128. $\frac{1}{(a-1)(a-2)} + \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{(a-3)(a-4)} = \frac{1}{a-2} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-3} - \frac{1}{a-2} +$

$+\frac{1}{a-4} - \frac{1}{a-3} = \frac{1}{a-2} - \frac{1}{a-2} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-3} - \frac{1}{a-3} + \frac{1}{a-4} = \frac{1^{\backslash a-1}}{a-4} - \frac{1^{\backslash a-4}}{a-1} =$

$= \frac{a-1-a+4}{(a-4)(a-1)} = \frac{3}{(a-4)(a-1)}$.

129. $\frac{1}{(a-1)(a-3)} + \frac{1}{(a-3)(a-5)} + \frac{1}{(a-5)(a-7)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a-3} - \frac{1}{a-1}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a-5} - \frac{1}{a-3}\right) +$

$+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a-7} - \frac{1}{a-5}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a-3} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-5} - \frac{1}{a-3} + \frac{1}{a-7} - \frac{1}{a-5}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a-7}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{-a+7+a-1}{(a-1)(a-7)} = \frac{1}{2}\cdot\frac{6}{(a-1)(a-7)} = \frac{3}{(a-1)(a-7)}$.

130. $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{32}{1-a^{32}}$;

$\frac{1+a+1-a}{(1-a^2)} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{32}{1-a^{32}}$;

$\frac{2(1+a^2)+2(1-a^2)}{1-a^4} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{32}{1-a^{32}}$;

$\frac{4}{1-a^4} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{32}{1-a^{32}}$;

$\frac{4+4a^4+4-4a^4}{1-a^8} + \frac{8}{1+a^8} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{32}{1-a^{32}}$;

$\frac{8(1+a^8)+8(1-a^8)}{(1-a^{16})} + \frac{16}{1+a^{16}} = \frac{32}{1-a^{32}}$;

$\frac{16(1+a^{16})+16(1-a^{16})}{(1-a^{32})} = \frac{32}{1-a^{32}}$; $\frac{32}{1-a^{32}} = \frac{32}{1-a^{32}}$. Тотожність доведено.

131. $\frac{3}{1-a^2} + \frac{3}{1+a^2} + \frac{6}{1+a^4} + \frac{12}{1+a^8} + \frac{24}{1+a^{16}} = \frac{48}{1-a^{32}}$;

$\frac{3(1+a^2)+3(1-a^2)}{1-a^4} + \frac{6}{1+a^4} + \frac{12}{1+a^8} + \frac{24}{1+a^{16}} = \frac{48}{1-a^{32}}$;

$\frac{6}{1-a^4} + \frac{6}{1+a^4} + \frac{12}{1+a^8} + \frac{24}{1+a^{16}} = \frac{48}{1-a^{32}}$;

$\frac{6+6a^4+6-6a^4}{1-a^8} + \frac{12}{1+a^8} + \frac{24}{1+a^{16}} = \frac{48}{1-a^{32}}$;

$\frac{12(1+a^8)+12(1-a^8)}{1-a^{16}} + \frac{24}{1+a^{16}} = \frac{48}{1-a^{32}}$;

$\frac{24(1+a^{16})+24(1-a^{16})}{1-a^{32}} = \frac{48}{1-a^{32}}$; $\frac{48}{1-a^{32}} = \frac{48}{1-a^{32}}$. Тотожність доведено.

132. (1): $\frac{a-c}{b+c} + \frac{b-a}{a+c} + \frac{c-b}{a+b} = 1$ — це є тотожність за умовою.

Доведемо, що $\frac{a+b}{b+c} + \frac{b+c}{a+c} + \frac{a+c}{a+b} = 4$ (2). Доведення.

Додамо до лівої і правої частин рівності (1) по 3 одиниці, отримаємо нову рівність, що є тотожною до рівності (1):

$\frac{a-c}{b+c}+1+\frac{b-a}{a+c}+1+\frac{c-b}{a+b}+1=1+3;$

$\frac{a-c+b+c}{b+c}+\frac{b-a++a+c}{a+c}+\frac{c-b+a+b}{a+b}=4;$

$\frac{a+b}{b+c}+\frac{b+c}{a+c}+\frac{c+a}{a+b}=4.$ Тотожність доведено.

133. 1) $\frac{x}{3}+\frac{x-1}{2}=4;$ $\frac{2x+3x-3}{6}-4=0;$ $\frac{5x-3-24}{6}=0;$

$5x-27=0;$ $5x=27;$ $x=5{,}4;$

2) $\frac{x-4}{2}-\frac{x-1}{5}=3;$ $\frac{5x-20-2x+2}{10}=3;$ $3x-18=30;$ $3x=48;$ $x=16.$

134. 1) $\begin{cases}x+y=8,\\3x-2y=9;\end{cases}\Big|\cdot(-3)$ $+\begin{cases}-3x-3y=-24,\\3x-2y=9;\end{cases}$

$-5y=-15;$ $y=3,$ тоді $x+3=8;$ $x=5.$ *Відповідь:* (5; 3).

2) $+\begin{cases}2x+5y=13,\\3x-5y=-13;\end{cases}$

$5x=0;$ $x=0.$ Тоді $2\cdot0+5y=13;$ $5y=13;$ $y=2{,}6.$ *Відповідь:* (0; 2,6).

135.

I день – $\frac{4}{15}$ всього маршруту
II день – $\frac{2}{5}$ всього маршруту } ?
III день – 90 км

Нехай за три дні велосипедисти проїхали x км, тоді у I день вони проїхали $\frac{4}{15}x$ км, а у другий день — $\frac{2}{5}x$ км. За третій день вони проїхали

$$x\left(1-\frac{4}{15}-\frac{2}{5}\right)=x\left(1-\frac{4}{15}-\frac{6}{15}\right)=x\left(1-\frac{10}{15}\right)=\frac{5}{15}x=\frac{1}{3}x$$

(частину шляху або 90 км), тоді $90:\frac{1}{3}=270$ (км).
Відповідь: 270 км.

136. Нехай $2n+1$ — непарне число, $n\in N$, тоді $5\cdot(2n+1)=20;$ $10n+5=20;$ $10n=15;$ $n=1{,}5$ — що не задовольняє вимогу $n\in N$. Отже, п'ятеро братів не можуть одержати непарну кількість овець, якщо є 20 овець.

137. $(5n+7)^2-(n-1)^2=25n^2+70n+49-n^2+2n-1=24n^2+72n+48=4(6n^2+$ $+18n+12)=12(2n^2+6n+4)\ \vdots 12,$ тобто ділиться націло на 12.

Доведемо, що $(2n^2+6n+4)\vdots4.$

1) Якщо $n=1$, то $2+6+4=12,$ $12:4=3.$

2) Допустимо, що при $n=k$ вимога $(2k^2+6k+4)\vdots4$ виконується.

3) Доведемо, що ця вимога (бути кратним 4) виконується для $n=k+1$, тобто $2(k+1)^2+6(k+1)+4)\vdots4.$

$2k^2+4k+2+6k+6+4=(2k^2+6k+4)+(4k+8).$

Перший доданок кратний 4, другий $4k+8=4(k+2)\vdots4,$ бо множник $4:4=1$. Сума кратна числу, якщо кожен доданок кратний цьому числу. Отже, вираз $(5n+7)^2-(n-1)^2$ ділиться націло на число 48.

138. 1) $\frac{5}{8}$, йому обернене число $\frac{8}{5}$, бо $\frac{5}{8}\cdot\frac{8}{5}=1.$

2) 7, йому обернене число $\frac{1}{7}$, бо $7\cdot\frac{1}{7}=1.$

3) $-3\frac{5}{6}=\frac{-18-5}{6}=\frac{-23}{6}$, йому обернене число $-\frac{6}{23}$, бо $-\frac{23}{6}\cdot\left(-\frac{6}{23}\right)=1$.

4) $\frac{1}{14}$, йому обернене число 14, бо $\frac{1}{14}\cdot 14=1$.

5) $0,12=\frac{12}{100}=\frac{3}{25}$, йому обернене число $\frac{25}{3}$, бо $\frac{25}{3}\cdot\frac{3}{25}=1$.

139. 1) $\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{20}=\frac{5\cdot 3}{6\cdot 20}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}=\frac{1}{8}$; 2) $6\cdot\frac{7}{18}=\frac{6}{1}\cdot\frac{7}{18}=\frac{6\cdot 7}{1\cdot 18}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$;

3) $\frac{3}{8}\cdot\left(-2\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)=-1$.

140. 1) $\frac{5}{18}:\left(-\frac{25}{27}\right)=\frac{5\cdot 27}{18\cdot(-25)}=-\frac{1\cdot 3}{2\cdot 5}=-\frac{3}{10}=-0,3$;

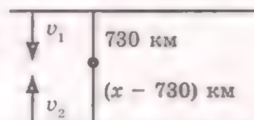
2) $8:\frac{4}{17}=8\cdot\frac{17}{4}=\frac{8\cdot 17}{4}=2\cdot 17=34$;

3) $-\frac{8}{15}:(-24)=-\frac{8}{15}\cdot\frac{1}{(-24)}=\frac{8\cdot 1}{15\cdot 24}=\frac{1\cdot 1}{15\cdot 3}=\frac{1}{45}$;

4) $1\frac{3}{5}:5\frac{1}{3}=\frac{8}{5}:\frac{16}{3}=\frac{8}{5}\cdot\frac{3}{16}=\frac{1\cdot 3}{5\cdot 2}=\frac{3}{10}=0,3$.

141. 1) $\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{1}{243}$; 2) $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$; 3) $\left(-2\frac{2}{3}\right)^2=\left(-\frac{8}{3}\right)^2=\frac{64}{9}=7\frac{1}{9}$;

4) $\left(-3\frac{1}{3}\right)^3=\left(-\frac{10}{3}\right)^3=-\frac{1000}{27}=-37\frac{1}{27}$.



142. Нехай ширина річки x км, перший паром пливе зі швидкістю v_1 км/год, а другий — v_2 км/год. До першої зустрічі перший паром пройшов 730 км за $\frac{730}{v_1}$ год, другий пройшов $(x-730)$ км за $\frac{x-730}{v_2}$ год. Але витрачений час першим паромом дорівнює витраченому часу другим паромом, маємо рівняння: $\frac{730}{v_1}=\frac{x-730}{v_2}$.

До другої зустрічі перший паром пройшов $(x-730+400)$ км $=(x-330)$ км за $\frac{x-330}{v_1}$ год, а другий — $(730+x-400)=(300+x)$ км за $\frac{330+x}{v_2}$ год. Маємо друге рівняння $\frac{x-330}{v_1}=\frac{330+x}{v_2}$.

Розв'яжемо систему: $\begin{cases}730v_2=(x-730)v_1,\\(x-330)v_2=(330+x)v_1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{730(v_1+v_2)}{v_1},\\x=\frac{330(v_1+v_2)}{v_2-v_1};\end{cases}$

отже, $\frac{730(v_1+v_2)}{v_1}=\frac{330(v_1+v_2)}{v_2-v_1}$; $73(v_2-v_1)=33v_1$;

$73v_2-73v_1=33v_1$; $73v_2=106v_1$; $v_1=\frac{73v_2}{106}$, тоді $v_2=\frac{v_1(x-730)}{730}$;

$v_2=\frac{73v_1(x-730)}{730\cdot 106}$; $730\cdot 106=73x-73\cdot 730$; $730\cdot 106=73(x-730)$;

$1060=x-730$; $x=1790$. Отже, ширина річки 1790 км. *Відповідь:* 1790 км.

Завдання № 1 «Перевірте себе в тестовій формі

1. Б. Цілі вирази: $\frac{m+n}{7}$.

2. В. Вираз $\frac{3a}{2a-10}$ не має змісту, якщо $2a-10=0$; $2a=10$; $a=5$.

3. А. Функція $y=\frac{x+2}{x^2-1}$ не визначена, якщо $x^2-1=0$, тобто $x=1$ або $x=-1$.

4. А. $\frac{21a^6}{14a^3}=\frac{3a^3}{2}$.

5. Г. $\frac{5b-15}{b^2-9}=\frac{5(b-3)}{(b-3)(b+3)}=\frac{5}{b+3}$.

6. А. $\frac{12c^2-4c}{3c-1}=\frac{4c(3c-1)}{3c-1}=4c$.

7. В. $\frac{5x}{x-2}-\frac{10}{x-2}=\frac{5x-10}{x-2}=\frac{5(x-2)}{x-2}=5$.

8. Г. $\frac{4-m}{m-3}+\frac{2m-5}{3-m}=\frac{4-m}{m-3}-\frac{2m-5}{m-3}=\frac{4-m-2m+5}{m-3}=\frac{9-3m}{m-3}=\frac{3(3-m)}{m-3}=-3$.

9. В. $\frac{3n^2}{n-6}-3n=\frac{3n^2-3n(n-6)}{n-6}=\frac{3n^2-3n^2+18n}{n-6}=\frac{18n}{n-6}$.

10. Г. $\frac{2m+1}{3m-2}-\frac{3m^2+m-2}{9m^2-12m+4}=\frac{2m+1}{3m-2}-\frac{3m^2+m-2}{(3m-2)^2}=\frac{(2m+1)(3m-2)-3m^2-m+2}{(3m-2)^2}=$

$=\frac{6m^2-4m+3m-2-3m^2-m+2}{(3m-2)^2}=\frac{3m^2-2m}{(3m-2)^2}=\frac{m(3m-2)}{(3m-2)^2}=\frac{m}{3m-2}$.

11. Б. $\frac{a-12}{a^2+4a}-\frac{a-4}{a}+\frac{a}{a+4}=\frac{a-12}{a(a+4)}-\frac{a-4}{a}+\frac{a}{a+4}=\frac{a-12-(a+4)(a-4)+a^2}{a(a+4)}=$

$=\frac{a-12-a^2-4a+4a+16+a^2}{a(a+4)}=\frac{a+4}{a(a+4)}=\frac{1}{a}$.

12. В. $y=\frac{x^2-4x+4}{x-2}$; $\frac{x^2-4x+4}{x-2}=\frac{(x-2)^2}{x-2}=x-2$, якщо $x\neq 2$.

Отже, $y=x-2$, $x\neq 2$.

143. $\frac{a^3}{c^8}\cdot\frac{c^4}{a^3}=\frac{1}{c^4}$, 3.

144. 1) $\frac{3a^2}{c}\cdot\frac{a^2}{c}=\frac{3a^4}{c}$; 2) $\frac{2a}{b}\cdot\frac{b}{8a}=\frac{2ab}{8ab}=\frac{1}{4}$; 3) $\frac{x}{yz}\cdot\frac{y^4}{5x}=\frac{x\cdot y^4}{yz\cdot 5x}=\frac{y^3}{5z}$;

4) $\frac{3m}{16n^2}\cdot 8n^6=\frac{3m\cdot 8n^6}{16n^2}=\frac{3mn^4}{2}$; 5) $14m^9\cdot\frac{n^2}{7m^3}=\frac{14m^9\cdot n^2}{7m^3}=2m^6n^2$;

6) $\frac{15a^4}{b^{12}}\cdot\frac{b^6}{10a^2}=\frac{15a^4\cdot b^6}{b^{12}\cdot 10a^2}=\frac{3a^2}{2b^6}$; 7) $\frac{48ab}{17c^2}\cdot\frac{51bc^5}{40a^4}=\frac{48ab\cdot 51bc^5}{17\cdot 40c^2a^4}=\frac{6\cdot 3b^2c^3}{1\cdot 5a^3}=\frac{18b^2c^3}{5a^3}$;

8) $\frac{21c^3}{18p^2}\cdot\frac{39p}{28c^2}=\frac{21c^3\cdot 39p}{18p^2\cdot 28c^2}=\frac{3c\cdot 13}{6\cdot p\cdot 4}=\frac{13c}{8p}$.

145. 1) $\frac{a^2}{b^6}\cdot\frac{b^2}{a^2}=\frac{a^2\cdot b^2}{b^6\cdot a^2}=\frac{1}{b^4}$; 2) $\frac{4m^2}{k^5}\cdot\frac{mk^5}{12}=\frac{4m^2\cdot mk^5}{k^5\cdot 12}=\frac{1\cdot m^3}{3}=\frac{m^3}{3}$;

3) $\frac{a}{2b}\cdot 2a=\frac{a^2}{b}$; 4) $15\cdot x^{12}\cdot\frac{y^2}{5x^4}=\frac{15\cdot x^{12}\cdot y^2}{5x^4}=3x^8y^2$;

5) $\frac{11x^8}{y^8}\cdot\frac{y^5}{33x^7}=\frac{11x^8\cdot y^5}{y^8\cdot 33x^7}=\frac{x}{3y^3}$; 6) $\frac{7k^8}{9mp}\cdot\frac{27m^3}{56k^6p^2}=\frac{7k^8\cdot 27m^3}{9mp\cdot 56k^6p^2}=\frac{3k^2m^2}{8p^3}$.

146. 1) $\frac{a-b}{3b}\cdot\frac{3}{a-b}=\frac{(a-b)\cdot 3}{3b(a-b)}=\frac{1}{b}$; 2) $\frac{2mn+n^2}{6m}\cdot\frac{2m}{n}=\frac{n(2m+n)\cdot 2m}{6m\cdot n}=\frac{2m+n}{3}$;

3) $\frac{7a+7b}{b^6}\cdot\frac{b^8}{a+b}=\frac{(7a+7b)\cdot b^8}{b^6\cdot(a+b)}=7b^2$; 4) $\frac{32a}{a^2-9}\cdot\frac{a-3}{8a}=\frac{32a(a-3)}{(a-3)(a+3)\cdot 8a}=\frac{4}{a+3}$;

5) $\frac{c-1}{c+6}\cdot\frac{c+6}{c^2-2c+1}=\frac{(c-1)(c+6)}{(c+6)(c-1)^2}=\frac{1}{c-1}$;

6) $\frac{m-2}{m^2-49}\cdot\frac{m+7}{m-2}=\frac{(m-2)(m+7)}{(m-7)(m+7)(m-2)}=\frac{1}{m-7}$;

7) $(a+4)\cdot\frac{a}{2a+8}=\frac{(a+4)\cdot a}{2(a+4)}=\frac{a}{2}$; 8) $\frac{x-9}{4x+8}\cdot\frac{x^2+2x}{x-9}=\frac{(x-9)\cdot x(x+2)}{4(x+2)(x-9)}=\frac{x}{4}$;

9) $\frac{4a^2-4a+1}{3a+3}\cdot\frac{a+1}{2a-1}=\frac{(2a-1)^2(a+1)}{3(a+1)(2a-1)}=\frac{2a-1}{3}$;

10) $\frac{a^2-25}{4a}\cdot\frac{4a^2}{a^2-5a}=\frac{(a-5)(a+5)\cdot 4a^2}{4a\cdot a(a-5)}=a+5$.

147. 1) $\frac{3a+b}{4c}\cdot\frac{c}{3a+b}=\frac{(3a+b)\cdot c}{4c(3a+b)}=\frac{1}{4}$; 2) $\frac{ab-b^2}{8}\cdot\frac{4a}{b^4}=\frac{b(a-b)\cdot 4a}{8\cdot b^4}=\frac{a(a-b)}{2b^3}$;

3) $\frac{5x-5y}{x^6}\cdot\frac{x^8}{x-y}=\frac{5(x-y)\cdot x^8}{x^6(x-y)}=5x^2$; 4) $\frac{18b}{b^2-16}\cdot\frac{b+4}{3b}=\frac{18b\cdot(b+4)}{(b-4)(b+4)\cdot 3b}=\frac{6}{b-4}$;

5) $\frac{6}{m^2-9n^2}\cdot(m-3n)=\frac{6\cdot(m-3n)}{(m-3n)(m+3n)}=\frac{6}{m+3n}$;

6) $\frac{3c-9}{9c^2+6c+1}\cdot\frac{3c+1}{c-3}=\frac{3(c-3)\cdot(3c+1)}{(3c+1)^2\cdot(c-3)}=\frac{3}{3c+1}$.

148. $\frac{3}{c^3}:\frac{12}{c^9}=\frac{3}{c^3}\cdot\frac{c^9}{12}=\frac{3\cdot c^9}{c^3\cdot 12}=\frac{c^6}{4}$, (2).

149. 1) $\frac{8m}{n}:\frac{4m}{n}=\frac{8m\cdot n}{4n\cdot m}=2$; 2) $\frac{3b}{8}:b=\frac{3b}{8}\cdot\frac{1}{b}=\frac{3b}{8b}=\frac{3}{8}$; 3) $\frac{7c^2}{d}:\frac{c}{d^3}=\frac{7c^2}{d}\cdot\frac{d^3}{c}=7cd^2$;

4) $\frac{6a}{5b}:\frac{3a^2}{20b^2}=\frac{6a}{5b}\cdot\frac{20b^2}{3a^2}=\frac{2\cdot 4b}{a}=\frac{8b}{a}$;

5) $-\frac{9a}{b^5}:\frac{18a^4}{b^3}=-\frac{9a}{b^5}\cdot\frac{b^3}{18a^4}=-\frac{1}{2\cdot b^2a^3}=-\frac{1}{2a^3b^2}$; 6) $a^2:\frac{a}{b^2c}=a^2\cdot\frac{b^2c}{a}=ab^2c$;

7) $24a^3:\frac{12a^2}{b}=24a^3\cdot\frac{b}{12a^2}=2ab$; 8) $\frac{36a}{c^3}:(4a^2c)=\frac{36a}{c^3}\cdot\frac{1}{4a^2c}=\frac{9}{ac^4}$.

150. 1) $\frac{7}{a^2}:\frac{28}{a^8}=\frac{7}{a^2}\cdot\frac{a^8}{28}=\frac{a^6}{4}$; 2) $\frac{b^9}{8}:\frac{b^3}{48}=\frac{b^9}{8}\cdot\frac{48}{b^3}=6b^6$; 3) $\frac{27}{m^6}:\frac{36}{m^7n^2}=\frac{27}{m^6}\cdot\frac{m^7n^2}{36}=\frac{3mn^2}{4}$;

4) $\frac{6x^{10}}{y^8}:(30x^5y^2)=\frac{6x^{10}}{y^8}\cdot\frac{1}{30x^5y^2}=\frac{1\cdot x^5}{5\cdot y^{10}}=\frac{x^5}{5y^{10}}$;

5) $49m^4:\frac{21m}{n^2}=\frac{49m^4}{1}\cdot\frac{n^2}{21m}=\frac{7m^3n^2}{3}$;

6) $\frac{16x^8y^8}{33z^5}:\left(-\frac{10x^2}{55z^6}\right)=\frac{16x^8y^8}{33z^5}\cdot\left(-\frac{55z^6}{10x^2}\right)=\frac{8\cdot x^6y^8\cdot(-5)z}{5\cdot 3}=-\frac{8x^6y^8z}{3}$.

151. 1) $\frac{a-b}{7a}:\frac{a-b}{7b}=\frac{a-b}{7a}\cdot\frac{7b}{a-b}=\frac{(a-b)\cdot 7b}{7a\cdot(a-b)}=\frac{b}{a}$;

2) $\frac{x^2-y^2}{x^2}:\frac{6x+6y}{x^5}=\frac{(x-y)(x+y)}{x^2}\cdot\frac{x^5}{6(x+y)}=\frac{(x-y)(x+y)\cdot x^5}{x^2\cdot 6(x+y)}=\frac{(x-y)x^3}{6}$;

3) $\frac{c-5}{c^2-4c}:\frac{c-5}{5c-20}=\frac{c-5}{c^2-4c}\cdot\frac{5(c-4)}{c-5}=\frac{(c-5)\cdot 5(c-4)}{c(c-4)(c-5)}=\frac{5}{c}$;

4) $\frac{x-y}{xy}:\frac{x^2-y^2}{3xy}=\frac{(x-y)\cdot 3xy}{xy(x-y)(x+y)}=\frac{3}{x+y}$;

5) $\frac{a^2-25}{a+7}:\frac{a-5}{a+7}=\frac{(a-5)(a+5)}{a+7}\cdot\frac{a+7}{a-5}=a+5$;

6) $\frac{a^2-4a+4}{a+2}:(a-2)=\frac{(a-2)^2}{a+2}\cdot\frac{1}{a-2}=\frac{a-2}{a+2}$;

7) $(p^2-16k^2):\frac{p+4k}{p}=(p-4k)(p+4k)\cdot\frac{p}{p+4k}=p(p-4k)$;

8) $\frac{a^2-ab}{a^2}:\frac{a^2-2ab+b^2}{ab}=\frac{a(a-b)}{a^2}\cdot\frac{ab}{(a-b)^2}=\frac{(a-b)ab}{a(a-b)^2}=\frac{b}{a-b}$.

152. 1) $\frac{5m-2n}{10k}:\frac{5m-2n}{10k^2}=\frac{5m-2n}{10k}\cdot\frac{10k^2}{5m-2n}=k$;

2) $\frac{p+3}{p^2-2p}:\frac{p+3}{4p-8}=\frac{p+3}{p(p-2)}\cdot\frac{4(p-2)}{p+3}=\frac{4}{p}$;

3) $\frac{a^2-b^2}{2ab}:\frac{a+b}{ab}=\frac{(a-b)(a+b)}{2ab}\cdot\frac{ab}{a+b}=\frac{a-b}{2}$;

4) $\frac{a^2-16}{a-3}:\frac{a+4}{a-3}=\frac{(a-4)(a+4)}{a-3}\cdot\frac{a-3}{a+4}=a-4$;

5) $\frac{y-9}{y-8}:\frac{y^2-81}{y^2-16y+64}=\frac{y-9}{y-8}\cdot\frac{(y-8)^2}{(y-9)(y+9)}=\frac{y-8}{y+9}$;

6) $(x^2-49y^2):\frac{x-7y}{x}=\frac{(x-7y)(x+7y)}{1}\cdot\frac{x}{x-7y}=x(x+7y)$.

153. 1) $\left(\frac{a}{b}\right)^9=\frac{a^9}{b^9}$; 2) $\left(\frac{m}{n^2}\right)^8=\frac{m^8}{n^{16}}$; 3) $\left(\frac{c}{2d}\right)^6=\frac{c^6}{64d^6}$; 4) $\left(\frac{5a^6}{b^5}\right)^2=\frac{25a^{12}}{b^{10}}$;

5) $\left(-\frac{3m^4}{2n^3}\right)^3=-\frac{27m^{12}}{8n^9}$; 6) $\left(-\frac{6a^6}{b^7}\right)^2=\frac{36a^{12}}{b^{14}}$.

154. 1) $\left(\frac{a^6}{b^3}\right)^{10}=\frac{a^{60}}{b^{30}}$; 2) $\left(-\frac{4m}{9n^3}\right)^2=\frac{16m^2}{81n^6}$; 3) $\left(-\frac{10c^7}{3d^5}\right)^3=-\frac{1000c^{21}}{27d^{15}}$;

4) $\left(\frac{2m^3n^2}{kp^8}\right)^6=\frac{64m^{18}n^{12}}{k^6p^{24}}$.

155. 1) $\frac{6a^4b^2}{35c^3}\cdot\frac{14b^2}{a^7c^5}\cdot\frac{5a^3c^8}{18b^4}=\frac{1\cdot 2\cdot 5a^7b^4c^5}{3\cdot 5a^7c^5b^4}=\frac{2}{3}$;

2) $\frac{33m^8}{34n^5}:\frac{88m^4}{51n^4}:\frac{21m^6}{16n^2}=\frac{33m^8}{34n^5}\cdot\frac{51n^4}{88m^4}\cdot\frac{16n^2}{21m^6}=\frac{3\cdot m^4\cdot 3\cdot 16n^2}{8\cdot 2\cdot n^4\cdot 21m^6}=\frac{3\cdot 1}{7m^2n^2}=\frac{3}{7m^2n^2}$;

3) $\frac{36x^6}{49y^5}:\frac{24x^9}{25y^4}\cdot\frac{7x^2}{30y}=\frac{36x^6}{49y^5}\cdot\frac{25y^4}{24x^9}\cdot\frac{7x^2}{30y}=\frac{6\cdot 25}{5xy^2\cdot 7}=\frac{6\cdot 5}{7xy^2}=\frac{30}{7xy^2}$;

4) $\left(\frac{m^5n}{3p^3}\right)^3:\frac{m^{10}n^5}{54p^8}=\frac{m^{15}n^3}{27p^9}\cdot\frac{54p^8}{m^{10}n^5}=\frac{6m^5}{m^2n^2p\cdot 3}=\frac{2m^5}{m^2n^2p}$;

5) $\left(\frac{2a^5}{y^6}\right)^4 : \left(\frac{4a^6}{y^8}\right)^3 = \frac{16a^{20}}{y^{24}} \cdot \frac{y^{24}}{64a^{18}} = \frac{2a^2}{8} = \frac{a^2}{4}$;

6) $\left(-\frac{27x^3}{16y^5}\right)^2 \cdot \left(\frac{8y^3}{9x^2}\right)^3 = \frac{{}^1\cancel{27} \cdot \cancel{27}^1 \cdot x^6 \cdot \cancel{8}^1 \cdot \cancel{8}^1 \cdot 8 \cdot y^9}{{}_2\cancel{16} \cdot \cancel{16}_2 y^{10} \cdot \cancel{9}_1 \cdot x^2 \cdot \cancel{9}_1 x^2 \cdot \cancel{9}_1 x^2} = \frac{2x^6}{yx^6} = \frac{2}{y}$.

156. 1) $\frac{3a^4b^3}{10c^5} \cdot \frac{4b^4c^2}{27a^7} : \frac{5b^7}{9a^3c^3} = \frac{3a^4b^3 \cdot 4b^4c^2}{10c^5 \cdot 27a^7} \cdot \frac{9a^3c^3}{5b^7} = \frac{1 \cdot 2b^7 \cdot 9a^3c^3}{9 \cdot 5a^3c^3 \cdot 5b^7} = \frac{2}{25}$;

2) $\frac{3a^2}{2b^2c^2} : \frac{7c^8}{6b^3} : \frac{9ab}{14c^{12}} = \frac{3a^2}{2b^2c^2} \cdot \frac{6b^3}{7c^8} \cdot \frac{14c^{12}}{9ab} = \frac{1 \cdot a \cdot 3b \cdot 2 \cdot c^4}{3 \cdot b \cdot c^2 \cdot 1} = 2ac^2$;

3) $\left(\frac{5a^3}{b^4}\right)^4 \cdot \frac{b^{18}}{50a^{16}} = \frac{5^4a^{12} \cdot b^{18}}{b^{16} \cdot 50a^{16}} = \frac{25 \cdot b^2}{2 \cdot a^4} = \frac{25b^2}{2a^4}$;

4) $\left(\frac{3x^7}{y^{10}}\right)^4 : \left(\frac{3x^6}{y^8}\right)^3 = \frac{3^4x^{12}}{y^{40}} \cdot \frac{y^{24}}{3^3x^{18}} = \frac{3 \cdot 1}{y^{16} \cdot x^6} = \frac{3}{x^6y^{16}}$.

157. 1) $\left(\frac{4a^2}{b^3}\right)^2 \cdot x = \frac{6a}{b^2}$; $\quad x = \frac{6a}{b^2} : \frac{16a^4}{b^6} = \frac{6a}{b^2} : \frac{b^6}{16a^4} = \frac{3b^4}{8a^3}$;

2) $\left(\frac{2b^4}{3c}\right)^3 \cdot x = \frac{b^6}{12}$; $\quad x = \frac{b^6}{12} : \frac{8b^{12}}{27c^3} = \frac{b^6}{12} \cdot \frac{27c^3}{8b^{12}} = \frac{9c^3}{32b^6}$.

158. 1) $\frac{4-a}{8a^3} \cdot \frac{12a^5}{a^2-16} = \frac{-(a-4) \cdot 12a^5}{8a^3(a-4)(a+4)} = -\frac{3a^2}{2(a+4)}$;

2) $\frac{4c-d}{c^2+cd} \cdot \frac{2c^2-2d^2}{4c^2-cd} = \frac{(4c-d) \cdot 2(c-d)(c+d)}{c(c+d)c(4c-d)} = \frac{2(c-d)}{c^2}$;

3) $\frac{b^2-6b+9}{b^2-3b+9} \cdot \frac{b^3+27}{5b-15} = \frac{(b-3)^2 \cdot (b+3)(b^2-3b+9)}{(b^2-3b+9) \cdot 5(b-3)} = \frac{(b-3)(b+3)}{5} = \frac{b^2-9}{5}$;

4) $\frac{a^3-16a}{3a^2b} \cdot \frac{12ab^2}{4a+16} = \frac{a(a-4)(a+4) \cdot 12ab^2}{3a^2b \cdot 4(a+4)} = (a-4)b$;

5) $\frac{a^3+b^3}{a^2-b^2} \cdot \frac{7a-7b}{a^2-ab+b^2} = \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2) \cdot 7(a-b)}{(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)} = 7$;

6) $\frac{x^2-9}{x+y} \cdot \frac{5x+5y}{x^2-3x} = \frac{(x-3)(x+3) \cdot 5(x+y)}{(x+y)x(x-3)} = \frac{5(x+3)}{x}$;

7) $\frac{m+2n}{2-3m} : \frac{m^2+4mn+4n^2}{3m^2-2m} = \frac{m+2n}{2-3m} \cdot \frac{m(3m-2)}{(m+2n)^2} = \frac{-m}{m+2n}$;

8) $\frac{a^3+8}{16-a^4} : \frac{a^2-2a+4}{a^2+4} = \frac{(a+2)(a^2-2a+4) \cdot (a^2+4)}{(4-a^2)(4+a^2) \cdot (a^2-2a+4)} = \frac{a+2}{4-a^2} =$

$= \frac{a+2}{(2-a)(2+a)} = \frac{1}{2-a}$;

9) $\frac{x^2-12x+36}{3x+21} \cdot \frac{x^2-49}{4x-24} = \frac{(x-6)^2(x-7)(x+7)}{3(x+7) \cdot 4(x-6)} = \frac{(x-6)(x-7)}{12}$;

10) $\frac{3a+15b}{a^2-81b^2} : \frac{4a+20b}{a^2-18ab+81b^2} = \frac{3(a+5b)}{(a-9b)(a+9b)} \cdot \frac{(a-9b)^2}{4(a+5b)} = \frac{3(a-9b)}{4(a+9b)}$.

159. 1) $\frac{7a^2}{a^2-25} \cdot \frac{5-a}{a} = \frac{7a^2 \cdot (5-a)}{(a-5)(a+5) \cdot a} = \frac{7a \cdot (-1)}{a+5} = -\frac{7a}{a+5}$;

2) $\frac{a^3+b^3}{a^3-b^3} \cdot \frac{b-a}{b+a} = \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2) \cdot (b-a)}{(a-b)(a^2+ab+b^2) \cdot (b+a)} = -\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}$;

3) $\frac{a^4-1}{a^3-a}\cdot\frac{a}{1+a^2}=\frac{(a^2+1)(a^2-1)\cdot a}{a(a^2-1)\cdot(1+a^2)}=1;$

4) $\frac{a^2-8ab}{12b}:\frac{8b^2-ab}{24a}=\frac{a(a-8b)}{12b}\cdot\frac{24a}{b(8b-a)}=\frac{2a^2\cdot(-1)}{b^2}=-\frac{2a^2}{b^2};$

5) $\frac{5m^2-5n^2}{m^2+n^2}:\frac{15n-15m}{4m^2+4n^2}=\frac{5(m-n)(m+n)}{m^2+n^2}\cdot\frac{4(m^2+n^2)}{15(n-m)}=-\frac{4(m+n)}{3};$

6) $\frac{mn^2-36m}{m^3-8}:\frac{2n+12}{6m-12}=\frac{m(n-6)(n+6)\cdot 6(m-2)}{(m-2)(m^2+2m+4)\cdot 2(n+6)}=\frac{6m(n-6)}{2(m^2+2m+4)}=$

$=\frac{3m(n-6)}{m^2+2m+4};$

7) $\frac{a^4-1}{a^2-a+1}:\frac{(a-1)}{a^3+1}=\frac{(a^2-1)(a^2+1)}{a^2-a+1}\cdot\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a-1}=$

$=\frac{(a-1)(a+1)(a^2+1)(a+1)}{a-1}=(a+1)^2(a^2+1);$

8) $\frac{4x^2-100}{6x}:(2x^2-20x+50)=\frac{4(x-5)(x+5)}{6x}\cdot\frac{1}{2(x-5)^2}=\frac{2\cdot(x+5)}{3\cdot 2(x-5)}=\frac{x+5}{3(x-5)}.$

160. 1) $\frac{a^2-81}{a^2-8a}:\frac{a-9}{a^2-64}=\frac{(a-9)(a+9)}{a(a-8)}\cdot\frac{(a-8)(a+8)}{(a-9)}=\frac{(a+9)(a+8)}{a}.$

Якщо $a=-4$, то $\frac{(-4+9)(-4+8)}{-4}=\frac{5\cdot 4}{-4}=-5.$

2) $\frac{x}{4x^2-4y^2}:\frac{1}{6x+6y}=\frac{x}{(2x-2y)(2x+2y)}\cdot\frac{6(x+y)}{1}=\frac{6x(x+y)}{2(x-y)\cdot 2(x+y)}=$

$=\frac{3x}{2(x-y)}$. Якщо $x=4{,}2$, $y=-2{,}8$, то $\frac{3\cdot 4{,}2}{2\cdot(4{,}2+2{,}8)}=\frac{3\cdot 4{,}2}{14}=\frac{3\cdot 0{,}3}{1}=0{,}9.$

3) $(3a^2-18a+27):\frac{3a-9}{4a}=\frac{3(a^2-6a+9)}{1}\cdot\frac{4a}{3(a-3)}=\frac{(a-3)^2\cdot 4a}{a-3}=4a(a-3).$

Якщо $a=0{,}5$, то $4\cdot 0{,}5\cdot(0{,}5-3)=2\cdot(-2{,}5)=-5.$

4) $\frac{a^6+a^5}{(3a-3)^2}:\frac{a^5+a^4}{9a^2-9a}=\frac{a^5(a+1)}{9(a-1)^2}\cdot\frac{9a(a-1)}{a^4(a+1)}=\frac{a^2}{a-1}.$

Якщо $a=0{,}8$, то $\frac{0{,}8\cdot 0{,}8}{0{,}8-1}=\frac{0{,}8\cdot 0{,}8}{-0{,}2}=-4\cdot 0{,}8=-3{,}2.$

161. 1) $\frac{1}{a^2-ab}:\frac{b}{b^2-a^2}=\frac{1}{a(a-b)}\cdot\frac{(b-a)(b+a)}{b}=-\frac{b+a}{ab}.$

Якщо $a=2\frac{1}{3}$, $b=-\frac{3}{7}$, то $-\frac{-\frac{3}{7}+2\frac{1}{3}}{2\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)}=-\frac{\frac{40}{21}}{\frac{7}{3}\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)}=\frac{40}{21}=1\frac{19}{21}.$

2) $\frac{a^2+4ab+4b^2}{a^2-9b^2}:\frac{3a+6b}{2a-6b}=\frac{(a+2b)^2}{(a-3b)(a+3b)}\cdot\frac{2(a-3b)}{3(a+2b)}=\frac{2(a+2b)}{3(a+3b)}.$

Якщо $a=4$, $b=-5$, то $\frac{2\cdot(4-10)}{3\cdot(4-15)}=\frac{-12}{-33}=\frac{4}{11}.$

162. Відомо, що $x-\frac{1}{x}=9$. Виконаємо тотожні перетворення:

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=81;\quad x^2-2+\frac{1}{x^2}=81;\quad x^2+\frac{1}{x^2}=81+2=83.$

(Можна інакше: $x^2+\frac{1}{x^2}=x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2-x+\frac{1}{x^2}+2=$
$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=81+2=83$).

163. Відомо, що $3x+\frac{1}{x}=-4$. Знайдемо значення виразу

$$9x^2+\frac{1}{x^2}=\underline{9x^2+2\cdot 3x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2\cdot 3x\cdot\frac{1}{x}=\left(3x+\frac{1}{x}\right)^2-6=(-4)^2-6=16-6=10.$$

164. Дано: $x^2+\frac{16}{x^2}=41$. Знайдемо значення виразу $x+\frac{4}{x}$.

Отже, $\underline{x^2+2\cdot x\cdot\frac{4}{x}+\frac{16}{x^2}}-2\cdot x\cdot\frac{4}{x}=41$; $\left(x+\frac{4}{x}\right)^2-8=41$; $\left(x+\frac{4}{x}\right)^2=49$,

тоді $x+\frac{4}{x}=7$ або $x+\frac{4}{x}=-7$.

165. Дано: $x^2+\frac{1}{x^2}=6$. Знайдемо значення виразу $x-\frac{1}{x}$.

Отже, $\underline{x^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}=6$; $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=6$; $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4$,

тоді $x-\frac{1}{x}=2$ або $x-\frac{1}{x}=-2$.

166. 1) $\frac{a^2-36}{a^2+ab-6a-6b}:\frac{a^2+ab+6a+6b}{a^2+2ab+b^2}=\frac{(a-6)(a+6)}{a(a+b)-6(a+b)}:\frac{a(a+b)+6(a+b)}{(a+b)^2}=$

$=\frac{(a-6)(a+6)}{(a+b)(a-6)}\cdot\frac{(a+b)^2}{(a+b)(a+6)}=\frac{a-6}{a-6}=1$;

2) $\frac{a^2+a-ab-b}{a^2+a+ab+b}:\frac{a^2-a-ab+b}{a^2-a+ab-b}=\frac{a(a+1)-b(a+1)}{a(a+1)+b(a+1)}:\frac{a(a-1)-b(a-1)}{a(a-1)+b(a-1)}=$

$=\frac{(a+1)(a-b)}{(a+1)(a+b)}\cdot\frac{(a-1)(a+b)}{(a-1)(a-b)}=1$.

167. 1) $\frac{25-5a+5b-ab}{25+5a-5b-ab}\cdot\frac{ab-5a-5b+25}{ab+5a+5b+25}=\frac{5(5-a)+b(5-a)}{5(5+a)-b(5+a)}\cdot\frac{a(b-5)-5(b-5)}{a(b+5)+5(b+5)}=$

$=\frac{(5-a)(5+b)}{(5+a)(5-b)}\cdot\frac{(b-5)(a-5)}{(b+5)(a+5)}=\frac{(a-5)^2}{(a+5)^2}$;

2) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab-4a+4b^2}:\frac{a^2-ab+4a-4b^2}{a^2-16}=\frac{(a-b)^2}{a(a-b)-4(a-b)}\cdot\frac{(a-4)(a+4)}{a(a-b)+4(a-b)}=$

$=\frac{(a-b)^2\cdot(a-4)(a+4)}{(a-b)(a-4)\cdot(a-b)(a+4)}=1$.

168. $\frac{8a^2}{a-3b}:\frac{6a^3}{a^2-9b^2}\cdot\frac{3a}{4a+12b}=1$; $\frac{8a^2}{a-3b}\cdot\frac{(a-3b)(a+3b)}{6a^3}\cdot\frac{3a}{4(a+3b)}=1$;
$1=1$. Тотожність доведено.

169. $\frac{a^2+a}{2a-12}\cdot\frac{6a+6}{2a+12}:\frac{9a^3+18a^2+9a}{a^2-36}=\frac{1}{6}$. $\frac{a(a+1)}{2(a-6)}\cdot\frac{6(a+1)}{2(a+6)}\cdot\frac{(a-6)(a+6)}{9a(a^2+2a+1)}=\frac{1}{6}$.

$\frac{(a+1)^2}{6(a+1)^2}=\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$. Тотожність доведено.

170. 1) $(2x+3)^2-2x(5+2x)=10$; $4x^2+12x+9-10x-4x^2=10$; $2x=1$; $x=0{,}5$;
2) $(x-2)(x-3)-(x-6)(x+1)=12$; $x^2-3x-2x+6-(x^2+x-6x-6)=12$;
$x^2-5x+6-x^2+6x+6=12$; $x=0$.

171. $\frac{2x+1}{3}-\frac{x+4}{2}=\frac{x+5}{6}$. Домножимо обидві частини рівняння на 6, отримаємо: $2(2x+1)-3(x+4)=x+5$; $4x+2-3x-12-x-5=0$; $0\cdot x=15$. Рівняння не має коренів.

172. Нехай перший мотоцикліст до зустрічі їхав t годин, тоді другий — $(t-0{,}5)$ год, бо 30 хв $=\frac{1}{2}$ год. За t годин перший мотоцикліст проїхав $60t$ км, а другий мотоцикліст — $75(t-0{,}5)$ км, разом вони проїхали 192 км. Маємо рівняння: $60t+75(t-0{,}5)=192$; $60t+75t-37{,}5=192$; $135t=229{,}5$; $t=1{,}7$. Другий мотоцикліст до зустрічі з першим мотоциклістом їхав $1{,}7-0{,}5=1{,}2$ год. *Відповідь:* 1,2 години.

173.

Тара	Спочатку	Стало	Наприкінці
I бідон	x л молока	$x-0{,}2x=0{,}8x$ л молока	Порівну
II бідон	$(80-x)$ л молока	$80-x+0{,}2x=(80-0{,}8x)$ л м.	

Складемо рівняння: $0{,}8x=80-0{,}8x$; $1{,}6x=80$; $x=50$. Отже, 50 л молока було спочатку у першому бідоні; $80-50=30$ (л) — у другому бідоні. *Відповідь:* 50 л; 30 л.

174. Нехай чоловіків було x, жінок — y, а дітей — z, маємо $x+y+z=12$. За умовою $2x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}z=12$ хлібин. Якщо 4 дитини, то це 1 хлібина; якщо 2 жінки, то це 1 хлібина, тоді чоловіків $(12-4-2)=6$, тобто $6\cdot 2=12$ хлібин, що неможливо, бо всього 12 хлібин. Тоді дітей було 6, тобто $1\frac{1}{2}$ хлібини, жінок — 1, тобто $\frac{1}{2}$ хлібини, разом 2 хлібини, залишилось 10 хлібин, тоді $10:2=5$ — чоловіків. Отже, чоловіків було 5, жінок — 1 і дітей — 6.

175. Ні, Василь не може завадити Петру, бо Петро заміну робить після Василя і завжди зможе замість зірочки записати таке число, яке у сумі з попередніми дає нуль, тому хоча б один корінь дане рівняння може мати. Наприклад: $x^4-3x^3+2x^2-7x+7=0$, корінь $x=1$, а сума $1-3+2-7+7=0$.

176. 1) $\left(\frac{a}{3}+\frac{a}{4}\right)\cdot\frac{6}{a^2}=\frac{4a+3a}{12}\cdot\frac{6}{a^2}=\frac{7a\cdot 6}{12\cdot a^2}=\frac{7}{2a}$;

2) $\frac{a^2b}{a-b}\cdot\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)=\frac{a^2b}{a-b}\cdot\frac{a-b}{ab}=\frac{a^2b}{ab}=a$;

3) $\left(1+\frac{a}{b}\right):\left(1-\frac{a}{b}\right)=\frac{b+a}{b}:\frac{b-a}{b}=\frac{b+a}{b}\cdot\frac{b}{b-a}=\frac{b+a}{b-a}$;

4) $\left(\frac{a^2}{b^2}-\frac{2a}{b}+1\right)\cdot\frac{b}{a-b}=\frac{a^2-2ab+b^2}{b^2}\cdot\frac{b}{a-b}=\frac{(a-b)^2}{b^2}\cdot\frac{b}{a-b}=\frac{a-b}{b}$;

5) $\frac{a^2-ab}{b^2-1}\cdot\frac{b+1}{a}-\frac{a}{b-1}=\frac{a(a-b)}{(b-1)(b+1)}\cdot\frac{b+1}{a}-\frac{a}{b-1}=\frac{a-b}{b-1}-\frac{a}{b-1}=$
$=\frac{a-b-a}{b-1}=\frac{-b}{b-1}=\frac{b}{1-b}$;

6) $\left(\frac{5}{m-n}-\frac{4}{m+n}\right):\frac{m+9n}{m+n}=\frac{5m+5n-4m+4n}{(m-n)(m+n)}\cdot\frac{m+n}{m+9n}=$

$$= \frac{(m+9n)\cdot 1}{(m-n)\cdot(m+9n)} = \frac{1}{m-n};$$

7) $\frac{x-2}{x+2}\cdot\left(x-\frac{x^2}{x-2}\right) = \frac{x-2}{x+2}\cdot\left(\frac{x^2-2x-x^2}{x-2}\right) = \frac{x-2}{x+2}\cdot\frac{-2x}{x-2} = \frac{-2x}{x+2};$

8) $\frac{x^2+x}{4} : \frac{x^3}{4} + \frac{x-1}{x} = \frac{x(x+1)}{4}\cdot\frac{4}{x^2} + \frac{x-1}{x} = \frac{x+1}{x} + \frac{x-1}{x} =$

$$= \frac{x+1+x-1}{x} = \frac{2x}{x} = 2;$$

9) $\frac{6c^2}{c^2-1} : \left(\frac{1}{c-1}+1\right) = \frac{6c^2}{(c-1)(c+1)} : \left(\frac{1+c-1}{c-1}\right) = \frac{6c^2}{(c-1)(c+1)}\cdot\frac{c-1}{c} = \frac{6c}{c+1};$

10) $\left(\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}\right)\cdot\frac{x^2+xy}{x^2+y^2} = \frac{x^2-xy+xy+y^2}{(x+y)(x-y)}\cdot\frac{x(x+y)}{x^2+y^2} =$

$$= \frac{x^2+y^2}{x-y}\cdot\frac{x}{x^2+y^2} = \frac{x}{x-y}.$$

177. 1) $\left(x+\frac{x}{y}\right) : \left(x-\frac{x}{y}\right) = \frac{xy+x}{y} : \frac{xy-x}{y} = \frac{x(y+1)}{y} : \frac{x(y-1)}{y} =$

$$= \frac{x(y+1)}{y}\cdot\frac{y}{x(y-1)} = \frac{y+1}{y-1};$$

2) $\left(\frac{a}{b}+\frac{a+b}{a-b}\right)\cdot\frac{ab^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2-ab+ab+b^2}{b(a-b)}\cdot\frac{ab^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2+b^2}{b(a-b)}\cdot\frac{ab^2}{a^2+b^2} = \frac{ab}{a-b};$

3) $\left(\frac{m}{m-1}-1\right) : \frac{m}{mn-n} = \frac{m-m+1}{m-1}\cdot\frac{n(m-1)}{m} = \frac{1\cdot n(m-1)}{(m-1)m} = \frac{n}{m};$

4) $\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)\cdot\frac{4ab}{a-b} = \frac{a^2-b^2}{ab}\cdot\frac{4ab}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)\cdot 4}{a-b} = 4(a+b);$

5) $\frac{a}{b} - \frac{a^2-b^2}{b^2} : \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} - \frac{(a-b)(a+b)}{b^2}\cdot\frac{b}{a+b} = \frac{a}{b} - \frac{a-b}{b} = \frac{a-a+b}{b} = \frac{b}{b} = 1;$

6) $\frac{7x}{x+2} - \frac{x-8}{3x+6}\cdot\frac{84}{x^2-8x} = \frac{7x}{x+2} - \frac{(x-8)\cdot 84}{3(x+2)\cdot x(x-8)} = \frac{7x^{\cdot x}}{x+2} - \frac{28^{\cdot 1}}{x(x+2)} =$

$$= \frac{7x^2-28}{x(x+2)} = \frac{7(x^2-4)}{x(x+2)} = \frac{7(x-2)(x+2)}{x(x+2)} = \frac{7x-14}{x};$$

7) $\left(a-\frac{9a-9}{a+3}\right) : \frac{a^2-3a}{a+3} = \frac{a^2+3a-9a+9}{a+3}\cdot\frac{a+3}{a(a-3)} = \frac{a^2-6a+9}{a(a-3)} = \frac{(a-3)^2}{a(a-3)} = \frac{a-3}{a};$

8) $\left(\frac{a}{a+2}-\frac{8}{a+8}\right)\cdot\frac{a^2+8a}{a-4} = \frac{a^2+8a-8a-16}{(a+2)(a+8)}\cdot\frac{a(a+8)}{a-4} = \frac{(a-4)(a+4)\cdot a}{(a+2)(a-4)} = \frac{a^2+4a}{a+2}.$

178. 1) $\frac{a+2}{a^2-2a+1} : \frac{a^2-4}{3a-3} - \frac{3}{a-2} = \frac{a+2}{(a-1)^2}\cdot\frac{3(a-1)}{(a-2)(a+2)} - \frac{3}{a-2} =$

$$= \frac{3}{(a-1)(a-2)} - \frac{3}{a-2} = \frac{3-3a+3}{(a-1)(a-2)} = \frac{6-3a}{(a-1)(a-2)} = \frac{-3(a-2)}{(a-1)(a-2)} = \frac{3}{1-a};$$

2) $\frac{b^2+3b}{b^3+9b}\cdot\left(\frac{b-3}{b+3}+\frac{b+3}{b-3}\right) = \frac{b(b+3)}{b(b^2+9)}\cdot\left(\frac{(b-3)^2+(b+3)^2}{(b-3)(b+3)}\right) =$

$$= \frac{b+3}{b^2+9}\cdot\frac{b^2-6b+9+b^2+6b+9}{(b-3)(b+3)} = \frac{2b^2+2\cdot 9}{(b-3)(b^2+9)} = \frac{2(b^2+9)}{(b^2+9)(b-3)} = \frac{2}{b-3};$$

3) $\left(\frac{3c+1}{3c-1}-\frac{3c-1}{3c+1}\right):\frac{2c}{6c+2}=\frac{(3c+1)^2-(3c-1)^2}{(3c-1)(3c+1)}:\frac{2c}{6c+2}=$

$=\frac{(3c+1-3c+1)(3c+1+3c-1)\cdot 1}{c(3c-1)}=\frac{2\cdot 6c}{c(3c-1)}=\frac{12}{3c-1};$

4) $\left(\frac{1}{a^2-4ab+4b^2}-\frac{1}{4b^2-a^2}\right):\frac{2a}{a^2-4b^2}=\left(\frac{1^{\backslash 2b+a}}{(a-2b)^2}-\frac{1^{\backslash 2b-a}}{(2b-a)(2b+a)}\right)\times$

$\times\frac{(a-2b)(a+2b)}{2a}=\frac{2b+a-2b+a}{(2b-a)^2(2b+a)}\cdot\frac{(a-2b)(a+2b)}{2a}=\frac{1}{a-2b};$

5) $\left(\frac{a-8}{a^2-10a+25}-\frac{a}{a^2-25}\right):\frac{a-20}{(a-5)^2}=\left(\frac{a-8^{\,a+5}}{(a-5)^2}-\frac{a^{\,a-5}}{(a-5)(a+5)}\right)\cdot\frac{(a-5)^2}{a-20}=$

$=\frac{a^2-8a+5a-40-a^2+5a}{(a-5)^2(a+5)}\cdot\frac{(a-5)^2}{a-20}=\frac{2a-40}{a+5}\cdot\frac{1}{a-20}=\frac{2(a-20)}{(a+5)(a-20)}=\frac{2}{a+5};$

6) $\left(\frac{2x+1}{x^2+6x+9}-\frac{x-2}{x^2+3x}\right):\frac{x^2+6}{x^3-9x}=\left(\frac{2x+1^{\,x}}{(x+3)^2}-\frac{x-2^{\,x+3}}{x(x+3)}\right)\cdot\frac{x(x^2-9)}{x^2+6}=$

$=\frac{2x^2+x-x^2-3x+2x+6}{x(x+3)^2}\cdot\frac{x(x-3)(x+3)}{x^2+6}=\frac{(x^2+6)\cdot(x-3)}{(x+3)(x^2+6)}=\frac{x-3}{x+3}.$

179. 1) $\frac{b+4}{b^2-6b+9}:\frac{b^2-16}{2b-6}-\frac{2}{b-4}=\frac{b+4}{(b-3)^2}\cdot\frac{2(b-3)}{(b-4)(b+4)}-\frac{2}{b-4}=$

$=\frac{2}{(b-3)(b-4)}-\frac{2}{b-4}=\frac{2-2b+6}{(b-3)(b-4)}=\frac{-2(b-4)}{(b-3)(b-4)}=\frac{2}{3-b};$

2) $\left(\frac{m-1}{m+1}-\frac{m+1}{m-1}\right):\frac{4m}{m^2-1}=\frac{(m-1)^2-(m+1)^2}{(m+1)(m-1)}\cdot\frac{(m-1)(m+1)}{4m}=$

$=\frac{(m-1-m-1)(m-1+m+1)}{4m}=\frac{-2\cdot 2m}{4m}=-1;$

4) $\left(\frac{2a-3}{a^2-4a+4}-\frac{a-1}{a^2-2a}\right):\frac{a^2-2}{a^3-4a}=\left(\frac{2a-3^{\,a}}{(a-2)^2}-\frac{a-1^{\,a-2}}{a(a-2)}\right)\cdot\frac{a(a^2-4)}{a^2-2}=$

$=\frac{2a^2-3a-a^2+2a+a-2}{(a-2)^2\cdot a}\cdot\frac{a(a-2)(a+2)}{a^2-2}=\frac{a^2-2}{(a-2)}\cdot\frac{a+2}{a^2-2}=\frac{a+2}{a-2}.$

180. 1) $\left(\frac{15}{x-7}-x-7\right)\cdot\frac{7-x}{x^2-16x+64}=\frac{15-x^2+7x-7x+49}{x-7}\cdot\frac{-(x-7)}{(x-8)^2}=$

$=\frac{(64-x^2)}{(x-8)^2}\cdot(-1)=\cdot\frac{(8-x)(8+x)\cdot(-1)}{(x-8)(x-8)}=\frac{8+x}{x-8};$

2) $\left(a-\frac{5a-16}{a-3}\right):\left(2a-\frac{2a}{a-3}\right)=\frac{a^2-3a-5a+16}{a-3}:\left(\frac{2a^2-6a-2a}{a-3}\right)=$

$=\frac{a^2-8a+16}{a-3}\cdot\frac{a-3}{2a^2-8a}=\frac{(a-4)^2}{2a(a-4)}=\frac{a-4}{2a};$

3) $\left(\frac{1}{a}+\frac{5}{b}+\frac{a}{b^2}\right)\cdot\frac{ab}{a^2-b^2}+\frac{2}{b-a}=\frac{b^2+2ab+a^2}{ab^2}\cdot\frac{ab}{(a-b)(a+b)}+\frac{2}{b-a}=$

$=\frac{(a+b)^2}{b(a-b)(a+b)}+\frac{2}{b-a}=\frac{a+b}{b(a-b)}-\frac{2^{\backslash b}}{a-b}=\frac{a+b-2b}{b(a-b)}=\frac{a-b}{b(a-b)}=\frac{1}{b};$

4) $\left(\frac{a}{a-1}-\frac{a}{a+1}-\frac{a^2+1}{1-a^2}\right):\frac{a^2+a}{(a-1)^2}=\left(\frac{a^2+a-a^2+a}{(a-1)(a+1)}-\frac{a^2+1}{1-a^2}\right)\cdot\frac{(a-1)^2}{a(a+1)}=$

$$=\left(\frac{2a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a^2+1}{(a-1)(1+a)}\right)\cdot\frac{(a-1)^2}{a(a+1)}=\frac{a^2+2a+1}{(a-1)(a+1)}\cdot\frac{(a-1)^2}{a(a+1)}=$$

$$=\frac{(a+1)^2\cdot(a-1)}{(a+1)\cdot a(a+1)}=\frac{a-1}{a};$$

5) $$\left(\frac{x+2y^{\,x+2y}}{x-2y}-\frac{x-2y^{\,x-2y}}{x+2y}-\frac{16y^2}{x^2-4y^2}\right):\frac{4y}{x+2y}=$$

$$=\frac{x^2+4xy+4y^2-x^2+4xy-4y^2-16y^2}{x^2-4y^2}\cdot\frac{x+2y}{4y}=$$

$$=\frac{8xy-16y^2}{x^2-4y^2}\cdot\frac{x+2y}{4y}=\frac{8y(x-2y)(x+2y)}{(x-2y)(x+2y)\cdot 4y}=2;$$

6) $$\left(\frac{3a-8}{a^2-2a+4}+\frac{1}{a+2}-\frac{4a-28}{a^3+8}\right)\cdot\frac{a^2-4}{4}=$$

$$=\left(\frac{3a-8^{\backslash a+2}}{a^2-2a+4}+\frac{1^{\backslash a^2-2a+4}}{a+2}-\frac{4a-28}{(a+2)(a^2-2a+4)}\right)\cdot\frac{(a-2)(a+2)}{4}=$$

$$=\left(\frac{3a-8^{\backslash a+2}}{a^2-2a+4}+\frac{1^{\backslash a^2-2a+4}}{a+2}-\frac{4a-28}{(a+2)(a^2-2a+4)}\right)\cdot\frac{(a-2)(a+2)}{4}=$$

$$=\left(\frac{3a^2+6a-8a-16+a^2-2a+4}{(a+2)(a^2-2a+4)}-\frac{4a-28}{(a+2)(a^2-2a+4)}\right)\cdot\frac{(a-2)(a+2)}{4}=$$

$$=\frac{4a^2-4a-12-4a+28}{(a+2)(a^2-2a+4)}\cdot\frac{(a-2)(a+2)}{4}=\frac{(4a^2-8a+16)(a-2)}{(a^2-2a+4)\cdot 4}=$$

$$=\frac{(a^2-2a+4)(a-2)}{(a^2-2a+4)}=a-2.$$

181. 1) $$\frac{x^2+14x+49}{x+6}:\left(\frac{13}{x+6}-x+6\right)=\frac{(x+7)^2}{x+6}:\frac{13-x^2-6x+6x+36}{x+6}=$$

$$=\frac{(x+7)^2}{x+6}\cdot\frac{(x+6)}{49-x^2}=\frac{(x+7)(x+7)}{(7-x)(7+x)}=\frac{x+7}{7-x};$$

2) $$\left(c-\frac{2c-9}{c+8}\right):\frac{c^2+3c}{c^2-64}+\frac{24}{c}=\left(\frac{c^2+8c-2c+9}{c+8}\right)\cdot\frac{(c-8)(c+8)}{c(c+3)}=$$

$$=\frac{(c^2+6c+9)(c-8)}{c(c+3)}=\frac{(c+3)^2(c-8)}{c(c+3)}=\frac{(c+3)(c-8)}{c};$$

3) $$\left(\frac{36}{x^2-9}-\frac{x-3^{\,x-3}}{x+3}-\frac{3+x^{\,x+3}}{3-x}\right):\frac{6}{3-x}=$$

$$=\left(\frac{36}{(x-3)(x+3)}-\frac{(x-3)^2}{(x-3)(x+3)}+\frac{(3+x)^2}{(x-3)(x+3)}\right)\cdot\frac{3-x}{6}=$$

$$=\frac{36-x^2+6x-9+9+6x+x^2}{(x-3)(x+3)}\cdot\frac{(x-3)\cdot(-1)}{6}=\frac{(36+12x)\cdot(-1)}{6(x+3)}=\frac{-12(x+3)}{6(x+3)}=-2;$$

4) $$\left(\frac{2y-1}{y^2+2y+4}+\frac{\overset{1}{9y+6}}{y^3-8}+\frac{1}{y-2}\right)^2\cdot\frac{y^2-4}{18}=\frac{y+2}{6};$$

1. $$\frac{2y-1^{\,y-2}}{y^2+2y+4}+\frac{9y+6^{\,1}}{y^3-8}+\frac{1^{\,y^2+2y+1}}{y-2}=\frac{2y^2-4y-y+2+9y+6+y^2+2y+4}{(y-2)(y^2+2y+4)}=$$

$$=\frac{3y^2+6y+12}{(y-2)(y^2+2y+4)}=\frac{3(y^2+2y+4)}{(y-2)(y^2+2y+4)}=\frac{3}{y-2};$$

2. $\frac{3}{y-2}\cdot\frac{y^2-4}{18}=\frac{1\cdot(y+2)}{6}=\frac{y+2}{6}.$

182. 1) $\left(\frac{ab}{a^2-b^2}\overset{1}{+}\frac{b}{2b-2a}\right)\overset{2}{:}\frac{2b}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{4};$

1. $\frac{ab}{(a-b)(a+b)}+\frac{b}{2(b-a)}=\frac{ab^{\backslash 2}}{(a-b)(a+b)}-\frac{b^{\backslash a+b}}{2(a-b)}=\frac{2ab-ab-b^2}{2(a-b)(a+b)}=$

$$=\frac{ab-b^2}{2(a-b)(a+b)}=\frac{b(a-b)}{2(a-b)(a+b)}=\frac{b}{2(a+b)};$$

2. $\frac{b}{2(a+b)}:\frac{2b}{a^2-b^2}=\frac{b}{2(a+b)}\cdot\frac{(a-b)(a+b)}{2b}=\frac{a-b}{4}$. Отже, $\frac{a-b}{4}=\frac{a-b}{4}$.

Тотожність доведено.

2) $\left(\frac{8a}{4-a^2}\overset{1}{-}\frac{a-2}{a+2}\right)\overset{2}{:}\frac{a+2}{a}\overset{3}{+}\frac{2}{a-2}=-1;$

1. $\frac{8a^{\backslash 1}}{(2-a)(2+a)}-\frac{a-2^{\backslash 2-a}}{a+2}=\frac{8a-2a+a^2+4-2a}{(2-a)(2+a)}=\frac{a^2+4a+4}{(2-a)(2+a)}=$

$$=\frac{(a+2)^2}{(2-a)(2+a)}=\frac{a+2}{2-a};$$

2. $\frac{a+2}{2-a}:\frac{a+2}{a}=\frac{a+2}{2-a}\cdot\frac{a}{a+2}=\frac{a}{2-a}$; 3. $\frac{a}{2-a}+\frac{2}{a-2}=\frac{a}{2-a}-\frac{2}{2-a}=\frac{a-2}{2-a}=-1.$

Отже, $-1=-1$. Тотожність доведено.

3) $\left(\frac{3}{36-c^2}\overset{1}{+}\frac{1}{c^2-12c+36}\right)\overset{2}{\cdot}\frac{(c-6)^2}{2}\overset{3}{+}\frac{3c}{c+6}=2;$

1. $\frac{3}{(6-c)(6+c)}+\frac{1}{(c-6)^2}=\frac{3^{\backslash 6-c}}{(6-c)(6+c)}+\frac{1^{\backslash 6+c}}{(6-c)^2}=\frac{18-3c+6+c}{(6-c)^2(6+c)}=$

$=\frac{24-2c}{(6-c)^2(6+c)}=\frac{2(12-c)}{(6-c)^2(6+c)}$; 2. $\frac{2(12-c)}{(6-c)^2(6+c)}\cdot\frac{(c-6)^2}{2}=\frac{12-c}{6+c};$

3. $\frac{12-c}{6+c}+\frac{3c}{6+c}=\frac{12-c+3c}{6+c}=\frac{12+2c}{6+c}=\frac{2(6+c)}{6+c}=2.$

Отже, $2=2$. Тотожність доведено.

183. 1) $\left(\frac{b}{a^2-ab}-\frac{\overset{1}{2}}{a-b}-\frac{a}{b^2-ab}\right)\overset{2}{:}\frac{a^2-b^2}{4ab}=\frac{4}{a+b};$

1. $\frac{b^{\backslash b}}{a(a-b)}-\frac{2^{\backslash ab}}{a-b}+\frac{a^{\backslash a}}{b(a-b)}=\frac{b^2-2ab+a^2}{ab(a-b)}=\frac{(b-a)^2}{ab(a-b)}=\frac{(a-b)(a-b)}{ab(a-b)}=\frac{a-b}{ab};$

2. $\frac{a-b}{ab}:\frac{a^2-b^2}{4ab}=\frac{a-b}{ab}\cdot\frac{4ab}{(a-b)(a+b)}=\frac{4}{a+b}$. Отже, $\frac{4}{a+b}=\frac{4}{a+b}$.

Тотожність доведено.

2) $\frac{(a-b)^2}{a}\overset{2}{\cdot}\left(\frac{a}{(a-b)^2}\overset{1}{+}\frac{a}{b^2-a^2}\right)\overset{3}{+}\frac{3a+b}{a+b}=3;$

1. $\frac{a^{\backslash b+a}}{(a-b)^2}+\frac{a^{\backslash b-a}}{(b-a)(b+a)}=\frac{ab+a^2+ab-a^2}{(b-a)^2(b+a)}=\frac{2ab}{(b-a)^2(b+a)};$

2. $\frac{(a-b)^2}{a}\cdot\frac{2ab}{(b-a)^2(b+a)}=\frac{2b}{b+a};$

3. $\frac{2b}{b+a}+\frac{3a+b}{a+b}=\frac{2b+3a+b}{a+b}=\frac{3a+3b}{a+b}=\frac{3(a+b)}{a+b}=3$. Отже, 3 = 3. Доведено.

184. 1) $\left(\frac{a+3}{a^2-1}-\frac{1}{a^2+a}\right):\frac{a+3}{a^2-a}=\left(\frac{a+3^{\,a}}{(a-1)(a+1)}-\frac{1^{\,a-1}}{a(a+1)}\right)\cdot\frac{a(a-1)}{3(a+1)}=$

$=\frac{a^2+3a-a+1}{a(a+1)(a-1)}\cdot\frac{a(a-1)}{3(a+1)}=\frac{a^2+2a+1}{a(a+1)}\cdot\frac{a}{a+1}=\frac{(a+1)^2}{(a+1)^2}=1.$

Значення даного виразу не залежить від значення змінної.

2) $\left(\frac{a}{a^2-49}-\frac{1}{a+7}\right):\frac{7a}{a^2+14a+49}-\frac{2}{a-7}=\left(\frac{a^{\,1}}{(a-7)(a+7)}-\frac{1^{\,a-7}}{a+7}\right):\frac{7a}{(a+7)^2}-\frac{2}{a-7}=$

$=\frac{a-a+7}{(a-7)(a+7)}\cdot\frac{(a+7)^2}{7a}-\frac{2}{a-7}=\frac{7(a+7)}{(a-7)\cdot 7a}-\frac{2^{\,7a}}{a-7}=\frac{7a+49-14a}{7a(a-7)}=\frac{49-7a}{7a(a-7)}=$

$=\frac{7(7-a)}{7a(a-7)}=-\frac{1}{a}$. Значення даного виразу залежить від значення змінної.

185. 1) $\frac{3x^2-27}{4x^2+2}\cdot\left(\frac{6x+1}{x-3}+\frac{6x-1}{x+3}\right)=\frac{3(x^2-9)}{2(2x^2+1)}\cdot\left(\frac{(6x+1)(x+3)+(6x-1)(x-3)}{(x-3)(x+3)}\right)=$

$=\frac{3(x^2-9)}{2(2x^2+1)}\cdot\left(\frac{6x^2+18x+x+3+6x^2-18x-x+3}{x^2-9}\right)=\frac{3(12x^2+6)}{2(2x^2+1)}=$

$=\frac{3\cdot 6(2x^2+1)}{2(2x^2+1)}=9$. Отже, значення виразу не залежить від значення змінної.

2) $\frac{3}{2a-3}-\frac{8a^3-18a}{4a^2+9}\cdot\left(\frac{2a}{4a^2-12a+9}-\frac{3}{4a^2-9}\right)=\frac{3}{2a-3}-\frac{2a(4a^2-9)}{4a^2+9}\times$

$\times\left(\frac{2a^{\,\backslash 2a+3}}{(2a-3)^2}-\frac{3^{\,\backslash 2a-3}}{(2a-3)(2a+3)}\right)=\frac{3}{2a-3}-\frac{2a(4a^2-9)}{4a^2+9}\cdot\frac{4a^2+6a-6a+9}{(2a-3)^2(2a+3)}=$

$=\frac{3}{2a-3}-\frac{2a(4a^2-9)}{4a^2+9}\cdot\frac{4a^2+9}{(4a^2-9)(2a-3)}=\frac{3}{2a-3}-\frac{2a}{2a-3}=\frac{3-2a}{2a-3}=-1.$

Отже, значення виразу не залежить від значення змінної

186. 1) $\frac{a-\frac{a^2}{a+1}}{a-\frac{a}{a+1}}=\frac{\left(a(a+1)-a^2\right)(a+1)}{(a+1)(a^2+a-a)}=\frac{a^2+a-a^2}{a^2+a-a}=\frac{a}{a^2}=\frac{1}{a};$

2) $\frac{a-\frac{6a-9}{a}}{1-\frac{3}{a}}=\frac{\frac{a^2-6a+9}{a}}{\frac{a-3}{a}}=\frac{(a-3)^2\cdot a}{a\cdot(a-3)}=a-3;$

3) $\frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{a}}}=\frac{1}{1-\frac{1\cdot a}{a+1}}=\frac{1}{\frac{a+1-a}{a+1}}=\frac{a+1}{1}=a+1;$

4) $\frac{\frac{2a-b}{b}+1}{\frac{2a+b}{b}-1}+\frac{3-\frac{b}{a}}{\frac{3a}{b}-1}=\frac{\frac{2a-b+b}{b}}{\frac{2a+b-b}{b}}+\frac{\frac{3a-b}{a}}{\frac{3a-b}{b}}=\frac{2a\cdot b}{b\cdot 2a}+\frac{(3a-b)\cdot b}{a\cdot(3a-b)}=1+\frac{b}{a}=\frac{a+b}{a}.$

187. 1) $\frac{\frac{a-b}{a+b}+\frac{b}{a}}{\frac{a}{a+b}-\frac{a-b}{a}}=\frac{\frac{a^2-ab+ab+b^2}{a(a+b)}}{\frac{a^2-a^2+b^2}{a(a+b)}}=\frac{(a^2+b^2)\cdot a(a+b)}{a(a+b)\cdot b^2}=\frac{a^2+b^2}{b^2};$

2) $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{a+1}}}=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{a+1-1}{a+1}}}=\dfrac{1}{1-\dfrac{a+1}{a}}=\dfrac{1}{\dfrac{a-a-1}{a}}=\dfrac{a}{-1}=-a.$

188. 1) $\left(\dfrac{a^2}{b^3-ab^2}+\dfrac{a-b}{b^2}-\dfrac{1}{b}\right):\left(\dfrac{a+b}{b-a}-\dfrac{b-a}{a+b}+\dfrac{6a^2}{a^2-b^2}\right)=-\dfrac{a+b}{2ab};$

1. $\dfrac{(a^2)}{b^3-ab^2}+\dfrac{a-b}{b^2}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{a^2+ab-a^2-b^2+ab-b^2+ab}{b^2(b-a)}=\dfrac{-2b^2+3ab}{b^2(b-a)}=$

$=\dfrac{b(3a-2b)}{b^2(b-a)}=\dfrac{3a-2b}{b(b-a)};$

2. $\dfrac{a+b}{b-a}-\dfrac{b-a}{a+b}+\dfrac{(6a^2)}{a^2-b^2}=\dfrac{-a^2-ab-ab-b^2-ab+b^2+a^2-ab+6a^2}{(a-b)(a+b)}=$

$=\dfrac{6a^2-4ab}{(a-b)(a+b)}=\dfrac{2a(3a-2b)}{(a-b)(a+b)};$

3. $\dfrac{3a-2b}{b(b-a)}:\dfrac{2a(3a-2b)}{(a-b)(a+b)}=\dfrac{3a-2b}{b(b-a)}\cdot\dfrac{(a-b)(a+b)}{2a(3a-2b)}=-\dfrac{a+b}{2ab}.$

2) $\left(\dfrac{a+2}{4a^3-4a^2+a}-\dfrac{2-a}{1-8a^3}\cdot\dfrac{4a^2+2a+1}{2a^2+a}\right):\left(\dfrac{1}{1-2a}\right)^2-\dfrac{8a-1}{2a^2+a}=\dfrac{1}{a};$

1. $\dfrac{2-a}{1-8a^3}\cdot\dfrac{4a^2+2a+1}{2a^2+a}=\dfrac{a-2}{8a^3-1}\cdot\dfrac{4a^2+2a+1}{a(2a+1)}=\dfrac{(a-2)(4a^2+2a+1)}{(2a-1)(4a^2+2a+1)\cdot a(2a+1)}=$

$=\dfrac{a-2}{a(4a^2-1)};$

2. $\dfrac{a+2}{4a^3-4a^2+a}-\dfrac{a-2}{a(4a^2-1)}=\dfrac{a+2}{a(4a^2-4a+1)}-\dfrac{a-2}{a(2a-1)(2a+1)}=\dfrac{a+2}{a(2a-1)^2}-$

$-\dfrac{a-2}{a(2a-1)(2a+1)}=\dfrac{2a^2+a+4a+2-2a^2+a+4a-2}{a(2a-1)^2(2a+1)}=\dfrac{10a}{a(2a-1)^2(2a+1)}=$

$=\dfrac{10}{(2a-1)^2(2a+1)};$

3. $\dfrac{10}{(2a-1)^2(2a+1)}:\dfrac{1}{(1-2a)^2}=\dfrac{10\cdot(1-2a)^2}{(1-2a)^2(2a+1)}=\dfrac{10}{2a+1};$

4. $\dfrac{10}{2a+1}-\dfrac{8a-1}{a(2a+1)}=\dfrac{10a-8a+1}{a(2a+1)}=\dfrac{2a+1}{a(2a+1)}=\dfrac{1}{a}.$

189. $\left(\dfrac{18y^2+3y}{27y^3-1}-\dfrac{3y+1}{9y^2+3y+1}\right):\left(1-\dfrac{3y-1}{y}-\dfrac{5-6y}{3y-1}\right)=-y;$

1. $\dfrac{18y^2+3y}{(3y-1)(9y^2+3y+1)}-\dfrac{3y+1}{9y^2+3y+1}=\dfrac{18y^2+3y-(9y^2-1)}{(3y-1)(9y^2+3y+1)}=\dfrac{18y^2+3y-9y^2+1}{(3y-1)(9y^2+3y+1)}=$

$=\dfrac{9y^2+3y+1}{(3y-1)(9y^2+3y+1)}=\dfrac{1}{3y-1};$

2. $1-\dfrac{3y-1}{y}-\dfrac{5-6y}{3y-1}=\dfrac{y(3y-1)-(3y-1)(3y-1)-(5-6y)y}{y(3y-1)}=$

$=\dfrac{3y^2-y-9y^2+3y+3y-1-5y+6y^2}{y(3y-1)}=\dfrac{-1}{y(3y-1)};$

3. $\dfrac{1}{3y-1}:\left(-\dfrac{1}{y(3y-1)}\right)=\dfrac{1}{3y-1}\cdot\dfrac{y(3y-1)}{-1}=-y.$

190. $\frac{16}{(a-2)^4}:\left(\frac{1}{(a-2)^2}-\frac{2}{a^2-4}+\frac{1}{(a+2)^2}\right)-\frac{8a}{(a-2)^2}=1.$

1. $\frac{1^{\backslash(a+2)^2}}{(a-2)^2}-\frac{2^{\backslash a^2-4}}{a^2-4}+\frac{1^{\backslash(a-2)^2}}{(a+2)^2}=\frac{a^2+4a+4-2a^2+8+a^2-4a+4}{(a-2)^2(a+2)^2}=\frac{16}{(a^2-4)^2};$

2. $\frac{16}{(a-2)^4}:\frac{16}{(a^2-4)^2}=\frac{16}{(a-2)^4}\cdot\frac{(a-2)^2(a+2)^2}{16}=\frac{(a+2)^2}{(a-2)^2};$

3. $\frac{(a+2)^2}{(a-2)^2}-\frac{8a}{(a-2)^2}=\frac{a^2+4a+4-8a}{(a-2)^2}=\frac{a^2-4a+4}{(a-2)^2}=\frac{(a-2)^2}{(a-2)^2}=1.$

Отже, $1=1$. Тотожність доведено.

2) $\frac{a+11}{a+9}-\left(\frac{a+5}{a^2-81}+\frac{a+7}{a^2-18a+81}\right):\left(\frac{a+3}{a-9}\right)^2=1.$

1. $\frac{a+5^{\backslash a-9}}{(a-9)(a+9)}+\frac{a+7^{\backslash a+9}}{(a-9)^2}=\frac{a^2+5a-9a-45+a^2+9a+7a+63}{(a-9)^2(a+9)}=$

$=\frac{2a^2+12a+18}{(a-9)^2(a+9)}=\frac{2(a^2+6a+9)}{(a-9)^2(a+9)}=\frac{2(a+3)^2}{(a-9)^2(a+9)};$

2. $\frac{2(a+3)^2}{(a-9)^2(a+9)}:\left(\frac{a+3}{a-9}\right)^2=\frac{2(a+3)^2}{(a-9)^2(a+9)}\cdot\frac{(a-9)^2}{(a+3)^2}=\frac{2}{a+9};$

3. $\frac{a+11}{a+9}-\frac{2}{a+9}=\frac{a+11-2}{a+9}=\frac{a+9}{a+9}=1;$ $1=1$, тотожність доведено.

191. $\frac{b^2+9}{3b^2-b^3}+\left(\frac{b+3}{b-3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{b-3}+\frac{6}{9-b^2}-\frac{3}{b^2+3b}\right)=\frac{3}{b^2}.$

1. $\frac{1^{\backslash b(b+3)}}{b-3}+\frac{6^{\backslash -b}}{9-b^2}-\frac{3^{\backslash b-3}}{b^2+3b}=\frac{b^2+3b-6b-3b+9}{(b-3)(b+3)b}=\frac{b^2-6b+9}{b(b-3)(b+3)}=$

$=\frac{(b-3)^2}{b(b-3)(b+3)}=\frac{b-3}{b(b+3)};$ 2. $\frac{(b+3)^2}{(b-3)^2}\cdot\frac{b-3}{b(b+3)}=\frac{b+3}{b(b-3)};$

3. $\frac{b^2+9^{\backslash -1}}{b^2(3-b)}+\frac{b+3^{\backslash b}}{b(b-3)}=\frac{-b^2-9+b^2+3b}{b^2(b-3)}=\frac{-9+3b}{b^2(b-3)}=\frac{3(-3+b)}{b^2(b-3)}=\frac{3}{b^2}.$

Вираз $\frac{3}{b^2}$ набуває при всіх допустимих значеннях змінної додатних значень, тому даний вираз теж набуває додатних значень при всіх допустимих значеннях змінної.

192. 1) За умовою $x=\frac{ab}{a+b}$, тоді $\frac{x-a}{x-b}=\frac{\frac{ab}{a+b}-a}{\frac{ab}{a+b}-b}=\frac{\frac{ab-a^2-ab}{a+b}}{\frac{ab-ab-b^2}{a+b}}=\frac{-a^2(a+b)}{(a+b)\cdot(-b^2)}=\frac{a^2}{b^2}.$

2) За умовою $x=\frac{a-b}{a+b}$, тоді

$\frac{a-bx}{b+ax}=\frac{a-b\cdot\frac{a-b}{a+b}}{b+a\cdot\frac{a-b}{a+b}}=\frac{\frac{a(a+b)-b(a-b)}{a+b}}{\frac{b(a+b)+a(a-b)}{a+b}}=\frac{(a^2+ab-ab+b^2)(a+b)}{(a+b)(ab+b^2+a^2-ab)}=\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1.$

193. 1) $(3x-1)(4x+5)-(2x+3)(6x+1)=4;$ $12x^2+15x-4x-5-(12x^2+2x+18x+3)=4;$

$12x^2+11x-5-12x^2-20x-3=4;$ $-9x=12;$ $x=-\frac{12}{9};$ $x=-\frac{4}{3};$ $x=-1\frac{1}{3};$

2) $8x(2x+7)-(4x+3)^2=15$; $16x^2+56x-16x^2-24x-9=15$;

$32x=15+9$; $32x=24$; $x=\frac{24}{32}$; $x=\frac{3}{4}$.

194. $2^{14}-2^{12}-2^{10}=2^{10}\cdot(2^4-2^2-1)=2^{10}\cdot(16-4-1)=2^{10}\cdot 11$.
Добуток $2^{10}\cdot 11$ ділиться націло на 11, бо $11:11=1$. Отже, даний вираз націло ділиться на 11.

195. $n\in N$; $3^{n+2}-2^{n+2}+3^n-2^n=(3^{n+2}+3^n)-(2^{n+2}+2^n)=3^n(3^2+1)-2^n(2^2+1)=$
$=3^n\cdot 10-2^n\cdot 5=3^n\cdot 10-2^{n-1}\cdot 10=10\cdot(3^n-2^{n-1})$.
Цей вираз націло ділиться на 10, бо $10:10=1$, тому даний вираз націло ділиться на 10.

196. Нехай на другому складі було x кг картоплі, тоді на першому складі було $3x$ кг картоплі. Після того, як з першого складу вивезли 400 кг картоплі, на ньому залишилося $(3x-400)$ кг картоплі, що у два рази менше, ніж було на другому, отже, маємо рівняння: $2(3x-400)=x$; $6x-800=x$; $5x=800$; $x=160$. На першому складі спочатку було $160\cdot 3=480$ (кг) картоплі. *Відповідь:* 480 кг.

197.

Одяг	Ціна (грн)	Знижка на (%)	Ціна після знижки (грн)
Куртка	x	10 %	$x-0{,}1x=0{,}9x$
Костюм	$x+200$	20 %	$x+200-0{,}2(x+200)=$ $=x+200-0{,}2x-40=0{,}8x+160$

Нехай ціна куртки спочатку була x грн, а костюм коштував $(x+200)$ грн, після знижки на 10 % куртку можна було придбати за $0{,}9x$ грн, а костюм після знижки на 20 % можна було придбати за $(0{,}8x+160)$ грн. Разом костюм і куртку можна було придбати за 1010 грн.
Маємо рівняння: $0{,}9x+0{,}8x+160=1010$; $1{,}7x=1010-160$; $1{,}7x=850$; $x=500$. Отже, ціна куртки спочатку була 500 грн, а костюма $500+200=700$ (грн). *Відповідь:* 500 грн, 700 грн.

198. Нехай відстань від пункту A до пункту B була x км, тоді час, витрачений на шлях $A\to B$ дорівнює $\frac{x}{60}$ год; відстань від пункту B до пункту A іншою дорогою дорівнює $(x-15)$ км, час, витрачений на шлях $B\to A$ дорівнює $\frac{x-15}{70}$ год, що на 30 хв $=\frac{1}{2}$ год менше. Маємо рівняння:

$\frac{x}{60}-\frac{x-15}{70}=\frac{1}{2}$; $7x-6(x-15)=210$; $7x-6x+90=210$; $x=120$. Тоді час, витрачений на шлях від пункту A до пункту B дорівнює $\frac{120}{60}=2$ год.
Відповідь: 2 години.

199.

	Щодня	Кількість днів	Кількість деталей
План	10 дет.	t	$10t$
Фактично	12 дет.	$t-2$	$12(t-2)$, що на 6 деталей менше, ніж за планом

Нехай t днів повинен був працювати робітник і виготовити $10t$ деталей. Він працював $(t-2)$ дні, виготовив $12(t-2)$ деталей, що на 6 деталей менше, ніж повинен був виготовити. Маємо рівняння: $10t=12(t-2)+6$; $10t=12t-24+6$; $-2t=-18$; $t=9$. Отже, робітник мав виготовити $9\cdot 10=90$ деталей. *Відповідь:* 90 деталей.

200. За умовою за трьох горобців платили одну монету, за двох голубів — теж одну монету, а за горлицю — дві монети. Всього заплатили 30 монет і купили 30 птахів. Отже, кількість горобців кратна трьом, а кількість голубів кратна двом, кількість горлиць — одному. Маємо $3x + 2y + z = 30$, де $3x$ — кількість горобців по 3, $2x$ — кількість голубів по два, z — кількість горлиць. Числа 3, 5 і 11 задовольняють рівнянню. Купили 9 горобців, 10 голубів і 11 горлиць, бо $9 \cdot 1$ м. $+ 10 \cdot 1$ м. $+ 11$ м. $= 30$ м. і $9 + 10 + 11 = 30$ птахів.

Відповідь: 9 горобців, 10 голубів, 11 горлиць.

201. 1) $\frac{2x+7}{4} = \frac{x+5}{3}$; $6x + 21 = 4x + 20$; $2x = -1$; $\underline{x = -\frac{1}{2}}$;

2) $x^2 + 6x = 0$; $x(x+6) = 0$; $x = 0$ або $x = -6$;

3) $0{,}21x - 0{,}7x = 0$; $-0{,}49x = 0$; $x = 0$;

4) $x^2 - 16 = 0$; $(x-4)(x+4) = 0$; $x = 4$ або $x = -4$;

5) $25x^2 - 36 = 0$; $(5x-6)(5x+6) = 0$; $5x - 6 = 0$ або $5x + 6 = 0$; $5x = 6$ або $5x = -6$; $x = 1{,}2$ або $x = -1{,}2$;

6) $x^2 + 4 = 0$. Рівняння не має коренів, бо $x^2 \geq 0$ і $4 > 0$, тому $x^2 + 4 > 0$.

202. 1) $\frac{6}{3x-9}$. Вираз не має змісту, якщо $3x - 9 = 0$, $3x = 9$, $x = 3$.

2) $\frac{x^2+1}{x^2-1}$. Вираз не має змісту, якщо $x^2 - 1 = 0$, $(x-1)(x+1) = 0$, $x = 1$ або $x = -1$.

3) $\frac{x+4}{3x^2+12x}$. Вираз не має змісту, якщо $3x^2 + 12x = 0$, $3x(x+4) = 0$, $x = 0$ або $x = -4$.

4) $\frac{8}{x+7} + \frac{4}{x-2}$. Цей вираз не має змісту, якщо виконується умова: $x + 7 = 0$, $x - 2 = 0$, тобто $x = -7$, $x = 2$.

5) $\frac{x}{x^2-10x+25} = \frac{x}{(x-5)^2}$. Вираз не має змісту, якщо $x - 5 = 0$, $x = 5$.

6) $\frac{x+2}{(x+10)(x-12)}$. Вираз не має змісту, якщо $x + 10 = 0$, $x - 12 = 0$, $x = -10$, $x = 12$.

203. 1) $\frac{x-8}{3}$. Дріб дорівнює нулю, якщо $x - 8 = 0$, $x = 8$.

2) $\frac{x-2}{x+2}$. Дріб дорівнює нулю, якщо $x - 2 = 0$, $x = 2$.

3) $\frac{4}{x-5}$. Не має значень змінної x, при яких дріб дорівнює нулю.

204. Сума двох многочленів $(x + 2)$ і $(2x + 1)$ дорівнює $x + 2 + 2x - 1 = 3x + 1$. Різниця цих многочленів дорівнює $x + 2 - (2x + 1) = x + 2 - 2x - 1 = -x + 1$ або $(2x + 1) - (x + 2) = x - 1$. Добуток цих многочленів дорівнює: $(2x + 1)(x + 2) = 2x^2 + 4x + x + 2 = 2x^2 + 5x + 2$. Серед знайдених многочленів многочлена $2x^3 + x + 5$ немає. Отже, на дошці многочлен $2x^3 + x + 5$ з'явитися не може.

Завдання № 2 «Перевірте себе» у тестовій формі

1. Б. $\frac{12m^4}{n^{10}} \cdot \frac{n^5}{36m^8} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot m^4 n^5} = \frac{1}{3m^4 n^5}$.

2. Г. $(a + 5b) \cdot \frac{8}{a^2 - 25b^2} = \frac{8 \cdot (a + 5b)}{(a - 5b)(a + 5b)} = \frac{8}{a - 5b}$.

3. Б. $\frac{b^2-6b+9}{b-7}\cdot\frac{b-7}{b-3}=\frac{(b-3)^2(b-7)}{(b-7)(b-3)}=b-3.$

4. Г. $\frac{5a^6}{b^8}:(10a^3b^2)=\frac{5a^6\cdot 1}{b^8\cdot 10a^3b^2}=\frac{a^3}{2b^{10}}.$

5. А. $\frac{3x+9}{x^2-2x}:\frac{x+3}{4x-8}=\frac{3(x+3)}{x(x-2)}\cdot\frac{4(x-2)}{x+3}=\frac{12}{x}.$

6. А. $\frac{n^2-3n}{64n^2-1}:\frac{n^4-27n}{64n^2+16n+1}=\frac{n(n-3)}{(8n-1)(8n+1)}\cdot\frac{(8n+1)^2}{n(n^3-27)}=\frac{(8n+1)(n-3)}{(8n-1)(n-3)(n^2+3n+9)}=$

$=\frac{8n+1}{(8n-1)(n^2+3n+9)}.$

7. В. $\left(-\frac{2a^2}{b^3}\right)^4=\frac{(-2)^4a^8}{b^{12}}=\frac{16a^8}{b^{12}}.$

8. Б. $\left(\frac{1}{a-6}-\frac{1}{a+6}\right):\frac{2}{a+6}=\frac{a+6-(a-6)}{(a-6)(a+6)}\cdot\frac{a+6}{2}=\frac{a+6-a+6}{(a-6)\cdot 2}=\frac{12}{2(a-6)}=\frac{6}{a-6}.$

9. В. $\left(\frac{30a}{9a^2-25}+\frac{5}{5-3a}\right):\left(\frac{3a-5}{3a+5}-1\right)=\left(\frac{30a}{(3a-5)(3a+5)}-\frac{5}{3a-5}\right):\frac{3a-5-3a-5}{3a+5}=$

$=\frac{30a-5(3a+5)}{(3a-5)(3a+5)}\cdot\frac{3a+5}{-10}=\frac{15a-25}{3a-5}\cdot\frac{1}{-10}=\frac{5(3a-5)}{-10(3a-5)}=-\frac{1}{2}.$

10. Б. $\frac{a^2-4ab}{b^2}=\frac{a(a-4b)}{b^2}$. Якщо $3a-5b=0{,}2(2a+b)$, то $3a-5b=0{,}4a+0{,}2b$; $2{,}6a=5{,}2b$; $a=2b$. Якщо $a=2b$, то значення виразу $\frac{a^2-4ab}{b^2}$ дорівнює $\frac{4b^2-4\cdot 2b\cdot b}{b^2}=\frac{4b^2-8b^2}{b^2}=\frac{-4b^2}{b^2}=-4.$

11. В. Відомо, що $x+\frac{1}{x}=6$, тоді $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=36$; $x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=36$;

$x^2+\frac{1}{x^2}=36-2$; $x^2+\frac{1}{x^2}=34.$

12. А. $\frac{\frac{1}{a}+\frac{a}{b^2}}{\frac{a}{b^2}-\frac{1}{a}}=\frac{\frac{b^2+a^2}{ab^2}}{\frac{a^2-b^2}{ab^2}}=\frac{(b^2+a^2)\cdot b^2\cdot a}{ab^2(a-b)(a+b)}=\frac{a^2+b^3}{a^2-b^2}.$

205. 1) $x+2=10$, $x=8$; $3x=24$, $x=8$. Дані рівняння рівносильні.

2) $-2x=-6$, $x=3$; $\frac{1}{3}x=1$, $x=3$. Дані рівняння рівносильні.

3) $x-5=0$, $x=5$; $x(x-5)=0$, $x=0$, $x=5$. Дані рівняння не є рівносильними.

4) $(3x-12)(x+2)=0$; $3x-12=0$ або $x+2=0$; $x=4$ або $x=-2$; $(0{,}4-0{,}1x)(7x+14)=0$; $0{,}4-0{,}1x=0$ або $7x+14=0$; $-0{,}1x=-0{,}4$ або $7x=-14$; $x=4$ або $x=-2$. Дані рівняння рівносильні.

5) $\frac{6}{x}=0$ — рівняння не має коренів; $x^2=-4$ — рівняння не має коренів. Дані рівняння рівносильні.

6) $x+1=1+x$, $0\cdot x=0$. Рівняння має безліч коренів. $\frac{x^2+1}{x^2+1}=1.$

При будь-якому значенні змінної x дана рівність виконується. Дані рівняння рівносильні.

206. 1) $2x-3=4$ і $4x=14$ — рівносильні рівняння, бо їх корені дорівнюють 3, 5, тобто рівні між собою.

2) $|x|=1$ і $x^2-1=0$ — рівносильні рівняння, бо їх корені рівні між собою ($x=1$ і $x=-1$).

3) $x+6=x-2$ — рівняння не має коренів, йому рівносильне рівняння $\frac{5}{x}=0$, бо це рівняння теж не має коренів.

207. 1) $\frac{x-6}{x-4}=0$; $\begin{cases}x-6=0,\\x-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6,\\x\neq 4.\end{cases}$ *Відповідь:* 6.

2) $\frac{x-2}{x^2-4}=0$; $\begin{cases}x-2=0,\\x^2-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq 2 \text{ або } x\neq -2.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

3) $\frac{x^2-4}{x-2}=0$; $\begin{cases}(x-2)(x+2)=0,\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2 \text{ або } x=-2,\\x\neq 2.\end{cases}$ *Відповідь:* -2.

4) $\frac{x-2}{x-2}=1$; $\frac{x-2}{x-2}-1=0$; $\frac{x-2-x+2}{x-2}=0$; $\frac{0}{x-2}=0$ — це можливо, якщо $x\neq 2$.

Відповідь: будь-яке число є коренем рівняння, крім 2.

5) $\frac{2x^2+18}{x^2+9}=2$; $\frac{x^2+18}{x^2+9}-2=0$; $\frac{2x^2+18-2x^2-18}{x^2+9}=0$; $\frac{0}{x^2+9}=0$,

x — будь-яке число.

Відповідь: x — будь-яке число.

6) $\frac{x}{x-5}+\frac{2x-9}{x-5}=0$; $\frac{x+2x-9}{x-5}=0$; $\frac{3x-9}{x-5}=0$; $\begin{cases}3x-9=0,\\x-5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=9,\\x\neq 5;\end{cases}$

$\begin{cases}x=3,\\x\neq 5;\end{cases}$ $x=3$. *Відповідь:* 3.

7) $\frac{5x-7}{x+1}-\frac{x-5}{x+1}=0$; $\frac{5x-7-x+5}{x+1}=0$; $\frac{4x-2}{x+1}=0$; $\begin{cases}4x-2=0,\\x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x=2,\\x\neq -1;\end{cases}$

$\begin{cases}x=0,5,\\x\neq -1;\end{cases}$ $x=0,5$. *Відповідь:* 0,5.

8) $\frac{2x+16}{x+3}-\frac{1-3x}{x+3}=0$; $\frac{2x+16-1+3x}{x+3}=0$; $\frac{5x+15}{x+3}=0$; $\begin{cases}5x+15=0,\\x+3\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-3,\\x\neq -3.\end{cases}$ *Відповідь:* рівняння не має коренів.

9) $\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x+1}=0$; $\frac{2x+2+x-1}{(x-1)(x+1)}=0$; $\frac{3x+1}{(x-1)(x+1)}=0$; $\begin{cases}3x+1=0,\\(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}3x=-1,\\(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-\frac{1}{3},\\x\neq 1 \text{ або } x\neq -1;\end{cases}$ $x=-\frac{1}{3}$. *Відповідь:* $-\frac{1}{3}$.

10) $\frac{3}{x-2}=\frac{4}{x+3}$; $\frac{3}{x-2}-\frac{4}{x+3}=0$; $\frac{3x+9-4x+8}{(x-2)(x+3)}=0$; $\frac{-x+17}{(x-2)(x+3)}=0$;

$\begin{cases}-x+17=0,\\(x-2)(x+3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=17,\\x\neq 2 \text{ або } x\neq -3;\end{cases}$ $x=17$. *Відповідь:* 17.

11) $\frac{x}{x-6}=2$; $\frac{x}{x-6}-2=0$; $\frac{x-2x+12}{x-6}=0$; $\frac{-x+12}{x-6}=0$; $\begin{cases}-x+12=0,\\x-6\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=12,\\x\neq 6;\end{cases}$ $x=12$. *Відповідь:* 12.

12) $\frac{x-4}{x-3}=\frac{2x+1}{2x-1}$; $\frac{x-4}{x-3}-\frac{2x+1}{2x-1}=0$; $\frac{(x-4)(2x-1)-(2x+1)(x-3)}{(x-3)(2x-1)}=0$;

$$\frac{2x^2-8x-x+4-(2x^2-6x+x-3)}{(x-3)(2x-1)}=0;\quad \frac{2x^2-9x+4-2x^2+5x+3}{(x-3)(2x-1)}=0;$$

$$\frac{-4x+7}{(x-3)(2x-1)}=0;\quad \begin{cases}-4x+7=0,\\(x-3)(2x-1)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{7}{4},\\x\neq 3 \text{ або } x\neq 0,5.\end{cases}$$ *Відповідь:* $1\frac{3}{4}$.

13) $\frac{x+8}{x}-\frac{6}{x-2}=0;\quad \frac{(x+8)(x-2)-6x}{x(x-2)}=0;\quad \frac{x^2-2x+8x-16-6x}{x(x-2)}=0;$

$\frac{x^2-16}{x(x-2)}=0;\quad \begin{cases}x^2-16=0,\\x(x-2)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=4 \text{ або }=-4,\\x\neq 0 \text{ або } x\neq 2;\end{cases}$ $x=4$ або $x=-4$. *Відповідь:* -4; 4.

14) $\frac{2x}{x-5}-\frac{x^2+15x}{x^2-25}=0;\quad \frac{2x}{x-5}-\frac{x^2+15x}{(x-5)(x+5)}=0;\quad \frac{2x(x+5)-(x^2+15x)}{(x-5)(x+5)}=0;$

$\frac{2x^2+10x-x^2-15x}{(x-5)(x+5)}=0;\quad \frac{x^2-5x}{(x-5)(x+5)}=0;\quad \begin{cases}x^2-5x=0,\\(x-5)(x+5)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x(x-5)=0,\\(x-5)(x+5)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=0 \text{ або } x=5,\\x\neq 5 \text{ або } x=-5.\end{cases}$ *Відповідь:* 0.

15) $3-\frac{2x^2-5x}{x^2-3x}=0;\quad \frac{3(x^2-3x)-(2x^2-5x)}{x^2-3x}=0;\quad \frac{3x^2-9x-2x^2+5x}{x(x-3)}=0;$

$\frac{x^2-4x}{x(x-3)}=0;\quad \begin{cases}x(x-4)=0,\\x(x-3)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=0 \text{ або } x=4,\\x\neq 0 \text{ або } x\neq 3.\end{cases}$ *Відповідь:* 4.

208. 1) $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}=0;\quad \frac{x^2-1}{(x-1)^2}=0;\quad \begin{cases}x^2-1=0,\\x-1\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1 \text{ або } x=-1,\\x\neq 1.\end{cases}$ *Відповідь:* -1.

2) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}=0;\quad \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=0;\quad \begin{cases}x-1=0,\\(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\x\neq 1 \text{ або } x\neq -1.\end{cases}$

Відповідь: коренів немає.

3) $\frac{x+7}{x-7}-\frac{2x-3}{x-7}=0;\quad \frac{(x+7)-(2x-3)}{x-7}=0;\quad \frac{x+7-2x+3}{x-7}=0;\quad \frac{-x+10}{x-7}=0;$

$\begin{cases}x=10,\\x\neq 7.\end{cases}$ *Відповідь:* 10.

4) $\frac{10-3x}{x+8}+\frac{5x+6}{x+8}=0;\quad \frac{10-3x+5x+6}{x+8}=0;\quad \frac{16+2x}{x+8}=0;\quad \begin{cases}16+2x=0,\\x+8\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-8,\\x\neq -8.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

5) $\frac{x-6}{x-2}-\frac{x-8}{x}=0;\quad \frac{x(x-6)-(x-8)(x-2)}{x(x-2)}=0;\quad \frac{x^2-6x-x^2+2x+8x-16}{x(x-2)}=0;$

$\frac{4x-16}{x(x-2)}=0;\quad \begin{cases}4x-16=0,\\x(x-2)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=4,\\x\neq 0 \text{ або } x\neq 2.\end{cases}$ *Відповідь:* 4.

6) $\frac{2x-4}{x}-\frac{3x+1}{x}+\frac{x+5}{x}=0;\quad \frac{2x-4-3x-1+x+5}{x}=0;\quad \frac{0}{x}=0;\quad x\neq 0.$

Відповідь: будь-яке число, крім 0.

7) $\frac{x}{x+6}-\frac{36}{x^2+6x}=0;\quad \frac{x}{x+6}-\frac{36}{x(x+6)}=0;\quad \frac{x^2-36}{x(x+6)}=0;\quad \frac{(x-6)(x+6)}{x(x+6)}=0;$

$\begin{cases}(x-6)(x+6)=0,\\x(x+6)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=6 \text{ або } x=-6,\\x\neq 0 \text{ або } x=-6;\end{cases}$ $x=6$. *Відповідь:* 6.

8) $\frac{2x^2+3x+1}{2x+1}-x=1;\quad \frac{2x^2+3x+1}{2x+1}-x-1=0;\quad \frac{2x^2+3x+1-(x+1)(2x+1)}{2x+1}=0;$

$$\frac{2x^2+3x+1-2x^2-x-2x-1}{2x+1}=0;\quad \frac{0}{2x+1}=0;\ 2x+1\neq 0;\ x\neq -0{,}5.$$

Відповідь: будь-яке число, крім (–0,5).

9) $\frac{4}{x-1}-\frac{4}{x+1}=1;\quad \frac{4}{x-1}-\frac{4}{x+1}-1=0;\quad \frac{4x+4-4x+4-x^2+1}{(x-1)(x+1)}=0;$

$\frac{9-x^2}{(x-1)(x+1)}=0;\quad \begin{cases}(3-x)(3+x)=0,\\(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=3 \text{ або } =-3,\\x\neq 1 \text{ або } x\neq -1.\end{cases}$ *Відповідь:* –3; 3.

209. $\frac{15-x}{19-x}=\frac{2}{3};\quad \frac{15-x}{19-x}-\frac{2}{3}=0;\quad \frac{45-3x-38+2x}{3(19-x)}=0;\quad \frac{7-x}{3(19-x)}=0;$

$\begin{cases}7-x=0,\\19-x\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=7,\\x\neq 19.\end{cases}$ *Відповідь:* 7.

210. $\frac{25+x}{32+x}=\frac{5}{6};\quad \frac{25+x}{32+x}-\frac{5}{6}=0;\quad \frac{150+6x-160-5x}{6(32+x)}=0;\quad \frac{x-10}{6(32-x)}=0;$

$\begin{cases}x-10=0,\\32+x\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=10,\\x\neq -32.\end{cases}$ *Відповідь:* 10.

211. 1) Рівняння $15x=30$ і $x-2=0$ — рівносильні.

2) $(x-2)(x+3)=0$ і $(3x-6)(2x-6)=0$ — рівносильні рівняння.

3) $3x=3x$ і $\frac{0}{x^2+5}=0$ — рівносильні рівняння.

4) $x^2+7=0$ і $0\cdot x=5$ — рівносильні рівняння.

212. 1) $\frac{5}{x^2-4}+\frac{2x}{x+2}=2;\quad \frac{5}{(x-2)(x+2)}+\frac{2x}{x+2}-2=0;$

$\frac{5+2x(x-2)-2(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}=0;\quad \frac{5+2x^2-4x-2x^2+8}{(x-2)(x+2)}=0;$

$\frac{13-4x}{x^2-4}=0;\quad \begin{cases}13-4x=0,\\(x-2)(x+2)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{13}{4},\\x\neq 2 \text{ або } x\neq -2.\end{cases}$ *Відповідь:* $\frac{13}{4}$.

2) $\frac{2}{6x+1}+\frac{3}{6x-1}=\frac{30x+9}{36x^2-1};\quad \frac{2(6x-1)+3(6x+1)}{(6x-1)(6x+1)}-\frac{30x+9}{(6x-1)(6x+1)}=0;$

$\frac{12x-2+18x+3-30x-9}{(6x-1)(6x+1)}=0;\quad \frac{-8}{(6x-1)(6x+1)}=0.$ *Відповідь:* коренів немає.

3) $\frac{6x+14}{x^2-9}+\frac{7}{x^2+3x}=\frac{6}{x-3};\quad \frac{6x+14}{(x-3)(x+3)}+\frac{7}{x(x+3)}-\frac{6}{x-3}=0;$

$\frac{x(6x+14)+7(x-3)-6x(x+3)}{x(x+3)(x-3)}=0;\quad \frac{6x^2+14x+7x-21-6x^2-18x}{x(x+3)(x-3)}=0;$

$\frac{3x-21}{x(x+3)(x-3)}=0;\quad \begin{cases}3x-21=0,\\x(x+3)(x-3)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=7,\\x\neq 0,\ x\neq -3,\ x\neq 3.\end{cases}$ *Відповідь:* 7.

4) $\frac{2y^2+5}{1-y^2}+\frac{y+1}{y-1}=\frac{4}{y+1};\quad \frac{2y^2+5}{(1-y)(1+y)}-\frac{y+1}{1-y}-\frac{4}{y+1}=0;$

$\frac{2y^2+5-(y+1)(y+1)-4(1-y)}{(1-y)(1+y)}=0;\quad \frac{2y^2+5-y^2-2y-1-4+4y}{(1-y)(1+y)}=0;$

$\frac{y^2+2y}{(1-y)(1+y)}=0;\quad \begin{cases}y^2+2y=0,\\(1-y)(1+y)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}y(y+2)=0,\\y\neq 1,\ y\neq -1;\end{cases}\quad y=0, y=-2.$ *Відповідь:* –2; 0.

5) $\frac{2x-1}{2x+1}=\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{4}{1-4x^2};\quad \frac{2x-1}{2x+1}-\frac{2x+1}{2x-1}-\frac{4}{(1-2x)(1+2x)}=0;$

$\frac{(2x-1)(2x-1)-(2x+1)(2x+1)+4}{(2x+1)(2x-1)}=0;\frac{4x^2-4x+1-4x^2-4x-1+4}{(2x+1)(2x-1)}=0;$

$\frac{4-8x}{(2x+1)(2x-1)}=0;$ $\begin{cases}4-8x=0,\\(2x+1)(2x-1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,5,\\x\neq -0,5,\ x\neq 0,5.\end{cases}$

Відповідь: коренів немає.

6) $\frac{7}{(x+2)(x-3)}-\frac{4}{(x-3)^2}=\frac{3}{(x+2)^2};$ $\frac{7}{(x+2)(x-3)}-\frac{4}{(x-3)^2}-\frac{3}{(x+2)^2}=0;$

$\frac{(x+2)\cdot 7\cdot(x-3)-4(x+2)^2-3(x-3)^2}{(x+2)^2(x-3)^2}=0;$

$\frac{7(x^2-3x+2x-6)-4x^2-16x-16-3x^2+18x-27}{(x+2)^2(x-3)^2}=0;$

$\frac{7x^2-21x+14x-42-4x^2-16x-16-3x^2+18x-27}{(x+2)^2(x-3)^2}=0;$

$\frac{-5x-85}{(x+2)^2(x-3)^2}=0;$ $\begin{cases}-5x-85=0,\\(x+2)(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-17,\\x\neq -2,\ x\neq 3;\end{cases}$ $x=-17$. *Відповідь:* -17.

7) $\frac{2x-1}{x+4}-\frac{3x-1}{4-x}=\frac{6x+64}{x^2-16}+4;$ $\frac{2x-1}{x+4}+\frac{3x-1}{x-4}-\frac{6x+64}{(x-4)(x+4)}-4=0;$

$\frac{(2x-1)(x-4)+(3x-1)(x+4)-6x-64-4(x^2-16)}{(x+4)(x-4)}=0;$

$\frac{2x^2-8x-x+4+3x^2+12x-x-4-6x-64-4x^2+64}{(x+4)(x-4)}=0;$

$\frac{x^2-4x}{(x+4)(x-4)}=0;$ $\begin{cases}x(x-4)=0,\\(x+4)(x-4)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=4,\\x\neq -4,\ x\neq 4;\end{cases}$ $x=0$. *Відповідь:* 0.

8) $\frac{2x-6}{x^2-36}-\frac{x-3}{x^2-6x}-\frac{x-1}{x^2+6x}=0;$ $\frac{2x-6}{(x-6)(x+6)}-\frac{x-3}{x(x-6)}-\frac{x-1}{x(x+6)}=0;$

$\frac{x(2x-6)-(x-3)(x+6)-(x-1)(x-6)}{x(x-6)(x+6)}=0;$

$\frac{2x^2-6x-x^2-6x+3x+18-x^2+6x+x-6}{x(x-6)(x+6)}=0;$ $\frac{-2x+12}{x(x-6)(x+6)}=0;$

$\begin{cases}-2x+12=0,\\x(x-6)(x+6)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6,\\x\neq 0,\ x\neq 6,\ x\neq -6.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

213. 1) $\frac{x-2}{x+1}-\frac{5}{1-x}=\frac{x^2+27}{x^2-1};$ $\frac{x-2}{x+1}+\frac{5}{x-1}-\frac{x^2+27}{(x-1)(x+1)}=0;$

$\frac{(x-2)(x-1)+5(x+1)-x^2-27}{(x+1)(x-1)}=0;$ $\frac{x^2-x-2x+2+5x+5-x^2-27}{(x+1)(x-1)}=0;$

$\frac{2x-20}{(x+1)(x-1)}=0;$ $\begin{cases}2x-20=0,\\(x+1)(x-1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=10,\\x\neq -1,\ x\neq 1;\end{cases}$ $x=10$. *Відповідь:* 10.

2) $\frac{3x+1}{3x-1}-\frac{3x-1}{3x+1}=\frac{6}{1-9x^2};$ $\frac{3x+1}{3x-1}-\frac{3x-1}{3x+1}-\frac{6}{-(9x^2-1)}=0;$

$\frac{(3x+1)^2-(3x-1)^2+6}{(3x-1)(3x+1)}=0;$ $\frac{9x^2+6x+1-9x^2+6x-1+6}{(3x-1)(3x+1)}=0;$

$\frac{12x+6}{(3x-1)(3x+1)}=0;$ $\begin{cases}12x+6=0,\\(3x-1)(3x+1)=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-0,5,\\x\neq \frac{1}{3},\ x\neq -\frac{1}{3};\end{cases}$ $x=-0,5$.

Відповідь: $-0,5$.

3) $\frac{4}{x-3}+\frac{1}{x}=\frac{5}{x-2}$; $\frac{4x(x-2)+(x-3)(x-2)-5x(x-3)}{x(x-3)(x-2)}=0$;

$\frac{4x^2-8x+x^2-2x-3x+6-5x^2+15x}{x(x-3)(x-2)}=0$; $\frac{2x+6}{x(x-3)(x-2)}=0$;

$\begin{cases}2x+6=0,\\x(x-3)(x-2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\x\neq 0,\ x\neq 3,\ x\neq 2;\end{cases}$ $x=-3$. *Відповідь:* –3.

4) $\frac{2x^2-2x}{x^2-4}+\frac{6}{x+2}=\frac{x+2}{x-2}$; $\frac{2x^2-2x}{x^2-4}+\frac{6}{x+2}-\frac{x+2}{x-2}=0$;

$\frac{2x^2-2x+6(x-2)-(x+2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}=0$; $\frac{2x^2-2x+6x-12-x^2-2x-2x-4}{(x-2)(x+2)}=0$;

$\frac{x^2-16}{(x-2)(x+2)}=0$; $\begin{cases}x^2-16=0,\\(x-2)(x+2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-4,\ x=4,\\x\neq 2,\ x\neq -2;\end{cases}$ $x=-4$, $x=4$.

Відповідь: –4; 4.

5) $\frac{7}{x^2+2x}+\frac{x+1}{x^2-2x}=\frac{x+4}{x^2-4}$; $\frac{7}{x(x+2)}+\frac{x+1}{x(x-2)}-\frac{x+4}{(x-2)(x+2)}=0$;

$\frac{7(x-2)+(x+1)(x+2)-(x+4)x}{x(x+2)(x-2)}=0$; $\frac{7x-14+x^2+2x+x+2-x^2-4x}{x(x+2)(x-2)}=0$;

$\frac{6x-12}{x(x-2)(x+2)}=0$; $\begin{cases}6x-12=0,\\x(x-2)(x+2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq 0,\ x\neq 2,\ x\neq -2.\end{cases}$

Відповідь: коренів немає.

214. Нехай x км/год — швидкість течії річки, тоді за течією теплохід проплив 8 км зі швидкістю $(18+x)$ км/год, а проти течії теж проплив 8 км зі швидкістю $(18-x)$ км/год. На весь шлях він витратив $\frac{8}{18+x}+\frac{8}{18-x}=\frac{9}{10}$ $\left(54\text{ хв}=\frac{54}{60}\text{ год}=\frac{9}{10}\text{ год}\right)$. Отже, маємо рівняння

$\frac{8}{18+x}+\frac{8}{18-x}=\frac{9}{10}$; $\frac{10\cdot 8\cdot(18-x)+10\cdot 8\cdot(18+x)-9(324-x^2)}{10(18+x)(18-x)}=0$;

$\frac{80(18-x+18+x)-2916+9x^2}{10(18+x)(18-x)}=0$; $\begin{cases}2880-2916+9x^2=0,\\(18+x)(18-x)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}9x^2=36,\\x\neq -18,\ x\neq 18;\end{cases}$ $x^2=4$; $x=\pm 2$. Умові задачі задовольняє $x=2$. *Відповідь:* 2 км/год.

215. Нехай власна швидкість теплохода x км/год, тоді швидкість за течією дорівнює $(x+1)$ км/год, а час, витрачений на шлях, $\frac{28}{x+1}$ год. Швидкість проти течії $(x-1)$ км/год, а витрачений час $\frac{28}{x-1}$ год, причому $\frac{28}{x+1}<\frac{28}{x-1}$ на $4\text{ хв}=\frac{4}{60}\text{ год}=\frac{1}{15}$ год. Маємо рівняння:

$\frac{28}{x-1}-\frac{28}{x+1}=\frac{1}{15}$; $\frac{15\cdot 28(x+1)-15\cdot 28(x-1)}{15\cdot(x-1)(x+1)}-\frac{(x^2-1)}{15(x^2-1)}=0$;

$\frac{15\cdot 28(x+1-x+1)-x^2+1}{15(x^2-1)}=0$; $\frac{840-x^2+1}{15(x^2-1)}=0$; $\begin{cases}841-x^2=0,\\x^2-1\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2=841,\\x\neq -1,\ x\neq 1;\end{cases}$ $x=\pm 29$. Умові задовольняє $x=29$. *Відповідь:* власна швидкість теплохода 29 км/год.

216. Нехай власна швидкість човна x км/год, тоді швидкість за течією дорівнює $(x+3)$ км/год, а час, витрачений на шлях 12 км, дорівнює

$\frac{12}{x+3}$ год. Швидкість човна проти течії дорівнює $(x-3)$ км/год, а час, витрачений на шлях 6 км, дорівнює $\frac{6}{x-3}$ год. На весь шлях затрачено 2 години. Отже, маємо рівняння: $\frac{12}{x+3}+\frac{6}{x-3}=2;$

$\frac{12(x-3)+6(x+3)-2(x^2-9)}{(x+3)(x-3)}=0;$ $\frac{12x-36+6x+18-2x^2+18}{(x+3)(x-3)}=0;$

$\frac{-2x^2+18x}{(x+3)(x-3)}=0;$ $\begin{cases}-2x^2+18x=0,\\(x+3)(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x(-x+9)=0,\\x\neq 3,\ x\neq -3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=9,\\x\neq 3,\ x\neq -3.\end{cases}$

Умові задовольняє $x=9$. *Відповідь:* власна швидкість човна 9 км/год.

217. 1) $\frac{x+5}{x^2-5x}-\frac{x-5}{2x^2+10x}=\frac{x+25}{2x^2-50};$ $\frac{x+5}{x(x-5)}-\frac{x-5}{2x(x+5)}-\frac{x+25}{2(x^2-25)}=0;$

$\frac{2(x+5)(x+5)-(x-5)(x-5)-x(x+25)}{2x(x-5)(x+5)}=0;$

$\frac{2x^2+20x+50-x^2+10x-25-x^2-25x}{2x(x-5)(x+5)}=0;$ $\frac{5x+25}{2x(x-5)(x+5)}=0;$

$\begin{cases}5x+25=0,\\x(x-5)(x+5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-5,\\x\neq 0,\ x\neq 5,\ x\neq -5.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

2) $\frac{2}{x^2-9}-\frac{1}{2x^2-12x+18}=\frac{3}{2x^2+6x};$ $\frac{2}{(x-3)(x+3)}-\frac{1}{2(x^2-6x+9)}-\frac{3}{2x(x+3)}=0;$

$\frac{2}{(x-3)(x+3)}-\frac{1}{2(x-3)^2}-\frac{3}{2x(x+3)}=0;$ $\frac{2\cdot 2x(x-3)-x(x+3)-3(x-3)^2}{2x(x-3)^2(x+3)}=0;$

$\frac{4x^2-12x-x^2-3x-3x^2+18x-27}{2x(x-3)^2(x+3)}=0;$ $\frac{3x-27}{2x(x-3)^2(x+3)}=0;$

$\begin{cases}3x-27=0,\\x(x-3)^2(x+3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9,\\x\neq 0,\ x\neq 3,\ x\neq -3;\end{cases}$ $x=9$. *Відповідь:* 9.

3) $\frac{9x+12}{x^3-64}-\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x^2+5x+16};$ $\frac{9x+12}{(x-4)(x^2+4x+16)}-\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x^2+4x+16}=0;$

$\frac{9x+12-(x^2+4x+16)-(x-4)}{(x-4)(x^2+4x+16)}=0;$ $\frac{9x+12-x^2-4x-16-x+4}{x^3-64}=0;$

$\frac{4x-x^2}{x^3-64}=0;$ $\begin{cases}4x-x^2=0,\\x^3-64\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x(x-4)=0,\\x\neq 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=4,\\x\neq 4;\end{cases}$ $x=0$. *Відповідь:* 0.

218. 1) $\frac{4y+24}{5y^2-45}+\frac{y+3}{5y^2-15y}=\frac{y-3}{y^2+3y};$ $\frac{4y+24}{5(y^2-9)}^{y}+\frac{y+3}{5y(y-3)}^{y+3}-\frac{y-3}{y(y+3)}^{5(y-3)}=0;$

$\frac{4y^2+24y+y^2+6y+9-5y^2+30y-45}{5y(y^2-9)}=0;$ $\frac{60y-36}{5y(y^2-9)}=0;$ $\begin{cases}60y-36=0,\\y(y^2-9)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}y=0,6,\\y\neq 0,\ y\neq 3,\ y\neq -3;\end{cases}$ $y=0,6$. *Відповідь:* 0,6.

2) $\frac{y+2}{8y^3+1}-\frac{1}{4y+2}=\frac{y+3}{8y^2-4y+2};$

$\frac{y+2}{(2y+1)(4y^2-2y+1)}-\frac{1}{2(2y+1)}-\frac{y+3}{2(4y^2-2y+1)}=0;$

$\frac{2(y+2)-(4y^2-2y+1)-(y+3)(2y+1)}{2(2y+1)(4y^2-2y+1)}=0;$

$\frac{2y+4-4y^2+2y-1-(2y^2+y+6y+3)}{2(8y^3+1)}=0;$ $\frac{4y+3-4y^2-2y^2-y-6y-3}{2(8y^3+1)}=0;$

$\frac{-6y^2-3y}{2(8y^3+1)}=0;$ $\begin{cases}-3y(2y+1)=0,\\ 8y^3+1\neq 0;\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} y=0\ y=-\frac{1}{2},\\ y\neq -\frac{1}{2};\end{array}\right.$ $y=0$. *Відповідь:* 0.

219. 1) $\frac{x-1}{x-a}=0;$ $\begin{cases}x-1=0,\\ x-a\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\ x\neq a.\end{cases}$

Відповідь: якщо $a\neq 1$, то $x=1$; якщо $a=1$, то коренів немає.

2) $\frac{x-a}{x+5}=0;$ $\begin{cases}x-a=0,\\ x+5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=a,\\ x\neq -5.\end{cases}$

Відповідь: якщо $a\neq -5$, то $x=a$; якщо $a=-5$, то коренів немає.

3) $\frac{a(x-a)}{x-3}=0;$ $\begin{cases}a(x-a)=0,\\ x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}a=0 \text{ або } x=a,\\ x\neq 3.\end{cases}$

Відповідь: якщо $a=0$, то x — будь-яке число, крім 3; якщо $a=3$, то коренів немає.

4) $\frac{(x-a)(x-6)}{x-7}=0;$ $\begin{cases}(x-a)(x-6)=0,\\ x-7\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=a \text{ або } x=6,\\ x\neq 7.\end{cases}$

Відповідь: якщо $a\neq 7$, то $x=a$ або $x=6$; якщо $a=7$, то $x=6$.

5) $\frac{(x-4)(x+2)}{x-a}=0;$ $\begin{cases}(x-4)(x+2)=0,\\ x-a\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4 \text{ або } x=-2,\\ x\neq a.\end{cases}$

Відповідь: якщо $a\neq 4$ і $a\neq -2$, то $x=4$ або $x=-2$; якщо $a=4$, то $x=-2$; якщо $a=-2$, то $x=4$.

6) $\frac{x-a}{(x-4)(x+2)}=0;$ $\begin{cases}x-a=0,\\ (x-4)(x+2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=a,\\ x\neq 4 \text{ або } x\neq -2.\end{cases}$

Відповідь: якщо $a\neq 4$ і $a\neq -2$, то $x=a$; якщо $a=4$ або $a=-2$, то коренів немає.

220. $\frac{x+a}{x^2-4}=0;$ $\begin{cases}x+a=0,\\ (x-2)(x+2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-a,\\ x\neq 2 \text{ або } x\neq -2.\end{cases}$

Рівняння не має коренів, якщо $a=2$ або $a=-2$.

221. $\frac{(x-a)(x-3a)}{x+9}=0;$ $\begin{cases}(x-a)(x-3a)=0,\\ x+9\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=a \text{ або } x=3a,\\ x\neq -9.\end{cases}$

Рівняння має один корінь, якщо $a=-9$ або $a=-3$ або $a=0$.

222. Якщо на початок року мешканців у місті було A_0, то приріст населення становить $\frac{A_0\cdot 3\ \%}{100\ \%}=0,03A_0$. На кінець року мешканців вже 72 100, тобто маємо рівняння $A_0+0,03A_0=72\ 100$; $1,03A_0=72\ 100$; $A_0=72\ 100:1,03=70\ 000$.

Відповідь: 70 000 мешканців було у місту на початок року.

223. Нехай спочатку швидкість електропоїзда була x км/год, тоді за 45 хв $=\frac{45}{60}$ год $=\frac{3}{4}$ год він подолав відстань $\frac{3}{4}x$ км. Нова швидкість електропоїзда дорівнює $(x+10)$ км/год, тоді за 40 хв $=\frac{40}{60}$ год $=\frac{2}{3}$ год він подолає відстань $\frac{2}{3}(x+10)$ км. За умовою ці відстані рівні. Маємо рівняння: $\frac{3}{4}x=\frac{2}{3}(x+10)$; $9x=8x+80$; $x=80$; $\frac{3}{4}\cdot 80=60$ (км).

Відповідь: 60 км.

224. 1) $(a-5)^2-2(a-5)+1=a^2-10a+25-2a+10+1=a^2-12a+36=$ $=(a-6)^2\geq 0$ при $a\in R$. Отже, при будь-яких значеннях змінної даний вираз набуває невід'ємного значення.

[Можна інакше: $(a-5)^2-2(a-5)+1=(a-5-1)^2=(a-6)^2$.]

2) $(a-b)(a-b-8)+16=(a-b)^2-8(a-b)+16=(a-b-4)^2\geq 0$ при $a\in R$, $b\in R$. Отже, при будь-яких значеннях змінних даний вираз набуває невід'ємного значення.

225. $f(x)=3x-7$. 1) $f(-3)=3\cdot(-3)-7=-9-7=-16$;

2) $f\left(2\frac{1}{3}\right)=3\cdot 2\frac{1}{3}-7=3\cdot\frac{7}{3}-7=7-7=0$;

якщо $f(x)=0{,}2$, то $0{,}2=3x-7$; $3x=7{,}2$; $x=2{,}4$.

226. 1) $4^3+3^4=4\cdot 4\cdot 4+3\cdot 3\cdot 3\cdot 3=64+81=145$;

2) $(-8)^2-(-1)^{12}=64-1=63$; 3) $9\cdot\left(-\frac{2}{9}\right)^2=\frac{9\cdot 4}{81}=\frac{4}{9}$;

4) $(2,8-3,1)^3\cdot\left(-1\frac{2}{3}\right)^2=(-0,3)^3\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)^2=-0,027+\frac{25}{9}=-\frac{27}{1000}+\frac{25}{9}=$

$=\frac{-243+25\,000}{9000}=\frac{24\,757}{9000}=2\frac{6757}{9000}$.

227. 1) $(-5{,}7)^2>0$; 2) $0>(-6{,}9)^3$; 3) $(-23)^5<(-2)^4$; 4) $-8^8<(-8)^8$.

228. 1) $4=2^2$; $8=2^3$; $16=2^4$; $32=2^5$; $64=2^6$;

2) $100=10^2$; $1000=10^3$; $10\,000=10^4$; $1\,000\,000=10^6$.

229. 1) Якщо $a=-\frac{1}{6}$, то $18a^2=18\cdot\frac{1}{36}=\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$;

2) якщо $a=-\frac{1}{6}$, то $(18a)^2=\left(18\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)\right)^2=(-3)^2=9$;

3) якщо $b=-2$, то $16+b^4=16+(-2)^4=16+16=32$;

4) якщо $b=-2$, то $(16+b)^4=(16-2)^4=14^4=14^2\cdot 14^2=196\cdot 196=38\,416$.

230. Нехай n — натуральне число таке, що $2n=m^2$ і $3n=k^3$, де m^2 і k^3 — натуральні числа. Число n повинно мати серед дільників число 4 і число 9, тоді вказана умова буде виконуватися. Наприклад, число 72 — натуральне число, а число $2\cdot 72=144=(12)^2$, число $3\cdot 72=216=(6)^3$.

Висновок: таке число існує.

231. 1) $-a^6\neq a^{-6}$; 2) $\frac{1}{a^{-6}}=a^6\neq a^{-6}$; 3) $\frac{1}{a^6}=a^{-6}$; 4) $-\frac{1}{a^6}=-a^6\neq a^{-6}$.

232. 1) $3^{-8}=\frac{1}{3^8}$; 2) $5^{-6}=\frac{1}{5^6}$; 3) $a^{-9}=\frac{1}{a^9}$; 4) $d^{-3}=\frac{1}{d^3}$; 5) $12^{-1}=\frac{1}{12}$;

6) $m^{-1}=\frac{1}{m}$; 7) $(a-b)^{-2}=\frac{1}{(a-b)^2}$; 8) $(2x-3y)^{-4}=\frac{1}{(2x-3y)^4}$.

233. 1) $14^{-4}=\frac{1}{14^4}$; 2) $p^{-20}=\frac{1}{p^{20}}$; 3) $(m+n)^{-1}=\frac{1}{m+n}$;

4) $(4c-5d)^{-10}=\frac{1}{(4c-5d)^{10}}$.

234. 1) $\frac{1}{7^2}=7^{-2}$; 2) $\frac{1}{x^5}=x^{-5}$; 3) $\frac{1}{c}=c^{-1}$; 4) $\frac{m}{n^3}=m\cdot n^{-3}$; 5) $\frac{a}{b}=a\cdot b^{-1}$;

6) $\frac{x^6}{y^7}=x^6\cdot y^{-7}$; 7) $\frac{(a+b)^5}{(c-d)^8}=(a+b)^5\cdot(c-d)^{-8}$; 8) $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^{-1}}=(x-y)^2\cdot(x+y)$.

235. 1) $\frac{1}{11^{11}} = 11^{-11}$; 2) $\frac{1}{k^4} = k^{-4}$; 3) $\frac{x^2}{y} = x^2 \cdot y^{-1}$; 4) $\frac{m^6}{n^6} = m^6 \cdot n^{-6}$;

5) $\frac{(2x-y)^3}{(x-2y)^9} = (2x-y)^3 \cdot (x-2y)^{-9}$.

236. 1) $1 = 2^0$; $2 = 2^1$; $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $16 = 2^4$; $32 = 2^5$; $64 = 2^6$;

$\frac{1}{2} = 2^{-1}$; $\frac{1}{4} = 2^{-2}$; $\frac{1}{8} = 2^{-3}$; $\frac{1}{16} = 2^{-4}$; $\frac{1}{32} = 2^{-5}$; $\frac{1}{64} = 2^{-6}$;

2) $1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0$; $2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$; $4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; $8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; $16 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$; $32 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$;

$64 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$; $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$; $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$; $\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$; $\frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$; $\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$.

237. 1) $\frac{1}{49} = \left(\frac{1}{7}\right)^2$; 2) $\frac{1}{216} = \left(\frac{1}{6}\right)^3$; 3) $\frac{1}{625} = \left(\frac{1}{5}\right)^4$; 4) $\frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$.

238. 1) $0,1 = \frac{1}{10}$; 2) $0,01 = \frac{1}{100} = \left(\frac{1}{10}\right)^2$; 3) $0,0001 = \frac{1}{10\,000} = \left(\frac{1}{10}\right)^4$;

4) $0,000001 = \frac{1}{1\,000\,000} = \left(\frac{1}{10}\right)^6$.

239. 1) $1 = 3^0$; $3 = 3^1$; $9 = 3^2$; $27 = 3^3$; $81 = 3^4$; $\frac{1}{3} = 3^{-1}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$; $\frac{1}{27} = 3^{-3}$; $\frac{1}{81} = 3^{-4}$;

2) $1 = \left(\frac{1}{3}\right)^0$; $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$; $9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; $27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$; $81 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$; $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$;

$\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{27} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$; $\frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$.

240. 1) $5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$; 2) $2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$; 3) $(-9)^{-2} = \left(\frac{1}{-9}\right)^2 = \frac{1}{81}$;

4) $0,2^{-3} = \left(\frac{1}{0,2}\right)^3 = 5^3 = 125$; 5) $1^{-24} = 1$; 6) $(-1)^{-16} = \left(\frac{1}{-1}\right)^{16} = (-1)^{16} = 1$;

7) $(-1)^{-17} = -1$; 8) $\left(\frac{7}{8}\right)^0 = 1$; 9) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$;

10) $\left(-1\frac{1}{6}\right)^{-2} = \left(-\frac{7}{6}\right)^{-2} = \left(-\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{36}{49}$.

241. 1) $20^{-2} = \left(\frac{1}{20}\right)^2 = \frac{1}{400}$; 2) $0,3^{-1} = \left(\frac{3}{10}\right)^{-1} = \frac{10}{3}$; 3) $(-6)^{-3} = \left(-\frac{1}{6}\right)^3 = -\frac{1}{216}$;

4) $\left(\frac{4}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} = 3\frac{1}{16}$; 5) $\left(-\frac{1}{6}\right)^{-3} = (-6)^3 = -216$;

6) $\left(3\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{10}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{9}{100}$.

242. 1) $3^{-1} - 4^{-1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$;

2) $2^{-3} + 6^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{9+2}{72} = \frac{11}{72}$;

3) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} + (-2,3)^0 - 5^{-2} = \frac{7}{2} + 1 - \frac{1}{25} = \frac{175+50-2}{50} = \frac{223}{50} = 4\frac{23}{50}$;

4) $9 \cdot (0,1)^{-1} = 9 \cdot 10 = 90$;

5) $0,5^{-2} \cdot 4^{-1} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{4} = \left(\frac{10}{5}\right)^{2} \cdot \frac{1}{4} = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1;$

6) $(2^{-1} - 8^{-1} \cdot 16)^{-1} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \cdot 16\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2} - 2\right)^{-1} = \left(-1\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-1} = -\frac{2}{3}.$

243. 1) $2^{-2} + 2^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$; 2) $3^{-2} - 6^{-1} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{2+3}{18} = \frac{5}{18}$; 3) $0{,}03^0 + 0{,}7^0 = 1 + 1 = 2$;

4) $(9 \cdot 3^{-3} - 12^{-1})^{-1} = \left(9 \cdot \frac{1}{27} - \frac{1}{12}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12}\right)^{-1} = \left(\frac{4-1}{12}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{1} = 4.$

244. 1) $12 \cdot 10^4$, число записано у нестандартному вигляді, бо $12 > 10$;
2) $1{,}2 \cdot 10^4$, число записано у стандартному вигляді;
3) $0{,}12 \cdot 10^4$, число записано у нестандартному вигляді, бо $0 < 1$.

245. 1) $3400 = 3{,}4 \cdot 10^3$; 2) $15 = 1{,}5 \cdot 10$; 3) $0{,}0046 = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$;
4) $0{,}000008 = 8 \cdot 10^{-6}$; 5) $0{,}73 = 7{,}3 \cdot 10^{1}$; 6) $250 \cdot 10^2 = 2{,}5 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 2{,}5 \cdot 10^4$;
7) $0{,}86 \cdot 10^3 = 8{,}6 \cdot 10^{-1} \cdot 10^3 = 8{,}6 \cdot 10^2$; 8) $0{,}23 \cdot 10^4 = 2{,}3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 2{,}3 \cdot 10^3$;
9) $9300 \cdot 10^5 = 9{,}3 \cdot 10^3 \cdot 10^5 = 9{,}3 \cdot 10^8$.

246. 1) 300 000 км/с $= 3 \cdot 10^5$ км/с; 2) 2061 м $= 2{,}061 \cdot 10^3$ м;
3) 603 700 км^2 $= 6{,}037 \cdot 10^5$ км^2; 4) 149,6 млн км $= 1{,}496 \cdot 10^2$ млн км;
5) 0,032 Па $= 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ Па; 6) 0,00000028 мм $= 2{,}8 \cdot 10^{-7}$ мм.

247. 1) $45\,000 = 4.5 \cdot 10^4$, 4 — порядок числа; 2) $260 = 2{,}6 \cdot 10^2$, 2 — порядок числа;
3) $0{,}00024 = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$, (–4) — порядок числа;
4) $0{,}032 = 3{,}2 \cdot 10^{-2}$, (–2) — порядок числа;
5) $0{,}059 \cdot 10^8 = 5{,}9 \cdot 10^{-2} \cdot 10^8 = 5{,}9 \cdot 10^6$, 6 — порядок числа;
6) $526 \cdot 10^4 = 5{,}26 \cdot 10^2 \cdot 10^4 = 5{,}26 \cdot 10^6$, 6 — порядок числа.

248. 1) $1{,}6 \cdot 10^3 = 1600$; 2) $5{,}7 \cdot 10^6 = 5\,700\,000$;
3) $2{,}1 \cdot 10^{-2} = 0{,}021$; 4) $1{,}1 \cdot 10^{-5} = 0{,}000011$.

249. 1) $2{,}4 \cdot 10^2 = 240$; 2) $4{,}8 \cdot 10^5 = 480\,000$;
3) $1{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}0014$; 4) $8{,}6 \cdot 10^{-4} = 0{,}00086$.

250. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \frac{\frac{1}{a^n}}{\frac{1}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$. Отже, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

251. 1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 10^{-1} + 9^0 - (-2)^3 + \left(\frac{2}{9}\right)^{-2} \cdot (-1,5)^{-3} = -3 \cdot \frac{1}{10} + 1 + 8 + \frac{81}{4} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} =$
$= -\frac{3}{10} + 9 + \frac{81}{4} \cdot \left(-\frac{8}{27}\right) = 8\frac{7}{10} + (-6) = 2,7;$

2) $(2,5)^{-2} - (8^5)^0 + \left(1\frac{2}{3}\right)^{-3} + 0,1^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} - 1 + \left(\frac{5}{3}\right)^{-3} + 10 = \frac{4}{25} + 9 + \frac{27}{125} =$
$= \frac{20+27}{125} + 9 = 9\frac{47}{125} = 9,376.$

252. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

Порядок спадання: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{0}$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$.

2) $4^{-1} = \frac{1}{4}$; $4^3 = 64$; $4^0 = 1$; $4^{-2} = \frac{1}{16}$. Порядок спадання: 4^3; 4^0; 4^{-1}; 4^{-2}.

253. 1) $7^{-2} = \frac{1}{49}$; $7^2 = 49$; $7^{-1} = \frac{1}{7}$; $7^0 = 1$. Порядок зростання: 7^{-2}; 7^{-1}; 7^0; 7^2.

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=27$; $\left(\frac{1}{3}\right)^0=1$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=3$.

Порядок зростання: $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\left(\frac{1}{3}\right)^0$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$.

254. 1) $12^0=1$; $(-6)^0=1$, отже, $12^0=(-6)^0$; $0,2^3=0,008$;

$(0,2)^{-3}=\left(\frac{1}{5}\right)^{3}=125$, отже, $0,2^3<0,2^{-3}$;

2) $0,2^3=0,008<0,2^{-3}=\left(\frac{10}{2}\right)^3=\frac{1000}{8}$, отже, $0,2^3<0,2^{-3}$;

3) $4^6=0,25^{-6}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-6}=4^6$, отже, $4^6=0,25^{-6}$;

4) $3^{-1}\cdot7^{-1}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{7}=\frac{1}{21}=(21)^{-1}=\frac{1}{21}$, отже, $3^{-1}\cdot7^{-1}=21^{-1}$.

Можна інакше: $3^{-1}\cdot7^{-1}=(3\cdot7)^{-1}=21^{-1}$, отже, $3^{-1}\cdot7^{-1}=21^{-1}$;

5) $5^{-1}=\frac{1}{5}$; $7^{-1}=\frac{1}{7}$; $2^{-1}=\frac{1}{2}$; $5^{-1}-7^{-1}=\frac{1}{5}-\frac{1}{7}=\frac{7-5}{35}=\frac{2}{35}=\frac{4}{70}<2^{-1}=\frac{1}{2}=\frac{35}{70}$,

отже, $5^{-1}-7^{-1}<2^{-1}$;

6) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=3+2=5>\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)^{-1}=\left(\frac{2+3}{6}\right)^{-1}=\frac{6}{5}=1,2$,

отже, $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}>\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

255. 1) $3^{-2}=\frac{1}{9}<(-3)^0=1$, отже, $3^{-2}<(-3)^0$;

2) $3^{-1}+2^{-1}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{2+3}{6}=\frac{5}{6}=\frac{25}{30}>5^{-1}=\frac{1}{5}=\frac{6}{30}$, отже, $3^{-1}+2^{-1}>5^{-1}$;

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}=4^2-5^2=16-25=-9<\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5-4}{20}\right)^{-2}=20^2=400$,

отже, $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}<\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)^{-2}$.

256. 1) $ab^{-1}+a^{-1}b=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}$; 2) $3a^{-1}+ab^{-2}=\frac{3}{a}+\frac{a}{b^2}=\frac{3b^2+a^2}{ab^2}$;

3) $m^2n^2(m^{-3}-n^{-3})=m^2n^2\cdot\left(\frac{1}{m^3}-\frac{1}{n^3}\right)=m^2n^2\cdot\frac{n^3-m^3}{m^3n^3}=\frac{n^3-m^3}{mn}$;

4) $(a+b)^{-1}\cdot(a^{-1}+b^{-1})=\frac{1}{a+b}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{1}{a+b}\cdot\frac{b+a}{ab}=\frac{1}{ab}$;

5) $(c^{-2}-d^{-2}):(c+d)=\left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{d^2}\right)\cdot\frac{1}{c+d}=\frac{d^2-c^2}{c^2d^2(c+d)}=\frac{d-c}{c^2d^2}$;

6) $(xy^{-2}+x^{-2}y)\cdot\left(\frac{x^2-xy+y^2}{x}\right)^{-1}=\left(\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}\right)\cdot\frac{x}{x^2-xy+y^2}=\frac{x^3+y^3}{y^2x^2}\cdot\frac{x}{x^2-xy+y^2}=$

$=\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{y^2x(x^2-xy+y^2)}=\frac{x+y}{y^2x}$.

257. 1) $a^{-2}+a^{-3}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^3}=\frac{a+1}{a^3}$; 2) $mn^{-4}+m^{-4}n=\frac{m}{n^4}+\frac{n}{m^4}=\frac{m^5+n^5}{n^4m^4}$;

3) $(c^{-1}-d^{-1})(c-d)^{-2}=\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{d}\right)\left(\frac{1}{c-d}\right)^2=\frac{d-c}{cd}\cdot\frac{1}{(d-c)^2}=\frac{1}{cd(d-c)}$;

4) $(x^{-2}+y^{-2})(x^2+y^2)^{-1}=\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\cdot\frac{1}{x^2+y^2}=\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}\cdot\frac{1}{x^2+y^2}=\frac{1}{x^2y^2}$.

258. Стандартний запис числа $a \cdot 10^n$, де $1 \le a < 10$. За умовою $n \cdot 10^4$, де n — натуральне число. Десятковий запис числа містить п'ять цифр.

259. За умовою десятковий запис деякого числа складається з семи цифр, тому порядок числа дорівнює 6, бо стандартний запис числа $a \cdot 10^n$, де $1 \le n < 10$.

260. 1) $9,7 \cdot 10^{11} < 1,2 \cdot 10^{12} = 12 \cdot 10^{11}$; 2) $3,6 \cdot 10^{-5} > 4,8 \cdot 10^{-6} = 0,48 \cdot 10^{-5}$;
3) $2,34 \cdot 10^6 > 0,23 \cdot 10^7 = 2,3 \cdot 10^6$; 4) $42,7 \cdot 10^{-9} = 0,427 \cdot 10^{-7} > 0,072 \cdot 10^{-7}$.

261. 1) $6,1 \cdot 10^{19} = 61 \cdot 10^{18} > 6,15 \cdot 10^{18}$; 2) $1,5 \cdot 10^{-9} = 0,15 \cdot 10^{-8} < 0,9 \cdot 10^{-8}$.

262. 1) Планета Меркурій знаходиться на найменшій відстані від Сонця. Планета Нептун знаходиться на найбільшій відстані від Сонця.
2) Планета Сатурн знаходиться далі від Сонця ніж планета Марс.
3) Таблиця.

№ з/п	Порядок збільшення		Відстань від Сонця в мільйонах км
	Планета	Відстань, км	
1	Меркурій	$5,790 \cdot 10^7$	57 900 000
2	Венера	$10,82 \cdot 10^7$	108 200 000
3	Земля	$14,95 \cdot 10^7$	149 500 000
4	Марс	$22,8 \cdot 10^7$	228 000 000
5	Юпітер	$77,81 \cdot 10^7$	778 100 000
6	Сатурн	$142,7 \cdot 10^7$	1 427 000 000
7	Уран	$287,1 \cdot 10^7$	2 871 000 000
8	Нептун	$449,7 \cdot 10^7$	4 497 000 000

263. 1) Найменша маса атома у елемента Гідроген, найбільша маса атома у елемента Уран.
2) Маса атома елемента Купрум більша, ніж маса атома елемента Натрій.
3) Таблиця.

№ з/п	Елемент	Маса атома, кг
1	Уран	$3,95 \cdot 10^{-25}$
2	Аурум	$3,27 \cdot 10^{-25}$
3	Станум	$1,97 \cdot 10^{-25}$
4	Купрум	$1,05 \cdot 10^{-25}$
5	Ферум	$9,28 \cdot 10^{-26} = 0,928 \cdot 10^{-25}$
6	Алюміній	$4,48 \cdot 10^{-26} = 0,448 \cdot 10^{-25}$
7	Натрій	$3,81 \cdot 10^{-26} = 0,448 \cdot 10^{-25}$
8	Нітроген	$2,32 \cdot 10^{-26} = 0,232 \cdot 10^{-25}$
9	Гелій	$6,64 \cdot 10^{-27} = 0,0664 \cdot 10^{-25}$
10	Гідроген	$1,66 \cdot 10^{-27} = 0,0166 \cdot 10^{-25}$

264. 1) Найбільші запаси речовини Заліза. Найменші запаси речовини Золота.
2) Запаси речовини Нікілю більші, ніж речовини Цинку.
3) Таблиця.

№ з/п	Речовина	Запаси, т
1	Залізо	$8,8 \cdot 10^{10} = 8\ 800\ 000 \cdot 10^4$
2	Фосфати	$1,98 \cdot 10^{10} = 1\ 980\ 000 \cdot 10^4$
3	Хром	$4,4 \cdot 10^9 = 440\ 000 \cdot 10^4$
4	Мідь	$2,8 \cdot 10^9 = 280\ 000 \cdot 10^4$
5	Алюміній	$1,1 \cdot 10^9 = 110\ 000 \cdot 10^4$
6	Марганець	$6,35 \cdot 10^8 = 63\ 500 \cdot 10^4$
7	Цинк	$1,12 \cdot 10^8 = 11\ 200 \cdot 10^4$
8	Нікель	$6,8 \cdot 10^7 = 6800 \cdot 10^4$
9	Олово	$4,76 \cdot 10^6 = 476 \cdot 10^4$
10	Вольфрам	$1,3 \cdot 10^6 = 130 \cdot 10^4$
11	Ртуть	$1,15 \cdot 10^5 = 11,5 \cdot 10^4$
12	Золото	$1,1 \cdot 10^4$

265. 1) $12 \cdot 41 = 492$ (кг) — маса 41 деталі;
2) $492 : 16 = 30,75$ — кількість болванок масою 16 кг.
Треба взяти 31 болванку, щоб відлити 41 деталь масою 12 кг. Це найменша кількість болванок.

266. Задача на складні відсотки, бо відсоток нараховується на відсоток. Нехай два роки тому було A_0 мешканців, сьогодні їх проживає $A_2 = 88\ 200$. Щорічний приріст населення дорівнює 5 %. Застосуємо формулу складних відсотків: $A_2 = A_0\left(1 + \frac{P}{100}\right)^2$, отже, маємо рівняння: $88\ 200 = A_0\left(1 + \frac{5}{100}\right)^2$; $A_0 \cdot (1,05)^2 = 88\ 200$; $A_0 = 88\ 200 : 1,1025$; $A_0 = 80\ 000$.
Відповідь: 80 000 мешканців.

267. Нехай відстань від дому до стадіону x км, тоді за $\frac{x}{4}$ год Дмитро подолає цю відстань пішки і за $\frac{x}{12}$ год — на велосипеді, що на 20 хв $= \frac{1}{3}$ год менше.
Маємо рівняння: $\frac{x}{4} - \frac{x}{12} = \frac{1}{3} \Big| \cdot 12$; $3x - x = 4$; $2x = 4$; $x = 2$. *Відповідь:* 2 км.

268. $$\frac{2a^2 + a}{a^2 - 1} - \frac{a+1}{a-1} + \frac{3a-3}{2a+2} = \frac{2a^2 + a}{(a-1)(a+1)} - \frac{a+1}{a-1} + \frac{3a-3}{2(a+1)} =$$
$$= \frac{4a^2 + 2a - 2(a+1)^2 + (3a-3)(a-1)}{2(a-1)(a+1)} = \frac{4a^2 + 2a - 2a^2 - 4a - 2 + 3a^2 - 6a + 3}{2(a-1)(a+1)} =$$
$$= \frac{5a^2 - 8a + 1}{2(a-1)(a+1)}.$$

269. 1) $(5n + 6,5)^2 - (2n + 0,5)^2 = 25n^2 + 65n + 6,5^2 - 4n^2 - 2n - 0,5^2 = 21n^2 + 63n + 42 = 21(n^2 + 3n + 2)\ \vdots 21$.
Перевіримо, чи може вираз $n^2 + 3n + 2$ при $n \in N$ бути кратним 2?
$n^2 + 3n + 2 = n^2 + n + 2n + 2 = n(n + 1) + 2(n + 1) = (n + 1)(n + 2)$.
Якщо n — парне число, тоді $n + 2$ — парне число і воно націло ділиться на 2, тоді вираз $(n^2 + 3n + 2)\ \vdots 2$. Якщо n — непарне число, тоді $n + 1$ — парне число і воно націло ділиться на 2, тоді вираз $(n^2 + 3n + 2)\ \vdots 2$.
Отже, при $n \in N$ вираз $(5n + 6,5)^2 - (2n + 0,5)^2$ кратний 42.

270. 1) $a^7 \cdot a^5 = a^{12}$; 2) $a^7 : a^5 = a^2$; 3) $(a^7)^5 = a^{35}$; 4) $\dfrac{(a^3)^6 \cdot a^4}{a^{16}} = \dfrac{a^{18} \cdot a^4}{a^{16}} = a^2 \cdot a^4 = a^6$.

271. 1) $-4m^3n^5 \cdot 5m^4n^2 = -20m^7n^7$; 2) $(-2m^7n^2)^4 = 16m^{28}n^8$;

3) $8x^8y^4 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}x^2y^5\right)^3 = 8x^8y^4 \cdot \left(-\dfrac{1}{8}\right)x^6y^{15} = -x^{14}y^{19}$.

272. 1) $\dfrac{3^{10} \cdot 27^3}{9^9} = \dfrac{3^{10} \cdot (3^3)^3}{(3^2)^9} = \dfrac{3^{10} \cdot 3^9}{3^{18}} = \dfrac{3^{19}}{3^{18}} = 3$;

2) $\left(5\dfrac{1}{3}\right)^7 \cdot \left(\dfrac{3}{16}\right)^8 = \left(\dfrac{16}{3}\right)^7 \cdot \left(\dfrac{3}{16}\right)^7 \cdot \dfrac{3}{16} = 1 \cdot \dfrac{3}{16} = \dfrac{3}{16}$.

273. Нехай x — кількість подружніх пар, тоді дорослих $2x$. Виходячи з умови, дівчата повинні бути у кожній з пар, а хлопчика може й не бути в деяких подружніх парах. Нехай хлопчиків — y, а дівчат — z, тоді $z \geq x$, $y > z$. Отже, $y > x$. Усього дітей $y + z$. Маємо: $+\begin{cases} z \geq x, \\ y > x. \end{cases}$

Отримали: $z + y > 2x$, тобто дорослих не може бути більше, ніж дітей.

274. 1) $a^{-6} \cdot a^9 = a^3$; 2) $a^5 \cdot a^{-8} = a^{-3}$; 3) $a^{-5} \cdot a^{10} \cdot a^{-12} = a^{-7}$; 4) $a^{-2} : a^6 = a^{-2-6} = a^{-8}$;
5) $a^7 : a^{-3} = a^{10}$; 6) $a^{-3} : a^{-15} = a^{12}$; 7) $a^{12} : a^{-20} : a^{-9} = a^{41}$; 9) $(a^{-6})^{-8} = a^{48}$;
10) $(a^2)^{-4} \cdot (a^{-3})^{-2} : (a^{-8})^3 = a^{-8} \cdot a^6 : a^{-24} = a^{-2} : a^{-24} = a^{22}$;

11) $(a^4b^{-2}c^3)^{-10} = a^{-40} \cdot b^{20} \cdot c^{-30}$; 12) $\left(\dfrac{a^{10}b^{-7}}{c^6d^{-14}}\right)^{-2} = \dfrac{a^{-20} \cdot b^{14}}{c^{-12} \cdot d^{28}} = \dfrac{b^{14} \cdot c^{12}}{a^{20} \cdot d^{28}}$.

275. 1) $a^6 \cdot a^{-10} = a^{-4}$; 2) $a^4 : a^7 = a^{-3}$; 3) $a^{-5} : a^{-9} = a^4$; 4) $(a^{-2})^6 = a^{-12}$;

5) $(a^{-3}b^{-1}c^7)^{-4} = a^{12}b^4c^{-28}$; 6) $\left(\dfrac{a^2}{bc^{-1}}\right)^{-3} = \dfrac{a^{-6}}{b^{-3}c^3} = \dfrac{b^3}{a^6c^3}$;

7) $a^{-16} \cdot a^8 : a^{-4} = a^{-8} : a^{-4} = a^{-4}$;
8) $(a^{-3})^8 : (a^{-1})^7 \cdot (a^{-7})^{-4} = a^{-24} : a^{-7} \cdot a^{28} = a^{-17} \cdot a^{28} = a^{11}$.

276. 1) $9^5 \cdot 9^{-7} = 9^{-2} = \dfrac{1}{81}$; 2) $10^{-8} \cdot 10^{12} = 10^4 = 10\ 000$; 3) $3^{-18} : 3^{-21} = 3^3 = 27$;
4) $2^{-9} \cdot 2^{-12} : 2^{-22} = 2^{-21} : 2^{-22} = 2$; 5) $(17^4)^{-12} \cdot (17^{-6})^{-8} = 17^{-48} \cdot 17^{48} = 17^0 = 1$;

6) $\dfrac{6^{-5} \cdot (6^{-3})^4}{(6^{-7})^2 \cdot 6^{-3}} = \dfrac{6^{-5} \cdot 6^{-12}}{6^{-14} \cdot 6^{-3}} = \dfrac{6^{-17}}{6^{-17}} = 1$; 7) $3^{-3} \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3} = \left(3 \cdot \dfrac{2}{3}\right)^{-3} = 2^{-3} = \dfrac{1}{8}$;

8) $\dfrac{14^{-5}}{7^{-5}} = \left(\dfrac{14}{7}\right)^{-5} = 2^{-5} = \dfrac{1}{32}$.

277. 1) $6^{-9} \cdot 6^6 = 6^{-3} = \dfrac{1}{216}$; 2) $7^{-16} : 7^{-18} = 7^2 = 49$; 3) $5^{-7} : 5^{-6} \cdot 5^2 = 5^{-1} \cdot 5^2 = 5$;

4) $\dfrac{4^{-7} \cdot (4^{-5})^3}{(4^{-3})^7} = \dfrac{4^{-7} \cdot 4^{-15}}{4^{-21}} = \dfrac{4^{-22}}{4^{-21}} = 4^{-1} = \dfrac{1}{4}$;

5) $0,8^{-4} \cdot \left(1\dfrac{1}{4}\right)^{-4} = \left(0,8 \cdot \dfrac{5}{4}\right)^{-4} = 1^{-4} = 1$; 6) $\dfrac{11^{-2}}{22^{-2}} = \left(\dfrac{11}{22}\right)^{-2} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

278. 1) $3a^{-3} \cdot 4a^{-4} = 12a^{-7}$; 2) $\dfrac{10b^{-4}}{15b^{-5}} = \dfrac{2}{3b^{-1}} = \dfrac{2b}{3}$; 3) $(2c^{-6})^4 = 16c^{-24}$;

4) $m^2n \cdot mn^{-2} = m^3n^{-1} = \dfrac{m^3}{n}$; 5) $abc^{-1} \cdot ab^{-1}c = a^2b^0c^0 = a^2$;

6) $\dfrac{kp^{-6}}{k^4p^4} = \dfrac{p^{-10}}{k^3} = \dfrac{1}{k^3p^{10}}$; 7) $(c^{-6}d^2)^{-7} = c^{42}d^{-14}$;

8) $\frac{1}{3}a^{-3}b^{-6}\cdot\frac{6}{7}a^7b^4=\frac{2}{7}a^4b^{-2}=\frac{2a^4}{7b^2}$; 9) $0,2c^{-3}d^5\cdot 1,5c^{-2}d^{-5}=0,3c^{-1}d^0=\frac{3}{10c}$;

10) $4x^8\cdot(-3x^{-2}y^4)^{-2}=4x^8\cdot\frac{1}{(-3x^{-2}y^4)^2}=\frac{4x^8}{9x^{-4}y^8}=\frac{4x^{12}}{9y^8}$;

11) $\frac{13m^{-10}}{12n^{-8}}\cdot\frac{27n}{26m^2}=\frac{1\ \ m^{-12}\cdot 9n^9}{2\cdot 4}=\frac{9n^9}{8m^{12}}$;

12) $\frac{18p^{-6}k^2}{7}:\frac{15k^{-2}}{p^6}=\frac{18p^{-6}k^2\cdot p^6}{7\cdot 15\cdot k^2}=\frac{6p^0}{7\cdot 5}=\frac{6}{35}$.

279. 1) $2a^{-5}b^2\cdot 3a^{-2}b^{-5}=6a^{-7}b^{-3}=\frac{6}{a^7b^3}$; 2) $\left(\frac{1}{2}mn^{-3}\right)^{-2}=4m^{-2}n^6=\frac{4n^6}{m^2}$;

2) $\frac{3,6a^2b}{0,9a^3b^{-3}}=\frac{4b^4}{a}$; 4) $0,8a^{-6}b^8\cdot 5a^{10}\cdot b^{-8}=4a^4b^0=4a^4$;

5) $\frac{25x^{-3}}{y^{-4}}\cdot\frac{y^4}{5x^{-7}}=\frac{25x^4y^4}{y^{-4}\cdot 5}=\frac{5x^4y^8}{1}=5x^4y^8$.

280. 1) $8^{-3}\cdot 2^7=(2^3)^{-3}\cdot 2^7=2^{-9}\cdot 2^7=2^{-2}=\frac{1}{4}$; 2) $27^{-2}:9^{-4}=(3^3)^{-2}:(3^2)^{-4}=3^{-6}:3^{-8}=3^2=9$;

3) $100^{-2}:1000^{-5}\cdot 0,01^6=10^{-4}:10^{-15}\cdot(10^{-2})^6=10^{11}\cdot 10^{-12}=10^{-1}=\frac{1}{10}$;

4) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-4}\cdot\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-3}=\left(\frac{9}{4}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-9}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-8}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^9=\frac{3}{2}=1,5$;

5) $25^{-4}:(0,2^{-3})^{-2}=5^{-8}:((5^{-1})^{-3})^{-2}=5^{-8}:5^{-6}=5^{-2}=\frac{1}{25}$;

6) $\frac{(-36)^{-3}\cdot 6^8}{216^{-5}\cdot(-6)^{18}}=\frac{(-6^2)^{-3}\cdot 6^8}{(6^3)^{-5}\cdot(-6)^{18}}=\frac{-6^{-6}\cdot 6^8}{6^{-15}\cdot(-6)^{18}}=\frac{-6^2}{6^{-15}\cdot 6^{18}}=\frac{-6^2}{6^3}=-\frac{1}{6}$;

7) $\frac{6^{-10}}{81^{-2}\cdot 16^3}=\frac{3^{-10}\cdot 2^{-10}}{3^{-8}\cdot 2^{-12}}=3^{-2}\cdot 2^2=\frac{4}{9}$; 8) $\frac{14^5\cdot 2^{-7}}{28^{-2}\cdot 7^8}=\frac{2^5\cdot 7^5\cdot 2^{-7}}{2^{-4}\cdot 7^{-2}\cdot 7^8}=\frac{2^2}{7}=\frac{4}{7}$.

281. 1) $9^{-4}\cdot 27^2=3^{-8}\cdot 3^6=3^{-2}=\frac{1}{9}$; 2) $32^{-5}:64^{-4}=(2^5)^{-5}:(2^6)^{-4}=2^{-25}:2^{-24}=2^{-1}=\frac{1}{2}$;

3) $\left(2\frac{7}{9}\right)^{-7}\cdot\left(\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}\right)^5=\left(\frac{25}{9}\right)^{-7}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-15}=\left(\frac{5}{3}\right)^{-14}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{15}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$;

4) $8^{-2}:0,5^4=(2^3)^{-2}:\left(\frac{1}{2}\right)^4=2^{-6}:2^{-4}=2^{-2}=\frac{1}{4}$;

5) $\frac{22^6\cdot 2^{-8}}{44^{-3}\cdot 11^9}=\frac{2^6\cdot 11^6\cdot 2^{-8}}{4^{-3}\cdot 11^{-3}\cdot 11^9}=\frac{2^{-2}\cdot 11^0}{2^{-6}}=\frac{2^6}{2^2}=2^4=16$;

6) $\frac{10^{-2}\cdot 15^{-4}}{30^{-6}}=\frac{10^{-2}\cdot 3^{-4}\cdot 5^{-4}}{(3\cdot 10)^{-6}}=\frac{3^{-4}\cdot 5^{-4}}{10^{-4}\cdot 3^{-6}}=\frac{3^2\cdot 5^{-4}}{5^{-4}\cdot 2^{-4}}=3^2\cdot 2^4=9\cdot 16=144$.

282. 1) $-2,4a^{-4}b^3\cdot(-2a^{-3}c^{-5})^{-3}=-2,4\cdot(-8)^{-1}\cdot a^{-4}\cdot a^9\cdot b^3\cdot c^{15}=0,3a^5b^3c^{15}$;

2) $(-10x^{-2}yz^{-8})^{-2}\cdot(0,1yz^{-4})^{-2}=(-10)^{-2}\cdot x^4y^{-2}z^{16}\cdot(0,1)^{-2}y^{-2}z^8=$

$=\frac{1}{100}x^4y^{-4}z^{24}\cdot 100=\frac{x^4z^{24}}{y^4}$;

3) $1\frac{7}{9}m^{-6}n\cdot\left(1\frac{1}{3}m^{-1}n^{-4}\right)^{-3}=\frac{16}{9}\cdot m^{-6}n\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}m^3n^{12}=\frac{2^4}{3^2}\cdot\frac{3^3}{4^3}m^{-3}n^{13}=\frac{3}{2^2}m^{-3}n^{13}=\frac{3n^{13}}{4m^3}$;

4) $\left(-\frac{1}{6}a^{-3}b^{-6}\right)^{-3}\cdot(-6a^2b^9)^{-2}=-\frac{1}{6^{-3}}a^9b^{18}\cdot 6^{-2}a^{-4}b^{-18}=-6a^5b^0=-6a^5$;

5) $\left(\frac{7p^{-3}}{5k^{-1}}\right)^{-2}\cdot 49m^{-6}n^4=\frac{7^{-2}p^6}{5^{-2}k^2}\cdot 7^2m^{-6}n^4=\frac{7^0\cdot p^6n^4\cdot 25}{m^6k^2}=\frac{25p^6n^4}{m^6k^2}$;

6) $\left(\frac{4x^{-5}}{3y^{-2}}\right)^{-3}\cdot(16x^{-6}y^4)^2=\frac{4^{-3}x^{15}}{3^{-3}y^6}\cdot 256x^{-12}y^8=\frac{x^3y^8\cdot 256\cdot 27}{64\cdot y^6}=108x^3y^2$.

283. 1) $3,6a^{-8}b^4\cdot(-3a^{-3}b^{-7})^{-2}=3,6a^{-8}b^4\cdot(-3)^{-2}a^6b^{14}=3,6\cdot\frac{1}{9}a^{-2}b^{18}=\frac{2b^{18}}{5a^2}$;

2) $1\frac{9}{16}x^{-6}y^2\cdot\left(1\frac{1}{4}x^{-1}y^{-3}\right)^{-3}=\frac{25}{16}\cdot\frac{y^2}{x^6}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}x^3y^9=\frac{25}{16}\cdot\frac{64}{125}\cdot\frac{y^{11}}{x^3}=\frac{4y^{11}}{5x^3}$;

3) $\left(\frac{5m^{-4}}{6n^{-1}}\right)^{-3}\cdot 125m^{-10}\cdot n^2=\frac{5^{-3}m^{12}\cdot 5^3m^{-10}n^2}{6^{-3}n^3}=\frac{216m^2}{n}$;

4) $\left(\frac{7a^{-6}}{b^5}\right)^{-2}\cdot(a^{-4}b)^4=\frac{7^{-2}a^{12}}{b^{-10}}\cdot a^{-16}b^4=\frac{1\cdot a^{-4}b^4}{49b^{-10}}=\frac{b^{14}}{49a^4}$.

284. 1) $a^8-2a^4=a^4(a^4-2)$; 2) $a^{-3}-2a^{-4}=a^{-4}(a-2)$; 3) $a^3-2a^{-4}=a^{-4}(a^7-2)$.

285. 1) $b^3+3b^2=b^2(b+3)$; 2) $b^{-3}+3b^{-2}=b^{-3}(1+3b)$; 3) $b^{-3}+3b^2=b^{-3}(1+3b^5)$.

286. 1) $a^{-2}-4=\left(\frac{1}{a}-2\right)\left(\frac{1}{a}+2\right)$; 2) $a^{-4}b^{-6}-1=\frac{1}{a^4b^6}-1=\left(\frac{1}{a^2b^3}-1\right)\left(\frac{1}{a^2b^3}+1\right)$;

3) $25x^{-8}y^{-12}-z^{-2}=\left(\frac{5}{x^4y^6}-\frac{1}{z}\right)\left(\frac{5}{x^4y^6}+\frac{1}{z}\right)$;

4) $a^{-3}+b^{-3}=\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{ab}+\frac{1}{b^2}\right)$;

5) $m^{-4}-6m^{-2}p^{-1}+9p^{-2}=\frac{1}{m^4}-\frac{6}{m^2p}+\frac{9}{p^2}=\left(\frac{1}{m^2}\right)^2-2\cdot\frac{1}{m^2}\cdot\frac{3}{p}+\left(\frac{3}{p}\right)^2=\left(\frac{1}{m^2}-\frac{3}{p}\right)^2$;

6) $a^{-8}-49a^{-2}=\left(\frac{1}{a^4}\right)^2-\left(\frac{7}{a}\right)^2=\left(\frac{1}{a^4}-\frac{7}{a}\right)\left(\frac{1}{a^4}+\frac{7}{a}\right)$.

287. 1) $x^{-4}-25=\left(\frac{1}{x^2}-5\right)\left(\frac{1}{x^2}+5\right)$;

2) $m^{-6}-8n^{-3}=\left(\frac{1}{m^2}\right)^3-\left(\frac{2}{n}\right)^3=\left(\frac{1}{m^2}-\frac{2}{n}\right)\left(\frac{1}{m^4}+\frac{2}{m^2n}+\frac{4}{n^2}\right)$;

3) $a^{-10}+8a^{-5}b^{-7}+16b^{-14}=\left(\frac{1}{a^5}\right)^2+4\cdot\frac{1}{a^5}\cdot\frac{2}{b^7}+\left(\frac{4}{b^7}\right)^2=\left(\frac{1}{a^5}+\frac{4}{b^7}\right)^2$;

4) $a^{-4}-a^{-2}=\left(\frac{1}{a^2}\right)^2-\left(\frac{1}{a}\right)^2=\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a}\right)$.

288. $a^{-8}-b^{-8}=(a^{-1}-b^{-1})(a^{-1}+b^{-1})(a^{-2}+b^{-2})(a^{-4}+b^{-4})$;
$(a^{-4})^2-(b^{-4})^2=(a^{-4}-b^{-4})(a^{-4}+b^{-4})=((a^{-2})^2-(b^{-2})^2))(a^{-4}+b^{-4})=$
$(a^{-2}-b^{-2})(a^{-2}+b^{-2})(a^{-4}+b^{-4})=(a^{-1}-b^{-1})(a^{-1}+b^{-1})(a^{-2}+b^{-2})(a^{-4}+b^{-4})$.
Тотожність доведено.

289. 1) $(a^{-4}+3)(a^{-4}-3)-(a^{-4}+2)^2=a^{-8}-9-(a^{-8}+4a^{-4}+4)=a^{-8}-9-a^{-8}-4a^{-4}-4=$
$=-4a^{-4}-13$;

2) $\frac{m^{-2}-n^{-2}}{m^{-1}+n^{-1}}=\frac{(m^{-1}-n^{-1})(m^{-1}+n^{-1})}{m^{-1}+n^{-1}}=m^{-1}-n^{-1}$;

3) $\frac{2x^{-2}+y^{-2}}{3x^{-2}-3x^{-1}y^{-1}}-\frac{x^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}=\frac{2x^{-2}+y^{-2}}{3x^{-1}(x^{-1}-y^{-1})}-\frac{x^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}=\frac{2x^{-2}+y^{-2}-x^{-1}\cdot 3x^{-1}}{3x^{-1}(x^{-1}-y^{-1})}=$
$=\frac{y^{-2}-x^{-2}}{3x^{-1}(x^{-1}-y^{-1})}=\frac{(y^{-1}-x^{-1})(y^{-1}+x^{-1})}{3x^{-1}(x^{-1}-y^{-1})}=\frac{-(y^{-1}+x^{-1})}{3x^{-1}}$;

4) $\frac{a^{-5}+b^{-5}}{a^{-6}}:\frac{a^{-3}b^{-5}+a^{-8}}{a^{-4}}=\frac{a^{-5}+b^{-5}}{a^{-6}}\cdot\frac{a^{-4}}{a^{-3}(b^{-5}+a^{-5})}=\frac{a^{-4}}{a^{-9}}=a^{5}.$

290. 1) $(x^{-2}-1)^2-(x^{-2}-4)(x^{-2}+4)=x^{-4}-2x^{-2}+1-(x^{-4}+4x^{-2}-4x^{-2}-16)=$
$=x^{-4}-2x^{-2}+1-x^{-4}-4x^{-2}+4x^{-2}+16=-2x^{-2}+17;$

2) $\frac{a^{-2}-10a^{-1}b^{-1}+25b^{-2}}{a^{-1}-5b^{-1}}=\frac{(a^{-1}-5b^{-1})^2}{a^{-1}-5b^{-1}}=a^{-1}-5b^{-1}=\frac{1}{a}-\frac{5}{b}=\frac{b-5a}{ab};$

3) $\frac{5m^{-2}+n^{-2}}{4m^{-3}+4m^{-1}n^{-2}}-\frac{m^{-1}}{m^{-2}+n^{-2}}=\frac{5m^{-2}+n^{-2}}{4m^{-1}(m^{-2}+n^{-2})}-\frac{m^{-1}}{m^{-2}+n^{-2}}=\frac{5m^{-2}+n^{-2}-4m^{-1}\cdot m^{-1}}{4m^{-1}(m^{-2}+n^{-2})}=$

$=\frac{5m^{-2}+n^{-2}-4m^{-2}}{4m^{-1}(m^{-2}+n^{-2})}=\frac{m^{-2}+n^{-2}}{4m^{-1}(m^{-2}+n^{-2})}=\frac{m}{4};$

4) $\frac{b^{-1}+3c^{-1}}{c^{-2}}\cdot\frac{bc}{b^{-2}c^{-1}+3b^{-1}c^{-2}}=\frac{(b^{-1}+3c^{-1})bc^3}{b^{-1}c^{-1}(b^{-1}+3c^{-1})}=b^2c^4.$

291. Порядок числа a дорівнює –4, тому:
1) $10a$, порядок цього числа $-4+1=-3$;
2) порядок числа $0{,}1a$ дорівнює $-4-1=-5$;
3) порядок числа $100a$ дорівнює $-4+2=-2$;
4) порядок числа $0{,}001a$ дорівнює $-4-3=-7$;
5) порядок числа $10\,000a$ дорівнює $-4+4=0$;
6) порядок числа $1\,000\,000a$ дорівнює $-4+6=2$.

292. Порядок числа b дорівнює 3, тому;
1) порядок числа $10b$ дорівнює $3+1=4$;
2) порядок числа $0{,}01b$ дорівнює $3-2=1$;
3) порядок числа $0{,}0001b$ дорівнює $3-4=-1$;
4) порядок числа $1000b$ дорівнює $3+3=6$.

293. 1) $(1{,}8\cdot10^4)\cdot(6\cdot10^3)=1{,}8\cdot6\cdot10^7=10{,}8\cdot10^7=1{,}08\cdot10^8;$
2) $(3\cdot10^6)\cdot(5{,}2\cdot10^{-9})=3\cdot5{,}2\cdot10^{-3}=15{,}6\cdot10^{-3}=1{,}56\cdot10^{-2};$
3) $\frac{5,4\cdot10^5}{9\cdot10^8}=0,6\cdot10^{-3}=6\cdot10^{-4};$ 4) $\frac{1,7\cdot10^{-6}}{3,4\cdot10^{-4}}=\frac{1}{2}\cdot10^{-2}=0,5\cdot10^{-2}=5\cdot10^{-3}.$

294. 1) $(1{,}6\cdot10^{-5})\cdot(4\cdot10^7)=1{,}6\cdot4\cdot10^2=6{,}4\cdot10^2;$
2) $(5\cdot10^{-3})\cdot(1{,}8\cdot10^{-1})=5\cdot1{,}8\cdot10^{-4}=9\cdot10^{-4};$
3) $\frac{7\cdot10^{-4}}{1,4\cdot10^{-6}}=\frac{1\cdot10^2}{0,2}=5\cdot10^2;$ 4) $\frac{6,4\cdot10^3}{8\cdot10^{-2}}=0,8\cdot10^5=8\cdot10^4.$

295. $\frac{1,5\cdot10^8\text{ км}}{3\cdot10^8\text{ м/с}}=\frac{1,5\cdot10^8\cdot10^3\text{ м}}{3\cdot10^8\text{ м/с}}=0,5\cdot10^3\text{ с}=5\cdot10^2\text{ с};$ $1\text{ с}=\frac{1}{60}$ хв;

$5\text{ с}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$ хв, тому $\frac{100}{12}=\frac{50}{6}=8,(3)\approx8$ (хв). *Відповідь:* ≈ 8 хв.

296. $V=abc=2{,}5\cdot10^{-1}\cdot0{,}12\cdot0{,}02=2{,}5\cdot10^{-1}\cdot1{,}2\cdot10^{-1}\cdot2\cdot10^{-2}=6\cdot10^{-4}$ (м³).
$m=8{,}9\cdot10^3\cdot6\cdot10^{-4}=53{,}4\cdot10^{-1}=5{,}34\cdot10^0=5{,}34$ (кг).

297. $\frac{6\cdot10^{24}}{7,4\cdot10^{22}}\approx0,81081\cdot10^2=81,081\approx81$ раз.
Маса Місяця ≈ в 81 раз менше від маси Землі.

298. 1) $\left(\frac{a^{-1}}{a^{-1}+b^{-1}}-\frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-1}}\right):\left(\frac{b}{a^2}\right)^{-1}=\frac{a^{-2}-(a^{-2}-b^{-2})}{a^{-1}(a^{-1}+b^{-1})}\cdot\frac{a^{-2}}{b^{-1}}=\frac{(a^{-2}-a^{-2}+b^{-2})\cdot a^{-2}}{a^{-1}(a^{-1}+b^{-1})\cdot b^{-1}}=$

$=\frac{b^{-2}a^{-1}}{b^{-1}(a^{-1}+b^{-1})}=\frac{b^{-1}a^{-1}}{a^{-1}+b^{-1}}=\frac{1}{ab\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}=\frac{ab}{ab(b+a)}=\frac{1}{a+b};$

2) $\frac{b^{-2}-2}{b^{-2}}-\frac{b^{-4}-4}{b^{-2}}\cdot\frac{1}{b^{-2}-2}=\frac{b^{-2}-2}{b^{-2}}-\frac{(b^{-2}-2)(b^{-2}+2)}{b^{-2}(b^{-2}-2)}=\frac{b^{-2}-2}{b^{-2}}-\frac{b^{-2}+2}{b^{-2}}=$

$=\frac{b^{-2}-2-b^{-2}-2}{b^{-2}}=\frac{-4}{b^{-2}}=-4b^2;$

3) $\frac{5c^{-3}}{c^{-3}-3}-\frac{c^{-3}+6}{2c^{-3}-6}\cdot\frac{90}{c^{-6}+6c^{-3}}=\frac{5c^{-3}}{c^{-3}-3}-\frac{(c^{-3}+6)\cdot 90}{2(c^{-3}-3)(c^{-3}+6)c^{-3}}=\frac{5c^{-3}}{c^{-3}-3}-\frac{45}{c^{-3}(c^{-3}-3)}=$

$=\frac{5\cdot c^{-3}\cdot c^{-3}-45}{c^{-3}(c^{-3}-3)}=\frac{5(c^{-6}-9)}{c^{-3}(c^{-3}-3)}=\frac{5(c^{-3}-3)(c^{-3}+3)}{c^{-3}(c^{-3}-3)}=\frac{5(c^{-3}+3)}{c^{-3}}=5c^3(c^{-3}+3)=5+15c^3;$

4) $\left(\frac{m^{-4}}{m^{-4}-4}\overset{1}{-}\frac{3m^{-4}}{m^{-8}-8m^{-4}+16}\right)\overset{2}{\cdot}\frac{16-m^{-8}}{m^{-4}-7}+\frac{8m^{-4}}{m^{-4}-4};$

1. $\frac{m^{-4}}{m^{-4}-4}-\frac{3m^{-4}}{(m^{-4}-4)^2}=\frac{m^{-4}(m^{-4}-4)-3m^{-4}}{(m^{-4}-4)^2}=\frac{m^{-8}-4m^{-4}-3m^{-4}}{(m^{-4}-4)^2}=$

$\frac{m^{-8}-7m^{-4}}{(m^{-4}-4)^2}=\frac{m^{-4}(m^{-4}-7)}{(m^{-4}-4)^2};$

2. $\frac{m^{-4}(m^{-4}-7)}{(m^{-4}-4)^2}\cdot\frac{16-m^{-8}}{m^{-4}-7}=\frac{m^{-4}(4-m^{-4})(4+m^{-4})}{(m^{-4}-4)^2}=\frac{m^{-4}(4+m^{-4})}{4-m^{-4}};$

3. $\frac{m^{-4}(4+m^{-4})}{4-m^{-4}}+\frac{8m^{-4}}{m^{-4}-4}=\frac{4m^{-4}+m^{-8}-8m^{-4}}{4-m^{-4}}=\frac{m^{-8}-4m^{-4}}{4-m^{-4}}=$

$\frac{-m^{-4}(4-m^{-4})}{4-m^{-4}}=-m^{-4}=-\frac{1}{m^4}.$

299. 1) $\frac{a^{-2}+5}{a^{-4}-6a^{-2}+9}:\frac{a^{-4}-25}{4a^{-2}-12}-\frac{2}{a^{-2}-5}=\frac{a^{-2}+5}{(a^{-2}-3)^2}\cdot\frac{4(a^{-2}-3)}{(a^{-2}-5)(a^{-2}+5)}-\frac{2}{a^{-2}-5}=$

$=\frac{4}{(a^{-2}-3)(a^{-2}-5)}-\frac{2}{a^{-2}-5}=\frac{4-2(a^{-2}-3)}{(a^{-2}-3)(a^{-2}-5)}=\frac{4-2a^{-2}+6}{(a^{-2}-3)(a^{-2}-5)}=\frac{10-2a^{-2}}{(a^{-2}-3)(a^{-2}-5)}=$

$=\frac{-2(a^{-2}-5)}{(a^{-2}-3)(a^{-2}-5)}=\frac{-2}{a^{-2}-3}=\frac{-2}{\frac{1}{a^2}-3}=\frac{-2a^2}{1-3a^2}=\frac{2a^2}{3a^2-1};$

2) $\left(b^{-1}-\frac{5b^{-1}-36}{b^{-1}-7}\right)\cdot\left(2b^{-1}+\frac{2b^{-1}}{b^{-1}-7}\right)^{-1}=\frac{b^{-2}-7b^{-1}-5b^{-1}+36}{b^{-1}-7}\cdot\left(\frac{2b^{2}-14b^{-1}+2b^{-1}}{b^{-1}-7}\right)^{-1}=$

$=\frac{b^{-2}-12b^{-1}+36}{b^{-1}-7}\cdot\frac{b^{-1}-7}{2b^{-2}-12b^{-1}}=\frac{(b^{-1}-6)^2}{2b^{-1}(b^{-1}-6)}=\frac{b^{-1}-6}{2b^{-1}}=\frac{b}{2}\cdot\left(\frac{1}{b}-6\right)=$

$=\frac{b}{2}\cdot\frac{1-6b}{b}=\frac{1-6b}{2}.$

300. Порядок числа a дорівнює (–4), а порядок числа b дорівнює 3.

1) Порядок числа ab дорівнює $(-4+3)=-1$, якщо $1\le ab<10$ або 0, якщо $ab\ge 10$.
2) Порядок числа $a+b$ дорівнює 3 або 4.
3) Порядок числа $a+10b$ дорівнює 4 або 5, бо порядок числа $10b$ дорівнює 4.
4) Порядок числа $10a+0{,}1b$ дорівнює 2 або 3, бо порядок $10a$ — це (–3), а порядок $0{,}1b$ — це 2.

301. Порядок числа m дорівнює 2, а порядок числа n дорівнює 4.

1) Порядок значення виразу mn дорівнює 6 або 7; якщо $1 \le mn < 10$ — то 6; якщо $mn \ge 10$ — то 7.
2) Порядок значення виразу $0{,}01mn$ дорівнює 4 або 5, якщо $1 \le mn < 10$, то 4; якщо $mn \ge 10$, то 5.
3) Порядок значення виразу $100m + n$ дорівнює 4 або 5 (порядок значення виразу $100m$ дорівнює $2 + 2 = 4$).
4) Порядок значення виразу $0{,}01m + n$ дорівнює 4 або 5 (порядок значення виразу $0{,}01m$ дорівнює $2 - 2 = 0$).

302. Нехай дано натуральні числа n_1 і n_2 такі, що $n_1 = 3n_2 + 4$. За умовою середнє арифметичне цих чисел дорівнює 18, тобто $\frac{n_1 + n_2}{2} = 18$; $\frac{3n_2 + 4 + n_2}{2} = 18$; $\frac{4n_2 + 4}{2} = 18$; $2n_2 + 2 = 18$; $2n_2 = 16$; $n_2 = 8$, тоді $n_1 = 3 \cdot 8 + 4 = 28$. *Відповідь:* 28; 8.

303. Нехай x — витрати електроенергії за планом, це 100 %. За перший місяць витрати електроенергії було зменшено на 20 %, тобто витрати становлять 80 %, тоді маємо $0{,}8x$. За другий місяць витрати електроенергії було зменшено на 10 % у порівнянні з попереднім місяцем, що становить 90 % від $0{,}8x$, тобто $0{,}8x \cdot 0{,}9 = 0{,}72x$. За третій місяць витрати електроенергії було зменшено на 5 % у порівнянні з попереднім місяцем, що становить 95 % від $0{,}72x$, тобто $0{,}72x \cdot 0{,}95 = 0{,}684x$. Щоб встановити, на скільки відсотків у результаті було зменшено витрати електроенергії треба знайти відношення різниці витрат електроенергії між початкової і кінцевої витратами до початкової і виразити знайдену величину у відсотках, тобто $\frac{x - 0{,}684x}{x} \cdot 100\ \% = 0{,}316 \cdot 100\ \% = 31{,}6\ \%$.
Відповідь: зменшено на 31,6 %.

304. I насос за 12 год всю роботу
II насос за 15 год всю роботу } 3 год
III насос за 20 год всю роботу } t — ?

Нехай A — об'єм води; за 1 годину I насос виконує $\frac{A}{12}$ роботи, за 1 годину II насос виконує $\frac{A}{15}$ роботи, разом за 1 годину вони виконують $\frac{A}{12} + \frac{A}{15} = \frac{5A + 4A}{60} = \frac{9A}{60} = \frac{3A}{20}$ роботи. За 1 годину III насос виконує $\frac{A}{20}$ роботи, а всі три за 1 годину виконують $\frac{3A}{20} + \frac{A}{20} = \frac{4A}{20} = \frac{A}{5}$. Воду було відкачено за $A : \frac{A}{5} = 5$ годин. *Відповідь:* 5 годин.

305. 19 грн = 5 грн · 3 + 4 грн, але у покупця немає 4 грн, а є купюри лише по 5 грн.
19 грн = 5 грн · 4 – 1 грн, але у продавця є лише купюри по 2 грн.
19 грн = 5 грн · 5 – 6 грн, 6 грн = 2 грн · 3. Отже, треба 5 купюр по 5 грн і 3 купюри по 2 грн.

306. 1) Якщо $x = 2$, то $y = -\frac{14}{2} = -7$; 2) якщо $x = -1$, то $y = -\frac{14}{-1} = 14$;
3) якщо $x = 3{,}5$, то $y = -\frac{14}{3{,}5} = -4$; 4) якщо $x = -6$, то $y = -\frac{14}{-6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

307. $y = \frac{x + 2}{x - 6}$. Область визначення функції: $x - 6 \ne 0$, тобто $x \ne 6$.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{9}$	0	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{5}$	–1	$-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}$

308. $y = 2x - 1$

1) $A(30;\ 59)$; $59 = 2\cdot 30 - 1$; $59 = 59$, так;

2) $B(-15;\ -29)$; $-29 = 2\cdot(-15) - 1$; $-29 \neq -31$, ні.

Графіком функції $y = 2x - 1$ є пряма (Рис. 14), що проходить через точки: $(0;\ -1)$ і $(1;\ 1)$.

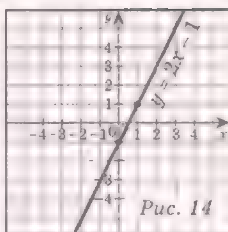


Рис. 14

309. $y = 2{,}7x - 8$ і $y = 1{,}2x + 7$. Точка перетину графіків цих функцій — це точка, координати якої задовольняє і умову (1) і умову (2), тобто $2{,}7x - 8 = 1{,}2x + 7$; $2{,}7x - 1{,}2x = 7 + 8$; $1{,}5x = 15$; $x = 10$, тоді $y = 27 - 8 = 19$. Отже, точка перетину заданих графіків — $(10;\ 19)$.

310. $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 3x + y = 7; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x - 3, \\ y = -3x + 7. \end{cases}$

Графіком функції $y = 2x - 3$ є пряма, що проходить через точки $(0;\ -3)$ і $(1{,}5;\ 0)$, $(2;\ 1)$.

Графіком функції $y = -3x + 7$ є пряма, що проходить через точки $(0;\ 7)$ і $(1;\ 4)$, $(2;\ 1)$.

Точка перетину графіків даних функцій — точка $A(2;\ 1)$. Рис. 15.

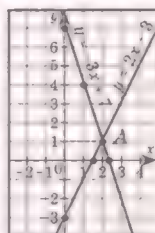


Рис. 15

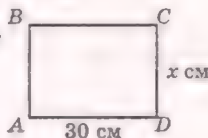
311. Після першої гри 64 учасники вибувають, а 64 — 1 раз виграють. Після другого турніру вибувають ще 32 тенісиста. Ті з 32 учасників, що залишилися як би не зіграли, все одно вони мають виграшних зустрічей більше, ніж тих, що програли. Тому у турнірі брало участь 128 тенісистів. *Відповідь:* 128 тенісистів.

312. Якщо швидкість автомобілю v км/год, то за 10 год він подолає $10v$ км.

1) Якщо його швидкість $2v$ км/год, то цю відстань він подолає за $10v : 2v = 5$ годин.

2) Якщо його швидкість $\frac{v}{1{,}2} = \frac{10v}{12} = \frac{5v}{6}$ км/год, то відстань $10v$ км він подолає за $10v : \frac{5v}{6} = 60v : 5v = 12$ годин.

313. Нехай ширина прямокутника x см, тоді $S = 30x$ (см²).



1) Ширина прямокутника дорівнює $1{,}5x$ см, а довжина — y см, тоді $S = y\cdot 1{,}5x = 1{,}5xy$ (см²), за умовою $30x = 1{,}5xy$; $y = \frac{30x}{1{,}5x} = \frac{300}{15} = 20$ (см).

Довжина буде дорівнювати 20 см.

2) Ширина прямокутника дорівнює $x : 3{,}2 = \frac{10}{32}x = \frac{5x}{16}$ см.

Довжина дорівнює y, тоді $S = y\cdot\frac{5x}{16}$, тобто $30x = \frac{5x}{16}\cdot y$; $y = \frac{30x\cdot 16}{5x} = 96$ (см).

Довжина буде дорівнювати 96 см. *Відповідь:* 20 см; 96 см.

314. Нехай 1 м тканини коштує x грн, тоді за 40 м тканини заплатили $40x$ грн.

1) Нова ціна за 1 м тканини $\frac{x}{2{,}6} = \frac{10x}{26} = \frac{5x}{13}$ грн.

Тоді за новою ціною можна купити $40x : \frac{5x}{13} = \frac{40x\cdot 13}{5x} = 104$ (м).

2) Нова ціна за 1 м тканини $1{,}6x$ грн. Тоді за новою ціною можна купити $40x : 1{,}6x = 400 : 16 = 25$ (м).

Відповідь: 104 м; 25 м.

315.

v, км/год	5	$\frac{12}{3} = 4$	2,4	$12 : 3\frac{1}{3} = 12 : \frac{10}{3} = \frac{12 \cdot 3}{10} = \frac{18}{5} = 3{,}6$
t, год	$\frac{12}{5} = 2{,}4$	3	$\frac{12}{2{,}4} = \frac{120}{24} = 5$	$3\frac{1}{3}$

$t = \frac{12}{v}$ $\quad v = \frac{12}{t}$

316.

S, см^2	16	$\frac{48}{8} = 6$	240	$\frac{48}{4{,}8} = 10$	$V = S \times h$	$V = 48$ см^3
h, см	$\frac{48}{16} = 3$	8	$\frac{48}{240} = 0{,}2$	4,8	$S = \frac{V}{h}$ $\quad h = \frac{V}{S}$	

317. За умовою сім робітників виконують роботу A за 12 днів. Всі працюють з однаковою продуктивністю праці. За один день сім робітників можуть виконати $\frac{A}{12}$ роботи, а один робітник за 1 день може виконати $\frac{A}{12 \cdot 7} = \frac{A}{84}$ роботи. Нехай x працівників з тією же продуктивністю праці можуть виконати роботу A за 4 дні, тоді за один день x працівників можуть виконати $\frac{A}{4}$ роботи, а один працівник за один день може виконати $\frac{A}{4x}$. Маємо рівняння: $\frac{A}{84} = \frac{A}{4x}$; $4x = 84$; $x = 21$. *Відповідь:* 21 працівник може виконати роботу за 4 дні (продуктивність праці однакова).

318. За умовою 24 коням на 18 днів достатньо заготовлених кормів (A), на один день цим коням достатньо $\frac{A}{18}$ кормів, а одному коню на один день достатньо $\frac{A}{18 \cdot 24}$ (кормів). Якщо у нас 36 коней, то на одного достатньо $\frac{A}{36}$ кормів. Щоб узнати, на скільки днів вистачить цих кормів для 36 коней, треба $\frac{A}{36} : \frac{A}{18 \cdot 24} = \frac{18 \cdot 24}{36} = 12$ (днів).

Відповідь: 36 коням заготовлених кормів вистачить на 12 днів.

319. Обернені пропорційні функції:

3) $y = \frac{2}{x}$; 7) $y = \frac{1}{2x}$; 4) $y = -\frac{1}{x}$; 8) $y = \frac{2}{3x}$.

320. $y = \frac{24}{x}$. 1) Якщо $x = -3$, то $y = \frac{24}{-3} = -8$; якщо $x = 6$, то $y = \frac{24}{6} = 4$; якщо $x = 0{,}2$, то $y = \frac{24}{0{,}2} = 120$.

2) Якщо $y = 12$, то $12 = \frac{24}{x}$; $x = \frac{24}{12} = 2$; якщо $y = -6$, то $-6 = \frac{24}{x}$; $x = \frac{24}{-6} = -4$; якщо $y = 100$, то $100 = \frac{24}{x}$; $x = \frac{24}{100} = 0{,}24$.

321. $y = -\frac{36}{x}$. 1) Якщо $x = -4$, то $y = -\frac{36}{-4} = 9$; якщо $x = 0{,}9$, то $y = -\frac{36}{0{,}9} = -40$; якщо $x = 18$, то $y = -\frac{36}{18} = -2$.

2) Якщо $y = 6$, то $6 = -\frac{36}{x}$; $x = \frac{-36}{6} = -6$; якщо $y = -0,3$, то $-0,3 = -\frac{36}{x}$;

$x = -\frac{36}{-0,3} = \frac{360}{3} = 120$; якщо $y = 8$, то $8 = -\frac{36}{x}$; $x = -\frac{36}{8} = -\frac{9}{2} = -4,5$.

322. $y = -\frac{8}{x}$ — графік — гіпербола, вона розташована у II і IV чвертях.

x	–1	–2	1	2
y	8	4	–8	–4
x	4	–4	8	–8
y	–2	2	–1	2

1) $x = 4$, $y = -2$; $x = -1$, $y = 8$;
2) $y = 2$, $x = -4$; $y = -8$, $x = 1$;
3) $y > 0$, якщо $x \in (-\infty;\ 0)$.

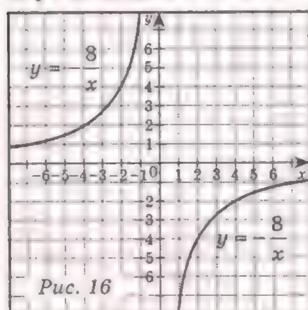


Рис. 16

323. $y = \frac{10}{x}$ — графік — гіпербола, вона розташована у I і III чвертях.

x	–1	–2	–2,5	–5	–10
y	–10	–5	–4	–2	1
x	1	2	2,5	5	10
y	10	5	4	2	1

1) $x = 2$, $y = 5$; $x = -10$; $y = -1$;
2) $y = 5$, $x = 2$; $y = -2$, $x = -5$;
3) $y < 0$, якщо $x \in (-\infty;\ 0)$.

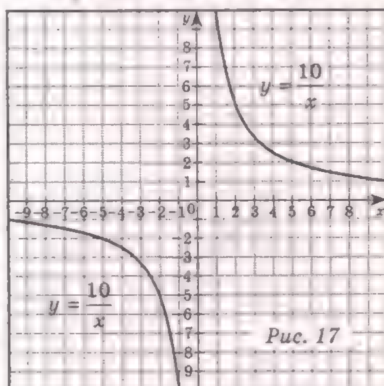


Рис. 17

324. Графік даної функції проходить через точки: $A(-4;\ -7)$, $D(0,2;\ 140)$.

325. $y = -\frac{48}{x}$. Графік даної функції проходить через точки: $B(12; -4)$, $D(0,4; -120)$.

326. 1) $v = 8$ км/год, $t = 6$ год; $v = 24$ км/год, $t = 2$ год;
2) $t = 3$ год, $v = 16$ км/год; $t = 4$ год, $v = 12$ км/год;
3) $s = vt = 8 \cdot 6 = 48$ км.

327. 1) Опір 2 Ом, тоді сила струму 6 А,
2) Сила струму дорівнює 3А, тоді опір дорівнює 4 Ом.
3) $U = IR$; $6 \cdot 2 = 12$ Вольт.

328. $y = \frac{k}{x}$; 1) $k = xy$; $A(-5;\ 4)$; $k = -5 \cdot 4 = -20$;

2) $k = xy$; $B\left(\frac{1}{6}; -2\right)$; $k = \frac{1}{6} \cdot (-2) = -\frac{1}{3}$; 3) $k = 1,5 \cdot (-8) = -12$.

329. $y = \frac{k}{x}$. 1) Графік проходить через точку $A(10;\ 1,6)$, тобто $k = xy$; $k = 10 \cdot 1,6 = 16$.

1) $B(-1; -16)$: $-16 = \frac{16}{-1}$; так, $16 = 16$; 2) $C(-2;\ 8)$: $8 = \frac{16}{-2}$; ні, $-16 \neq 16$.

330. $y = \frac{4}{x}$ і $y = x$

Графіком функції $y = \frac{4}{x}$ є гіпербола, яка розташована у I і III чвертях.

x	1	2	3	4
y	4	2	$1\frac{1}{3}$	1
x	–1	–2	–3	–4
y	–4	–2	$-1\frac{1}{3}$	–1

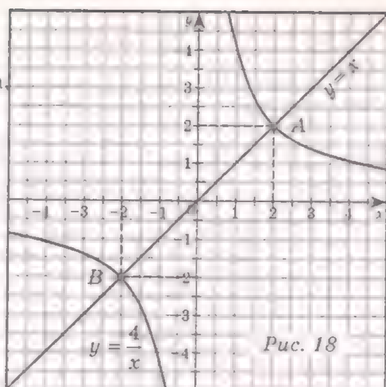


Рис. 18

Графіком функції $y = x$ є пряма, яка є бісектрисою I і III чвертей.

Графіки даних функцій перетинаються у двох точках $A(2; 2)$ і $B(-2; -2)$.

331. 1) $\frac{4}{x} = 4 - x$ $y_1 = \frac{4}{x}$; $y_2 = 4 - x$

$A(2; 2)$ — точка перетину. Значення абсциси точки A є корінь рівняння. *Відповідь:* 2.

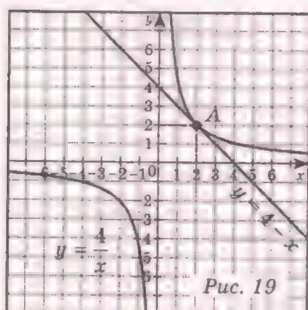


Рис. 19

2) $x - 2 = \frac{3}{x}$ $y_1 = x - 2$; $y_2 = \frac{3}{x}$

Графіки перетинаються у двох точках $B(3; 1)$ і $C(-1; -3)$. Абсциси цих точок є корені рівняння. *Відповідь:* –1; 3.

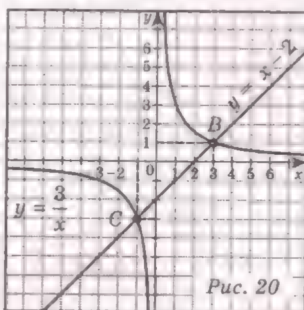


Рис. 20

3) $x + 2 = -\frac{5}{x}$; $y_1 = x + 2$ — графіком є пряма, що проходить через точки (0; 2) і (–2; 0).

$y_2 = -\frac{5}{x}$ — графіком є гіпербола (II і IV чверть).

x	–1	–2	–4	–5
y	5	2,5	1,25	1
	1	2	4	5
	–5	–2,5	–1,25	–1

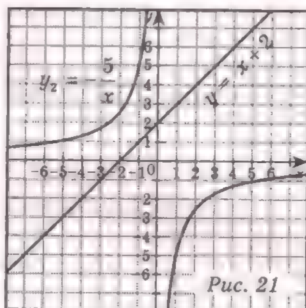


Рис. 21

Відповідь: рівняння не має коренів.

332. 1) $\frac{8}{x} = 6 - x$;

$y_1 = \frac{8}{x}$; $y_2 = 6 - x$.

Відповідь: 2; 4.

2) $2x = \frac{2}{x}$; $y_1 = 2x$;

$y_2 = \frac{2}{x}$.

Відповідь: –1; 1.

3) Рис. 24. $\frac{7}{x} = -x$;

$y_1 = \frac{7}{x}$; $y_2 = -x$.

Відповідь: рівняння не має коренів.

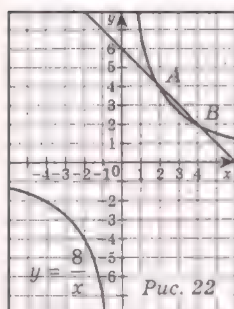


Рис. 22

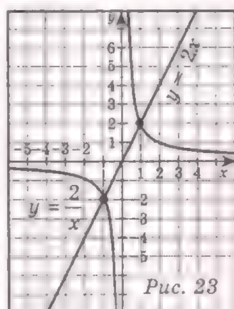


Рис. 23

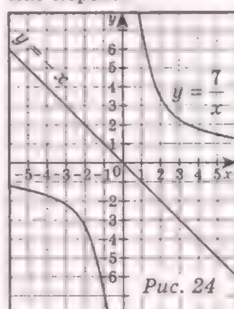


Рис. 24

333. 1) $\begin{cases} xy = 4, \\ 4y = x; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{4}{x}, \\ y = \frac{x}{4}; \end{cases}$ $y = \frac{4}{x}$ — гіпербола; $y = \frac{x}{4}$ — пряма.

Графіки перетинаються у двох точках, їх координати є розв'язком системи. *Відповідь:* (4; 1); (–4; –1).

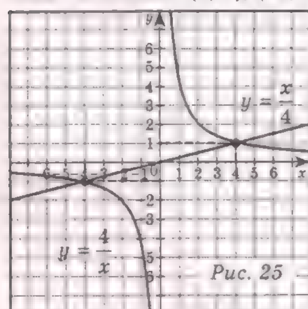


Рис. 25

2) Рис. 26. $\begin{cases} x - y = 1, \\ xy = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x - 1, \\ y = \frac{2}{x}. \end{cases}$

Графіки перетинаються у двох точках, їх координати є розв'язком системи.

Відповідь: (–1; –2); (2; 1).

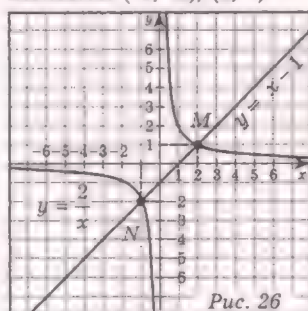


Рис. 26

334. $\begin{cases} xy = 5, \\ y - x = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{5}{x}, \\ y = x + 4. \end{cases}$

Графіки перетинаються у двох точках, їх координати є розв'язком системи. *Відповідь:* (–5; –1); (1; 5).

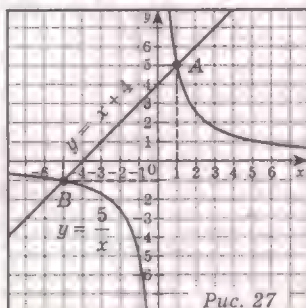


Рис. 27

335. 1) $\begin{cases} xy = -1, \\ x + 3y = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -\dfrac{1}{x}, \\ y = -\dfrac{1}{3}x. \end{cases}$

Система має два розв'язки, бо маємо дві точки перетину графіків заданих функцій.

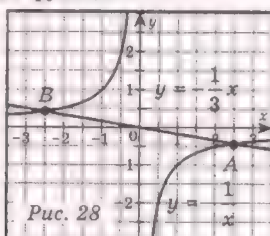


Рис. 28

2) $\begin{cases} xy = -1, \\ x - 3y = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -\dfrac{1}{x}, \\ y = \dfrac{1}{3}x. \end{cases}$

Система не має розв'язків, бо графіки функцій не перетинаються.

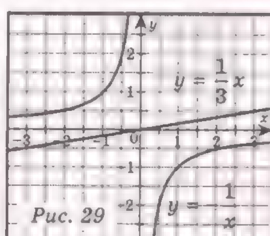


Рис. 29

3) $\begin{cases} xy = 6, \\ 3x - 2y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{6}{x}, \\ y = \dfrac{3x - 6}{2}. \end{cases}$

$y = \dfrac{3x - 6}{2}$ — графік — пряма.

x	0	1	2	3	–1
y	–3	–1,5	0	1,5	–4,5

Система має два розв'язки, бо графіки перетинаються у двох точках.

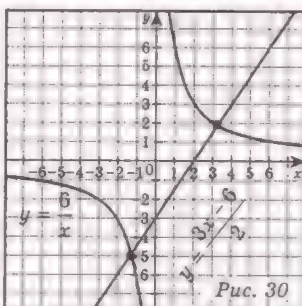


Рис. 30

336. $\begin{cases} xy = -8, \\ 2x + 3y = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -\dfrac{8}{x}, \\ y = \dfrac{6 - 2x}{3}. \end{cases}$

Графіком функції $y = -\dfrac{8}{x}$ є гіпербола (II і IV чверті). Графіком функції

$y = \dfrac{6 - 2x}{3}$; $y = 3 - \dfrac{2}{3}x$ є пряма.

x	0	–3	3
y	3	5	1

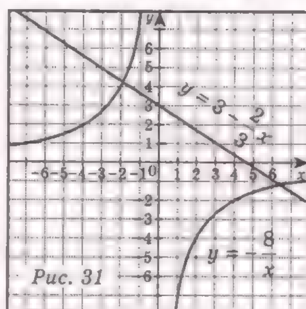


Рис. 31

Графіки функцій перетинаються у двох точках, тому система має два розв'язки.

337. $y = \dfrac{64}{x}$, Якщо $x = y$, то $y^2 = 64$. Якщо $x = 8$, то $y = 8$; якщо $x = -8$. то $y = -8$.

338. $y = -\dfrac{25}{x}$. Якщо $x = -y$, то $y^2 = 25$; $25 = 5 \cdot 5$ або $25 = -5 \cdot (-5)$.

Якщо $x = 5$, то $y = -5$; якщо $x = -5$, то $y = 5$.

339. $y = \frac{6}{|x|}$. $\left[\begin{array}{l} x > 0,\ y = \frac{6}{x}, \\ x < 0,\ y = -\frac{6}{x}. \end{array}\right.$

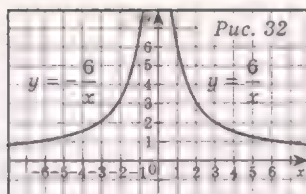


Рис. 32

Графіком даної функції є сукупність графіків функцій $y = \frac{6}{x}$ $(x > 0)$ і $y = -\frac{6}{x}$ $(x < 0)$.

340. 1) $y = \begin{cases} -\frac{2}{x},\ x \le -1, \\ x + 3,\ x > -1. \end{cases}$

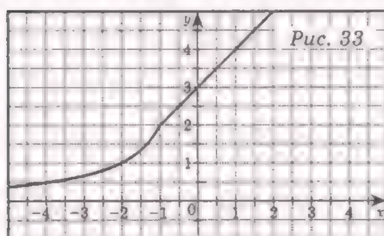


Рис. 33

2) $\begin{cases} -2x + 10,\ x \le 2, \\ \frac{12}{x},\ 2 < x < 4, \\ 3,\ x \ge 4. \end{cases}$

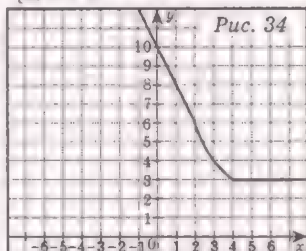


Рис. 34

341. $\begin{cases} -\frac{4}{x}, \text{ якщо } x < -2, \\ 2, \text{ якщо } -2 \le x \le 2, \\ \frac{4}{x}, \text{ якщо } x > 2. \end{cases}$

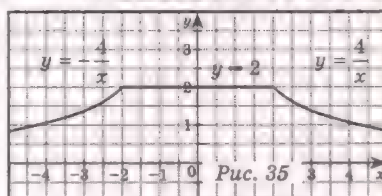


Рис. 35

342. 1) $y = \frac{9x - 18}{x^2 - 2x}$; $y = \frac{9(x-2)}{x(x-2)}$;

$y = \frac{9}{x}$, $x \ne 2$, $x \ne 0$.

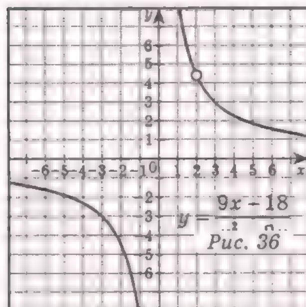


Рис. 36

2) $y = \frac{5x^2 - 5}{x - x^2}$; $y = \frac{5(x^2 - 1)}{x(1 - x^2)}$;

$y = -\frac{5}{x}$, $x \ne \pm 1$; $x \ne 0$.

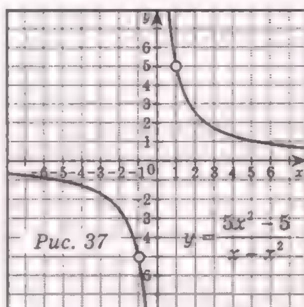


Рис. 37

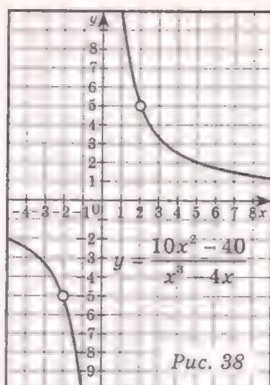


Рис. 38

343. $y = \frac{10x^2 - 40}{x^3 - 4x}$; $y = \frac{10(x^2 - 4)}{x(x^2 - 4)}$;

$y = \frac{10}{x}$, якщо $x \neq -2$, $x \neq 2$, $x \neq 0$.

$y = \frac{10x^2 - 40}{x^3 - 4x}$ $y = \frac{10x^2 - 40}{x^3 - 4x}$

344. $\frac{a^2 - b^2}{a + 3b} \cdot \left(\frac{a + b}{a^2 - 2ab + b^2} + \frac{b}{a^2 - b^2}\right) - \frac{b}{a - b} = 1.$

1. $\frac{a + b}{a^2 - 2ab + b^2} + \frac{b}{a^2 - b^2} = \frac{(a + b)(a + b) + b(a - b)}{(a - b)^2(a + b)} =$

$= \frac{a^2 + 2ab + b^2 + ab - b^2}{(a - b)^2(a + b)} = \frac{a^2 + 3ab}{(a - b)^2(a + b)} = \frac{a(a + 3b)}{(a - b)^2(a + b)}$;

2. $\frac{(a - b)(a + b)}{a + 3b} \cdot \frac{a(a + 3b)}{(a - b)^2(a + b)} = \frac{a}{a - b}$;

3. $\frac{a}{a - b} - \frac{b}{a - b} = \frac{a - b}{a - b} = 1.$

Отже, при всіх допустимих значеннях змінних значення даного виразу не залежить від значень змінних.

345. $\frac{3}{5x + 25} + \frac{1}{2x - 10} = \frac{5}{x^2 - 25}$; $\frac{3}{5(x + 5)} + \frac{1}{2(x - 5)} - \frac{5}{(x - 5)(x + 5)} = 0$;

$\frac{3 \cdot 2 \cdot (x - 5) + 1 \cdot 5 \cdot (x + 5) - 50}{10(x^2 - 25)} = 0$; $\frac{6x - 30 + 5x + 25 - 50}{10(x^2 - 25)} = 0$;

$\frac{11x - 55}{10(x^2 - 25)} = 0$; $\begin{cases} 11x - 55 = 0, \\ x^2 - 25 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 11x = 55, \\ x \neq 5,\ x \neq -5; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5, \\ x \neq \pm 5. \end{cases}$

Система не має розв'язків, тому дане рівняння не має коренів.

346. Нехай спочатку ціна шафи була x грн, коли її знизили на 30 %, вона стала коштувати $0,7x$ грн. Коли ціну підвищили на 30 %, вона стала коштувати $0,7x + 0,3 \cdot 0,7x = 0,7x + 0,21x = 0,91x$ грн. Знайдемо відношення різниці між початковою і останньої цінами шафи і початковою ціною, виразимо знайдену частку у відсотках: $\frac{x - 0,91x}{x} \cdot 100\ \% = 0,09 \cdot 100\ \% = 9\ \%$. Отже, кінцева ціна зменшилась на 9 %.

347. Нехай у першого чоловіка було спочатку x монет, а у другого y монет.

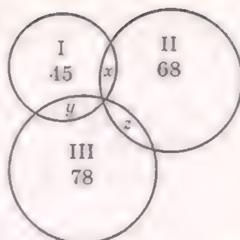
За умовою маємо: $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 48, \\ y + \frac{2}{3}x = 48; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 96, \\ 3y + 2x = 144; \end{cases}$ $+\begin{cases} 2x + y = 96, \\ 2x + 3y = 144; \end{cases} \Big| \cdot (-1)$

$2y = 48$; $y = 24$, тоді $2x + 24 = 96$; $2x = 72$; $x = 36$. У першого чоловіка було 36 монет спочатку, а у другого — 24 монети.

Відповідь: 36 монет, 24 монети.

348. Нехай t год — час запланований. Коли лижник рухався зі швидкістю 10 км/год, він затратив $(t + 1)$ годину, а коли він рухався зі швидкістю 15 км/год, він затратив $(t - 1)$ годину. $10(t + 1)$ або $15(t - 1)$ — це відстань між пунктами, тому $10(t + 1) = 15(t - 1)$; $10t + 10 = 15t - 15$; $5t = 25$; $t = 5$. Запланований час — це 5 годин, відстань, що лижник подолав дорівнює $10 \cdot (5 + 1) = 60$ (км). Запланована швидкість лижника дорівнює $60 : 5 = 12$ (км/год). *Відповідь:* 12 км/год.

349. Припустимо, що серед записаних слів не було жодного слова, що записали всі три учні. За умовою кожен учень записав 100 різних слів, але після того, як однакові слова викреслили, то у I залишилось 45 слів, у II — 68 слів і у III — 78 слів. Нехай x — кількість однакових слів у I і II учнів, y — кількість однакових слів у I і III учнів, z — у II і III учнів, $100 - 45 = 55$ слів, $100 - 78 = 22$ слова, $100 - 68 = 32$ слова.



Маємо: $+\begin{cases} x + y = 55, \\ y + z = 22, \\ x + z = 32; \end{cases}$ $2(x + y + z) = 109$. Зліва парне число, справа — непарне число, тому рівність не виконується. Отже, є протиріччя, тому щонайменше одне слово записали всі три учні.

Завдання № 3 «Перевірте себе»

1. В. $\frac{x^2 - 100}{x - 10} = 0$; $\frac{(x-10)(x+10)}{x-10} = 0$; $\begin{cases} x + 10 = 0, \\ x - 10 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -10, \\ x \neq 10; \end{cases}$ $x = -10$.

2. Г. $\frac{x - 10}{x^2 - 100} = 0$; $\begin{cases} x - 10 = 0, \\ (x - 10)(x + 10) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 10, \\ x \neq 10 \text{ або } x \neq -10. \end{cases}$ Система несумісна.

3. В. $10^{-3} = \frac{1}{1000}$; $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{-4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{-4}\right)^2 = \frac{9}{16}$; $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$ — правильна рівність.

4. Б. $42\,000 = 4,2 \cdot 10^4$.

5. В. $6,3 \cdot 10^{-3} = 0,0063$.

6. А. $\frac{1}{25} = 25^{-1} = 5^{-2}$.

7. Б. $(1,7 \cdot 10^8) \cdot (6 \cdot 10^{-3}) = 10,2 \cdot 10^5 = 1,02 \cdot 10^6$.

8. Б. $\frac{9^{-2} \cdot 3^{-5}}{81 \cdot 27^{-3}} = \frac{3^{-4} \cdot 3^{-5}}{3^4 \cdot 3^{-9}} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

9. Г.

10. А.

11. А. $y = \frac{k}{x}$; $0,6 = \frac{k}{-3}$; $k = -3 \cdot 0,6 = -1,8$.

12. $\frac{2x - 1}{x + 4} - \frac{3x + 1}{4 - x} = \frac{4x^2 + 8}{x^2 - 16}$; $\frac{2x - 1}{x + 4} - \frac{3x + 1}{4 - x} - \frac{4x^2 + 8}{(x - 4)(x + 4)} = 0$;

$\frac{(2x - 1)(x - 4) + (3x + 1)(x + 4) - (4x^2 + 8)}{(x + 4)(x - 4)} = 0$;

$\frac{2x^2 - 8x - x + 4 + 3x^2 + 12x + x + 4 - 4x^2 - 8}{(x + 4)(x - 4)} = 0$; $\frac{x^2 + 4x}{(x + 4)(x - 4)} = 0$;

$\frac{x(x + 4)}{(x + 4)(x - 4)} = 0$; $\frac{x}{x - 4} = 0$; $x \neq -4$; $x = 0$; $x \neq 4$; $x \neq -4$.

350. $y = x^2$. 1) $y = (-6)^2 = 36$; $y = (0,8)^2 = 0,64$; $y = (-1,2)^2 = 1,44$; $y = (150)^2 = 22\,500$;
2) $49 = x^2$, тоді $x = 7$ або $x = -7$; $0 = x^2$, тоді $x = 0$; $2500 = x^2$, тоді $x = -50$ або $x = 50$; $0,04 = x^2$, тоді $x = 0,2$ або $x = -0,2$.

351. $y = x^2$. 1) $A(-8; 64)$, $64 = (-8)^2$ — правильна рівність, графік функції проходить через точку A;
2) $B(-9; -81)$, $-81 = (-9)^2$ — неправильна рівність, бо $(-9)^2 = 81$, тому графік функції не проходить через точку B;
3) $C(0,5; 2,5)$, оскільки $(0,5)^2 = 0,25$, то графік функції не проходить через точку C;

4) $D(0,1; 0,01)$, оскільки $(0,1)^2 = 0,01$, то графік функції проходить через точку D.

352. $y = x^2$ і $y = 4x - 4$. Маємо рівняння: $x^2 = 4x - 4$; $x^2 - 4x + 4 = 0$; $(x - 2)^2 = 0$; $x = 2$, тоді $y = 4$.
Графіки перетинаються у точці (2; 4).

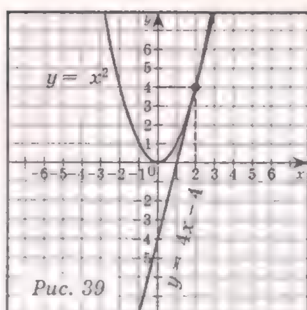


Рис. 39

353. 1) $x^2 = x - 1$.
$y = x^2$ — парабола, вітки спрямовані вгору, вершина має координати (0; 0).
$y = x - 1$ — пряма, що проходить через точки (0; –1) і (1; 0).
Графіки не перетинаються, тому рівняння не має коренів.

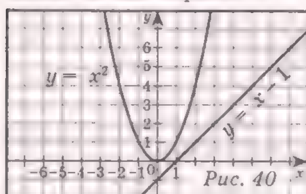


Рис. 40

2) $x^2 - 2x - 3 = 0$; $y_1 = x^2$; $y_2 = 2x + 3$.
Графіки перетинаються у двох точках (–1; 1) і (3; 9). Коренями даного рівняння є числа (–1) і 3.

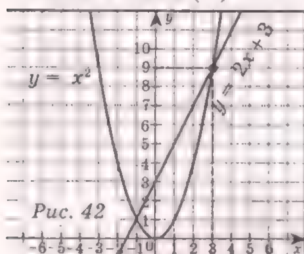


Рис. 42

3) $x^2 = \frac{8}{x}$; $y_1 = x^2$; $y_2 = \frac{8}{x}$.
Графіки перетинаються у точці (2; 4). Розв'язком рівняння є число 2.

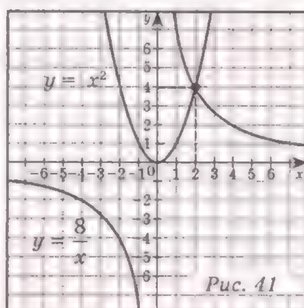


Рис. 41

354. 1) $x^2 = -4x - 3$; $y_1 = x^2$; $y_2 = -4x - 3$.
Графіки перетинаються у точках (–3; 9) і (–1; 1). Розв'язком рівняння є число (–1).

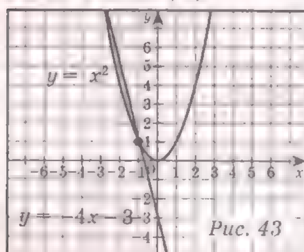


Рис. 43

2) $x^2 - 3x + 5 = 0$; $y_1 = x^2$; $y_2 = 3x - 5$.
Графіки функцій не перетинаються, тому рівняння не має коренів.

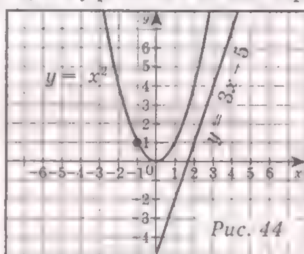


Рис. 44

3) $x^2 + \frac{1}{x} = 0$; $y_1 = x^2$; $y_2 = -\frac{1}{x}$.

Графіки функцій перетинаються в одній точці (–1; 1).
Розв'язком рівняння є число (–1).

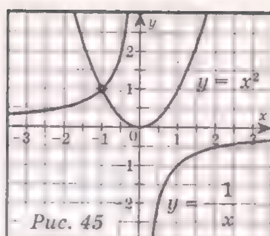


Рис. 45

355. 1) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2. \end{cases}$

Система має два розв'язки.

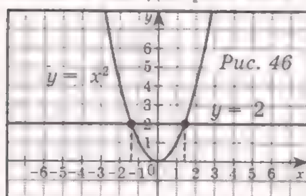


Рис. 46

2) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = -2. \end{cases}$

Система не має розв'язків.

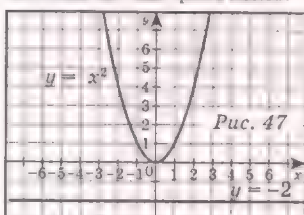


Рис. 47

3) $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ x - y + 6 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y = x + 6. \end{cases}$

Система має два розв'язки.

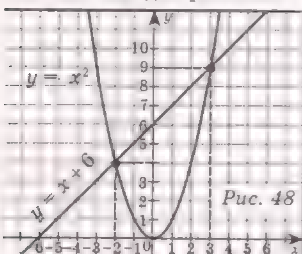


Рис. 48

4) $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ 2x + 5y = 10; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y = \frac{10 - 2x}{5}; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2 - \frac{2}{5}x. \end{cases}$

Система має два розв'язки.

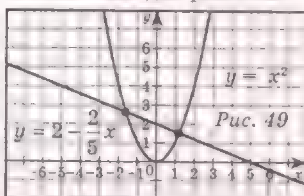


Рис. 49

356. 1) $\begin{cases} y = x^2, \\ 3x + 2y = -6; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y = \frac{-6 - 3x}{2}. \end{cases}$

Система не має розв'язків.

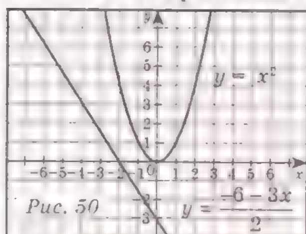


Рис. 50

2) $\begin{cases} y = x^2, \\ x - 3y = -3; \end{cases}$ $\begin{cases} y = x^2, \\ y = \frac{x + 3}{3}. \end{cases}$

Система має два розв'язки.

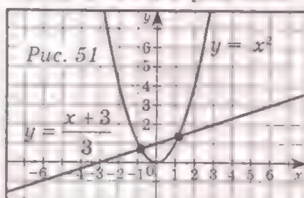


Рис. 51

357. $f(x) = \begin{cases} 4, \text{ якщо } x \le -2, \\ x^2, \text{ якщо } -2 < x < 1, \\ 2x - 1, \text{ якщо } x \ge 1. \end{cases}$

1) $f(-3) = 4$, бо $-3 \in (-\infty; -2]$; $f(-2) = 4$, бо $x \le -2$; $f(-1) = (-1)^2 = 1$, бо $-2 < x < 1$; $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1$, бо $x \ge 1$; $f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$, бо $x \ge 1$; $f(0,5) = (0,5)^2 = 0,25$, бо $-2 < x < 1$;

2)

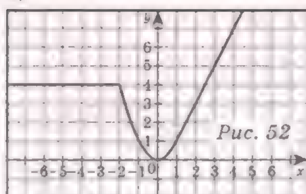


Рис. 52

358. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, \text{ якщо } x \le -1, \\ x^2, \text{ якщо } -1 < x < 2, \\ 4, \text{ якщо } x \ge 2. \end{cases}$

1) $f(-4) = 2 \cdot (-4) + 3 = -8 + 3 = -5$, бо $x \le -1$; $f(-0,3) = (-0,3)^2 = 0,09$, бо $-1 < x < 2$; $f(1,9) = (1,9)^2 = 3,61$, бо $-1 < x > 2$; $f(3) = 4$, бо $x \ge 2$; $f(-1) = 2 \cdot (-1) + 3 = -2 + 3 = 1$, бо $x \le -1$; $f(2) = 4$, бо $x \ge 2$.

2)

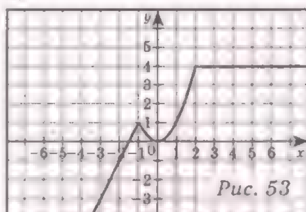


Рис. 53

359. $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ якщо } x \le 0, \\ x + 1, \text{ якщо } x > 0. \end{cases}$

1) $f(-7) = (-7)^2 = 49$, бо $x \le 0$; $f(0) = 0^2 = 0$, бо $x \le 0$; $f(2) = 2 + 1 = 3$, бо $x > 0$.

2)

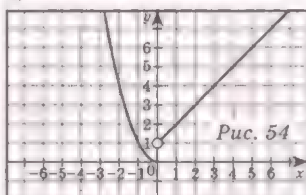


Рис. 54

360. $f(x) = \begin{cases} -\dfrac{6}{x}, \text{ якщо } x \le -1, \\ x^2, \text{ якщо } x > -1. \end{cases}$

1) $f(-12) = \dfrac{-6}{-12} = \dfrac{1}{2}$, бо $x \le -1$;

$f(-1) = \dfrac{-6}{-1} = 6$, бо $x \le -1$;

$f(-0,9) = (-0,9)^2 = 0,81$, бо $x > -1$;

$f(3) = 3^2 = 9$, бо $x > -1$;

$f(0) = 0^2 = 0$, бо $x > -1$.

2)

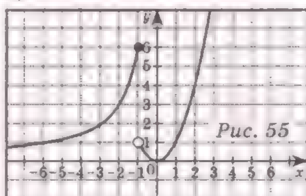


Рис. 55

361. 1) $y = \dfrac{x^3 + x^2}{x + 1}$; $y = \dfrac{x^2(x + 1)}{x + 1}$;

$y = x^2$, $x \ne -1$;

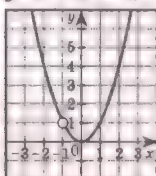


Рис. 56

2) $y = \dfrac{x^4 - 4x^2}{x^2 - 4}$; $y = \dfrac{x^2(x^2 - 4)}{x^2 - 4}$;

$y = x^2$, $x \ne \pm 2$.

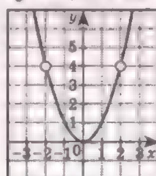


Рис. 57

362. $y = \dfrac{x^3}{x}$;

$y = x^2,\ x \neq 0.$

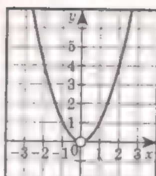


Рис. 58

363. $y = -x^2$.

$D(y) = (-\infty;\ +\infty)$;

$E(y) = (-\infty;\ 0]$;

$y = 0$, якщо $x = 0$.

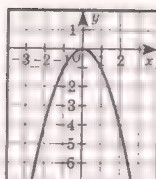


Рис. 59

364. $\dfrac{y - x^2}{(x-1)^2 + (y-1)^2} = 0$;

$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = x^2, \\ x \neq 1 \text{ і } y \neq 1. \end{cases}$

Точка (1; 1) не належать графіку рівняння.

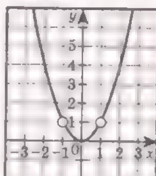


Рис. 60

365. $\dfrac{y - x^2}{y - x} = 0$;

$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ y - x \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = x^2, \\ y \neq x. \end{cases}$

Точки (1; 1) і (0; 0) не належать графіку рівняння.

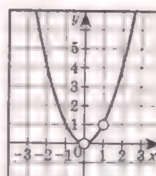


Рис. 61

366. а) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ якщо } x \leq 1, \\ 1, \text{ якщо } x < 1; \end{cases}$ б) $f(x) = \begin{cases} 4, \text{ якщо } x < -2, \\ x^2, \text{ якщо } -2 \leq x \leq 2, \\ 4, \text{ якщо } x > 2. \end{cases}$

367. $f(x) = \begin{cases} -x, \text{ якщо } x < -1, \\ x^2, \text{ якщо } x \geq -1. \end{cases}$

368. $\dfrac{(a+b)^2}{a-b} \overset{2}{:} \left(\dfrac{a}{a-b} \overset{1}{+} \dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \dfrac{a}{a+b} \right) = a + b.$

1. $\dfrac{a}{a-b} + \dfrac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)} - \dfrac{a}{a+b} = \dfrac{a(a+b) + a^2 + b^2 - a(a-b)}{(a-b)(a+b)} =$

$= \dfrac{a^2 + ab + a^2 + b^2 - a^2 + ab}{a^2 - b^2} = \dfrac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2} = \dfrac{(a+b)^2}{(a+b)(a-b)} = \dfrac{a+b}{a-b}$;

2. $\dfrac{(a+b)^2}{a-b} : \dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{(a+b)^2}{a-b} \cdot \dfrac{a-b}{a+b} = a + b.$ $a + b = a + b$. Тотожність доведено.

369. $27^6 - 9^7 = (3^3)^6 - (3^2)^7 = 3^{18} - 3^{14} = 3^{14} \cdot (3^4 - 1) = 3^{14} \cdot (81 - 1) = 3^{13} \cdot 3 \cdot 80 =$ $= 3^{13} \cdot 3 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 5 = 3^{13} \cdot 5 \cdot 48 \ \vdots 48$, бо $48 : 48 = 1$ (добуток ділиться націло на число, якщо один із множників ділиться націло на це число).

371. Нехай v_1 км/год — швидкість першого пішохода, а v_2 км/год — швидкість другого пішоходу. За 3 год 45 хв $= 3\dfrac{45}{60}$ год $= 3\dfrac{3}{4}$ год $= \dfrac{15}{4}$ год вони зустрілися і разом подолали відстань 30 км.

Маємо (1) рівняння: $\dfrac{15}{4}v_1 + \dfrac{15}{4}v_2 = 30$, тобто $15 \cdot (v_1 + v_2) = 120$, тобто $v_1 + v_2 = 8$. Якби перший вийшов на 2 год раніше від другого, то вони зустрілися б через 4,5 год після виходу першого, тобто перший у дорозі був 4,5 год, а другий — 2,5 год. Маємо рівняння (2): $4{,}5v_1 + 2{,}5v_2 = 60$, тобто $9v_1 + 5v_2 = 60$.

Розв'яжемо систему: $+\begin{cases} v_1 + v_2 = 8, \\ 9v_1 + 5v_2 = 60; \end{cases} \Big| \cdot (-5)$ $\begin{cases} -5v_1 - 5v_2 = -40, \\ 9v_1 + 5v_2 = 60; \end{cases}$ $4v_1 = 20$;

$v_1 = 5$, тоді $v_2 = 3$. Отже, швидкість першого пішохода дорівнює 5 км/год, а швидкість другого пішохода дорівнює 3 км/год.

372. $S_{кв.} = a^2$. 1) $S_{кв.} = 25$ см², тоді $a = 5$ см; 2) $S_{кв} = 1600$ дм², тоді $a = 40$ дм; 3) $S_{кв.} = 0{,}04$ м², тоді $a = 0{,}2$ м.

373. 1) $x^2 = 9$; $x^2 - 9 = 0$; $(x-3)(x+3) = 0$, тоді $x = 3$ або $x = -3$;

2) $x^2 = \frac{36}{49}$; $x^2 = \left(\frac{6}{7}\right)^2$; $|x| = \frac{6}{7}$, тоді $x = \frac{6}{7}$ або $x = -\frac{6}{7}$. $\left(x^2 - \frac{36}{49} = 0;\right.$ $\left(x - \frac{6}{7}\right)\left(x + \frac{6}{7}\right) = 0$, тобто $x = \frac{6}{7}$ або $\left. x = -\frac{6}{7}\right)$.

374. $x^2 = a$. Це рівняння не має коренів, якщо $a < 0$.

375. $y = x^2$ і $y = 1$. Координати спільних точок, заданих функцій: (1; 1) і (–1; 1).

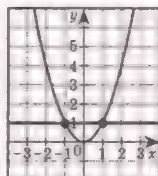


Рис. 62

376. За умовою x, y і z — натуральні числа, $x + y$, $y + z$ і $x + z$ — прості числа.
Якщо серед чисел є два парних, тоді їх сума більше, ніж число 2, тобто не є простим числом, тому серед них є два непарних числа. Якщо ці непарні відмінні від 1, тоді їх сума — парне число, яке більше 2, тобто це не є простим числом. Отже, два непарних числа — це 1 і 1. Три числа можуть бути такими: 1, 1 і 1, їх суми 1 + 1 = 2 — просте число, або 1, 1 і 2, їх суми 1 + 1 = 2 або 1 + 2 = 3, а числа 2 і 3 — прості.

377. ±4; ±1; 0. Арифметичний квадратний корінь дорівнює 4; 1; 0.

378. 1) $\sqrt{25} = 5$, так, бо $5 > 0$ і $5^2 = 25$; 2) $\sqrt{0} = 0$, так, бо $0 = 0$ і $0^2 = 0$;
3) $\sqrt{36} = -6$, ні, бо $-6 < 0$; 4) $\sqrt{0,4} = 0,2$, ні, бо $(0,2)^2 = 0,04$; $0,4 \neq 0,04$;
5) $\sqrt{0,81} = 0,9$, так, бо $0,9 > 0$ і $(0,9)^2 = 0,81$; 6) $\sqrt{10} = 100$, ні, бо $100^2 = 10\,000$, $10 \neq 10\,000$.

379. 1) $\sqrt{9} = 3$; 2) $\sqrt{49} = 7$; 3) $\sqrt{100} = 10$; 4) $\sqrt{225} = 15$; 5) $\sqrt{0,25} = 0,5$;
6) $\sqrt{0,01} = 0,1$; 7) $\sqrt{1,21} = 1,1$; 8) $\sqrt{1,96} = 1,4$; 9) $\sqrt{400} = 20$;
10) $\sqrt{3600} = 60$; 11) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$; 12) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$; 13) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$;
14) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$; 15) $\sqrt{0,0004} = 0,02$; 16) $\sqrt{0,000025} = 0,005$.

380. 1) $\sqrt{36} = 6$; 2) $\sqrt{64} = 8$; 3) $\sqrt{144} = 12$; 4) $\sqrt{0,04} = 0,2$; 5) $\sqrt{0,49} = 0,7$;
6) $\sqrt{1,69} = 1,3$; 7) $\sqrt{2500} = 50$; 8) $\sqrt{10\,000} = 100$; 9) $\sqrt{\frac{16}{121}} = \frac{4}{11}$;
10) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$; 11) $\sqrt{0,0009} = 0,03$; 12) $\sqrt{0,0196} = 0,14$.

381. 1) $\sqrt{2}$ — цей вираз має зміст, бо підкореневий вираз 2 є число додатне.
2) Вираз $-\sqrt{2}$ має зміст, бо підкореневий вираз $2 > 0$.
3) Вираз $\sqrt{-2}$ не має змісту, бо підкореневий вираз $-2 < 0$.
4) $\sqrt{(-2)^2}$ — цей вираз має зміст, бо підкореневий вираз $(-2)^2 = 4 > 0$.
5) $\left(\sqrt{-2}\right)^2$ — цей вираз не має змісту, бо підкореневий вираз $(-2) < 0$.

382. 1) $\sqrt{x} = 4$; $x = 16$; 2) $\sqrt{x} = 0$; $x = 0$; 3) $\sqrt{x} = 0,8$; $x = 0,64$;
4) $\sqrt{x} = 2\frac{1}{4}$; $\sqrt{x} = \frac{9}{4}$; $x = \left(\frac{9}{4}\right)^2$; $x = \frac{81}{16}$; 5) $\sqrt{x} = 1,6$; $x = (1,6)^2$; $x = 2,56$;
6) $\sqrt{x} = -9$; ця рівність не виконується, бо $-9 < 0$.

383. 1) $\sqrt{484}=22$; 2) $\sqrt{729}=27$; 3) $\sqrt{1156}=34$; 4) $\sqrt{5929}=77$; 5) $\sqrt{5,76}=2,4$; 6) $\sqrt{14,44}=3,8$; 7) $\sqrt{68,89}=8,3$; 8) $\sqrt{676\,000}=260$; 9) $\sqrt{384\,400}=620$.

384. 1) $\sqrt{841}=29$; 2) $\sqrt{1296}=36$; 3) $\sqrt{9,61}=3,1$; 4) $\sqrt{10,24}=3,2$; 5) $\sqrt{72,25}=8,5$; 6) $\sqrt{672\,400}=820$.

385. 1) $\sqrt{2}\approx1,41$; 2) $\sqrt{7}\approx2,65$; 3) $\sqrt{34}\approx5,83$; 4) $\sqrt{1,8}\approx,34$; 5) $\sqrt{2,439}\approx1,56$.

386. 1) $\sqrt{3}\approx1,73$; 2) $\sqrt{5,1}\approx2,26$; 3) $\sqrt{40}\approx6,32$; 4) $\sqrt{12,56}\approx3,54$.

387. 1) $\left(\sqrt{7}\right)^2=7$; 2) $\left(\sqrt{4,2}\right)^2=4,2$; 3) $\left(-\sqrt{11}\right)^2=\left(-\sqrt{11}\right)\cdot\left(-\sqrt{11}\right)=\sqrt{121}=11$;

4) $-\left(\sqrt{10}\right)^2=-100$; 5) $\left(2\sqrt{3}\right)^2=2^2\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=4\cdot3=12$; 6) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$;

7) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{3}{4}$; 8) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{14}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\sqrt{14}\right)^2=\frac{1}{4}\cdot14=\frac{7}{2}=3,5$;

9) $\left(-0,3\sqrt{2}\right)^2=(-0,3)^2\cdot2=0,09\cdot2=0,18$.

388. 1) $\left(\sqrt{6}\right)^2=6$; 2) $\left(-\sqrt{21}\right)^2=\left(-\sqrt{21}\right)\cdot\left(-\sqrt{21}\right)=21$; 3) $\left(3\sqrt{2}\right)^2=3^2\cdot\left(\sqrt{2}\right)^2=9\cdot2=18$;

4) $\left(-4\sqrt{5}\right)^2=(-4)^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2=16\cdot5=80$; 5) $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$;

6) $\left(\frac{1}{4}\sqrt{26}\right)^2=\frac{1}{16}\cdot26=\frac{13}{8}=1\frac{5}{8}$.

389. 1) $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$; 2) $\sqrt{16}+\sqrt{9}=4+3=7$; 3) $\sqrt{36}-\sqrt{49}=6-7=-1$;

4) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{49}=6\cdot7=42$; 5) $5\sqrt{4}-\sqrt{25}=5\cdot2-5=5$;

6) $\sqrt{0,81}+\sqrt{0,01}=0,9+0,1=1$; 7) $\frac{1}{3}\sqrt{0,09}-2=\frac{1}{3}\cdot0,3-2=0,1-2=-1,9$;

8) $-2\sqrt{0,16}+0,7=-2\cdot0,4+0,7=-0,8+0,7=-0,1$;

9) $\left(\sqrt{13}\right)^2-3\cdot\left(\sqrt{8}\right)^2=13-3\cdot8=13-24=-11$;

10) $\frac{1}{6}\cdot\left(\sqrt{18}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\sqrt{24}\right)^2=\frac{1}{6}\cdot18-\frac{1}{4}\cdot24=3-6=-3$;

11) $50\cdot\left(-\frac{1}{5}\sqrt{2}\right)^2=50\cdot\frac{1}{25}\cdot2=2\cdot2=4$;

12) $\sqrt{4\cdot5^2-6^2}=\sqrt{4\cdot25-36}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$.

390. 1) $\sqrt{3+\sqrt{36}}=\sqrt{3+6}=\sqrt{9}=3$; 2) $\sqrt{72-\sqrt{64}}=\sqrt{72-8}=\sqrt{64}=8$;

3) $\sqrt{16}\cdot\sqrt{225}=4\cdot15=60$; 4) $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{900}+0,2\cdot\sqrt{1600}=\frac{1}{3}\cdot30+0,2\cdot40=10+8=18$;

5) $\left(2\sqrt{6}\right)^2-3\left(\sqrt{21}\right)^2=4\cdot6-3\cdot21=24-63=-39$;

6) $\sqrt{10^2-4\cdot3^2}=\sqrt{100-4\cdot9}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$.

391. 1) Якщо $a=0,25$, то $\sqrt{12+0,25}=\sqrt{12,25}=3,5$;

2) якщо $b=2$, то $\sqrt{7-3\cdot2}=\sqrt{7-6}=1$;

3) $\sqrt{2a-b}$; якщо $a=34$, $b=19$, то $\sqrt{2\cdot34-19}=\sqrt{68-19}=\sqrt{49}=7$;

4) $\frac{b^3-a^3b-b^2c+ca^3}{(b-c)^2}+\sqrt{d}=\frac{b(b^2-a^3)-c(b^2-a^3)}{(b-c)^2}+\sqrt{d}=\frac{(b^2-a^3)(b-c)}{(b-c)^2}+\sqrt{d}=$

$=\frac{b^2-a^3}{b-c}+\sqrt{d}$. Якщо $a=-\frac{1}{2}$, $b=-0,19$; $c=0,18$; $d=0,04$,

то $\frac{(-0,19)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^3}{-0,19-0,18}+\sqrt{0,04}=\frac{0,0361+\frac{1}{8}}{-0,37}+0,2=\frac{0,0361+0,125}{-0,37}+0,2=$

$=\frac{0,1611}{-0,37}+0,2=\frac{0,1611-0,074}{-0,37}=\frac{0,0871}{-0,37}\approx-0,23$

392. 1) Якщо $m=54$, то $\sqrt{27+54}=\sqrt{81}=9$;

2) якщо $m=0{,}13$; $n=-0{,}04$, то $\sqrt{0,13-3\cdot(-0,04)}=\sqrt{0,13+0,12}=\sqrt{0,25}=0,5$.

393. 1) $\sqrt{x}=9$; $x=81$; 2) $\sqrt{x}=\frac{1}{2}$; $x=\frac{1}{4}$; 3) $\sqrt{x}-0,2=0$; $\sqrt{x}=0,2$; $x=0{,}04$;

4) $\sqrt{x}+7=0$. Значення виразу $\sqrt{x}\geq 0$, тому $\sqrt{x}+7>0$.
Отже, дане рівняння не має коренів.

394. 1) $\sqrt{x}=20$; $x=400$;

2) $\sqrt{x}=-16$; рівняння не має коренів, бо значення виразу $\sqrt{x}\geq 0$, а $-16<0$;

3) $\sqrt{x}-\frac{2}{3}=0$; $\sqrt{x}=\frac{2}{3}$; $x=\frac{4}{9}$.

395. 1) $x^2=25$, тоді $x=-5$ або $x=5$; 2) $x^2=0{,}49$, тоді $x=-0{,}7$ або $x=-0{,}7$;

3) $x^2=3$, тоді $x=-\sqrt{3}$ або $x=\sqrt{3}$;

4) $x^2=-25$, рівняння не має коренів, бо $x^2>0$, а $(-25)<0$, тому рівність неможлива.

396. 1) $x^2=100$, тоді $x=10$ або $x=-10$; 2) $x^2=0{,}81$, тоді $x=0{,}9$ або $x=-0{,}9$;

3) $x^2=7$, тоді $x=\sqrt{7}$ або $x=-\sqrt{7}$; 4) $x^2=3{,}6$, тоді $x=\sqrt{3,6}$ або $x=-\sqrt{3,6}$.

397. 1) $-0,06\cdot\sqrt{10\,000}+\frac{8}{\sqrt{256}}-2,5\sqrt{3,24}=-0,06\cdot 100+\frac{8}{16}-2,5\cdot 1,8=$

$=-6+0{,}5-4{,}5=-10$;

2) $\sqrt{64}\cdot\sqrt{6,25}+\sqrt{2^3+17}=8\cdot 2,5+\sqrt{8+17}=20+\sqrt{25}=20+5=25$;

3) $\sqrt{1\frac{11}{25}}+3\sqrt{7\frac{1}{9}}-0,6\sqrt{3025}=\sqrt{\frac{36}{25}}+3\cdot\sqrt{\frac{64}{9}}-0,6\cdot 55=\frac{6}{5}+3\cdot\frac{8}{3}-33=$

$=1{,}2+8-33=9{,}2-33=-23{,}8$;

4) $\left(\frac{1}{5}\sqrt{75}\right)^2+\sqrt{26^2-24^2}=\frac{1}{25}\cdot 75+\sqrt{(26-24)(26+24)}=3+\sqrt{2\cdot 50}=$

$=3+\sqrt{100}=3+10=13$;

5) $\left(3\sqrt{8}\right)^2+\left(8\sqrt{3}\right)^2-2\left(\sqrt{24}\right)^2=9\cdot 8+64\cdot 3-2\cdot 24=72+192-48=216$;

6) $\sqrt{144}:\sqrt{0,04}-\sqrt{2,56}\cdot\sqrt{2500}=12:0,2-1,6\cdot 50=60-80=-20$.

398. 1) $0,15\cdot\sqrt{3600}-0,18\cdot\sqrt{400}+\left(10\sqrt{0,08}\right)^2=0{,}15\cdot 60-0{,}18\cdot 20+100\cdot 0{,}08=$
$=9-3{,}6+8=17-3{,}6=13{,}4$;

2) $\frac{95}{\sqrt{361}}-\frac{13}{14}\sqrt{1\frac{27}{169}}+\sqrt{8^2+15^2}=\frac{95}{19}-\frac{13}{14}\sqrt{\frac{196}{169}}+\sqrt{64+225}=$

$=5-\frac{13}{14}\cdot\frac{14}{13}+\sqrt{289}=5-1+17=21$;

3) $\left(-8\sqrt{\frac{1}{4}}+\frac{\sqrt{1,44}}{3}\cdot\sqrt{12,25}\right):\left(0,1\sqrt{13}\right)^2=\left(-8\cdot\frac{1}{2}+\frac{1,2}{3}\cdot 3,5\right):0,01\cdot 13=$

$=(-4+0{,}4\cdot 3{,}5):0{,}13=(-4+1{,}4):0{,}13=-2{,}6:0{,}13=-20$.

399. 1) Вираз $\sqrt{x}$ має зміст, якщо $x \geq 0$. 2) Вираз $\sqrt{-x}$ має зміст, якщо $x \leq 0$.

3) Вираз $\sqrt{x^2}$ має зміст при будь-якому значенні x.

4) $\sqrt{-x^2}$ має зміст, якщо $x = 0$; 5) $\sqrt{x-8}$; $x - 8 \geq 0$; $x \geq 8$, $x \in [8; +\infty)$;

6) $\sqrt{8-x}$; $-x + 8 \geq 0$; $x \leq 8$, $x \in (-\infty; 8]$;

7) $\sqrt{x^2+8}$; вираз $x^2 + 8 > 0$ при будь-якому значенні x, тому $\sqrt{x^2+8}$ має зміст при $x \in (-\infty; +\infty)$;

8) $\sqrt{(x-8)^2}$; вираз має зміст при будь-якому значенні x;

9) $\frac{1}{\sqrt{(x-8)^2}}$. Цей вираз має зміст, якщо $x - 8 \neq 0$, $x \neq 8$, $x \in (-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$;

10) $\frac{1}{\sqrt{x}-3}$. Цей вираз має зміст, якщо $\begin{cases} x \geq 0, \\ \sqrt{x} - 3 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0, \\ \sqrt{x} \neq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0, \\ x \neq 9. \end{cases}$

Отже, $x \in [0; 9) \cup (9; +\infty)$;

11) $\frac{1}{\sqrt{x}+3}$. Цей вираз має зміст, якщо $\begin{cases} x \geq 0, & (1) \\ \sqrt{x} + 3 \neq 0. & (2) \end{cases}$

Умова (2) при $x \geq 0$ виконується. Отже, $x \in [0; +\infty)$;

12) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{-x}$. Цей вираз має зміст, якщо $\begin{cases} x \geq 0, \\ -x \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x \geq 0, \\ x \leq 0; \end{cases}$ $x = 0$. Отже, $x = 0$.

13) $\frac{1}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{-x}}$. Цей вираз має зміст, якщо $\sqrt{x} \cdot \sqrt{-x} \neq 0$, але значення виразу $\sqrt{x} \cdot \sqrt{-x}$ існує, коли $x = 0$. Отже, немає значень змінної x, при яких даний вираз має зміст;

14) $\sqrt{|x|}$, при будь-якому значенні x даний вираз має зміст;

15) $\sqrt{-|x|}$. Даний вираз має зміст, якщо $x = 0$;

16) $\frac{1}{\sqrt{|x|}}$. Даний вираз має зміст, якщо $x \neq 0$.

400. 1) $\sqrt{2y}$, $y \geq 0$; 2) $\sqrt{-3y}$, $-3y \geq 0$, $y \leq 0$; 3) $\sqrt{y^3} = |y|\sqrt{y}$, якщо $y \geq 0$;

4) $\sqrt{-y^3}$, $-y^3 \geq 0$, $y \leq 0$; 5) $\sqrt{-y^4}$, $y = 0$; 6) $\frac{1}{\sqrt{y}}$, $y > 0$;

7) $\frac{1}{\sqrt{y}-1}$; $\begin{cases} y \geq 0, \\ \sqrt{y} - 1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq 0, \\ \sqrt{y} \neq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} y \geq 0, \\ y \neq 1; \end{cases}$ $y \in [0; 1) \cup (1; +\infty)$;

8) $\frac{1}{\sqrt{y}+1}$. Вираз $\sqrt{y} + 1 > 0$, якщо $y \geq 0$. Отже, $y \in [0; +\infty)$.

401. 1) $\sqrt{5x} - 4 = 0$; $\sqrt{5x} = 4$; $5x = 16$; $x = 3{,}2$;

2) $\sqrt{5x-4} = 0$; $5x - 4 = 0$; $5x = 4$; $x = 0{,}8$;

3) $\sqrt{5x-4} = 6$; $5x - 4 = 36$; $5x = 40$; $x = 8$;

4) $\frac{42}{\sqrt{x}} = 6$; $42 = 6\sqrt{x}$, $x \neq 0$; $\sqrt{x} = 7$; $x = 49$;

5) $\frac{18}{\sqrt{x+3}} = 9$; $18 = 9\sqrt{x+3}$, $x+3>0$; $2 = \sqrt{x+3}$, $x>-3$; $4 = x+3$, $x>-3$; $x=1$;

6) $\sqrt{x^2-36} = 8$; $x^2 - 36 = 64$; $x^2 = 100$; $x = -10$ або $x = 10$.

402. 1) $\frac{1}{3}\sqrt{x} - 2 = 0$; $\frac{1}{3}\sqrt{x} = 2$; $\sqrt{x} = 6$; $x = 36$;

2) $\sqrt{2x+3}=11$; $2x+3=121$; $2x=118$; $x=59$;

3) $\frac{4}{\sqrt{x-5}}=6$; $6\sqrt{x-5}=4$, $x>5$; $x-5=\frac{16}{36}$, $x>5$; $x=\frac{4}{9}+5$, $x>5$; $\underline{x=5\frac{4}{9}}$;

4) $\sqrt{130-x^2}=9$; $130-x^2=81$; $x^2=49$; $x=-7$ або $x=7$.

403. 1) $(x+6)^2=0$; $x+6=0$; $x=-6$;

2) $(x+6)^2=9$; $|x+6|=3$; $x+6=3$ або $x+6=-3$; $x=-3$ або $x=-9$;

3) $(x+6)^2=3$; $|x+6|=\sqrt{3}$; $x+6=\sqrt{3}$ або $x+6=-\sqrt{3}$; $\underline{x=-6+\sqrt{3}}$ або $\underline{x=-6-\sqrt{3}}$;

4) $(7x+6)^2=5$; $|7x+6|=\sqrt{5}$; $7x+6=\sqrt{5}$ або $7x+6=-\sqrt{5}$; $7x=-6+\sqrt{5}$ або $7x=-6-\sqrt{5}$; $\underline{x=\frac{-6+\sqrt{5}}{7}}$ або $\underline{x=\frac{-6-\sqrt{5}}{7}}$.

404. 1) $(2x-3)^2=25$; $|2x-3|=5$; $2x-3=5$ або $2x-3=-5$; $2x=8$ або $2x=-2$; $x=4$ або $x=-1$;

2) $(x-3)^2=7$; $|x-3|=\sqrt{7}$; $x-3=\sqrt{7}$ або $x-3=-\sqrt{7}$; $\underline{x=3+\sqrt{7}}$ або $\underline{x=3-\sqrt{7}}$;

3) $(2x-3)^2=7$; $|2x-3|=\sqrt{7}$; $2x-3=\sqrt{7}$ або $2x-3=-\sqrt{7}$; $2x=3+\sqrt{7}$ або $2x=3-\sqrt{7}$; $\underline{x=\frac{3+\sqrt{7}}{2}}$ або $\underline{x=\frac{3-\sqrt{7}}{2}}$.

405. 1) $\sqrt{3+\sqrt{2+x}}=4$; $3+\sqrt{2+x}=16$; $\sqrt{2+x}=13$; $2+x=169$; $x=167$. Перевірка показує, що $x=167$ — корінь рівняння.

2) $\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{x}}}=3$; $2+\sqrt{3+\sqrt{x}}=9$; $\sqrt{3+\sqrt{x}}=7$; $3+\sqrt{x}=49$; $\sqrt{x}=46$; $x=2116$. Перевірка показує, що $x=2116$ — корінь рівняння.

3) $\sqrt{4-\sqrt{10+\sqrt{x}}}=2$; $4-\sqrt{10+\sqrt{x}}=4$; $-\sqrt{10+\sqrt{x}}=0$; $10+\sqrt{x}=0$, що неможливо. Отже, коренів немає.

406. 1) $\sqrt{17+\sqrt{\sqrt{x}-6}}=5$; $17+\sqrt{\sqrt{x}-6}=25$; $\sqrt{\sqrt{x}-6}=8$; $\sqrt{x}-6=64$; $\sqrt{x}=70$; $x=70^2$; $x=4900$;

2) $\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}}=1$; $1+\sqrt{2+\sqrt{x}}=1$; $\sqrt{2+\sqrt{x}}=0$; $2+\sqrt{x}=0$, що неможливо. Отже, коренів немає.

407. 1) $\sqrt{ab}$. Вираз має зміст, якщо $ab\ge 0$, тобто: якщо $a=0$, то b — будь-яке число; якщо $b=0$, то a — будь-яке число; якщо $a\ne 0$, $b\ne 0$, тоді $a>0$, $b>0$ або $a<0$, $b<0$.

2) $\sqrt{-ab}$. Вираз має зміст, якщо $-ab\ge 0$, тобто $ab\le 0$. Якщо $a=0$, тоді b — будь-яке число; якщо $b=0$, тоді a — будь-яке число; якщо $a\ne 0$ і $b\ne 0$, тоді або $a<0$, $b>0$ або $a>0$, $b<0$.

3) $\sqrt{ab^2}$. Вираз має зміст, якщо $ab^2\ge 0$; якщо $b\ne 0$, то $a\ge 0$; якщо $b=0$, то a — будь-яке число.

4) $\sqrt{a^2b^2}$. Вираз має зміст, якщо $a^2b^2\ge 0$, тобто $|ab|\ge 0$, тобто a і b — будь-які числа.

5) $\sqrt{-a^2b}$. Вираз має зміст, якщо $-a^2b\ge 0$, тобто $a^2b\le 0$. Якщо $a=0$, то b — будь-яке число; якщо $a\ne 0$, то $b\le 0$.

408. 1) $\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x-2)^2}$. При будь-якому значенні x цей вираз має зміст.

2) $\sqrt{x^2-4x+5}=\sqrt{x^2-4x+4+1}=\sqrt{(x-2)^2+1}$. При будь-якому значенні x вираз має зміст.

409. $\sqrt{-x^2+6x-12}=\sqrt{-(x^2-6x+12)}=\sqrt{-(x^2-6x+9+3)}=\sqrt{-((x-3)^2+3)}=$ $=\sqrt{-(x-3)^2-3}$. Підкореневий вираз завжди має від'ємне значення, тому не існує значення x, при якому має зміст даний вираз.

410. 1) $\sqrt{x^2+8x+15}=\sqrt{x^2+2\cdot 4x+16-1}=\sqrt{(x+4)^2-1}$. Цей вираз має зміст, якщо $(x+4)^2-1\geq 0$; $(x+4)^2\geq 1$; $|x+4|\geq 1$; $x+4\geq 1$ або $x+4\leq -1$, тобто $x\geq -3$ або $x\leq -5$. Отже, цей вираз не може мати зміст при будь-якому значенні x.

2) $\sqrt{x^2-10x+27}=\sqrt{x^2-2\cdot 5x+25+2}=\sqrt{(x+5)^2+2}$. Даний вираз має зміст при будь-якому значенні x.

411. 1) $\sqrt{x}=-x$. Дана рівність виконується, якщо $\begin{cases}x\geq 0,\\-x\geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq 0,\\x\leq 0;\end{cases}$ $x=0$. Отже, $x=0$ — корінь рівняння.

2) $\sqrt{x}+\sqrt{x-1}=0$. Дана рівність виконується, якщо $\sqrt{x}=0$ і $\sqrt{x-1}=0$ одночасно, що неможливо. Отже, рівняння не має коренів.

3) $\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x-1}=0$. Дана рівність виконується, якщо $\begin{cases}x^2-x=0,\\x-1=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x(x-1)=0,\\x-1=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0 \text{ або } x=1,\\x=1;\end{cases}$ $x=1$. Отже, коренем рівняння є число 1.

4) $\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{x^2-4}=0$. Дана рівність виконується, якщо $\begin{cases}x^2+2x=0,\\x^2-4=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x(x+2)=0,\\(x-2)(x+2)=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0 \text{ або } x+2=0,\\x=2 \text{ або } x=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0,\\x=-2;\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=2,\\x=-2;\end{array}\right.\end{cases}$ $x=-2$.
Отже, число (–2) — корінь рівняння.

5) $(x-1)\sqrt{x+1}=0$. Рівність виконується, якщо вираз $\sqrt{x+1}$ має зміст, тобто $x+1\geq 0$, $x\geq -1$. Добуток дорівнює нулю, якщо $x-1=0$ або $x+1=0$; $x=1$ або $x=-1$. Обидва значення задовольнять умову $x\geq -1$. Отже, числа (–1) і 1 є корені даного рівняння.

6) $(x+1)\sqrt{x-1}=0$. Рівність виконується, якщо вираз $\sqrt{x-1}$ має зміст, тобто $x-1\geq 0$, $x\geq 1$. Добуток дорівнює нулю, якщо $x+1=0$ або $x-1=0$; $x=-1$ або $x=1$. Але (–1) не задовольняє умову $x\geq 1$, тому число (–1) не є коренем даного рівняння, а число 1 — корінь даного рівняння.

412. 1) $\sqrt{x}+\sqrt{-x}=0$. Дана рівність має зміст, якщо $\begin{cases}x\geq 0,\\-x\geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq 0,\\x\leq 0;\end{cases}$ $x=0$, отже, $x=0$ — корінь рівняння, бо кожен доданок дорівнює нулю.

2) $\sqrt{x}+\sqrt{-x}=1$. Дана рівність має зміст, якщо $\begin{cases}x\geq 0,\\-x\geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\geq 0,\\x\leq 0;\end{cases}$ $x=0$.
Але при $x=0$ маємо $0+0=0$, $0\neq 1$, тому дане рівняння не має коренів.

3) $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-1}=0$. Рівність виконується, якщо кожен доданок дорівнює нулю. $\begin{cases}\sqrt{x^2-2x+1}=0,\\\sqrt{x^2-1}=0;\end{cases}$ $\begin{cases}\sqrt{(x-1)^2}=0,\\\sqrt{(x-1)(x+1)}=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\x=1 \text{ або } x=-1;\end{cases}$ $x=1$. Отже, $x=1$ — корінь рівняння.

4) $(x-2)\sqrt{x-3}=0$. Добуток дорівнює нулю, якщо $x-2=0$ або $\sqrt{x-3}=0$; $x=2$ або $x=3$. Але при $x=2$ вираз $\sqrt{x-3}$ не має змісту. Отже, рівняння має єдиний корінь — число 3.

413. $x^2=a+1$.

1) Рівняння має два корені якщо $a+1>0$, $a>-1$.

2) Рівняння має один корінь, якщо $a+1=0$, $a=-1$.

3) Рівняння не має коренів, якщо $a+1<0$, $a<-1$.

414. 1) $y=\sqrt{-x^2}$. Ця рівність виконується, якщо $x=0$, тому графіком функції є точка (0; 0).

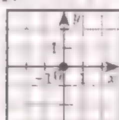


Рис. 63

2) $y=\sqrt{-x^2-4x-4}+2$;

$y=\sqrt{-(x^2+4x+4)}+2$; $y=\sqrt{-(x+2)^2}+2$. Остання рівність виконується при $x=-2$, тому графіком є точка (–2; 2).

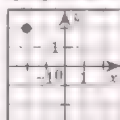


Рис. 64

3) $y=\left(\sqrt{x}\right)^2$. Вираз $\sqrt{x}$ має зміст якщо $x\ge0$. $y=x$, $x\ge0$ Графіком є промінь з початком у точці (0; 0).

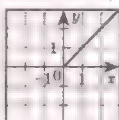


Рис. 65

415. $y=\sqrt{2x-1-x^2}-1$;

$y=\sqrt{-(x^2-2x+1)}-1$; $y=\sqrt{-(x-1)^2}-1$. Остання рівність виконується, якщо $x-1=0$; $x=1$. Графіком є точка (1: –1).

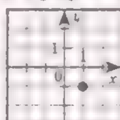


Рис. 66

416. 1) $a\sqrt{x-1}=0$. Рівність виконується, якщо $x-1\ge0$, $x\ge1$. Якщо $a=0$, $x\ge1$; якщо $a\ne0$, то $x=1$.

2) $\sqrt{(a-1)x}=0$. Рівність виконується, якщо $(a-1)x=0$. Якщо $a=1$, то x — будь-яке число; якщо $a\ne1$, то $x=0$.

3) $a\sqrt{x-1}=a$. Рівність виконується, якщо $x-1\ge0$, $x\ge1$. Знайдемо корені рівняння $a\sqrt{x-1}-a=0$; $a\left(\sqrt{x-1}-1\right)=0$. Якщо $a=0$, то $x\ge1$; якщо $a\ne0$, то $\sqrt{x-1}-1=0$; $\sqrt{x-1}=1$; $x-1=1$; $x=2$, $2\in[1;+\infty)$.

4) $\sqrt{x-2}=a$. Рівняння має зміст якщо $x-2\ge0$, $x\ge2$. Якщо $a<0$, то рівняння не має коренів; якщо $a\ge0$, то $x-2=a^2$; $x=a^2+2$, $a^2+2\ge2$.

417. $\left(\sqrt{x}-1\right)(x-a)=0$. Рівняння має зміст, якщо $x\ge0$. Добуток дорівнює нулю, якщо $\sqrt{x}-1=0$ або $x-a=0$; $\sqrt{x}=1$ або $x=a$; $x=1$ або $x=a$. Рівняння має тільки один корінь, якщо $a<0$ або $a=1$.

418. Є числа від 1 до 24. Серед чисел від 1 до 10 цифра 1 трапляється в нумерації 2 рази (число 1 і число 10), від 11 до 24 цифра 1 трапляється в нумерації 11 разів (числа 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21). Разом цифра 1 трапляється в даної нумерації 13 разів.

419. $$\left(\frac{a}{a^2-25}\overset{1}{+}\frac{5}{5-a}+\frac{1}{a+5}\right)\overset{3}{:}\left(\frac{28-a^2}{a+5}\overset{2}{+}a-5\right)=\frac{a+10}{5-a}.$$

1. $$\frac{a}{a^2-25}+\frac{5}{5-a}+\frac{1}{a+5}=\frac{a-5(a+5)+1\cdot(a-5)}{(a-5)(a+5)}=\frac{a-5a-25+a-5}{(a-5)(a+5)}=$$

$= \frac{-3a - 30}{(a-5)(a+5)} = \frac{-3(a+10)}{(a-5)(a+5)}$;

2. $\frac{28 - a^2}{a+5} + a - 5 = \frac{28 - a^2 + (a-5)(a+5)}{a+5} = \frac{28 - a^2 + a^2 - 25}{a+5} = \frac{3}{a+5}$;

3. $\frac{-3(a+10)}{(a-5)(a+5)} : \frac{3}{a+5} = \frac{-3(a+10)(a+5)}{(a-5)(a+5) \cdot 3} = \frac{a+10}{5-a}$.

420. Нехай було x купюр по 100 грн і y купюр по 500 грн. За умовою всього було 31 купюра, тобто $x + y = 31$, за умовою робітник одержав 4700 грн, тобто $100x + 500y = 4700$ або $x + 5y = 47$.

Маємо систему $\begin{cases} x + y = 31, \\ x + 5y = 47; \end{cases}$ $4y = 16$; $y = 4$, тоді $x = 27$.

Отже, 27 купюр по 100 грн і 4 купюри по 500 грн.

421. Нехай $\overline{abc}$ — трицифрове число натурального числа n. Маємо: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$. За умовою сума цифр такого числа в 11 раз менше від самого числа n, тобто $(a + b + c) \cdot 11 = 100a + 10b + c$. Виконаємо тотожні перетворення, отримаємо рівність $89a = b + 10c$ (де $b + 10c$) — двоцифрове число $\overline{cb}$, тому $0 < c \le 9$, $0 \le b \le 9$). Отже, $a = 1$, бо $89 \cdot 1 = 89$ — двоцифрове число. Маємо $b + 10c = 89$, тобто $b = 9$, $c = 8$, тому трицифрове натуральне число n — це число 198 ($198 : 11 = 18$).

422. Бісектрисою.

423. Зграя.

424. Наприклад, учні 8-А класу.

425. Педагогічний колектив.

426. $f(x) = x^2$. 1) $3 \in D(f)$; 2) $0 \in D(f)$; 3) $0 \in E(f)$; 4) $-\frac{1}{2} \notin E(f)$.

427. 1) Так, бо 1 — елемент даної множини;

2) ні, бо 1 — елемент даної множини;

3) ні, бо $\{1\}$ — це множина, що містить елемент 1, а $\{1; 2\}$ — це множина, що містить елементи 1 і 2;

4) так, бо $\{1\}$ — це елемент множини $\{\{1\}\}$;

5) так;

6) так, бо а $\{\varnothing\}$ — це множина містить один елемент — порожню множину.

428. 1) $x(x - 1) = 0$. Добуток дорівнює нулю, якщо $x = 0$ або $x = 1$. $M = \{0; 1\}$.

2) $(x - 2)(x^2 - 4) = 0$. Добуток дорівнює нулю, якщо $x = 2$ або $x = 2$ або $x = -2$. $M = \{2; 2; -2\} = \{2; -2\}$.

3) $x = 2$; $M = \{2\}$;

4) $x^2 + 3 = 0$. Рівняння не має коренів, бо при будь-якому x вираз $x^2 \ge 0$, а сума невід'ємного і додатного чисел більше нуля. Множина коренів $M = \varnothing$.

429. 1) $A = \left\{\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}; \frac{4}{7}; \frac{5}{7}; \frac{6}{7}\right\}$;

2) $B = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{2}{4}; \frac{3}{4}\right\}$;

3) $C = \{$м; а; т; и; к; е$\}$; 4) $D = \{5\}$.

430. Підмножина дівчат або підмножина хлопців, або підмножина, складається з однієї учениці і двох учнів.

431. $A = \{$к; о; р; д; и; н; а; т$\}$ — множина букв слова «координата».

1) Так; 2) так; 3) так; 4) ні, бо у множині A немає літери «л»; 5) так; 6) так; 7) так; 8) ні, бо у множині A немає літери «у»; 9) так; 10) ні, бо у множині A немає літери «л»; 11) так; 12) ні, бо у множині A немає літери «л».

432. $A = \{1;\ 9;\ 5;\ 8\}$.

1) Так; 2) ні, бо у множині A немає цифри 0; 3) так; 4) так; 5) так; 6) ні, бо у множині A немає цифри 2.

433. $A \neq \varnothing$. Множина є підмножиною самої себе, тобто $A \subset A$, а також $\varnothing \subset A$.

434. 1) $A = B$, бо вони складаються з одних і тих самих елементів;

2) $A \neq B$, бо складаються з різних елементів;

3) $A \neq B$, бо $\{1\}$ — це множина, що містить елемент 1, а $\{\{1\}\}$ – це множина, що містить один елемент — множину $\{1\}$.

435. 1) $A = B$, бо $|x| = x$, якщо $x \geq 0$, елементи множин A і B співпадають.

2) Ні, бо ромб має рівні сторони, а множина A — це множина чотирикутників, у яких протилежні сторони попарно рівні.

436. 1. Це порожня множина бо сума кутів трикутника дорівнює 180°.

2. Не є порожньою множиною.

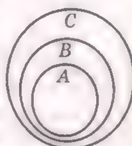
3. Порожня множина, бо вказана умова виконується лише для прямокутного трикутника.

4. Так, бо залежність $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ не є функцією.

437. Довести, що коли $A \subset B$ і $B \subset C$, то $A \subset C$.

Якщо $A \subset B$, то елементи множини A є елементами множини B.

Якщо $B \subset C$, то елементи множини B є елементами множини C, тобто елементи множини A є елементами множини C.



438. 1) Множина чотирикутників (B), множина паралелограмів (D), множина прямокутників (A), множина квадратів (C): $B \supset D \supset A \supset C$.

2) $C \supset A \supset E \supset D \supset B$, де C — множина хребетних, A — множина ссавців, E — множина хижих ссавців, D — множина вовків, C — множина собачих.

439. 1) $\dfrac{5b}{b-3} - \dfrac{b+6}{2b-6} \cdot \dfrac{90}{b^2+6b} = \dfrac{5b}{b-3} - \dfrac{(b+6)\cdot 90}{2(b-3)\cdot b(b+6)} = \dfrac{5b}{b-3} - \dfrac{45}{b(b-3)} =$

$= \dfrac{5b^2-45}{b(b-3)} = \dfrac{5(b^2-9)}{b(b-3)} = \dfrac{5(b-3)(b+3)}{b(b-3)} = \dfrac{5b+15}{b}$;

2) $\dfrac{b+2}{b^2-2b+1} : \dfrac{b^2-4}{3b-3} - \dfrac{3}{b-2} = \dfrac{b+2}{(b-1)^2} \cdot \dfrac{3(b-1)}{(b-2)(b+2)} - \dfrac{3}{b-2} = \dfrac{3}{(b-2)(b-1)} - \dfrac{3}{b-2} =$

$= \dfrac{3-3b+3}{(b-2)(b-1)} = \dfrac{3(2-b)}{(b-2)(b-1)} = \dfrac{-3}{b-1} = \dfrac{3}{1-b}$.

440. Швидкість моторного човна за течією дорівнює $\dfrac{36}{3} = 12$ км/год, швидкість моторного човна проти течії складає $\dfrac{36,8}{4} = 9,2$ км/год, тоді швидкість течії річки дорівнює $\dfrac{12-9,2}{2} = \dfrac{2,8}{2} = 1,4$ (км/год).

Відповідь: 1,4 км/год.

441. Серед 42 олівців зелених олівців є $(42 - 14 - 16 = 12)$. Оскільки навмання взятий олівець не буде ні червоним, ні синім, то залишається зелений олівець, тому $P(A) = \dfrac{12}{42} = \dfrac{2}{7}$, де A — подія взяти ні червоний, ні синій олівець.

442.

Петро	1	1	1	1	1	1	1
Дмитро	1	2	5	11	23	47	95

У таблиці записано числа, які записували Петро і Дмитро кожного дня. Числова послідовність 1, 2, 5, 11, 23, 47, 95 дуже цікава, наприклад, $5-2=3$; $11-5=6=2\cdot3$; $23-11=12=2^2\cdot3$; $47-23=24=2^3\cdot3$; $95-47=48=2^4\cdot3$.

Отже, є числова послідовність: $1=2^0$, $2=2^1$, $2+3\cdot2^0$, $2+3+3\cdot2$, $2+3+3\cdot2+3\cdot2^2$, $2+3+3\cdot2+3\cdot2^2+3\cdot2^3$, $2+3+3\cdot2+3\cdot2^2+3\cdot2^3+3\cdot2^4$.

Загальний вид n-го числа можна записати так:

$u_n=2+3\cdot(1+2+2^2+2^3+...+2n^{-3})=$

$=2+3\cdot\dfrac{2^{n-2}-1}{2-1}=2+3\cdot2^{n-2}-3=-1+3\cdot2^{n-2}$.

Допустимо, що може бути число, що закінчується на 101 у записаної числової послідовності, тоді $3\cdot2n^{-2}-1=1000k+101$ $(k\in N)$, $3\cdot2n^{-2}=1000k+102$. Ліва частина кратна 3, тоді й права повинна бути кратної 3, тобто кожен доданок $1000k$ і 102 повинні націло ділитися на 3, маємо $102:3=34$, 1000 не ділиться націло на 3, тоді $k=3l$, $l\in N$. Отже, $3\cdot2n^{-2}=3l\cdot1000+102$, $2n^{-2}=l\cdot1000+34$, $2n^{\ 3}=500l+17$. Ліва частина — парне число, права частина — непарне число. Отже, отримали протиріччя, тому Дмитро не зможе записати число, запис якого закінчуватиметься на 101.

443. Хибне твердження: –3 — натуральне число.

444. 1) Так; 2) так; 3) так; 4) так; 5) ні; 6) так; 7) так; 8) ні; 9) ні.

445. 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) так; 5) ні; 6) так; 7) так; 8) так.

446. 1) Так; 2) так; 3) так; 4) ні; 5) ні; 6) так; 7) так; 8) так.

447. 3) Ірраціональне число, а 1) і 2) — раціональні числа.

448. 1) $6,542...=6,542...$; 2) $-24,064...>-24,165...$

449. 1) $0,234...>0,225...$; 2) $-1,333...>-1,345...$

450. $\sqrt{3}\approx1,7\underline{3}20508...$ 1) За нестачею $\sqrt{3}\approx1,73$; 2) за надлишком $\sqrt{3}\approx1,74$.

451. $\sqrt{5}\approx2,236068...$ 1) За нестачею $\sqrt{5}\approx2,23$; 2) за надлишком $\sqrt{5}\approx2,24$.

452. $x^2=a$

1) Має два раціональних корені, якщо $a=49$, $a=\dfrac{36}{25}$;

2) має два ірраціональних корені, якщо $a=2$, $a=7$;

3) не має коренів, якщо $a<0$, отже, $a=-5$, $a=-10$.

453. 1) $\dfrac{43}{7}$ і 6,12; $\dfrac{43}{7}\approx6,14$, тому $\dfrac{43}{7}>6,12$;

2) 3,(24) і 3,24; 3,(24) ≈ 3,2424..., тому 3,(24) > 3,24;

3) π і 3,(14); $\pi\approx$ 3,14,15...; 3,(14) ≈ 3,1414..., тому $\pi>$ 3,(14);

4) –2,(36) і –2,36; –2,(36) ≈ –2,3636...; –2,(36) < –2,36;

5) 7,(18) і 7,(17); 7,(18) ≈ 7,1818...; 7,(17) ≈ 7,1717...; 7,(18) > 7,(17).

454. 1) $\dfrac{1}{6}$ і 0,2; $0,2=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$; але $\dfrac{1}{6}<\dfrac{1}{5}$, тому $\dfrac{1}{6}<0,2$;

2) $\dfrac{7}{9}$ і 0,77; $\dfrac{7}{9}\approx0,7777778...$, тому $\dfrac{7}{9}>0,77$; 3) –1,(645) < –1,(643).

455. У порядку спадання: 3,(16); π; 2,(136); –0,08...; –1,82...

456. У порядку зростання числа: 1,(56); 1,57; $\dfrac{\pi}{2}$; 1,571; 1,(572).

457. Нехай два раціональних числа мають вигляд $\dfrac{m}{n}$ і $\dfrac{a}{b}$, де m, $n\in Z$, a, $b\in N$, тоді знайдемо суму, різницю, добуток і частку чисел:

$\frac{m}{n}+\frac{a}{b}=\frac{mb+na}{nb}$, $mb+na \in Z$; $nb \in N$, тому число раціональне;

$\frac{m}{n}-\frac{a}{b}=\frac{mb-na}{nb}$, $mb-na \in Z$, $nb \in N$, тому число раціональне;

$\frac{m}{n}\cdot\frac{a}{b}=\frac{ma}{nb}$, $ma \in Z$, $nb \in N$, тому число раціональне;

$\frac{m}{n}:\frac{a}{b}=\frac{mb}{na}$, $mb \in Z$, якщо $a \neq 0$, то $na \in Z$, але при умові $a>0$, то $na \in N$, а при умові $a<0$, то змінимо знак у чисельнику і знаменнику на протилежний і $an \in N$, тому число — раціональне. Доведено.

458. Припустимо, що сума раціонального та ірраціонального чисел є числом раціональним, але різниця двох раціональних чисел є числом раціональним, а тоді ірраціональне число можна подати у вигляді різниці раціональних чисел, протиріччя. Отже, припущення неправильне і сума раціонального та ірраціонального чисел є числом ірраціональним.

459. 1) Сума двох ірраціональних чисел не завжди є числом ірраціональним, наприклад, сума протилежних ірраціональних чисел дорівнює нулю: $\sqrt{5}+\left(-\sqrt{5}\right)=0$. *Відповідь:* ні.

2) Добуток двох ірраціональних чисел не завжди є числом ірраціональним, наприклад, $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}\right)^2=5$ або $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}=\sqrt{100}=10$. *Відповідь:* ні.

3) Добуток будь-якого ірраціонального числа та будь-якого раціонального не завжди є числом ірраціональним, наприклад, $\sqrt{5}\cdot 0=0$. *Відповідь:* ні.

460. У двох під'їздах розташовано $8\cdot 9\cdot 2=144$ квартири, тому квартира № 186 знаходиться у 3 під'їзді; на 5 поверхах розташовано 40 квартир, отже, на 6 поверсі квартири починаються з $144+40+1=185$, тому № 186 на 6 поверсі. *Відповідь:* квартира № 186 знаходиться у 3 під'їзді на 6 поверсі.

461. Якщо a — парне, а b — непарне, то:

1) $\frac{8b}{5a}$ при умові, що b ділиться на 5, а $a=2$ або $a=4$, то даний вираз може бути натуральним числом;

2) $\frac{a^2}{b^2}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$, якщо a ділиться на b, наприклад, $a=14$, $b=7$, то $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ — може бути натуральним числом;

3) $\frac{4a}{b}$, якщо a ділиться на b, наприклад, $a=10$, $b=5$, то $\frac{4a}{b}$ — може бути натуральним числом;

4) $\frac{b^2}{a}$, b^2 — непарне, тому $\frac{b^2}{a}$ — не може бути натуральним числом.

Відповідь: $\frac{b^2}{a}$.

462. Спростимо вираз: $\left(\frac{3}{4-4a+a^2}+\frac{2}{a^2-4}\right)\cdot(a-2)^2-\frac{2a-4}{a+2}=$

$$=\left(\frac{3}{(a-2)^2}+\frac{2}{(a-2)(a+2)}\right)\cdot(a-2)^2-\frac{2a-4}{a+2}=\frac{(3(a+2)+2(a-2))\cdot\cancel{(a-2)^2}}{\cancel{(a-2)^2}(a+2)}-$$

$$-\frac{2a-4}{a+2}=\frac{5a+2-2a+4}{a+2}=\frac{3a+6}{a+2}=\frac{3(a+2)}{(a+2)}=3.$$

Отже, при всіх допустимих значеннях змінної значення виразу дорівнює 3, тому не залежить від значення змінної. Доведено.

463. Нехай вміщує цеберко x л води, а є y л води, тоді $\left(y-\frac{y}{2}\right)$ л складає $(x-14)$ л. $y-\frac{y}{2}=x-14$; $\frac{y}{2}=x-14$; $y=2x-28$.

За умовою, якщо долити 4 л, то отримаємо $(y+4)$ л або $\frac{2}{3}x$ л. $y+4=\frac{2}{3}x$.

Складаємо систему рівнянь: $\begin{cases} y=2x-28, \\ y=\frac{2}{3}x-4; \end{cases}$ $\begin{cases} 0=1\frac{1}{3}x-24, \\ y=2x-18; \end{cases}$ $x=18$.

Відповідь: цеберко вміщує 18 літрів.

464. 1) $|-3{,}5|-|2{,}6|=3{,}5-2{,}6=0{,}9$; 2) $|-9{,}6|-|-32|=9{,}6-32=-22{,}4$.

465. $|x|=6$, $x=6$ або $x=-6$. *Відповідь:* 6; –6.

466. 1) $|a|=a$, якщо $a\geq 0$; 2) $|a|=-a$, якщо $a\leq 0$;
3) $|a|=|-a|$ при будь-якому значенні a; 4) $|a|=-|a|$, якщо $a=0$.

467. $|a|=a$ і $|a|=-a$, якщо $a=0$, то обидві рівності виконуються одночасно.

468. Якщо $a=-8$, то $a^2=(-8)^2=64$; $(-a)^2=(-(-8))^2=8^2=64$; $|a|^2=|-8|^2=8^2=64$.
Якщо $a=7$, то $a^2=7^2=49$; $(-a)^2=(-7)^2=49$; $|a|^2=|7|^2=49$. *Відповідь:* $a^2=(-a)^2=|a|^2$.

469. Якщо $a>0$, $c<0$, то 1) $a^3c^4>0$, тому що $a^3>0$, $a^4>0$;
2) $ac^5<0$, тому що $a>0$, $c^5<0$.

470. Розглянемо випадок, коли у роті 10 солдат. Нехай позначимо їх 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, тоді на чергуванні 1 солдат може бути з: 1, 2, 3; 1, 4, 5; 1, 6, 7; 1, 8, 9. Тому наступного разу 1 буде чергувати з 10 і з одним з солдатами 2 — 9, тому неможливо.
Якщо солдат 100, то розглянемо всі можливі випадки, а саме: 1, 2, 3; 1, 4, 5; 1, 6, 7; 1, 8, 9; 1, 10, 11; 1, 12, 13; ...; 1, 98; 99; 1, 100 і ще один з 2 — 99, тому організувати чергування, щоб через деякий час кожний солдат побував на чергуванні з кожним з решти солдатів рівно один раз неможливо. *Відповідь:* ні.

471. За формулою про арифметичний квадратний корінь із степеня маємо:

1) $\sqrt{0{,}4^2}=|0{,}4|=0{,}4$; 2) $\sqrt{(-1{,}8)^2}=|-1{,}8|=1{,}8$;

3) $2\sqrt{(-15)^2}=2\cdot|-15|=2\cdot 15=30$; 4) $3\sqrt{1{,}2^2}=3\cdot|1{,}2|=3{,}6$;

5) $\sqrt{6^4}=|6^2|=36$; 6) $\sqrt{(-2)^{10}}=|(-2)^5|=|-32|=32$;

7) $5\cdot\sqrt{(-10)^4}=5\cdot|(-10)^2|=5\cdot|100|=500$;

8) $-4\sqrt{(-1)^{14}}=-4\cdot|(-1)^7|=-4\cdot|-1|=-4\cdot 1=-4$;

9) $-10\cdot\sqrt{3^6}=-10\cdot|3^3|=-10\cdot|27|=-10\cdot 27=-270$.

472. 1) $\sqrt{a^2}=|a|$, якщо $a=4{,}6$, то $\sqrt{4{,}6^2}=|4{,}6|=4{,}6$; якщо $a=-18{,}6$, то $\sqrt{(-18{,}6)^2}=|-18{,}6|=18{,}6$;

2) $\sqrt{b^4}=|b^2|=b^2$, якщо $b=-3$, то $\sqrt{(-3)^4}=|(-3)^2|=|9|=9$; якщо $b=1{,}2$, то $\sqrt{1{,}2^4}=|1{,}2^2|=1{,}2^2=1{,}44$;

3) $0{,}1\sqrt{c^6}=0{,}1|c^3|$, якщо $c=-2$, то $0{,}1\sqrt{(-2)^6}=0{,}1\cdot|(-2)^3|=0{,}1\cdot|-8|=0{,}1\cdot 8$
якщо $c=5$, то $0{,}1\cdot\sqrt{5^6}=0{,}1\cdot|5^3|=0{,}1\cdot|125|=12{,}5$.

473. Замінивши корінь з добутку добутком коренів, отримаємо:

1) $\sqrt{9\cdot 25}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{25}=3\cdot 5=15$; 2) $\sqrt{16\cdot 2500}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{2500}=4\cdot 50=200$;

3) $\sqrt{0{,}64\cdot 36}=\sqrt{0{,}64}\cdot\sqrt{36}=0{,}8\cdot 6=4{,}8$;

4) $\sqrt{400\cdot 1{,}44}=\sqrt{400}\cdot\sqrt{1{,}44}=20\cdot 1{,}2=24$;

5) $\sqrt{0,09\cdot 0,04}=\sqrt{0,09}\cdot\sqrt{0,04}=0,3\cdot 0,2=0,06;$

6) $\sqrt{6,25\cdot 0,16}=\sqrt{6,25}\cdot\sqrt{0,16}=2,5\cdot 0,4=1;$

7) $\sqrt{6^2\cdot 3^4}=\sqrt{6^2}\cdot\sqrt{3^4}=6\cdot 3^2=6\cdot 9=54;$

8) $\sqrt{7^2\cdot 2^8}=\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{2^8}=7\cdot 2^4=7\cdot 16=112;$

9) $\sqrt{25\cdot 64\cdot 0,36}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{64}\cdot\sqrt{0,36}=5\cdot 8\cdot 0,6=24;$

10) $\sqrt{0,01\cdot 0,81\cdot 2500}=\sqrt{0,01}\cdot\sqrt{0,81}\cdot\sqrt{2500}=0,1\cdot 0,9\cdot 50=4,5.$

Замінивши корінь з частки часткою коренів, отримаємо:

11) $\sqrt{\frac{81}{100}}=\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}}=\frac{9}{10}=0,9;$ 12) $\sqrt{\frac{49}{256}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{256}}=\frac{7}{16};$

13) $\sqrt{3\frac{13}{36}}=\sqrt{\frac{121}{36}}=\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{36}}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6};$

14) $\sqrt{3\frac{1}{16}\cdot 2\frac{14}{25}}=\sqrt{\frac{49}{16}\cdot\frac{64}{25}}=\sqrt{\frac{49}{16}}\cdot\sqrt{\frac{64}{25}}=\frac{7}{4}\cdot\frac{8}{5}=\frac{14}{5}=2\frac{4}{5};$

15) $\sqrt{\frac{169}{36\cdot 81}}=\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{36}\cdot\sqrt{81}}=\frac{13}{6\cdot 9}=\frac{13}{54};$

16) $\sqrt{\frac{121\cdot 256}{25\cdot 100}}=\frac{\sqrt{121}\cdot\sqrt{256}}{\sqrt{25}\cdot\sqrt{100}}=\frac{11\cdot 16}{5\cdot 10}=\frac{176}{50}=3\frac{26}{50}=3\frac{13}{25}.$

474. Замінивши корінь з добутку добутком коренів, отримали:

1) $\sqrt{36\cdot 81}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{81}=6\cdot 9=54;$ 2) $\sqrt{900\cdot 49}=\sqrt{900}\cdot\sqrt{49}=30\cdot 7=210;$

3) $\sqrt{16\cdot 0,25}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{0,25}=4\cdot 0,5=2;$ 4) $\sqrt{9\cdot 1,69}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{1,69}=3\cdot 1,3=3,9;$

5) $\sqrt{0,36\cdot 1,21}=\sqrt{0,36}\cdot\sqrt{1,21}=0,6\cdot 1,1=0,66;$

6) $\sqrt{5^2\cdot 3^6}=\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{3^6}=5\cdot 3^3=5\cdot 27=135;$

7) $\sqrt{4^4\cdot 3^2}=\sqrt{4^4}\cdot\sqrt{3^2}=4^2\cdot 3=16\cdot 3=48;$

8) $\sqrt{2^6\cdot 5^2}=\sqrt{2^6}\cdot\sqrt{5^2}=2^3\cdot 5=8\cdot 5=40;$

9) $\sqrt{2,25\cdot 0,04\cdot 1600}=\sqrt{2,25}\cdot\sqrt{0,04}\cdot\sqrt{1600}=1,5\cdot 0,2\cdot 40=12;$

10) $\sqrt{13\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{121}{9}}=\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{9}}=\frac{11}{9}=3\frac{2}{3};$ 11) $\sqrt{1\frac{7}{9}\cdot\frac{4}{25}}=\sqrt{\frac{16}{9}}\cdot\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{8}{15};$

12) $\sqrt{\frac{1}{16}\cdot\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{1}{16}}\cdot\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}=\frac{3}{20}.$

475. Замінивши добуток коренів коренем з добутку, отримали:

1) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{12\cdot 3}=\sqrt{36}=6;$ 2) $\sqrt{32}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{32\cdot 2}=\sqrt{64}=8;$

3) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{50}=\sqrt{18\cdot 50}=\sqrt{900}=30;$ 4) $\sqrt{0,009}\cdot\sqrt{1000}=\sqrt{0,009\cdot 1000}=\sqrt{9}=3;$

5) $\sqrt{200}\cdot\sqrt{0,18}=\sqrt{200\cdot 0,18}=\sqrt{36}=6;$ 6) $\sqrt{13}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{26}=\sqrt{13\cdot 2\cdot 26}=\sqrt{26^2}=26;$

7) $\sqrt{2,4}\cdot\sqrt{1\frac{2}{3}}=\sqrt{2,4\cdot\frac{5}{3}}=\sqrt{4}=2;$ 8) $\sqrt{\frac{2}{11}}\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{\frac{1}{11}}=\sqrt{\frac{2}{11}\cdot 8\cdot\frac{1}{11}}=\sqrt{\frac{16}{121}}=\frac{4}{11};$

9) $\sqrt{2^3\cdot 3}\cdot\sqrt{2^5\cdot 3^3}=\sqrt{2^3\cdot 3\cdot 2^5\cdot 3^3}=\sqrt{2^8\cdot 3^4}=2^4\cdot 3^2=16\cdot 9=144.$

476. Замінивши добуток коренів коренем з добутку, маємо:

1) $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{27\cdot 3}=\sqrt{81}=9;$ 2) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{18\cdot 2}=\sqrt{36}=6;$

3) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{12,1}=\sqrt{10\cdot 12,1}=\sqrt{121}=11$; 4) $\sqrt{0,5}\cdot\sqrt{50}=\sqrt{0,5\cdot 50}=\sqrt{25}=5$;

5) $\sqrt{1\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{2,8}=\sqrt{\frac{10}{7}\cdot 2,8}=\sqrt{4}=2$;

6) $\sqrt{5\cdot 2^3}\cdot\sqrt{5^3\cdot 2^3}=\sqrt{5\cdot 2^3\cdot 5^3\cdot 2^3}=\sqrt{5^4\cdot 2^6}=5^2\cdot 2^3=25\cdot 8=200$.

477. Замінивши частку (дріб) коренів коренем з частки (дробу), маємо:

1) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{75}{3}}=\sqrt{25}=5$; 2) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{98}{2}}=\sqrt{49}=7$;

3) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{3}{48}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$; 4) $\frac{\sqrt{3,2}}{\sqrt{0,2}}=\sqrt{\frac{3,2}{0,2}}=\sqrt{16}=4$;

5) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{50}}=\sqrt{\frac{72}{50}}=\sqrt{\frac{36}{25}}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$; 6) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{147}}=\sqrt{\frac{27}{147}}=\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{3}{7}$;

7) $\frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{6\cdot 3}{2}}=\sqrt{9}=3$; 8) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{5}{3\cdot 15}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$.

478. 1) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{48}{3}}=\sqrt{16}=4$; 2) $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{150}{6}}=\sqrt{25}=5$;

3) $\frac{\sqrt{6,3}}{\sqrt{0,7}}=\sqrt{\frac{6,3}{0,7}}=\sqrt{9}=3$; 4) $\frac{\sqrt{98}}{\sqrt{242}}=\sqrt{\frac{98}{242}}=\sqrt{\frac{49}{121}}=\frac{7}{11}$;

5) $\frac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{6\cdot 2}{3}}=\sqrt{4}=2$.

479. 1) $\sqrt{a^2}=a$. Розв'язання: $\sqrt{a^2}=|a|$, за означенням модуля $|a|=a$, якщо $a\ge 0$.
Відповідь: $\sqrt{a^2}=a$, якщо $a\ge 0$.

2) $\sqrt{a^2}=-a$. Розв'язання: $\sqrt{a^2}=|a|$, за означенням модуля $|a|=-a$, якщо $a\le 0$.
Відповідь: $\sqrt{a^2}=-a$, якщо $a\le 0$.

480. 1) $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$. Розв'язання: За означенням квадратного кореня $a\ge 0$ і $b\ge 0$. *Відповідь:* рівність $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ виконується, якщо $a\ge 0$ і $b\ge 0$.

2) $\sqrt{ab}=\sqrt{-a}\cdot\sqrt{-b}$. Розв'язання: За означенням квадратного кореня $-a\ge 0$ і $-b\ge 0$, то $a\le 0$ і $b\le 0$.

Відповідь: рівність $\sqrt{ab}=\sqrt{-a}\cdot\sqrt{-b}$ виконується, якщо $a\le 0$ і $b\le 0$.

3) $\sqrt{-ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{-b}$. Розв'язання: За означенням квадратного кореня $a\ge 0$ і $-b\ge 0$, то $a\ge 0$ і $b\le 0$.

Відповідь: рівність $\sqrt{-ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{-b}$ виконується, якщо $a\ge 0$ і $b\le 0$.

481. Розкладемо підкореневий вираз на множники, які дорівнюють квадратам числа, маємо:

1) $\sqrt{18\cdot 32}=\sqrt{9\cdot 64}=\sqrt{3^2\cdot 8^2}=3\cdot 8=24$;

2) $\sqrt{8\cdot 98}=\sqrt{8\cdot 2\cdot 49}=\sqrt{16\cdot 49}=\sqrt{4^2\cdot 7^2}=4\cdot 7=28$;

3) $\sqrt{3,6\cdot 14,4}=\sqrt{0,36\cdot 144}=0,6\cdot 12=7,2$;

4) $\sqrt{75\cdot 48}=\sqrt{25\cdot 3\cdot 3\cdot 16}=\sqrt{5^2\cdot 3^2\cdot 4^2}=5\cdot 3\cdot 4=60$;

5) $\sqrt{288\cdot 50}=\sqrt{144\cdot 2\cdot 50}=\sqrt{12^2\cdot 10^2}=12\cdot 10=120$;

6) $\sqrt{4,5\cdot 72}=\sqrt{4,5\cdot 2\cdot 36}=\sqrt{9\cdot 36}=\sqrt{3^2\cdot 6^2}=3\cdot 6=18$;

7) $\sqrt{2,7\cdot 1,2}=\sqrt{9\cdot 0,3\cdot 1,2}=\sqrt{9\cdot 0,36}=\sqrt{3^2\cdot 0,6^2}=3\cdot 0,6=1,8$;

8) $\sqrt{80\cdot45}=\sqrt{80\cdot5\cdot9}=\sqrt{400\cdot9}=\sqrt{20^2\cdot3^2}=20\cdot3=60;$

9) $\sqrt{33\cdot297}=\sqrt{3\cdot11\cdot3\cdot9\cdot11}=\sqrt{9^2\cdot11^2}=9\cdot11=99.$

482. Представимо підкореневий вираз у вигляді добутку квадратів чисел, маємо: 1) $\sqrt{18\cdot200}=\sqrt{18\cdot2\cdot100}=\sqrt{36\cdot100}=6\cdot10=60;$

2) $\sqrt{3,6\cdot0,4}=\sqrt{0,36\cdot4}=0,6\cdot2=1,2;$

3) $\sqrt{14,4\cdot0,9}=\sqrt{144\cdot0,09}=12\cdot0,3=3,6;$

4) $\sqrt{13\cdot52}=\sqrt{13\cdot13\cdot4}=\sqrt{13^2\cdot2^2}=13\cdot2=26;$

5) $\sqrt{12,5\cdot32}=\sqrt{12,5\cdot2\cdot16}=\sqrt{25\cdot16}=5\cdot4=20;$

6) $\sqrt{108\cdot27}=\sqrt{36\cdot3\cdot27}=\sqrt{36\cdot81}=6\cdot9=54.$

483. Перетворимо підкореневий вираз за формулою різниці квадратів, отримаємо:

1) $\sqrt{41^2-40^2}=\sqrt{(41-40)(41+40)}=\sqrt{1\cdot81}=9;$

2) $\sqrt{145^2-144^2}=\sqrt{(145-144)(144+145)}=\sqrt{1\cdot289}=17;$

3) $\sqrt{8,5^2-7,5^2}=\sqrt{(8,5-7,5)(8,5+7,5)}=\sqrt{1\cdot16}=4;$

4) $\sqrt{21,8^2-18,2^2}=\sqrt{(21,8-18,2)(21,8+18,2)}=\sqrt{3,6\cdot40}=\sqrt{36\cdot4}=6\cdot2=12;$

5) $\sqrt{\frac{155^2-134^2}{84}}=\sqrt{\frac{(155-134)(155+134)}{84}}=\sqrt{\frac{{}^{1}\not{21}\cdot289}{{}_{4}\not{84}}}=\sqrt{\frac{289}{4}}=\frac{17}{2}=8\frac{1}{2};$

6) $\sqrt{\frac{139^2-86^2}{98,5^2-45,5^2}}=\sqrt{\frac{(139-86)(139+86)}{(98,5-45,5)(98,5+45,5)}}=\sqrt{\frac{{}^{1}\not{53}\cdot225}{{}_{1}\not{53}\cdot144}}=\sqrt{\frac{225}{144}}=\frac{15}{12}=1\frac{3}{12}=1\frac{1}{4}.$

484. Перетворимо підкореневий вираз за формулою різниці квадратів, отримаємо:

1) $\sqrt{6,8^2-3,2^2}=\sqrt{(6,8-3,2)(6,8+3,2)}=\sqrt{3,6\cdot10}=\sqrt{36}=6;$

2) $\sqrt{98,5^2-97,5^2}=\sqrt{(98,5-97,5)(98,5+97,5)}=\sqrt{1\cdot196}=14;$

3) $\sqrt{\frac{98}{228^2-164^2}}=\sqrt{\frac{98}{(228-164)(228+164)}}=\sqrt{\frac{{}^{1}\not{98}}{64\cdot\not{392}_{4}}}=\sqrt{\frac{1}{64\cdot4}}=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}.$

485. За формулою про арифметичний квадратний корінь із степеня, маємо:

1) $\sqrt{b^2}=|b|;$ 2) $-0,4\sqrt{c^2}=-0,4|c|;$ 3) $\sqrt{a^6}=|a^3|;$ 4) $\sqrt{m^8}=|m^4|=m^4.$

486. 1) $1,2\sqrt{x^2}=1,2\cdot|x|;$ 2) $\sqrt{y^4}=|y^2|=y^2;$ 3) $\sqrt{n^{10}}=|n^5|.$

487. За формулою про арифметичний квадратний корінь із степеня, маємо:

1) $\sqrt{m^2}=|m|$, якщо $m>0$, то $|m|=m;$ 2) $\sqrt{n^2}=|n|$, якщо $n<0$, то $|n|=-n;$

3) $\sqrt{16p^2}=4\cdot|p|$, якщо $p\geq0$, то $4|p|=4p;$

4) $\sqrt{0,36k^2}=0,6|k|$, якщо $k\leq0$, то $0,6|k|=-0,6k;$

5) $\sqrt{c^{12}}=|c^6|=c^6;$ 6) $\sqrt{0,25b^{14}}=0,5|b^7|$, якщо $b\leq0$, то $0,5|b^7|=-0,5b^7;$

7) $\sqrt{81x^4y^2}=9\cdot|x^2|\cdot|y|=9x^2|y|$, якщо $y\geq0$, то $9x^2|y|=9x^2y;$

8) $\sqrt{0,01\cdot a^6\cdot b^{10}}=0,1\cdot|a^3|\cdot|b^5|$, якщо $a\leq0$, $b\geq0$, то $0,1\cdot|a^3|\cdot|b^5|=-0,1a^3b^5;$

9) $-1,2x\sqrt{64x^{18}}=-1,2x\cdot8\cdot|x^9|=-9,6x\cdot|x^9|$, якщо $x\leq0$,
то $-0,96x|x^9|=9,6x\cdot x^9=9,6\cdot x^{10};$

10) $\frac{\sqrt{a^{12}\cdot b^{22}\cdot c^{36}}}{a^4\cdot b^8\cdot c^{10}}=\frac{|a^6|\cdot|b^{11}|\cdot|c^{18}|}{a^4\cdot b^8\cdot c^{10}}=\frac{a^6\cdot|b^{11}|\cdot c^{18}}{a^4\cdot b^8\cdot c^{10}}=\frac{a^2\cdot|b^{11}|\cdot c^8}{b^8}$, якщо $b<0$, то

$\frac{a^2 \cdot |b^{11}| \cdot c^8}{b^8} = -\frac{a^2 \cdot b^{11} \cdot c^8}{b^8} = -a^2b^3c^8;$

11) $\frac{3,3a^4}{b^3}\sqrt{\frac{b^{24}}{121a^{26}}} = \frac{3,3a^4 \cdot |b^{12}|}{b^3 \cdot 11 \cdot |a^{13}|} = \frac{0,3a^4 \cdot b^{12}}{b^3 \cdot |a^{13}|} = \frac{0,3a^4 \cdot b^9}{|a^{13}|}$, якщо $a < 0$, то

$\frac{0,3a^4 \cdot b^9}{|a^{13}|} = -\frac{0,3a^4 \cdot b^9}{a^{13}} = -\frac{0,3b^9}{a^9};$

12) $-0,5m^5\sqrt{1,96m^6n^8} = -0,5m^5 \cdot |m^3| \cdot |n^4| = -0,7m^5 \cdot 1,4 \cdot |m^3| \cdot |n^4|$,
якщо $m \le 0$, то $-0,7m^5 \cdot |m^3| \cdot n^4 = 0,7m^5 \cdot m^3 \cdot n^4 = 0,7m^8n^4$.

488. За формулою про арифметичний квадратний корінь із степеня, маємо:

1) $\sqrt{9a^{16}} = 3 \cdot |a^8| = 3a^8$; 2) $\sqrt{0,81d^6} = 0,9 \cdot |d^3|$, якщо $d \ge 0$, то $0,9|d^3| = 0,9d^3$;

3) $-5\sqrt{4x^2} = -5 \cdot 2|x| = -10|x|$, якщо $x \le 0$, то $-10|x| = 10x$;

4) $-0,1\sqrt{100z^{10}} = -0,1 \cdot 10|z^5| = -|z^5|$, якщо $z \ge 0$, то $-|z^5| = -z^5$;

5) $\sqrt{p^6q^8} = |p^3| \cdot |q^4| = |p^3| \cdot q^4$, якщо $p \ge 0$, то $|p^3| \cdot q^4 = p^3q^4$;

6) $\sqrt{25m^{34} \cdot n^{38}} = 5 \cdot |m^{17}| \cdot |n^{19}|$, якщо $m \le 0$, $n \le 0$, то
$5|m^{17}| \cdot |n^{19}| = 5 \cdot (-m^{17}) \cdot (-n^{19}) = 5m^{17}n^{19}$;

7) $ab^2\sqrt{a^4b^{18}c^{22}} = ab^2 \cdot |a^2| \cdot |b^9| \cdot |c^{11}| = ab^2 \cdot a^2 \cdot |b^9| \cdot |c^{11}| = a^3b^2|b^9| \cdot |c^{11}|$, якщо
$b \ge 0$, $c \le 0$, то $a^3b^2|b^9| \cdot |c^{11}| = a^3b^2 \cdot b^9 \cdot (-c^{11}) = -a^3b^{11}c^{11}$;

8) $\frac{8m^3p^4}{k^2}\sqrt{\frac{625k^{30} \cdot p^{40}}{144m^6}} = \frac{8m^3p^4}{k^2} \cdot \frac{25|k^{15}| \cdot |p^{20}|}{12 \cdot |m^3|} = \frac{{}^{50}\,\cancel{200}\,m^3p^4|k^{15}| \cdot p^{20}}{k^2 \cdot \cancel{12}_3 \cdot |m^3|} =$

$= \frac{50m^3p^{24}|k^{15}|}{3k^2|m^3|}$, якщо $m < 0$, $k > 0$, то

$\frac{50m^3p^{24}|k^{15}|}{3k^2|m^3|} = \frac{50m^3p^{24}k^{15}}{-3k^2m^3} = -\frac{50p^{24}k^{15}}{3k^2} = -\frac{50}{3}p^{24} \cdot k^{13}$.

489. 1) $\sqrt{a^2} = a$, якщо $a \ge 0$; 2) $\sqrt{a^4} = |a^2| = a^2$ виконується при всіх дійсних значеннях a; 3) $\sqrt{a^6} = |a^3| = a^3$, якщо $a \ge 0$; 4) $\sqrt{a^8} = |a^4| = a^4$ виконується при всіх дійсних значеннях a. *Відповідь:* 2) $\sqrt{a^4} = a^2$ і 4) $\sqrt{a^8} = a^4$ виконується при всіх дійсних значеннях a.

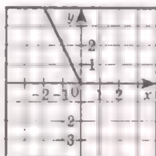
490. 1) $\sqrt{a^{10}} = |a^5| = a^5$, якщо $a \ge 0$; 2) $\sqrt{a^{10}} = |a^5| = -a^5$, якщо $a \le 0$;

3) $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$; $|a| = a$, якщо $a \ge 0$; 4) $\sqrt{a^2} = (\sqrt{-a})^2$; $|a| = -a$, якщо $a \le 0$.

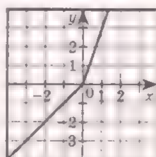
491. 1) $y = \sqrt{x^2} - x$, якщо $x \le 0$.

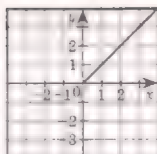
Спростимо вираз $\sqrt{x^2} - x = |x| - x$, якщо $x \le 0$, то $-x - x = -2x$.
Побудуємо графік $y = -2x$, якщо $x \le 0$. Графік — частина прямої (промінь), яка проходить через точки

x	0	–1
y	0	2

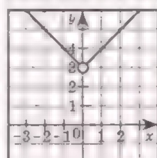


2) $y = 2x + \sqrt{x^2}$; $y = 2x + |x|$.
Якщо $x \ge 0$, то $y = 2x + x$, $y = 3x$. Графік — промінь, який виходить з точки (0; 0) і проходить через точку (1; 3); якщо $x < 0$, то $y = 2x - x$, $y = x$. Графік — частина прямої, яка проходить через точки (–1; –1), (–2; –2).





3) $y = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}$, область визначення $x \geq 0$, то $y = \left(\sqrt{x}\right)^2$, $y = x$. Графік — промінь, який проходить через точки (0; 0), (1; 1).



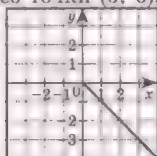
4) $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2}} + 3$, область визначення: $x \neq 0$, то $y = \frac{x^2}{|x|} + 3$, якщо $x > 0$, то $y = \frac{x^2}{x} + 3$, $y = x + 3$.

Графік — частина прямої, яка проходить через точки (1; 4) і (2; 5).

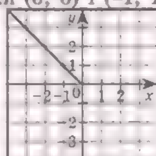
Якщо $x < 0$, то $y = \frac{x^2}{-x} + 3$, $y = -x + 3$.

Графік — частина прямої, яка проходить через точки (–1; 4) і (–2; 5).

492. 1) $y = \sqrt{x^2} - 2x$, якщо $x \geq 0$, то $y = |x| - 2x$; $y = x - 2x$; $y = -x$.
Графік — промінь, який проходить через точки (0; 0); (1; –1).



2) $y = \sqrt{-x} \cdot \sqrt{-x}$, область визначення $x \leq 0$, то $y = \left(\sqrt{-x}\right)^2$, $y = -x$.
Графік — промінь, який проходить через точки (0; 0) і (–1; 1).



493. 1) $\sqrt{x^2} = x - 4$. За формулою $\sqrt{x^2} = |x|$ спростимо вирази: $|x| = x - 4$; $x = x - 4$; $0x = -4$; коренів немає; або $-x = x - 4$, $-2x = -4$; якщо $x < 0$; $x = 2$ — сторонній корінь, $2 > 0$. *Відповідь:* коренів немає.

2) $\sqrt{x^2} = 6 - x$, $|x| = 6 - x$. Якщо $x \geq 0$, то $x = 6 - x$; $2x = 6$; $x = 3$; якщо $x < 0$, то $-x = 6 - x$; $0x = 6$; коренів немає. *Відповідь:* $x = 3$.

3) $2\sqrt{x^2} = x + 3$, $2|x| = x + 3$. Якщо $x \geq 0$, то $2x = x + 3$; $x = 3$; якщо $x < 0$, то $-2x = x + 3$; $-3x = 3$; $x = -1$. *Відповідь:* $x = 3$, $x = -1$.

494. 1) $\sqrt{x^2} = x + 8$, $|x| = x + 8$. Якщо $x \geq 0$, то $x = x + 8$; $0x = 8$; коренів немає; якщо $x < 0$, то $-x = x + 8$; $-2x = 8$; $x = -4$. *Відповідь:* $x = -4$.

2) $\sqrt{x^2} = 6x - 10$, $|x| = 6x - 10$. Якщо $x \geq 0$, то $x = 6x - 10$; $x - 6x = -10$; $-5x = -10$; $x = 2$;
якщо $x < 0$, то $-x = 6x - 10$; $-x - 6x = -10$; $-7x = -10$;
$x = \frac{10}{7}$; $\frac{10}{7} > 0$, тому $x = \frac{10}{7}$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $x = 2$.

495. $\left(\frac{a^2 - 5a}{a^2 - 10a + 25} + \frac{25}{a^2 - 25}\right) : \frac{125 - a^3}{5 + a} = \left(\frac{a^{\backslash a+5}(a-5)}{(a-5)^2} + \frac{25}{(a-5)(a+5)}\right) \cdot \frac{5 + a}{125 - a^3} =$

$= \frac{(a^2 + 5a + 25) \cdot (a + 5)}{(a - 5)(a + 5)(5 - a)(25 + 5a + a^2)} = \frac{-1}{(a - 5)^2}$.

Якщо $a = 4{,}5$, то $-\frac{1}{(4{,}5 - 5)^2} = \frac{-1}{(-0{,}5)^2} = \frac{-1}{0{,}25} = -4$. *Відповідь:* -4.

496. Нехай тракторист мав засіювати x га за день, а засіював $(x - 3)$ га за день. Площа поля складає $8 \cdot x$ га або $10(x - 3)$ га. За умовою задачі

тракторист засіяв все поле. Рівняння: $8x = 10(x - 3)$; $8x - 10x = -30$; $-2x = -30$; $x = 15$; 1) $8 \cdot 15 = 120$ (га) — площа поля.
Відповідь: 120 гектарів.

497. Якщо a — парне, а b — непарне, то
1) $(a + b)$ — непарне, $(a + b) \cdot b$ — непарне;
2) ab — парне, $\frac{ab}{2}$ — може бути парним або непарним;
3) a^2b — парне, яке ділиться на 4; $\frac{a^2b}{2}$ — парне при всіх заданих a і b;
4) ab^2 — парне, $\frac{ab^2}{2}$ — може бути парним або непарним.
Відповідь: значення виразу $\frac{a^2b}{2}$ обов'язково парне, якщо a — парне, b — непарне.

498. На дошці записано 51 парне і 51 непарне число. У групах може бути: 1) у першій парні, у другій непарні числа, тоді у першій групі сума ділиться на 2, тому така сума не є простим числом; 2) у першій групі є непарна кількість непарних доданків, кількість парних не має значення, тоді у другій групі кількість непарних доданків буде парною, отже, сума чисел у другій групі буде парною, отже, ділиться на 2, тому сума не є простим числом; 3) у першій групі парна кількість непарних чисел (кількість парних чисел в групах не має значення), тому у першій групі сума чисел є парною, отже, ділиться на 2, тому сума не є простим числом.
Відповідь: розбити 102 послідовних натуральних числа на дві групи так, щоб сума чисел у кожній групі була простим числом неможливо.

499. Подамо підкореневий вираз у вигляді добутку двох чисел, одне з яких є квадратом раціонального числа:
1) $\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$;
4) $\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3\sqrt{6}$; 5) $\sqrt{490} = \sqrt{49 \cdot 10} = 7\sqrt{10}$; 6) $\sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = 10\sqrt{5}$;
7) $\sqrt{275} = \sqrt{25 \cdot 11} = 5\sqrt{11}$; 8) $\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = 6\sqrt{3}$; 9) $\sqrt{0,72} = \sqrt{0,36 \cdot 2} = 0,6\sqrt{2}$;
10) $\sqrt{0,48} = \sqrt{0,16 \cdot 3} = 0,4\sqrt{3}$; 11) $\sqrt{450} = \sqrt{225 \cdot 2} = 15\sqrt{2}$;
12) $\sqrt{36\,300} = \sqrt{100 \cdot 121 \cdot 3} = 10 \cdot 11\sqrt{3} = 110\sqrt{3}$.

500. Подамо підкореневий вираз у вигляді добутку двох чисел, одне з яких є квадратом раціонального числа:
1) $\frac{2}{3}\sqrt{45} = \frac{2}{3}\sqrt{9 \cdot 5} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{128} = \frac{1}{2}\sqrt{64 \cdot 2} = \frac{1}{2} \cdot 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$;
3) $\frac{1}{10} \cdot \sqrt{200} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{100 \cdot 2} = \frac{1}{10} \cdot 10\sqrt{2} = \sqrt{2}$;
4) $-0,05 \cdot \sqrt{4400} = -0,05\sqrt{400 \cdot 11} = -0,05 \cdot 20\sqrt{11} = -\sqrt{11}$.

501. Подамо підкореневий вираз у вигляді добутку двох чисел, один з яких є квадратом раціонального числа:
1) $\sqrt{27} = \sqrt{9 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}$; 3) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$;
4) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$; 5) $\frac{1}{8}\sqrt{96} = \frac{1}{8}\sqrt{16 \cdot 6} = \frac{1}{8} \cdot 4\sqrt{6} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$;
6) $0,4\sqrt{250} = 0,4\sqrt{25 \cdot 10} = 0,4 \cdot 5\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$;
7) $-2\sqrt{0,18} = -2\sqrt{0,09 \cdot 2} = -2 \cdot 0,3\sqrt{2} = -0,6\sqrt{2}$;
8) $\frac{4}{9}\sqrt{63} = \frac{4}{9}\sqrt{9 \cdot 7} = \frac{4}{9} \cdot 3\sqrt{7} = \frac{4}{3}\sqrt{7}$;

9) $0,8\sqrt{1250} = 0,8\sqrt{25 \cdot 25 \cdot 2} = 0,8 \cdot 25\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$;

10) $\frac{3}{7}\sqrt{98} = \frac{3}{7}\sqrt{49 \cdot 2} = \frac{3}{7} \cdot 7\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$;

11) $10\sqrt{0,03} = 10\sqrt{0,01 \cdot 3} = 10 \cdot 0,1\sqrt{3} = \sqrt{3}$;

12) $0,7\sqrt{1000} = 0,7\sqrt{100 \cdot 10} = 0,7 \cdot 10\sqrt{10} = 7\sqrt{10}$.

502. 1) $7\sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}$; 2) $3\sqrt{16} = \sqrt{9 \cdot 13} = \sqrt{117}$; 3) $-2\sqrt{17} = -\sqrt{4 \cdot 17} = -\sqrt{68}$;

4) $-10\sqrt{14} = -\sqrt{100 \cdot 14} = -\sqrt{1400}$; 5) $5\sqrt{8} = \sqrt{25 \cdot 8} = \sqrt{200}$; 6) $6\sqrt{a} = \sqrt{36a}$;

7) $\frac{1}{4}\sqrt{32} = \sqrt{\frac{1}{16} \cdot 32} = \sqrt{2}$; 8) $-\frac{2}{3}\sqrt{54} = -\sqrt{\frac{4}{9} \cdot 54} = -\sqrt{4 \cdot 6} = -\sqrt{24}$;

9) $\frac{1}{8}\sqrt{128a} = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot 128a} = \sqrt{2a}$; 10) $-0,3\sqrt{10b} = -\sqrt{0,09 \cdot 10b} = -\sqrt{0,9b}$;

11) $3\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{9 \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt{3}$; 12) $\frac{2}{9}\sqrt{\frac{27}{28}} = \sqrt{\frac{{}^{1}\cancel{4} \cdot \cancel{27}^{1}}{{}_{3}\cancel{81} \cdot \cancel{28}_{7}}} = \sqrt{\frac{1}{21}}$.

503. 1) $2\sqrt{6} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{24}$; 2) $9\sqrt{2} = \sqrt{81 \cdot 2} = \sqrt{162}$;

3) $-11\sqrt{3} = -\sqrt{121 \cdot 3} = -\sqrt{363}$; 4) $12\sqrt{b} = \sqrt{144b}$;

5) $-7\sqrt{3c} = -\sqrt{49 \cdot 3c} = -\sqrt{147c}$; 6) $-10\sqrt{0,7m} = -\sqrt{100 \cdot 0,7m} = -\sqrt{70m}$;

7) $8 \cdot \sqrt{\frac{n}{8}} = \sqrt{\frac{{}^{8}\cancel{64} \cdot n}{\cancel{8}_{1}}} = \sqrt{8n}$; 8) $-\frac{1}{3}\sqrt{18p} = -\sqrt{\frac{1}{9} \cdot 18p} = -\sqrt{2p}$.

504. 1) $4\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 5\sqrt{a} = 7\sqrt{a} - 5\sqrt{a} = 2\sqrt{a}$; 2) $6\sqrt{b} + 2\sqrt{b} - 8\sqrt{b} = 8\sqrt{b} - 8\sqrt{b} = 0$;

3) $5\sqrt{c} + 3\sqrt{d} - \sqrt{c} + 3\sqrt{d} = 4\sqrt{c} + 6\sqrt{d}$; 4) $\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

505. 1) $3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} = \sqrt{a}$; 2) $\sqrt{c} + 10\sqrt{c} - 14\sqrt{c} = 11\sqrt{c} - 14\sqrt{c} = -3\sqrt{c}$;

3) $\underline{9\sqrt{6}} - \underline{\underline{2\sqrt{3}}} + \underline{\underline{8\sqrt{3}}} - \underline{3\sqrt{6}} = 6\sqrt{6} + 6\sqrt{3}$.

506. 1) $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} - \sqrt{49a} = 3\sqrt{a} + 5\sqrt{a} - 7\sqrt{a} = 8\sqrt{a} - 7\sqrt{a} = \sqrt{a}$;

2) $\sqrt{64b} - \frac{1}{6}\sqrt{36b} = 8\sqrt{b} - \frac{1}{6} \cdot 6\sqrt{b} = 8\sqrt{b} - \sqrt{b} = 7\sqrt{b}$;

3) $2\sqrt{0,04c} - 0,3\sqrt{16c} + \frac{1}{3}\sqrt{0,81c} = 2 \cdot 0,2\sqrt{c} - 0,3 \cdot 4\sqrt{c} + \frac{1}{3} \cdot 0,9\sqrt{c} =$
$= 0,4\sqrt{c} - 1,2\sqrt{c} + 0,3\sqrt{c} = -0,8\sqrt{c} + 0,3\sqrt{c} = -0,5\sqrt{c}$;

4) $0,4\sqrt{100m} + 15\sqrt{\frac{4}{9}m} - 1,2\sqrt{2,25m} = 0,4 \cdot 10\sqrt{m} + 15 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{m} - 1,2 \cdot 1,5\sqrt{m} =$
$= 4\sqrt{m} + 10\sqrt{m} - 1,8\sqrt{m} = 14\sqrt{m} - 1,8\sqrt{m} = 12,2\sqrt{m}$.

507. 1) $2\sqrt{4x} + 6\sqrt{16x} - \sqrt{625x} = 2 \cdot 2\sqrt{x} + 6 \cdot 4\sqrt{x} - 25\sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 24\sqrt{x} -$
$-25\sqrt{x} = 28\sqrt{x} - 25\sqrt{x} = 3\sqrt{x}$;

2) $3\sqrt{0,09y} - 0,6\sqrt{144y} + \frac{18}{11}\sqrt{\frac{121}{36}y} = 3 \cdot 0,3\sqrt{y} - 0,6 \cdot 12\sqrt{y} + \frac{18}{11} \cdot \frac{11}{6}\sqrt{y} =$
$= 0,9\sqrt{y} - 7,2\sqrt{y} + 3\sqrt{y} = 3,9\sqrt{y} - 7,2\sqrt{y} = -3,3\sqrt{y}$.

508. 1) $8\sqrt{2} - \sqrt{32} = 8\sqrt{2} - \sqrt{16 \cdot 2} = 8\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$;

2) $6\sqrt{3} - \sqrt{27} = 6\sqrt{3} - \sqrt{9 \cdot 3} = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$;

3) $\sqrt{96} - 3\sqrt{6} = \sqrt{16 \cdot 6} - 3\sqrt{6} = 4\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = \sqrt{6}$;

4) $2\sqrt{500} - 8\sqrt{5} = 2\sqrt{100 \cdot 5} - 8\sqrt{5} = 2 \cdot 10\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 20\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = 12\sqrt{5};$

5) $5\sqrt{7} - \sqrt{700} - 0,5\sqrt{28} = 5\sqrt{7} - \sqrt{7 \cdot 100} - 0,5\sqrt{4 \cdot 7} = 5\sqrt{7} - 10\sqrt{7} - 0,5 \cdot 2\sqrt{7} =$
$= 5\sqrt{7} - 10\sqrt{7} - \sqrt{7} = -6\sqrt{7};$

6) $2\sqrt{20} - \frac{1}{3}\sqrt{45} - 0,6\sqrt{125} = 2\sqrt{4 \cdot 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 5} - 0,6\sqrt{25 \cdot 5} =$
$= 4\sqrt{5} - \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{5} - 0,6 \cdot 5\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - \sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 0.$

509. 1) $\sqrt{48} - 6 - 4\sqrt{3} = \sqrt{16 \cdot 3} - 6 - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 6 - 4\sqrt{3} = -6.$
Значення виразу є раціональним.

2) $\sqrt{162} - 9\sqrt{2} + \sqrt{27} = \sqrt{81 \cdot 2} - 9\sqrt{2} + \sqrt{9 \cdot 3} = 9\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}.$
Значення виразу є ірраціональним.

510. 1) $4\sqrt{700} - 27\sqrt{7} = 4\sqrt{100 \cdot 7} - 27\sqrt{7} = 40\sqrt{7} - 27\sqrt{7} = 13\sqrt{7};$

2) $\sqrt{75} - 6\sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} - 6\sqrt{3} = 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = -\sqrt{3};$

3) $2\sqrt{50} - 8\sqrt{2} = 2\sqrt{25 \cdot 2} - 8\sqrt{2} = 10\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 2\sqrt{2};$

4) $5\sqrt{12} - 7\sqrt{3} = 5\sqrt{4 \cdot 3} - 7\sqrt{3} = 5 \cdot 2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 3\sqrt{3};$

5) $3\sqrt{72} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{98} = 3\sqrt{36 \cdot 2} - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{49 \cdot 2} = 3 \cdot 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} +$
$+2 \cdot 7\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 14\sqrt{2} = 28\sqrt{2};$

6) $\frac{1}{3}\sqrt{108} + \sqrt{363} - \frac{2}{9}\sqrt{243} = \frac{1}{3}\sqrt{36 \cdot 3} + \sqrt{121 \cdot 3} - \frac{2}{9}\sqrt{81 \cdot 3} =$
$= \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - \frac{2}{9} \cdot 9\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 11\sqrt{3}.$

511. Розкриємо дужки та спростимо вираз:

1) $\sqrt{2}(\sqrt{50} + \sqrt{8}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{50} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 50} + \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{100} + \sqrt{16} = 10 + 4 = 14;$

2) $(\sqrt{3} - \sqrt{12}) \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9} - \sqrt{36} = 3 - 6 = -3;$

3) $(3\sqrt{5} - 4\sqrt{3}) \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} - 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 3\sqrt{25} - 4\sqrt{15} = 3 \cdot 5 - 4\sqrt{15} = 15 - 4\sqrt{15};$

4) $2\sqrt{2}\left(3\sqrt{18} - \frac{1}{4}\sqrt{2} + \sqrt{32}\right) = 2\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{18} - 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{4}\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$
$= 6\sqrt{36} - \frac{1}{2}\sqrt{4} + 2\sqrt{64} = 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 \cdot 8 = 36 - 1 + 16 = 51.$

512. Розкриємо дужки та спростимо вираз:

1) $\sqrt{7}(\sqrt{7} - \sqrt{28}) = \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{28} = \sqrt{49} - \sqrt{196} = 7 - 14 = -7;$

2) $(\sqrt{18} + \sqrt{72}) \cdot \sqrt{2} = \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{72} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36} + \sqrt{144} = 6 + 12 = 18;$

3) $(4\sqrt{3} - \sqrt{75} + 4) \cdot 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} - \sqrt{75} \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot 3\sqrt{3} =$
$= 12\sqrt{9} - 3\sqrt{225} + 12\sqrt{3} = 12 \cdot 3 - 3 \cdot 15 + 12\sqrt{3} = 36 - 45 + 12\sqrt{3} = -9 + 12\sqrt{3};$

4) $(\sqrt{600} + \sqrt{6} - \sqrt{24}) \cdot \sqrt{6} = (\sqrt{100 \cdot 6} + \sqrt{6} - \sqrt{4 \cdot 6}) \cdot \sqrt{6} = (10\sqrt{6} + \sqrt{6} - 2\sqrt{6}) \cdot \sqrt{6} =$
$= 9\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 9 \cdot \sqrt{36} = 9 \cdot 6 = 54.$

513. 1) $(2 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 1) = 2\sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2 - 3 - \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3};$

2) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})(2\sqrt{2} - \sqrt{5}) = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} =$
$= 2 \cdot 2 - \sqrt{10} + 2\sqrt{10} - 5 = 4 + \sqrt{10} - 5 = -1 + \sqrt{10};$

3) $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b})=a^2-(\sqrt{b})^2=a^2-b$; 4) $(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})=(\sqrt{b})^2-(\sqrt{c})^2=b-c$;

5) $(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=4^2-(\sqrt{3})^2=16-3=13$; 6) $(y-\sqrt{7})(y+\sqrt{7})=y^2-(\sqrt{7})^2=y^2-7$;

7) $(4\sqrt{2}-2\sqrt{3})(2\sqrt{3}+4\sqrt{2})=(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})=16\cdot2-4\cdot3=32-12=20$;

8) $(m+\sqrt{n})^2=m^2+2m\sqrt{n}+(\sqrt{n})^2=m^2+2m\sqrt{n}+n$;

9) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}+(\sqrt{b})^2=a-2\sqrt{ab}+b$;

10) $(2-3\sqrt{3})^2=2^2-2\cdot2\cdot3\sqrt{3}+(3\sqrt{3})^2=4-12\sqrt{3}+9\cdot3=$

$=4-12\sqrt{3}+27=31-12\sqrt{3}$.

514. Використаємо формули множення многочлена на многочлен, отримали вираз:

1) $(\sqrt{7}+3)(3\sqrt{7}-1)=3\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}-\sqrt{7}+3\cdot3\sqrt{7}-3=3\cdot7-\sqrt{7}+9\sqrt{7}-3=$

$=21+8\sqrt{7}-3=18+8\sqrt{7}$;

2) $(4\sqrt{2}-\sqrt{3})(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})=8\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+20\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}-5\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=$

$=8\cdot2+20\sqrt{6}-2\sqrt{6}-5\cdot3=16+18\sqrt{6}-15=1+18\sqrt{6}$.

За формулою скороченого множення $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ отримаємо вираз:

3) $(\sqrt{p}-q)(\sqrt{p}+q)=(\sqrt{p})^2-q^2=p-q^2$;

4) $(6-\sqrt{13})(6+\sqrt{13})=6^2-(\sqrt{13})^2=36-13=23$;

5) $(\sqrt{5}-x)(\sqrt{5}+x)=(\sqrt{5})^2-x^2=5-x^2$;

6) $(\sqrt{19}+\sqrt{17})(\sqrt{19}-\sqrt{17})=(\sqrt{19})^2-(\sqrt{17})^2=19-17=2$.

За формулою скороченого множення $(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$ отримали вираз:

7) $(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2=(\sqrt{6})^2+2\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=6+2\sqrt{12}+2=8+2\sqrt{4\cdot3}=8+4\sqrt{3}$;

8) $(3-2\sqrt{15})^2=9-2\cdot3\cdot2\sqrt{15}+(2\sqrt{15})^2=9-12\sqrt{15}+4\cdot15=$

$=9-12\sqrt{15}+60=69-12\sqrt{15}$.

515. Використовуючи формули скороченого множення, отримаємо:

1) $(2+\sqrt{7})^2-4\sqrt{7}=4+4\sqrt{7}+7-4\sqrt{7}=11$;

2) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2+6\sqrt{2}=6-2\sqrt{18}+3+6\sqrt{2}=9-2\sqrt{9\cdot2}+6\sqrt{2}=9-6\sqrt{2}+6\sqrt{2}=9$.

516. 1) $(3+\sqrt{5})^2-6\sqrt{5}=9+6\sqrt{5}+5-6\sqrt{5}=14$;

2) $(\sqrt{12}-2\sqrt{2})^2+8\sqrt{6}=12-4\sqrt{12}\cdot\sqrt{2}+(2\sqrt{2})^2+8\sqrt{6}=12-4\sqrt{4\cdot6}+$

$+4\cdot2+8\sqrt{6}=12-8\sqrt{6}+8+8\sqrt{6}=20$.

517. Множимо чисельник і знаменник дробу на множник, який містить арифметичний квадратний корінь:

1) $\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{{}^2\not4\sqrt{2}}{\not2_1}=2\sqrt{2}$; 2) $\frac{12}{\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{6}}{6}=2\sqrt{6}$;

3) $\frac{18}{\sqrt{5}}=\frac{18\sqrt{5}}{5}$; 4) $\frac{m}{\sqrt{n}}=\frac{m\sqrt{n}}{n}$; 5) $\frac{a}{b\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b(\sqrt{b})^2}=\frac{a\sqrt{b}}{b^2}$;

6) $\frac{5}{\sqrt{15}}=\frac{{}^1\not5\sqrt{15}}{\not{15}_3}=\frac{\sqrt{15}}{3}$; 7) $\frac{7}{\sqrt{7}}=\frac{7\sqrt{7}}{7}=\sqrt{7}$; 8) $\frac{24}{5\sqrt{3}}=\frac{24\sqrt{3}}{5(\sqrt{3})^2}=\frac{{}^8\not{24}\sqrt{3}}{5\cdot\not3_1}=\frac{8\sqrt{3}}{5}$.

518. Множимо чисельник і знаменник дробу на множник, який містить арифметичний квадратний корінь:

1) $\frac{a}{\sqrt{11}} = \frac{a\sqrt{11}}{11}$; 2) $\frac{18}{\sqrt{6}} = \frac{18\sqrt{6}}{(\sqrt{6})^2} = \frac{18\sqrt{6}}{6} = 3\sqrt{6}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{2}$;

4) $\frac{13}{\sqrt{26}} = \frac{13\sqrt{26}}{26} = \frac{\sqrt{26}}{2}$; 5) $\frac{30}{\sqrt{15}} = \frac{30\sqrt{15}}{15} = 2\sqrt{15}$; 6) $\frac{2}{3\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{3x}$.

519. Використовуючи формули різниці квадратів, отримали:

1) $a^2 - 3 = a^2 - (\sqrt{3})^2 = (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3})$;

2) $4b^2 - 2 = (2b)^2 - (\sqrt{2})^2 = (2b - \sqrt{2})(2b + \sqrt{2})$;

3) $5 - 6c^2 = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{6}c)^2 = (\sqrt{5} - \sqrt{6}c)(\sqrt{5} + \sqrt{6}c)$;

4) якщо $a \geq 0$, то $a - 9 = (\sqrt{a} - 3)(\sqrt{a} + 3)$;

5) якщо $m \geq 0$, то $m - n = (\sqrt{m} - \sqrt{n})(\sqrt{m} + \sqrt{n})$;

6) якщо $x \geq 0$, $y \geq 0$, то $16x - 25y = (4\sqrt{x} - 5\sqrt{y})(4\sqrt{x} + 5\sqrt{y})$.

Використовуючи формули квадратів суми або різниці виразів, отримаємо:

7) $a - 2\sqrt{a} + 1 = (\sqrt{a} - 1)^2$;

8) $4m - 28\sqrt{mn} + 49n = (2\sqrt{m} - 7\sqrt{n})^2$, якщо $m \geq 0$, $n \geq 0$;

9) $b + 6\sqrt{b} + 9 = (\sqrt{b} + 3)^2$; 10) $3 + 2\sqrt{3c} + c = (\sqrt{3} + \sqrt{c})^2$.

Винесемо спільний множник за дужки:

11) $2 + \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)$; 12) $6\sqrt{7} - 7 = \sqrt{7}(6 - \sqrt{7})$; 13) $a - \sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)$;

14) $\sqrt{b} + \sqrt{3b} = \sqrt{b}(1 + \sqrt{3})$; 15) $\sqrt{15} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)$.

520. Використаємо формули скороченого множення та винесення спільного множника за дужки:

1) $15 - x^2 = (\sqrt{15} - x)(\sqrt{15} + x)$; 2) $49x^2 - 2 = (7x - \sqrt{2})(7x + \sqrt{2})$;

3) $36p - 64q = (6\sqrt{p} - 8\sqrt{q})(6\sqrt{p} + 8\sqrt{q})$, якщо $p \geq 0$, $q \geq 0$;

4) $c - 100 = (\sqrt{c} - 10)(\sqrt{c} + 10)$, якщо $c \geq 0$;

5) $a - 8b\sqrt{a} + 16b^2 = (\sqrt{a} - 4b)^2$;

6) $m + 2\sqrt{mn} + n = (\sqrt{m} + \sqrt{n})^2$, якщо $m \geq 0$, $n \geq 0$;

7) $a - 4\sqrt{a} + 4 = (\sqrt{a} - 2)^2$; 8) $5 + \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)$;

9) $\sqrt{3p} - p = \sqrt{p}(\sqrt{3} - \sqrt{p})$;

10) $\sqrt{12} + \sqrt{32} = \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{16 \cdot 2} = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} = 2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$.

521. Для скорочення дробів розкладемо на множники чисельник і знаменник дробу:

1) $\frac{a^2 - 7}{a + \sqrt{7}} = \frac{(a - \sqrt{7})(a + \sqrt{7})}{(a + \sqrt{7})} = a - \sqrt{7}$; 2) $\frac{\sqrt{3} - b}{3 - b^2} = \frac{(\sqrt{3} - b)}{(\sqrt{3} - b)(\sqrt{3} + b)} = \frac{1}{\sqrt{3} + b}$;

3) $\frac{c - 9}{\sqrt{c} - 3} = \frac{(\sqrt{c} - 3)(\sqrt{c} + 3)}{(\sqrt{c} - 3)} = \sqrt{c} + 3$; 4) $\frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$;

5) $\frac{5\sqrt{a} - 7\sqrt{b}}{25a - 49b} = \frac{(5\sqrt{a} - 7\sqrt{b})}{(5\sqrt{a} - 7\sqrt{b})(5\sqrt{a} + 7\sqrt{b})} = \frac{1}{5\sqrt{a} + 7\sqrt{b}}$;

6) $\frac{100a^2-9b}{10a+3\sqrt{b}}=\frac{(10a-3\sqrt{b})(10a+3\sqrt{b})}{(10a+3\sqrt{b})}=10a-3\sqrt{b}$;

7) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}=\frac{1}{\sqrt{3}}$; 8) $\frac{\sqrt{35}+\sqrt{10}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}+\sqrt{2})}=\sqrt{5}$;

9) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{5-\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; 10) $\frac{13-\sqrt{13}}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}(\sqrt{13}-1)}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}-1$;

11) $\frac{a+2\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$; 12) $\frac{4b^2-4b\sqrt{c}+c}{2b-\sqrt{c}}=\frac{(2b-\sqrt{c})^2}{(2b-\sqrt{c})}=2b-\sqrt{c}$.

522. Для скорочення дробу розкладемо чисельник і знаменник дробу на множники:

1) $\frac{x-25}{\sqrt{x}-5}=\frac{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)}=\sqrt{x}+5$; 2) $\frac{\sqrt{a}+2}{a-4}=\frac{(\sqrt{a}+2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)}=\frac{1}{\sqrt{a}-2}$;

3) $\frac{a-3}{\sqrt{a}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{3})(\sqrt{a}+\sqrt{3})}{(\sqrt{a}+\sqrt{3})}=\sqrt{a}-\sqrt{3}$; 4) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{5}}=\sqrt{2}+1$;

5) $\frac{23-\sqrt{23}}{\sqrt{23}}=\frac{\sqrt{23}(\sqrt{23}-1)}{\sqrt{23}}=\sqrt{23}-1$; 6) $\frac{\sqrt{24}-\sqrt{28}}{\sqrt{54}-\sqrt{63}}=\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{7}}{3\sqrt{6}-3\sqrt{7}}=\frac{2(\sqrt{6}-\sqrt{7})}{3(\sqrt{6}-\sqrt{7})}=\frac{2}{3}$;

7) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-2\sqrt{ab}+b}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}=\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$; 8) $\frac{b-8\sqrt{b}+16}{\sqrt{b}-4}=\frac{(\sqrt{b}-4)^2}{(\sqrt{b}-4)}=\sqrt{b}-4$.

523. За формулою про арифметичний квадратний корінь із степеня маємо:

1) $\sqrt{3a^2}=|a|\cdot\sqrt{3}$, якщо $a\ge 0$, то $|a|\cdot\sqrt{3}=a\sqrt{3}$;

2) $\sqrt{5b^2}=|b|\cdot\sqrt{5}$, якщо $b\le 0$, то $|b|\cdot\sqrt{5}=-b\sqrt{5}$;

3) $\sqrt{12a^4}=|a^2|\cdot\sqrt{12}$, $a^2\ge 0$ при будь-якому значенні a, тому $|a^2|\sqrt{12}=a^2\sqrt{12}$;

4) $\sqrt{c^5}=\sqrt{c^4\cdot c}=|c^2|\cdot\sqrt{c}$, $c\ge 0$, тому $|c^2|\cdot\sqrt{c}=c^2\sqrt{c}$.

524. За формулою про арифметичний квадратний корінь із степеня маємо:

1) $\sqrt{18x^{12}}=\sqrt{9\cdot(x^6)^2\cdot 2}=3|x^6|\sqrt{2}$, $x^6\ge 0$ при будь-якому значенні x, тому $3|x^6|\sqrt{2}=3x^6\sqrt{2}$;

2) $\sqrt{y^9}=\sqrt{y^8\cdot y}=|y^4|\sqrt{y}$, $y\ge 0$, тому $|y^4|\sqrt{y}=y^4\sqrt{y}$.

525. Для спрощення виразів винесемо множник з-під знака кореня:

1) $\sqrt{98}-\sqrt{50}+\sqrt{32}=\sqrt{49\cdot 2}-\sqrt{25\cdot 2}+\sqrt{16\cdot 2}=7\sqrt{2}-5\sqrt{2}+4\sqrt{2}=6\sqrt{2}$;

2) $3\sqrt{8}+\sqrt{128}-\frac{1}{3}\sqrt{162}=3\sqrt{4\cdot 2}+\sqrt{64\cdot 2}-\frac{1}{3}\sqrt{81\cdot 2}=3\cdot\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\frac{1}{3}\cdot 9\sqrt{2}=$
$=6\sqrt{2}+8\sqrt{2}-3\sqrt{2}=11\sqrt{2}$;

3) $0,7\sqrt{300}-7\sqrt{\frac{3}{49}}+\frac{2}{3}\sqrt{108}=0,7\sqrt{100\cdot 3}-7\cdot\frac{1}{7}\sqrt{3}+\frac{2}{3}\sqrt{36\cdot 3}=$
$=0,7\cdot 10\sqrt{3}-\sqrt{3}+\frac{2}{3}\cdot 6\sqrt{3}=7\sqrt{3}-\sqrt{3}+4\sqrt{3}=10\sqrt{3}$;

4) $\sqrt{5a}-2\sqrt{20a}+3\sqrt{80a}=\sqrt{5a}-2\sqrt{4\cdot 5a}+3\sqrt{16\cdot 5a}=\sqrt{5a}-2\cdot 2\sqrt{5a}+$
$+3\cdot 4\sqrt{5a}=\sqrt{5a}-4\sqrt{5a}+12\sqrt{5a}=9\sqrt{5a}$;

5) $\sqrt{a^3b}-\frac{2}{a}\sqrt{a^5b}=|a|\sqrt{ab}-\frac{2}{a}|a^2|\sqrt{ab}$, якщо $a>0$,

то $|a|\sqrt{ab}-\frac{2}{a}|a^2|\sqrt{ab}=a\sqrt{ab}-2a\sqrt{ab}=-a\sqrt{ab}$;

6) $\sqrt{c^5}+4c\sqrt{c^3}-5c^2\sqrt{c}=\sqrt{c^4\cdot c}+4c\sqrt{c^2\cdot c}-5c^2\sqrt{c}=|c^2|\sqrt{c}+4c|c|\sqrt{c}-$
$-5c^2\sqrt{c}=c^2\sqrt{c}+4c^2\sqrt{c}-5c^2\sqrt{c}=0$.

526. Щоб спростити вираз, винесемо множник з-під знака кореня:

1) $0,5\sqrt{12}-3\sqrt{27}+0,4\sqrt{75}=0,5\sqrt{4\cdot 3}-3\sqrt{9\cdot 3}+0,4\sqrt{25\cdot 3}=$
$=0,5\cdot 2\sqrt{3}-3\cdot 3\sqrt{3}+0,4\cdot 5\sqrt{3}=\sqrt{3}-9\sqrt{3}+2\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$;

2) $2,5\sqrt{28b}+\frac{2}{3}\sqrt{63b}-10\sqrt{0,07b}=2,5\sqrt{4\cdot 7b}+\frac{2}{3}\sqrt{9\cdot 7b}-10\sqrt{0,01\cdot 7b}=$
$=2,5\cdot 2\sqrt{7b}+\frac{2}{3}\cdot 3\sqrt{7b}-10\cdot 0,1\sqrt{7b}=6\sqrt{7b}$;

3) $\sqrt{81a^7}-5a^3\sqrt{a}+\frac{6}{a}\sqrt{a^9}=\sqrt{81a^6\cdot a}-5a^3\sqrt{a}+\frac{6}{a}\sqrt{a^8\cdot a}=9|a^3|\sqrt{a}-$
$-5a^3\sqrt{a}+\frac{6}{a}|a^4|\sqrt{a}=9a^3\sqrt{a}-5a^3\sqrt{a}+6a^3\sqrt{a}=10a^3\sqrt{a}$.

527. Для доведення виразу використаємо формулу арифметичного кореня із степеня $\sqrt{a^2}=|a|$, та формулу скороченого множення $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$:

1) $\sqrt{11+4\sqrt{7}}=\sqrt{4+2\cdot 2\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2}=\sqrt{2^2+2\cdot 2\cdot\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2}=\sqrt{(2+\sqrt{7})^2}=|2+\sqrt{7}|$,
$2+\sqrt{7}>0$, тому $|2+\sqrt{7}|=2+\sqrt{7}$, що і треба було довести;

2) $\sqrt{14+8\sqrt{3}}=\sqrt{8+8\sqrt{3}+6}=\sqrt{(\sqrt{8})^2+2\sqrt{8}\cdot\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{(\sqrt{8}+\sqrt{6})^2}=|\sqrt{8}+\sqrt{6}|$,
$\sqrt{8}+\sqrt{6}>0$, тому $|\sqrt{8}+\sqrt{6}|=\sqrt{8}+\sqrt{6}$, що і треба було довести.

528. Використовуючи формули скороченого множення та правила множення двочленів, отримаємо:

1) $(2\sqrt{3}-1)(\sqrt{27}+2)=2\cdot\sqrt{3\cdot 27}+4\sqrt{3}-\sqrt{9\cdot 3}-2=2\sqrt{81}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}-2=$
$=2\cdot 9+\sqrt{3}-2=18+\sqrt{3}-2=16+\sqrt{3}$;

2) $(\sqrt{5}-2)^2-(3+\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})^2-4\sqrt{5}+4-\left(9+6\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2\right)=$
$=\cancel{5}-4\sqrt{5}+4-9-6\sqrt{5}-\cancel{5}=-5-10\sqrt{5}$;

3) $\sqrt{\sqrt{17}-4}\cdot\sqrt{\sqrt{17}+4}=\sqrt{(\sqrt{17})^2-4^2}=\sqrt{17-16}=\sqrt{1}=1$;

4) $(7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2=(7+4\sqrt{3})(4-4\sqrt{3}+3)=(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})=$
$=7^2-(4\sqrt{3})^2=49-48=1$;

5) $\left(\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^2=\left(\sqrt{6+2\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{(6+2\sqrt{5})(6-2\sqrt{5})}+\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^2=$
$=6+\cancel{2\sqrt{5}}-2\sqrt{36-4\cdot 5}+6-\cancel{2\sqrt{5}}=12-2\sqrt{16}=12-2\cdot 4=12-8=4$.

529. Використовуючи формули скороченого множення та правила множення двочленів, отримаємо:

1) $(3\sqrt{2}+1)(\sqrt{8}-2)=3\cdot\sqrt{2\cdot 8}-6\sqrt{2}+\sqrt{8}-2=3\cdot 4-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2=$
$=12-4\sqrt{2}-2=10-4\sqrt{2}$;

2) $(3-2\sqrt{7})^2+(3+2\sqrt{7})^2=9-\cancel{12\sqrt{7}}+4\cdot 7+9+\cancel{12\sqrt{7}}+4\cdot 7=18+28+28=74$;

3) $(10-4\sqrt{6})(2+\sqrt{6})^2=(10-4\sqrt{6})(4+4\sqrt{6}+6)=(10-4\sqrt{6})(10+4\sqrt{6})=$

$= 10^2 - \left(4\sqrt{6}\right)^2 = 100 - 16 \cdot 6 = 100 - 96 = 4;$

4) $\left(\sqrt{9 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}\right)^2 = 9 - 4\sqrt{2} + 2\sqrt{(9 - 4\sqrt{2})(9 + 4\sqrt{2})} + 9 + 4\sqrt{2} =$

$= 18 + 2\sqrt{81 - 16 \cdot 2} = 18 + 2\sqrt{81 - 32} = 18 + 2\sqrt{49} = 18 + 2 \cdot 7 = 18 + 14 = 32.$

530. Щоб скоротити дріб, розкладемо на множники чисельник та знаменник дробу: 1) $\dfrac{4a + 4\sqrt{5}}{a^2 - 5} = \dfrac{4\left(a + \sqrt{5}\right)}{\left(a - \sqrt{5}\right)\left(a + \sqrt{5}\right)} = \dfrac{4}{a - \sqrt{5}};$

2) $\dfrac{\sqrt{28} - 2\sqrt{2a}}{6a - 21} = \dfrac{2\sqrt{7} - 2\sqrt{2a}}{-3(7 - 2a)} = \dfrac{2\left(\sqrt{7} - \sqrt{2a}\right)}{-3\left(\sqrt{7} - \sqrt{2a}\right)\left(\sqrt{7} + \sqrt{2a}\right)} = -\dfrac{2}{3\left(\sqrt{7} + \sqrt{2a}\right)};$

3) $\dfrac{a + 4\sqrt{ab} + 4b}{a - 4b} =$, якщо $a > 0$ і $b > 0$, то $= \dfrac{\left(\sqrt{a} + 2\sqrt{b}\right)^2}{\left(\sqrt{a} - 2\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} + 2\sqrt{b}\right)} = \dfrac{\sqrt{a} + 2\sqrt{b}}{\sqrt{a} - 2\sqrt{b}};$

4) $\dfrac{x^2 - 6y}{x^2 + 6y - x\sqrt{24y}} = \dfrac{\left(x - \sqrt{6y}\right)\left(x + \sqrt{6y}\right)}{\left(x - \sqrt{6y}\right)^2} = \dfrac{x + \sqrt{6y}}{x - \sqrt{6y}};$

5) $\dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}} = \dfrac{\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)\left(a - \sqrt{ab} + b\right)} = \dfrac{1}{a - \sqrt{ab} + b};$

6) $\dfrac{m\sqrt{m} - 27}{\sqrt{m} - 3} = \dfrac{\left(\sqrt{m} - 3\right)\left(m + 3\sqrt{m} + 9\right)}{\left(\sqrt{m} - 3\right)} = m + 3\sqrt{m} + 9.$

531. Щоб скоротити дріб, розкладемо на множники чисельник і знаменник дробу: 1) $\dfrac{a - b}{\sqrt{11b} - \sqrt{11a}} = \dfrac{\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)}{-\sqrt{11}\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)} = -\dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{11}};$

2) $\dfrac{2a + 10\sqrt{2ab} + 25b}{6a - 75b} =$, якщо $x > 0$, $b > 0$, то $= \dfrac{\left(\sqrt{2a}\right)^2 + 2 \cdot 5\sqrt{2a} \cdot \sqrt{b} + \left(5\sqrt{b}\right)^2}{3(2a - 25b)} =$

$= \dfrac{\left(\sqrt{2a} + 5\sqrt{b}\right)^2}{3\left(\sqrt{2a} - 5\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{2a} + 5\sqrt{b}\right)} = \dfrac{\sqrt{2a} + 5\sqrt{b}}{3\left(\sqrt{2a} - 5\sqrt{b}\right)};$

3) $\dfrac{a - 2\sqrt{a} + 4}{a\sqrt{a} + 8} = \dfrac{\left(a - 2\sqrt{a} + 4\right)}{\left(\sqrt{a} + 2\right)\left(a - 2\sqrt{a} + 4\right)} = \dfrac{1}{\sqrt{a} + 2}.$

532. Використаємо основну властивість дробу:

1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = \dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2} - 1\right)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2} - 1\right)}{2 - 1} = 2 - \sqrt{2};$

2) $\dfrac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \dfrac{4\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)}{(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})} = \dfrac{4\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)}{7 - 3} = \dfrac{4\left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)}{4} = \sqrt{7} - \sqrt{3};$

3) $\dfrac{15}{\sqrt{15} - \sqrt{12}} = \dfrac{15(\sqrt{15} + \sqrt{12})}{(\sqrt{15} + \sqrt{12})(\sqrt{15} - \sqrt{12})} = \dfrac{15(\sqrt{15} + \sqrt{12})}{15 - 12} = \dfrac{^{5}15\left(\sqrt{15} + \sqrt{12}\right)}{3_{1}} = 5\left(\sqrt{15} + \sqrt{12}\right);$

4) $\dfrac{19}{2\sqrt{5} - 1} = \dfrac{19\left(2\sqrt{5} + 1\right)}{\left(2\sqrt{5} - 1\right)\left(2\sqrt{5} + 1\right)} = \dfrac{19\left(2\sqrt{5} + 1\right)}{20 - 1} = \dfrac{^{1}19\left(2\sqrt{5} + 1\right)}{19_{1}} = 2\sqrt{5} + 1;$

5) $\dfrac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)} = \dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b};$

6) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=\frac{{}^1\cancel{2}(2+\sqrt{3})}{\cancel{2}_1}=2+\sqrt{3}.$

533. Використаємо основну властивість дробу: $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}$, де $c\neq 0$:

1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\frac{5+2\sqrt{5}}{5-4}=5+2\sqrt{5};$

2) $\frac{8}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}=\frac{8(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{(\sqrt{10}-\sqrt{2})(\sqrt{10}+\sqrt{2})}=\frac{8(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{10-2}=\frac{{}^1\cancel{8}(\sqrt{10}+\sqrt{2})}{\cancel{8}_1}=\sqrt{10}+\sqrt{2};$

3) $\frac{9}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\frac{9(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}=\frac{9(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y};$

4) $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{(2-\sqrt{2})^2}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\frac{4-4\sqrt{2}+2}{4-2}=\frac{6-4\sqrt{2}}{2}=\frac{{}^1\cancel{2}(3-2\sqrt{2})}{\cancel{2}_1}=3-2\sqrt{2}.$

534. Для доведення рівності перетворимо ліву частину рівності:

1) $\frac{1^{\,5+2\sqrt{6}}}{5-2\sqrt{6}}+\frac{1^{\,5-2\sqrt{6}}}{5+2\sqrt{6}}=\frac{5+\cancel{2\sqrt{6}}+5-\cancel{2\sqrt{6}}}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}=\frac{10}{25-4\cdot 6}=\frac{10}{1}=10,$

що і треба було довести;

2) $\frac{2^{\,3\sqrt{2}-4}}{3\sqrt{2}+4}-\frac{2^{\,3\sqrt{2}+4}}{3\sqrt{2}-4}=\frac{\cancel{6\sqrt{2}}-8-\cancel{6\sqrt{2}}-8}{(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)}=\frac{-16}{9\cdot 2-16}=\frac{-16}{2}=-8,$

що і треба було довести;

3) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}-\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\frac{(\sqrt{2}+1)^2-(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\frac{\cancel{2}+2\sqrt{2}+\cancel{1}-\cancel{2}+2\sqrt{2}-\cancel{1}}{2-1}=\frac{4\sqrt{2}}{1}=4\sqrt{2},$

що і треба було довести.

535. 1) $\frac{6}{3+2\sqrt{3}}+\frac{6}{3-2\sqrt{3}}=\frac{6(3-2\sqrt{3})+6(3+2\sqrt{3})}{(3+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})}=\frac{18-\cancel{12\sqrt{3}}+18+\cancel{12\sqrt{3}}}{9-4\cdot 3}=$

$=\frac{36}{9-12}=\frac{36}{-3}=-12.$ Оскільки -12 — число раціональне, то доведено, що значення виразу є раціональним числом.

2) $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{6}}{\sqrt{11}-\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{11}-\sqrt{6}}{\sqrt{11}+\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{11}+\sqrt{6})^2+(\sqrt{11}-\sqrt{6})^2}{(\sqrt{11}-\sqrt{6})(\sqrt{11}+\sqrt{6})}=\frac{11+\cancel{2\sqrt{66}}+6+11-\cancel{2\sqrt{66}}+6}{11-6}$

$=\frac{22+12}{5}=\frac{34}{5}=6\frac{4}{5}.$ Число $6\frac{4}{5}$ є раціональним, доведено.

536. 1) $\frac{a}{\sqrt{a}-2}-\frac{4\sqrt{a}-4}{\sqrt{a}-2}=\frac{a-(4\sqrt{a}-4)}{\sqrt{a}-2}=\frac{a-4\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}-2}=\frac{(\sqrt{a}-2)^2}{\sqrt{a}-2}=\sqrt{a}-2;$

2) $\frac{\sqrt{m}+1}{\sqrt{m}-2}-\frac{\sqrt{m}+3}{\sqrt{m}}=\frac{\sqrt{m}(\sqrt{m}+1)-(\sqrt{m}-2)(\sqrt{m}+3)}{\sqrt{m}(\sqrt{m}-2)}=$

$=\frac{\cancel{m}+\sqrt{m}-\cancel{m}-3\sqrt{m}+2\sqrt{m}+6}{\sqrt{m}(\sqrt{m}-2)}=\frac{6}{\sqrt{m}(\sqrt{m}-2)}=\frac{6}{m-2\sqrt{m}};$

3) $\frac{\sqrt{y}+4}{\sqrt{xy}+y}-\frac{\sqrt{x}-4}{x+\sqrt{xy}}=\frac{\sqrt{y}+4^{\,\sqrt{x}}}{\sqrt{xy}+y}-\frac{\sqrt{x}-4^{\,\sqrt{y}}}{x+\sqrt{xy}}=\frac{\cancel{\sqrt{xy}}+4\sqrt{x}-\cancel{\sqrt{xy}}+4\sqrt{y}}{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}=$

$$= \frac{4\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)} = \frac{4}{\sqrt{xy}};$$

4) $$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+4} - \frac{a}{a-16} = \frac{\sqrt{a}^{\backslash\sqrt{a}-4}}{\sqrt{a}+4} - \frac{a}{(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4)} = \frac{a - 4\sqrt{a} - a}{(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4)} =$$
$$= -\frac{4\sqrt{a}}{a-16} = \frac{4\sqrt{a}}{16-a};$$

5) $$\frac{a}{\sqrt{ab}-b} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} = \frac{a}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} - \frac{\sqrt{b}^{\backslash\sqrt{b}}}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = \frac{a-b}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} =$$
$$= \frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = \frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{b}};$$

6) $$\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \cdot \frac{b}{2\sqrt{a}+2} = \frac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)\cdot b}{\sqrt{b}\cdot 2\left(\sqrt{a}+1\right)} = \frac{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}}{2} = \frac{\sqrt{ab}}{2};$$

7) $$\frac{\sqrt{c}-5}{\sqrt{c}} : \frac{c-25}{3c} = \frac{\left(\sqrt{c}-5\right)\cdot 3c}{\sqrt{c}\cdot\left(\sqrt{c}-5\right)\left(\sqrt{c}+5\right)} = \frac{3\sqrt{c}}{\sqrt{c}+5};$$

8) $$\left(\sqrt{a}^{\backslash\sqrt{a}+1} - \frac{a}{\sqrt{a}+1}\right) : \frac{\sqrt{a}}{a-1} = \frac{a+\sqrt{a}-a}{\sqrt{a}+1} \cdot \frac{a-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}\cdot(\sqrt{a}-1)\left(\sqrt{a}+1\right)}{\left(\sqrt{a}+1\right)\cdot\sqrt{a}} = \sqrt{a}-1;$$

9) $$\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right) : \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})+b}{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{(a-b+b)\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\,(\sqrt{a}-\sqrt{b})\cdot\sqrt{a}} =$$
$$= \frac{a}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}};$$

10) $$\left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} + \frac{12\sqrt{x}}{x-9}\right) : \frac{\sqrt{x}+3}{x-3\sqrt{x}} = \left(\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} + \frac{12\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\right) \cdot \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}+3} =$$
$$= \frac{\left((\sqrt{x}-3)^2+12\sqrt{x}\right)\cdot\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)(\sqrt{x}+3)\cdot(\sqrt{x}+3)} = \frac{\left(x-6\sqrt{x}+9+12\sqrt{x}\right)\cdot\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)^2} = \frac{\left(x+6\sqrt{x}+9\right)\cdot\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)^2} =$$
$$= \frac{\left(\sqrt{x}+3\right)^2\cdot\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)^2} = \sqrt{x}.$$

537. 1) $$\frac{\sqrt{a}-3^{\backslash\sqrt{a}}}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}-4^{\backslash\sqrt{a}+1}}{\sqrt{a}} = \frac{a-3\sqrt{a}-\left(a-4\sqrt{a}+\sqrt{a}-4\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)} =$$
$$= \frac{a-3\sqrt{a}-a+4\sqrt{a}-\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+1\right)} = \frac{4}{a+\sqrt{a}};$$

2) $$\frac{\sqrt{a}+1}{a-\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{b}+1}{\sqrt{ab}-b} = \frac{\sqrt{a}+1^{\backslash\sqrt{b}}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} - \frac{\sqrt{b}+1^{\backslash\sqrt{a}}}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}-\sqrt{ab}-\sqrt{a}}{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} =$$
$$= \frac{-\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = -\frac{1}{\sqrt{ab}};$$

3) $\frac{\sqrt{x}}{y-2\sqrt{y}} : \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{y}-6} = \frac{\sqrt{x}\cdot 3(\sqrt{y}-2)}{\sqrt{y}(\sqrt{y}-2)\cdot\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{y}}$;

4) $\frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} : \left(\frac{\sqrt{m}+\sqrt{n}}{\sqrt{n}} + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}\right) = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}} : \frac{m-n+n}{\sqrt{n}(\sqrt{m}-\sqrt{n})} =$

$= \frac{\sqrt{m}\cdot\sqrt{n}(\sqrt{m}-\sqrt{n})}{(\sqrt{m}-\sqrt{n})m} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{m}} = \sqrt{\frac{n}{m}}$;

5) $\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x-1}\right)\cdot\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}+1)^2-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\cdot\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1} =$

$= \frac{(x+2\sqrt{x}+1-4\sqrt{x})\cdot\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)\cdot(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2\cdot\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)^2} = \sqrt{x}$;

6) $\frac{a-64}{\sqrt{a}+3}\cdot\frac{1}{a+8\sqrt{a}} - \frac{\sqrt{a}+8}{a-3\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-8)(\sqrt{a}+8)}{(\sqrt{a}+3)\cdot\sqrt{a}(\sqrt{a}+8)} - \frac{\sqrt{a}+8}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)} =$

$= \frac{(\sqrt{a}-8)(\sqrt{a}-3)-(\sqrt{a}+8)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)(a-3\sqrt{a})} =$

$= \frac{a-3\sqrt{a}-8\sqrt{a}+24-a-8\sqrt{a}-3\sqrt{a}-24}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)(\sqrt{a}-3)} = \frac{-22\sqrt{a}}{\sqrt{a}(a-9)} = -\frac{22}{a-9} = \frac{22}{9-a}$.

538. Використаємо властивість арифметичного кореня $\sqrt{a^{2k}} = |a^k|$:

1) $\sqrt{-m^9} = \sqrt{m^8\cdot(-m)} = |m^4|\cdot\sqrt{-m} = m^4\sqrt{-m}$;

2) $\sqrt{a^4b^8} = |a^2|\cdot\sqrt{b^{12}\cdot b} = a^2\cdot|b^6|\cdot\sqrt{b} = a^2b^6\sqrt{b}$;

3) $\sqrt{4x^6y} = 2\cdot|x^3|\sqrt{y}$, якщо $x<0$, то $2|x^3|\sqrt{y} = -2x^3\sqrt{y}$;

4) $\sqrt{m^7n^7} = \sqrt{m^6m\cdot n^6\cdot n} = |m^3|\cdot|n^3|\cdot\sqrt{mn}$, якщо $m\le 0$, $n\le 0$,
то $|m^3|\cdot|n^3|\cdot\sqrt{mn} = -m^3\cdot(-n^3)\sqrt{mn} = m^3n^3\sqrt{mn}$;

5) $\sqrt{45x^3y^{14}} = \sqrt{9\cdot 5x^2\cdot x\cdot(y^7)^2} = 3\cdot|x|\cdot|y^7|\sqrt{5x} = 3x|y^7|\sqrt{5x}$,
якщо $y<0$, то $3x|y^7|\sqrt{5x} = -3xy^7\sqrt{5x}$;

6) $\sqrt{64a^2b^9} = 8\cdot|a|\sqrt{b^8\cdot b} = 8|a|\cdot|b^4|\cdot\sqrt{b} = 8|a|b^4\sqrt{b}$, якщо $a>0$,
то $8|a|b^4\sqrt{b} = 8ab^4\sqrt{b}$;

7) $\sqrt{242m^{11}b^{18}} = \sqrt{121\cdot 2\cdot m^{10}\cdot m\cdot(b^9)^2} = 11\cdot|m^5|\cdot|b^9|\sqrt{2m}$, якщо $b<0$,
тоді $m\ge 0$, то $11|m^5||b^9|\sqrt{2m} = 11m^5\cdot(-b^9)\sqrt{2m} = -11m^5b^9\sqrt{2m}$;

8) $\sqrt{-m^2n^2p^{15}} = |m|\cdot|n|\cdot\sqrt{-p\cdot p^{14}} = |m|\cdot|n|\cdot|p^7|\cdot\sqrt{-p}$, якщо $m>0$, $n<0$,
тоді $p\le 0$, то $|m|\cdot|n|\cdot|p^7|\cdot\sqrt{-p} = |m|\cdot(-n)\cdot(-p^7)\sqrt{-p} = mnp^7\sqrt{-p}$.

539. Використаємо властивість арифметичного кореня $\sqrt{a^{2k}} = |a^k|$:

1) $\sqrt{-m^{19}} = \sqrt{m^{18}\cdot(-m)} = |m^9|\sqrt{-m}$, $m\le 0$, то $|m^9|\sqrt{-m} = -m^9\sqrt{-m}$;

2) $\sqrt{a^{23}b^{24}} = \sqrt{a^{22}\cdot a\cdot b^{24}} = |a^{11}|\cdot|b^{12}|\sqrt{a} = |a^{11}|\cdot b^{12}\sqrt{a}$, $a\ge 0$,
то $|a^{11}|\cdot b^{12}\sqrt{a} = a^{11}b^{12}\sqrt{a}$;

3) $\sqrt{49a^2b} = 7|a|\sqrt{b}$, якщо $a < 0$, то $7|a|\sqrt{b} = -7a\sqrt{b}$;

4) $\sqrt{a^9b^9} = \sqrt{a^8 \cdot a \cdot b^8 \cdot b} = |a^4| \cdot |b^4|\sqrt{ab} = a^4b^4\sqrt{b}$;

5) $\sqrt{27x^{15}y^{34}} = \sqrt{9 \cdot 3 \cdot x^{14} \cdot x \cdot y^{34}} = 3|x^7| \cdot |y^{17}|\sqrt{3x}$, якщо $y < 0$,

тоді $x \geq 0$, то $3|x^7| \cdot |y^{17}| \cdot \sqrt{3x} = -3x^7y^{17}\sqrt{3x}$;

6) $\sqrt{-50m^6n^6p^7} = \sqrt{25 \cdot (-2)m^6n^6 \cdot p^6 \cdot p} = 5|m^3| \cdot |n^3| \cdot |p^3|\sqrt{-2p}$, якщо $m > 0$,

$n > 0$, тоді $p < 0$, то $5|m^3| \cdot |n^3| \cdot |p^3|\sqrt{-2p} = -5m^3n^3p^3\sqrt{-2p}$.

540. Використаємо властивості арифметичного кореня:

1) $a\sqrt{3} = \sqrt{3a^2}$; $a \geq 0$; 2) $b\sqrt{-b} = -\sqrt{b^2 \cdot (-b)} = -\sqrt{-b^3}$; область визначення: $b \leq 0$;

3) $c\sqrt{c^5} = \sqrt{c^2 \cdot c^5} = \sqrt{c^7}$, область визначення: $c \geq 0$;

4) $m\sqrt{n} = \sqrt{m^2n}$, якщо $m \geq 0$; 5) $xy^2\sqrt{xy} = -\sqrt{x^2y^4xy} = -\sqrt{x^3y^5}$, якщо $x \leq 0$;

6) $2p\sqrt{\frac{p}{2}} = \sqrt{4 \cdot p^2 \cdot \frac{p}{2}} = \sqrt{2p^3}$, область визначення: $p \geq 0$;

7) $2p\sqrt{-\frac{p}{2}} = -\sqrt{4p^2 \cdot \left(-\frac{p}{2}\right)} = -\sqrt{-2p^3}$, область визначення: $p \leq 0$;

8) $ab^2\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a^2b^4 \cdot \frac{a}{b}} = \sqrt{a^3b^3}$, якщо $a \geq 0$.

541. Використаємо властивості арифметичного кореня:

1) $m\sqrt{7} = \sqrt{m^2 7} = \sqrt{7m^2}$, якщо $m \geq 0$; 2) $3n\sqrt{6} = -\sqrt{9n^2 \cdot 6} = -\sqrt{54n^2}$, якщо $n \leq 0$;

3) $p\sqrt{p^3} = \sqrt{p^2 \cdot p^3} = \sqrt{p^5}$, область визначення: $p \geq 0$;

4) $x^4y\sqrt{x^5y} = -\sqrt{x^8 \cdot y^2 \cdot x^5y} = -\sqrt{x^{13}y^3}$, якщо $y \leq 0$;

5) $7a\sqrt{\frac{3}{a}} = \sqrt{49 \cdot a^2 \cdot \frac{3}{a}} = \sqrt{147a}$, область визначення: $a > 0$;

6) $5ab\sqrt{-\frac{a^7}{5b}} = -\sqrt{25a^2b^2 \cdot \left(-\frac{a^7}{5b}\right)} = -\sqrt{-5a^9b}$, якщо $a \leq 0$, $b > 0$.

542. Виконаємо перетворення лівої частини рівності:

1) $$\left(\frac{8\sqrt{a}}{\sqrt{a}+7} - \frac{15\sqrt{a}}{a+14\sqrt{a}+49}\right) : \frac{8\sqrt{a}+41}{a-49} + \frac{7\sqrt{a}-49}{\sqrt{a}+7} = \frac{8\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a}+7) - 15\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+7)^2} \times$$

$$\times \frac{a-49}{8\sqrt{a}+41} + \frac{7\sqrt{a}-49}{\sqrt{a}+7} = \frac{(8\sqrt{a}+56\sqrt{a}-15\sqrt{a}) \cdot (\sqrt{a}-7)(\sqrt{a}+7)}{(\sqrt{a}+7)^2 \cdot (8\sqrt{a}+41)} + \frac{7\sqrt{a}-49}{\sqrt{a}+7} =$$

$$= \frac{(8a+41\sqrt{a})(\sqrt{a}-7)}{(\sqrt{a}+7)(8\sqrt{a}+41)} + \frac{7\sqrt{a}-49}{\sqrt{a}+7} = \frac{\sqrt{a}\,(8\sqrt{a}+41)\,(\sqrt{a}-7)}{(\sqrt{a}+7)\,(8\sqrt{a}+41)} + \frac{7\sqrt{a}-49}{\sqrt{a}+7} =$$

$$= \frac{a - 7\sqrt{a} + 7\sqrt{a} - 49}{\sqrt{a}+7} = \frac{(\sqrt{a}-7)\,(\sqrt{a}+7)}{(\sqrt{a}+7)} = \sqrt{a}+7.$$

Ліва частина рівності дорівнює правій, тотожність доведено.

2) $$\frac{a\sqrt{a}+27}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \left(\frac{\sqrt{a}-3}{a-3\sqrt{a}+9} - \frac{\sqrt{ab}-9}{a\sqrt{a}+27}\right) = \frac{(\sqrt{a}+3)(a-3\sqrt{a}+9)}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})} \cdot \frac{a - 9 - \sqrt{ab} + 9}{(\sqrt{a}+3)(a-3\sqrt{a}+9)} =$$

$$= \frac{(\sqrt{a}+3)(a-3\sqrt{a}+9)\cdot\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}+3)(a-3\sqrt{a}+9)} = \sqrt{a}.$$

Ліва частина рівності дорівнює правій, тотожність доведено.

543. 1) $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}} - \frac{1}{a-b}\cdot\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right) : \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}} =$

$$= \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}^{\ \sqrt{a}+\sqrt{b}}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} - \frac{1^{\ \sqrt{a}}\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})}\right)\times$$

$$\times\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot\sqrt{a}\cdot(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}\cdot\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$$

$$= \frac{(a-b-a+\sqrt{ab})\cdot\sqrt{a}\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}};$$

2) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right) =$

$$= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-\sqrt{b})+\sqrt{b}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} =$$

$$= \frac{a+2\sqrt{ba}+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} : \frac{a-\sqrt{ab}+\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{(a+b)\cdot\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\cdot(a+b)} = \sqrt{a}.$$

544. Використаємо формули: $\sqrt{a^2} = |a|$ і $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$:

1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2+2\cdot\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}\cdot 1+1^2} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} = |\sqrt{2}+1| > 0,$
$\sqrt{2}+1>0$, тому $|\sqrt{2}+1| = \sqrt{2}+1;$

2) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{4+4\sqrt{3}+3} = \sqrt{2^2+2\cdot2\cdot\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = |2+\sqrt{3}|,$
$|2+\sqrt{3}|>0$, тому $|2+\sqrt{3}| = 2+\sqrt{3};$

3) $\sqrt{11+2\sqrt{30}} = \sqrt{5+2\sqrt{30}+6} = \sqrt{(\sqrt{5})^2+2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2} = \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2} =$
$= |\sqrt{5}+\sqrt{6}| = \sqrt{5}+\sqrt{6}$, тому що $\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$.

545. Використаємо формули $\sqrt{a^2} = |a|$ і $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$:

1) $\sqrt{8+2\sqrt{7}} = \sqrt{7+2\sqrt{7}+1} = \sqrt{(\sqrt{7})^2+2\sqrt{7}+1^2} = \sqrt{(\sqrt{7}+1)^2} = |\sqrt{7}+1| = \sqrt{7}+1,$
тому що $\sqrt{7}+1>0;$

2) $\sqrt{15+6\sqrt{6}} = \sqrt{9+2\cdot3\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2} = \sqrt{(3+\sqrt{6})^2} = |3+\sqrt{6}| = 3+\sqrt{6},$
тому що $3+\sqrt{6}>0;$

3) $\sqrt{7+2\sqrt{10}} = \sqrt{5+2\sqrt{10}+2} = \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2} = |\sqrt{5}+\sqrt{2}| = \sqrt{5}+\sqrt{2},$
тому що $\sqrt{5}+\sqrt{2}>0$.

546. Позбавимось від ірраціональності в знаменнику:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+$$

$$+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})}+\ldots+\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{100}+\sqrt{99})(\sqrt{100}-\sqrt{99})} =$$

$= \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3} + \ldots + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99} = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} -$
$- \sqrt{3} + \ldots + \sqrt{100} - \sqrt{99} = -1 + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9.$

547. Перетворимо ліву частину рівності:

$\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{91}+\sqrt{89}} = \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} +$
$+ \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} + \ldots + \frac{\sqrt{91}-\sqrt{89}}{(\sqrt{91}+\sqrt{89})(\sqrt{91}-\sqrt{89})} =$
$= \frac{\sqrt{3}-1}{3-1} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(7-5)(\sqrt{7}-\sqrt{5})} + \ldots + \frac{\sqrt{91}-\sqrt{89}}{91-89} =$
$= \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\ldots+\sqrt{91}-\sqrt{89}}{2} = \frac{-1+\sqrt{91}}{2} = \frac{\sqrt{91}-1}{2}.$

Ліва частина рівності дорівнює правій, доведено.

548. Перетворимо ліву частину рівності:

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2^2 - \left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2} =$
$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{4-2-\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} =$
$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{4-2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2.$ Ліва частина дорівнює правій, доведено.

549. 1) $\sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} = \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{8+2\cdot 2\sqrt{2}+1}}} = \sqrt{10+8\sqrt{2+\sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2}}} =$
$= \sqrt{10+8\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}} = \sqrt{10+8\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt{10+8\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}} = \sqrt{10+8\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} =$
$= \sqrt{10+8(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{10+8\sqrt{2}+8} = \sqrt{18+8\sqrt{2}} = \sqrt{16+2\cdot 4\sqrt{2}+2} = \sqrt{(4+\sqrt{2})^2} = 4+\sqrt{2};$

2) $\sqrt{22+6\sqrt{3+\sqrt{13+\sqrt{48}}}} = \sqrt{22+6\sqrt{3+\sqrt{12+4\sqrt{3}+1}}} = \sqrt{22+6\sqrt{3+\sqrt{(2\sqrt{3}+1)^2}}} =$
$= \sqrt{22+6\sqrt{3+2\sqrt{3}+1}} = \sqrt{22+6\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} = \sqrt{22+6(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{22+6\sqrt{3}+6} =$
$= \sqrt{28+6\sqrt{3}} = \sqrt{27+2\cdot 3\sqrt{3}\cdot 1+1} = \sqrt{(3\sqrt{3}+1)^2} = 3\sqrt{3}+1.$

550. Нехай робітник мав виготовити x деталей, тоді він виготовив $(x-30)$ деталей. Робітник мав працювати $\frac{x}{12}$ днів, а працював $\frac{x-30}{15}$ днів. Складаємо різницю $\left(\frac{x}{12} - \frac{x-30}{15}\right)$ днів, за умовою задачі дорівнює 5 днів.

Рівняння: $\frac{x}{12} - \frac{x-30}{15} = 5;$ $\frac{^5 60 \cdot x}{12_1} - \frac{^4 60 \cdot (x-30)}{15_1} = 60 \cdot 5;$

$5x - 4(x-30) = 300;$ $5x - 4x + 120 = 300;$ $x = 300 - 120;$ $x = 180.$

Відповідь: 180 деталей мав виготовити робітник.

551. 1) $100 - 20 = 80$ (%) — нова ціна товару;
2) $20 : 80 \cdot 100$ % $= 25$ % — підвищення ціни товару.
Відповідь: треба підвищити ціну товару на 25 %.

552. 1) $32 : 4 = 8$ (км/год) — швидкість човна за течією річки;
2) $32 : 8 = 4$ (км/год) — швидкість човна проти течії річки;
3) $(8+4) : 2 = 12 : 2 = 6$ (км/год) — власна швидкість човна;
4) $(8-4) : 2 = 4 : 2 = 2$ (км/год) — швидкість течії річки.
Відповідь: 6 км/год і 2 км/год.

553. До вагону, у якому їхав Федір, від голови поїзда 11 вагонів, а від хвоста 5 вагонів і ще вагон, у якому були Федір та Олеся, всього $11 + 5 + 1 = 17$ (вагонів). *Відповідь:* 17 вагонів.

554. За умовою $a > 0$, $b < 0$, $a^2 > 0$, $b^2 > 0$, тому
1) $a^2b < 0$; 2) $-a^2b^2 < 0$; 3) $-ab^2 < 0$; 4) $-a^2b > 0$.
Відповідь: найбільшого значення набуває вираз $-a^2b$.

555. Якщо кількість учнів в класі, що навчаються на «добре» і «відмінно» — x %, тоді $95{,}5 \le x \le 96{,}5$, а які не навчаються на «добре» і «відмінно» — $(100 - x)$ %, тому $3{,}5 \le 100 - x \le 4{,}5$,
тоді $\frac{100}{4{,}5} \le \frac{100}{100 - x} \le \frac{100}{3{,}5}$, $22\frac{2}{9} \le \frac{100}{100 - x} \le 28\frac{4}{7}$.
Найменша кількість учнів у класі — 23. *Відповідь:* 23 учня.

556. $y = \sqrt{x}$

x	0,01	4	81	121	2,25	1600
y	0,1	2	9	11	1,5	40

$\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{1600} = 40$; $9 = \sqrt{x}$, $x = 81$;
$11 = \sqrt{x}$, $121 = x$; $1{,}5 = \sqrt{x}$, $2{,}25 = x$.

557. $y = \sqrt{x}$ 1) Якщо $x = 0{,}16$, то $y = \sqrt{0{,}16} = 0{,}4$; якщо $x = 64$, то $y = \sqrt{64} = 8$; якщо $x = 1{,}44$, то $y = \sqrt{1{,}44} = 1{,}2$; якщо $x = 3600$, то $y = \sqrt{3600} = 60$;
2) якщо $y = 0{,}2$, то $x = 0{,}2^2 = 0{,}04$; якщо $y = 5$, то $x = 5^2 = 25$; якщо $y = 120$, то $x = 120^2 = 14\ 400$; якщо $y = -4$, то такого значення аргументу не існує.

558. $y = \sqrt{x}$
$A(36; 6)$, $x = 36$, $y = 6$. Підставимо значення координат точок:
$6 = \sqrt{36}$ — правильно, через A проходить графік функції;
$B(4; 2)$, $x = 4$, $y = -2$: $-2 \ne \sqrt{4}$, через B не проходить графік функції;
$C(0{,}81; 0{,}9)$, $x = 0{,}81$; $y = 0{,}9$: $9 = \sqrt{0{,}81}$ — правильно, через C проходить графік функції;
$D(-1; 1)$, $x = -1$; $y = 1$: $1 \ne \sqrt{-1}$, через D не проходить графік функції;
$E(42{,}25; 6{,}5)$, $x = 42{,}25$; $y = 6{,}5$: $6{,}5 = \sqrt{42{,}25}$ — правильно, через E проходить графік функції.
Відповідь: графік функції проходить через точки A, C і E.

559. Підставимо значення координат точок в функцію $y = \sqrt{x}$:
1) $A(16; 4)$, $x = 16$, $y = 4$: $4 = \sqrt{16}$ — правильно;
2) $B(49; -7)$, $x = 49$, $y = -7$: $-7 \ne \sqrt{49}$, не проходить;
3) $C(3{,}6; 0{,}6)$, $x = 3{,}6$; $y = 0{,}6$: $0{,}6 \ne \sqrt{3{,}6}$, не проходить;
4) $D(-36; 6)$, $x = -36$, $y = 6$: $6 \ne \sqrt{-36}$, не проходить.
Відповідь: графік функції $y = \sqrt{x}$ проходить через точку A.

560. 1) $\sqrt{86} > \sqrt{78}$; 2) $\sqrt{1{,}4} < \sqrt{1{,}6}$; 3) $5 < \sqrt{26}$, тому що $5 = \sqrt{25}$ і $\sqrt{25} < \sqrt{26}$;
4) $\sqrt{\frac{6}{7}} < 1$; 5) $-7 < -\sqrt{48}$, тому що $-7 = -\sqrt{49}$ і $-\sqrt{49} < -\sqrt{48}$;
6) $3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$ і $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$; $\sqrt{18} > \sqrt{12}$, тому $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$;
7) $\sqrt{41} > 2\sqrt{10}$, тому що $2\sqrt{10} = \sqrt{4 \cdot 10} = \sqrt{40}$ і $\sqrt{41} > \sqrt{40}$;

8) $0,6\sqrt{3\frac{1}{3}} = \sqrt{0,36 \cdot \frac{10}{3}} = \sqrt{1,2}$ і $\sqrt{1,2} > \sqrt{1,1}$, тому $0,6\sqrt{3\frac{1}{3}} > \sqrt{1,1}$;

9) $4\sqrt{3} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{48}$, тому $\sqrt{75} > \sqrt{48}$ і $\sqrt{75} > 4\sqrt{3}$.

561. 1) $\sqrt{\frac{1}{3}} > \sqrt{\frac{1}{5}}$; 2) $9 = \sqrt{81}$, тому $9 < \sqrt{82}$; 3) $6 = \sqrt{36}$, тому $\sqrt{33} < 6$;

4) $3\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$, тому $3\sqrt{5} > \sqrt{42}$; 5) $2\sqrt{7} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{28}$, тому $\sqrt{30} > 2\sqrt{7}$;

6) $7\sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{49 \cdot \frac{1}{7}} = \sqrt{7}$ і $\frac{1}{2}\sqrt{20} = \sqrt{\frac{1}{4}20} = \sqrt{5}$, тому $7\sqrt{\frac{1}{7}} > \frac{1}{2}\sqrt{20}$.

562. Щоб знайти координати точок перетину, підставимо значення функції в формулу $y = \sqrt{x}$:

1) $y = 1$, $1 = \sqrt{x}$, $x = 1$; (1; 1);

2) $y = 0,8$; $0,8 = \sqrt{x}$, $x = 0,64$; (0,64; 0,8);

3) $y = -6$, $-6 = \sqrt{x}$; коренів не має, отже, графіки не перетинаються;

4) $y = 500$, $500 = \sqrt{x}$, $x = 500^2$; $x = 250\ 000$; (250 000; 500).

Відповідь: 1) (1; 1); 2((0,64; 0,8); 3) точок перетину не має; 4) (250 000; 500).

563. $8 = \sqrt{64}$; $7,9 = \sqrt{62,41}$; $8,2 = \sqrt{67,24}$. Запишемо у порядку спадання: 8,2; $\sqrt{65}$; 8; 7,9; $\sqrt{62}$.

564. $6,1 = \sqrt{37,21}$; $6 = \sqrt{36}$; $5,9 = \sqrt{34,81}$.

Запишемо у порядку зростання: 5,9; $\sqrt{35}$; 6; 6,1; $\sqrt{38}$.

565. 1) $1 < \sqrt{2} < 2$; 2) $1 < \sqrt{3} < 2$; $1 < \sqrt{3} < \sqrt{4}$; 3) $2 < \sqrt{5} < 3$; $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$;

4) $2 < \sqrt{7} < 3$; $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$; 5) $3 < \sqrt{13} < 4$; $\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$;

6) $0 < \sqrt{0,98} < 1$; 7) $7 < \sqrt{59} < 8$; $\sqrt{49} < \sqrt{59} < \sqrt{64}$;

8) $-11 < -\sqrt{115} < -10$; $-\sqrt{121} < -\sqrt{115} < -\sqrt{100}$;

9) $-9 < -\sqrt{76,19} < -8$; $-\sqrt{81} < -\sqrt{76,19} < -\sqrt{64}$.

566. 1) $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$; $2 < \sqrt{6} < 3$; 2) $\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$; $4 < \sqrt{19} < 5$;

3) $\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$; $5 < \sqrt{29} < 6$; 4) $\sqrt{144} < \sqrt{160} < \sqrt{169}$; $12 < \sqrt{160} < 13$;

5) $-\sqrt{100} < -\sqrt{86} < -\sqrt{81}$; $-10 < -\sqrt{86} < -9$;

6) $-\sqrt{36} < -\sqrt{30,5} < -\sqrt{25}$; $-6 < -\sqrt{30,5} < -5$.

567. 1) $3 = \sqrt{9}$; $\sqrt{9} < x < \sqrt{68}$. *Відповідь:* 4, 5, 6, 7, 8.

2) $\sqrt{7} < x < \sqrt{77}$. *Відповідь:* 3, 4, 5, 6, 7, 8.

3) $-\sqrt{31} < x < -2,3$. *Відповідь:* –5, –4, –3.

4) $-\sqrt{42} < x < 2,8$. *Відповідь:* –6, –5, –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2.

568. 1) $\sqrt{3} < x < \sqrt{13}$. *Відповідь:* 2, 3.

2) $\sqrt{10} < x < \sqrt{90}$. *Відповідь:* 4, 5, 6, 7, 8, 9.

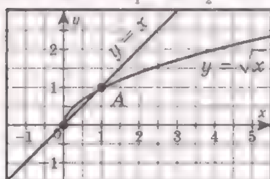
3) $-\sqrt{145} < x < -\sqrt{47}$. *Відповідь:* –12, –11, –10, –9, –8, –7.

569. 1) $\sqrt{x} \geq 2$, якщо $x \geq 4$; 2) $\sqrt{x} < 4$, якщо $0 \leq x < 16$; 3) $6 \leq \sqrt{x} < 9$, якщо $36 \leq x < 81$.

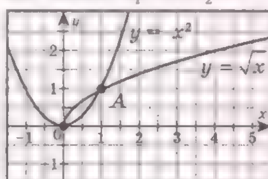
570. 1) $\sqrt{x} \leq 8$, якщо $0 \leq x \leq 64$; 2) $\sqrt{x} > 7$, якщо $x > 49$; 3) $10 \leq \sqrt{x} \leq 20$, якщо $100 \leq x \leq 400$.

571. Побудуємо графіки в одній системі координат:

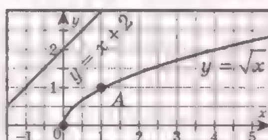
1) $\sqrt{x} = x$, $y = \sqrt{x}$ і $y = x$, графік — пряма. $O(0; 0)$; $A(1; 1)$
Відповідь: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$.



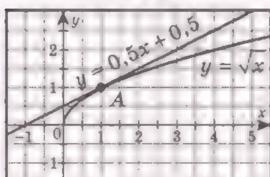
2) $\sqrt{x} = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$, графік — парабола. $O(0; 0)$; $A(1; 1)$
Відповідь: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$.



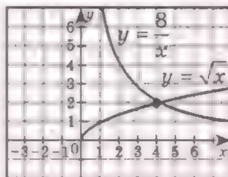
3) $\sqrt{x} = x + 2$, $y = \sqrt{x}$, $y = x + 2$, графік — пряма.
Точок перетину немає.
Відповідь: коренів немає.



4) $\sqrt{x} = 0,5x + 0,5$; $y = \sqrt{x}$, $y = 0,5x + 0,5$, графік — пряма. $A(1; 1)$
Відповідь: $x = 1$.



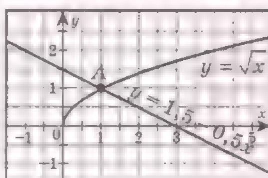
5) $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$, $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{8}{x}$, графік — гіпербола. $A(4; 2)$
Відповідь: $x = 4$.



6) $\sqrt{x} = 1,5 - 0,5x$, $y = \sqrt{x}$, $y = 1,5 - 0,5x$, графік — пряма.

x	1	0
y	1	1,5

$A(1; 1)$ *Відповідь:* $x = 1$.

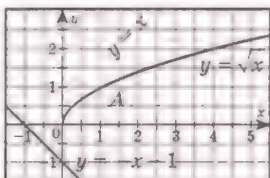


572. Побудуємо графіки в одній системі координат та знайдемо точки перетину:

1) $\sqrt{x} = -x - 1$, $y = \sqrt{x}$, $y = -x - 1$, графік — пряма.

x	0	1
y	−1	−2

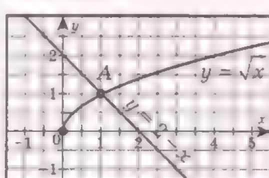
Точок перетину немає.
Відповідь: коренів немає.



2) $\sqrt{x} = 2 - x$, $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$, графік — пряма.

x	0	1
y	2	1

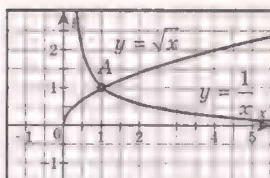
$A(1; 1)$. *Відповідь:* $x = 1$.



3) $\sqrt{x}=\frac{1}{x}$, $y=\sqrt{x}$, $y=\frac{1}{x}$,

графік — гіпербола.

$A(1;\ 1)$ *Відповідь:* $x=1$.



573. Використаємо властивості арифметичного кореня:

1) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=|1-\sqrt{2}|$, $1-\sqrt{2}<0$, тому $|1-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1$;

2) $\sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{7})^2}=|\sqrt{6}-\sqrt{7}|$, $\sqrt{6}-\sqrt{7}<0$, тому $|\sqrt{6}-\sqrt{7}|=\sqrt{7}-6$;

3) $\sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}=|2\sqrt{5}-3|$, $2\sqrt{5}-3>0$, тому $|2\sqrt{5}-3|=2\sqrt{5}-3$;

4) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}+\sqrt{(3-\sqrt{3})^2}=|\sqrt{3}-2|+|3-\sqrt{3}|=-\sqrt{3}+2+3-\sqrt{3}=5-2\sqrt{3}$.

574. Використаємо властивості арифметичного кореня:

1) $\sqrt{(\sqrt{5}-4)^2}=|\sqrt{5}-4|=4-\sqrt{5}$, тому що $\sqrt{5}-4<0$;

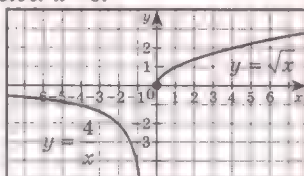
2) $\sqrt{(\sqrt{8}-3)^2}-\sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}=|\sqrt{8}-3|-|\sqrt{2}-3|$, $\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$;
$\sqrt{2}-3=\sqrt{2}-\sqrt{9}<0$, тому
$|\sqrt{8}-3|-|\sqrt{2}-3|=3-\sqrt{8}-(3-\sqrt{2})=\cancel{3}-2\sqrt{2}-\cancel{3}+\sqrt{2}=-\sqrt{2}$.

575. $\sqrt{x}=-x^2$; $\begin{cases}\sqrt{x}\ge 0,\\ -x^2\le 0,\end{cases}$ тому що $x=0$. *Відповідь:* $x=0$.

576. $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{x}, \text{ якщо } x<0,\\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x\ge 0.\end{cases}$

x	-1	-2	-4
y	-4	-2	-1

1) $f(-8)=\frac{4}{-8}=-2$; $f(0)=\sqrt{0}=0$; $f(9)=\sqrt{9}=3$.



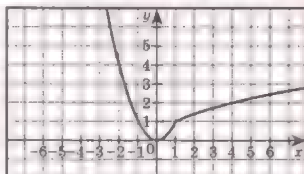
2) $y=\frac{4}{x}$, якщо $x<0$, графік — вітка гіперболи.

577. $f(x)=\begin{cases}x^2, \text{ якщо } x\le 1,\\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x\ge 1.\end{cases}$ $y=x^2$, якщо $x\le 1$,

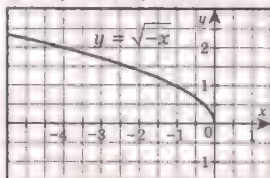
графік — частина параболи.

1) $f(-2)=(-2)^2=4$; $f(0)=\sqrt{0}=0$;

$f(1)=1^2=1$; $f(4)=\sqrt{4}=2$.

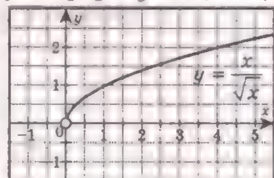


578. $y=\sqrt{-x}$. Знайдемо область визначення: $-x\ge 0$, тому $x\le 0$; область значень: $\sqrt{-x}\ge 0$; нулі функції: $\sqrt{-x}=0$, $-x=0$, $x=0$.



579. $y=\frac{x}{\sqrt{x}}$. Область визначення функції: $x>0$; на області визначення спростимо вираз:

$\frac{x}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}$, побудуємо графік $y=\sqrt{x}$, якщо $x>0$.



580. 1) $\sqrt{8-2\sqrt{7}}=\sqrt{7-2\sqrt{7}+1}=\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}=|\sqrt{7}-1|=\sqrt{7}-1,$
тому що $\sqrt{7}-1>0$, то $|\sqrt{7}-1|=\sqrt{7}-1;$

2) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3-2\sqrt{6}+2}=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}=|\sqrt{3}-\sqrt{2}|$, $\sqrt{3}-\sqrt{2}>0,$
то $|\sqrt{3}-\sqrt{2}|=\sqrt{3}-\sqrt{2};$

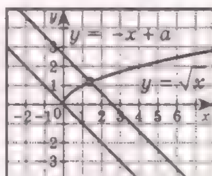
3) $\sqrt{12-6\sqrt{3}}=\sqrt{9-6\sqrt{3}+3}=\sqrt{(3-\sqrt{3})^2}=|3-\sqrt{3}|$, $3-\sqrt{3}>0,$
тому $|3-\sqrt{3}|=3-\sqrt{3};$

4) $\sqrt{38-12\sqrt{2}}=\sqrt{36-12\sqrt{2}+2}=\sqrt{(6-\sqrt{2})^2}=|6-\sqrt{2}|$, $6-\sqrt{2}>0,$
тому $|6-\sqrt{2}|=6-\sqrt{2}.$

581. 1) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}=\sqrt{4-4\sqrt{5}+5}=\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}=|2-\sqrt{5}|$, $2-\sqrt{5}<0$, $|2-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-2;$

2) $\sqrt{7-2\sqrt{10}}=\sqrt{5-2\sqrt{10}+2}=\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}=|\sqrt{5}-\sqrt{2}|$, $\sqrt{5}-\sqrt{2}>0,$
тому $|\sqrt{5}-\sqrt{2}|=\sqrt{5}-\sqrt{2};$

3) $\sqrt{37-20\sqrt{3}}=\sqrt{25-2\cdot5\cdot2\sqrt{3}+12}=\sqrt{(5-2\sqrt{3})^2}=|5-2\sqrt{3}|$, $5-2\sqrt{3}>0,$
тому $|5-2\sqrt{3}|=5-2\sqrt{3}.$



582. $\sqrt{x}=a-x$, $\sqrt{x}+x=a$, $x\geq0$, тому $\sqrt{x}+x\geq0.$
Якщо $a<0$, то рівняння коренів не має;
якщо $a\geq0$, то рівняння має 1 корінь.
Для доведення побудуємо в одній системі координат графіки: $y=\sqrt{x}$ і $y=-x+a$. Отже, графіки мають одну точку перетину, якщо $a\geq0$.
Відповідь: якщо $a<0$, то коренів немає; якщо $a\geq0$, то один корінь.

583. $\sqrt{(\sqrt{a}+1)^2-4\sqrt{a}}+\sqrt{(\sqrt{a}-2)^2+8\sqrt{a}}=\sqrt{a+2\sqrt{a}+1-4\sqrt{a}}+\sqrt{a-4\sqrt{a}+4+8\sqrt{a}}=$
$=\sqrt{a-2\sqrt{a}+1}+\sqrt{a+4\sqrt{a}+4}=\sqrt{(\sqrt{a}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{a}+2)^2}=|\sqrt{a}-1|+|\sqrt{a}+2|=$
$=|\sqrt{a}-1|+\sqrt{a}+2.$
Якщо $a>1$, то $|\sqrt{a}-1|+\sqrt{a}+2=\sqrt{a}-1+\sqrt{a}+2=2\sqrt{a}+1;$
якщо $a=1$, то $|\sqrt{a}-1|+\sqrt{a}+2=0+1+2=3;$
якщо $0\leq a<1$, то $|\sqrt{a}-1|+\sqrt{a}+2=1-\sqrt{a}+\sqrt{a}+2=3.$
Відповідь: якщо $0\leq a<1$, то значення виразу дорівнює 3; якщо $a>1$, то $2\sqrt{a}+1$.

584. $\sqrt{(\sqrt{a}-6)^2+24\sqrt{a}}-\sqrt{(\sqrt{a}+6)^2-24\sqrt{a}}=\sqrt{a-12\sqrt{a}+36+24\sqrt{a}}-$
$-\sqrt{a+12\sqrt{a}+36-24\sqrt{a}}=\sqrt{a+12\sqrt{a}+36}-\sqrt{a-12\sqrt{a}+36}=$
$=\sqrt{(\sqrt{a}+6)^2}-\sqrt{(\sqrt{a}-6)^2}=|\sqrt{a}+6|-|\sqrt{a}-6|=\sqrt{a}+6-|\sqrt{a}-6|.$
Якщо $a\geq36$, то $\sqrt{a}+6-(\sqrt{a}-6)=\sqrt{a}+6-\sqrt{a}+6=12;$
якщо $0\leq a<36$, то $\sqrt{a}+6-(\sqrt{a}-6)=\sqrt{a}+6+\sqrt{a}-6=2\sqrt{a}.$
Відповідь: якщо $a\geq36$, то значення виразу дорівнює 12; якщо $0\leq a<36$, то значення виразу дорівнює $2\sqrt{a}$.

585. Нехай з II контейнера взяли x кг яблук, тоді з I — $3x$ кг. В I контейнері залишилось $(90-3x)$ кг, а в II — $(75-x)$ кг.
За умовою задачі $(90-3x)\cdot2$ кг дорівнює $(75-x)$ кг.

Рівняння: $(90-3x)\cdot 2=75-x$; $180-6x=75-x$; $180-75=6x-x$; $5x=105$; $x=21$. 1) $21\cdot 3=63$ (кг) — узяли яблук з І контейнера.
Відповідь: 63 кг узяли яблук з І контейнера.

586. Нехай швидкість течії річки x км/год, тоді швидкість човна проти течії $(12-x)$ км/год. Відстань, яку подолав човен проти течії дорівнює $\frac{2}{3}(12-x)$ км, а за течією $2x$ км. За умовою задачі відстані рівні.
Рівняння: $\frac{2}{3}(12-x)=2x$; $8-\frac{2}{3}x=2x$; $8=2x+\frac{2}{3}x$; $2\frac{2}{3}x=8$; $x=8:\frac{8}{3}$; $x=3$.
Відповідь: швидкість течії 3 км/год.

587. Перетворимо ліву частину рівності:

1) $$\left(\frac{a-2b}{a^2+2ab}-\frac{1}{a^2-4b^2}:\frac{a+2b}{(2b-a)^2}\right):\frac{a^2-2ab}{a^2+4ab+4b^2}=$$
$$=\left(\frac{a-2b}{a(a+2b)}-\frac{1\cdot(a-2b)^2}{(a-2b)(a+2b)\cdot(a+2b)}\right)\cdot\frac{(a+2b)^2}{a(a-2b)}=\frac{(a-2b)(a+2b)-a(a-2b)}{a(a+2b)^2}\times$$
$$\times\frac{(a+2b)^2}{a(a-2b)}=\frac{(a^2-4b^2-a^2+2ab)(a+2b)^2}{a(a+2b)^2\cdot a\cdot(a-2b)}=\frac{2b(a-2b)}{a^2(a-2b)}=\frac{2b}{a^2}.$$

Ліва частина дорівнює правій, тотожність доведена.

2) $$\left(\frac{2a}{a+3}-\frac{4a}{a^2+6a+9}\right)\cdot\frac{a^2-9}{a+1}-\frac{a^2-9a}{a+3}=\frac{2a(a+3)-4a}{(a+3)^2}\cdot\frac{a^2-9}{a+1}-\frac{a^2-9a}{a+3}=$$
$$=\frac{(2a^2+6a-4a)(a-3)(a+3)}{(a+3)^2(a+1)}-\frac{a^2-9a}{a+3}=\frac{(2a^2+2a)(a-3)}{(a+3)(a+1)}-\frac{(a-9)a}{a+3}=$$
$$=\frac{2a(a+1)(a-3)}{(a+3)(a+1)}-\frac{(a-9)a}{a+3}=\frac{a}{a+3}(2(a-3)-(a-9))=\frac{a}{a+3}(2a-6-a+9)=$$
$$=\frac{a(a+3)}{(a+3)}=a.$$ Ліва частина дорівнює правій, тотожність доведена.

588. 1) $1:2=\frac{1}{2}$ (частина шляху за годину) — подолає легковий автомобіль;

2) $1:3=\frac{1}{3}$ (частину шляху за годину) — подолає вантажівка;

3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$ (частину шляху за 1 годину) — подолають легковик та вантажівка;

4) $1:\frac{5}{6}=\frac{6}{5}$ (год) — проїдуть до зустрічі. *Відповідь:* 1 год 12 хвилин.

589. 1) $x^2=0$, $x=0$; 2) $x^2-1=0$, $x^2=1$, $x_1=1$ або $x_2=-1$;
3) $x^2+5x=0$, $x(x+5)=0$, $x_1=0$ або $x+5=0$, $x_2=-5$;
4) $-3x^2+12=0$, $12=3x^2$, $x^2=4$, $x_1=2$ або $x_2=-2$;
5) $5x^2-6x=0$, $x(5x-6)=0$, $x_1=0$ або $5x-6=0$, $5x=6$, $x_2=1\frac{1}{5}$;
6) $0{,}2x^2+2=0$, $0{,}2x^2=-2$, $x^2=-\frac{2}{0{,}2}$, $x^2=-10$, коренів немає;
7) $\frac{1}{6}x^2-5x=0$; $x\left(\frac{1}{6}x-5\right)=0$; $x_1=0$ або $\frac{1}{6}x-5=0$; $\frac{1}{6}x=5$; $x=5:\frac{1}{6}$; $x_2=30$;
8) $x^2-2x+1=0$; $(x-1)^2=0$; $x-1=0$; $x=1$;
9) $9x^2+30x+25=0$; $(3x+5)^2=0$; $3x+5=0$; $3x=-5$; $x=-1\frac{2}{3}$.

590. Нехай на останньому місті у послідовності стоїть число x. Сума всіх чисел в послідовності, крім x, ділиться на x, тому і сума всіх чисел, дорівнює $1 + 2 + ... + 37 = 37 \cdot 19$ ділиться на x. Отже, $x = 19$, тому що 37 вже стоїть на першому місті. На третьому місті стоїть дільник числа $37 + 1 = 38 = 19 \cdot 2$, відмінний від 1 і 19, які стоять на другому та останньому місцях. *Відповідь:* 2.

Завдання № 4. Перевірте себе в тестовій формі

1. В. -5 — число раціональне. **2.** Б. $\sqrt{0,4} = \sqrt{4 \cdot 0,1} = 2\sqrt{0,1}$ — ірраціональне.

3. Б. $y = x^2$, графік — парабола. **4.** В. **5.** В. $\sqrt{-2}$ — не має змісту.

6. А. $\sqrt{7x-3}$ при $x = 4$, то $\sqrt{7 \cdot 4 - 3} = \sqrt{28-3} = \sqrt{25} = 5$.

7. В. $\sqrt{36 \cdot 0,81} = 6 \cdot 0,9 = 5,4$. **8.** Г. $\left(\frac{1}{5}\sqrt{10}\right)^2 = \frac{1}{25} \cdot 10 = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0,4$.

9. В. $\sqrt{9a} - \sqrt{16a} + \sqrt{64a} = 3\sqrt{a} - 4\sqrt{a} + 8\sqrt{a} = 7\sqrt{a}$.

10. В. $\frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$. **11.** А. $\frac{a-2}{a-2\sqrt{2a}+2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{2})(\sqrt{a}+\sqrt{2})}{(\sqrt{a}-\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{2}}{\sqrt{a}-\sqrt{2}}$.

12. Б. $(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) + (\sqrt{5}+1)^2 - \sqrt{20} = 4 - 5 + 5 + 2\sqrt{5} + 1 - 2\sqrt{5} = 5$.

591. Квадратні рівняння:

2) $x^2 = 0$; $a = 1$; $b = c = 0$; 3) $x^2 + x = 0$; $a = 1$; $b = 1$; $c = 0$;

4) $x^2 + 1 = 0$; $a = c = 1$; $b = 0$; 5) $x^2 - 4x + 2 = 0$; $a = 1$; $b = -4$; $c = 2$;

6) $-2x^2 + 7x - 8 = 0$; $a = -2$; $b = 7$; $c = -8$;

7) $6 - x^2 + 4x = 0$; $a = -1$; $b = 4$; $c = 6$;

8) $-x^2 - 2x + 3 = 0$; $a = -1$; $b = -2$; $c = 3$.

592. $a = 6$, $b = 7$, $c = 2$, то $6x^2 + 7x + 2 = 0$;

2) $a = 1$, $b = -8$, $c = -\frac{1}{3}$, то $x^2 - 8x - \frac{1}{3} = 0$;

3) $a = -0,5$; $b = 0$; $c = 2\frac{3}{7}$, то $-0,5x^2 + 2\frac{3}{7} = 0$;

4) $a = 7,2$; $b = -2$; $c = 0$, то $7,2x^2 - 2x = 0$.

593. 1) $a = -1$, $b = -2$, $c = 1,6$, то $-x^2 - 2x + 1,6 = 0$;

2) $a = c = 2$, $b = 0$, то $2x^2 + 2 = 0$.

594. 1) $6x(3 - x) = 7 - 2x^2$; $18x - 6x^2 - 7 + 2x^2 = 0$; $-4x^2 + 18x - 7 = 0$;
$4x^2 - 18x + 7 = 0$; $a = 4$, $b = -18$, $c = 7$;

2) $x(x+1) = (x-3)(7x+2)$; $x^2 + x = 7x^2 + 2x - 21x - 6$; $7x^2 + 2x - 21x - 6 - x^2 - x = 0$;
$6x^2 - 20x - 6 = 0$; $3x^2 - 10x - 3 = 0$; $a = 3$, $b = -10$, $c = -3$;

3) $(5x-1)^2 = (x+4)(x-2)$; $25x^2 - 10x + 1 = x^2 - 2x + 4x - 8$; $25x^2 - 10x + 1 - x^2 +$
$+ 2x - 4x + 8 = 0$; $24x^2 - 12x + 9 = 0$; $8x^2 - 4x + 3 = 0$; $a = 8$, $b = -4$, $c = 3$;

4) $4x(x+8) - (x-6)(x+6) = 0$; $4x^2 + 32x - (x^2 - 36) = 0$;
$4x^2 + 32x - x^2 + 36 = 0$; $3x^2 + 32x + 36 = 0$; $a = 3$, $b = 32$, $c = 36$.

595. 1) $x(x+10) = 8x + 3$; $x^2 + 10x - 8x - 3 = 0$; $x^2 + 2x - 3 = 0$; $a = 1$, $b = 2$, $c = -3$;

2) $(x+2)^2 = 2x^2 + 4$; $x^2 + 4x + 4 = 2x^2 + 4$; $2x^2 + 4 - x^2 - 4x - 4 = 0$;
$x^2 - 4x = 0$; $a = 1$, $b = -4$, $c = 0$.

596. Зведене рівняння: 1) $x^2 - 5x + 34 = 0$; 4) $16 - 6x + x^2 = 0$;

2) $2x^2 + 6x + 8 = 0$; поділимо обидві частини рівняння на 2: $x^2 + 3x + 4 = 0$;

3) $\frac{1}{3}x^2 + x - 5 = 0$; помножимо обидві частини рівняння на 3: $x^2 + 3x - 15 = 0$;

5) $-x^2 + 8x - 7 = 0$; помножимо обидві частини рівняння на -1: $x^2 - 8x + 7 = 0$;

6) $-0,2x^2 + 0,8x + 1 = 0$; помножимо обидві частини рівняння на -5: $x^2 - 4x - 5 = 0$.

597. 1) $\frac{1}{6}x^2 - 2x - 3 = 0$; помножимо обидві частини рівняння на 6: $x^2 - 12x - 18 = 0$;

2) $-4x^2 + 20x - 16 = 0$; поділимо обидві частини рівняння на −4: $x^2 - 5x + 4 = 0$;

3) $3x^2 + x + 2 = 0$; поділимо обидві частини рівняння на 3: $x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = 0$.

598. $x^2 + 9x - 10 = 0$. Підставимо значення в рівняння.

Якщо $x = 1$, то $1^2 + 9 - 10 = 0$, правильно, $x = 1$ — корінь;

якщо $x = 0$, то $0^2 + 9 \cdot 0 - 10 \neq 0$;

якщо $x = -3$, то $(-3)^2 + 9 \cdot (-3) - 10 = 9 - 27 - 10 \neq 0$;

якщо $x = 2$, то $2^2 + 9 \cdot 2 - 10 = 4 + 18 - 10 \neq 0$;

якщо $x = 10$, то $(-10)^2 + 9 \cdot (-10) - 10 = 100 - 90 - 10 = 0$, правильно, $x = -10$ — корінь.

Відповідь: корені $x = 1$ і $x = -10$.

599. Для доведення підставимо значення змінної в рівняння:

1) $x^2 - 2x + 3 = 0$; якщо $x = -1$, то $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 1 + 2 + 3 \neq 0$; число −1 не є коренем рівняння;

2) $3x^2 + 10x + 3 = 0$; якщо $x = -\frac{1}{3}$, то

$3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 10 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 3 = 3 \cdot \frac{1}{9} - \frac{10}{3} + 3 = \frac{1}{3} - 3\frac{1}{3} + 3 =$

$= 3\frac{1}{3} - 3\frac{1}{3} = 0$; $x = -\frac{1}{3}$ — корінь рівняння; якщо $x = -3$, то $3 \cdot (-3)^2 + 10 \cdot (-3) + 3 = 27 - 30 + 3 = 0$; $x = -3$ — корінь рівняння;

3) $3x^2 - 6 = 0$; якщо $x = -\sqrt{2}$, то $3 \cdot \left(-\sqrt{2}\right)^2 - 6 = 3 \cdot 2 - 6 = 0$; $x = -\sqrt{2}$ — корінь рівняння;

якщо $x = \sqrt{2}$, то $3 \cdot \left(\sqrt{2}\right)^2 - 6 = 3 \cdot 2 - 6 = 0$; $x = \sqrt{2}$ — корінь рівняння.

600. Підставимо значення змінної в рівняння:

1) $x^2 + 3x - 10 = 0$; якщо $x = -5$, то $(-5)^2 + 3 \cdot (-5) - 10 = 25 - 15 - 10 = 0$, правильно, −5 є коренем рівняння;

2) $\frac{1}{4}x^2 - 4x = 0$; якщо $x = 4$, то $\frac{1}{4} \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 = 4 - 16 \neq 0$; 4 — не є коренем рівняння.

601. 1) $5x^2 - 45 = 0$; $5(x^2 - 9) = 0$; $5(x - 3)(x + 3) = 0$; $x - 3 = 0$ або $x + 3 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$. *Відповідь:* 3; −3.

2) $x^2 + 8x = 0$; $x(x + 8) = 0$; $x_1 = 0$ або $x + 8 = 0$; $x_2 = -8$. *Відповідь:* 0; −8.

3) $2x^2 - 10 = 0; 2(x^2 - 5) = 0$; $2\left(x - \sqrt{5}\right)\left(x + \sqrt{5}\right) = 0$; $x - \sqrt{5} = 0$ або $x + \sqrt{5} = 0$; $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$. *Відповідь:* $\sqrt{5}$; $-\sqrt{5}$.

4) $2x^2 - 10x = 0$; $2x(x - 5) = 0$; $x_1 = 0$ або $x - 5 = 0$; $x_2 = 5$. *Відповідь:* 0; 5.

5) $64x^2 - 9 = 0$; $(8x - 3)(8x + 3) =$; $8x - 3 = 0$ або $8x + 3 = 0$; $x_1 = \frac{3}{8}$; $x_2 = -\frac{3}{8}$. *Відповідь:* $\frac{3}{8}$; $-\frac{3}{8}$.

6) $x^2 + 16 = 0$; $x^2 = -16$; коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

602. 1) $x^2 + 7x = 0$; $x(x + 7) = 0$; $x_1 = 0$ або $x + 7 = 0$; $x_2 = -7$. *Відповідь:* 0; −7.

2) $2x^2 - 11x = 0$; $x(2x - 11) = 0$; $x_1 = 0$ або $2x - 11 = 0$; $2x = 11$; $x_2 = 5{,}5$. *Відповідь:* 0; 5,5.

3) $3x^2 - 6 = 0$; $3(x^2 - 2) = 0$; $3\left(x - \sqrt{2}\right)\left(x + \sqrt{2}\right) = 0$; $x - \sqrt{2} = 0$ або $x + \sqrt{2} = 0$; $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$. *Відповідь:* $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$.

4) $-8x^2 = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$. *Відповідь:* 0.

603. 1) $(3x-1)(x+4)=-4;$ $3x^2+12x-x-\cancel{4}+\cancel{4}=0;$ $3x^2+11x=0;$ $x(3x+11)=0;$

$x_1=0$ або $3x+1=0;$ $x=-\frac{11}{3};$ $x_2=-3\frac{2}{3}.$ *Відповідь:* $0;$ $-3\frac{2}{3}.$

2) $(2x-1)^2-6(6-x)=2x;$ $4x^2-\cancel{4x}+1-36+\cancel{6x}-\cancel{2x}=0;$ $4x^2-35=0;$

$4x^2=35;$ $x^2=\frac{35}{4};$ $x=\sqrt{\frac{35}{4}}$ або $x=-\sqrt{\frac{35}{4}};$ $x_1=\frac{\sqrt{35}}{2};$ $x_2=-\frac{\sqrt{35}}{2}.$

Відповідь: $\frac{\sqrt{35}}{2};$ $-\frac{\sqrt{35}}{2}.$

3) $(x+2)(x-3)-(x-5)(x+5)=x^2-x;$

$\cancel{x^2}-\cancel{3x}+\cancel{2x}-6-(x^2-25)-\cancel{x^2}+\cancel{x}=0;$ $-x^2-6+25=0;$ $-x^2+19=0;$

$x^2-19=0;$ $x^2=19;$ $x_1=\sqrt{19}$ або $x_2=-\sqrt{19}.$ *Відповідь:* $\sqrt{19};$ $-\sqrt{19}.$

604. 1) $(3x-2)(3x+2)+(4x-5)^2=10x+21;$

$9x^2-\cancel{4}+16x^2-40x+\cancel{25}-10x-\cancel{21}=0;$ $25x^2-50x=0;$ $25x(x-2)=0;$

$x_1=0$ або $x-2=0;$ $x_2=2.$ *Відповідь:* 0; 2.

2) $(2x-1)(x+8)-(x-1)(x+1)=15x;$ $2x^2+\cancel{16x}-\cancel{x}-8-x^2+1-\cancel{15x}=0;$

$x^2-7=0;$ $(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})=0;$ $x-\sqrt{7}=0$ або $x+\sqrt{7}=0;$ $x_1=\sqrt{7};$

$x_2=-\sqrt{7}.$ *Відповідь:* $\sqrt{7};$ $-\sqrt{7}.$

605. Нехай два послідовних числа n і $(n+1)$, тоді добуток $n(n+1)$ на 36 більший за n. Рівняння: $n(n+1)-n=36;$ $n^2+n-n=36;$ $n^2=36;$ $n_1=6$ або $n_2=-6;$ $n_2=-6$ — сторонній корінь, $-6\not\subset N;$

1) $6+1=7$ — друге число. *Відповідь:* 6 і 7.

606. Нехай два послідовних натуральних числа n і $(n+1)$, тоді добуток $n(n+1)$ на 80 більший за $(n+1)$. Рівняння: $n(n+1)-(n+1)=80;$ $n^2+n-n-1=80;$ $n^2=81;$ $n_1=9$ або $n_2=-9;$ $n_2=-9$ — сторонній корінь, $-9\not\subset N.$

1) $9+1=10$ — друге число. *Відповідь:* 9 і 10.

607. Для доведення підставимо значення змінної в рівняння: $x^2-4x+1=0.$

Якщо $x=2-\sqrt{3}$, то $(2-\sqrt{3})^2-4(2-\sqrt{3})+1=4-\cancel{4\sqrt{3}}+3-8+\cancel{4\sqrt{3}}+1=0;$

$2-\sqrt{3}$ — корінь рівняння;

якщо $x=2+\sqrt{3}$, то $(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+1=4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+1=0;$

$2+\sqrt{3}$ — корінь рівняння. Доведено.

608. 1) $\frac{x^2-8x}{6}=x;$ $x^2-8x=6x;$ $x^2-8x-6x=0;$ $x^2-14x=0;$ $x(x-14)=0;$

$\left[\begin{array}{l}x=0,\\x=14.\end{array}\right.$ *Відповідь:* 0; 14.

2) $\frac{x^2-3}{5}-\frac{x^2-1}{2}=2;$ $\frac{^2\cancel{10}(x^2-3)}{\cancel{5}_1}-\frac{^5\cancel{10}(x^2-1)}{\cancel{2}_1}=2\cdot10;$

$2x^2-6-5x^2+5-20=0;$ $-3x^2-21=0;$ $3x^2=-21;$ $x^2=-7;$ коренів немає.

Відповідь: коренів немає.

609. 1) $\frac{x^2+x}{7}-\frac{x}{3}=0;$ $\frac{^3\cancel{21}(x^2+x)}{\cancel{7}_1}-\frac{^7\cancel{21}x}{\cancel{3}_1}=0;$ $3x^2+3x-7x=0;$ $3x^2-4x=0;$

$x(3x-4)=0;$ $\left[\begin{array}{l}x=0,\\x=\frac{4}{3}.\end{array}\right.$ *Відповідь:* $0;$ $\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}.$

2) $\frac{x^2+1}{6}-\frac{x^2+2}{4}=-1$; $\frac{^2 12(x^2+1)}{6_1}-\frac{^3 12(x^2+2)}{4_1}=-1\cdot 12$; $2x^2+2-3x^2-6+12=0$;

$-x^2+8=0$; $x^2=8$; $\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{8},\\ x=-\sqrt{8};\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=2\sqrt{2},\\ x=-2\sqrt{2}.\end{array}\right.$ *Відповідь:* $2\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$.

610. Підставимо значення кореня в рівняння:

1) $x^2+mx-6=0$; якщо $x=2$, то $2^2+2m-6=0$; $2m=6-4$; $m=1$;

2) $2x^2-7x+m=0$; якщо $x=-3$, то $2\cdot(-3)^2-7\cdot(-3)+m=0$; $18+21+m=0$; $m=-39$;

3) $m^2x^2+14x-3=0$; якщо $x=\frac{1}{7}$, то $\frac{1}{49}m^2+14\cdot\frac{1}{7}-3=0$;

$\frac{1}{49}m^2-1=0$; $m^2=49$; $\left[\begin{array}{l}m=7,\\ m=-7.\end{array}\right.$ *Відповідь:* 1) 1; 2) –39; 3) 7; –7.

611. Підставимо значення змінної в рівняння:

1) $x^2-nx+3=0$; якщо $x=6$, то $6^2-6n+3=0$; $36+3=6n$; $6n=39$; $n=\frac{39}{6}$; $n=6{,}5$;

2) $nx^2-8x+10=0$; якщо $x=0{,}5$, то $0{,}25n-8\cdot 0{,}5+10=0$; $0{,}25n-4+10=0$; $0{,}25n=-6$; $n=-6:0{,}25$; $n=-24$. *Відповідь:* 1) 6,5; 2) –24.

612. 1) $x^2-6x+8=0$; $x^2-2x-4x+8=0$; $x(x-2)-4(x-2)=0$;

$(x-2)(x-4)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=2,\\ x=4;\end{array}\right.$

2) $x^2+12x+20=0$; $x^2+10x+2x+20=0$; $x(x+10)+2(x+10)=0$;

$(x+10)(x+2)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=-10,\\ x=-2;\end{array}\right.$

3) $x^2+22x-23=0$; $x^2+23x-x-23=0$; $x(x+23)-1(x+23)=0$;

$(x+23)(x-1)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=-23,\\ x=1.\end{array}\right.$ *Відповідь:* 1) 2; 4; 2) –10; –2; 3) –23; 1.

613. 1) $x^2-4x+3=0$; $(x^2-4x+4)-4+3=0$; $(x-2)^2=1$; $x-2=1$ або $x-2=-1$; $x_1=3$; $x_2=2-1$; $x_2=1$;

2) $x^2+6x-7=0$; $(x^2+6x+9)-9-7=0$; $(x+3)^2=16$; $x+3=4$ або $x+3=-4$; $x_1=1$ або $x_2=-7$;

3) $x^2+8x+20=0$; $(x^2+8x+16)-16+20=0$; $(x+4)^2=-4$; коренів немає.

Відповідь: 1) 3; 1; 2) 1; –7; 3) коренів немає.

614. 1) $x^2-10x+9=0$; $x^2-9x-x+9=0$; $x(x-9)-(x-9)=0$;

$(x-9)(x-1)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=9,\\ x=1;\end{array}\right.$

2) $x^2+2x-3=0$; $x^2+3x-x-3=0$; $x(x+3)-(x+3)=0$;

$(x+3)(x-1)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=-3,\\ x=1;\end{array}\right.$

3) $x^2-x-2=0$; $x^2-2x+x-2=0$; $x(x-2)+(x-2)=0$;

$(x-2)(x+1)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=2,\\ x=-1;\end{array}\right.$

4) $x^2+6x+5=0$; $x^2+5x+x+5=0$; $x(x+5)+(x+5)=0$;

$(x+5)(x+1)=0$; $\left[\begin{array}{l}x=-5,\\ x=-1.\end{array}\right.$ *Відповідь:* 1) 9; 1; 2) –3; 1; 3) 2; –1; 4) –5; –1.

615. Нехай два послідовних цілих числа n і $(n+1)$, тоді сума квадратів дорівнює $n^2+(n+1)^2$. За умовою задачі $n^2+(n+1)^2$ на 17 більша за $2(n+1)$.

Рівняння: $n^2+(n+1)^2-2(n+1)=17$; $n^2+n^2+\cancel{2n}+1-\cancel{2n}-2-17=0$;

$2n^2-18=0$; $n^2=9$; $\left[\begin{array}{l}n=3,\\ n=-3;\end{array}\right.$

1) $3+1=4$ — друге число; 2) $-3+1=-2$ — друге число.

Відповідь: 3 і 4 або –3 і –2.

616. Нехай два послідовних цілих числа n і $(n+1)$, тоді сума квадратів чисел дорівнює $n^2+(n+1)^2$, за умовою задачі дорівнює 1.

Рівняння: $n^2+(n+1)^2=1$; $n^2+n^2+2n+1-1=0$; $2n^2+2n=0$; $n^2+n=0$; $n(n+1)=0$; $n=0$ або $n+1=0$, $n=-1$.

1) $0+1=1$ — друге число або $-1+1=0$. *Відповідь:* 0 і 1 або –1 і 0.

617. Рівняння не є квадратним при умові, що старший член дорівнює 0;

1) $(m-4)x^2+mx+7=0$; $m-4=0$; $m=4$;

2) $(m^2+8m)x^2+(m+8)x+10=0$; $m^2+8m=0$; $m(m+8)=0$; $m=0$ або $m=-8$;

3) $(m^2-81)x^2-6x+m=0$; $m^2-81=0$; $(m-9)(m+9)=0$; $m=9$ або $m=-9$.

Відповідь: 1) 4; 2) 0; –8; 3) 9; –9.

618. $ax^2+bx=0$; $x(ax+b)=0$; $x_1=0$ або $ax+b=0$; $x_2=\dfrac{-b}{a}$;

1) якщо $a>0$, $b>0$, то $x<0$; 2) якщо $a<0$, $b>0$, то $x>0$;

3) якщо $a>0$, $b<0$, то $x>0$; 4) якщо $a<0$, $b<0$, то $x<0$.

619. $ax^2+c=0$; $ax^2=-c$; $x^2=-\dfrac{c}{a}$, рівняння має корені, якщо $-\dfrac{c}{a}>0$.

1) Якщо $a>0$, $c>0$, то $-\dfrac{c}{a}<0$, коренів немає;

2) якщо $a<0$, $c>0$, то $-\dfrac{c}{a}>0$, є корені рівняння;

3) якщо $a>0$, $c<0$, то $-\dfrac{c}{a}>0$, є корені рівняння;

4) якщо $a<0$, $c<0$, то $-\dfrac{c}{a}<0$, коренів немає.

Відповідь: рівняння має корені, якщо $a<0$, $c>0$ або $a>0$, $c<0$.

620. 1) $3x^2-2x+4+*=0$. Якщо корені рівняння 4 і 0, то рівняння має вигляд $x^2-4x=0$, тому $*=-(3x^2-2x+4-(x^2+4x))=-(3x^2-2x+4-x^2+4x)=$ $=-(2x^2+2x+4)=-2x^2-2x-4$;

2) якщо корені рівняння –1 і 1, то рівняння має вигляд $(x-1)(x+1)=0$; $x^2-1=0$, тому $*=-(3x^2-2x+4-(x^2-1))=$ $=-(3x^2-2x+4-x^2+1)=-(2x^2-2x+5)=-2x^2+2x-5$.

Відповідь: 1) $-2x^2-2x-4$; 2) $-2x^2+2x-5$.

621. 1) $x^2+5x-1+*=0$. Якщо корені рівняння 0 і –7, то рівняння має вигляд $x(x+7)=0$; $x^2+7x=0$,

тому $*=x^2+7x-(x^2+5x-1)=x^2+7x-x^2-5x+1=2x+1$;

2) якщо корені рівняння –4 і 4, то рівняння має вигляд $x^2-16=0$,

тому $*=x^2+7x-(x^2+5x-1)=x^2-16-x^2-5x+1=-5x-15$.

Відповідь: 1) $2x+1$; 2) $-5x-15$.

622. 1) $x^2-3|x|=0$; $|x|^2-3|x|=0$; $|x|(|x|-3)=0$; $|x|=0$ або $|x|-3=0$; $x=0$; $\left[\begin{array}{l}x=3,\\x=-3.\end{array}\right.$

Відповідь: 0; 3; –3.

2) $x^2+|x|-2x=0$;

1) якщо $x\ge 0$, то $x^2+x-2x=0$; $x^2-x=0$; $x(x-1)=0$; $x=0$ або $x=1$.

2) якщо $x<0$, то $x^2-x-2x=0$; $x^2-3x=0$; $x(x-3)=0$; $x=0$ або $x=3$; $x=3$ — сторонній корінь; $x=0$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 0; 1.

3) $x^2-\dfrac{|x|}{x}=0$, $x\ne 0$.

Якщо $x>0$, то $x^2-\dfrac{x}{x}=0$; $x^2-1=0$;

$\left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-1; \end{array}\right.$ $x=-1$ — сторонній корінь, $x>0$;

якщо $x<0$, то $x^2+\frac{x}{x}=0$; $x^2+1=0$; коренів немає. *Відповідь:* 1.

4) $x^2-\frac{2x^2}{|x|}=0$, $x\neq 0$.

Якщо $x>0$, то $x^2-\frac{2x^2}{x}=0$; $x^2-2x=0$; $x(x-2)=0$;

$\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=2; \end{array}\right.$ $x=0$ — сторонній корінь, $x\neq 0$;

якщо $x<0$, то $x^2+\frac{2x^2}{x}=0$; $x^2+2x=0$; $x(x+2)=0$;

$\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=-2; \end{array}\right.$ $x=0$ — сторонній корінь, $x\neq 0$. *Відповідь:* 2; –2.

623. 1) $x^2-7|x|=0$; $|x|^2-7|x|=$; $|x|(|x|-7)=0$; $|x|=0$ або $|x|-7=0$; $x_1=0$; $\left[\begin{array}{l} x=7, \\ x=-7. \end{array}\right.$

Відповідь: 0; 7; –7.

2) $x^2-6|x|+x=0$;

а) якщо $x\geq 0$, то $x^2-6x+x=0$; $x^2-5x=0$; $x(x-5)=0$; $\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=5; \end{array}\right.$

б) якщо $x<0$, то $x^2+6x+x=0$; $x^2+7x=0$; $x(x+7)=0$; $\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=-7; \end{array}\right.$

$x=0$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 0; 5; –7.

3) $2x^2-\frac{3x^2}{|x|}=0$, $x\neq 0$.

1) Якщо $x>0$, то $2x^2-\frac{3x^2}{x}=0$; $2x^2-3x=0$; $x(2x-3)=0$;

$x=0$ — сторонній корінь; або $2x-3=0$; $x=1{,}5$;

2) якщо $x<0$, то $2x^2+\frac{3x^2}{x}=0$; $2x^2+3x=0$; $x(2x+3)=0$;

$x=0$ — сторонній корінь, $x=-1{,}5$. *Відповідь:* 1,5; –1,5.

624. $(a-2)x^2+(2a-1)x+a^2-4=0$.

1) Лінійним буде рівняння, якщо старший коефіцієнт дорівнює нулю, а другий не дорівнює нулю: $\left\{\begin{array}{l} a-2=0, \text{ тому } a=2; \\ 2a-1\neq 0. \end{array}\right.$

2) Зведеним буде рівняння, якщо старший коефіцієнт дорівнює 1: $a-2=1$; $a=3$.

3) Неповним незведеним рівнянням буде, якщо старший член не дорівнює 0; 1, а другий або третій коефіцієнт дорівнює нулю: $\left\{\begin{array}{l} a-2\neq 1, \\ a-2\neq 0, \\ \left[\begin{array}{l} 2a-1=0, \\ a^2-4=0, \end{array}\right. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a\neq 3, \\ a\neq 2, \\ \left[\begin{array}{l} a=0,5 \\ a=2,\ a=-2, \end{array}\right. \end{array}\right.$

$a=2$ — стороннє значення.

4) Неповним зведеним рівнянням буде, якщо старший коефіцієнт дорівнює 1, а другий або третій коефіцієнт дорівнює нулю: $\left\{\begin{array}{l} a-2=1, \\ \left[\begin{array}{l} 2a-1=0, \\ a^2-4=0, \end{array}\right. \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} a=3, \\ \left[\begin{array}{l} a=0,5, \\ a=2 \text{ або } -2, \end{array}\right. \end{array}\right.$

таких значень немає.

Відповідь: 1) 2; 2) 3; 3) 0,5; –2; 4) значень немає.

625. Підставимо значення $x=0$ в рівняння:

1) $x^2+ax+a-4=0$; $0+a-4=0$; $a=4$; $x^2+4x=0$; $x(x+4)=0$; $\left[\begin{array}{l} x_1=0, \\ x_2=-4. \end{array}\right.$

Відповідь: $a=4$, $x_2=-4$.

2) $4x^2+(a-8)x+a^2+a=0$; $0+a^2+a=0$; $a(a+1)=0$; $\left[\begin{array}{l} a=0, \\ a=-1. \end{array}\right.$

Якщо $a=0$, то $4x^2-8x=0$; $x(x-2)=0$; $x_2=2$;

якщо $a=-1$, то $4x^2-9x=0$; $x(4x-9)=0$; $x_2=\frac{9}{4}$.

Відповідь: 1) $a=0$, $x_2=2$; 2) $a=-1$, $x_2=2\frac{1}{4}$.

3) $ax^2+(a+3)x+a^2-3a=0$; $0+a^2-3a=0$; $a(a-3)=0$; $a=0$ або $a=3$.
Якщо $a=0$, то рівняння не є квадратним;
якщо $a=3$, то $3x^2+6x=0$; $3x(x+2)=0$; $x_1=0$ або $x_2=-2$.
Відповідь: $a=3$, $x_2=-2$.

626. 1) $\frac{(3-2a)^{\backslash a}}{2a}-\frac{(1-a^2)^{\backslash 2}}{a^2}=\frac{3a+2a^2-2+2a^2}{2a^2}=\frac{3a-2}{2a^2}$;

2) $\frac{a^2-6b^2}{3b}+2b=\frac{a^2-6b^2+6b^2}{3b}=\frac{a^2}{3b}$;

3) $\frac{4}{c^2-4c}-\frac{c+4}{c^2-16}=\frac{4}{c(c-4)}-\frac{(c+4)^{2}}{(c-4)(c+4)}=\frac{4-c}{c(c-4)}=-\frac{c-4}{c(c-4)}=-\frac{1}{c}$;

4) $\frac{56a^5}{b^4}\cdot\frac{b^2}{14b^5}=\frac{{}^4 56a^5\cdot b^2}{b\cdot 14_1\cdot b^5}=\frac{4a^5}{b^2\cdot b^5}=\frac{4a^5}{b^7}$;

5) $\frac{72a^3b}{c}:(27a^2b)=\frac{{}^8 72a^3 b\cdot 1}{c\cdot 27_3\cdot a^2 b}=\frac{8a}{3c}$;

6) $\frac{4a^2-1}{a^2-9}:\frac{10a+5}{a+3}=\frac{(2a-1)(2a+1)\cdot(a+3)}{(a-3)(a+3)\cdot 5(2a+1)}=\frac{2a-1}{5(a-3)}$.

627. 1) $10\sqrt{3}-5\sqrt{48}+2\sqrt{75}=10\sqrt{3}-5\sqrt{16\cdot 3}+2\sqrt{25\cdot 3}=10\sqrt{3}-20\sqrt{3}+10\sqrt{3}=0$;

2) $(3\sqrt{5}-\sqrt{20})\sqrt{5}=3\cdot 5-\sqrt{20\cdot 5}=15-10=5$;

3) $(5-\sqrt{2})^2=25-10\sqrt{2}+2=27-10\sqrt{2}$;

4) $(\sqrt{18}-\sqrt{3})\sqrt{2}+0,5\sqrt{24}=\sqrt{36}-\sqrt{6}+0,5\sqrt{4\cdot 6}=6-\sqrt{6}+\sqrt{6}=6$.

628. 1) $y=x^2$ — парабола, рисунок б);

2) $y=2x$ — пряма, яка проходить через точку (1; 2), рисунок а);

3) $y=\frac{x}{2}$ — пряма, яка проходить через точку (2; 1), рисунок г);

4) $y=\frac{2}{x}$ — гіпербола, рисунок в).

629. Нехай задумане число x, тоді подвоєне число $2x$, якщо збільшити у двоцифрового числа кожну цифру, то число стане $x+22$. За умовою задачі $x+22$ на 13 менше від $2x$. Рівняння: $x+22+13=2x$; $22+13=2x-x$; $x=35$.
Відповідь: 35.

630. На вході картка $(a;\ b)$ переходить в картку $\left(\frac{a+b}{2};\ \frac{2ab}{a+b}\right)$.

Добуток чисел першої картки ab, другої — $\frac{a+b}{2}\cdot\frac{2ab}{a+b}=ab$.

Добуток чисел картки (0,25; 1000) дорівнює 250, а картки (1,25; 250) дорівнює 312,5. Добутки різні, тому за допомогою автомата із картки (0,25; 1000) отримати картку (1,25; 250) неможливо. *Відповідь:* ні.

631. За формулою $D=b^2-4ac$ знайдемо значення дискримінанта та кількість коренів рівняння:

1) $x^2+2x-4=0$; $a=1$, $b=2$, $c=-4$; $D=4-4\cdot 1\cdot(-4)=4+16=20>0$, рівняння має 2 кореня;

2) $x^2-3x+5=0$; $a=1$, $b=-3$, $c=5$; $D=9-4\cdot 1\cdot 5=9-20=-11<0$, рівняння коренів не має;

3) $2x^2 - 6x - 3{,}5 = 0$; $a = 2$, $b = -6$, $c = -3{,}5$;
$D = 36 - 4 \cdot 2 \cdot (-3{,}5) = 36 + 28 = 64 > 0$, рівняння має 2 кореня;
4) $5x^2 - 2x + 0{,}2 = 0$; $a = 5$, $b = -2$, $c = 0{,}2$;
$D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot 0{,}2 = 4 - 4 = 0$, рівняння має 1 корінь.

632. Рівняння має два корені, якщо $D > 0$.
1) $x^2 + 4x + 8 = 0$; $a = 1$, $b = 4$, $c = 8$;
$D = 16 - 4 \cdot 8 = 16 - 32 = -16 < 0$, коренів не має;
2) $3x^2 - 4x - 1 = 0$; $a = 3$, $b = -4$, $c = -1$;
$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 + 12 = 28 > 0$, рівняння має два корені;
3) $4x^2 - 12x + 9 = 0$; $a = 4$, $b = -12$, $c = 9$;
$D = 144 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$, рівняння має один корінь;
4) $2x^2 - 9x + 15 = 0$; $a = 2$, $b = -9$, $c = 15$;
$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 15 = 81 - 120 = -39 < 0$, рівняння коренів не має.

633. Рівняння не має коренів, якщо $D < 0$:
1) $x^2 - 6x + 4 = 0$; $a = 1$, $b = -6$, $c = 4$,
$D = 36 - 4 \cdot 4 = 36 - 16 = 20 > 0$, рівняння має два кореня;
2) $5x^2 - 10x + 6 = 0$; $a = 5$, $b = -10$, $c = 6$,
$D = 100 - 4 \cdot 5 \cdot 6 = 100 - 120 = -20 < 0$, рівняння коренів не має;
3) $3x^2 + 4x - 2 = 0$; $a = 3$, $b = 4$, $c = -2$,
$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 16 + 24 = 46 > 0$, рівняння має два кореня;
4) $0{,}04x^2 - 0{,}4x + 1 = 0$; $a = 0{,}04$; $b = -0{,}4$; $c = 1$,
$D = 0{,}16 - 4 \cdot 0{,}04 = 0$, рівняння має один корінь.

634. 1) $x^2 - 4x + 3 = 0$; $a = 1$, $b = -4$, $c = 3$, $D = 16 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0$;
$x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = 3$, $x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$. *Відповідь:* 3; 1.
2) $x^2 + 2x - 3 = 0$; $a = 1$, $b = 2$, $c = -3$, $D = 4 - 4 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$;
$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$. *Відповідь:* –1; 3.
3) $x^2 + 3x - 4 = 0$; $a = 1$, $b = 3$, $c = -4$, $D = 9 - 4 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 > 0$;
$x_1 = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$, $x_2 = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$. *Відповідь:* 1; –4.
4) $x^2 - 4x - 21 = 0$; $a = 1$, $b = -4$, $c = -21$, $D = 16 - 4 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100 > 0$;
$x_1 = \frac{4+10}{2} = 7$, $x_2 = \frac{4-10}{2} = -3$. *Відповідь:* 7; –3.
5) $x^2 + x - 56 = 0$; $a = 1$, $b = 1$, $c = -56$, $D = 1 - 4 \cdot (-56) = 1 + 224 = 225 > 0$;
$x_1 = \frac{-1+15}{2} = \frac{14}{2} = 7$, $x_2 = \frac{-1-15}{2} = \frac{-16}{2} = -8$. *Відповідь:* 7; –8.
6) $x^2 - 5x - 7 = 0$; $a = 1$, $b = -6$, $c = -7$, $D = 36 - 4 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64 > 0$;
$x_1 = \frac{6+8}{2} = \frac{14}{2} = 7$, $x_2 = \frac{6-8}{2} = \frac{-2}{2} = -1$. *Відповідь:* 7; –1.
7) $x^2 - 8x + 12 = 0$; $a = 1$, $b = -8$, $c = 12$, $D = 64 - 4 \cdot 12 = 64 - 48 = 16 > 0$;
$x_1 = \frac{8+4}{2} = \frac{12}{2} = 6$, $x_2 = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$. *Відповідь:* 6; 2.
8) $x^2 + 7x + 6 = 0$; $a = 1$, $b = 7$, $c = 6$, $D = 49 - 4 \cdot 6 = 49 - 24 = 25 > 0$;
$x_1 = \frac{-7+5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$, $x_2 = \frac{-7-5}{2} = \frac{-12}{2} = -6$. *Відповідь:* –1; –6.
9) $-x^2 + 6x + 55 = 0$; $a = -1$, $b = 6$, $c = 55$, $D = 36 - 4 \cdot (-1) \cdot 55 = 36 + 220 = 256 > 0$;
$x_1 = \frac{-6+16}{-2} = \frac{10}{-2} = -5$, $x_2 = \frac{-6-16}{-2} = \frac{-22}{-2} = 11$. *Відповідь:* –5; 11.

10) $2x^2-3x-2=0$; $a=2$, $b=-3$, $c=-2$, $D=9-4\cdot2\cdot(-2)=9+16=25>0$;

$x_1=\frac{3+5}{4}=\frac{8}{4}=2$, $x_2=\frac{3-5}{4}=\frac{-2}{4}=-0,5$. *Відповідь:* 2; –0,5.

11) $2x^2-x-6=0$; $a=2$, $b=-1$, $c=-6$, $D=1-4\cdot2\cdot(-6)=1+48=49>0$;

$x_1=\frac{1+7}{4}=\frac{8}{4}=2$, $x_2=\frac{1-7}{2\cdot2}=\frac{-6}{4}=-\frac{3}{2}=-1,5$. *Відповідь:* 2; –1,5.

12) $3x^2-4x-20=0$; $a=3$, $b=-4$, $c=-20$, $D=16-4\cdot3\cdot(-20)=16+240=256>0$;

$x_1=\frac{4+16}{6}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$, $x_2=\frac{4-16}{6}=\frac{-12}{6}=-2$. *Відповідь:* $3\frac{1}{3}$; –2.

13) $10x^2-7x-3=0$; $a=10$, $b=-7$, $c=-3$, $D=49-4\cdot10\cdot(-3)=49+120=169>0$;

$x_1=\frac{7+13}{20}=\frac{20}{20}=1$, $x_2=\frac{7-13}{20}=\frac{-6}{20}=-\frac{3}{10}$. *Відповідь:* 1; –0,3.

14) $-5x^2+7x-2=0$; $a=-5$, $b=7$, $c=-2$, $D=49-4\cdot(-5)\cdot(-2)=49-40=9>0$;

$x_1=\frac{-7+3}{-10}=\frac{-4}{-10}=0,4$; $x_2=\frac{-7-3}{-10}=1$. *Відповідь:* 0,4; 1.

15) $-6x^2-7x-1=0$; $a=-6$, $b=-7$, $c=-1$, $D=49-4\cdot(-6)\cdot(-1)=49-24=25>0$;

$x_1=\frac{7+5}{-12}=\frac{12}{-12}=-1$, $x_2=\frac{7-5}{-12}=\frac{2}{-12}=-\frac{1}{6}$. *Відповідь:* –1; $-\frac{1}{6}$.

16) $3x^2-10x+3=0$; $a=3$, $b=-10$, $c=3$, $D=100-4\cdot3\cdot3=100-36=64>0$;

$x_1=\frac{10+8}{6}=\frac{18}{6}=3$, $x_2=\frac{10-8}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. *Відповідь:* 3; $\frac{1}{3}$.

17) $-3x^2+7x+6=0$; $a=-3$, $b=7$, $c=6$, $D=49-4\cdot(-3)\cdot6=49+72=121>0$;

$x_1=\frac{-7+11}{-6}=\frac{4}{-6}=-\frac{2}{3}$; $x_2=\frac{-7-11}{-6}=\frac{-18}{-6}=3$. *Відповідь:* $-\frac{2}{3}$; 3.

18) $x^2-4x+1=0$; $a=1$, $b=-4$, $c=1$, $D=16-4=12>0$;

$x_1=\frac{4+\sqrt{12}}{2}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$; $x_2=\frac{4-\sqrt{12}}{2}=2-\sqrt{3}$. *Відповідь:* $2\pm\sqrt{3}$.

19) $2x^2-x-4=0$; $a=2$, $b=-1$, $c=-4$, $D=1-4\cdot2\cdot(-4)=1+32=33>0$;

$x_1=\frac{1+\sqrt{33}}{4}$; $x_2=\frac{1-\sqrt{33}}{2}$. *Відповідь:* $\frac{1\pm\sqrt{33}}{4}$.

20) $x^2-8x+20=0$; $a=1$, $b=-8$, $c=20$, $D=64-4\cdot20=64-80=-16<0$, коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

635. 1) $x^2-3x+2=0$; $a=1$, $b=-3$, $c=2$, $D=9-4\cdot2=9-8=1>0$;

$x_1=\frac{3+1}{2}=2$, $x_2=\frac{3-1}{2}=1$. *Відповідь:* 2; 1.

2) $x^2+12x-13=0$; $a=1$, $b=12$, $c=-13$, $D=144-4\cdot(-13)=144+52=19$ $6>0$; $x_1=\frac{-12+14}{2}=1$, $x_2=\frac{-12-14}{2}=-13$. *Відповідь:* 1; –13.

3) $x^2-7x+10=0$; $a=1$, $b=-7$, $c=10$, $D=49-4\cdot10=9>0$;

$x_1=\frac{7+3}{2}=5$, $x_2=\frac{7-3}{2}=2$. *Відповідь:* 5; 2.

4) $x^2-x-72=0$; $a=1$, $b=-1$, $c=-72$, $D=1-4\cdot(-72)=1+288=289>0$;

$x_1=\frac{1+17}{2}=9$, $x_2=\frac{1-17}{2}=-8$. *Відповідь:* 9; –8.

5) $2x^2-5x+2=0$; $a=1$, $b=-5$, $c=2$, $D=25-4\cdot2\cdot2=25-16=9>0$;

$x_1=\frac{5+3}{4}=2$, $x_2=\frac{5-3}{4}=0,5$. *Відповідь:* 2; 0,5.

6) $2x^2 - 7x - 4 = 0$; $a = 2$, $b = -7$, $c = -4$, $D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81 > 0$;

$x_1 = \frac{7+9}{4} = 4$, $x_2 = \frac{7-9}{4} = -0,5$. *Відповідь:* 4; $-0,5$.

7) $4x^2 - 3x - 1 = 0$; $a = 4$, $b = -3$, $c = -1$, $D = 9 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 9 + 16 = 25 > 0$;

$x_1 = \frac{3+5}{8} = 1$, $x_2 = \frac{3-5}{8} = -\frac{1}{4}$. *Відповідь:* 1; $-\frac{1}{4}$.

8) $-2x^2 + x + 15 = 0$; $a = -2$, $b = 1$, $c = 15$, $D = 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 15 = 1 + 120 = 121 > 0$;

$x_1 = \frac{-1+11}{-4} = \frac{10}{-4} = -2,5$; $x_2 = \frac{-1-11}{-4} = 3$. *Відповідь:* 3; $-2,5$.

9) $6x^2 + 7x - 5 = 0$; $a = 6$, $b = 7$, $c = -5$, $D = 49 - 4 \cdot 6 \cdot (-5) = 49 + 120 = 169 > 0$;

$x_1 = \frac{-7+13}{12} = 0,5$; $x_2 = \frac{-7-13}{12} = \frac{-20}{12} = -1\frac{2}{3}$. *Відповідь:* $\frac{1}{2}$; $-1\frac{2}{3}$.

10) $18x^2 - 9x - 5 = 0$; $a = 18$, $b = -9$, $c = -5$, $D = 81 - 4 \cdot 18 \cdot (-5) = 81 + 360 = 441 > 0$;

$x_1 = \frac{9+21}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$; $x_2 = \frac{9-21}{36} = \frac{-12}{36} = -\frac{1}{3}$. *Відповідь:* $\frac{5}{6}$; $-\frac{1}{3}$.

11) $x^2 - 6x + 11 = 0$; $a = 1$, $b = -6$, $c = 11$, $D = 36 - 4 \cdot 11 = 36 - 44 = -8 < 0$, коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

12) $-x^2 - 8x + 12 = 0$; $a = -1$, $b = -8$, $c = 12$, $D = 64 - 4 \cdot (-1) \cdot 12 = 64 + 48 = 112 > 0$;

$x_1 = \frac{8+\sqrt{112}}{-2} = \frac{8+4\sqrt{7}}{-2} = -4 - 2\sqrt{7}$; $x_2 = \frac{8-4\sqrt{7}}{-2} = -4 + 2\sqrt{7}$.

Відповідь: $-4 + 2\sqrt{7}$; $-4 - 2\sqrt{7}$.

636. 1) $6x^2 - 2 = 5 - x$; $6x^2 + x - 7 = 0$; $a = 6$, $b = 1$, $c = -7$,

$D = 1 - 4 \cdot 6 \cdot (-7) = 1 + 168 = 169 > 0$; $x_1 = \frac{-1+13}{12} = 1$, $x_2 = \frac{-1-13}{-12} = \frac{-14}{12} = -1\frac{1}{6}$;

2) $y - 6 = y^2 - 9y + 3$; $y^2 - 9y + 3 - y + 6 = 0$; $y^2 - 10y + 9 = 0$; $a = 1$, $b = -10$, $c = 9$,

$D = 100 - 4 \cdot 9 = 100 - 36 = 64 > 0$; $y_1 = \frac{10+8}{2} = 9$, $y_2 = \frac{10-8}{2} = 1$;

3) $4m^2 + 4m + 2 = 2m^2 + 10m + 8$; $4m^2 + 4m + 2 - 2m^2 - 10m - 8 = 0$;
$2m^2 - 6m - 6 = 0$; $m^2 - 3m - 3 = 0$; $a = 1$, $b = -3$, $c = -3$,

$D = 9 - 4 \cdot (-3) = 9 + 12 = 21 > 0$; $m_1 = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$; $m_2 = \frac{3-\sqrt{21}}{2}$.

Відповідь: 1) $x_1 = 1$, $x_2 = -1\frac{1}{6}$; 2) $y_1 = 9$, $y_2 = 1$; 3) $m_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$.

637. 1) $4x + 4 = 3x^2 + 5x - 10$; $3x^2 + 5x - 10 - 4x - 4 = 0$; $3x^2 - x - 14 = 0$;
$a = 3$, $b = 1$, $c = -14$, $D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot (-14) = 1 + 168 = 169 > 0$;

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{169}}{6} = \frac{-1+13}{6} = 2$; $x_2 = \frac{-1-13}{2} = -2\frac{1}{3}$;

2) $10p^2 + 10p + 8 = 3p^2 - 10p + 11$; $10p^2 + 10p + 8 - 3p^2 + 10p - 11 = 0$;
$7p^2 + 20p - 3 = 0$; $a = 7$, $b = 20$, $c = -3$, $D = 400 - 4 \cdot 7 \cdot (-3) =$

$= 400 + 84 = 484 > 0$; $p_1 = \frac{-20+22}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$; $p_2 = \frac{-20-22}{14} = \frac{-42}{14} = -3$.

Відповідь: 1) 2 і $-2\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{7}$ і 3.

638. 1) $(2x - 5)(x + 2) = 18$; $2x^2 + 4x - 5x - 10 - 18 = 0$; $2x^2 - x - 28 = 0$;
$a = 2$, $b = -1$, $c = -28$, $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-28) = 1 + 224 = 225 > 0$;

$x_1 = \frac{1+15}{4} = \frac{16}{4} = 4$; $x_2 = \frac{1-15}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} = -3,5$;

2) $(4x-3)^2+(3x-1)(3x+1)=9$; $16x^2-24x+\not{9}+9x^2-1-\not{9}=0$;

$25x^2-24x-1=0$; $a=25$, $b=-24$, $c=1$, $D=576-4\cdot25\cdot(-1)=576+100=676>0$;

$x_1=\dfrac{24+26}{50}=\dfrac{50}{50}=1$; $x_2=\dfrac{24-26}{50}=\dfrac{-2}{50}=-\dfrac{1}{25}$;

3) $(x+3)^2-(2x-1)^2=16$; $x^2+6x+9-4x^2+4x-1-16=0$; $-3x^2+10x-8=0$;

$3x^2-10x+8=0$; $a=3$, $b=-10$, $c=8$, $D=100-4\cdot3\cdot8=100-96=4>0$;

$x_1=\dfrac{10-2}{6}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}=1\dfrac{1}{3}$; $x_2=\dfrac{10+2}{6}=2$;

4) $(x-6)^2-2x(x+3)=30-12x$; $x^2-\cancel{12x}+36-2x^2-6x-30+\cancel{12x}=0$;

$-x^2-6x+6=0$; $x^2+6x-6=0$; $a=1$, $b=6$, $c=-6$,

$D=36-4\cdot(-6)=36+24=60$; $x_1=\dfrac{-6+\sqrt{60}}{2}=\dfrac{-6+2\sqrt{15}}{2}=-3+\sqrt{15}$;

$x_2=\dfrac{-6-2\sqrt{15}}{2}=-3-\sqrt{15}$;

5) $(x+7)(x-8)-(4x+1)(x-2)=-21x$; $x^2-8x+7x-56-4x^2+8x-x+2+21x=0$;

$-3x^2+27x-54=0$; $x^2-9x+18=0$; $a=1$, $b=-9$, $c=18$,

$D=81-4\cdot18=81-72=9>0$; $x_1=\dfrac{9+3}{2}=\dfrac{12}{2}=6$; $x_2=\dfrac{9-3}{2}=3$;

6) $(2x-1)(2x+1)-x(1-x)=2x(x+1)$; $4x^2-1-x+x^2=2x^2+2x$;

$4x^2-1-x+x^2-2x^2-2x=0$; $3x^2-3x-1=0$; $a=3$, $b=-3$, $c=-1$,

$D=9-4\cdot3\cdot(-1)=9+12=21>0$; $x_1=\dfrac{3+\sqrt{21}}{6}$; $x_2=\dfrac{3-\sqrt{21}}{6}$.

Відповідь: 1) 4; –3,5; 2) 1; $-\dfrac{1}{25}$; 3) $1\dfrac{1}{3}$; 2; 4) $-3\pm\sqrt{15}$; 5) 6; 3; 6) $\dfrac{3\pm\sqrt{21}}{6}$.

639. 1) $(x-4)^2=4x-11$; $x^2-8x+16-4x+11=0$; $x^2-12x+27=0$;

$D=144-4\cdot1\cdot17=144-108=36>0$; $x_1=\dfrac{12+6}{2}=\dfrac{18}{2}=9$; $x_2=\dfrac{12-6}{2}=\dfrac{6}{2}=3$;

2) $(x+5)^2+(x-7)(x+7)=6x-19$; $x^2+10x+25+x^2-49-6x+19=0$;

$2x^2+4x-5=0$; $D=16-4\cdot2\cdot(-5)=16+40=56>0$;

$x_1=\dfrac{-4+\sqrt{56}}{4}=\dfrac{-4+2\sqrt{14}}{4}=\dfrac{-2+\sqrt{14}}{2}$; $x_2=\dfrac{-4-\sqrt{56}}{4}=\dfrac{-4-2\sqrt{14}}{4}=\dfrac{-2-\sqrt{14}}{2}$;

3) $(3x-1)(x+4)=(2x+3)(x+3)-17$; $3x^2+12x-x-4=2x^2+6x+3x+9-17$;

$3x^2+11x-4-2x^2-9x-9+17=0$; $x^2+2x+4=0$;

$D=4-4\cdot4=4-16=-12<0$; коренів немає.

Відповідь: 1) 9; 3; 2) $\dfrac{-2\pm\sqrt{14}}{2}$; 3) коренів немає.

640. Нехай дане натуральне число n, тоді його квадрат дорівнює n^2. За умовою n^2 більший за n на 42. Рівняння: $n^2-n=42$; $n^2-n-42=0$;

$D=1-4\cdot(-42)=1+168=169$; $n_1=\dfrac{1+13}{2}=7$; $n_2=\dfrac{1-13}{2}=-6$,

$-6\not\subset N$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 7.

641. Нехай сторони прямокутника дорівнюють x см та $(x+9)$ см, тоді площа — $x(x+9)$ см². За умовою задачі площа 70 см².

Рівняння: $x(x+9)=70$; $x^2+9x-70=0$; $D=81-4\cdot(-70)=81+280=361$;

$x_1=\dfrac{-9+19}{2}=5$; $x_2=\dfrac{-9-19}{2}=-14$ — сторонній корінь.

1) $P=2\cdot(5+5+9)=2\cdot19=38$ (см). *Відповідь:* периметр 38 см.

642. Нехай дане число x, тоді друге $(x-8)$. Добуток чисел дорівнює $x \cdot (x-8)$ або 84. Рівняння: $x(x-8)=84$; $x^2-8x-84=0$;

$D=64-4\cdot(-84)=64+336=400$; $x_1=\frac{8+20}{2}=14$; $x_2=\frac{8-20}{2}=-6$.

1) $14-8=6$ або $-6-8=-14$ — друге число. *Відповідь:* 14 і 6 або −6 і −14.

643. Нехай дані натуральні послідовні числа n і $n+1$, тоді добуток дорівнює $n\cdot(n+1)$, а сума $n+n+1$. За умовою задачі $n(n+1)$ на 89 більший за $2n+1$. Рівняння: $n(n+1)-89=2n+1$; $n^2+n-89-2n-1=0$; $n^2-n-90=0$;

$D=1-4\cdot(-90)=361$; $n_1=\frac{1+19}{2}=10$ або $n_2=\frac{1-19}{2}=-9$, $-9\not\subset N$,

n_2 — сторонній корінь. 1) $10+1=11$ — друге число. *Відповідь:* 10 і 11.

644. Нехай дані послідовні натуральні числа n і $n+1$, тоді сума квадратів дорівнює $n^2+(n+1)^2$, за умовою задачі — 365. Рівняння: $n^2+(n+1)^2=365$; $n^2+n^2+2n+1-365=0$; $2n^2+2n-364=0$; $n^2+n-182=0$;

$D=1-4\cdot(-182)=1+728=729=27^2$; $n_1=\frac{-1+27}{2}=13$; $n_2=\frac{-1-27}{2}=-14$, $-14\not\subset N$, n_2 — сторонній корінь.

1) $13+1=14$ — друге число. *Відповідь:* 13 і 14.

645. 1) $2x^2+x\sqrt{5}-15=0$; $a=2$, $b=\sqrt{5}$, $c=-15$, $D=5-4\cdot2\cdot(-15)=5+120=125$;

$x_1=\frac{-\sqrt{5}+5\sqrt{5}}{4}=\frac{4\sqrt{5}}{4}=\sqrt{5}$; $x_2=\frac{-\sqrt{5}-5\sqrt{5}}{4}=\frac{-6\sqrt{5}}{4}=-\frac{3\sqrt{5}}{2}$;

2) $x^2-x(\sqrt{6}-1)-\sqrt{6}=0$; $a=1$, $b=-(\sqrt{6}-1)$, $c=-\sqrt{6}$,

$D=(\sqrt{6}-1)^2-4\cdot(-\sqrt{6})=6-2\sqrt{6}+1+4\sqrt{6}=6+2\sqrt{6}+1=(\sqrt{6}+1)^2$;

$x_1=\frac{\sqrt{6}-1+\sqrt{(\sqrt{6}+1)^2}}{2}=\frac{\sqrt{6}-1+\sqrt{6}+1}{2}=\sqrt{6}$; $x_2=\frac{\sqrt{6}-1-\sqrt{6}-1}{2}=-1$;

3) $\frac{x^2-4}{8}-\frac{2x+3}{3}=-1$; $\frac{{}^{3}24(x^2-4)}{8_1}-\frac{{}^{8}24(2x+3)}{3_1}=-1\cdot24$;

$3x^2-12-16x-24+24=0$; $3x^2-16x-12=0$; $D=256-4\cdot3\cdot(-12)=$ $=256+144=400=20^2$; $x_1=\frac{16+20}{6}=\frac{36}{6}=6$; $x_2=\frac{16-20}{6}=-\frac{2}{3}$;

4) $\frac{4x^2+x}{3}-\frac{x^2+17}{9}=\frac{5x-1}{6}$; $\frac{{}^{6}18(4x^2+x)}{3_1}-\frac{{}^{2}18(x^2+17)}{9_1}=\frac{{}^{3}18(5x-1)}{6_1}$;

$24x^2+6x-2x^2-34=15x-3$; $22x^2+6x-34-15x+3=0$;

$22x^2-9x-31=0$; $D=81-4\cdot22\cdot(-31)=81+2728=2809=53^2$;

$x_1=\frac{9+53}{44}=\frac{62}{44}=\frac{31}{22}=1\frac{9}{22}$; $x_2=\frac{9-53}{44}=-1$.

Відповідь: 1) $\sqrt{5}$ і $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$; 2) $\sqrt{6}$ і -1; 3) 6 і $-\frac{2}{3}$; 4) -1 і $1\frac{9}{22}$.

646. 1) $x^2+3x\sqrt{2}+4=0$; $a=1$, $b=3\sqrt{2}$, $c=4$; $D=(3\sqrt{2})^2-4\cdot4=18-16=2$;

$x_1=\frac{-3\sqrt{2}+\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}$; $x_2=\frac{-3\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}=-2\sqrt{2}$;

2) $x^2-x(\sqrt{3}+2)+2\sqrt{3}=0$; $a=1$, $b=-(\sqrt{3}+2)$, $c=2\sqrt{3}$;

$D=(\sqrt{3}+2)^2-4\cdot2\sqrt{3}=3+4\sqrt{3}+4-8\sqrt{3}=3-4\sqrt{3}+4=(\sqrt{3}-2)^2$;

$x_1=\frac{\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-2}{2}=\sqrt{3}$; $x_2=\frac{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2}{2}=2$;

3) $\frac{2x^2+x}{3}-\frac{x+3}{4}=x-1$; $4(2x^2+x)-3(x+3)=12(x-1)$;

$8x^2+4x-3x-9=12x-12$; $8x^2+x-9-12x+12=0$; $8x^2-11x+3=0$;

$D=121-4\cdot8\cdot3=121-96=25$; $x_1=\frac{11+5}{16}=1$; $x_2=\frac{11-5}{16}=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.

Відповідь: 1) $-\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{3}$; 2; 3) 1; $\frac{3}{8}$.

647. Підставимо значення $x=\frac{1}{4}$ в рівняння: $a^2x^2+4ax-5=0$;

$a^2\cdot\frac{1}{16}+4\cdot a\cdot\frac{1}{4}-5=0$; $\frac{1}{16}a^2+a-5=0$; $a^2+16a-80=0$;

$D=256-4\cdot(-80)=256+320=576=24^2$; $a_1=\frac{-16+24}{2}=4$; $a_2=\frac{-16-24}{2}=-20$.

Відповідь: 4; −20.

648. Підставимо значення $x=2$ в рівняння $x^2-0{,}5ax-3a^2=0$;

$4-0{,}5a\cdot2-3a^2=0$; $-3a^2-a+4=0$; $3a^2+a-4=0$;

$D=1-4\cdot3\cdot(-4)=1+48=49$; $a_1=\frac{-1+7}{6}=1$; $a_2=\frac{-1-7}{6}=\frac{-8}{6}=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$.

Відповідь: 1; $-1\frac{1}{3}$.

649. Нехай довжина сторони квадрата x см, тоді площа квадрата x^2 см², а площа прямокутника $3x$ см². За умовою задачі (x^2-3x) см² дорівнює 40 см². Рівняння: $x^2-3x=40$; $x^2-3x-40=0$; $D=9+160=169$;

$x_1=\frac{3+13}{2}=\frac{16}{2}=8$; $x_2=\frac{3-13}{2}=-5$, -5 — сторонній корінь.

Відповідь: сторона квадрата 8 см.

650. Нехай ширина аркуша паперу x см, тоді площа прямокутника $18x$ (см²), а площа відрізаного квадрату x^2 см². За умовою задачі площа решти аркуша становить $(18x-x^2)$ см² або 72 см².

Рівняння $18x-x^2=72$; $x^2-18x+72=0$; $D=324-4\cdot72=324-288=36$;

$x_1=\frac{18+6}{2}=12$; $x_2=\frac{18-6}{2}=6$. *Відповідь:* 12 см або 6 см.

651. Нехай катети прямокутного трикутника дорівнюють x см і $(x-14)$ см. За теоремою Піфагора $x^2+(x-14)^2$ дорівнює 34^2.

Рівняння $x^2+(x-14)^2=34^2$; $x^2+x^2-28x+196=1156$;

$2x^2-28x+196-1156=0$; $2x^2-28x-960=0$; $x^2-14x-480=0$;

$D=196-4\cdot(-480)=196+1920=2116=46^2$;

$x_1=\frac{14+46}{2}=\frac{60}{2}=30$; $x_2=\frac{14-46}{2}=\frac{-32}{2}=-16$ — сторонній корінь.

1) $30-14=16$ (см) — другий катет. *Відповідь:* 30 см; 16 см.

652. Нехай сторони прямокутника дорівнюють x см і $(x+31)$ см.

За теоремою Піфагора $x^2+(x+31)^2$ дорівнює 41^2. Рівняння $x^2+(x+31)^2=41^2$;

$x^2+x^2+62x+961=1681$; $2x^2+62x-720=0$; $x^2+31x-360=0$;

$D=961-4\cdot(-360)=961+1440=2401=49^2$;

$x_1=\frac{-31+49}{2}=\frac{18}{2}=9$; $x_2=\frac{-31-49}{2}=\frac{-80}{2}=-40$ — сторонній корінь.

1) $9+31=30$ (см) — друга сторона прямокутника. *Відповідь:* 40 см і 9 см.

653. Нехай три послідовних непарних натуральних числа дорівнюють $(2n-1)$; $(2n+1)$; $(2n+3)$. Квадрат першого дорівнює $(2n-1)^2$ на 33 більший за $2(2n+1+2n+3)$.

Рівняння $(2n-1)^2 - 33 = 2(2n+1+2n+3)$; $4n^2 - 4n + 1 - 33 = 8n + 8$; $4n^2 - 12n - 40 = 0$; $n^2 - 3n - 10 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot (-10) = 49$;

$n_1 = \frac{3+7}{2} = 5$; $n_2 = \frac{3-7}{2} = -2$ — сторонній корінь.

1) $2 \cdot 5 - 1 = 9$ — I число; 2) $2 \cdot 5 + 1 = 11$ — II число; 3) $2 \cdot 5 + 3 = 13$ — III число. *Відповідь:* 9; 11; 13.

654. Нехай чотири послідовних парних натуральних числа дорівнюють $2n-2$; $2n$; $2n+2$ і $2n+4$. Сума першого та третього чисел $(2n - \not{2} + 2n + \not{2})$ у 5 разів менша від $2n(2n+4)$.

$4n \cdot 5 = 2n(2n+4)$; $4n^2 + 8n - 20n = 0$; $4n^2 - 12n = 0$; $4n(n-3) = 0$; $n_1 = 0$; $n_2 = 3$; $n_1 = 0$ — сторонній корінь.

1) $2 \cdot 3 - 2 = 4$ — I число; 2) $2 \cdot 3 = 6$ — II число; 3) $2 \cdot 3 + 2 = 8$ — III число; 4) $2 \cdot 3 + 4 = 10$ — IV число. *Відповідь:* 4; 6; 8; 10.

655. Доведення.

1) Якщо $a > 0$, $c < 0$, то $4ac < 0$ і $D = b^2 - 4ac > 0$, тому має 2 корені.

2) Якщо $a < 0$, $c > 0$, то $4ac < 0$ і $-4ac > 0$, тому $D = b^2 - 4ac > 0$, рівняння має два корені. Доведено.

656. Нехай всього мавп було x, тоді в кущах було $\left(\frac{1}{8}x\right)^2$ мавп. Разом було $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12$ мавп. Складаємо та розв'язуємо рівняння: $\left(\frac{1}{8}x\right)^2 + 12 = x$;

$\frac{1}{64}x^2 + 12 = x$; $x^2 - 64x + 768 = 0$; $\frac{D}{4} = 32^2 - 768 = 1024 - 768 = 256 = 16^2$;

$x_1 = \frac{32+16}{1} = 48$; $x_2 = \frac{32-16}{1} = 16$. *Відповідь:* 48 або 16 мавп.

657. Нехай було x команд, тоді кожна команда зіграла по $(x-1)$ разу. Було зіграно $\frac{1}{2}x \cdot (x-1)$ матчів або за умовою задачі 236 матчів.

Рівняння $\frac{1}{2}x(x-1) = 36$; $x^2 - x = 72$; $x^2 - x - 72 = 0$; $D = 1 + 4 \cdot 72 = 289$;

$x_1 = \frac{1+17}{2} = 9$; $x_2 = \frac{1-17}{2} = -8$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 9 команд.

658. Нехай многокутник має n сторін, тоді з однієї вершини можна провести $(n-3)$ діагоналі.

Всього діагоналей $\frac{n(n-3)}{2}$ або за умовою задачі — 90 діагоналей.

Рівняння $\frac{n(n-3)}{2} = 90$; $n^2 - 3n - 180 = 0$; $D = 9 + 4 \cdot 180 = 9 + 720 = 729 = 27^2$;

$n_1 = \frac{3+27}{2} = 15$; $n_2 = \frac{3-27}{2} = -12$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 15 сторін.

659. 1) $|x^2 + 7x - 4| = 4$;

$x^2 + 7x - 4 = 4$ або $x^2 + 7x - 4 = -4$;

$x^2 + 7x - 8 = 0$; $x^2 + 7x = 0$;

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+32}}{2} = \frac{-7 \pm 9}{2} = \left[\begin{array}{l} -8, \\ 1; \end{array}\right.$ $x(x+7) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = -7. \end{array}\right.$

Відповідь: –8; –7; 0; 1.

2) $5x^2 - 8|x| + 3 = 0$.

Заміна: $|x| = t$, $t \geq 0$; $5t^2 - 8t + 3 = 0$; $t = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 4 \cdot 5 \cdot 3}}{10} = \frac{8 \pm 2}{10} = \left[\begin{array}{l} 1, \\ 0,6. \end{array}\right.$

Зворотня заміна: $|x| = 1$; $\left[\begin{array}{l} x = 1, \\ x = -1 \end{array}\right.$ або $|x| = 0,6$; $\left[\begin{array}{l} x = 0,6, \\ x = -0,6. \end{array}\right.$
Відповідь: –1; –0,6; 0,6; 1.

3) $x|x| + 6x - 5 = 0$.
Якщо $x \geq 0$, то $x^2 + 6x - 5 = 0$; $x = \frac{-6 \pm \sqrt{6 + 4 \cdot 5}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{56}}{2} = -3 \pm \sqrt{14}$;

$x = -3 - \sqrt{14} < 0$ — сторонній корінь; $x = -3 + \sqrt{14}$.

якщо $x < 0$, то $-x^2 + 6x - 5 = 0$; $x^2 - 6x + 5 = 0$; $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \left[\begin{array}{l} 5, \\ 1; \end{array}\right.$

$5 > 0$, $1 > 0$ — сторонні корені. *Відповідь:* $x = -3 + \sqrt{14}$.

4) $x^2 + \frac{4x^2}{|x|} - 12 = 0$, $x \neq 0$.

Якщо $x > 0$, то $x^2 + 4x - 12 = 0$; $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2} = \left[\begin{array}{l} 2, \\ -6; \end{array}\right.$
$-6 < 0$ — сторонній корінь; $x = 2$.

Якщо $x < 0$, то $x^2 - 4x - 12 = 0$; $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{4 \pm 8}{2} = \left[\begin{array}{l} 6, \\ -2; \end{array}\right.$
$6 > 0$ — сторонній корінь; $x = -2$.
Відповідь: 2 і –2.

5) $x_3 - 8\sqrt{x^2} + 15 = 0$; $x^2 - 8|x| + 15 = 0$; $|x^2| - 8|x| + 15 = 0$.

Заміна: $|x| = t$, $t \geq 0$; $t^2 - 8t + 15 = 0$; $t = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} = \left[\begin{array}{l} 5, \\ 3. \end{array}\right.$

Зворотня заміна: $|x| = 5$; $x = \left[\begin{array}{l} 5, \\ -5; \end{array}\right.$ $|x| = 3$; $x = \left[\begin{array}{l} 3, \\ -3. \end{array}\right.$ *Відповідь:* –5; –3; 3; 5.

6) $x^2 + 4\sqrt{x^2} - 12 = 0$; $x^2 + 4|x| - 12 = 0$; $|x|^2 + 4|x| - 12 = 0$.

Заміна: $|x| = t$, $t \geq 0$; $t^2 + 4t - 12 = 0$; $t = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} = \frac{-4 \pm 8}{2} = \left[\begin{array}{l} 2, \\ -6; \end{array}\right.$
–6 — сторонній корінь.
Зворотня заміна: $|x| = 2$; $x = \left[\begin{array}{l} 2, \\ -2. \end{array}\right.$ *Відповідь:* –2; 2.

660. 1) $|x^2 + 10x - 4| = 20$;
$x^2 + 10x - 4 = 20$; $x^2 + 10x - 24 = 0$; $x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 96}}{2} = \frac{-10 \pm 14}{2}$;

$x_1 = \frac{-24}{2} = -12$; $x_2 = \frac{4}{2} = 2$; або $x^2 + 10x - 4 = -20$; $x^2 + 10x + 16 = 0$;

$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 16}}{2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 64}}{2} = \frac{-10 \pm 6}{2}$;

$x_3 = \frac{-10 + 6}{2} = -2$; $x_4 = \frac{-10 - 6}{2} = -8$. *Відповідь:* –12; –8; –2; 2.

2) $x|x| + 12x - 45 = 0$; $x^2 + 12x - 45 = 0$;

$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot (-45)}}{2} = \frac{-12 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-12 \pm 18}{2}$; $x_1 = \frac{-12 + 18}{2} = 3$;

$x_2 = \frac{-12 - 18}{2} = -15$ — сторонній корінь.
Якщо $x < 0$, то $-x^2 + 12x - 45 = 0$; $x^2 - 12x + 45 = 0$;
$D = 144 - 4 \cdot 45 = 144 - 180 < 0$; коренів немає. *Відповідь:* 3.

3) $\frac{x^3}{|x|} - 14x - 15 = 0$, $x \neq 0$.

Якщо $x > 0$, то $x^2 - 14x - 15 = 0$; $x = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 4 \cdot 15}}{2} = \frac{14 \pm \sqrt{256}}{2} = \frac{14 \pm 16}{2}$;

$x_1 = \frac{14 + 16}{2} = 15$; $x_2 = \frac{14 - 16}{2} = -1$ — сторонній корінь.

Якщо $x < 0$, то $-x^2 - 14x - 15 = 0$; $x^2 + 14x + 15 = 0$;

$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 - 4 \cdot 15}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{136}}{2} = -7 \pm \sqrt{34}$. *Відповідь:* 15; $-7 \pm \sqrt{34}$.

4) $x^2 - 8\sqrt{x^2} - 9 = 0$; $x^2 - 8|x| - 9 = 0$; $|x|^2 - 8|x| - 9 = 0$. Заміна: $|x| = t$, $t \geq 0$;

$t^2 - 8t - 9 = 0$; $t = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2}$; $t_1 = 9$; $t_2 = -1$ — сторонній корінь.

Зворотня заміна: $|x| = 9$; $x = 9$ або $x = -9$. *Відповідь:* 9; –9.

661. 1) $x^2 + 2x + \frac{3}{x-8} = \frac{3}{x-8} + 80$, $x \neq 8$; $x^2 + 2x - 80 = 0$;

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 80}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-2 \pm 18}{2}$; $x_1 = \frac{-2 + 18}{2} = 8$ —

сторонній корінь; $x_2 = \frac{-2 - 18}{2} = \frac{-20}{2} = -10$. *Відповідь:* –10.

2) $x^2 + 8\left(\sqrt{x}\right)^2 - 33 = 0$, $x \geq 0$; $x^2 + 8x - 33 = 0$; $x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 4 \cdot 33}}{2} = \frac{-8 \pm 14}{2}$;

$x_1 = \frac{-8 + 14}{2} = \frac{6}{2} = 3$; $x_2 = \frac{-8 - 14}{2} = \frac{-22}{2} = -11$ — сторонній корінь.

Відповідь: 3.

662. 1) $6x^2 + 5x - \frac{1}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$, $x \neq -1$; $6x^2 + 5x - 1 = 0$;

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{12} = \frac{-5 \pm 7}{12}$; $x_1 = \frac{-5 + 7}{12} = \frac{1}{6}$;

$x_2 = \frac{-5 - 7}{12} = -1$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $\frac{1}{6}$.

2) $5x^2 - 14\left(\sqrt{x}\right)^2 - 3 = 0$, $x \geq 0$; $5x^2 - 14x - 3 = 0$;

$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 + 4 \cdot 5 \cdot 3}}{10} = \frac{14 \pm 16}{10}$; $x_1 = \frac{14 + 16}{10} = 3$;

$x_2 = \frac{14 - 16}{10} = -0{,}2$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 3.

663. Рівняння має один корінь, якщо дискримінант дорівнює нулю.

1) $2x^2 + 4x - b = 0$; $D = 16 - 4 \cdot 2 \cdot (-b) = 0$; $16 + 8b = 0$; $8b = -16$; $b = -2$.
Відповідь: $b = -2$.

2) $3x^2 - bx + 12 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 0$; $b^2 - 144 = 0$; $b^2 = 144$; $b_1 = 12$; $b_2 = -12$.
Відповідь: $b = 12$ або $b = -12$.

664. Рівняння має один корінь, якщо дискримінант дорівнює нулю.

1) $6x^2 - 18x + b = 0$; $D = 18^2 - 4 \cdot 6 \cdot b = 0$; $324 - 24b = 0$; $24b = 324$; $b = 13{,}5$.
Відповідь: $b = 13{,}5$.

2) $8x^2 + bx + 2 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 8 \cdot 2 = 0$; $b^2 - 64 = 0$; $b = 8$ або $b = -8$.
Відповідь: $b = 8$ або $b = -8$.

665. Рівняння має два кореня, якщо дискримінант більше нуля.

1) $4x^2 - px - 3 = 0$; $D = p^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = p^2 + 48 > 0$ при будь-якому значення p, доведено.

2) $x^2 + px + p - 2 = 0$; $D = p^2 - 4 \cdot (p - 2) = p^2 - 4p + 8 = (p^2 - 4p + 4) + 4 =$
$= (p - 2)^2 + 4 > 0$ при будь-якому значенні p, доведено.

666. Рівняння не має коренів, якщо дискримінант менше від нуля.
1) $x^2 + mx + m^2 + 1 = 0$; $D = m^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m^2 + 1) = m^2 - 4m^2 - 4 = -3m^2 - 4 < 0$ при будь-якому значенні m, доведено.
2) $x^2 - 2mx + 2m^2 + 9 = 0$; $D = (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2m^2 + 9) = 4m^2 - 8m^2 - 36 =$
$= -4m^2 - 36 < 0$ при будь-якому значенні m, доведено.

667. Рівняння має два кореня, якщо дискримінант більше від нуля.
$x^2 + bx + 7 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = b^2 + 28 > 0$ при будь-якому значенні b, доведено.

668. 1) $x^2 + (3a + 1)x + 2a^2 + a = 0$; $D = (3a + 1)^2 - 4 \cdot (2a + a) =$

$= 9a^2 + 6a + 1 - 8a^2 - 4a = a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$; $x = \frac{-(3a + 1) \pm |a + 1|}{2}$.

Якщо $a = -1$, то $x = \frac{-3a - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$;
якщо $a \neq -1$, то

$$x_1 = \frac{-3a - 1 + a + 2}{2} = \frac{-2a}{2} = -a; \quad x_2 = \frac{-3a - 1 - a - 1}{2} = \frac{-4a - 2}{2} = -2a - 1.$$

Відповідь: якщо $a \neq -1$, то $x = -a$ або $x = -2a - 1$; якщо $a = -1$, то $x = 1$.

2) $x^2 - (2a + 4)x + 8a = 0$; $D = (2a + 4)^2 - 4 \cdot 8a = 4a^2 + 16a + 16 - 32a =$
$= 4a^2 - 16a + 16 = 4(a^2 - 4a + 4) = 4(a - 2)^2$;

$$x = \frac{2a + 4 \pm \sqrt{4(a - 2)^2}}{2} = \frac{2a + 4 \pm 2|a - 2|}{2} = a + 2 \pm |a - 2|.$$

Якщо $a = 2$, то $x = a + 2 = 4$;
якщо $a \neq 2$, то $x_1 = a + 2 + a - 2 = 2a$ або $x_2 = a + 2 - a + 2 = 4$.

Відповідь: якщо $a = 2$, то $x = 4$; якщо $a \neq 2$, то $x = 2a$ або $x = 4$.

3) $a^2x^2 - 24ax - 25 = 0$; $D = (-24a)^2 - 4a^2 \cdot (-25) = 576a^2 + 100a^2 =$

$= 676a^2 = (26a)^2$; $x = \frac{24a \pm 26|a|}{2a^2}$. Якщо $a = 0$, то коренів немає:

якщо $a \neq 0$, то $x_1 = \frac{24a + 26a}{2a^2} = \frac{50a}{2a^2} = \frac{25}{a}$; $x_2 = \frac{24a - 26a}{2a^2} = \frac{-2a}{2a^2} = -\frac{1}{a}$.

Відповідь: якщо $a = 0$, то коренів немає; якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{25}{a}$ або $x = -\frac{1}{a}$.

4) $3(2a - 1)x^2 - 2(a + 1)x + 1 = 0$;

$\frac{D}{4} = (a + 1)^2 - 3(2a - 1) \cdot 1 = a^2 + 2a + 1 - 6a + 3 = a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2$;

$x = \frac{a + 1 \pm |a - 2|}{3(2a - 1)}$. Якщо $a = 2$, то $x = \frac{a + 1}{6a - 3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$;

якщо $a \neq 2$, то $x_1 = \frac{a + 1 + a - 2}{3(2a - 1)} = \frac{2a - 1}{3(2a - 1)} = \frac{1}{3}$,

$a \neq \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{a + 1 - a + 2}{3(2a - 1)} = \frac{3}{3(2a - 1)} = \frac{1}{2a - 1}$; якщо $a = \frac{1}{2}$,

то $3 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right) \cdot x^2 - 2\left(\frac{1}{2} + 1\right) \cdot x + 1 = 0$; $-2 \cdot \frac{3}{2}x = -1$; $3x = 1$; $x = \frac{1}{3}$.

Відповідь: якщо $a = \frac{1}{2}$, то $x = \frac{1}{3}$; якщо $a = 2$, то $x = \frac{1}{3}$;

якщо $a \neq \frac{1}{2}$, $a \neq 2$, то $x = \frac{1}{3}$ або $x = \frac{1}{2a - 1}$.

669. 1) $x^2-(2a-5)x-3a^2+5a=0$; $D=(2a-5)^2-4\cdot(-3a^2+5a)=4a^2-20a+$ $+25+12a^2-20a=16a^2-40a+25=(4a-5)^2$; $x=\frac{2a-5\pm|4a-5|}{2}$.

Якщо $a=\frac{5}{4}$, то $x=\frac{2a-5}{2}=\frac{2\cdot\frac{5}{4}-5}{2}=-1,25$;

якщо $a\neq\frac{5}{4}$, то $x_1=\frac{2a-5+4a-5}{2}=\frac{6a-10}{2}=3a-5$;

$x_2=\frac{2a-5-4a+5}{2}=\frac{-2a}{2}=-a$.

Відповідь: якщо $a=1,25$, то $x=-1,25$; якщо $a\neq1,25$, то $x=3a-5$ або $x=-a$.

2) $x^2+(3a-4)x-12a=0$; $D=(3a-4)^2-4\cdot(-12a)=9a^2-24a+16+48a=$ $=9a^2+24a+16=(3a+4)^2$; $x=\frac{-(3a-4)\pm|3a+4|}{2}$.

Якщо $a=-1\frac{1}{3}$, то $x=\frac{-3a+5}{2}=\frac{-3\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)+4}{2}=4$;

якщо $a\neq-1\frac{1}{3}$, то $x_1=\frac{-3a+4+3a+4}{2}=4$; $x_2=\frac{-3a+4-3a-4}{2}=-3a$.

Відповідь: якщо $a=-1\frac{1}{3}$, то $x=4$; якщо $a\neq-1\frac{1}{3}$, то $x=4$ або $x=-3a$.

3) $ax^2-(a+1)x+1=0$; $D=(a+1)^2-4\cdot a=a^2+2a+1-4a=a^2-2a+1=$ $=(a-1)^2$; $x=\frac{a+1\pm|a-1|}{2a}$.

Якщо $a=0$, то $-x+1=0$; $x=1$; якщо $a=1$, то $x=1$;

якщо $a\neq0$, $a\neq1$, то $x_1=\frac{a+1+a-1}{2a}=1$; $x_2=\frac{a+1-a+1}{2a}=\frac{1}{a}$.

Відповідь: якщо $a=0$, $a=1$, то $x=1$; якщо $a\neq0$, $a\neq1$, то $x=1$; $x=\frac{1}{a}$.

670. Рівняння має єдиний корінь, якщо $D=0$ або старший коефіцієнт 0, то потрібно розв'язати лінійне рівняння:

1) $bx^2-6b-7=0$; $D=36-4\cdot b\cdot(-7)=0$; $36+28b=0$; $b=-\frac{36}{28}$; $b=-\frac{9}{7}$;

$b=-1\frac{2}{7}$ або $b=0$. $-6x-7=0$; $x=-\frac{7}{6}$. *Відповідь:* $b=0$; $b=-1\frac{2}{7}$.

2) $(b+5)x^2-(b+6)x+3=0$;

$D=(b+6)^2-4\cdot3(b+5)=b^2+12b+36-12b-60=b^2-24$; $b^2-24=0$;

$b=\pm\sqrt{24}$; $b=\pm2\sqrt{6}$ або $b+5=0$; $b=-5$; $-x+3=0$; $x=3$.

Відповідь: $b=-5$; $b=2\sqrt{6}$; $b=-2\sqrt{6}$.

3) $(b-4)x^2+(2b-8)x+15=0$;

$\frac{D}{4}=(b-4)^2-15(b-4)=(b-4)(b-4-15)=(b-4)(b-19)$;

$(b-4)(b-19)=0$; $b=4$ або $b=19$.

Якщо $b=4$, то $0x^2+0x+15=0$; коренів немає. *Відповідь:* $b=19$.

671. Рівняння має один корінь, якщо $D=0$ або якщо старший коефіцієнт дорівнює нулю, треба розв'язати лінійне рівняння:

1) $bx^2+x+b=0$; $D=1-4b^2$; $1-4b^2=0$; $4b^2=1$; $b=0,5$ або $b=-0,5$ або $b=0$, то $x=0$. *Відповідь:* $b=-0,5$; $b=0$; $b=0,5$.

2) $(b+3)x^2+(b+1)x-2=0$; $D=(b+1)^2-4\cdot(b+3)\cdot(-2)=b^2+2b+1+$ $+8b+24=b^2+10b+25=(b+5)^2$; $(b+5)^2=0$; $b+5=0$, $b=-5$ або $b+3=0$; $b=-3$, то $-2x-2=0$; $x=-1$. *Відповідь:* $b=-5$; $b=-3$.

672. $\left(\frac{a+b}{b}-\frac{4b}{a+b}\right)\cdot\frac{a+b}{a-b}=\frac{a^2+2ab+b^2-4ab}{a(a+b)}\cdot\frac{a+b}{a-b}=\frac{a^2-2ab+b^2}{a(a+b)}\cdot\frac{a+b}{a-b}=$ $=\frac{(a-b)^2\cdot(a+b)}{a(a+b)(a-b)}=\frac{a-b}{2}$.

673. $\frac{(a^{-3})^3}{a^{-2}\cdot a^{-5}}=\frac{a^{-9}}{a^{-7}}=a^{-9}:a^{-7}=a^{-9+7}=a^{-2}$. Якщо $a=\frac{1}{3}$, то $a^{-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=3^2=9$.

674. $\sqrt{17}$; $3\sqrt{2}=\sqrt{9\cdot2}=\sqrt{18}$; $4=\sqrt{16}$. У порядку зростання: $\sqrt{16}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{18}$.
Відповідь: 4; $\sqrt{17}$; $3\sqrt{2}$.

675. Нехай брухту I сорту взяли x т, тоді II — $(120-x)$ т.
Нікелю у I сорті було $0{,}05x$ т, а у II — $0{,}45(120-x)$ т. Всього нікелю $0{,}05x+0{,}45(120-x)$ т, за умовою задачі нікелю $120\cdot0{,}3m$.
Рівняння: $0{,}05x+0{,}45(120-x)=120\cdot0{,}3$; $0{,}05x+54-0{,}45x=36$; $-0{,}4x=36-54$; $-0{,}4x=-18$; $x=45$.
1) $120-45=75$ (т) — другого сорту. *Відповідь:* 5 % взяли 45 т, 45 % — 75 т.

676. Немає сторінок з 25 по 52, тому всього не вистачає аркушів $\frac{28}{2}=14$.
Відповідь: 14 аркушів.

677. 1) $x^2-4x-12=0$; $x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot(-12)}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{4\pm8}{2}=\left[\begin{array}{l}x_1=6,\\x_2=-2;\end{array}\right.$
$x_1+x_2=6+(-2)=4$; $x_1+x_2=-b$; $x_1\cdot x_2=6\cdot(-2)=-12$; $x_1\cdot x_2=c$;

2) $x^2+9x+14=0$; $x_{1,2}=\frac{-9\pm\sqrt{81-4\cdot14}}{2}=\frac{-9\pm5}{2}$; $x_1=\frac{-9+5}{2}=\frac{-4}{2}=-2$;
$x_2=\frac{-9-5}{2}=-7$; $x_1+x_2=-2-7=-9=-b$; $x_1\cdot x_2=-2\cdot(-7)=14=c$.

678.

Рівняння	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$	x_1	x_2	x_1+x_2	$x_1\cdot x_2$
$7x^2-8x+1=0$	$\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$	1	$\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{7}=\frac{8}{7}$	$\frac{1}{7}$
$6x^2+13x-15=0$	$-\frac{13}{6}$	$-\frac{15}{6}$	-3	$\frac{5}{6}$	$-2\frac{1}{6}=-\frac{13}{6}$	$-\frac{15}{6}$

$$x=\frac{8\pm\sqrt{64-4\cdot7}}{14}=\frac{8\pm6}{14}=\left[\begin{array}{l}x_1=1,\\x_2=\frac{1}{7};\end{array}\right.$$

$$x=\frac{-13\pm\sqrt{169-4\cdot6\cdot(-15)}}{12}=\frac{-13\pm\sqrt{169+360}}{12}=\frac{-13\pm23}{12}=\left[\begin{array}{l}x_1=-3,\\x_2=\frac{5}{6}.\end{array}\right.$$

679. Нехай вибрали 10 кубиків одного кольору, 10 кубиків другого і т. н., 10 кубиків десятого кольору, всього вибрали $10\cdot10=100$ (штук), якщо 101 кубик буде одного з вибраних кольорів, то знайшлось 11 кубиків одного кольору, але може 101 кубик бути іншого кольору, тоді отримаємо 11 кубиків різного кольору, що й треба було довести.

680. $x^2+5x-10=0$. Сума квадратів рівняння $x_1+x_2=-5$. *Відповідь:* 2) -5.

681. $x^2-14x+12=0$. Добуток коренів рівняння $x_1\cdot x_2=12$. *Відповідь:* 3) 12.

682. За теоремою Вієта: 1) $x^2 + 6x - 32 = 0$; $x_1 + x_2 = -6$; $x_1 \cdot x_2 = -32$;

2) $x^2 - 10x + 4 = 0$; $x_1 + x_2 = 10$; $x_1 \cdot x_2 = 4$;

3) $2x^2 - 6x + 3 = 0$; $x_1 + x_2 = \frac{6}{2} = 3$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{2}$;

4) $10x^2 + 42x + 25 = 0$; $x_1 + x_2 = -\frac{42}{10} = -4,2$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{25}{10} = 2,5$.

683. За теоремою Вієта: 1) $x^2 - 12x - 18 = 0$; $x_1 + x_2 = 12$; $x_1 \cdot x_2 = -18$;

2) $x^2 + 2x - 9 = 0$; $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 \cdot x_2 = -9$;

3) $3x^2 + 7x + 2 = 0$; $x_1 + x_2 = -\frac{7}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3}$;

4) $-4x^2 - 8x + 27 = 0$; $x_1 + x_2 = \frac{8}{-4} = -2$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{27}{-4} = -6\frac{3}{4}$.

684. 1) $x^2 - 8x + 12 = 0$; $x_1 = 2$; $x_2 = 6$; $x_1 + x_2 = 2 + 6 = 8$; $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 6 = 12$.
Відповідь: так.

2) $x^2 + x - 56 = 0$; $x_1 = -7$; $x_2 = 8$; $x_1 + x_2 = -7 + 8 = 1 \neq -1$; $x_1 \cdot x_2 = -7 \cdot 8 = -56$.
Відповідь: ні.

3) $x^2 - 13x + 42 = 0$; $x_1 = 5$; $x_2 = 8$; $x_1 + x_2 = 5 + 8 = 13$; $x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 8 = 40 \neq 42$.
Відповідь: ні.

4) $x^2 - 20x - 99 = 0$; $x_1 = 9$; $x_2 = 11$; $x_1 + x_2 = 9 + 11 = 20$; $x_1 \cdot x_2 = 9 \cdot 11 = 99$.
Відповідь: так.

685. 1) $x^2 + 2x - 3 = 0$; $x_1 = 1$; $x_2 = -2$; $x_1 + x_2 = 1 + (-2) = -1 \neq -2$;
$x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot (-2) = -2 \neq -3$. *Відповідь:* ні.

2) $x^2 + 5x + 6 = 0$; $x_1 = -2$; $x_2 = -3$; $x_1 + x_2 = -2 + (-3) = -5$; $x_1 \cdot x_2 = -2 \cdot (-3) = 6$.
Відповідь: так.

686. $x^2 + bx + c = 0$.

1) $x_1 = -8$; $x_2 = 6$; $x_1 + x_2 = -8 + 6 = -2$; $b = 2$; $x_1 \cdot x_2 = -8 \cdot 6 = -48$; $c = -48$;
$x^2 + 2x - 48 = 0$. *Відповідь:* $b = 2$; $c = -48$.

2) $x_1 = 4$; $x_2 = 5$; $x_1 + x_2 = 4 + 5 = 9$; $b = -9$; $x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot 5 = 20$; $c = 20$;
$x^2 - 9x + 20 = 0$. *Відповідь:* $b = -9$; $c = 20$.

687. За теоремою, оберненою до теореми Вієта, маємо: $x^2 + bx + c = 0$.

1) $x_1 = -2$; $x_2 = 0,5$; $x_1 + x_2 = -2 + 0,5 = -1,5$; $b = 1,5$; $x_1 \cdot x_2 = -2 \cdot 0,5 = -1$;
$c = -1$. *Відповідь:* $b = 1,5$; $c = -1$.

2) $x_1 = -10$; $x_2 = -20$; $x_1 + x_2 = -10 + (-20) = -30$; $b = 30$;
$x_1 \cdot x_2 = -10 \cdot (-20) = 200$; $c = 200$. *Відповідь:* $b = 30$; $c = 200$.

688. 1) $x_1 = 2$; $x_2 = 5$; $x_1 + x_2 = 2 + 5 = 7$; $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 5 = 10$; $x^2 - 7x + 10 = 0$;

2) $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 2$; $x_1 + x_2 = -\frac{1}{3} + 2 = 1\frac{2}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{3} \cdot 2 = -\frac{2}{3}$;

$x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} = 0$; $3x^2 - 5x - 2 = 0$;

3) $x_1 = -0,2$; $x_2 = -10$; $x_1 + x_2 = -0,2 + (-10) = -10,2$; $x_1 \cdot x_2 = -0,2 \cdot (-10) = 2$;
$x^2 + 10,2x + 2 = 0$; $5x^2 + 51x + 10 = 0$;

4) $x_1 = -2 - \sqrt{3}$; $x_2 = 2 + \sqrt{3}$; $x_1 + x_2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$;

$x_1 \cdot x_2 = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$; $x^2 - 4x + 1 = 0$;

5) $x_1 = 0$; $x_2 = 6$; $x_1 + x_2 = 6$; $x_1 \cdot x_2 = 0$; $x^2 - 6x = 0$;

6) $x_1 = -\sqrt{7}$; $x_2 = \sqrt{7}$; $x_1 + x_2 = -\sqrt{7} + \sqrt{7} = 0$; $x_1 \cdot x_2 = -\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = -7$;
$x^2 - 7 = 0$.

689. 1) $x_1 = -7$; $x_2 = -8$; $x_1 + x_2 = -7 + (-8) = -15$; $x_1 \cdot x_2 = -7 \cdot (-8) = 56$;
$x^2 + 15x + 56 = 0$;

2) $x_1 = 5$; $x_2 = -0,4$; $x_1 + x_2 = 5 + (-0,4) = 4,6$; $x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot (-0,4) = -2$;
$x^2 - 4,6x - 2 = 0$; $5x^2 - 23x - 10 = 0$;

3) $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{2}{3}$; $x_1 + x_2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$;

$x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0$; $6x^2 - 7x + 2 = 0$;

4) $x_1 = 5 - \sqrt{10}$; $x_2 = 5 + \sqrt{10}$; $x_1 + x_2 = 5 - \sqrt{10} + 5 + \sqrt{10} = 10$;
$x_1 \cdot x_2 = (5 - \sqrt{10})(5 + \sqrt{10}) = 25 - 10 = 15$; $x^2 - 10x + 15 = 0$.

690. Підставимо значення $x_1 = -2$ до рівняння $x^2 - 8x + q = 0$, отримаємо: $(-2)^2 - 8 \cdot (-2) + q = 0$; $4 + 16 + q = 0$; $q = -20$.
Підставимо значення в рівняння: $x^2 - 8x - 20 = 0$; $x_1 + x_2 = 8$; $x_1 \cdot x_2 = -20$; $x_2 = 10$. *Відповідь:* $q = -20$; $x_2 = 10$.

691. Підставимо значення $x_1 = 7$ до рівняння $x^2 + px - 42 = 0$, отримаємо: $49 + 7p - 42 = 0$; $7p = -7$; $p = -6$.
Підставимо значення p в рівняння $x^2 - x - 42 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 1$; $x_1 \cdot x_2 = -42$; $x_2 = -6$. *Відповідь:* $p = -1$; $x_2 = -1$.

692. Підставимо $x_1 = \frac{1}{3}$ в рівняння: $6x^2 - bx + 4 = 0$; $6 \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{3}b + 4 = 0$;
$-\frac{1}{3}b + 4\frac{1}{3} = 0$; $b = 4\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$; $b = 14$; $6x^2 - 13x + 4 = 0$; $x_1 + x_2 = \frac{13}{6}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{6}$;
$x_2 = 2$. *Відповідь:* $b = 14$; $x_2 = 2$.

693. Підставимо $x_1 = -0,2$ в рівняння: $4x^2 - 5,6x + m = 0$;
$4 \cdot 0,04 - 5,6 \cdot (-0,2) + m = 0$; $0,16 + 1,12 + m = 0$; $m = -1,28$; $4x^2 - 5,6x - 1,28 = 0$,
тоді $x_1 + x_2 = \frac{5,6}{4} = 1,4$; $x_1 \cdot x_2 = -1,28$; $x_2 = 1,6$. *Відповідь:* $m = -1,28$; $x_2 = 1,6$.

694. $2x_1 - 7x - 13 = 0$; $x_1 + x_2 = \frac{7}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{13}{2}$,
тоді $x_1 \cdot x_2 = -4x_1 - 4x_2 = x_1 \cdot x_2 = -4(x_1 + x_2) = -\frac{13}{2} - 4 \cdot \frac{7}{2} = -6,5 - 14 = -20,5$.
Відповідь: $-20,5$.

695. $5x^2 + 4x - 13 = 0$; $x_1 + x_2 = -\frac{4}{5}$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{13}{5}$, тоді
$3x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 = 3x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2) = 3 \cdot \left(-\frac{13}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{39}{5} + \frac{4}{5} = -\frac{35}{5} = -7$.
Відповідь: -7.

696. Якщо числа протилежні, то їх сума дорівнює нулю, отже, $x_1 + x_2 = 0$, тому $b = 0$; $x^2 + bx - 17 = 0$; $x^2 - 17 = 0$; $x_1 = \sqrt{17}$; $x_2 = -\sqrt{17}$.
Відповідь: $b = 0$; $x_1 = \sqrt{17}$; $x_2 = -\sqrt{17}$.

697. 1) $x^2 - 5x + 4 = 0$; $x_1 + x_2 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = 4$, то $x_1 = 1$, $x_2 = 4$;
2) $x^2 + 5x + 4 = 0$; $x_1 + x_2 = -5$; $x_1 \cdot x_2 = 4$, то $x_1 = -1$, $x_2 = -4$;
3) $x^2 - 4x - 5 = 0$; $x_1 + x_2 = 4$; $x_1 \cdot x_2 = -5$, то $x_1 = 5$, $x_2 = -1$;
4) $x^2 + 4x - 5 = 0$; $x_1 + x_2 = -4$; $x_1 \cdot x_2 = -5$, то $x_1 = -5$, $x_2 = 1$;
5) $x^2 - 9x + 20 = 0$; $x_1 + x_2 = 9$; $x_1 \cdot x_2 = 20$, то $x_1 = 5$, $x_2 = 4$;
6) $x^2 - x - 2 = 0$; $x_1 + x_2 = 1$; $x_1 \cdot x_2 = -2$, то $x_1 = 2$, $x_2 = -1$;
7) $x^2 + 2x - 8 = 0$; $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 \cdot x_2 = -8$, то $x_1 = -4$, $x_2 = 2$;
8) $x^2 - 3x - 18 = 0$; $x_1 + x_2 = 3$; $x_1 \cdot x_2 = -18$, то $x_1 = 6$, $x_2 = -3$.

698. 1) $x^2 - 10x + 24 = 0$; $x_1 + x_2 = 10$; $x_1 \cdot x_2 = 24$; $x_1 = 6$, $x_2 = 4$;
2) $x^2 + 6x + 8 = 0$; $x_1 + x_2 = -6$; $x_1 \cdot x_2 = 8$; $x_1 = -4$, $x_2 = -2$;

3) $x^2-2x-8=0$; $x_1+x_2=2$; $x_1\cdot x_2=-8$; $x_1=4$, $x_2=-2$;

4) $x^2+x-12=0$; $x_1+x_2=-1$; $x_1\cdot x_2=-12$; $x_1=-4$, $x_2=3$.

699. 1) $x^2-12x+14=0$; $x_1+x_2>0$; $x_1\cdot x_2>0$; $x_1>0$, $x_2>0$; два додатних кореня;

2) $x^2+6x-42=0$; $x_1+x_2<0$; $x_1\cdot x_2<0$, то $x_1<0$, $x_2>0$; два кореня з різними знаками;

3) $x^2-7x-30=0$; $x_1+x_2>0$; $x_1\cdot x_2<0$, то $x_1>0$, $x_2<0$; два кореня з різними знаками;

4) $x^2+16x+10=0$; $x_1+x_2<0$; $x_1\cdot x_2>0$, то $x_1<0$, $x_2<0$; два кореня від'ємні;

5) $x^2-24x+0{,}1=0$; $x_1+x_2>0$; $x_1\cdot x_2>0$, то $x_1>0$, $x_2>0$; два додатних кореня;

6) $x^2+20x+3=0$; $x_1+x_2<0$; $x_1\cdot x_2>0$; два від'ємних кореня.

700. $x^2-10x+c=0$, тоді x_1 і $x_2=x_1-8$ — корені
$x_1+x_1-8=10$; $2x_1=18$; $x_1=9$; $x_2=9-8=1$; $x_1\cdot x_2=c$ або $9\cdot 1=c$, $c=9$.
Відповідь: $c=9$; $x_1=9$; $x_2=1$.

701. $x^2+20x+a=0$. Нехай $x_1=7y$, $x_2=3y$, тоді $7y+3y=-20$; $10y=-20$; $y=-2$; $x_1=-14$; $x_2=-6$ та $x_1\cdot x_2=a$; $-14\cdot(-6)=a$; $a=84$. *Відповідь:* $a=84$; $x_1=-14$; $x_2=-6$.

702. $x^2-7x+m=0$. За умовою $2x_1-5x_2=28$, за теоремою, оберненою до теореми Вієта, $x_1+x_2=7$.
Складаємо систему рівнянь: $\begin{cases}2x_1-5x_2=28,\\-2x_1-2x_2=-14;\end{cases}$ $\begin{cases}-7x_2=14,\\x_1+x_2=7;\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-2,\\x_1=9;\end{cases}$
$x_1\cdot x_2=m$; $9\cdot(-2)=m$; $m=-18$. *Відповідь:* $m=-18$; $x_1=9$; $x_2=-2$.

703. $x^2+4x+n=0$. За умовою $3x_1-x_2=8$, за теоремою, оберненою до теореми Вієта: $x_1+x_2=-4$.
Складаємо систему рівнянь: $\begin{cases}3x_1-x_2=8,\\x_1+x_2=-4;\end{cases}$ $\begin{cases}4x_1=4,\\x_1+x_2=-4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=1,\\x_2=-5;\end{cases}$
$x_1\cdot x_2=n$; $1\cdot(-5)=n$; $n=-5$. *Відповідь:* $n=-5$; $x_1=1$; $x_2=-5$.

704. 1) $2x^2-5x+3=0$; $x_1+x_2=\frac{5}{2}$; $x_1\cdot x_2=\frac{3}{2}$; $x_1=1$; $x_2=1{,}5$. *Відповідь:* 1; 1,5.

2) $2x^2+5x+3=0$; $x_1+x_2=-\frac{5}{2}=-2{,}5$; $x_1\cdot x_2=\frac{3}{2}=1{,}5$; $x_1=-1$; $x_2=-1{,}5$.
Відповідь: –1; –1,5.

3) $16x^2-23x+7=0$; $x_1+x_2=\frac{23}{16}=1\frac{7}{16}$; $x_1\cdot x_2=\frac{7}{16}$; $x_1=1$; $x_2=\frac{7}{16}$.
Відповідь: 1; $\frac{7}{16}$.

4) $-8x^2-19x+27=0$; $x_1+x_2=\frac{19}{-8}=-2\frac{3}{8}$; $x_1\cdot x_2=\frac{27}{-8}=-\frac{27}{8}\cdot 1$; $x_1=1$;
$x_2=-\frac{27}{8}=-3\frac{3}{8}$. *Відповідь:* 1; $-3\frac{3}{8}$.

705. 1) $7x^2+11x-18=0$; $x_1+x_2=-\frac{11}{7}$; $x_1\cdot x_2=-\frac{18}{7}=1\cdot\left(-\frac{18}{7}\right)$;
$x_1=1$; $x_2=-\frac{18}{7}=-2\frac{4}{7}$. *Відповідь:* 1; $-2\frac{4}{7}$.

2) $9x^2-5x-4=0$; $x_1+x_2=\frac{5}{9}$; $x_1\cdot x_2=-\frac{4}{9}$; $x_1=1$; $x_2=-\frac{4}{9}$. *Відповідь:* 1; $-\frac{4}{9}$.

706. $x^2-9x+6=0$. За теоремою, оберненої до теореми Вієта: $x_1+x_2=9$; $x_1\cdot x_2=6$.

1) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1{,}5$;

2) $x_1^2+x_2^2=(x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2)-2x_1\cdot x_2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=9^2-2\cdot 6=81-12=69$;

3) $(x_1-x_2)^2=x_1^2-2x_1\cdot x_2+x_2^2=(x_1^2+x_2^2)-2x_1\cdot x_2=69-2\cdot 6=69-12=57$;

4) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) = 9 \cdot (69 - 6) = 9 \cdot 63 = 567.$

Відповідь: 1) 1,5; 2) 69; 3) 57; 4) 567.

707. $x^2 + 5x - 16 = 0$. За теоремою, оберненої до теореми Віста: $x_1 + x_2 = -5$; $x_1 \cdot x_2 = -16$.

1) $x_1^2 \cdot x_2 + x_2^2 \cdot x_1 = x_1 \cdot x_2(x_1 + x_2) = -16 \cdot (-5) = 80;$

2) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_1^2) - 2x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1 + x_2) - 2x_1 \cdot x_2}{x_1 \quad x_2} =$

$= \frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 \cdot x_2} - 2 = \frac{25}{-16} - 2 = -1\frac{9}{16} - 2 = -3\frac{9}{16};$

3) $|x_2 - x_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 + x_1^2} = \sqrt{(x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_1^2) - 4x_1 \cdot x_2} =$

$= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2} = \sqrt{25 - 4 \cdot (-16)} = \sqrt{25 + 64} = \sqrt{89}.$

Відповідь: 1) 80; 2) $-3\frac{9}{16}$; 3) $\sqrt{89}$.

708. $x^2 + 8x - 3 = 0$. За теоремою: $x_1 + x_2 = -8$; $x_1 \cdot x_2 = -3$. Корені квадратного рівняння на 2 менше за відповідні корені: $x_1' = x_1 - 2$; $x_2' = x_2 - 2$, тоді $x_1' + x_2' = x_1 - 2 + x_2 - 2 = (x_1 + x_2) - 4 = -8 - 4 = -12;$

$x_1' \cdot x_2' = (x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2) = x_1 \cdot x_2 - 2x_1 \cdot x_2 + 4 = -3 - 2(x_1 + x_2) + 4 =$

$= -3 - 2 \cdot (-8) + 4 = -3 + 16 + 4 = 17$. Квадратне рівняння має вигляд: $x^2 + 12x + 17 = 0$.

Відповідь: $x^2 + 12x + 17 = 0$.

709. $x^2 - 12x + 4 = 0$. За теоремою: $x_1 + x_2 = 12$; $x_1 \cdot x_2 = 4$. Корені квадратного рівняння на 3 більші за відповідні корені рівняння: $x_1' = x_1 + 3$; $x_2' = x_2 + 3$, тоді $x_1' + x_2' = x_1 + 3 + x_2 + 3 = (x_1 + x_2) + 6 = 12 + 6 = 18;$

$x_1' \cdot x_2' = (x_1 + 3)(x_2 + 3) = x_1 \cdot x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 4 + 3 \cdot 12 + 9 = 4 + 36 + 9 = 49.$

Квадратне рівняння має вигляд: $x^2 - 18x + 49 = 0$. *Відповідь:* $x^2 - 18x + 49 = 0$.

710. $2x^2 - 14x + 9 = 0$. За теоремою: $x_1 + x_2 = \frac{14}{2} = 7$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$. Корені квадратного рівняння в 3 рази менші від відповідних коренів рівняння:

$x_1' = \frac{x_1}{3}$; $x_2' = \frac{x_2}{3}$; $x_1' + x_2' = \frac{x_1}{3} + \frac{x_2}{3} = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{7}{3}$; $x_1' \cdot x_2' = \frac{x_1}{3} \cdot \frac{x_2}{3} = \frac{9}{2 \cdot 9} = \frac{1}{2}$,

тоді $x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{1}{2} = 0$. Квадратне рівняння має вигляд: $6x^2 - 14x + 3 = 0$.

Відповідь: $6x^2 - 14x + 3 = 0$.

711. $2x^2 - 15x + 4 = 0$. За теоремою: $x_1 + x_2 = \frac{15}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{2} = 2$. Корені квадратного рівняння у 2 рази більші за відповідні корені рівняння:

$x_1' = x_1 \cdot 2$; $x_2' = x_2 \cdot 2$; $x_1' + x_2' = x_1 \cdot 2 + x_2 \cdot 2 = 2(x_1 + x_2) = 2 \cdot \frac{15}{2} = 15;$

$x_1' \cdot x_2' = x_1 \cdot 2 \cdot x_2 \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8.$

Квадратне рівняння має вигляд: $x^2 - 15x + 8 = 0$. *Відповідь:* $x^2 - 15x + 8 = 0$.

712. $3x^2 + ax - 7 = 0$. За теоремою: $x_1 + x_2 = -\frac{a}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3}$. За умовою $x_1^2 + x_2^2 = \frac{46}{9}$. Піднесемо до квадрату $x_1 + x_2 = -\frac{a}{3}$; $(x_1 + x_2)^2 = \left(-\frac{a}{3}\right)^2$;

$x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2 = \frac{a^2}{9}$; $\frac{46}{9} + 2 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{a^2}{9}$; $46 - 42 = a^2$; $a^2 = 4$; $a = 2$ або $a = -2$.

Відповідь: $a = 2$ або $a = -2$.

713. $x^2 - ax + 8 = 0$. За теоремою: $x_1 + x_2 = a$; $x_1 \cdot x_2 = 8$.

За умовою $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{5}{2}$; $\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{5}{2}$. Піднесемо до квадрату $x_1 + x_2 = a$;

$(x_1+x_2)^2=a^2$; $x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2=a^2$; $x_2^2+x_1^2=a^2-2x_1\cdot x_2$; $x_1^2+x_2^2=a^2-16$, то $\frac{a^2-16}{8}=\frac{5}{2}$; $2a^2-32=40$; $a^2=36$; $a=6$; $a=-6$. *Відповідь:* $a=6$ або $a=-6$.

714. 1) У рівняння $7x^2+4x-a^2-1=0$, $x_1\cdot x_2=\frac{-a^2-1}{7}$, але $-a^2-1<0$, $\frac{-a^2-1}{7}<0$ при будь-якому значенні a, тому x_1 і x_2 мають різні знаки. *Відповідь:* твердження правильне.

2) У рівняння $x^2+6x+a^2+4=0$, якщо є корені, то $x_1+x_2=-6$; $x_1\cdot x_2=a^2+4$, але $a^2+4>0$ при будь-якому значенні a, тому корені мають однакові знаки, але $x_1+x_2<0$, тому корені від'ємні. *Відповідь:* твердження правильне.

715. 1) $x^2+bx+6=0$. За теоремою: $x_1\cdot x_2=6$; $x_1+x_2=-b$, але $6=1\cdot 6=-1\times$ $\times(-6)=(-2)\cdot(-3)=2\cdot 3$, тому можливі значення b: $1+6=-b$; $b_1=-7$; $2+3=-b$; $b_2=-5$; $-1+(-6)=-b$; $b_3=7$; $-2+(-3)=-b$; $b_4=5$. *Відповідь:* -7; 7; -5; 5.

2) $x^2+bx-12=0$. За теоремою: $x_1+x_2=-b$; $x_1\cdot x_2=-12$; $-12=-1\cdot 12=1\cdot(-12)=2\cdot(-6)=-2\cdot 6=3\cdot(-4)=-3\cdot 4$, тому: $b_1=-(-1+12)=-11$; $b_2=-(1+(-12))=11$; $b_3=-(2+(-6))=4$; $b_4=-(-2+6)=-4$; $b_5=-(3+(-4))=1$; $b_6=-(-3+4)=-1$. *Відповідь:* -11; 11; 4; -4; 1; -1.

716. 1) $x^2+bx+8=0$. За теоремою: $x_1+x_2=-b$; $x_1\cdot x_2=8$; $8=-1\cdot(-8)=1\cdot 8=2\cdot 4=-2\cdot(-4)$, тому: $b_1=-(-1+(-8))=9$; $b_2=-(1+8)=-9$; $b_3=-(2+4)=-6$; $b_4=-(-2+(-4))=6$. *Відповідь:* 9; -9; -6; 6.

2) $x^2+bx-18=0$. За теоремою: $x_1+x_2=-b$; $x_1\cdot x_2=-18$; $-18=-1\cdot 18=1\cdot(-18)=-2\cdot 9=2\cdot(-9)=3\cdot(-6)=-3\cdot 6$, тому: $b_1=-(-1+18)=-17$; $b_2=-(1+(-18))=17$; $b_3=-(-2+9)=-7$; $b_4=-(2+(-9))=7$; $b_5=-(3+(-6))=3$; $b_6=-(-3+6)=-3$. *Відповідь:* -17; 17; -7; 7; 3; -3.

717. Корені рівняння $x^2+bx+c=0$, $x_1=b$, $x_2=c$.

За теоремою: $\begin{cases}x_1+x_2=-b,\\x_1\cdot x_2=c;\end{cases}$ $\begin{cases}b+c=-b,\\b\cdot c=c;\end{cases}$ $\begin{cases}c=-2b,\\-2b^2=-2b;\end{cases}$

$2b^2-2b=0$; $2b(b-1)=0$; $b_1=0$ або $b_2=1$; $c_1=-2\cdot 0=0$, $c_2=-2\cdot 1=-2$. *Відповідь:* $c=0$, $b=0$ або $b=1$, $c=-2$.

718. $x^2-4x+a=0$. За теоремою: $x_1+x_2=4$; $x_1\cdot x_2=a$.

1) За умовою $x_1^2+x_2^2=12$, тоді $(x_1+x_2)^2=16$; $x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2=16$; $12+2a=16$; $2a=16-12$; $a=2$. *Відповідь:* $a=2$.

2) За умовою $x_1^2+x_2^2=6$, тоді $6+2a=16$; $2a=16-6$; $a=5$, але $x^2-4x+5=0$; $D=16-4\cdot 1\cdot 5=16-20<0$, рівняння коренів не має. *Відповідь:* таких значень a не існує.

719. $x^2+(a-1)x-2a=0$. За теоремою: $x_1+x_2=-(a-1)=1-a$; $x_1\cdot x_2=-2a$. За умовою $x_1^2+x_2^2=9$, тому $(x_1+x_2)^2=(1-a)^2$; $x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2=1-2a+a^2$; $9-4a=1-2a+a^2$; $a^2+2a-8=0$; $a_1+a_2=-2$; $a_1\cdot a_2=-8$; $a_1=-4$; $a_2=2$. Перевіримо, чи є корені рівняння: якщо $a=-4$, то $x^2-5x+8=0$; $D=25-4\cdot 8<0$, коренів немає, $a_1=-4$ — сторонній корінь; якщо $a=2$, то $x^2+x-4=0$; $D=1+16>0$. *Відповідь:* $a=2$.

720. 1) $\frac{4a-16}{a^2-16}=\frac{4(a-4)}{(a-4)(a+4)}=\frac{4}{a+4}$; 2) $\frac{12b^3-8b^2}{2-3b}=\frac{4b^2(3b-2)}{-(3b-2)}=-4b^2$;

3) $\frac{c^2+10c+25}{5c+25}=\frac{(c+5)^2}{5(c+5)}=\frac{c+5}{5}$; 4) $\frac{4-m^2}{m^2-4m+4}=\frac{(2-m)(2+m)}{(2-m)^2}=\frac{2+m}{2-m}$;

5) $\dfrac{n^3-n^5}{n^3-n}=\dfrac{n^3(1-n^2)}{-n(1-n^2)}=-n^2$;

6) $\dfrac{2-2x^2}{4x^2-8x+4}=\dfrac{2(1-x^2)}{4(x^2-2x+1)}=\dfrac{(1-x)(1+x)}{2(1-x)^2}=\dfrac{1+x}{2(1-x)}=\dfrac{1+x}{2-2x}$.

721. Нехай посадили по x дерев у ряду, тоді рядів $(x-8)$. Всього дерев посадили $x(x-8)$. За умовою задачі посадили 48 дерев. Рівняння: $x^2-8x=48$; $x^2-8x-48=0$; $x_1+x_2=8$; $x_1\cdot x_2=-48$; $x_1=12$, $x_2=-4$; $x_2=-4$ — сторонній корінь за змістом задачі.

1) $12-8=4$ (ряди). *Відповідь:* 12 дерев у ряду; 4 ряди.

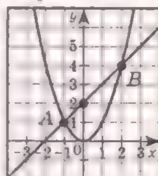
722. Координати точок перетину графіків функцій $y=x^2$ і $y=x+2$ задовольняють обидва рівняння. Тому: $x^2=x+2$; $x^2-x-2=0$; $x_1+x_2=1$; $x_1\cdot x_2=-2$; $x_1=2$, $x_2=-1$; $y_1=2+2=4$, $y_2=-1+2=1$.

Точки перетину $B(2;\ 4)$ і $A(-1;\ 1)$.

$y=x^2$ — парабола; $y=x+2$ — пряма, яка проходить через точки:

x	0	2
y	2	4

Відповідь: $A(-1;\ 1)$; $B(2;\ 4)$.



723. 1) 30 % = 0,3 тому 60 % · 0,3 = 18 % складають сливи усіх дерев саду. *Відповідь:* 18 % — сливи.

724. 1) $x^2-7x+10=x^2-5x-2x+10=x(x-5)-2(x-5)=(x-5)(x-2)$;

2) $y^2+3y-4=y^2+4y-y-4=y(y+4)-(y+4)=(y+4)(y-1)$;

3) $a^2+8a+12=a^2+6a+2a+12=a(a+6)+2(a+6)=(a+6)(a+2)$;

4) $x^2-x-6=x^2-3x+2x-6=x(x-3)+2(x-3)=(x-3)(x+2)$.

725. Якщо Василь задумав цифри x, y, z, то Петро мав назвати числа: наприклад, $a=100$, $b=10$, $c=1$, то значення виразу $ax+by+cz$ дає тризначне число, яке складається з цифр Василя, а саме $\overline{xyz}$.

Відповідь: $a=100$, $b=10$, $c=1$.

Завдання № 5 «Перевірте себе» в тестовій формі

1. В. $x^3+x=0$ не є квадратним. **2.** Г. $9x-x^2=0$; $x(9-x)=0$; $x=0$ або $x=9$.

3. Г. $\dfrac{x^2-x}{6}-\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{3-x}{2}$;

$x^2-x-2(x-2)=3(3-x)$; $x^2-x-2x+4=9-3x$; $x^2=5$; $x=\pm\sqrt{5}$.

4. В. $x^2-2x+5=0$; $D=4-4\cdot5=4-20<0$, коренів немає.

5. А. $6x^2+13x+5=0$; $D=169-4\cdot6\cdot5=169-120>0$, два кореня.

6. Б. $x^2+4x-21=0$; $x_1+x_2=-4$; $x_1\cdot x_2=-21$; $x_1=-7$, $x_2=3$.

7. А. $x^2-10x-12=0$; $x_1+x_2=10$. **8.** Б. $3x^2-16x+6=0$; $x_1\cdot x_2=\dfrac{6}{3}=2$.

9. А. $(3x-1)(x+2)=(x-12)(x-4)$; $3x^2+6x-x-2=x^2-4x-12x+48$; $2x^2+5x+16x-48-2=0$; $2x^2+21x-50=0$; $x_1+x_2=-10{,}5$; $x_1\cdot x_2=-25$; $x_1=-12{,}5$; $x_2=2$.

10. Г. $x_1+x_2=3-\sqrt{2}+3+\sqrt{2}=6$; $x_1\cdot x_2=(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=9-2=7$; $x^2-6x+7=0$.

11. Б. $x|x|-9x-10=0$. Якщо $x\ge0$, то $x^2-9x-10=0$; $x_1=-1$, $x_2=10$; $x_1=-1<0$ — сторонній корінь. Якщо $x<0$, то $-x^2-9x-10=0$; $x^2+9x+10=0$;

$$x=\frac{-9\pm\sqrt{81-40}}{2}=\frac{-9\pm\sqrt{41}}{2};\quad x_3=\frac{-9-\sqrt{41}}{2}<0;\quad x_4=\frac{-9+\sqrt{41}}{2}<0.$$

12. А. $2x^2 + 9x + c = 0$; $x_1 = -5$, то $2 \cdot 25 - 45 + c = 0$; $c = -5$; $2x^2 + 9x - 5 = 0$;

$x_1 + x_2 = -\frac{9}{2}$; $x_2 = -4{,}5 + 5 = 0{,}5$.

726. Для знаходження коренів квадратного тричлена, складаємо та розв'язуємо рівняння:

1) $x^2 - x - 12$; $x^2 - x - 12 = 0$; $x_1 + x_2 = 1$; $x_1 \cdot x_2 = -12$; $x_1 = 4$; $x_2 = -3$;

2) $x^2 + 2x - 35$; $x^2 + 2x - 35 = 0$; $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 \cdot x_2 = -35$; $x_1 = -7$; $x_2 = 5$;

3) $3x^2 - 16x + 6$; $3x^2 - 16x + 5 = 0$; $x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 15}}{3} = \frac{8 \pm 7}{3}$; $x_1 = 5$; $x_2 = \frac{1}{3}$;

4) $16x^2 - 24 + 3$; $16x^2 - 24x + 3 = 0$; $x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 48}}{16}$;

$x_{1,2} = \frac{12 \pm \sqrt{96}}{16} = \frac{12}{16} \pm \frac{\sqrt{96}}{4\sqrt{16}} = \frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{6}}{4}$; $x_1 = \frac{3 + \sqrt{6}}{4}$; $x_2 = \frac{3 - \sqrt{6}}{4}$;

5) $4x^2 + 28x + 49$; $4x^2 + 28x + 49 = 0$; $(2x + 7)^2 = 0$; $x = -\frac{7}{2}$;

6) $3x^2 + 21x - 90$; $3x^2 + 21x - 90 = 0$; $x^2 + 7x - 30 = 0$; $x_1 = -10$; $x_2 = 3$.

Відповідь: 1) 4; –3; 2) –7; 5; 3) 5; $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{3 \pm \sqrt{6}}{4}$; 5) –3,5; 6) –10; 3.

727. Квадратний тричлен можна розкласти на лінійні множники, якщо дискримінант квадратного рівняння більше або дорівнює нулю.

1) $x^2 - 12x + 6$; $x^2 - 12 + 6 = 0$; $D = 144 - 4 \cdot 6 > 0$, так, можна;

2) $3x^2 - 8x + 6$; $3x^2 - 8x + 6 = 0$; $D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 6 < 0$, ні;

3) $2a^2 - 8a + 8$; $2a^2 - 8a + 8 = 0$; $D = 64 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 0$, так;

4) $-6b^2 + b + 12$; $-6b^2 + b + 12 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot (-6) \cdot 12 > 0$, так.

728. 1) $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$; 2) $x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3)$;

3) $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2)$; 4) $-x^2 - 5x - 6 = -(x^2 + 5x + 6) = -(x + 3)(x + 2)$;

5) $-x^2 + x + 2 = -(x^2 - x - 2) = -(x - 2)(x + 1)$;

6) $6x^2 - 5x - 1 = 6(x - 1)\left(x + \frac{1}{6}\right) = (x - 1)(6x + 1)$. Знайдемо корені тричлена:

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{12} = \frac{5 \pm 7}{12}$; $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{1}{6}$;

7) $4x^2 + 3x - 22 = 4(x - 2)\left(x + \frac{11}{4}\right) = (x - 2)(4x + 11)$. Знайдемо корені тричлена: $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 4 \cdot (-22)}}{8} = \frac{-3 \pm 19}{8}$; $x_1 = 2$; $x_2 = -\frac{11}{4}$;

8) $-3a^2 + 8a + 3 = 3\left(a + \frac{1}{3}\right)(a - 3) = -(3a + 1)(a - 3)$. Знайдемо корені тричлена: $a = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 36}}{-6} = \frac{-8 \pm 10}{-6}$; $a_1 = -\frac{1}{3}$; $a_2 = 3$;

9) $\frac{1}{6}b^2 - \frac{5}{6}b + 1 = \frac{1}{6}(b - 3)(b - 2)$. Знайдемо корені тричлена:

$b = \frac{\frac{5}{6} \pm \sqrt{\frac{25}{36} - 4 \cdot \frac{1}{6}}}{2 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{\frac{5}{6} \pm \frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}$; $b_1 = 3$; $b_2 = \frac{4}{6} : \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3^1}{6_2} = 2$;

10) $-2x^2 - 0{,}5x + 1{,}5 = -2(x + 1)\left(x - \frac{3}{4}\right) = -(x + 1)(2x - 1{,}5)$.

Знайдемо корені тричлена:

$$x = \frac{0,5 \pm \sqrt{0,25 + 4 \cdot 2 \cdot 1,5}}{-4} = \frac{0,5 \pm \sqrt{12,25}}{-4} = \frac{0,5 \pm 3,5}{-4}; \quad x_1 = -1; \quad x_2 = -\frac{3}{4};$$

11) $0,4x^2 - 2x + 2,5 = 0,4(x - 2,5)^2$. Знайдемо корені тричлена:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 0,4 \cdot 2,5}}{0,8} = \frac{2 \pm 0}{0,8} = \frac{20}{8} = 2,5;$$

12) $-1,2m^2 + 2,6m - 1 = -1,2\left(m - \frac{5}{3}\right)\left(m - \frac{1}{2}\right) = (2 - 1,2m)\left(m - \frac{1}{2}\right)$.

Знайдемо корені тричлена:

$$m = \frac{-1,3 \pm \sqrt{1,69 - 4 \cdot (-1,2) \cdot (-1)}}{-1,2} = \frac{-1,3 \pm \sqrt{1,69 - 1,2}}{-1,2} = \frac{-1,3 \pm 0,7}{-1,2};$$

$m_1 = \frac{5}{3}; \quad m_2 = \frac{1}{2}$.

729. 1) $x^2 - 3x - 18 = (x - 6)(x + 3)$; 2) $x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2)$;

3) $-x^2 + 3x + 4 = -(x^2 - 3x - 4) = -(x - 4)(x + 1)$;

4) $5x^2 + 8x - 4 = 5(x - 0,4)(x + 2)$; $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{5} = \frac{-4 \pm 6}{5}$; $x_1 = 0,4$; $x_2 = -2$;

5) $2a^2 - 3a + 1 = 2(a - 1)(a - 0,5)$; $a = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$; $a_1 = 1$; $a_2 = 0,5$;

6) $4b^2 - 11b - 3 = 4(b - 3)\left(b + \frac{1}{4}\right) = (b - 3)(4b + 1)$; $b = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{8} = \frac{11 \pm 13}{8}$;

$b_1 = 3$; $b_2 = -\frac{1}{4}$;

7) $-\frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 = -\frac{1}{4}(x + 6)(x + 2)$; $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 3}}{-0,5} = \frac{2 \pm 1}{-0,5}$; $x_1 = -6$; $x_2 = -2$;

8) $0,3m^2 - 3m + 7,5 = 0,3(m - 2,5)^2$; $m = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 0,3 \cdot 7,5}}{1,2} = \frac{3 \pm 0}{1,2} = 2,5$;

9) $x^2 - 2x - 2 = (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3})$; $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-2)}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$.

730. 1) $\frac{x^2 + x - 6}{x + 3} = \frac{(x+3)(x - 2)}{(x+3)} = x - 2$; 2) $\frac{x - 4}{x^2 - 10x + 24} = \frac{(x-4)}{(x-4)(x - 6)} = \frac{1}{x - 6}$;

3) $\frac{3x - 15}{x^2 - x - 20} = \frac{3(x-5)}{(x-5)(x + 4)} = \frac{3}{x + 4}$; 4) $\frac{x^2 - 3x + 2}{6x - 6} = \frac{(x-1)(x - 2)}{6(x-1)} = \frac{x - 2}{6}$;

5) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x} = \frac{(x-3)(x - 4)}{x(x-3)} = \frac{x - 4}{x}$; 6) $\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 2x - 8} = \frac{x(x+4)}{(x+4)(x - 2)} = \frac{x}{x - 2}$.

731. 1) $\frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5} = \frac{(x-5)(x - 1)}{(x-5)} = x - 1$; 2) $\frac{2x + 12}{x^2 + 3x - 18} = \frac{2(x+6)}{(x+6)(x - 3)} = \frac{2}{x - 3}$;

3) $\frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 + 7x} = \frac{(x+7)(x + 2)}{x(x+7)} = \frac{x + 2}{x}$.

732. 1) $\frac{4a^2 - 9}{2a^2 - 9a - 18} = \frac{(2a - 3)(2a + 3)}{2(a - 6)(a + 1,5)} = \frac{(2a - 3)(2a+3)}{(a - 6)(2a+3)} = \frac{2a - 3}{a - 6}$.

Знайдемо корені тричлена $2a^2 - 9a + 18$:

$$a = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 2 \cdot (-18)}}{4} = \frac{9 \pm 15}{4}; \quad a_1 = 6; \quad a_2 = -1,5;$$

2) $\frac{2b^2-7b+3}{4b^2-4b+1}=\frac{2(b-3)(b-0,5)}{(2b-1)^2}=\frac{(b-3)(2b-1)}{(2b-1)^2}=\frac{b-3}{2b-1}$. Знайдемо корені тричлена $2b^2-7b+3$: $b=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm5}{4}$; $b_1=3$; $b_2=0,5$;

3) $\frac{c^2-5c-6}{c^2-8c+12}=\frac{(c-6)(c+1)}{(c-6)(c-2)}=\frac{c+1}{c-2}$;

4) $\frac{m^3-1}{m^2+9m-10}=\frac{(m-1)(m^2+m+1)}{(m+10)(m-1)}=\frac{m^2+m+1}{m+10}$;

5) $\frac{x^2-16}{32-4x-x^2}=\frac{(x-4)(x+4)}{-(x+8)(x-4)}=-\frac{x+4}{x+8}$.

Знайдемо корені тричлена $-x^2-4x+32$: $x_1=-8$; $x_2=4$;

6) $\frac{4n^2-9n+2}{2+9n-5n^2}=\frac{4(n-2)\left(n-\frac{1}{4}\right)}{-5(n-2)\left(n+\frac{1}{5}\right)}=-\frac{4n-1}{1+5n}=\frac{1-4n}{1+5n}$.

Знайдемо корені тричленів:

$4n^2-9n+2$: $n=\frac{9\pm\sqrt{81-4\cdot4\cdot2}}{8}=\frac{9\pm7}{8}$; $n_1=2$; $n_2=\frac{1}{4}$;

та $-5n^2+9n+2$: $n=\frac{-9\pm\sqrt{81-4\cdot(-5)\cdot2}}{-10}=\frac{-9\pm11}{-10}$; $n_1=2$; $n_2=-\frac{1}{5}$.

733. 1) $\frac{4x^2+x-3}{x^2-1}=\frac{4(x+1)\left(x-\frac{3}{4}\right)}{(x-1)(x+1)}=\frac{4x-3}{x-1}$. Знайдемо корені тричлена

$4x^2+x-3$: $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+16\cdot3}}{8}=\frac{-1\pm7}{8}$; $x_1=-1$; $x_2=\frac{3}{4}$;

2) $\frac{2y^2+3y-5}{y^2-2y+1}=\frac{2(y-1)(y+2,5)}{(y-1)^2}=\frac{2y+5}{y-1}$. Знайдемо корені тричлена

$2y^2+3y-5$: $y=\frac{-3\pm\sqrt{9-4\cdot2\cdot(-5)}}{4}=\frac{-3\pm7}{4}$; $y_1=-2,5$; $y_2=1$;

3) $\frac{a^2+5a+4}{a^2-a-20}=\frac{(a+4)(a+1)}{(a+4)(a-5)}=\frac{a+1}{a-5}$;

4) $\frac{3+20b-7b^2}{7b^2-6b-1}=\frac{-7(b-3)\left(b+\frac{1}{7}\right)}{7(b-1)\left(b+\frac{1}{7}\right)}=\frac{3-b}{b-1}$. Знайдемо корені тричленів:

$7b^2-6b-1$: $b=\frac{6\pm\sqrt{36+28}}{14}=\frac{6\pm8}{14}$; $b_1=1$; $b_2=-\frac{1}{7}$;

$-7b^2+20b+3$: $b=\frac{-10\pm\sqrt{100+21}}{-7}=\frac{-10\pm11}{-7}$; $b_1=3$; $b_2=-\frac{1}{7}$.

734. 1) $2x^2-5x+b$, якщо розклад містить множник $x-3$, то $x=3$ — корінь тричлена, підставимо значення в тричлен та знайдемо b: $2\cdot9-5\cdot3+b=0$; $18-15+b=0$; $b=-3$. *Відповідь:* $b=-3$.

2) $-4x^2+bx+2$, якщо розклад містить множник $x+1$, то $x=-1$ — корінь тричлена, підставимо в тричлен та знайдемо b: $-4\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+2=0$; $-4-b+2=0$; $b=-2$ *Відповідь:* $b=-2$.

3) $3x^2-4x+b$, якщо розклад містить множник $(3x-2)$, то $x=\frac{2}{3}$ — корінь тричлена, підставимо в тричлен та знайдемо b:

$$3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2-4\cdot\frac{2}{3}+b=0;\quad \frac{4}{3}-\frac{8}{3}+b=0;\quad b=\frac{4}{3}.$$ *Відповідь:* $b=1\frac{1}{3}$.

735. 1) $2x^2-7x+a$, якщо розклад містить множник $(x-4)$, то $x=4$ — корінь тричлена, підставимо в тричлен та знайдемо a: $2\cdot4^2-7\cdot4+a=0$; $32-28+a=0$; $a=-4$;

2) $4x^2-ax+6$, якщо розклад містить множник $(2x+1)$, то $x=-\frac{1}{2}$ — корінь тричлена, підставимо значення та знайдемо a:

$$4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2-a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+6=0;\quad 1+\frac{1}{2}a+6=0;\quad \frac{1}{2}a=-7;\quad a=-14.$$

736. 1) $$\frac{9a^2-4}{2a^2-5a+2}\cdot\frac{a-2}{3a+2}+\frac{a-1}{1-2a}=\frac{(3a-2)\cancel{(3a+2)}\cdot\cancel{(a-2)}}{2\cancel{(a-2)}(a-0,5)\cdot\cancel{(3a+2)}}+\frac{a-1}{1-2a}=$$

$$=\frac{3a-2}{2a-1}-\frac{a-1}{2a-1}=\frac{3a-2-a+1}{2a-1}=\frac{2a-1}{2a-1}=1.$$

Розклали тричлен $2a^2-5a+2$ на множники, попередньо знайшовши корені: $a=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm3}{4}$; $a_1=2$; $a_2=0,5$;

2) $$\frac{b-4}{b^3-b}:\left(\frac{b-1}{2b^2+3b+1}-\frac{1}{b^2-1}\right)=\frac{b-4}{b^3-b}:\left(\frac{b-1}{(b+1)(2b+1)}-\frac{1}{(b-1)(b+1)}\right)=$$

$$=\frac{b-4}{b^3-b}:\frac{(b-1)^2-(2b+1)}{(b+1)(2b+1)(b-1)}=\frac{(b-4)\cdot\cancel{(b+1)}(2b+1)(b-1)}{b(b-1)\cancel{(b+1)}\cdot(b^2-2b+\cancel{1}-2b-\cancel{1})}=$$

$$=\frac{(b-4)\cdot(2b+1)(b-1)}{b(b-1)(b^2-4b)}=\frac{\cancel{(b-4)}(2b+1)\cdot(b-1)}{b(b-1)\cdot b\cancel{(b-4)}}=\frac{(2b+1)\cancel{(b-1)}}{b^2\cancel{(b-1)}}=\frac{2b+1}{b^2};$$

3) $$\left(\frac{c+2}{c^2-c-6}-\frac{2c}{c^2-6c+9}\right):\frac{c^2+3c}{(2c-6)^2}=\left(\frac{c+2}{(c-3)(c+2)}-\frac{2c}{(c-3)^2}\right):\frac{c(c+3)}{2^2(c-3)^2}=$$

$$=\frac{(c+2)(c-3)-2c(c+2)}{(c-3)^2(c+2)}\cdot\frac{4(c-3)^2}{c(c+3)}=\frac{(c^2-3c+2c-6-2c^2-4c)\cdot4\cancel{(c-3)^2}}{\cancel{(c-3)^2}\cdot(c+2)\cdot c\cdot(c+3)}=$$

$$=\frac{(-c^2-5c-6)\cdot4}{c(c+2)(c+3)}=\frac{-(c^2+5c+6)\cdot4}{c(c+2)(c+3)}=-\frac{\cancel{(c+2)}\cancel{(c+3)}\cdot4}{c\cancel{(c+2)}\cancel{(c+3)}}=-\frac{4}{c};$$

4) $$\left(\frac{3}{m-4}+\frac{2m}{m+1}+\frac{4m-6}{m^2-3m-4}\right)\cdot\frac{4m-16}{2m-3}=\left(\frac{3}{m-4}+\frac{2m}{m+1}+\frac{4m-6}{(n-4)(n+1)}\right)\cdot\frac{4(m-4)}{2m-3}=$$

$$=\frac{3(n+1)+2m(m-4)+4m-6}{(n-4)(m+1)}\cdot\frac{4(m-4)}{2m-3}=\frac{(3m+3+2m^2-8m+4m-6)\cdot4\cancel{(m-4)}}{\cancel{(m-4)}(m+1)\cdot(2m-3)}=$$

$$=\frac{(2m^2-m-3)\cdot4}{(m+1)(2m-3)}=\frac{\cancel{(m+1)}\cancel{(2m-3)}\cdot4}{\cancel{(m+1)}\cancel{(2m-3)}}=4.$$

737. Для доведення, що для всіх допустимих значеннях змінної значення виразу не залежить від значення змінної, спростимо вираз:

1) $$\frac{25a^2-36}{10a^2-9a+2}:\frac{5a-6}{5a-2}+\frac{9a-8}{1-2a}=\frac{(5a-6)(5a+6)}{10(a-0,5)(a+0,4)}\cdot\frac{5a-2}{5a+6}+\frac{9a+8}{1-2a}=$$

$$= \frac{(5a-6)(5a+6)\cdot(5a-2)}{(2a-1)(5a-2)\cdot(5a+6)} + \frac{9a-8}{1-2a} = \frac{5a-6}{2a-1} - \frac{9a-8}{2a-1} = \frac{5a-6-9a+8}{2a-1} =$$

$$= \frac{-4a+2}{2a-1} = \frac{-2(2a-1)}{2a-1} = -2,$$ отже, не залежить від a, доведено;

2) $$\left(\frac{2a}{a+3} + \frac{1}{a-1} - \frac{4}{a^2+2a-3}\right) : \frac{2a+1}{a+3} = \left(\frac{2a}{a+3} + \frac{1}{a-1} - \frac{4}{(a+3)(a-1)}\right) \cdot \frac{a+3}{2a+1} =$$

$$= \frac{2a(a-1)+a+3-4}{(a+3)(a-1)} \cdot \frac{a+3}{2a+1} = \frac{(2a^2-2a+a-1)\cdot(a+3)}{(a+3)(a-1)\cdot(2a+1)} = \frac{2a^2-a-1}{(a-1)(2a+1)} =$$

$$= \frac{(a-1)(2a+1)}{(a-1)(2a+1)} = 1,$$ отже, не залежить від значення a, доведено.

738. 1) $y = \dfrac{x^2-6x+5}{x-1}$. Область визначення функції $x-1 \neq 0$, $x \neq 1$.

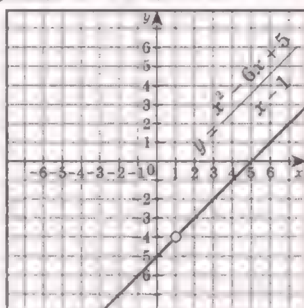
На області визначення спростимо вираз:

$$\frac{x^2-6x+5}{x-1} = \frac{(x-1)(x-5)}{x-1} = x-5.$$

Побудуємо на області визначення графік функції $y = x-5$. Графік — пряма, яка проходить через точки:

x	0	2
y	–5	–3

Графік — пряма без точки (1; –4).



2) $y = \dfrac{3x^2-10x+3}{x-3} - \dfrac{x^2-4}{x+2}$.

Область визначення функції $x \neq 3$, $x \neq -2$.

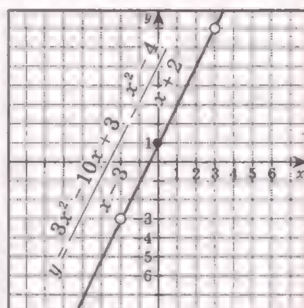
На області визначення спростимо вираз:

$$\frac{3x^2-10x+3}{x-3} - \frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(x-3)(3x-1)}{(x-3)} - \frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)} = 3x-1-x+2 = 2x+1.$$

Побудуємо на області визначення графік функції $y = 2x+1$. Графік — пряма, яка проходить через точки:

x	0	1
y	1	3

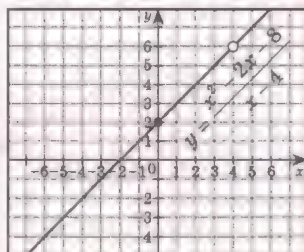
Графіком є пряма, на який виключено точки (–2; –3); (3; 7). Графік побудовано.



739. 1) $y = \dfrac{x^2-2x-8}{x-4}$. Область визначення функції $x-4 \neq 0$, $x \neq 4$.

На області визначення спростимо вираз:

$$\frac{x^2-2x-8}{x-4} = \frac{(x-4)(x+2)}{x-4} = x+2.$$

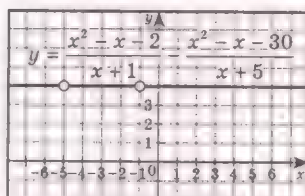


Графіком функції $y = x + 2$ є пряма, яка проходить через точки:

x	0	3
y	2	5

Графіком є пряма, на якій виключено точку (4; 6).

2) $y = \dfrac{x^2 - x - 2}{x+1} - \dfrac{x^2 - x - 30}{x+5}$.



Область визначення функції
$x + 1 \neq 0$, $x + 5 \neq 0$, $x = -1$ і $x \neq -5$.
На області визначення спростимо вираз:

$$\frac{x^2 - x - 2}{x+1} - \frac{x^2 - x - 30}{x+5} = \frac{(x+1)(x-2)}{x+1} - \frac{(x+5)(x-6)}{x+5} = x - 2 - (x-6) = 4.$$

Побудуємо графік функції на області визначення. Графіком функції $y = 4$ є пряма, яка паралельна вісі Ox та проходить через точку (0; 4). Графіком функції є пряма, на якій виключено точки (–1; 4) і (–5; 4).

740. 1) $x^2 - 6xy + 5y^2 = x^2 - 5xy - xy + 5y^2 = x(x - 5y) - y(x - 5y) = (x - 5y)(x - y)$;
2) $a^2 + 5ab - 36b^2 = a^2 + 9ab - 4ab - 36b^2 = a(a + 9b) - 4b(a + 9b) = (a + 9b)(a - 4b)$;
3) $3m^2 - 8mn - 3n^2 = 3m^2 + mn - 9mn - 3n^2 = m(3m + n) - 3n(3m + n) =$
$= (3m + n)(m - 3n)$;
4) $4x^2 - 5xy + y^2 = 4x^2 - 4xy - xy + y^2 = 4x(x - y) - y(x - y) = (x - y)(4x - y)$.

741. 1) $a^2 - 14ab + 40b^2 = a^2 - 4ab - 10ab + 40b^2 = a(a - 4b) - 10b(a - 4b) =$
$= (a - 4b)(a - 10b)$;
2) $12b^2 + bc - 6c^2 = 12b^2 - 8bc + 9bc - 6c^2 = 4b(3b - 2c) + 3c(3b - 2c) =$
$= (3b - 2c)(4b + 3c)$.

742. 1) $(a^2 - a - 6) \cdot x = a^2 - 9$; $(a - 3)(a + 2) \cdot x = (a - 3)(a + 3)$.
Якщо $a = 3$, то $0x = 0$, x — будь-яке число;
якщо $a = -2$, то $0x = 4 - 9$, коренів немає;
якщо $a \neq 3$, $a \neq -2$, то $x = \dfrac{(a-3)(a+3)}{(a-3)(a+2)}$; $x = \dfrac{a+3}{a+2}$.
Відповідь: якщо $a = 3$, то x — будь-яке число; якщо $a = -2$, то коренів немає; якщо $a \neq 3$, $a \neq -2$, то $x = \dfrac{a+3}{a-2}$.

2) $(a^2 - 8a + 7) \cdot x = 2a^2 - 13a - 7$; $(a - 1)(a - 7) \cdot x = 2a^2 - 13a - 7$.
Якщо $a = 1$, то $0x = 2 - 13 - 7$; $0x = -18$, коренів немає;
якщо $a = 7$, то $0x = 2 \cdot 49 - 13 \cdot 7 - 7$; $0x = 0$, x — будь-яке число;
якщо $a \neq 1$, $a \neq 7$, то $(a - 1)(a - 7) \cdot x = (a - 7)(2a + 1)$; $x = \dfrac{(a-7)(2a+1)}{(a-1)(a-7)} = \dfrac{2a+1}{a-1}$.
Відповідь: якщо $a = 1$, то коренів немає; якщо $a = 7$, то x — будь-яке число; якщо $a \neq 1$, $a \neq 7$, то $x = \dfrac{2a+1}{a-1}$.

743. $(a^2 + 7a - 8) \cdot x = a^2 + 16a + 64$; $(a + 8)(a - 1) \cdot x = (a + 8)^2$.
Якщо $a = -8$, то $0x = 0$, x — будь-яке число;
якщо $a = 1$, то $0x = 81$, коренів немає; якщо $a \neq -8$, $a \neq 1$, то $x = \dfrac{a+8}{a-1}$.
Відповідь: якщо $a = -8$, то x — будь-яке число; якщо $a = 1$, то коренів немає; якщо $a \neq -8$, $a \neq 1$, то $x = \dfrac{a+8}{a-1}$.

744. 1) $\frac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$; 2) $\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{10}-5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)}{-\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}\left(\sqrt{5}-1\right)}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$;

3) $\frac{2-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-3}=\frac{\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$;

4) $\frac{4a-2}{2\sqrt{a}+\sqrt{2}}=\frac{2(2a-1)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2a}+1\right)}=\frac{2\left(\sqrt{2a}-1\right)\left(\sqrt{2a}+1\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{2a}+1\right)}=\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2a}-1\right)=2\sqrt{a}-\sqrt{2}$;

5) $\frac{9a-b^2}{9a+6b\sqrt{a}+b}=\frac{\left(3\sqrt{a}-b\right)\left(3\sqrt{a}+b\right)}{\left(3\sqrt{a}+b\right)^2}=\frac{3\sqrt{a}-b}{3\sqrt{a}+b}$;

6) $\frac{a\sqrt{a}-8}{a+2\sqrt{a}+4}=\frac{\left(\sqrt{a}-2\right)\left(a+2\sqrt{a}+4\right)}{\left(a+2\sqrt{a}+4\right)}=\sqrt{a}-2$.

745. На рисунку а) відстань не змінюється, тому швидкість дорівнює нулю; на рисунку б) відстань змінюється зі сталою швидкістю, де $v=3$ км/год; на рисунку в) відстань змінюється, але не зі сталою швидкістю. *Відповідь:* рисунок б), швидкість 3 км/год.

746. 1) $2\cdot0{,}08+3\cdot0{,}06=0{,}16+0{,}18=0{,}34$ (л) — жиру у молоці двох видів; 2) $2+3=5$ (л) — всього молока;

3) $0{,}34:5\cdot100\,\%=\frac{34}{5}\,\%=6{,}8\,(\%)$. *Відповідь:* жирність утвореної суміші 6,8 %.

747. 1) $x^2=9$; $x_1=3$ або $x_2=-3$; 2) $x^2=-9$; коренів немає;

3) $(4x+1)^2=9$; $4x+1=3$; $4x=2$; $x_1=0{,}5$ або $4x+1=-3$; $4x=-4$; $x_2=-1$;

4) $(x-1)^2=5$; $x-1=\sqrt{5}$ $x_1=1+\sqrt{5}$; або $x-1=-\sqrt{5}$; $x_2=1-\sqrt{5}$;

5) $\sqrt{x}=9$; $x=9^2$; $x=81$; 6) $\sqrt{x}=-9$; коренів немає.

748. 1) $\frac{4x-1}{x-2}=\frac{x+5}{x-2}$; $\frac{4x-1}{x-2}-\frac{x+5}{x-2}=0$; $\frac{4x-1-x-5}{x-2}=0$; $\frac{3x-6}{x-2}=0$;

$\begin{cases}3x-6=0,\\x-2\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq2;\end{cases}$ $x=2$ — сторонній корінь. *Відповідь:* коренів немає.

2) $\frac{2y^2-3y-20}{y-4}-y=1$; $\frac{2y^2-3y-20-y(y-4)-1(y-4)}{y-4}=0$;

$\frac{2y^2-3y-20-y^2+4y-y+4}{y-4}=0$; $\frac{y^2-16}{y-4}=0$; $\begin{cases}y^2-16=0,\\y-4\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}y_1=4,\ y_2=-4,\\y\neq4;\end{cases}$

$y=4$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $y=-4$.

3) $\frac{5x-3}{x+1}-\frac{4x-2}{x+2}=1$; $\frac{(5x-3)(x+2)-(4x-2)(x+1)-(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+2)}=0$;

$\frac{5x^2+10x-3x-6-4x^2-4x+2x+2-x^2-x-2x-2}{(x+1)(x+2)}=0$;

$\frac{2x-6}{(x+1)(x+2)}=0$; $\begin{cases}2x-6=0,\\(x+1)(x+2)\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\neq-1,\ x\neq-2.\end{cases}$ *Відповідь:* $x=3$.

4) $\frac{1}{y-5}-\frac{1}{y+4}=\frac{9}{(y-5)(y+4)}$; $\frac{y+4-y+5-9}{(y-5)(y+4)}=0$; $\frac{0}{(y-5)(y+4)}=0$;

y — будь-яке число, крім 5 і –4.

Відповідь: y — будь-яке дійсне число, відмінне від 5 і –4.

749. Якщо периметр прямокутника 1000, то сума двох сторін 500. При умові, що довжини сторін натуральні числа, то таких прямокутників існує 250 штук. $(1 + 499;\ 2 + 498;\ \ldots;\ 250 + 250)$. Якщо периметр прямокутника 1002, то сума двох сторін 501. При умові, що довжини сторін натуральні числа, то таких прямокутників існує 250 штук. $(1 + 500;\ 1 + 499;\ \ldots;\ 250 + 251)$. *Відповідь:* однакова кількість прямокутників.

750. Рівняння біквадратні, які розв'язуються за допомогою заміни $x^2 = t$, де $t \geq 0$, тоді отримані рівняння розв'язуємо та повертаємося до заміни і знаходимо значення x: 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; $x^2 = t$, тоді $t^2 - 5t + 4 = 0$; $t_1 = 4$; $t_2 = 1$. Отримали рівняння $x^2 = 4$ або $x^2 = 1$; корені: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$, $x_3 = 1$, $x_4 = -1$. ***Відповідь:*** **2; –2; –1; 1.**

2) $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$; $x^2 = t$, тоді $t^2 - 5t + 6 = 0$; $t_1 = 2$; $t_2 = 3$. Отримали рівняння: $x^2 = 2$; $x^2 = 3$; корені $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$; $x_3 = \sqrt{3}$; $x_4 = -\sqrt{3}$. ***Відповідь:*** $\pm\sqrt{2}$; $\pm\sqrt{3}$.

3) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; $x^2 = t$, тоді $t^2 - 8t - 9 = 0$; $t_1 = 9$, $t_2 = -1$. Отримали рівняння: $x^2 = 9$; $x^2 = -1$; корені першого рівняння $x_1 = 3$, $x_2 = -3$; друге рівняння коренів не має;

4) $x^4 + 14x^2 - 32 = 0$; $x^2 = t$, тоді $t^2 + 14t - 32 = 0$; $t_1 = -16$, $t_2 = 2$. Отримали рівняння: $x^2 = -16$; $x^2 = 2$. Коренів перше рівняння не має, корені другого рівняння $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$. *Відповідь:* $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$.

5) $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$; $x^2 = t$, тоді $4t^2 - 9t + 2 = 0$; $t = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 32}}{8} = \frac{9 \pm 7}{8}$; $t_1 = 2$; $t_2 = \frac{1}{4}$. Отримали рівняння $x^2 = 2$; $x^2 = \frac{1}{4}$; корені $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$; $x_3 = \frac{1}{2}$; $x_4 = -\frac{1}{2}$. *Відповідь:* $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$.

6) $3x^4 + 8x^2 - 3 = 0$; $x^2 = t$, тоді $3t^2 + 8t - 3 = 0$; $t = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 36}}{6} = \frac{-8 \pm 10}{6}$; $t_1 = -3$; $t_2 = \frac{1}{3}$. Отримали рівняння $x^2 = -3$, коренів немає; $x^2 = \frac{1}{3}$; $x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. *Відповідь:* $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

751. Рівняння біквадратні, які розв'язуються за допомогою заміни:

1) $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$. Заміна: $x^2 = a$, тоді $a^2 - 29a + 100 = 0$; $a_1 = 25$; $a_2 = 4$. Отримали рівняння $x^2 = 25$ або $x^2 = 4$; корені $x_1 = 5$; $x_2 = -5$; $x_3 = 2$; $x_4 = -2$. *Відповідь:* 5; –5; 2; –2.

2) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$. Заміна: $x^2 = a$, тоді $a^2 - 9a + 20 = 0$; $a_1 = 4$; $a_2 = 5$. Отримали рівняння $x^2 = 4$; $x^2 = 5$; корені $x_1 = 2$; $x_2 = -2$; $x_3 = \sqrt{5}$; $x_4 = -\sqrt{5}$. *Відповідь:* 2; –2; $\sqrt{5}$; $-\sqrt{5}$.

3) $x^4 - 2x^2 - 24 = 0$. Заміна: $x^2 = a$, тоді $a^2 - 2a - 24 = 0$; $a_1 = 6$; $a_2 = -4$. Отримали рівняння $x^2 = 6$; $x^2 = -4$; корені першого рівняння $x_1 = \sqrt{6}$; $x_2 = -\sqrt{6}$; друге рівняння коренів немає. *Відповідь:* $\sqrt{6}$; $-\sqrt{6}$.

4) $x^4 + 3x^2 - 70 = 0$. Заміна: $x^2 = a$, тоді $a^2 + 3a - 70 = 0$; $a_1 = -10$; $a_2 = 7$. Отримали рівняння $x^2 = -10$; $x^2 = 7$. Перше рівняння коренів не має; коренями другого рівняння є числа: $x_1 = \sqrt{7}$; $x_2 = -\sqrt{7}$. *Відповідь:* $\sqrt{7}$; $-\sqrt{7}$.

5) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$. Заміна: $x^2 = a$, тоді $9a^2 - 10a + 1 = 0$;

$a = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{18} = \frac{10 \pm 8}{18}$; $a_1 = 1$; $a_2 = \frac{1}{9}$.

Отримали рівняння $x^2 = 1$; $x^2 = \frac{1}{9}$; корені $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = \frac{1}{3}$; $x_4 = -\frac{1}{3}$. *Відповідь:* 1; –1; $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$.

6) $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$. Заміна: $x^2 = a$, тоді $2a^2 - 5a + 2 = 0$;

$a = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4}$; $a_1 = 2$; $a_2 = \frac{1}{2}$.

Отримали рівняння: $x^2 = 2$ і $x^2 = \frac{1}{2}$, тоді корені: $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$; $x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $x_4 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. *Відповідь:* $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$; $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

752. 1) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x + 1} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 = 0, \\ x + 1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1, x_2 = -4, \\ x \neq -1. \end{cases}$ *Відповідь:* 1; –4.

2) $\frac{x^2 - 6x - 7}{x - 7} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 6x - 7 = 0, \\ x - 7 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 7, x_2 = -1, \\ x \neq 7; \end{cases}$ $x = -1$. *Відповідь:* –1.

3) $\frac{3x^2 - x - 2}{1 - x} = 0$; $\begin{cases} 3x^2 - x - 2 = 0, \\ 1 - x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{3}, \\ x \neq 1; \end{cases}$ $x = -\frac{2}{3}$. *Відповідь:* $-\frac{2}{3}$.

4) $\frac{x^2 - 8x}{x + 10} = \frac{20}{x + 10}$; $\frac{x^2 - 8x}{x + 10} - \frac{20}{x + 10} = 0$; $\frac{x^2 - 8x - 20}{x + 10} = 0$;

$\begin{cases} x^2 - 8x - 20 = 0, \\ x + 10 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 10, x_2 = -2, \\ x \neq -10; \end{cases}$ $x = 10$, $x = -2$. *Відповідь:* 10; –2.

5) $\frac{x^2 - 14}{x + 2} = \frac{5x}{x + 2}$; $\frac{x^2 - 14}{x + 2} - \frac{5x}{x + 2} = 0$; $\frac{x^2 - 5x - 14}{x + 2} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 5x - 14 = 0, \\ x + 2 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = 7, x_2 = -2, \\ x \neq -2; \end{cases}$ $x = 7$. *Відповідь:* 7.

6) $\frac{x^2 + 10x}{x - 8} = \frac{12x + 48}{x - 8}$; $\frac{x^2 + 10x}{x - 8} - \frac{12x + 48}{x - 8} = 0$; $\frac{x^2 + 10x - 12x - 48}{x - 8} = 0$;

$\begin{cases} x^2 - 2x - 48 = 0, \\ x - 8 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 8, x_2 = -6, \\ x \neq 8; \end{cases}$ $x = -6$. *Відповідь:* –6.

7) $\frac{x^2 + 4x}{x - 5} - \frac{9x + 50}{x - 5} = 0$; $\frac{x^2 + 4x - 9x - 50}{x - 5} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 5x - 50 = 0, \\ x - 5 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = 10, x_2 = -5, \\ x \neq 5; \end{cases}$ $x = 10$ або $x = -5$. *Відповідь:* 10; –5.

8) $\frac{x^2 - 6x}{x - 3} + \frac{15 - 2x}{x - 3} = 0$; $\frac{x^2 - 6x + 15 - 2x}{x - 3} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 6x + 15 - 2x = 0, \\ x - 3 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 8x + 15 = 0, \\ x - 3 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 3, x_2 = 5, \\ x \neq 3; \end{cases}$ $x = 5$. *Відповідь:* 5.

9) $\frac{x^2 - 6x}{x - 4} = 4$; $\frac{x^2 - 6x}{x - 4} - 4 = 0$; $\frac{x^2 - 6x - 4(x - 4)}{x - 4} = 0$; $\frac{x^2 - 6x - 4x + 16}{x - 4} = 0$;

$\begin{cases} x^2 - 10x + 16 = 0, \\ x - 4 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 8, x_2 = 2, \\ x \neq 4; \end{cases}$ $x = 8$ або $x = 2$. *Відповідь:* 8; 2.

10) $\frac{5x + 18}{x - 2} = x$; $\frac{5x + 18}{x - 2} - x = 0$; $\frac{5x + 18 - x(x - 2)}{x - 2} = 0$; $\frac{5x + 18 - x^2 + 2x}{x - 2} = 0$;

$\frac{-x^2 + 7x + 18}{x - 2} = 0$; $\frac{x^2 - 7x - 18}{x - 2} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 7x - 18 = 0, \\ x - 2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 9, x_1 = -2, \\ x \neq 2; \end{cases}$

$x = 9$, $x = -2$. *Відповідь:* 9; –2.

11) $x+1=\frac{6}{x}$; $x+1-\frac{6}{x}=0$; $\frac{x^2+x-6}{x}=0$; $\begin{cases}x^2+x-6=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=2,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=-3$, $x=2$. *Відповідь:* –3; 2.

12) $5-\frac{8}{x^2}=\frac{18}{x}$; $\frac{5x^2-8-18x}{x^2}=0$; $\begin{cases}5x^2-8-18x=0,\\ x^2\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{9\pm\sqrt{81+40}}{5},\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=4,\ x_2=-\frac{2}{5},\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=4$, $x=-0{,}4$. *Відповідь:* 4; –0,4.

753. 1) $\frac{x^2-5x-6}{x-6}=0$; $\begin{cases}x^2-5x-6=0,\\ x-6\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=6,\ x_2=-1,\\ x\neq 6;\end{cases}$ $x=-1$. *Відповідь:* –1.

2) $\frac{4x^2-7x-2}{x-2}=0$; $\begin{cases}4x^2-7x-2=0,\\ x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{7\pm\sqrt{49+32}}{8},\\ x\neq 2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\ x_2=-\frac{1}{4},\\ x\neq 2;\end{cases}$

$x=-\frac{1}{4}$. *Відповідь:* –0,25.

3) $\frac{2x^2+6}{x+8}=\frac{13x}{x+8}$; $\frac{2x^2+6}{x+8}-\frac{13x}{x+8}=0$; $\begin{cases}2x^2-13x+6=0,\\ x+8\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{13\pm\sqrt{169-4\cdot 2\cdot 6}}{4},\\ x\neq -8;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=6,\ x_2=0{,}5;\\ x\neq -8;\end{cases}$ $x=6$; $x=0{,}5$. *Відповідь:* 6; 0,5.

4) $\frac{x^2+4x}{x+7}=\frac{5x+56}{x+7}$; $\frac{x^2+4x}{x+7}-\frac{5x+56}{x+7}=0$; $\frac{x^2+4x-5x-56}{x+7}=0$;

$\begin{cases}x^2-x-56=0,\\ x+7\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=8,\ x_2=-7,\\ x\neq -7;\end{cases}$ $x=8$. *Відповідь:* 8.

5) $\frac{x^2+12x}{x+4}=\frac{5x-12}{x+4}=0$; $\frac{x^2+12x-5x+12}{x+4}=0$; $\begin{cases}x^2+7x+12=0,\\ x+4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=-4,\\ x\neq -4;\end{cases}$

$x=-3$. *Відповідь:* –3.

6) $\frac{x^2-3x}{x+6}=6$; $\frac{x^2-3x}{x+6}-6=0$; $\frac{x^2-3x-6(x+6)}{x+6}=0$; $\frac{x^2-3x-6x-36}{x+6}=0$;

$\begin{cases}x^2-9x-36=0,\\ x+6\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=12,\ x_2=-3,\\ x\neq -6;\end{cases}$ $x=12$; $x=-3$. *Відповідь:* 12; –3.

7) $\frac{2-33y}{y-4}=7y$; $\frac{2-33y}{y-4}-7y=0$; $\frac{2-33y-7y(y-4)}{y-4}=0$; $\frac{2-33y-7y^2+28y}{y-4}=0$;

$\frac{-7y^2-5y+2}{y-4}=0$; $\frac{7y^2+5y-2}{y-4}=0$; $\begin{cases}7y^2+5y-2=0,\\ y-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=\frac{-5\pm\sqrt{25-4\cdot 7\cdot(-2)}}{14},\\ y\neq 4;\end{cases}$

$\begin{cases}y=\frac{-5\pm 9}{14},\\ y\neq 4;\end{cases}$ $\begin{cases}y_1=-1,\ y_2=\frac{2}{7},\\ y\neq 4;\end{cases}$ $y=-1$; $y=\frac{2}{7}$. *Відповідь:* –1; $\frac{2}{7}$.

8) $y-\frac{39}{y}=10$; $y-\frac{39}{y}-10=0$; $\frac{y^2-39-10y}{y}=0$; $\begin{cases}y^2-10y-39=0,\\ y\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}y_1=13,\ y_2=-3,\\ y\neq 0;\end{cases}$ $y=13$; $y=-3$. *Відповідь:* 13; –3.

754. 1) $(x+3)^4-3(x+2)^2-4=0$. Заміна: $(x+2)^2=t$; $t^2-3t-4=0$; $t_1=4$; $t_2=-1$, отже, $(x+2)^2=4$ або $(x+2)^2=-1$ — рівняння коренів не має; $x+2=2$ або $x+2=-2$; $x=0$ або $x=-4$. *Відповідь:* 0; –4.

2) $(2x+1)^4-10(2x+1)^2+9=0$.

Заміна: $(2x+1)^2=t$; $t^2-10t+9=0$; $t_1=1$; $t_2=9$, отже,

$(2x+1)^2=1$ або $(2x+1)^2=9$;

$2x+1=1$ або $2x+1=-1$; $2x+1=3$ або $2x+1=-3$;

$2x=0$; $2x=-2$; $2x=2$; $2x=-4$;

$x=0$; $x=-1$; $x=1$; $x=-2$.

Відповідь: 0; –1; 1; –2.

3) $(6x-7)^4+4(6x-7)^2+3=0$. Заміна: $(6x+7)^2=t$; $t^2+4t+3=0$; $t_1=-1$; $t_2=-3$, отже, $(6x-7)^2=-1$ — коренів немає або $(6x-7)^2=-3$ — коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

4) $(x-4)^4+2(x-4)^2-8=0$.

Заміна: $(x-4)^2=t$; $t^2+2t-8=0$; $t_1=-4$; $t_2=2$, отже,

$(x-4)^2=-4$ або $(x-4)^2=2$;

коренів немає; $x-4=\sqrt{2}$; або $x-4=-\sqrt{2}$;

$x=4+\sqrt{2}$; $x=4-\sqrt{2}$;

Відповідь: $4\pm\sqrt{2}$.

755. 1) $(3x-1)^4-20(3x-1)^2+64=0$.

Заміна: $(3x-1)^2=t$; $t^2-20t+64=0$; $t_1=16$; $t_2=4$, тоді

$(3x-1)^2=16$ або $(3x-1)^2=4$;

$3x-1=4$ або $3x-1=-4$; $3x-1=2$ або $3x-1=-2$;

$3x=5$; $3x=-3$; $3x=3$; $3x=-1$;

$x=1\frac{2}{3}$; $x=-1$; $x=1$; $x=-\frac{1}{3}$.

Відповідь: 1; –1; $-\frac{1}{3}$; $1\frac{2}{3}$.

2) $(2x+3)^4-24(2x+3)^2-25=0$.

Заміна: $(2x+3)^2=t$; $t^2-24t-25=0$; $t_1=25$; $t_2=-1$, тоді

$(2x+3)^2=25$ або $(2x+3)^2=-1$;

$2x+3=5$; або $2x+3=-5$; коренів немає.

$2x=2$; $2x=-8$;

$x=1$; $x=-4$;

Відповідь: 1; –4.

756. 1) $x-3\sqrt{x}+2=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$; $t^2-3t+2=0$; $t_1=1$; $t_2=2$, тоді

$\sqrt{x}=1$ $x=1$; або $\sqrt{x}=2$; $x=4$.

Відповідь: 1; 4.

2) $x-\sqrt{x}-12=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$, $x=t^2$; $t^2-t-12=0$; $t_1=4$; $t_2=-3$, тоді

$\sqrt{x}=4$ $x=4^2$; $x=16$; або $\sqrt{x}=-3$; коренів немає.

Відповідь: 16.

3) $3x-10\sqrt{x}+3=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$; $3t^2-10t+3=0$;

$$t=\frac{10\pm\sqrt{100-4\cdot 9}}{6}=\frac{10\pm 8}{6};\ t_1=3;\ t_2=\frac{1}{3},\text{ тоді}$$

$\sqrt{x}=3$ $x=9$; або $\sqrt{x}=\frac{1}{3}$; $x=\frac{1}{9}$.

Відповідь: 9; $\frac{1}{9}$.

4) $8\sqrt{x}+x+7=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$; $8t+t^2+7=0$; $t^2+8t+7=0$; $t_1=-1$; $t_2=-7$, отже, $\sqrt{x}=-1$; $\sqrt{x}=-7$; рівняння коренів не мають.

Відповідь: коренів немає.

5) $6\sqrt{x} - 27 + x = 0$. Заміна: $\sqrt{x} = t$, тоді $x = t^2$; $6t - 27 + t^2 = 0$; $t^2 + 6t - 27 = 0$; $t_1 = -9$; $t_2 = 3$, отже, $\sqrt{x} = -9$ — коренів немає; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$. *Відповідь:* 9.

6) $8x - 10\sqrt{x} + 3 = 0$. Заміна: $\sqrt{x} = t$; $8t^2 - 10t + 3 = 0$;

$t = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 8 \cdot 3}}{16} = \frac{10 \pm 2}{16}$; $t_1 = 0,5$; $t_2 = \frac{3}{4}$, отже, $\sqrt{x} = 0,5$;

$\sqrt{x} = \frac{3}{4}$; $x_1 = 0,25$; $x_2 = \frac{9}{16}$. *Відповідь:* $\frac{1}{4}$; $\frac{9}{16}$.

757. 1) $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0$. Заміна $\sqrt{x} = t$, тоді $t^2 - 6t + 8 = 0$; $t_1 = 4$; $t_2 = 2$, отже $\sqrt{x} = 4$ або $\sqrt{x} = 2$; $x_1 = 16$; $x_2 = 4$. *Відповідь:* 16; 4.

2) $x - 5\sqrt{x} - 50 = 0$. Заміна $\sqrt{x} = t$, тоді $t^2 - 5t - 50 = 0$; $t_1 = 10$; $t_2 = -5$, отже, $\sqrt{x} = 10$ або $\sqrt{x} = -5$ — коренів немає; $x = 100$. *Відповідь:* 100.

3) $2x - 3\sqrt{x} + 1 = 0$. Заміна: $\sqrt{x} = t$, тоді $2t^2 - 3t + 1 = 0$; $t = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{4}$;

$t = \frac{3 \pm 1}{4}$; $t_1 = 1$; $t_2 = \frac{1}{2}$, отже, $\sqrt{x} = 1$ або $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$; $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{1}{4}$.

Відповідь: 1; $\frac{1}{4}$.

758. 1) $\frac{x^2 - 9x + 18}{x^2 - 9} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 9x + 18 = 0, \\ x^2 - 9 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 6, x_2 = 3, \\ x \neq 3, x \neq -3; \end{cases}$ $x = 6$. *Відповідь:* 6.

2) $\frac{3x^2 - 14x - 5}{3x^2 + x} = 0$; $\begin{cases} 3x^2 - 14x - 5 = 0, \\ 3x^2 + x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 15}}{3}, \\ x(3x+1) \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{7 \pm 8}{3}, \\ x \neq 0, x \neq -\frac{1}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{3}, \\ x \neq 0, x \neq -\frac{1}{3}; \end{cases}$ $x = 5$. *Відповідь:* 5.

3) $\frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 10x + 25} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 12x + 35 = 0, \\ x^2 - 10x + 25 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 5, x_2 = 7, \\ (x-5)^2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 5, x_2 = 7, \\ x \neq 5; \end{cases}$

$x = 7$. *Відповідь:* 7.

4) $\frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 2x - 3} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 = 0, \\ x^2 + 2x - 3 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 6, x_2 = 1, \\ x \neq -3, x \neq 1; \end{cases}$ $x = 6$. *Відповідь:* 6.

759. 1) $\frac{x^2 - 9x - 10}{x^2 - 1} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 9x - 10 = 0, \\ x^2 - 1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 10, x_2 = -1, \\ x \neq 1, x \neq -1; \end{cases}$ $x = 10$. *Відповідь:* 10.

2) $\frac{x^2 + 5x - 14}{x^2 - 6x + 8} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 5x - 14 = 0, \\ x^2 - 6x + 8 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -7, x_2 = 2, \\ x \neq 4, x \neq 2; \end{cases}$ $x = -7$. *Відповідь:* –7.

760. $\frac{2y}{y-3} = \frac{3y+3}{y}$; $\frac{2y}{y-3} - \frac{3y+3}{y} = 0$; $\frac{2y^2 - (y-3)(3y+3)}{y(y-3)} = 0$;

$\frac{2y^2 - 3y^2 - 3y + 9y + 9}{y(y-3)} = 0$; $\frac{-y^2 + 6y + 9}{y(y-3)} = 0$; $\frac{y^2 - 6y - 9}{y(y-3)} = 0$; $\begin{cases} y^2 - 6y - 9 = 0, \\ y(y-3) \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3 \pm \sqrt{9+9}, \\ y \neq 0, y \neq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3 \pm \sqrt{18}, \\ y \neq 0, y \neq 3; \end{cases}$ $y = 3 \pm 3\sqrt{2}$. *Відповідь:* $3 \pm 3\sqrt{2}$.

2) $\frac{3x+4}{x-3} = \frac{2x-9}{x+1}$; $\frac{3x+4}{x-3} - \frac{2x-9}{x+1} = 0$; $\frac{(3x+4)(x+1) - (x-3)(2x-9)}{(x-3)(x+1)} = 0$;

$\frac{3x^2 + 3x + 4x + 4 - 2x^2 + 9x + 6x - 27}{(x-3)(x+1)} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 22x - 23 = 0, \\ (x-3)(x+1) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -23, x_2 = 1, \\ x \neq 3, x \neq -1. \end{cases}$

Відповідь: –23; 1.

3) $\frac{5x+2}{x-1}=\frac{4x+13}{x+7}$; $\frac{5x+2}{x-1}-\frac{4x+13}{x+7}=0$; $\frac{(5x+2)(x+7)-(4x+13)(x-1)}{(x-1)(x+7)}=0$;

$\frac{5x^2+35x+2x+14-4x^2+4x-13x+13}{(x-1)(x+7)}=0$; $\begin{cases}x^2+28x+27=0,\\(x-1)(x+7)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-1,\ x_2=-27,\\x\neq 1,\ x\neq -7.\end{cases}$

Відповідь: –1; –27.

4) $\frac{2x^2-3x+1}{x-1}=3x-4$; $\frac{2x^2-3x+1}{x-1}-3x+4=0$; $\frac{2x^2-3x+1-3x(x-1)+4(x-1)}{x-1}=0$;

$\frac{2x^2-3x+1-3x^2+3x+4x-4}{x-1}=0$; $\frac{-x^2+4x-3}{x-1}=0$; $\begin{cases}x^2-4x+3=0,\\x-1\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=3,\ x=1,\\x\neq 1;\end{cases}$ $x=3$. *Відповідь:* $x=3$.

761. 1) $\frac{2x-13}{x-6}=\frac{x+6}{x}$; $\frac{2x-13}{x-6}-\frac{x+6}{x}=0$; $\frac{(2x-13)\cdot x-(x+6)(x-6)}{x(x-6)}=0$;

$\frac{2x^2-13x-x^2+36}{x(x-6)}=0$; $\begin{cases}x^2-13x+36=0,\\x(x-6)\neq 0,\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\ x=9,\\x\neq 0,\ x\neq 6.\end{cases}$ *Відповідь:* 4; 9.

2) $\frac{3x^2-4x-20}{x+2}=2x-5$; $\frac{3x^2-4x-20}{x+2}-2x+5=0$;

$\frac{3x^2-4x-20-2x(x+2)+5(x+2)}{x+2}=0$; $\frac{3x^2-4x-20-2x^2-4x+5x+10}{x+2}=0$;

$\begin{cases}x^2-3x-10=0,\\x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=5,\ x_2=-2,\\x\neq -2;\end{cases}$ $x=5$. *Відповідь:* 5.

762. 1) $\frac{10}{x+2}+\frac{9}{x}=1$; $\frac{10}{x+2}+\frac{9}{x}-1=0$; $\frac{10x+9(x+2)-x(x+2)}{x(x+2)}=0$;

$\frac{10x+9x+18-x^2-2x}{x(x+2)}=0$; $\frac{-x^2+17x+18}{x(x+2)}=0$; $\begin{cases}x^2-17x-18=0,\\x(x+2)\neq 0,\end{cases}$

$\begin{cases}x=18,\ x=-1,\\x\neq 0,\ x\neq -2.\end{cases}$ *Відповідь:* 18; –1.

2) $\frac{48}{14-x}-\frac{48}{14+x}=1$; $\frac{48(14+x)-48(14-x)-(14-x)(14+x)}{(14-x)(14+x)}=0$;

$\frac{672+48x-672+48x-196+x^2}{(14-x)(14+x)}=0$; $\begin{cases}x^2+96x-196=0,\\(14-x)(14+x)\neq 0,\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-98,\ x_2=2,\\x\neq -14,\ x\neq 14.\end{cases}$

Відповідь: –98; 2.

3) $\frac{x-1}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{8}{x^2-4}$; $\frac{(x-1)(x-2)+x(x+2)-8}{(x+2)(x-2)}=0$;

$\frac{x^2-x-2x+2+x^2+2x-8}{(x+2)(x-2)}=0$; $\begin{cases}2x^2-x-6=0,\\(x+2)(x-2)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot 2\cdot(-6)}}{4},\\x\neq 2,\ x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\ x_2=-\frac{3}{2},\\x\neq 2,\ x\neq -2;\end{cases}$ $x=-1{,}5$. *Відповідь:* –1,5.

4) $\frac{x-1}{x+3}+\frac{x+1}{x-3}=\frac{2x+18}{x^2-9}$; $\frac{x-1}{x+3}+\frac{x+1}{x-3}-\frac{2x+18}{(x-3)(x+3)}=0$;

$\frac{(x-1)(x-3)+(x+1)(x+3)-(2x+18)}{(x-3)(x-3)}=0$;

$\frac{x^2-3x-x+3+x^2+3x+x+3-2x-18}{(x-3)(x-3)}=0$;

$\frac{2x^2-2x-12}{(x-3)(x-3)}=0;$ $\begin{cases}x^2-x-6=0,\\(x-3)(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=3,\ x_2=-2,\\x\neq -3,\ x\neq 3;\end{cases}$ $x=-2$. *Відповідь:* -2.

5) $\frac{4x-10}{x-1}+\frac{x+6}{x+1}=4;$ $\frac{4x-10}{x-1}+\frac{x+6}{x+1}-4=0;$

$\frac{(4x-10)(x+1)+(x+6)(x-1)-4(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}=0;$

$\frac{4x^2+4x-10x-10+x^2-x+6x-6-4x^2+4}{(x-1)(x+1)}=0;$

$\begin{cases}x^2-x-12=0,\\(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\ x=4,\\x\neq 1,\ x=-1.\end{cases}$ *Відповідь:* $-3;\ 4$.

6) $\frac{1}{x}-\frac{10}{x^2-5x}=\frac{3-x}{x-5};$ $\frac{1}{x}-\frac{10}{x(x-5)}-\frac{3-x}{x-5}=0;$ $\frac{x-5-10-(3-x)\cdot x}{x(x-5)}=0;$

$\frac{x-15-3x+x^2}{x(x-5)}=0;$ $\begin{cases}x^2-2x-15=0,\\x(x-5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=5,\ x_2=-3,\\x\neq 0,\ x\neq 5;\end{cases}$ $x=-3$. *Відповідь:* -3.

7) $\frac{4x}{x^2+4x+4}-\frac{x-2}{x^2+2x}=\frac{1}{x};$ $\frac{4x^{\backslash x}}{x^2+4x+4}-\frac{x-2^{\backslash x+2}}{x^2+2x}-\frac{1^{\backslash (x+2)^2}}{x}=0;$

$\frac{4x^2-x^2+4-x^2-4x-4}{x(x+2)^2}=0;$ $\begin{cases}2x^2-4x=0,\\x(x+2)^2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x(x-2)=0,\\x\neq 0,\ x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=2,\\x\neq 0,\ x\neq -2;\end{cases}$

$x=2$. *Відповідь:* 2.

8) $\frac{6}{x^2-36}-\frac{3}{x^2-6x}+\frac{x-12}{x^2+6x}=0;$ $\frac{6^{\ x}}{(x-6)(x+6)}-\frac{3^{\ x+6}}{x(x-6)}+\frac{x-12^{\ x-6}}{x(x+6)}=0;$

$\frac{6x-3x-18+x^2-12x-6x+72}{x(x-6)(x+6)}=0;$ $\begin{cases}x^2-15x+54=0,\\x(x-6)(x+6)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=6,\ x_2=9,\\x\neq 0,\ x\neq 6,\ x\neq -6;\end{cases}$

$x=9$. *Відповідь:* 9.

9) $\frac{x}{x+7}+\frac{x+7}{x-7}=\frac{63-5x}{x^2-49};$ $\frac{x}{x+7}+\frac{x+7}{x-7}-\frac{63-5x}{(x-7)(x+7)}=0;$

$\frac{x(x-7)+(x+7)^2-(63-5x)}{(x-7)(x+7)}=0;$ $\frac{x^2-7x+x^2+14x+49-63+5x}{(x-7)(x+7)}=0;$

$\frac{2x^2+12x-14}{(x-7)(x+7)}=0;$ $\begin{cases}x^2+6x-8=0,\\(x+7)(x-7)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-7,\ x=1,\\x\neq -7,\ x\neq 7;\end{cases}$ $x=1$. *Відповідь:* 1.

10) $\frac{4}{x^2-10x+25}-\frac{1}{x+5}=\frac{10}{x^2-25};$ $\frac{4}{(x-5)^2}-\frac{1}{(x+5)}-\frac{10}{(x-5)(x+5)}=0;$

$\frac{4(x+5)-(x-5)^2-10(x-5)}{(x-5)^2(x+5)}=0;$ $\frac{4x+20-x^2+10x-25-10x+50}{(x-5)^2(x+5)}=0;$

$\frac{-x^2+4x+45}{(x-5)^2(x+5)}=0;$ $\begin{cases}x^2+4x-45=0,\\(x-5)^2(x+5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9,\ x=-5,\\x\neq 5,\ x\neq -5;\end{cases}$ $x=9$. *Відповідь:* 9.

763. 1) $\frac{60^{\backslash 5(x+10)}}{x}-\frac{60^{\backslash 5x}}{x+10}=\frac{1^{\backslash x(x+10)}}{5};$ $\frac{5\cdot 60\cdot(x+10)-60\cdot 5\cdot x-x(x+10)}{5x(x+10)}=0;$

$\frac{300x+3000-300x-x^2-10x}{5x(x+10)}=0;$ $\frac{x^2+10x-3000}{5x(x+10)}=0;$ $\begin{cases}x^2+10x-3000=0,\\5x(x+10)\neq 0.\end{cases}$

За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-10;$ $x_1\cdot x_2=-3000;$

$\begin{cases}x_1=-60,\ x_2=50,\\x\neq 0,\ x\neq -10.\end{cases}$ *Відповідь:* $x_1=-60,\ x_2=50$.

2) $\frac{x^{\backslash x-2}}{x+2}+\frac{x+2^{\backslash x+2}}{x-2}=\frac{16}{x^2-4}$; $\frac{x\cdot(x-2)+(x+2)^2-16}{(x+2)(x-2)}=0$;

$\frac{x^2-2x+x^2+4x+4-16}{(x+2)(x-2)}=0$; $\frac{2x^2+2x-12}{(x+2)(x-2)}=0$; $\begin{cases}x^2+x-6=0,\\(x+2)(x-2)\neq 0.\end{cases}$

За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-1$; $x_1\cdot x_2=-6$;

$\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=2,\\x\neq -2,\ x\neq 2;\end{cases}$ $x_2=2$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $x=-3$.

3) $\frac{9}{x+3}+\frac{14}{x-3}=\frac{24}{x}$; $\frac{9^{\backslash x(x-3)}}{x+3}+\frac{14^{\backslash x(x+3)}}{x-3}-\frac{24^{\backslash (x-3)(x+3)}}{x}=0$;

$\frac{9\cdot x\cdot(x-3)+14\cdot x(x+3)-24(x+3)(x-3)}{x(x+3)(x-3)}=0$;

$\frac{9x^2-27x+14x^2+42x-24x^2+216}{x(x+3)(x-3)}=0$; $\frac{-x^2+15x+216}{x(x+3)(x-3)}=0$; $\begin{cases}x^2-15x-216=0,\\x(x+3)(x-3)\neq 0.\end{cases}$

За теоремою Вієта: $x_1+x_2=15$; $x_1\cdot x_2=-216$;

$\begin{cases}x_1=24,\ x_2=-9,\\x\neq 0,\ x\neq 3,\ x\neq -3.\end{cases}$ *Відповідь:* $x_1=24$, $x_2=-9$.

4) $\frac{2y+3}{2y+2}-\frac{y+1}{2y-2}+\frac{1}{y^2-1}=0$; $\frac{2y+3^{\backslash y-1}}{2(y+1)}-\frac{y+1^{\backslash y+1}}{2(y-1)}+\frac{1^{\backslash 2}}{(y-1)(y+1)}=0$;

$\frac{(2y+3)\cdot(y-1)-(y+1)^2+2}{2(y-1)(y+1)}=0$; $\frac{2y^2-2y+3y-3-y^2-2y-1+2}{2(y-1)(y+1)}=0$;

$\frac{y^2-y-2}{2(y-1)(y+1)}=0$; $\begin{cases}y^2-y-2=0,\\2(y-1)(y+1)\neq 0.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $y_1+y_2=1$;

$y_1\cdot y_2=-2$; $\begin{cases}y_1=2,\ y_2=-1,\\y\neq -1,\ y\neq 1;\end{cases}$ $y_2=-1$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $y_1=2$.

5) $\frac{3x}{x^2-10x+25}-\frac{x-3}{x^2-5x}=\frac{1}{x}$; $\frac{3x^{\backslash x}}{(x-5)^2}-\frac{x-3^{\backslash x-5}}{x(x-5)}-\frac{1^{\backslash (x-5)^2}}{x}=0$;

$\frac{3x^2-(x-3)(x-5)-(x-5)^2}{x(x-5)^2}=0$; $\frac{3x^2-x^2+5x+3x-15-x^2+10x-25}{x(x-5)^2}=0$;

$\frac{x^2+18x-40}{x(x-5)^2}=0$; $\begin{cases}x^2+18x-40=0,\\x(x-5)^2\neq 0.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-18$;

$x_1\cdot x_2=-40$; $\begin{cases}x_1=-20,\ x_2=2,\\x\neq 0,\ x\neq 5.\end{cases}$ *Відповідь:* $x_1=-20$, $x_2=2$.

6) $\frac{x-20}{x^2+10x}+\frac{10}{x^2-100}-\frac{5}{x^2-10x}=0$; $\frac{x-20^{\backslash x-10}}{x(x+10)}+\frac{10^{\backslash x}}{x(x-10)(x+10)}-\frac{5^{\backslash x+10}}{x(x-10)}=0$;

$\frac{(x-10)(x-20)+10x-5(x+10)}{x(x-10)(x+10)}=0$; $\frac{x^2-20x-10x+200+10x-5x-50}{x(x-10)(x+10)}=0$;

$\frac{x^2-25x+150}{x(x-10)(x+10)}=0$; $\begin{cases}x^2-25x+150=0,\\x(x-10)(x+10)\neq 0.\end{cases}$

За теоремою Вієта: $x_1+x_2=25$; $x_1\cdot x_2=150$; $\begin{cases}x_1=15,\ x_2=10,\\x\neq 0,\ x\neq 10,\ x\neq -10;\end{cases}$

$x_2=10$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $x=15$.

764. 1) $\frac{24}{x-2}+\frac{16}{x+2}=3$; $\frac{24^{\backslash x+2}}{x-2}+\frac{16^{\backslash x-2}}{x+2}-3^{\backslash (x+2)(x-2)}=0$;

$\frac{24(x+2)+16(x-2)-3(x^2-4)}{(x+2)(x-2)}=0$; $\frac{24x+48+16x-32-3x^2+12}{(x+2)(x-2)}=0$;

$$\frac{-3x^2+40x+28}{(x+2)(x-2)}=0;\quad \begin{cases}3x^2-40x-28=0,\\(x+2)(x-2)\neq 0.\end{cases}$$

Розв'яжемо перше рівняння системи: $\frac{D}{4}=(-20)^2-3\cdot(-28)=400+81=484;$

$x=\frac{20\pm 22}{3}$; $x_1=\frac{20+22}{3}=\frac{42}{3}=14$; $x_2=\frac{20-22}{3}=-\frac{2}{3}$. *Відповідь:* $x_1=14$; $x_2=-\frac{2}{3}$.

2) $\frac{42}{x}-\frac{36}{x+20}=\frac{1}{4}$; $\frac{42^{\,4(x+20)}}{x}-\frac{36^{\,4x}}{x+20}-\frac{1^{\,x(x+20)}}{4}=0;$

$\frac{168(x+20)-144x-x(x+20)}{4x(x+20)}=0$; $\frac{168x+3360-144x-x^2-20x}{4x(x+20)}=0;$

$\frac{-x^2+4x+3360}{4x(x+20)}=0$; $\begin{cases}x^2-4x-3360=0,\\4x(x+20)\neq 0.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $x_1+x_2=4;$

$x_1\cdot x_2=-3360$; $\begin{cases}x_1=-56,\ x_2=60,\\x\neq 0,\ x\neq -20.\end{cases}$ *Відповідь:* $x_1=-56$; $x_2=60$.

765. 1) $\frac{30}{x}-\frac{30}{x+3}=\frac{1}{2}$; $\frac{30^{\,2(x+3)}}{x}-\frac{30^{\,2x}}{x+3}-\frac{1^{\,x(x+3)}}{2}=0$; $\frac{60x+180-60x-x^2-2x}{2x(x+3)}=0;$

$\frac{-x^2-2x+180}{2x(x+3)}=0$; $\begin{cases}x^2+2x-180=0,\\2x(x+3)\neq 0.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-2;$

$x_1\cdot x_2=-180$; $\begin{cases}x_1=12,\ x_2=-15,\\x\neq 0,\ x\neq -3.\end{cases}$ *Відповідь:* $x_1=12$; $x_2=-15$.

2) $\frac{20}{x}-\frac{20}{x+18}=9$; $\frac{20}{x}-\frac{20}{x+18}-9=0$; $\frac{20(x+18)-20x-9x(x+18)}{x(x+18)}=0;$

$\frac{20x+360-20x-9x^2-162x}{x(x+18)}=0$; $\frac{-9x^2-162x+360}{x(x+18)}=0$; $\begin{cases}9x^2+162x-360=0,\\x(x+18)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+18x-40=0,\\x\neq 0,\ x\neq -18.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-18$; $x_1\cdot x_2=-40;$

$\begin{cases}x_1=-20,\ x_2=2,\\x\neq 0,\ x\neq -18.\end{cases}$ *Відповідь:* $x_1=-20$; $x_2=2$.

766. 1) $\frac{2x-10}{x^3+1}+\frac{4}{x+1}=\frac{5x-1}{x^2-x+1}$; $\frac{2x-10}{(x+1)(x^2-x+1)}+\frac{4^{\,x^2-x+1}}{x+1}-\frac{5x-1^{\,x+1}}{x^2-x+1}=0;$

$\frac{2x-10+4x^2-4x+4-5x^2-5x+x+1}{(x+1)(x^2-x+1)}=0$; $\frac{-x^2-6x-5}{(x+1)(x^2-x+1)}=0;$

$\begin{cases}x^2+6x+5=0,\\(x+1)(x^2-x+1)\neq 0.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-6$; $x_1\cdot x_2=5;$

$\begin{cases}x_1=-5,\ x_2=-1,\\x\neq -1;\end{cases}$ $x_2=-1$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $x=-5$.

2) $\frac{6}{x^2-4x+3}+\frac{5-2x}{x-1}=\frac{3}{x-3}$; $\frac{6}{x^2-4x+3}+\frac{5-2x}{x-1}-\frac{3}{x-3}=0;$

$\frac{6}{(x-1)(x-3)}+\frac{5-2x^{\,x-3}}{x-1}-\frac{3^{\,x+1}}{x-3}=0$; $\frac{6+5x-2x^2-15+6x-3x-3}{(x-1)(x-3)}=0;$

$\frac{-2x^2+8x-12}{(x-1)(x-3)}=0$; $\begin{cases}2x^2-8x+12=0,\\(x-1)(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-4x+6=0,\\x\neq 1,\ x\neq 3;\end{cases}$

$D=4^2-4\cdot 1\cdot 6=16-24=-8<0$; коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

3) $\frac{4x-6}{x+2}-\frac{x}{x+1}=\frac{14}{x^2+3x+2}$; $\frac{4x-6}{x+2}-\frac{x}{x+1}-\frac{14}{x^2+3x+2}=0$;

$\frac{4x-6}{x+2}-\frac{x}{x+1}-\frac{14}{(x+2)(x+1)}=0$; $\frac{(4x-6)(x+1)-x(x+2)-14}{(x+2)(x+1)}=0$;

$\frac{4x^2+4x-6x-6-x^2-2x-14}{(x+2)(x+1)}=0$; $\frac{3x^2-4x-20}{(x+2)(x+1)}=0$; $\begin{cases}3x^2-4x-20=0;\\(x+2)(x+1)\neq 0;\end{cases}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 3\cdot(-20)}}{6}$; $x_1=\frac{4+\sqrt{16+240}}{6}=\frac{4+\sqrt{256}}{6}=\frac{4+16}{6}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$;

$x_2=\frac{4-16}{6}=\frac{-12}{6}=-2$; $\begin{cases}x_1=3\frac{1}{3},\ x_2=-2,\\x\neq -2,\ x\neq -1;\end{cases}$ $x_2=-2$ — сторонній корінь.

Відповідь: $x=3\frac{1}{3}$.

4) $\frac{x}{x^2-4}-\frac{3x-1}{x^2+x-6}=\frac{2}{x^2+5x+6}$; $\frac{x}{(x-2)(x+2)}-\frac{3x-1}{(x+3)(x-2)}-\frac{2}{(x+3)(x+2)}=0$;

$\frac{x(x+3)-(3x-1)(x+2)-2(x-2)}{(x-2)(x+3)(x+2)}=0$; $\frac{x^2+3x-3x^2-6x+x+2-2x+4}{(x-2)(x+3)(x+2)}=0$;

$\frac{-2x^2-4x+6}{(x-2)(x+3)(x+2)}=0$; $\begin{cases}2x^2+4x-6=0,\\(x-2)(x+3)(x+2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+2x-3=0,\\x\neq 2,\ x\neq -2,\ x\neq -3;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-3,\ x_2=1,\\x\neq 2,\ x\neq -2,\ x\neq -3;\end{cases}$ $x_1=-3$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $x=1$.

767. 1) $\frac{3x+2}{x^2+2x+4}+\frac{x^2+39}{x^3-8}=\frac{5}{x-2}$; $\frac{3x+2}{x^2+2x+4}+\frac{x^2+39}{(x-2)(x^2+2x+4)}-\frac{5}{x-2}=0$;

$\frac{(3x+2)(x-2)+x^2+39-5(x^2+2x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}=0$;

$\frac{3x^2-6x+2x-4+x^2+39-5x^2-10x-20}{(x-2)(x^2+2x+4)}=0$; $\frac{-x^2-14x+15}{x^3-8}=0$;

$\begin{cases}x^2-14x+15=0,\\x^3-8\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-15,\ x_2=1,\\x\neq 2.\end{cases}$ *Відповідь:* $x=-15$; $x=1$.

2) $\frac{x}{x-1}+\frac{x+1}{x+3}=\frac{8}{x^2+2x-3}$; $\frac{x}{x-1}+\frac{x+1}{x+3}-\frac{8}{(x-1)(x+3)}=0$;

$\frac{x^2+3x+x^2-1-8}{(x-1)(x+3)}=0$; $\frac{2x^2+3x-9}{(x-1)(x+3)}=0$; $\begin{cases}2x^2+3x-9=0,\\(x-1)(x+3)\neq 0;\end{cases}$

$D=9-4\cdot 2\cdot(-9)=9+72=81=9^2$; $x_1=\frac{-3+9}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}=1,5$;

$x_2=\frac{-3-9}{4}=\frac{-12}{4}=-3$; $\begin{cases}x_1=1,5,\ x_2=-3,\\x\neq 1,\ x\neq -3;\end{cases}$ $x_2=-3$ — сторонній корінь.

Відповідь: $x=1,5$.

768. 1) $(x^2-2)^2-8(x^2-2)+7=0$. Заміна $t=x^2-2$; $t^2-8t+7=0$.

За теоремою Вієта $t_1+t_2=8$; $t_1\cdot t_2=7$; $t_1=7$; $t_2=1$. Зворотня заміна:

$x^2-2=7$; $x^2=9$; $x_1=3$, $x_2=-3$; або $x^2-2=1$; $x^2=3$; $x_3=\sqrt{3}$, $x_4=-\sqrt{3}$.

Відповідь: $x_1=3$; $x_2=-3$; $x_3=\sqrt{3}$; $x_4=-\sqrt{3}$.

2) $(x^2+5x)^2-2(x^2+5x)-24=0$. Заміна $t=x^2+5x$; $t^2-2t-24=0$.

За теоремою Вієта $t_1+t_2=2$; $t_1\cdot t_2=-24$; $t_1=6$; $t_2=-4$.

Зворотня заміна: $x^2+5x=6$; $x^2+5x-6=0$; $x_1=-6$, $x_2=1$;

або $x^2+5x=-4$; $x^2+5x+4=0$; $x_3=-1$, $x_4=-4$. *Відповідь:* -6; -4; -1; 1.

3) $(x^2-3x+1)(x^2-3x+3)=3$. Заміна $x^2-3x=t$; $(t+1)(t+3)=3$;
$t^2+3t+t+3-3=0$; $t(t+4)=0$; $t_1=0$; $t_2=-4$.
Зворотня заміна: $x^2-3x=0$; $x(x-3)=0$; $x_1=0$, $x_2=3$;
або $x^2-3x=-4$; $x^2-3x+4=0$; $D=9-16=-7$, коренів немає.
Відповідь: 0; 3.

4) $(x^2+2x+2)(x^2+2x-4)=-5$. Заміна $x^2+2x=t$; $(t+2)(t-4)=-5$;
$t^2-4t+2t-8+5=0$; $t^2-2t-3=0$; $t_1=3$; $t_2=-1$.
Зворотня заміна: $x^2+2x=3$; $x^2+2x-3=0$; $x_1=-3$, $x_2=1$;
або $x^2+2x=-1$; $x^2+2x+1=0$; $(x+1)^2=0$; $x_3=-1$. *Відповідь:* –3; –1; 1.

769. 1) $\left(\frac{2x-1}{x}\right)^2-\frac{6(2x-1)}{x}+5=0$; область визначення: $x\neq 0$.

Заміна $\frac{2x-1}{x}=t$; $t^2-6t+5=0$; $t_1=5$; $t_2=1$.

Зворотня заміна: $\frac{2x-1}{x}=5$ $2x-1=5x$; $3x=-1$; $x_1=-\frac{1}{3}$.

або $\frac{2x-1}{x}=1$; $2x-1=x$; $x_2=1$. *Відповідь:* $-\frac{1}{3}$; 1.

2) $\frac{3x-1}{x+1}+\frac{x+1}{3x-1}=3t=\frac{1}{3}$; область визначення: $x\neq -1$, $x\neq\frac{1}{3}$.

Заміна $\frac{3x-1}{x+1}=t$; $t+\frac{1}{t}=\frac{10}{3}$; $t+\frac{1}{t}-\frac{10}{3}=0$; $\frac{3t^2+3-10t}{t}=0$;

$\begin{cases}3t^2+3-10t=0,\\ t\neq 0;\end{cases}$ $t=\frac{5\pm\sqrt{25-9}}{3}=\frac{5\pm 4}{3}$; $t_1=3$; $t_2=\frac{1}{3}$.

Зворотня заміна: $\frac{3x-1}{x+1}=3$ $3x-1=3x+3$; коренів немає;

або $\frac{3x-1}{x+1}=\frac{1}{3}$; $9x-3=x+1$; $8x=4$; $x=0{,}5$. *Відповідь:* 0,5.

770. 1) $(x^2-6x)^2+(x^2-6x)-56=0$. Заміна $x^2-6x=t$; $t^2+t-56=0$.
За теоремою Вієта $t_1=-8$; $t_2=7$.
Зворотня заміна: $x^2-6x=-8$; $x^2-6x+8=0$; $x_1=4$, $x_2=2$;
або $x^2-6x=7$; $x^2-6x-7=0$; $x_3=7$, $x_4=-1$. *Відповідь:* –1; 2; 4; 7.

2) $(x^2+8x+3)(x^2+8x+5)=63$. Заміна $x^2+8x=t$; $(t+3)(t+5)=63$;
$t^2+5t+3t+15-63=0$; $t^2+8t-48=0$. За теоремою Вієта: $t_1=-12$; $t_2=4$.
Зворотня заміна: $x^2+8x=-12$; $x^2+8x+12=0$; $x_1=-6$, $x_2=-2$;
або $x^2-8x=4$; $x^2+8x-4=0$; $x_{3,4}=-4\pm\sqrt{16+4}=-4\pm\sqrt{20}=-4\pm 2\sqrt{5}$.
Відповідь: –6; –2; $-4\pm 2\sqrt{5}$.

3) $\frac{x^4}{(x-2)^2}-\frac{4x^2}{x-2}-5=0$; область визначення: $x\neq 2$.

Заміна: $\frac{x^2}{x-2}=t$; $t^2-4t-5=0$. За теоремою Вієта: $t_1=5$ або $t_2=-1$.

Зворотня заміна: $\frac{x^2}{x-2}=5$ $x^2=5x-10$; $x^2+5x+10=0$;

$D=25-40=-15<0$; коренів немає;

або $\frac{x^2}{x-2}=-1$; $x^2=-x+2$; $x^2+x-2=0$; $x_1=-2$, $x_2=1$. *Відповідь:* –2; 1.

4) $\frac{x+4}{x-3}-\frac{x-3}{x+4}=\frac{3}{2}$; область визначення: $x\neq 3$, $x\neq -4$.

Заміна: $\frac{x+4}{x-3}=t$; $t-\frac{1}{t}=\frac{3}{2}$; $t-\frac{1}{t}-\frac{3}{2}=0$; $\begin{cases}2t^2-2-3t=0,\\ t\neq 0;\end{cases}$

$2t^2-3t-2=0;\ t=\dfrac{3\pm\sqrt{9+16}}{4}=\dfrac{3\pm5}{4};\ \ t_1=\dfrac{3+5}{4}=2;\ \ t_2=\dfrac{3-5}{4}=-\dfrac{1}{2}.$

Зворотня заміна: $\dfrac{x+4}{x-3}=2\ \ x+4=2x-6;\ x_1=10;$

або $\dfrac{x+4}{x-3}=-\dfrac{1}{2};\ x-3=-2x-8;\ x_2=-1\dfrac{2}{3}$. *Відповідь:* $-1\dfrac{2}{3}$; 10.

771. 1) $\dfrac{x^2-8x+7}{x-a}=0;\ \begin{cases}x^2-8x+7=0,\\x-a\neq0.\end{cases}$ За теоремою Вієта: $\begin{cases}x_1=7,\ x_2=1,\\x\neq a.\end{cases}$

Якщо $a=7$, то $x=1$; якщо $a=1$, то $x=7$; якщо $a\neq7$, $a\neq1$, то $x_1=1$, $x_2=7$. *Відповідь:* $x=1$, якщо $a=7$; $x=7$, якщо $a=1$; $x=1$ або $x=7$, якщо $a\neq7$ $a\neq1$.

2) $\dfrac{x-a}{x^2-8x+7}=0;\ \begin{cases}x-a=0,\\x^2-8x+7\neq0;\end{cases}\ \begin{cases}x=a,\\x\neq7,\ x\neq1.\end{cases}$ Якщо $a=7$ або $a=1$, то

рівняння коренів не має; якщо $a\neq7$ і $a\neq1$, то $x=a$.

Відповідь: $x=a$, якщо $a\neq7$ і $a\neq1$; коренів немає, якщо $a=7$ або $a=1$.

3) $\dfrac{x^2-(3a+2)x+6a}{x-6}=0;\ \begin{cases}x^2-(3a+2)x+6a=0,\\x-6\neq0;\end{cases}$

$D=(3a+2)^2-4\cdot6a=9a^2+12a+4-24a=9a^2-12a+4=(3a-2)^2;$

$x=\dfrac{3a+2\pm|3a-2|}{2};\ x_1=\dfrac{3a+\cancel{2}+3a-\cancel{2}}{2}=3a;\ x_2=\dfrac{\cancel{3a}+2-\cancel{3a}+2}{2}=2;$

$\begin{cases}x_1=3a,\ x_2=-2,\\x\neq6.\end{cases}$ Якщо $3a=6$, $a=2$, то $x=2$; якщо $3a-2=0$, $a=\dfrac{2}{3}$,

то $x=2$; якщо $a\neq2$, $a\neq\dfrac{2}{3}$, то $x_1=3a$, $x_2=2$.

Відповідь: $x=2$, якщо $a=2$ або $a=\dfrac{2}{3}$; $x_1=3a$ або $x_2=2$, якщо $a\neq2$, $a\neq\dfrac{2}{3}$.

4) $\dfrac{a(x-a)}{x+3}=0;\ \begin{cases}a(x-a)=0,\\x+3\neq0;\end{cases}\ \begin{cases}a=0\text{ або }x=a,\\x\neq-3.\end{cases}$ 1) Якщо $a=0$, то x —

будь-яке число, крім -3; 2) якщо $a=-3$, то коренів не має; 3) якщо $a\neq0$, $a\neq-3$, то $x=a$. *Відповідь:* якщо $a=0$, то x — будь-яке число, крім -3; якщо $a=-3$, то коренів немає; якщо $a\neq0$, $a\neq-3$, то $x=a$.

772. Рівняння має єдиний корінь, якщо дискримінант чисельника x^2-ax+5 дорівнює нулю, або якщо $x=1$, тому $\dfrac{x^2-ax+5}{x-1}=0;\ x-1\neq0$, то $x\neq1$.

Підставимо значення в чисельник: $1-a+5=0;\ a=6$ або $x^2-ax+5=0;$ $D=a^2-4\cdot5=0;\ a^2=20;\ a_1=\sqrt{20}$ або $a_2=-\sqrt{20},\ \ a_1=2\sqrt5;\ \ a_2=-2\sqrt5.$

Відповідь: рівняння має один корінь, якщо $a=6$, $a_1=2\sqrt5$, $a_2=-2\sqrt5$.

773. Спростимо вираз:

$$(a-1)^2\cdot\left(\frac{1}{a^2-1}+\frac{1}{a^2-2a+1}\right)+\frac{2}{a+1}=(a-1)^2\cdot\left(\frac{1}{(a-1)(a+1)}+\frac{1}{(a-1)^2}\right)+\frac{2}{a+1}=$$

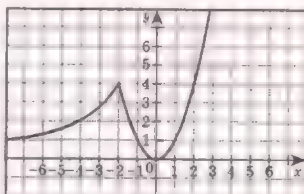
$$=(a-1)^2\cdot\left(\frac{a-\cancel{1}+a+\cancel{1}}{(a+1)(a-1)^2}\right)+\frac{2}{a+1}=\frac{\cancel{(a-1)^2}\cdot2a}{(a+1)\cancel{(a-1)^2}}+\frac{2}{a+1}=\frac{2a+2}{a+1}=\frac{2(a+1)}{a+1}=2.$$

Значення виразу при всіх допустимих значеннях змінної не залежить від a, тому твердження, що значення виразу є додатним числом, правильне. *Відповідь:* правильне.

774. Спростимо вираз:

$$\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}-\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{6}+2}=\frac{(\sqrt{6}+2)^2-(\sqrt{6}-2)^2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\frac{6+4\sqrt{6}+4-6+4\sqrt{6}-4}{6-4}=\frac{8\sqrt{6}}{2}=4\sqrt{6}.$$

Відповідь: число ірраціональне.



775. $y=\begin{cases}-\frac{8}{x}, \text{ якщо } x<-2,\\ x^2, \text{ якщо } x\ge -2.\end{cases}$

Графіком функції $y=-\frac{8}{x}$ є гіпербола, побудуємо при всіх $x<-2$.

x	-8	-4
y	1	2

Графіком функції $y=x^2$ є парабола, побудуємо графік при всіх $x\ge -2$.

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Відповідь: графік побудовано.

776. Скористаємося тим, що остачі від ділення на 9 будь-якого натурального числа та суми його цифр рівні. Якщо ця остача не дорівнює нулю, то і після додавання до числа суми його цифр, остача буде відмінною від нуля. Тому послідовність чисел, що з'являються на екрані починається з 1, у ній ніколи не зустрінеться число, кратне 9. Але сума цифр числа 123 456 789 дорівнює 45, тому це число ділиться на 9.
Відповідь: ні, не може.

Розв'язування рівнянь методом заміни змінної

1. $\frac{3x^2-9x}{2}-\frac{12}{x^2-3x}=3$. Нехай $x^2-3x=t$, тоді $\frac{3x^2-3x}{2}=\frac{3}{2}t$,

отримуємо рівняння: $\frac{3t^{\backslash t}}{2}-\frac{12^{\backslash 2}}{t}=3^{\backslash 2t}$; $\frac{3t^2-24-6t}{2t}=0$; $\frac{t^2-2t-8}{2t}=0$.

Це рівняння рівносильне системі: $\begin{cases}t^2-2t-8=0,\\ t\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}t_1=4,\ t_2=-2,\\ t\ne 0.\end{cases}$

Розв'язання даного рівняння зводиться до розв'язання двох рівнянь:
1) $x^2-3x=4$; $x^2-3x-4=0$; $x_1=4$, $x_2=-1$; або
2) $x^2-3x=-2$; $x^2-3x+2=0$; $x_3=1$, $x_4=2$. *Відповідь:* 4; –1; 1; 2.

2. $\frac{6}{(x+1)(x+2)}+\frac{8}{(x-1)(x+1)}=1$; $\frac{6}{(x+1)(x+2)}+\frac{8}{(x-1)(x+1)}-1=0$;

$\frac{6}{x^2+3x+2}+\frac{8}{x^2+3x-4}-1=0$. Нехай $x^2+3x=t$, тоді $\frac{6}{t+2}+\frac{8}{t-4}-1=0$;

$\frac{6(t-4)+8(t+2)-(t+2)(t-4)}{(t+2)(t-4)}-1=0$; $\frac{6t-24+8t+16-t^2+4t-2t+8}{(t+2)(t-4)}=0$;

$\frac{-t^2+16t}{(t+2)(t-4)}=0$; це рівняння рівносильне системі рівнянь:

$\begin{cases}t^2-16t=0,\\ (t+2)(t-4)\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}t(t-16)=0,\\ t\ne -2,\ t\ne 4;\end{cases}$ $\begin{cases}t=0,\ t=16,\\ t\ne -2,\ t\ne 4.\end{cases}$

Розв'язування даного рівняння зводиться до розв'язування двох рівнянь:
$x^2+3x=0$; $x(x+3)=0$; $x=0$, $x=-3$; або $x^2+3x=16$; $x^2+3x-16=0$;

$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+64}}{2}$; $x=\frac{-3\pm\sqrt{73}}{2}$. *Відповідь:* 0; –3; $\frac{-3\pm\sqrt{73}}{2}$.

3. $x(x+3)(x+5)(x+8)=100$; $(x^2+8x)(x^2+8x+15)=100$.
Нехай $x^2+8x=t$, тоді $t(t+15)=100$; $t^2+15t-100=0$; $t_1=-20$; $t_2=5$.
Отримали рівняння:
$x^2+8x=-20$; $x^2+8x+20=0$; $D=64-4\cdot 20=64-80<0$; коренів немає;
або $x^2+8x=5$; $x^2+8x-5=0$; $x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+5}}{1}$; $x=-4\pm\sqrt{21}$.
Відповідь: $-4\pm\sqrt{21}$.
4. $(x+2)(x+3)(x+8)(x+12)=4x^2$; $(x^2+14x+24)(x^2+11x+24)=4x^2$;
Поділимо обидві частини на x^2, тому що $x=0$ не є коренем.
$\left(x+14+\dfrac{24}{x}\right)\left(x+11+\dfrac{24}{x}\right)=4$. Нехай $x+\dfrac{24}{x}=t$, тоді $(t+14)(t+11)=4$;
$t^2+25t+154-4=0$; $t^2+25t+150=0$; $t_1=-15$; $t_2=-10$.
Розв'язування даного рівняння зводиться до розв'язку двох рівнянь:
$x+\dfrac{24}{x}=-15$; $x^2+24=-15x$; $x^2+15x+24=0$; $x=\dfrac{-15\pm\sqrt{225-96}}{2}$; $x=\dfrac{-15\pm\sqrt{129}}{2}$;
або $x+\dfrac{24}{x}=-10$, $x^2+24=-10x$; $x^2+10x+24=0$; $x=-6$; $x=-4$.
Відповідь: -4; -6; $x=\dfrac{-15\pm\sqrt{129}}{2}$.
5. $7\left(x+\dfrac{1}{x}\right)-2\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=9$. Нехай $x+\dfrac{1}{x}=t$, тоді $x^2++2+\dfrac{1}{x^2}=t^2$;
$x^2+\dfrac{1}{x^2}=t^2-2$; $7t-2(t^2-2)=9$; $7t-2t^2+4-9=0$; $-2t^2+7t-5=0$;
$2t^2-7t+5=0$; $t_1=1$; $t_2=\dfrac{5}{2}$. Повернемося до заміни: $x+\dfrac{1}{x}=1$; $x^2+1=x$;
$x^2-x+1=0$; $D<0$, коренів немає; або $x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{5}{2}$; $2x^2+2=5x$; $2x^2-5x+2=0$;
$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\dfrac{5\pm 3}{4}$; $x_1=2$; $x_2=0{,}5$. *Відповідь:* 2; 0,5.
6. $2(x^2+x+1)^2-7(x-1)^2=13(x^3-1)$; $2(x^2+x+1)^2-7(x-1)^2=13(x-1)(x^2+x+1)$;
$x=1$ не є коренем даного рівняння, тому обидві частини рівняння поділимо на (x^3-1), отримаємо: $\dfrac{2(x^2+x+1)}{x-1}-\dfrac{7(x-1)}{x^2+x+1}=13$.
Нехай $\dfrac{x^2+x+1}{x-1}=t$, тоді $2t-\dfrac{t}{7}=13$; $2t^2-7=13t$; $2t^2-13t-7=0$;
$t=\dfrac{13\pm\sqrt{169+56}}{4}=\dfrac{13\pm 15}{4}$; $t_1=7$; $t_2=-\dfrac{1}{2}$. Повернемося до заміни:
$\dfrac{x^2+x+1}{x-1}=7$; $x^2+x+1=7x-7$; $x^2-6x+8=0$; $x_1=4$, $x_2=2$;
або $\dfrac{x^2+x+1}{x-1}=-\dfrac{1}{2}$; $2x^2+2x+2=-x+1$; $2x^2+3x+1=0$;
$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4}$; $x=\dfrac{-3\pm 1}{4}$; $x_3=-1$, $x_4=-0{,}5$. *Відповідь:* 2; 4; -1; $-0{,}5$.
7. $(x-6)^4+(x-4)^4=82$; $(x-6)^4-2(x-6)^2(x-4)^2+(x-4)^4+2(x-6)^2(x-4)^2=82$;
$((x-6)^2-(x-4)^2)^2+2((x-6)(x-4))^2=82$;
$(x^2-12x+36-x^2+8x-16)^2+2(x^2-4x-6x+24)^2=82$;
$(20-4x)^2+2(x^2-10x+24)^2=82$; $16(5-x)^2+2(x^2-10x+24)^2-82=0$;
$8(x^2-10x+25)+(x^2-10x+24)^2-41=0$. Заміна: $(x^2-10x+24)=t$,

тоді $8(t+1)+t^2-41=0$; $t^2+8t-33=0$; $t_1=-11$; $t_2=3$.
Повернемося до заміни:
$x^2-10x+24=-11$; $x^2-10x+35=0$; $D=100-140<0$; коренів немає;
або $x^2-10x+24=3$; $x^2-10x+21=0$; $x_1=7$; $x_2=3$. *Відповідь:* 3; 7.

777. Нехай початкова швидкість автомобіля була x км/год, а решту їхав зі швидкістю $(x+5)$ км/год.
Час, витрачений автомобілем, складає $\left(\frac{150}{x}+\frac{240}{x+5}\right)$ год.
За умовою задачі дорівнює 5 год. Складаємо та розв'язуємо рівняння:
$\frac{150}{x}+\frac{240}{x+5}=5$; $\frac{30}{x}+\frac{48}{x+5}=1$; $\frac{30(x+5)+48x-x(x+5)}{x(x+5)}=0$;
$\frac{30x+150+48x-x^2-5x}{x(x+5)}=0$; $\begin{cases}-x+73x+150=0,\\ x\neq 0,\\ x\neq -5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=75,\ x=-2,\\ x\neq 0,\\ x\neq -5;\end{cases}$
$x=-2$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 75 км/год.

778. Нехай швидкість мотоциклістів дорівнює x км/год і $(x+10)$ км/год.
Час, витрачений мотоциклістами, дорівнює $\frac{90}{x}$ год і $\frac{90}{x+10}$ год. Знаходимо різницю у часі руху: $\left(\frac{90}{x}-\frac{90}{x+10}\right)$ год. За умовою задачі перший проїжджає на 18 хв $=\frac{18}{60}$ год $=\frac{3}{10}$ год. Складаємо та розв'язуємо рівняння:
$\frac{90}{x}-\frac{90}{x+10}=\frac{3}{10}$; $\frac{30}{x}-\frac{30}{x+10}-\frac{1}{10}=0$; $\frac{300(x+10)-300x-x(x+10)}{10x(x+10)}=0$;
$\frac{\cancel{300x}+3000-\cancel{300x}-x^2-10x}{10x(x+10)}=0$; $\begin{cases}x=50,\ x=-60,\\ x\neq 0,\\ x\neq -10;\end{cases}$ $x=-60$ — сторонній корінь. 1) $50+10=60$ (км/год) — швидкість першого мотоцикліста.
Відповідь: 60 км/год; 50 км/год.

779. Нехай швидкість автобуса x км/год, а автомобіля $(x+20)$ км/год.
Час руху складає у автобуса $\frac{240}{x}$ год, а у автомобіля $\frac{240}{x+20}$ год.
Різниця у часі дорівнює $\left(\frac{240}{x}-\frac{240}{x+20}\right)$ год. За умовою задачі різниця складає 1 годину. Складаємо та розв'язуємо рівняння: $\frac{240}{x}-\frac{240}{x+20}=1$;
$\frac{240(x+20)-240x-x(x+20)}{x(x+20)}=0$; $\frac{\cancel{240x}+4800-\cancel{240x}-x^2-20x}{x(x+20)}=0$;
$\begin{cases}x^2+20x-4800=0,\\ x\neq 0,\ x\neq -20;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=60,\ x_2=-80,\\ x\neq 0,\ x\neq -20;\end{cases}$ $x_2=-80$ — сторонній корінь.
1) $60+20=80$ (км/год) — швидкість автомобіля.
Відповідь: 60 км/год, 80 км/год.

780. Нехай початкова швидкість поїзда x км/год, тоді збільшена швидкість — $(x+16)$ км/год. Час руху за розкладом $\frac{80}{x}$ год, а рухався $\frac{80}{x+16}$ год.
Різниця у часі складає $\left(\frac{80}{x}-\frac{80}{x+16}\right)$ год. За умовою задачі це дорівнює 10 хв $=\frac{1}{6}$ год. Складаємо та розв'язуємо рівняння: $\frac{80}{x}-\frac{80}{x+16}=\frac{1}{6}$;

$\frac{80\cdot 6\cdot (x+16)-80\cdot 6\cdot x-x(x+16)}{6x(x+16)}=0;$ $\frac{480x+7680-480x-x^2-16x}{6x(x+16)}=0;$

$\begin{cases}x^2+16x-7680=0,\\ x\neq 0, x\neq -16;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=80, x_2=-96,\\ x\neq 0, x\neq -16;\end{cases}$ $x_2=-96$ — сторонній корінь.

Відповідь: 80 км/год.

781. Нехай початкова швидкість вершника x км/год, а у зворотному напрямку $(x+3)$ км/год. Час, витрачений вершником, складає із Вишневе до Яблуневе $\frac{15}{x}$ год, а із Яблуневе до Вишневого $\frac{15}{x+3}$ год. Різниця у часі складає $\left(\frac{15}{x}-\frac{15}{x+3}\right)$ год або $\frac{15}{60}$ год. Складаємо та розв'язуємо рівняння:

$\frac{15}{x}-\frac{15}{x+3}=\frac{1}{4};$ $\frac{15\cdot 4\cdot (x+3)-15\cdot 4\cdot x-x(x+3)}{4x(x+3)}=0;$

$\frac{60x+180-60x-x^2-3x}{4x(x+3)}=0;$ $\begin{cases}x^2+3x-180=0,\\ x\neq 0, x\neq -3;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=12, x_2=-15,\\ x\neq 0, x\neq -3;\end{cases}$

$x_2=-15$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 12 км/год.

782. Нехай оператор мав набирати x сторінок за годину, а набирав $(x+3)$ сторінки. Оператор мав закінчити роботу через $\frac{180}{x}$ год, а закінчив через $\frac{180}{x+3}$ год. Різниця у часі складає $\left(\frac{180}{x}-\frac{180}{x+3}\right)$ год, за умовою задачі 5 год.

Рівняння: $\frac{180}{x}-\frac{180}{x+3}=5;$ $\frac{36}{x}-\frac{36}{x+3}=1;$ $\frac{36(x+3)-36x-x(x+3)}{x(x+3)}=0;$

$\frac{36x+108-36x-x^2-3x}{x(x+3)}=0;$ $\begin{cases}x^2+3x-108=0,\\ x(x+3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9, x=-12,\\ x\neq 0, x\neq -3;\end{cases}$

$x=-12$ — сторонній корінь; 1) $9+3=12$ (сторінок) — набирав.

Відповідь: 12 сторінок набирав оператор.

783. Нехай перший насос перекачує x м^3 за годину, а другий — $(x-5)$ м^3/год.

Першому насосу потрібно $\frac{90}{x}$ год, а другому — $\frac{100}{x-5}$ год. Різниця у часі складає $\left(\frac{100}{x-5}-\frac{90}{x}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює 1 год.

Рівняння: $\frac{100}{x-5}-\frac{90}{x}=1;$ $\frac{100x-90(x-5)-x(x-5)}{x(x-5)}=0;$

$\frac{100x-90x+450-x^2+5x}{x(x-5)}=0;$ $\begin{cases}x^2-15x-450=0,\\ x(x-5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=30, x_2=-15,\\ x\neq 0, x\neq 5;\end{cases}$

$x_2=-15$ — сторонній корінь; 1) $30-5=25$ (м^3/год) — другий насос.

Відповідь: 30 м^3/год; 25 м^3/год.

784. Нехай робітнику потрібно x днів, щоб виконати роботу, тоді $\frac{72}{x}$ деталі за день мав виготовити робітник, але виконав роботу за $(x-3)$ дні, тому виготовляв $\frac{72}{x-3}$ деталі за день. Різниця дорівнює $\left(\frac{72}{x-3}-\frac{72}{x}\right)$ деталей за день, за умовою задачі дорівнює 4 деталі за день.

Рівняння: $\frac{72}{x-3}-\frac{72}{x}=4;$ $\frac{18}{x-3}-\frac{18}{x}-1=0;$ $\frac{18x-18(x-3)-x(x-3)}{x(x-3)}=0;$

$\frac{18x-18x+54-x^2+3x}{x(x-3)}=0;$ $\begin{cases}x^2-3x-54=0,\\ x(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=9, x_2=-6,\\ x\neq 0, x-3\neq 0;\end{cases}$ $x_2=-6$ — сторонній корінь. 1) $9-3=6$ (днів). *Відповідь:* за 6 днів виконано роботу.

785. Нехай власна швидкість катера x км/год, швидкість за течією $(x+1)$ км/год, а проти течії $(x-1)$ км/год. Час, витрачений катером за течією річки, $\frac{16}{x+1}$ год, а проти течії — $\frac{30}{x-1}$ год. Всього витрачено $\left(\frac{16}{x+1}+\frac{30}{x-1}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює $1\frac{1}{2}$ год. Рівняння:

$\frac{16}{x+1}+\frac{30}{x-1}=\frac{3}{2}$; $\frac{16\cdot 2\cdot(x-1)+30\cdot 2(x+1)-3(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-1)}=0$;

$\frac{32x-32+60x+60-3x^2+3}{(x+1)(x-1)}=0$; $\begin{cases}-3x^2+92x+31=0,\\(x+1)(x-1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{-46\pm 47}{-3},\\x\neq -1,\ x=1;\end{cases}$

$x=31$; $x=-\frac{1}{3}$ — сторонній корінь.

Відповідь: власна швидкість катера — 31 км/год.

786. Нехай власна швидкість човна x км/год, тоді швидкість за течією річки $(x+2)$ км/год, а проти течії $(x-2)$ км/год. Час руху за течією $\frac{15}{x+2}$ год, а проти течії $\frac{15}{x-2}$ год. Різниця у часі руху становить $\left(\frac{15}{x-2}-\frac{15}{x+2}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює 1 год.

Рівняння: $\frac{15}{x-2}-\frac{15}{x+2}=1$; $\frac{15(x+2)-15(x-2)-(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}=0$;

$\frac{15x+30-15x+30-x^2+4}{(x+2)(x-2)}=0$; $\frac{-x^2+64}{(x+2)(x-2)}=0$; $\begin{cases}x^2-64=0,\\(x+2)(x-2)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=8,\ x=-8,\\x\neq 0,\ x\neq -12;\end{cases}$ $x=-8$ — сторонній корінь.

1) $8+2=10$ (км/год) — швидкість за течією річки. *Відповідь:* 10 км/год.

787. Нехай швидкість течії річки x км/год, а швидкість за течією у човна дорівнює $(12+x)$ км/год. Пліт рухався $\frac{15}{x}$ год, а човен — $\frac{15}{12+x}$ год. Різниця у часі руху складає $\left(\frac{15}{x}-\frac{15}{12+x}\right)$ год. За умовою задачі це дорівнює 4 год. Рівняння: $\frac{15}{x}-\frac{15}{12+x}=4$; $\frac{15(12+x)-15x-4x(12+x)}{x(12+x)}=0$;

$\frac{180+15x-15x-48x-4x^2}{x(x+12)}=0$; $\begin{cases}4x^2+48x-180=0,\\x(x+12)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+12x-45=0,\\x\neq 0,\ x\neq -12;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=3,\ x_2=-15,\\x\neq 0,\ x\neq -12;\end{cases}$ $x_2=-15$ — сторонній корінь. *Відповідь:* швидкість течії — 3 км/год.

788. Нехай швидкість течії x км/год, швидкість за течією $(18+x)$ км/год, а проти течії $(18-x)$ км/год. Всього катер пройшов $\left(\frac{45}{18+x}+\frac{28}{18-x}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює 4 год.

Рівняння: $\frac{45}{18+x}+\frac{28}{18-x}=4$; $\frac{45(18-x)+28(18+x)-4(18^2-x^2)}{(18-x)(18+x)}=0$;

$\frac{810-45x+504+28x-1296+4x^2}{(18-x)(18+x)}=0$; $\begin{cases}4x^2-17x+18=0,\\(18-x)(18+x)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{17\pm\sqrt{289-16\cdot 18}}{8},\\x\neq 18,\ x\neq -18;\end{cases}$

$\begin{cases}x=2,\ x=2,25,\\x\neq 18,\ x\neq -18.\end{cases}$ *Відповідь:* 2 км/год або 2,25 км/год.

789. Нехай швидкість катера x км/год, а автомобіля $(x+20)$ км/год. Відстань, що подолав турист катером, $160\cdot\frac{5}{8}=100$ (км), а автомобілем — $160-100=60$ (км). Час, витрачений на подорож катером, $\frac{100}{x}$ год, а автомобілем $\left(\frac{60}{x+20}\right)$ год. Різниця у часі складає $\left(\frac{100}{x}-\frac{60}{x+20}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює $1\frac{1}{2}$ год. Рівняння: $\frac{100}{x}-\frac{60}{x+20}=\frac{3}{2}$;

$\frac{200(x+20)-120x-3x(x+20)}{2x(x+20)}=0$; $\frac{200x+4000-120x-3x^2-60x}{2x(x+20)}=0$;

$\begin{cases}-3x^2+20x+4000=0,\\ x\neq 0,\ x\neq -20;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=40,\ x_2=-33\frac{1}{3},\\ x\neq 0,\ x\neq -20;\end{cases}$ $x_2=-33\frac{1}{3}$ — сторонній корінь.

1) $40+20=60$ (км/год). *Відповідь:* 40 км/год, 60 км/год.

790. Нехай початкова швидкість автобуса x км/год, а другу частину шляху він їхав зі швидкістю $(x+12)$ км/год. Час, витрачений автобусом, дорівнює $\left(\frac{24}{x}+\frac{12}{60}+\frac{48}{x+12}\right)$ год, а за розкладом становить $\frac{72}{x}$ год. Складаємо різницю $\left(\frac{24}{x}+\frac{1}{5}+\frac{48}{x+12}-\frac{72}{x}\right)$ год, за умовою задачі дорівнює $\frac{4}{60}$ год. Складаємо та розв'язуємо рівняння: $\frac{24}{x}+\frac{1}{5}+\frac{48}{x+12}-\frac{72}{x}=\frac{1}{15}$;

$\frac{48}{x+12}-\frac{48}{x}+\frac{2}{15}=0$; $\frac{24\cdot 15\cdot x-24\cdot 15(x+12)+x(x+12)}{15x(x+12)}=0$;

$\frac{360x-360x-4320+x^2+12x}{15x(x+12)}=0$; $\begin{cases}x^2+12x-4320=0,\\ x\neq 0,\ x\neq -12;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=60,\ x_2=-72,\\ x\neq 0,\ x\neq -12;\end{cases}$ $x_2=-72$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 60 км/год.

791. Нехай швидкість поїзда x км/год, а швидкість автобуса $(x+20)$ км/год. Час руху автобусом дорівнює $\frac{160}{x+20}$ год, а поїздом — $\frac{150}{x}$ год. Складаємо різницю у часі $\left(\frac{150}{x}-\frac{160}{x+20}\right)$ год, що складає $\frac{1}{2}$ год.

Рівняння: $\frac{150}{x}-\frac{160}{x+20}=\frac{1}{2}$; $\frac{150\cdot 2(x+20)-160\cdot 2x-x(x+20)}{2x(x+20)}=0$;

$\frac{300x+6000-320x-x^2-20x}{2x(x+20)}=0$; $\begin{cases}x^2+40x-6000=0,\\ 2x(x+20)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=60,\ x_2=-100,\\ x\neq 0,\ x\neq -20,\end{cases}$

$x_2=-100$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 60 км/год.

792. Нехай швидкість турист по озеру x км/год, тоді швидкість за течією $(x+2)$ км/год, а проти течії $(x-2)$ км/год. Час, витрачений на рух по озеру та течією річки, $\left(\frac{4}{x}+\frac{5}{x+2}\right)$ год, а проти течії $\frac{6}{x-2}$ год.

За умовою задачі час руху однаковий. Рівняння: $\frac{4}{x}+\frac{5}{x+2}=\frac{6}{x-2}$;

$\frac{4(x+2)(x-2)+5x(x-2)-6x(x+2)}{x(x+2)(x-2)}=0$; $\frac{4x^2-16+5x^2-10x-6x^2-12x}{x(x+2)(x-2)}=0$;

$\begin{cases}3x^2-22x-16=0,\\ x(x+2)(x-2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=8,\ x=-\dfrac{2}{3},\\ x\neq 0,\ x\neq -2,\ x\neq 2;\end{cases}$ $x=-\dfrac{2}{3}$ — сторонній корінь.

Відповідь: швидкість по озеру — 8 км/год.

793. Нехай швидкість теплохода у стоячій воді x км/год, а за течією $(x+4)$ км/год. Час, витрачений по озеру та річкою, становить $\left(\dfrac{16}{x}+\dfrac{18}{x+4}\right)$ год.

За умовою задачі 1 год. Рівняння: $\dfrac{16}{x}+\dfrac{18}{x+4}=1$; $\dfrac{16(x+4)+18x-x(x+4)}{x(x+4)}=0$;

$\dfrac{16x+64+18x-x^2-4x}{x(x+4)}=0$; $\begin{cases}x^2-30x-64=0,\\ x(x+4)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=32,\ x=-2,\\ x\neq 0,\ x\neq -4;\end{cases}$

$x=-2$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 32 км/год.

794. Нехай чисельник x, тоді знаменник $x+3$. Отримали дріб $\dfrac{x}{x+3}$. Новий чисельник $x+4$, а знаменник $x+3+8$, то новій дріб — $\dfrac{x+4}{x+11}$. Складаємо різницю: $\dfrac{x+4}{x+11}-\dfrac{x}{x+3}$, за умовою задачі вона дорівнює $\dfrac{1}{6}$.

Рівняння: $\dfrac{x+4}{x+11}-\dfrac{x}{x+3}=\dfrac{1}{6}$; $\dfrac{6(x+4)(x+3)-6x(x+11)-(x+11)(x+3)}{6(x+11)(x+3)}=0$;

$\dfrac{6x^2+18x+24x+72-6x^2-66x-x^2-3x-11x-33}{6(x+11)(x+3)}=0$; $\dfrac{-x^2-38x+39}{6(x+11)(x+3)}=0$;

$\begin{cases}x^2+38x-39=0,\\ x\neq -11,\ x\neq -3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\ x=-39,\\ x\neq -11,\ x\neq -3;\end{cases}$ $x=-39$ — сторонній корінь.

Підставимо значення, отримаємо: $\dfrac{x}{x+3}=\dfrac{1}{4}$. *Відповідь:* $\dfrac{1}{4}$.

795. Нехай чисельник дробу x, тоді знаменник — $(x+5)$, дріб дорівнює $\dfrac{x}{x+5}$.

Новий чисельник $x-3$, а знаменник — $x+5+4$, новий дріб — $\dfrac{x-3}{x+9}$.

Отриманий дріб менший на $\dfrac{x}{x+5}-\dfrac{x-3}{x+9}$, за умовою задачі на $\dfrac{1}{3}$.

Рівняння: $\dfrac{x}{x+5}-\dfrac{x-3}{x+9}=\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{3x(x+9)-3(x-3)(x+5)-(x+5)(x+9)}{3(x+5)(x+9)}=0$;

$\dfrac{3x^2+27x-3x^2-15x+9x+45-x^2-9x-5x-45}{3(x+5)(x+9)}=0$;

$\dfrac{-x^2+7x}{3(x+5)(x+9)}=0$; $\begin{cases}-x^2+7x=0,\\ 3(x+5)(x+9)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=7,\ x=0,\\ x\neq -5,\ x\neq -9;\end{cases}$ $x=0$ — сторонній корінь.

Підставимо значення в вираз: $\dfrac{x}{x+5}$, якщо $x=7$, то $\dfrac{7}{7+5}=\dfrac{7}{12}$. *Відповідь:* $\dfrac{7}{12}$.

796. Нехай I робітнику потрібно x днів для виконання роботи, а II — $(x+9)$ днів. За день I робітник виконає $\dfrac{1}{x}$ частину роботи, а II — $\dfrac{1}{x+9}$ частину роботи, а разом — $\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+9}\right)$ частину робити за день, за умовою задачі за день разом виконають $\dfrac{1}{20}$ частину роботи.

Рівняння: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+9}=\dfrac{1}{20}$; $\dfrac{20(x+9)+20x-x\cdot(x+9)}{x\cdot(x+9)}=0$;

$\frac{20x+180+20x-x^2-9x}{x\cdot(x+9)}=0;$ $\frac{x^2-31x-180}{x(x+9)}=0;$ $\begin{cases}x^2-31x-180=0,\\x(x+9)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=36,\ x_2=-5,\\x\neq 0,\ x\neq -9;\end{cases}$ $x_2=-5$ — сторонній корінь.

1) $36+9=45$ (днів) — потрібно II робітнику. *Відповідь:* 36 днів, 45 днів.

797. Нехай II маляру потрібно x год, а I — $x+5$ (год), щоб пофарбувати фасад будинку.

За годину II пофарбує $\frac{1}{x}$ частину, а I — $\frac{1}{x+5}$ частину. Перший за 3 год виконає $\frac{3}{x+5}$ частину роботи, а II за 2 год — $\frac{2}{x}$ частину. Разом виконали $\left(\frac{3}{x+5}+\frac{2}{x}\right)$ частину роботи або за умовою задачі $\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$ частину роботи. Рівняння: $\frac{3}{x+5}+\frac{2}{x}=\frac{2}{5};$ $\frac{15x+10(x+5)-2x(x+5)}{5x(x+5)}=0;$

$\frac{15x+10x+50-2x^2-10x}{5x(x+5)}=0;$ $\begin{cases}2x^2-15x-50=0,\\5x(x+5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{15\pm\sqrt{225+4\cdot 2\cdot 50}}{4},\\x\neq 0,\ x\neq -5;\end{cases}$

$\begin{cases}x=10,\ x=-2,5,\\x\neq 0,\ x\neq -5;\end{cases}$ $x=-2,5$ — сторонній корінь.

1) $10+5=15$ (год) — потрібно I маляру, щоб виконати роботу самостійно.
Відповідь: 15 год, 10 год.

798. Нехай I трактористу потрібно x год, щоб зорати поле, тоді II — $(x+3)$ год. Перший тракторист за годину виконує $\frac{1}{x}$ частину роботи і за $(6+8)$ год виконає $\frac{14}{x}$ частину роботи, а II за 8 год виконає $\frac{8}{x+3}$ частину роботи. Разом трактористи виконали $\left(\frac{14}{x}+\frac{8}{x+3}\right)$ частину роботи, за умовою задачі робота виконана повністю.

Складаємо та розв'язуємо рівняння: $\frac{14}{x}+\frac{8}{x+3}=1;$ $\frac{14(x+3)+8x-x(x+3)}{x(x+3)}=0;$

$\frac{14x+42+8x-x^2-3x}{x(x+3)}=0;$ $\begin{cases}-x^2+19x+42=0,\\x(x+3)\neq 0;\end{cases}$ $x^2-19x-42=0;$ $x_1=21;$

$x_2=-2$ — сторонній корінь; 1) $21+3=24$ (год) — потрібно II трактористу, щоб зорати поле самостійно. *Відповідь:* 21 год і 24 год.

799. Нехай розчин спочатку містив x г води, тоді його маса дорівнює $(x+20)$ г. Відсотковий вміст солі у розчині $\frac{20}{x+20}\cdot 100\ \%$. Після додавання води, маса розчину $(x+20+100)$ г, а відсотковий вміст солі став $\frac{20}{x+120}\cdot 100\ \%$.

Відсотковий вміст солі змінився на $\left(\frac{20}{x+20}-\frac{20}{x+120}\right)\cdot 100\ \%$, за умовою задачі дорівнює 10 %.

Рівняння: $\frac{20}{x+20}-\frac{20}{x+120}=\frac{1}{10};$ $\frac{200(x+120)-200(x+20)-x(x+20)(x+120)}{(x+20)(x+120)\cdot 10}=0;$

$\frac{200x+24\,000-200x+4000-x^2-120x-20x-2400}{10(x+20)(x+120)}=0;$ $\begin{cases}x^2+140x-17\,600=0,\\10(x+20)(x+120)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=80,\ x=-220,\\x\neq -20,\ x\neq -120;\end{cases}$ $x=-220$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 80 г.

800. Нехай початковий сплав містив x кг міді, тоді маса сплаву $(x+10)$ кг, а новому сплаві міді $(x+10)$ кг, а маса сплаву $(x+20)$ кг. Відсотковий вміст міді складає у I сплаві $\frac{x}{x+10}\cdot 100\,\%$, а у II — $\frac{x+10}{x+20}\cdot 100\,\%$.

Різниця у відсотковому вмісту складає $\left(\frac{x+10}{x+20}-\frac{x}{x+10}\right)\cdot 100\,\%$ або 5 %.

Рівняння: $\frac{x+10}{x+20}-\frac{x}{x+10}=\frac{5}{100}$; $\frac{x+10}{x+20}-\frac{x}{x+10}-\frac{1}{20}=0$;

$\frac{20(x+10)^2-20x(x+20)-(x+20)(x+10)}{20(x+20)(x+10)}=0$;

$\frac{20x^2-400x+2000-20x^2-400x-x^2-30x-200}{20(x+20)(x+10)}=0$;

$\begin{cases}x^2+30x-1800=0,\\20(x+20)(x+10)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=30,\ x=-60,\\x\neq -20,\ x\neq -10;\end{cases}$ $x=-60$ — сторонній корінь.

Відповідь: 30 кг міді містив початковий зливок сплаву.

801. Нехай швидкість течії річки x км/год, тоді швидкість катера $(12-x)$ км/год. Пліт до зустрічі рухався $\frac{14}{x}$ год, а катер — $\left(\frac{32-14}{12-x}\right)$ год. Різниця у часі руху складає $\left(\frac{14}{x}-\frac{18}{12-x}\right)$ год, за умовою задачі $2\frac{4}{6}=2\frac{2}{3}$ (год).

Рівняння: $\frac{14}{x}-\frac{18}{12-x}=\frac{8}{3}$; $\frac{7}{x}-\frac{9}{12-x}=\frac{4}{3}$; $\frac{21(12-x)-27x-4x(12-x)}{3x(12-x)}=0$;

$\frac{252-21x-27x-48x+4x^2}{3x(12-x)}=0$; $\frac{4x^2-96x+252}{3x(12-x)}=0$; $\begin{cases}4x^2-96x+252=0,\\3x(12-x)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=21,\ x=3,\\x\neq 0,\ x\neq 12;\end{cases}$ $x=21$ — сторонній корінь за змістом задачі.

Відповідь: 3 км/год.

802. Нехай заповниться басейн водою через I трубу за x год, а через II трубу басейн буде порожній через $(x+1)$ год.

Басейн заповнюється водою за годину на $\frac{1}{x}$ частину, а спустошується за $\frac{1}{x+1}$ частину. Якщо відкрити обидві труби, то басейн за годину наповнюється на $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)$ частину басейну, а за умовою задачі на $\frac{1}{30}$ частину.

Рівняння: $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{30}$; $\frac{30(x+1)-30x-x(x+1)}{30x(x+1)}=0$;

$\frac{30x+30-30x-x^2-x}{30x(x+1)}=0$; $\begin{cases}x^2+x-30=0,\\30x(x+1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-6,\ x=5,\\x\neq 0,\ x\neq -1;\end{cases}$

$x=-6$ — сторонній корінь. *Відповідь:* через 5 годин.

803. Нехай I трубі потрібно x год для наповнення басейну, тоді II — $(x+2)$ год, а III — $(x+8)$ год. За годину басейн наповниться через I трубу — $\left(\frac{1}{x}\right)$ частину басейну, через II — $\left(\frac{1}{x+2}\right)$ частину басейну, через III — $\left(\frac{1}{x+8}\right)$ частину басейну. За годину разом через II і III труби басейн наповниться на $\left(\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+8}\right)$ частину. За умовою задачі через I трубу потрібно стільки ж часу, як і для наповнення через II і III одночасно.

Рівняння: $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+8}=\frac{1}{x}$; $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+8}-\frac{1}{x}=0$;

$\frac{x(x+8)+x(x+2)-(x+2)(x+8)}{x(x+2)(x+8)}=0$; $\frac{x^2+8x+x^2+2x-x^2-2x-8x-16}{x(x+2)(x+8)}=0$;

$\begin{cases}x^2-16=0,\\x(x+2)(x+8)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\ x=-4,\\x\neq 0,\ x\neq -2,\ x\neq -8;\end{cases}$ $x=-4$ — сторонній корінь.

1) $4+2=6$ (год) — потрібно II трубі для наповнення басейну;

2) $4+8=12$ (год) — потрібно III трубі для наповнення басейну.

Відповідь: 4 год, 6 год і 12 год.

804. Нехай планова швидкість автобуса x км/год, тоді автобусу на поїздку потрібно $\frac{400}{x}$ год. Після зупинки швидкість автобуса складає $(x+10)$ км/год, йому залишилося проїхати $(400-2x)$ км, тому час руху $\left(\frac{400-2x}{x+10}\right)$ год. Час руху автобуса дорівнює $\left(2+\frac{20}{60}+\frac{400-2x}{x+10}\right)$ год.

За умовою задачі автобус приїхав вчасно. Рівняння: $2\frac{1}{3}+\frac{400-2x}{x+10}=\frac{400}{x}$;

$\frac{7}{3}+\frac{400-2x}{x+10}-\frac{400}{x}=0$; $\frac{7\cdot x(x+1)+3x(400-2x)-3\cdot 400(x+10)}{3x(x+10)}=0$;

$\frac{7x^2+70x+1200x-6x^2-1200x-12000}{3x(x+10)}=0$; $\begin{cases}x^2+70x-12000=0,\\3x(x+10)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=80,\ x_2=-150,\\x\neq 0,\ x\neq -10;\end{cases}$ $x_2=-150$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 80 км/год.

805. Нехай за планом робітник мав виготовляти x деталей, тому він мав працювати $\frac{360}{x}$ днів. За 5 днів робітник виготовив $5x$ деталей, за останні дні робітник виготовляв $(x+4)$ деталі за день і працював $\left(5+\frac{372-5x}{x+4}\right)$ дні. За умовою задачі робітник працював на один день менше строку.

Рівняння: $\frac{360}{x}-\left(5+\frac{372-5x}{x+4}\right)=1$; $\frac{360}{x}-6-\frac{372-5x}{x+4}=0$;

$\frac{36(x+4)-6x(x+4)-x(372-5x)}{x(x+4)}=0$; $\frac{36x+1440-6x^2-24x-372x-5x^2}{x(x+4)}=0$;

$\frac{-x^2-36x+1440}{x(x+4)}=0$; $\begin{cases}x^2+36x-1440=0,\\x(x+4)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=24,\ x=-60,\\x\neq 0,\ x\neq -4;\end{cases}$

$x=-60$ — сторонній корінь. *Відповідь:* за планом — 24 деталі в день.

806. Нехай I робітникові потрібно x год, щоб виконати завдання, тоді II — $(x+12)$ год і $(x-4)$ год, щоб виконати разом. За 1 год I робітник виконає $\frac{1}{x}$ частину завдання, II — $\left(\frac{1}{x+12}\right)$ частину завдання, а разом — $\left(\frac{1}{x-4}\right)$ частину завдання. Якщо працюють I і II робітники разом, то вони виконають $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+12}\right)$ частину завдання.

Рівняння: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+12}=\frac{1}{x-4}$; $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+12}-\frac{1}{x-4}=0$;

$\frac{(x+12)(x-4)+x(x-4)-x(x+12)}{x(x+12)(x-4)}=0$; $\frac{x^2+12x-4x-48+x^2-4x-x^2-12x}{x(x+12)(x-4)}=0$;

$\begin{cases} x^2-8x-48=0, \\ x(x+12)(x-4)\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=12,\ x=-4, \\ x\neq 0,\ x\neq -12,\ x\neq 4. \end{cases}$ $x=-4$ — сторонній корінь.

Відповідь: 12 годин.

807. 1) $(27\cdot 3^{-1})^2=(3^3 3^{-1})^2=(3^{-1})^2=3^{-2}=\frac{1}{9}$; 2) $\frac{7^{-4}\cdot 7^{-9}}{7^{-12}}=\frac{7^{-13}}{7^{-12}}=7^{-1}=\frac{1}{7}$;

3) $(10^9)^2\cdot 1000^{-6}=10^{18}\cdot(10^3)^{-6}=10^{18}\cdot 10^{-18}=10^0=1$.

808. $a^2-2a\sqrt{5}+2$, якщо $a=\sqrt{5}-3$,

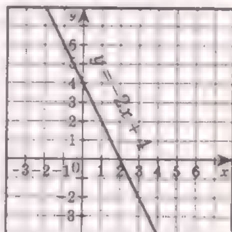
то $(\sqrt{5}-3)^2-2\sqrt{5}(\sqrt{5}-3)+2=5-6\sqrt{5}+9-10+6\sqrt{5}+2=6$.

809. $y=-2x+4$. 1) Графіком даної функції є пряма, яка проходить через точки

x	0	1
y	4	2

2) $y>0$, якщо $x<2$;

3) $M(-36;\ 68)$ підставимо значення $x=-36$, $y=68$ в функцію: $69\neq -2\cdot(-36)+4$. Графік не проходить через точку M.



810. $y=\frac{b}{x}$, $A\left(-\sqrt{12};\ \sqrt{3}\right)$.

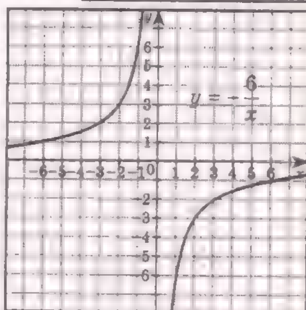
Підставимо значення $x=-\sqrt{12}$, $y=\sqrt{3}$,

знайдемо k: $\sqrt{3}=\frac{k}{-\sqrt{12}}$; $k=-\sqrt{12\cdot 3}$; $k=-6$.

Побудуємо графік $y=-\frac{6}{x}$.

Графіком є гіпербола, яка проходить через точки

x	1	2	3	6	−1	−2	−6
y	−6	−3	−2	−1	6	3	1



811. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=|\sqrt{3}-2|=|\sqrt{3}-\sqrt{4}|$;

$\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$, то $|\sqrt{3}-\sqrt{4}|=2-\sqrt{3}$. *Відповідь:* $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=2-\sqrt{3}$.

812. 1) $\left(\frac{1}{4}a^{-1}b^{-3}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}\cdot(a^{-1})^{-2}\cdot(b^{-3})^{-2}=16a^2b^6$;

2) $\left(\frac{a^4}{b^{-5}}\right)^{-3}=\frac{(a^4)^{-3}}{(b^{-5})^{-3}}=\frac{a^{-11}}{b^{15}}=\frac{1}{a^{12}b^{15}}$ або $a^{-12}b^{-15}$;

3) $(0{,}2a^{-1}b^2)^2\cdot 4a^5b^{-4}=(0{,}2)^2\cdot(a^{-1})^2\cdot(b^2)^2\cdot 4a^5b^{-4}=0{,}04\cdot a^{-2}b^4\cdot 4a^5b^{-4}=$
$=0{,}16a^3b^0=0{,}16a^3$.

813. Зобразимо кожен шматочок сиру різної маси у вигляді відрізка, довжина кожного відрізку дорівнює масі шматочку сиру. Розкладаємо відрізки вздовж прямої таким чином, щоб найбільший був посередині. Вимірюємо довжину відрізка і ділимо навпіл. Якщо середина відрізка співпадає з точкою, в якій закінчується один відрізок і починається інший, то розрізати будь-який шматок (де відрізків менше) на 2 частини, тоді у кожній частині буде однакова кількість відрізків. Отже, 9 шматочків сиру різної маси завжди можна розкласти на дві тарілки однакової маси, попередньо розрізавши один із шматочків сиру на дві частини. Доведено.

Завдання № 6 «Перевірте себе» в тестовій формі

1. Г. $5x^2 - x - 6$; $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 5 \cdot (-6)}}{10} = \frac{1 \pm 11}{10}$; $x_1 = -1$, $x_2 = \frac{6}{5}$.

2. В. $-x^2 - 4x + 5 = -(x+5)(x-1)$; $x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5)$.

3. А. $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + x - 6} = \frac{(x+4)(x+3)}{(x-2)(x+3)} = \frac{x+4}{x-2}$.

4. Б. $x^4 + 7x^2 - 10 = 0$; $x^2 = t$, тоді $t^2 + 7t - 18 = 0$; $t_1 = -9$, $t_2 = 2$; $x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$.

5. А. $(x^2 - 4x)^2 - 2(x^2 - 4x) - 15 = 0$. Заміна: $x^2 - 4x = t$; $t^2 - 2t + 15 = 0$; $t_1 = 5$; $t_2 = -3$.
$x^2 - 4x = 5$; $x^2 - 4x - 5 = 0$; $x_1 = 5$, $x_2 = -1$;
або $x^2 - 4x = -3$; $x^2 - 4x + 3 = 0$; $x_3 = 1$, $x_4 = 3$.

6. В. $x - \sqrt{x} - 12 = 0$, $\sqrt{x} = t$, $t \geq 0$; $t^2 - t - 12 = 0$; $t_1 = 4$; $t_2 = -3 < 0$; $\sqrt{x} = 4$, $x = 16$.

7. А, $\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3}$, $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = 0$; $\begin{cases} x^2 - x - 6 = 0, \\ x \neq 3; \end{cases}$ $x_1 = 3$ — сторонній корінь; $x_2 = -2$.

8. В. $\frac{3x - 1}{x} - \frac{4}{x - 2} = \frac{10 - 9x}{x^2 - 2x}$; $\frac{(3x-1)(x-2) - 4x - (10 - 9x)}{x(x-2)} = 0$;

$\frac{3x^2 - 6x - x + 2 - 4x - 10 + 9x}{x(x-2)} = 0$; $\begin{cases} 3x^2 - 2x - 8 = 0, \\ x(x-2) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 96}}{3 \cdot 2}, \\ x \neq 0, x = 2; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2, x = -\frac{4}{3}, \\ x \neq 0, x = 2; \end{cases}$ $x = 2$ — сторонній корінь.

9. А. $\frac{350}{x} - \frac{350}{x + 20} = 2$.

10. Г. $\frac{30}{x + 1} + \frac{30}{x - 1} = 3\frac{1}{6}$.

11. Б. $\frac{96}{x - 2} - \frac{96}{x} = 3$.

12. В. $\frac{10}{x} + \frac{10}{x + 5} = 1$.

814. Підставимо значення в вираз:

1) $\frac{3m - n}{m + 2n}$, якщо $m = -4$, $n = 3$, то $\frac{3 \cdot (-4) - 3}{-4 + 2 \cdot 3} = \frac{-12 - 3}{-4 + 6} = \frac{-15}{2} = -7\frac{1}{2}$;

2) $\frac{a^2 - 2a}{4a + 2}$, якщо $a = -0,8$, то $\frac{(-0,8)^2 - 2 \cdot (-0,8)}{4 \cdot (-0,8) + 2} = \frac{0,64 + 1,6}{-3,2 + 2} = -\frac{224^{\backslash 8}}{120} = -\frac{28}{15} = -1\frac{13}{15}$.

815. 1) $7b - 11$, b — будь-яке значення; 2) $\frac{9}{x}$, $x \neq 0$; 3) $\frac{5}{2 - y}$, $y \neq 2$;

4) $\frac{m - 3}{7}$, m — будь-яке значення; 5) $\frac{3 + t}{4 - t}$, $t \neq 4$; 6) $\frac{2x}{x - 1} - \frac{3}{x - 6}$, $x \neq 1$, $x \neq 6$;

7) $\frac{5}{x^8 + 3}$, x — будь-яке значення; 8) $\frac{x - 2}{|x| + 7}$, $|x| + 7 > 0$, x — будь-яке значення;

9) $\frac{4}{x^2 - 25}$, $x^2 - 25 \neq 0$; $x \neq 5$, $x \neq -5$; 10) $\frac{3}{|x| - 5}$, $|x| - 5 \neq 0$; $x \neq 5$, $x \neq -5$;

11) $\frac{x}{8 + \frac{4}{x}}$, $x \neq 0$, $8 + \frac{4}{x} \neq 0$, $\frac{8x + 4}{x} \neq 0$, $x \neq -0,5$;

12) $\frac{5}{6 - \frac{2}{x}}$, $x \neq 0$, $6 - \frac{2}{x} \neq 0$, $\frac{6x - 2}{x} \neq 0$, $x \neq \frac{1}{3}$;

13) $\frac{1}{(x-3)(x-4)}$, $x \neq 3$, $x \neq 4$; 14) $\frac{x + 8}{(x+8)(x-3)}$, $x \neq -8$, $x \neq 3$.

816. 1) $\frac{8a^2c^3}{4a^3c^2}=\frac{2c}{a}$; 2) $\frac{25mn^2}{75m^8n}=\frac{n}{3m^7}$; 3) $\frac{^{10}\cancel{60}a^3bc^2d^5}{_3\cancel{18}a^4b^2c^6d}=\frac{10d^4}{3abc^4}$; 4) $\frac{^3\cancel{42}x^8y^9}{_1\cancel{14}x^6y^8}=3x^2y$.

817. 1) $4mn^2p:(28m^2np^6)=\frac{4mn^2p}{28m^2np^6}=\frac{n}{7mp^5}$;

2) $-30x^5y^3:(36x^4y^8)=-\frac{30x^5y^3}{36x^4y^8}=-\frac{5x}{6y^5}$; 3) $-63xy^9:(-72xy^7)=\frac{-^7\cancel{63}xy^9}{-_8\cancel{72}xy^7}=\frac{7y^2}{8}$.

818. 1) $\frac{3x-6y}{3x}=\frac{3(x-2y)}{3x}=\frac{x-2y}{x}$; 2) $\frac{3a+9b}{4a+12b}=\frac{3(a+3b)}{4(a+3b)}=\frac{3}{4}$;

3) $\frac{a^2-49}{3a+21}=\frac{(a-7)(a+7)}{3(a+7)}=\frac{a-7}{3}$; 4) $\frac{12x^2-4x}{2-6x}=\frac{4x\cancel{(3x-1)}}{-2\cancel{(3x-1)}}=-2x$;

5) $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}=\frac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{(x+3)^2}=\frac{x-3}{x+3}$; 6) $\frac{b^7+b^4}{b^2+b^5}=\frac{b^4\cancel{(b^3+1)}}{b^2\cancel{(b^3+1)}}=b^2$;

7) $\frac{a^3+64}{3a+12}=\frac{(a+4)(a^2-4a+16)}{3(a+4)}=\frac{a^2-4a+16}{3}$;

8) $\frac{xb-5y+5b-xy}{x^2-25}=\frac{x(b-y)+5(b-y)}{(x-5)(x+5)}=\frac{(b-y)\cancel{(x+5)}}{(x-5)\cancel{(x+5)}}=\frac{b-y}{x-5}$;

9) $\frac{7m^2-7m+7}{14m^3+14}=\frac{7\cancel{(m^2-m+1)}}{14(m+1)\cancel{(m^2-m+1)}}=\frac{1}{2m+2}$;

10) $\frac{a^2+bc-b^2+ac}{ab+c^2-ac-b^2}=\frac{(a-b)(a+b)+c(a+b)}{a(b+c)-(b-c)(c+b)}=\frac{(a+b)\cancel{(a-b+c)}}{(b+c)\cancel{(a-b+c)}}=\frac{a+b}{b+c}$;

11) $\frac{20mn^2-20m^2n+5m^3}{10mn-5m^2}=\frac{\cancel{5m}(4n^2-4mn+m^2)}{\cancel{5m}(2n-m)}=\frac{(2n-m)^2}{(2n-m)}=2n-m$;

12) $\frac{x^2-yz+xz-y^2}{x^2+yz-xz-y^2}=\frac{(x-y)(x+y)+z(x-y)}{(x-y)(x+y)-z(x-y)}=\frac{(x-y)(x+y+z)}{(x-y)(x+y-z)}=\frac{x+y+z}{x+y-z}$.

819. 1) $\frac{x^5y^7-x^3y^9}{x^3y^7}=\frac{x^3y^7(x^2-y^2)}{x^3y^7}=x^2-y^2$,

якщо $x=-0,2$, $y=0,5$, то $(-0,2)^2-0,5^2=0,04-0,25=-0,21$;

2) $\frac{4a^2-36}{5a^2-30a+45}=\frac{4(a-3)(a+3)}{5(a^2-6a+9)}=\frac{4(a-3)(a+3)}{5(a-3)^2}=\frac{4(a+3)}{5(a-3)}$;

якщо $a=2$, то $\frac{4(2+3)}{5(2-3)}=\frac{4\cdot5}{5\cdot(-1)}=-4$;

3) $\frac{(3a+3b)^2}{3a^2-3b^2}=\frac{9(a+b)^2}{3(a-b)(a+b)}=\frac{3(a+b)}{a-b}$,

якщо $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{1}{6}$, то $\frac{3\cdot\frac{1}{3}+3\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)}{\frac{1}{3}^{2}+\frac{1}{6}}=\frac{1-\frac{1}{2}}{\frac{3}{6}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=1$;

4) $\frac{20x^2-140xy+245y^2}{4x-14y}=\frac{5(4x^2-28xy+49y^2)}{2(2x-7y)}=\frac{5(2x-7y)^2}{2(2x-7y)}=\frac{5(2x-7y)}{2}$,

якщо $2x-7y=-0,5$, то $\frac{5\cdot(-0,5)}{2}=\frac{-2,5}{2}=-1,25$.

820. 1) $\frac{100^n}{2^{2n-3}\cdot5^{2n+1}}=\frac{100^n}{2^{2n}\cdot2^3\cdot5^{2n}\cdot5}=\frac{100^n}{10^{2n}\cdot8\cdot5}=\frac{100^n}{100^n\cdot40}=\frac{1}{40}$;

2) $\frac{2^{2n+1}\cdot 7^{n+1}}{6\cdot 28^n}=\frac{2^{2n}\cdot 2\cdot 7^n\cdot 7}{6\cdot 28^n}=\frac{4^n\cdot 7^n\cdot 14}{6\cdot 28^n}=\frac{28^n\cdot 7}{3\cdot 28^n}=\frac{7}{3}$;

3) $\frac{5^{n+1}-5^n}{2\cdot 5^n}=\frac{5^n(5-1)}{2\cdot 5^n}=\frac{4}{2}=2$; 4) $\frac{18^n}{3^{2n+2}\cdot 2^{n+3}}=\frac{9^n\cdot 2^n}{9^n\cdot 9\cdot 2^n\cdot 8}=\frac{1}{72}$;

5) $\frac{41\cdot 9^n}{9^{n+2}+9^n}=\frac{41\cdot 9^n}{9^n\cdot(81+1)}=\frac{41}{82}=\frac{1}{2}$.

821. 1) $(a+2)\cdot x=7$, $a+2=0$, $a=-2$.
Якщо $a=-2$, то $0x=7$, коренів немає; якщо $a\neq-2$, то $x=\frac{7}{a+2}$.
Відповідь: якщо $a=-2$, то коренів немає; якщо $a\neq-2$, то $x=\frac{7}{a+2}$.
2) $(a+6)\cdot x=a+6$, $a+6=0$, $a=-6$.
Якщо $a=-6$, то $0x=0$, x — будь-яке число; якщо $a\neq-6$, то $x=1$.
Відповідь: якщо $a=-6$, то x — будь-яке число; якщо $a\neq-6$, то $x=1$.
3) $(a+3)\cdot x=a^2+6a+9$, $(a+3)x=(a+3)^2$, $a+3=0$, $a=-3$.
Якщо $a=-3$, то $0x=0$, x — будь-яке число; якщо $a\neq-3$, то $x=a+3$.
Відповідь: якщо $a=-3$, то x — будь-яке число; якщо $a\neq-3$, то $x=a+3$.
4) $(a^2-4)x=a-2$, $a^2-4=0$, $a=2$ або $a=-2$.
Якщо $a=2$, то $0x=0$, x — будь-яке число; якщо $a=-2$, то $0x=-4$, коренів немає; якщо $a\neq2$, $a\neq-2$, то $x=\frac{(a-2)}{(a-2)(a+2)}$; $x=\frac{1}{a+2}$.
Відповідь: якщо $a=2$, то x — будь-яке число; якщо $a\neq2$, $a\neq-2$, то $x=\frac{1}{a+2}$; якщо $a=-2$, то коренів немає.

822. 1) $\frac{7a}{22}+\frac{4a}{22}=\frac{11a}{22}=\frac{a}{2}$; 2) $\frac{8x}{3y}-\frac{5x}{3y}=\frac{3x}{3y}=\frac{x}{y}$;

3) $\frac{7x-2y}{15p}+\frac{3x+7y}{15p}=\frac{10x+5y}{15p}=\frac{5(2x+y)}{15p}=\frac{2x+y}{3p}$;

4) $\frac{x+y}{p}-\frac{x}{9p}=\frac{x+y-x}{9p}=\frac{y}{9p}$; 5) $\frac{a}{8}-\frac{a-b}{8}=\frac{a-a+b}{8}=\frac{b}{8}$;

6) $\frac{7p-17}{5k}+\frac{7-2p}{5k}=\frac{7p-17+7-2p}{5k}=\frac{5p-10}{5k}=\frac{5(p-2)}{5k}=\frac{p-2}{k}$;

7) $\frac{6a^2-4a}{15a}-\frac{a^2+a}{15a}=\frac{6a^2-4a-a^2-a}{15a}=\frac{5a^2-5a}{15a}=\frac{5a(a-1)}{15a}=\frac{a-1}{3}$;

8) $\frac{x-y}{8}+\frac{x+y}{8}=\frac{2x}{8}=\frac{x}{4}$; 9) $\frac{10x-6}{x}-\frac{4x+11}{x}=\frac{10x-6-4x-11}{x}=\frac{6x-17}{x}$.

823. 1) $\frac{7y}{y^2-4}-\frac{14}{y^2-4}=\frac{7(y-2)}{(y-2)(y+2)}=\frac{7}{y+2}$;

2) $\frac{y^2-3y}{25-y^2}-\frac{7y-25}{25-y^2}=\frac{y^2-3y-7y+25}{25-y^2}=\frac{(5-y)^2}{(5-y)(5+y)}=\frac{5-y}{5+y}$;

3) $\frac{9p+5}{3p+6}-\frac{10p-12}{3p+6}+\frac{9p-1}{3p+6}=\frac{9p+5-10p+12+9p-1}{3p+6}=\frac{8p+16}{3(p+2)}=\frac{8(p+2)}{3(p+2)}=\frac{8}{3}$;

4) $\frac{7x+5}{3-x}+\frac{5x+11}{x-3}=\frac{7x+5-5x-11}{3-x}=\frac{2x-6}{3-x}=\frac{2(x-3)}{-(x-3)}=-2$;

5) $\frac{(3a-1)^2}{4a-4}+\frac{(a-3)^2}{4-4a}=\frac{(3a-1)^2-(a-3)^2}{4a-4}=\frac{(3a-1-a+3)(3a-1+a-3)}{4(a-1)}=$
$=\frac{(2a+2)(4a-4)}{4a-4}=2a+2$;

6) $\frac{x^2-3x}{(2-x)^2}-\frac{x-4}{(x-2)^2}=\frac{x^2-3x}{(x-2)^2}-\frac{x-4}{(x-2)^2}=\frac{x^2-3x-x+4}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+4}{(x-2)^2}=\frac{(x-2)^2}{(x-2)^2}=1;$

7) $\frac{7}{a-2}-\frac{b}{2-a}=\frac{7+b}{a-2};$ 8) $\frac{6a}{5-a}-\frac{4a}{a-5}=\frac{6a+4a}{5-a}=\frac{10a}{5-a}.$

824. 1) $\frac{8}{x}-\frac{5}{y}=\frac{8y-5x}{xy}$; 2) $\frac{7}{ab}+\frac{5^{\,a}}{b}=\frac{7+5a}{ab}$; 3) $\frac{5^{\,3}}{24xy}-\frac{7^{\,4}}{18xy}=\frac{15-28}{72xy}=-\frac{13}{72xy}$;

4) $\frac{5b^2-8b+1}{a^2b^2}-\frac{2b-1^{\,b}}{a^2b}=\frac{5b^2-8b+1-2b^2+b}{a^2b^2}=\frac{3b^2-7b+1}{a^2b^2}.$

825. 1) $\frac{2a-1^{\,2}}{a-4}-\frac{3a+2}{2(a-4)}=\frac{4a-2-3a-2}{2(a-4)}=\frac{a-4}{2(a-4)}=\frac{1}{2};$

2) $\frac{x+2}{3x+9}-\frac{4-x}{5x+15}=\frac{x+2^{\,5}}{3(x+3)}-\frac{4-x^{\,3}}{5(x+3)}=\frac{5x+10-12+3x}{15(x+3)}=\frac{8x-2}{15(x+3)};$

3) $\frac{m+1}{m-3}-\frac{m+2}{m+3}=\frac{(m+1)(m+3)-(m+2)(m-3)}{(m-3)(m+3)}=$

$=\frac{\cancel{m^2}+m+3m+3-\cancel{m^2}+3m-2m+6}{(m-3)(m+3)}=\frac{5m+9}{m^2-9};$

4) $\frac{x}{x+y}-\frac{2y^2}{y^2-x^2}-\frac{y}{x-y}=\frac{x(x-y)+2y^2-y(x+y)}{x^2-y^2}=\frac{x^2-xy+2y^2-xy-y^2}{x^2-y^2}=$

$=\frac{x^2-2xy+y^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{x-y}{x+y};$

5) $\frac{m}{3m-2n}-\frac{3m^2-3mn}{9m^2-12mn+4n^2}=\frac{m}{3m-2n}-\frac{3m^2-3mn}{(3m-2n)^2}=$

$=\frac{3m^2-2mn-3m^2+3mn}{(3m-2n)^2}=\frac{mn}{(3m-2n)^2};$

6) $\frac{a+3}{a^2-2a}-\frac{a-2}{5a-10}+\frac{a+2}{5a}=\frac{a+3^{\,5}}{a(a-2)}-\frac{a-2^{\,a}}{5(a-2)}+\frac{a+2^{\,a-2}}{5a}=$

$=\frac{5a+15-\cancel{a^2}+2a+\cancel{a^2}-4}{5a(a-2)}=\frac{7a+11}{5a(a-2)};$

7) $\frac{3}{3(a-3)}-\frac{a-1}{2a^2-4a+2}=\frac{3}{3(a-3)}-\frac{a-1}{2(a^2-2a+1)}=\frac{1^{\,2}}{a-3}-\frac{\cancel{a-1}}{2(a-1)^{\cancel{2}}}=$

$=\frac{2-1}{2(a-1)}=\frac{1}{2(a-1)};$

8) $2-\frac{14}{m-2}-m=\frac{2(m-2)-14-m(m-2)}{m-2}=\frac{2m-4-14-m^2+2m}{m-2}=\frac{-m^2+4m-18}{m-2};$

9) $\frac{2x+1}{x^2-6x+9}-\frac{8}{x^2-9}-\frac{2x-1}{x^2+6x+9}=\frac{2x+1}{(x-3)^2}-\frac{8}{(x-3)(x+3)}-\frac{2x-1}{(x+3)^2}=$

$=\frac{(2x+1)(x+3)^2-8(x^2-9)-(2x-1)(x-3)^2}{(x-3)^2(x+3)^2}=$

$=\frac{(2x+1)(x^2+6x+9)-8x^2+72-(2x-1)(x^2-6x+9)}{(x-3)^2(x+3)^2}=$

$=\frac{\cancel{2x^3}+12x^2+\cancel{18x}+x^2+\cancel{6x}+9-8x^2+72-\cancel{2x^3}+12x^2-\cancel{18x}+x^2-\cancel{6x}+9}{(x-3)^2(x+3)^2}=$

$=\frac{18x^2+90}{(x^2-9)^2}.$

826. Для доведення спростимо ліву частину рівності.

$$\frac{1}{(b-c)(c-a)}-\frac{1}{(a-b)(c-b)}+\frac{1}{(a-c)(b-a)}=\frac{-(a-b)+(a-c)-(b-c)}{(a-b)(b-c)(a-c)}=$$

$$=\frac{-a+b+a-c-b+c}{(a-b)(b-c)(a-c)}=0.$$

Ліва частина дорівнює правій, рівність — тотожність,

827. 1) $\frac{a-7}{a}=1-\frac{7}{a}$; 2) $\frac{a^2+2a-2}{a+2}=\frac{a(a+2)-2}{a+2}=a-\frac{2}{a+2}$;

3) $\frac{x^2-3x-2}{x-3}=\frac{x(x-3)-2}{x-3}=x-\frac{2}{x-3}$.

828. Якщо $\frac{x}{y}=4$, то

1) $\frac{x+y}{x}=1+\frac{y}{x}=1+\frac{1}{4}=1\frac{1}{4}$; 2) $\frac{3x+4y}{x}=3+4\cdot\frac{y}{x}=3+4\cdot\frac{1}{4}=3+1=4$.

829. 1) $\frac{12n^2-5n+33}{n}=12n-5+\frac{33}{n}$, $12x-5$ — натуральне, сума є числом натуральним при умові, що $\frac{33}{n}$ — натуральне, тому $n=\{1, 3, 11, 33\}$. *Відповідь:* $n=\{1, 3, 11, 33\}$.

2) $\frac{n^3-6n^2+54}{n^2}=n-6+\frac{54}{n^2}$, даний вираз є числом натуральним, якщо 54 ділиться на квадрат натурального числа, тому $n=\{1, 3\}$. *Відповідь:* $n=\{1, 3\}$.

3) $\frac{10-4n}{n}=\frac{10}{n}-4$, 10 ділиться на 1, 2, 5, 10, але якщо $\frac{10}{5}-4=2-4=-2\notin N$, $\frac{10}{10}-4=1-4=-3\notin N$. *Відповідь:* $n=\{1, 2\}$.

4) $\frac{12-3n}{n}=\frac{12}{n}-3$, 12 ділиться на 1, 2, 3, 4, 6 і 12, але якщо $n=4$, то $\frac{12}{4}-3=0\notin N$, якщо $n=6$, то $\frac{12}{6}-3=2-3=-1\notin N$, якщо $n=12$, то $\frac{12}{12}-3=1-3=-2\notin N$. *Відповідь:* $n=\{1, 2, 3\}$.

830. 1) $x+\frac{a}{b}=1$; $x=1-\frac{a}{b}$; 2) $\frac{1}{x}+\frac{1}{a}=b$; $\frac{1}{x}=b-\frac{1}{a}$; $\frac{1}{x}=\frac{ab-1}{a}$; $x=\frac{a}{ab-1}$;

3) $\frac{a}{b}+\frac{x}{4}=\frac{b}{a}$; $\frac{x}{4}=\frac{b}{a}-\frac{a}{b}$; $\frac{x}{4}=\frac{b^2-a^2}{ab}$; $x=\frac{4(b^2-a^2)}{ab}$.

831. Для доведення спростимо ліву частину рівності:

1) $$\frac{1}{a^2+12a+36}+\frac{2}{36-a^2}+\frac{1}{a^2-12a+36}=\frac{1}{(a+6)^2}-\frac{2}{(a-6)(a+6)}+\frac{1}{(a-6)^2}=$$

$$=\frac{(a-6)^2-2(a-6)(a+6)+(a+6)^2}{(a+6)^2(a-6)^2}=\frac{a^2-12a+36-2a^2+72+a^2+12a+36}{(a^2-36)^2}=$$

$=\frac{144}{(a^2-36)^2}$. Ліва частина дорівнює правій, доведено.

2) $$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-a)(b-c)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}=\frac{a^2(b-c)-b^2(a-c)+c^2(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)}=$$

$= \frac{a^2b - a^2c - b^2a + b^2c + c^2(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{ab(a-b) - c(a^2-b^2) + c^2(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} =$

$= \frac{(a-b)(ab - c(a+b) + c^2)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{ab - ac + bc + c^2}{(a-c)(b-c)} = \frac{b(a-c) - c(a-c)}{(a-c)(b-c)} =$

$= \frac{(a-c)(b-c)}{(a-c)(b-c)} = 1$. Ліва частина дорівнює правій, доведено.

832. $\frac{1}{a(a+3)} + \frac{1}{(a+3)(a+6)} + \frac{1}{(a+6)(a+9)} + \frac{1}{(a+9)(a+12)} =$

$\frac{1}{3a} + \frac{1}{3(a+3)} = \frac{a+3-a}{3(a+3)} = \frac{1}{(a+3)a}$;

$\frac{1}{3(a+3)} - \frac{1}{3(a+6)} = \frac{a+6-a-3}{3(a+3)(a+6)} = \frac{3}{3(a+3)(a+6)} = \frac{1}{(a+3)(a+6)}$;

$\frac{1}{3(a+6)} - \frac{1}{3(a+9)} = \frac{1}{(a+6)(a+9)}$;

$\frac{1}{3(a+9)} - \frac{1}{3(a+12)} = \frac{1}{(a+9)(a+12)}$;

$= \frac{1}{3a} + \frac{1}{3(a+3)} + \frac{1}{3(a+3)} - \frac{1}{3(a+6)} - \frac{1}{3(a+6)} - \frac{1}{3(a+9)} + \frac{1}{3(a+9)} - \frac{1}{3(a+12)} =$

$= \frac{1}{3a} - \frac{1}{3(a+12)} = \frac{a+12-a}{3a(a+12)} = \frac{12}{3a(a+12)} = \frac{4}{a(a+12)}$.

833. $\frac{a+b+c}{a+b-c} = \frac{a-b+c}{a-b-c}$. За основною властивістю пропорції $(a+b+c)(a-(b+c)) = (a+b-c)\cdot(a-(b-c))$; $a^2-(b+c)^2 = a^2-(b-c)^2$, то $(b+c)^2 = (b-c)^2$. Рівність виконується, якщо $b^2+2bc+c^2 = b^2-2bc+c^2$; $2bc+2b=0$; $4bc=0$, тому або $b=0$ або $c=0$. Доведено.

834. 1) $\frac{9x}{y}\cdot\frac{y}{24x} = \frac{9xy}{y\cdot 24x} = \frac{3}{8}$; 2) $\frac{m^2n^3}{25t}\cdot\left(-\frac{5t}{mn^2}\right) = -\frac{m^2n^3\cdot 5t}{25t\cdot m\cdot n^2} = -\frac{mn}{5}$;

3) $\frac{16a^4}{21b^5}\cdot\frac{9b^2}{10a^3} = \frac{{}^8 16a^4\cdot 9^3 b^2}{{}_7 21b^5\cdot 10_5 a^3} = \frac{24a}{35b^3}$; 4) $26m^2\cdot\frac{3n^2}{13m^4} = \frac{26m^2\cdot 3n^2}{13m^4} = \frac{6n^2}{m^2}$;

5) $\frac{24t^7}{16u^3}\cdot 34u^5 = \frac{{}^3 24t^7\cdot 34^{17}u^5}{{}_2 16u^3} = 51t^7u^2$;

6) $\frac{4x^5y^2}{7a^3b}\cdot\frac{21xb^2}{10y^3a^2}\cdot\frac{25a^5y}{3x^4b} = \frac{4x^5\,y^2\cdot 21^1\,x\,b^2\cdot 25^5\,a^5\,y}{{}_1 7\,a^3\,b\cdot 10_2\,y^3\,a^2\cdot 3_1\,x^4\,b} = 10x^2$.

835. 1) $\frac{2xy-y^2}{9}\cdot\frac{36}{y^4} = \frac{y(2x-y)\cdot 36^4}{{}_1 9\cdot y^4} = \frac{4(2x-y)}{y^3}$;

2) $\frac{a^2-7ab}{a^2+2ab}\cdot\frac{a^2b+2ab^2}{a^3-7a^2b} = \frac{a(a-7b)\cdot ab(a+2b)}{a(a+2b)\cdot a^2(a-7b)} = \frac{b}{a}$;

3) $\frac{m^2-64}{m^3-9m^2}\cdot\frac{m^2-81}{m^2+8m} = \frac{(m-8)(m+8)(m-9)(m+9)}{m^2(m-9)\cdot m(m+8)} = \frac{(m-8)(m+9)}{m^3} = \frac{m^2+m-72}{m^3}$;

4) $\frac{2x^2-16x+32}{3x^2-6x+12}\cdot\frac{x^3+8}{4x^2-64} = \frac{{}^1 2(x^2-8x+16)\cdot(x+2)(x^2-2x+6)}{3(x^2-2x+6)\cdot 4_2(x^2-16)} =$

$= \frac{(x-4)^4\cdot(x+2)}{3\cdot 2(x-4)(x+4)} = \frac{(x-4)(x+2)}{6(x+4)} = \frac{x^2-2x-8}{6x+24}$.

836. 1) $\left(\frac{a^5}{x^4}\right)^2=\frac{a^{10}}{x^8}$; 2) $\left(-\frac{4y}{3m^2}\right)^4=\frac{256y^4}{81m^8}$; 3) $\left(-\frac{10x^2y^5}{3a^4b^3}\right)^3=-\frac{1000x^6y^{15}}{27a^{12}b^9}$;

4) $\left(-\frac{2a^4b^4}{25x^5}\right)^2\cdot\left(-\frac{5x^3}{4a^2b^3}\right)^3=\frac{2^2a^8b^8}{5^4x^{10}}\cdot\left(-\frac{5^3x^9}{2^6\cdot a^6b^9}\right)=-\frac{a^2}{5\cdot 2^4bx}=-\frac{a^2}{80bx}$.

837. 1) $\frac{x^2-10x+25}{x^2-100}:\frac{x-5}{x-10}=\frac{(x-5)^2\cdot\cancel{(x-10)}}{\cancel{(x-10)}(x-10)\cancel{(x-5)}}=\frac{x-5}{x+10}$;

2) $\frac{a^2-1}{a-8}:\frac{a^2+20+1}{a-8}=\frac{(a-1)\cancel{(a+1)}\cancel{(a-8)}}{\cancel{(a-8)}(a+1)^2}=\frac{a-1}{a+1}$;

3) $\frac{ab+b^2}{8b}:\frac{ab+a^2}{2a}=\frac{b\cancel{(a+b)}\cdot2\cancel{a}}{8b\cdot\cancel{a}\cancel{(a+b)}}=\frac{1}{4}$;

4) $\frac{2c-3}{c-1}:(2c-3)=\frac{(2c-3)\cdot1}{(c-1)\cdot(2c-3)}=\frac{1}{c-1}$;

5) $\frac{x^2-16y^2}{25x^2-4y^2}:\frac{x^2+8xy+16y^2}{25x^2+20xy+4y^2}=\frac{(x-4y)\cancel{(x+4y)}\cdot(5x+2y)^2}{(5x-2y)\cancel{(5x+2y)}\cdot(x+4y)^2}=$

$=\frac{(x-4y)(5x+2y)}{(5x-2y)(x+4y)}$;

6) $\frac{n^2-3n}{49n^2-1}:\frac{n^4-27n}{49n^2-14n+1}=\frac{\cancel{n}\cancel{(n-3)}\cdot(7n-1)^2}{\cancel{(7n-1)}(7n+1)\cdot\cancel{n}\cancel{(n-3)}(n^2+3n+9)}=$

$=\frac{7n-1}{(7n+1)(n^2+3n+9)}$;

7) $\frac{m^{12}-n^{15}}{2m^{10}-8n^{14}}:\frac{5m^8+5m^4n^5+5n^{10}}{3m^5+6n^7}=\frac{(m^4-n^5)\cancel{(m^8+m^4n^5+n^{10})}\cdot3\cancel{(m^5+2n^7)}}{2(m^5-2n^7)\cancel{(m^5+2n^7)}\cdot5\cancel{(m^8+m^4n^5+n^{10})}}=$

$=\frac{(m^4-n^5)\cdot3}{10(m^5-2n^7)}=\frac{3m^4-3n^5}{10m^5-20n^7}$;

8) $\frac{5a^2-20ab}{3a^2+b^2}:\frac{30(a-4b)^2}{9a^4-b^4}=\frac{{}^1\cancel{5}a\cancel{(a-4b)}\cdot(3a^2-b^2)\cancel{(3a^2+b^2)}}{\cancel{(3a^2+b^2)}\cdot{}_6\cancel{30}(a-4b)^2}=\frac{a(3a^2-b^2)}{6(a-4b)^2}$.

838. 1) $\frac{x}{7a^2b^3}\cdot\frac{y}{4c}=\frac{6a^3c^2}{b}$; $xy=\frac{6a^3c^2\cdot7a^2b^3\cdot4c}{b}$;

$xy=24a^5c^3\cdot7b^2$, дроби нескоротні, тому $x=24c^2$; $y=7a^5b^2$;

2) $\frac{36m^2n^4}{x}:\frac{y}{35p^6}=\frac{21n}{5mp^3}$; $\frac{36m^2n^4}{x}\cdot\frac{35p^6}{y}=\frac{21n}{5mp^3}$; $xy=\frac{36m^2n^4\cdot\cancel{35}^5p^6\cdot5mp^3}{{}_3\cancel{21}n}$;

$xy=12m^3n^3\cdot25p^9$; дроби нескоротні, тому $x=25p^9$; $y=12m^3n^3$.

839. $3x-\frac{1}{x}=8$; $\left(3x-\frac{1}{x}\right)^2=64$; $9x^2-6+\frac{1}{x^2}=64$; $9x^2+\frac{1}{x^2}=64+6$; $9x^2+\frac{1}{x^2}=70$.

Відповідь: $9x^2+\frac{1}{x^2}=70$.

840. $4x^2+\frac{1}{x^2}=6$; $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^2=4x^2-4+\frac{1}{x^2}$; $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^2+4=4x^2+\frac{1}{x^2}$;

$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^2+4=6$; $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^2=2$; $2x-\frac{1}{x}=\sqrt{2}$ або $2x-\frac{1}{x}=-\sqrt{2}$.

841. 1) $\frac{x^{3k}}{y^{2n}}:\frac{x^{6k}}{y^{3n}}=\frac{x^{3k}\cdot y^{5n}}{y^{2n}\cdot x^{6k}}=\frac{y^{3n}}{x^{3k}}$;

2) $\frac{a^{k+5}\cdot b^{k+3}}{c^{3k+2}}:\frac{a^{k+3}\cdot b^{k+2}}{c^{2k+1}}=\frac{a^{k+5}\cdot b^{k+3}\cdot c^{2k+1}}{c^{3k+2}\cdot a^{k+3}\cdot b^{k+2}}=\frac{a^2\cdot b}{c^{k+1}}$;

3) $\frac{(x^n+3y^n)^2-12x^ny^n}{x^{3n}+27y^{3n}}:\frac{x^{2n}+9y^{2n}}{(x^n-3y^n)^2+12x^ny^n}=\frac{x^{2n}+6x^ny^n+9y^{2n}-12x^ny^n}{x^{3n}+27y^{3n}}\times$

$\times\frac{x^{2n}-6x^ny^n+9y^{2n}+12x^ny^n}{x^{2n}-9y^{2n}}=\frac{(x^n-3y^n)^2\cdot(x^n+3y^n)^2}{(x^n+3y^n)(x^{2n}-3x^ny^n+9y^{2n})(x^n-3y^n)(x^n+3y^n)}=$

$=\frac{x^n-3y^n}{x^{2n}-3x^ny^n+9y^{2n}}$.

842. 1) $\left(\frac{a+4}{a-4}-\frac{a-4}{a+4}\right)\cdot\frac{16-a^2}{32a^3}=\frac{a^2+8a+16-a^2+8a-16}{(a-4)(a+4)}\cdot\frac{16-a^2}{32a^3}=$

$=-\frac{16a(a^2-16)}{(a^2-16)\cdot 32a^3}=-\frac{1}{2a^2}$;

2) $\left(7x-\frac{4x}{x-3}\right):\frac{14x-50}{3x-9}=\frac{7x^2-21x-4x}{x-3}\cdot\frac{3(x-3)}{2(7x-25)}=\frac{(7x^2-25x)(x-3)\cdot 3}{(x-3)\cdot 2(7x-25)}=$

$=\frac{x\cdot 3(7x-25x)}{2(7x-25)}=\frac{3x}{2}$;

3) $\frac{2a}{a-2}+\frac{a+7}{8-4a}\cdot\frac{32}{7a+a^2}=\frac{2a}{a-2}+\frac{(a+7)\cdot 32^8}{{}_1 4(2-a)\cdot a(a+7)}=\frac{2a^{\cdot a}}{a-2}+\frac{8}{a(2-a)}=$

$=\frac{2a^2-8}{a(2-a)}=\frac{2(a-2)(a+2)}{a(2-a)}=\frac{2(a+2)}{a}$;

4) $\left(\frac{9c}{c-8}+\frac{7c}{c^2-16c+64}\right):\frac{9c-65}{c^2-64}-\frac{8c+64}{c-8}=\left(\frac{9c(c-8)+7c}{(c-8)^2}\right)\cdot\frac{(c^2-64)}{9c-65}-\frac{8c+64}{c-8}=$

$=\frac{(9c^2-72c+7c)(c-8)(c+8)}{(c-8)^2(9c-65)}-\frac{8c+64}{c-8}=\frac{c(9c-65)(c+8)}{(c-8)(9c-65)}-\frac{8c+64}{c-8}=$

$=\frac{c^2-8c-8c-64}{c-8}=\frac{(c-8)(c+8)}{(c-8)}=c+8$;

5) $\left(\frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}\right):\left(\frac{a}{a-b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)=\frac{a^2(a^2+ab+b^2-a^2-ab)}{(a+b)(a^2+ab+b^2)}:\frac{a(a+b)-a^2}{(a-b)(a+b)}=$

$=\frac{a^2b^2}{(a+b)(a^2+ab+b^2)}\cdot\frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2}=\frac{a^2b^2(a-b)(a+b)}{(a+b)(a^2+ab+b^2)\cdot ab}=\frac{ab(a-b)}{a^2+ab+b^2}$;

6) $\left(\frac{b}{b+6}+\frac{36+b^2}{36-b^2}-\frac{b}{b-6}\right):\frac{6b+b^2}{(6-b)^2}=\frac{b(6-b)+36+b^2+b(b+6)}{(6+b)(6-b)}\cdot\frac{(6-b)^2}{b(6+b)}=$

$=\frac{6b-b^2+36+b^2+b^2+6b}{(6+b)(6-b)}\cdot\frac{(6-b)^2}{b(6+b)}=\frac{(b^2+12b+3b)\cdot(6-b)^2}{(6+b)(6-b)\cdot b(6+b)}=$

$=\frac{(b+6)^2\cdot(6-b)}{b(6+b)^2}=\frac{6-b}{b}$;

7) $\left(\frac{2x}{x^3+1}:\frac{1-x}{x^2-x+1}+\frac{2}{x-1}\right)\cdot\frac{x^2-2x+1}{4}:\frac{x-1}{x+1}=\left(\frac{2x\cdot(x^2-x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)(1-x)}+\frac{2}{x-1}\right)\times$

$\times\frac{(x-1)^2\cdot(x+1)}{4\cdot(x-1)}=\frac{(2x-2(x+1))\cdot(x-1)(x+1)}{(x+1)(1-x)4}=\frac{(2x-2x-2)\cdot(x-1)}{-(x-1)\cdot 4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

843. Спростимо вираз: $\left(\frac{1}{(a-3)^2}-\frac{6}{9-a^2}+\frac{9}{(a+3)^2}\right):\frac{4(2a-3)^2}{(a^2-9)(a^2-27)}-\frac{2a^2}{9-a^2}=$

$$=\left(\frac{(a+3)^2+6(a^2-9)+9(a-3)^2}{(a-3)^2(a+3)^2}\right)\cdot\frac{(a^2-9)(a^2-27)}{4(2a-3)^2}-\frac{2a^2}{9-a^2}=$$

$$\frac{(a+3+3a-9)^2\,\cancel{(a-3)}\,\cancel{(a+3)}(a^2-27)}{(a-3)^2(a+3)^2\cdot4(2a-3)^2}-\frac{2a^2}{9-a^2}=\frac{{}^1\cancel{4}\,\cancel{(2a-3)^2}\cdot(a^2-27)}{{}_1\cancel{4}(a^2-9)\,\cancel{(2a-3)^2}}-\frac{2a^2}{9-a^2}=$$

$$=\frac{a^2-27}{a^2-9}+\frac{2a^2}{a^2-9}=\frac{3a^2-27}{a^2-9}=\frac{3(a^2-9)}{a^2-9}=3.$$

Значення виразу не залежить від значення a, доведено.

844. 1) $\dfrac{a+\dfrac{25}{a+10}}{\dfrac{25}{a}-a}=\left(a+\frac{25}{a+10}\right):\left(\frac{25}{a}-a\right)=\frac{a^2+10a+25}{a+10}:\frac{25-a^2}{a}=$

$$=\frac{(a+5)^2}{a+10}\cdot\frac{a}{(5-a)\cancel{(5+a)}}=\frac{a(a+5)}{(a+10)(5-a)};$$

2) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{a}{1-\dfrac{1}{a+1}}}=1-\dfrac{1}{1-\dfrac{a}{\dfrac{a+1-1}{a+1}}}=1-\dfrac{1}{1-(a+1)}=1-\dfrac{1}{\cancel{1}-a-\cancel{1}}=1+\dfrac{1}{a}=\dfrac{a+1}{a}.$

845. 1) $\dfrac{2x+6}{x+3}=2;\quad \dfrac{2x+6-2(x+3)}{x+3}=0;\quad \dfrac{2x+6-2x-6}{x+3}=0;$

x — будь-яке число, крім $x=-3$.

2) $\dfrac{x^2-16}{x+4}=-8;\quad \begin{cases}x-4=-8,\\ x\neq-4;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-4,\\ x\neq-4;\end{cases}$ коренів немає.

3) $\dfrac{2x-9}{2x+5}+\dfrac{3x}{3x-2}=2;\quad \dfrac{(2x-9)(3x-2)+3x(2x+5)-2(2x+5)(3x-2)}{(2x+5)(3x-2)}=0;$

$$\frac{6x^2-4x-27x+18+15x-2(6x^2-4x+15x-10)}{(2x+5)(3x-2)}=0;$$

$$\frac{\cancel{12x^2}-31x+18+15x-\cancel{12x^2}+8x-30x+20}{(2x+5)(3x-2)}=0;\quad \frac{-38x+38}{(2x+5)(3x-2)}=0;$$

$\begin{cases}-38x+38=0,\\ (2x+5)\neq0,\ (3x-2)\neq0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1,\\ x\neq-\dfrac{5}{2},\ x\neq\dfrac{2}{3}.\end{cases}$ *Відповідь:* $x=1$.

4) $\dfrac{5x^2+8}{x^2-16}=\dfrac{2x-1}{x+4}-\dfrac{3x-1}{4-x};\quad \dfrac{5x^2+8}{x^2-16}=\dfrac{(2x-1)(x-4)+(3x-1)(x+4)}{(x+4)(x-4)};$

$\dfrac{5x^2+8}{x^2-16}=\dfrac{2x^2-8x-x+\cancel{4}+3x^2+12x-x-\cancel{4}}{x^2-16};\quad \dfrac{5x^2+8}{x^2-16}=\dfrac{5x^2+2x}{x^2-16};$

$\begin{cases}5x^2+8=5x^2+2x,\\ x^2-16\neq0;\end{cases}\quad \begin{cases}2x=8,\\ x\neq4,\ x\neq-4;\end{cases}\quad \begin{cases}x=4,\\ x\neq\pm4.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

846. 1) $\dfrac{x+2}{x+a}=0;\quad \begin{cases}x+2=0,\\ x+a\neq0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=2,\\ x\neq-a.\end{cases}$

Якщо $a=2$, то коренів має; якщо $a\neq2$, то $x=-2$.

Відповідь: якщо $a=2$, то коренів немає; якщо $a\neq2$, то $x=-2$.

2) $\dfrac{x-a}{x-1}=0;$ $\begin{cases}x-a=0,\\ x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=a\\ x\neq 1.\end{cases}$ Якщо $a=1$, то коренів немає; якщо $a\neq 1$, то $x=a$.

Відповідь: якщо $a=1$, то коренів немає; якщо $a\neq 1$, то $x=a$.

847. 1) $2^{-3}+4^{-2}=\dfrac{1^{\backslash 2}}{8}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{3}{16};$

2) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2}+(-1{,}8)^0-5^{-1}=\left(\dfrac{5}{3}\right)^2+1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{25}{9}+1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{25}{9}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{125+36}{45}=\dfrac{161}{45}=3\dfrac{26}{45};$

3) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{3^{3}\cdot 2^2}{3^{2}}=3\cdot 4=12;$ 4) $2^{-3}-6^{-1}+3^{-2}=\dfrac{1^{\backslash 9}}{8}-\dfrac{1^{\backslash 12}}{6}+\dfrac{1^{\backslash 12}}{9}=\dfrac{9-12+8}{72}=\dfrac{5}{72}.$

848. 1) $\dfrac{3x^{-8}y^5z^{-12}}{7a^0b^{-3}c^4}=\dfrac{3y^5\cdot b^3}{x^8z^{12}\cdot 7\cdot c^4}=\dfrac{3y^5b^3}{7x^8z^{12}c^4};$

2) $\dfrac{1{,}001^0m^{-15}n^{-7}p^{-4}}{2^{-3}a^{-11}b^{16}c^{-22}}=\dfrac{2^3a^{11}c^{22}}{m^{15}n^7p^4b^{16}}=\dfrac{8a^{11}c^{22}}{m^{15}n^7p^4b^{16}}.$

849. 1) $a^{-7}\cdot a^{10}=a^3;$ 2) $a^{-9}\cdot a^5=a^{-4};$ 3) $a^{17}\cdot a^{-4}\cdot a^{-11}=a^2;$ 4) $a^{-2}:a^3=a^{-2-3}=a^{-5};$
5) $a^{12}:a^{-4}=a^{12+4}=a^{16};$ 6) $a^{-7}:a^{-11}=a^{-7+11}=a^4;$ 7) $a^{-12}:a^{-10}\cdot a^4=a^{-12+10+4}=a^2;$
8) $(a^3)^{-5}=a^{-15};$ 9) $(a^{-12})^{-2}=a^{24};$
10) $(a^{-3})^4:(a^{-2})^5:(a^{-1})^7=a^{-12}:a^{-10}:a^7=a^{-12+10-7}=a^{-9};$
11) $(m^{-3}n^4p^7)^{-4}=m^{12}n^{-16}p^{-28};$ 12) $(a^{-1}b^{-2})^{-3}=a^3\cdot b^6;$
13) $(x^3y^{-4})^5\cdot(x^{-2}y^{-3})^3=x^{15}\cdot y^{-20}\cdot x^{-6}\cdot y^{-9}=x^9y^{-29};$
14) $\left(\dfrac{a^{11}b^{-7}}{c^{-3}d^4}\right)^{-3}=\dfrac{a^{-33}b^{21}}{c^9d^{-12}}=a^{-33}b^{21}c^{-9}d^{12};$ 15) $\left(\dfrac{a^{-7}}{b^{35}}\right)^{-3}\cdot\left(\dfrac{a^4}{b^{-7}}\right)^{-5}=\dfrac{a^{21}}{b^{-15}}\cdot\dfrac{a^{-20}}{b^{35}}=\dfrac{a^{21-20}}{b^{-15+35}}=a\cdot b^{-20}.$

850. 1) $11^{-23}\cdot 11^{25}=11^2=121;$ 2) $3^{17}\cdot 3^{-14}=3^3=27;$ 3) $4^{-16}:4^{-12}=4^{-16+12}=4^{-4}=\dfrac{1}{256};$

4) $10^{-15}:10^{-14}\cdot 10^{-2}=10^{-15+14-2}=10^{-3}=0{,}001;$

5) $(14^{-10})^5\cdot(14^{-6})^{-8}=14^{-50}\cdot 14^{48}=14^{-2}=\dfrac{1}{196};$

6) $\dfrac{3^{-12}\cdot(3^{-6})^{-3}}{(3^{-3})^{-4}\cdot(3^{-4})^2}=\dfrac{3^{-12}\cdot 3^{18}}{3^{12}\cdot 3^{-8}}=\dfrac{3^6}{3^4}=3^2=9.$

851. 1) $25^{-3}\cdot 5^8=(5^2)^{-3}\cdot 5^8=5^{-6}\cdot 5^8=5^2=25;$

2) $64^{-3}:32^{-3}=(2^6)^{-3}:(2^5)^{-3}=2^{-18}:2^{-15}=2^{-18+15}=2^{-3}=\dfrac{1}{8};$

3) $10^{-10}:1000^{-3}\cdot(0{,}001)^{-5}=10^{-10}\cdot(10^3)^{-3}\cdot(10^{-3})^{-5}=$
$=10^{-10}:10^{-9}\cdot 10^{15}=10^{-10+9+15}=10^4=10\ 000;$

4) $\dfrac{(-27)^{-12}\cdot 9^5}{81^{-4}\cdot 3^{-7}}=\dfrac{(-3^3)^{-12}\cdot(3^2)^5}{(3^4)^{-4}\cdot 3^{-7}}=\dfrac{3^{-36}\cdot 3^{10}}{3^{-16}\cdot 3^{-7}}=\dfrac{3^{-26}}{3^{-23}}=3^{-3}=\dfrac{1}{27};$

5) $\dfrac{15^{-4}\cdot 5^{-6}}{45^{-3}\cdot 3^9}=\dfrac{5^{-4}\cdot 3^4\cdot 5^{-6}}{5^{-3}\cdot(3^2)^{-3}\cdot 3^9}=\dfrac{5^{-2}\cdot 3^4}{5^{-3}\cdot 3^{-6}\cdot 3^9}=5\cdot 3^{4+6-9}=5\cdot 3=15;$

6) $\dfrac{(0{,}125)^{-8}\cdot 16^{-7}}{32^{-2}}=\dfrac{(2^{-3})^{-8}\cdot(2^4)^{-7}}{(2^5)^{-2}}=\dfrac{2^{24}\cdot 2^{-28}}{2^{-10}}=2^{24-28+10}=2^{34-28}=2^6=64.$

852. 1) $\dfrac{3}{5}x^{-3}y^5\cdot\dfrac{5}{9}x^4y^{-7}=\dfrac{1}{3}xy^{-2};$ 2) $0{,}2a^{12}b^{-9}\cdot 50\cdot a^{-10}\cdot b^{10}=10a^2b;$

3) $-0{,}3a^{10}b^7\cdot 5a^{-8}b^{-6}=-1{,}5a^2b;$ 4) $0{,}36a^{-5}b^6c^3\cdot\left(-2\dfrac{2}{9}\right)a^4b^{-4}c^{-5}=-0{,}8a^{-1}b^2c^{-2};$

5) $2x^7\cdot(-3x^{-2}y^3)^3=2x^7\cdot(-27)x^{-6}y^9=-54xy^9;$
6) $(a^2b^9)^{-3}\cdot(-2a^4b^{10})=a^{-6}b^{-27}\cdot(-2a^4b^{10})=-2a^{-2}b^{-17};$

7) $(-5a^{-3}b^2c^{-2})^{-2}\cdot(0{,}1a^2b^{-3}c)^{-3}=5^{-2}\cdot a^6\cdot b^{-4}c^4\cdot 10^3\cdot a^{-6}\cdot b^9\cdot c^{-3}=$
$=40a^0b^5c=40b^5c;$

8) $0{,}1m^{-5}n^4\cdot(0{,}01m^{-3}n)^{-2}=10^{-1}\cdot m^{-4}n^4\cdot 10^4\cdot m^6n^{-1}=10^3mn^2=1000mn^2;$

9) $-6\frac{1}{4}a^{-7}b^4\cdot\left(\frac{5}{2}a^{-2}b^2\right)^{-3}=-\frac{25}{4}a^{-7}b^4\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot a^6\cdot b^{-6}=-\frac{2}{5}a^{-1}\cdot b^{-2};$

10) $-(4a^{-4}b^3)^{-2}\cdot\left(-\frac{1}{8}a^3b^{-3}\right)^{-3}=2^{-4}\cdot a^8\cdot b^{-6}\cdot 2^9\cdot a^{-9}b^9=2^5\cdot a^{-1}\cdot b^3=32a^{-1}b^3;$

11) $\frac{19a^{-15}}{33b^{-14}}\cdot\frac{11b^{-11}}{76a^{-17}}=\frac{{}^{1}\cancel{19}a^{-15}\cdot\cancel{11}^{1}b^{-11}}{{}_{3}\cancel{33}b^{-14}\cdot{}_{4}\cancel{76}a^{-17}}=\frac{1}{12}a^{-15+17}b^{-11+14}=\frac{1}{12}a^2b^3;$

12) $\left(\frac{9x^{-3}}{5y^{-2}}\right)^{-2}\cdot(27x^{-2}y^4)=\frac{3^{-4}x^6}{5^{-2}y^4}\cdot 3^6\cdot x^{-4}y^8=3^2\cdot 5^2\cdot x^2y^4=225x^2y^4.$

853. 1) $(a^{-5}-1)(a^{-5}+1)-(a^{-5}-2)^2=(a^{-5})^2-1-(a^{-5})^2+4a^{-5}-4=$
$=\cancel{a^{-10}}-1-\cancel{a^{-10}}-4a^{-5}-1=-4a^{-5}-2;$

2) $\frac{y^{-2}-x^{-2}}{x+y}=\left(\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2}\right):(x+y)=\frac{x^2-y^2}{x^2y^2}\cdot\frac{1}{x+y}=\frac{(x-y)(x+y)}{x^2y^2(x+y)}=\frac{x-y}{x^2y^2};$

3) $\frac{a^{-3}-3b^{-6}}{a^{-6}-2a^{-3}b^{-6}+b^{-12}}-\frac{a^{-3}+3b^{-6}}{a^{-6}-b^{-12}}=\frac{a^{-3}-3b^{-6}}{(a^{-3}-b^{-6})^2}-\frac{a^{-3}+3b^{-6}}{(a^{-3}-b^{-6})(a^{-3}+b^{-6})}=$
$=\frac{(a^{-3}-3b^{-6})(a^{-3}+b^{-6})-(a^{-3}+b^{-6})(a^{-3}-b^{-6})}{(a^{-3}-b^{-6})^2(a^{-3}+b^{-6})}=$
$=\frac{\cancel{a^{-6}}+a^{-3}b^{-6}-3a^{-3}b^{-6}-\cancel{3b^{-12}}-\cancel{a^{-6}}+a^{-3}b^{-6}-3a^{-3}b^{-6}+\cancel{3b^{-12}}}{(a^{-3}-b^{-6})^2(a^{-3}+b^{-6})}=\frac{-4a^{-3}b^{-6}}{(a^{-3}-b^{-6})^2(a^{-3}+b^{-6})};$

4) $\frac{m^{-4}+n^{-4}}{n^{-10}}:\frac{m^{-4}n^{-6}+n^{-10}}{n^{-2}}=\frac{(m^{-4}+n^{-4})\cdot n^{-2}}{n^{-10}\cdot n^{-6}(m^{-4}+n^{-4})}=n^{-2+10+6}=n^{14};$

5) $\frac{x^{-2}}{x^{-2}-y^{-2}}:\left(\frac{x^{-2}}{x^{-2}-y^{-2}}-\frac{x^{-2}+y^{-2}}{x^{-2}}\right)=\frac{x^{-2}}{x^{-2}-y^{-2}}:\left(\frac{\cancel{x^{-4}}-\cancel{x^{-4}}+y^{-4}}{(x^{-2}-y^{-2})\cdot x^{-2}}\right)=$
$=\frac{x^{-2}\cdot x^{-2}\cancel{(x^{-2}-y^{-2})}}{\cancel{(x^{-2}-y^{-2})}\cdot y^{-4}}=\frac{x^{-4}}{y^{-4}}=\frac{y^4}{x^4};$

6) $\frac{x^{-10}-4}{x^{-5}}\cdot\frac{1}{x^{-5}+2}-\frac{x^{-10}+2}{x^{-5}}=\frac{(x^{-5}-2)\cancel{(x^{-5}+2)}\cdot 1}{x^{-5}\cancel{(x^{-5}+2)}}-\frac{x^{-10}+2}{x^{-5}}=$
$=\frac{x^{-5}-2-x^{-5}-2}{x^{-5}}=-\frac{4}{x^{-5}}=-4x^5;$

7) $\left(\frac{4c^{-6}}{c^{-6}+1}-\frac{c^{-6}}{c^{-12}+2c^{-6}+1}\right):\frac{4c^{-6}+3}{c^{-12}-1}+\frac{2c^{-6}}{c^{-6}+1}=\frac{4c^{-6}(c^{-6}+1)-c^{-6}}{(c^{-6}+1)^2}\cdot\frac{c^{-12}-1}{4c^{-6}+3}+\frac{2c^{-6}}{c^{-6}+1}=$
$=\frac{c^{-6}(4c^{-6}+4-1)\cdot(c^{-6}-1)\cancel{(c^{-6}+1)}}{(c^{-6}+1)^2(4c^{-6}+3)}+\frac{2c^{-6}}{c^{-6}+1}=\frac{c^{-6}\cancel{(4c^{-6}+3)}(c^{-6}-1)}{(c^{-6}+1)\cancel{(4c^{-6}+3)}}+\frac{2c^{-6}}{c^{-6}+1}=$
$=\frac{c^{-6}(c^{-6}-1)+2c^{-6}}{(c^{-6}+1)}=\frac{c^{-6}(c^{-6}-1+2)}{(c^{-6}+1)}=\frac{c^{-6}(c^{-6}+1)}{(c^{-6}+1)}=c^{-6}.$

854. 1) $1{,}3\cdot 10^4+1{,}8\cdot 10^5=10^4\cdot(1{,}3+1{,}8\cdot 10)=10^4\cdot(1{,}3+18)=$
$=19{,}3\cdot 10^4=1{,}93\cdot 10^5;$

2) $1{,}5\cdot 10^2-2{,}8\cdot 10^{-2}=10^{-2}\cdot(1{,}5\cdot 10^4-2{,}8)=10^{-2}\cdot(15\ 000-2{,}8)=$
$=10^{-2}\cdot 14997{,}2=1{,}4472\cdot 10^{-3}\cdot 10^4=1{,}49972\cdot 10^2;$

3) $5{,}6 \cdot 10^3 - 3{,}2 \cdot 10^2 = 10^2 \cdot (5{,}6 \cdot 10 - 3{,}2) = 10^2 \cdot (56 - 3{,}2) = 52{,}8 \cdot 10^2 =$
$= 5{,}28 \cdot 10^3$;

4) $4{,}8 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-4} = 10^{-4} \cdot (4{,}8 \cdot 10 + 6) = 10^{-4} \cdot (48 + 6) = 54 \cdot 10^{-4} =$
$= 5{,}4 \cdot 10^{-3}$.

855. 1) $\dfrac{9^{n-1}}{3^{2n-3}} = (3^2)^{n-1} : 3^{2n-3} = 3^{2n-2-2n+3} = 3$; 2) $\dfrac{7^{n+1} \cdot 2^{n-1}}{14^n} = \dfrac{7^n \cdot 7 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^n \cdot 7^n} = \dfrac{7}{2} = 3{,}5$;

3) $\dfrac{2^{2n-1} \cdot 3^{n+1}}{12^n} = \dfrac{4^n \cdot 2^{-1} \cdot 3^n \cdot 3}{4^n \cdot 3^n} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$;

4) $\dfrac{a^6 + a^{11}}{a^{-4} + a} = \dfrac{a^6(1 + a^5)}{a^{-4}(1 + a^5)} = a^6 : a^{-4} = a^{6+4} = a^{10}$;

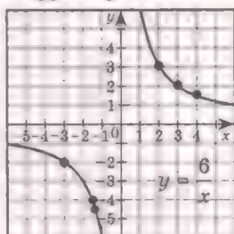
5) $\dfrac{a^{-3}a^{-2} + a^{-1}}{a^3 + a^2 + a} = \dfrac{a^{-3}(1 + a + a^2)}{a(a^2 + a + 1)} = a^{-4}$; 6) $\dfrac{6^{n+2} - 6^n}{35} = \dfrac{6^n(36 - 1)}{35} = \dfrac{6^n \cdot 35}{35} = 6^n$;

7) $\dfrac{5^{n+2} - 5^{n-2}}{5^n} = \dfrac{5^n(5^2 - 5^{-2})}{5^n} = 25 - \dfrac{1}{25} = 24\dfrac{24}{25}$;

8) $\dfrac{2^{-n} + 1}{2^n + 1} = \dfrac{\frac{1}{2^n} + 1}{2^n + 1} = \dfrac{1 + 2^n}{2^n(2^n + 1)} = \dfrac{1}{2^n} = 2^{-n}$.

856. $y = -\dfrac{24}{x}$. 1) Якщо $x = -4$, то $y = -\dfrac{24}{-4} = 6$; якщо $x = 8$, то $y = -\dfrac{24}{8} = -3$; якщо $x = 1{,}2$, то $y = -\dfrac{24}{1{,}2} = -\dfrac{240}{12} = -20$;

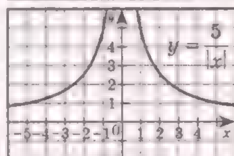
2) якщо $y = 24$, то $24 = -\dfrac{24}{x}$, $x = -1$; якщо $y = -18$, то $-18 = -\dfrac{24}{x}$;
$x = \dfrac{24}{18} = \dfrac{4}{3} = 1\dfrac{1}{3}$; якщо $y = 60$, то $60 = -\dfrac{24}{x}$; $x = -\dfrac{24}{60} = -\dfrac{2}{5}$.



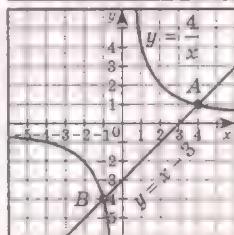
857. $y = \dfrac{6}{x}$. Графік — гіпербола, яка проходить через точки:

x	1	2	3	6	–1	–2	–3	–6
y	6	3	2	1	–6	–3	–2	–1

За графіком знайдемо:
1) $x = 2$, $y = 3$; $x = -1{,}5$, $y = -4$; $x = 4$, $y = 1{,}5$;
2) $y = -2$, $x = -3$; $y = 3$, $x = 2$; $y = -4{,}5$, $x \approx 1{,}5$;
3) $y < 0$, якщо $x < 0$.



858. $y = \dfrac{5}{|x|}$, $x \neq 0$. Якщо $x < 0$, то $y = \dfrac{5}{x}$;
якщо $x < 0$, то $y = \dfrac{-5}{x}$, побудуємо графік:



859. $y = \dfrac{4}{x}$. Графік — гіпербола, яка проходить через точки:

x	1	2	4	–1	–2	–4
y	4	2	1	–4	–2	–1

$y = x - 3$. Графік — пряма, яка проходить через точки:

x	0	3
y	–3	0

A і B — точки перетину: $A(4;\ 1)$; $B(-1;\ -4)$.

860. Щоб знайти значення p, підставимо координати точок в формулу $y = \frac{p}{x}$:

1) $A(-3;\ 2)$, $x = -3$, $y = 2$, то $2 = \frac{p}{-3}$, $p = -6$;

2) $B\left(-\frac{1}{7};\ 3\right)$, $x = -\frac{1}{7}$, $y = 3$, то $3 = \frac{p}{-\frac{1}{7}}$, $p = 3 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$; $p = -\frac{3}{7}$;

3) $C(-0,4;\ 1,6)$, $x = -0,4$; $y = 1,6$, то $1,6 = \frac{p}{-0,4}$, $p = 1,6 \cdot (-0,4)$, $p = -0,64$.

Відповідь: 1) –6; 2) $-\frac{3}{7}$; 3) –0,64.

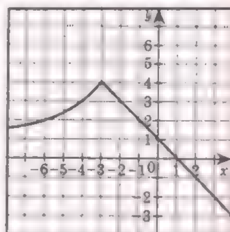
861. $y = \begin{cases} -\frac{12}{x}, \text{ якщо } x \le 3, \\ 1 - x, \text{ якщо } x > -3. \end{cases}$

Побудуємо графік $y = -\frac{12}{x}$, якщо $x \le -3$. Графіком є частина гіперболи, яка проходить через точки:

x	–6	–4	–3
y	2	3	4

Побудуємо графік $y = 1 - x$, якщо $x \ge -3$. Графіком є частина прямої, яка проходить через точки:

x	0	1
y	1	0



Відповідь: графік побудовано.

2) $y = \begin{cases} 3x - 1, \text{ якщо } x < 2, \\ \frac{10}{x}, \text{ якщо } 2 \le x < 5, \\ x - 3, \text{ якщо } x \ge 5. \end{cases}$

Побудуємо графік $y = 3x - 1$, якщо $x < 2$. Графіком є частина прямої, яка проходить через точки:

x	0	1
y	–1	2

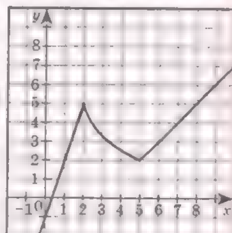
Побудуємо графік $y = \frac{10}{x}$, якщо $2 \le x < 5$. Графіком є частина гіперболи, яка проходить через точки:

x	2	4
y	5	2,5

Побудуємо графік $y = x - 3$, якщо $x \ge 5$. Графіком є частина прямої, яка проходить через точки:

x	5	6
y	2	3

Відповідь: графік побудовано.



862. 1) $y = \frac{4x + 12}{x^2 + 3x}$, область визначення функції:

$x^2 + 3x \ne 0$; $x(x + 3) \ne 0$; $x \ne 0$, $x \ne -3$. На області визначення виконаємо тотожні перетворення:

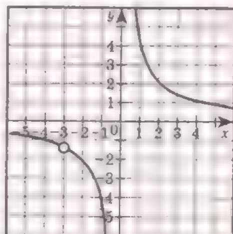
$\frac{4x + 12}{x^2 + 3x} = \frac{4(x + 3)}{x(x + 3)} = \frac{4}{x}$.

Графіком $y = \frac{4}{x}$ є гіпербола, яка проходить

через точки:

x	4	2	1	–1	–2	–4
y	1	2	4	–4	–2	–1

Виключимо точку, абсциса якої дорівнює –3.

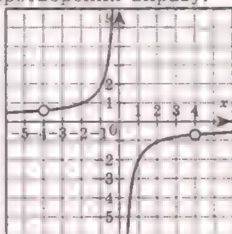


2) $y=\dfrac{32-2x^2}{x^3-16x}$. Область визначення функції: $x^3-16\neq 0$;

$x(x^2-16)\neq 0$; $x(x-4)(x+4)\neq 0$; $x\neq 0,\ x\neq 4,\ x\neq -4$.

На області визначення виконаємо тотожні перетворення виразу:

$\dfrac{32-2x^2}{x^3-16x}=\dfrac{2(16-x^2)}{x(x^2-16)}=-\dfrac{2}{x}$.



Побудуємо графік $y=-\dfrac{2}{x}$, враховуючи область визначення.

x	1	2	−1	−2
y	−2	−1	2	1

Графік — гіпербола, у якої виключено точки (4; −0,5); (−4; 0,5).

863. 1) $0,4\sqrt{625}-\dfrac{1}{4}\sqrt{144}=0,4\cdot 25-\dfrac{1}{4}\cdot 12=10-3=7$;

2) $\sqrt{64}\cdot\sqrt{0,25}+\sqrt{16+9}=8\cdot 0,5+\sqrt{16+9}=4+5=9$;

3) $3\cdot\sqrt{0,25}-\sqrt{7^2+24^2}=3\cdot 0,5-\sqrt{49+576}=1,5-\sqrt{625}=1,5-25=23,5$;

4) $\sqrt{1\dfrac{11}{25}}+\sqrt{3\dfrac{6}{25}}-0,04\sqrt{10\,000}=\sqrt{\dfrac{36}{25}}+\sqrt{\dfrac{81}{25}}-0,04\cdot 100=\dfrac{6}{5}+\dfrac{9}{5}-4=3-4=-1$;

5) $\dfrac{1}{5}\sqrt{625}-\dfrac{3}{17}\sqrt{289}=\dfrac{1}{5}\cdot 25-\dfrac{3}{17}\cdot 17=5-3=2$.

864. 1) $\left(\sqrt{3}\right)^2-\sqrt{1,69}=3-1,3=1,7$;

2) $\left(\sqrt{15}\right)^2-\left(15\sqrt{3}\right)^2=9\cdot 15-225\cdot 3=135-675=-540$;

3) $50\cdot\left(-\dfrac{1}{5}\sqrt{7}\right)^2-\dfrac{1}{4}\left(3\sqrt{2}\right)^2=50\cdot\dfrac{1}{25}\cdot 7-\dfrac{1}{4}\cdot 9\cdot 2=\dfrac{2}{7}-\dfrac{9}{2}=\dfrac{4-63}{14}=-\dfrac{59}{14}=-4\dfrac{3}{14}$;

4) $\sqrt{1089}-\left(\dfrac{1}{6}\sqrt{216}\right)^2=33-\dfrac{1}{36}\cdot 216=33-6=27$;

5) $\dfrac{4}{9}\sqrt{39,69}-\dfrac{5}{49}\sqrt{59,29}+\left(-\dfrac{1}{5}\sqrt{75}\right)^2=\dfrac{4}{9}\cdot 6,3-\dfrac{5}{49}\cdot 7,7+\dfrac{1}{25}\cdot 75=2,8-\dfrac{11}{14}+3=$

$=5\dfrac{4}{5}-\dfrac{11}{14}=5\dfrac{56-55}{70}=5\dfrac{1}{70}$;

6) $\dfrac{1}{2}\sqrt{17^2-15^2}+\left(2\sqrt{5\dfrac{1}{2}}\right)^2-0,3\sqrt{900}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(17-15)(17+15)}+4\cdot\dfrac{121}{2}-0,3\cdot 30=$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 8+242-9=4+242-9=237$.

865. 1) $\sqrt{x}=2,\ \ x=4$; 2) $\sqrt{x}=\dfrac{1}{4},\ \ x=\dfrac{1}{16}$; 2) $\sqrt{x}-3=0,\ \ \sqrt{x}=3,\ \ x=9$;

4) $2\sqrt{x}-7=0,\ \ 2\sqrt{x}=7,\ \ \sqrt{x}=\dfrac{7}{2},\ \ x=\dfrac{49}{4};\ \ x=12\dfrac{1}{4}$;

5) $\sqrt{x}+5=0,\ \ \sqrt{x}=-5$, коренів немає;

6) $\dfrac{1}{4}\sqrt{x}+5=0,\ \ \dfrac{1}{4}\sqrt{x}=-5,\ \ \sqrt{x}=-20$, коренів немає;

7) $\sqrt{7x}-4=0,\ \ \sqrt{7x}=4,\ \ 7x=16,\ \ x=\dfrac{16}{7},\ \ x=2\dfrac{2}{7}$;

8) $\sqrt{7x-4}=0,\ \ 7x-4=0,\ \ 7x=4,\ \ x=\frac{4}{7};$

9) $\sqrt{7x-4}=2,\ \ 7x-4=4,\ \ 7x=8,\ \ x=\frac{8}{7},\ \ \ x=1\frac{1}{7};$

10) $\frac{28}{\sqrt{x}}=7,\ \ \ \sqrt{x}=\frac{28}{7},\ \ \ \sqrt{x}=4,\ \ x=16;$

11) $\frac{15}{\sqrt{x+4}}=3,\ \ \ \sqrt{x+4}=\frac{15}{3},\ \ \ \sqrt{x+4}=5,\ \ x+4=25,\ \ x=21;$

12) $\sqrt{4+\sqrt{3+x}}=5,\ \ 4+\sqrt{3+x}=25,\ \ \sqrt{3+x}=21,\ \ 3+x=441,\ x=441-3,\ x=438.$

866. 1) $\sqrt{9\cdot 100}=3\cdot 10=30;$ 2) $\sqrt{0,49\cdot 16}=0,7\cdot 4=2,8;$

3) $\sqrt{676\cdot 0,04}=26\cdot 0,2=5,2;$ 4) $\sqrt{0,64\cdot 0,25\cdot 121}=0,8\cdot 0,5\cdot 11=0,4\cdot 11=4,4;$

5) $\sqrt{\frac{25}{196}}=\frac{5}{14};$ 5) $\sqrt{18\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{289}{16}}=\frac{17}{4}=4\frac{1}{4};$ 7) $\sqrt{\frac{9}{64}\cdot\frac{1024}{1089}}=\frac{3}{8}\cdot\frac{32}{33}=\frac{{}^{1}\not{3}\cdot \not{32}^{4}}{{}_{1}\not{8}\cdot\not{33}_{11}}=\frac{4}{11};$

8) $\sqrt{3\frac{13}{36}\cdot 4\frac{29}{49}}=\sqrt{\frac{121}{36}\cdot\frac{225}{49}}=\frac{11\cdot \not{15}^{5}}{{}_{2}\not{6}\cdot 7}=\frac{55}{14}=3\frac{13}{14}.$

867. 1) $\sqrt{75\cdot 234}=\sqrt{25\cdot 3\cdot 3\cdot 78}=5\cdot 3\sqrt{78}=15\sqrt{78};$ або

$\sqrt{75\cdot 243}=\sqrt{25\cdot 3\cdot 3\cdot 81}=5\cdot 3\cdot 9=135;$

2) $\sqrt{2\cdot 800}=\sqrt{1600}=40;$ 3) $\sqrt{1,6\cdot 12,1}=\sqrt{0,16\cdot 121}=0,4\cdot 11=4,4;$

4) $\sqrt{2890\cdot 2,5}=\sqrt{289\cdot 25}=17\cdot 5=85.$

868. 1) $\sqrt{108}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{108\cdot 3}=\sqrt{324}=18;$

2) $\sqrt{52}\cdot\sqrt{13}=\sqrt{4\cdot 13\cdot 13}=2\cdot 13=26;$

3) $\sqrt{160}\cdot\sqrt{250}=\sqrt{160\cdot 250}=\sqrt{16\cdot 25\cdot 100}=4\cdot 5\cdot 10=200;$

4) $\sqrt{0,4}\cdot\sqrt{4,9}=\sqrt{0,4\cdot 0,49}=\sqrt{4\cdot 0,49}=2\cdot 0,7=1,4;$ 5) $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{288}{2}}=\sqrt{144}=12;$

6) $\frac{\sqrt{90}}{\sqrt{0,225}}=\sqrt{\frac{90}{0,225}}=\sqrt{\frac{900}{0,25}}=\frac{30}{0,5}=\frac{300}{0,5}=60.$

869. 1) $\sqrt{(17,1)^2}=17,1;$ 2) $\sqrt{(-1,17)^2}=|-1,17|=1,17;$

3) $\frac{1}{2}\sqrt{(62)^2}=\frac{1}{2}\cdot|62|=\frac{1}{2}\cdot 62=31;$ 4) $-2,4\sqrt{(-4)^2}=-2,4\cdot|-4|=-2,4\cdot 4=-9,6;$

5) $\sqrt{11^4}=11^2=121;$ 6) $\sqrt{(-23)^4}=(-23)^2=529;$

7) $\sqrt{2^6\cdot 7^4}=2^3\cdot 7^2=8\cdot 49=392;$

8) $\sqrt{(-3)^4\cdot 2^6\cdot(-0,1)^2}=(-3)^2\cdot 2^3\cdot|-0,1|=9\cdot 8\cdot 0,1=7,2.$

870. 1) $\sqrt{q^2}=|q|=q,$ тому що $q>0;$ 2) $\sqrt{t^2}=|t|,$ якщо $t\le 0,$ то $|t|=-t;$

3) $\sqrt{49\cdot m^2\cdot n^8}=7\cdot|m|\cdot n^4,$ якщо $m\ge 0,$ то $7mn^4;$

4) $\sqrt{0,81a^6b^{10}}=0,9\cdot|a^3|\cdot|b^5|,$ якщо $a\ge 0,\ b\le 0,$ то $0,9|a^3|\cdot|b^5|=$
$=0,9\cdot a^3\cdot(-b^5)=-0,9a^3b^5;$

5) $\frac{1}{5}x\sqrt{100\cdot x^{26}}=\frac{1}{5}x\cdot 10\cdot|x^{13}|=2x|x^{13}|,$ якщо $x\le 0,$ то $2x|x^{13}|=-2x\cdot x^{13}=-2x^{14};$

6) $\frac{\sqrt{a^6b^{20}c^{34}}}{ab^4c^{12}}=\frac{|a^3|\cdot|b^{10}|\cdot|c^{17}|}{ab^4c^{12}}=\frac{|a^3|\cdot b^{10}\cdot|c^{17}|}{ab^4c^{12}}=\frac{|a^3|\cdot b^6\cdot|c^{17}|}{ac^{12}},$

якщо $a>0,\ c<0,$ то $\frac{|a^3|\cdot b^6\cdot|c^{17}|}{ac^{12}}=\frac{a^3\cdot b^6\cdot(-c^{17})}{ac^{12}}=-a^2b^6\cdot c^5;$

7) $\frac{1,2x^3}{y^5}\sqrt{\frac{y^{14}}{x^{10}}} = \frac{1,2x^3}{y^5}\cdot\frac{|y^7|}{|x^5|}$, якщо $y > 0$, $x < 0$, то $\frac{1,2x^3\cdot y^7}{y^5(-x^5)} = -\frac{1,2y^2}{x^2}$;

8) $-0,1x^2\sqrt{1,96x^{18}y^{16}} = -0,1x^2\cdot 1,4\cdot|x^9|\cdot y^8$;

якщо $x \le 0$, то $-0,1x^2\cdot 1,4\cdot(-x^9)\cdot y^8 = 0,14x^{11}y^8$.

871. 1) $\sqrt{(10-\sqrt{11})^2} = |10-\sqrt{11}| = 10-\sqrt{11}$;

2) $\sqrt{(\sqrt{10}-11)^2} = |\sqrt{10}-11| = 11-\sqrt{10}$;

3) $\sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{11})^2} = |\sqrt{10}-\sqrt{11}| = \sqrt{11}-\sqrt{10}$;

4) $\sqrt{(3-\sqrt{6})^2}+\sqrt{(2-\sqrt{6})^2} = |3-\sqrt{6}|+|2-\sqrt{6}| = 3-\sqrt{6}+\sqrt{6}-2 = 1$;

5) $\sqrt{(\sqrt{24}-5)^2}-\sqrt{(\sqrt{24}-4)^2} = |\sqrt{24}-5|-|\sqrt{24}-4| = 5-\sqrt{24}-(\sqrt{24}-4) =$
$= 5-\sqrt{24}-\sqrt{24}+4 = 9-2\sqrt{24} = 9-4\sqrt{6}$.

872. 1) $\sqrt{18+8\sqrt{2}} = \sqrt{16+8\sqrt{2}+2} = \sqrt{(4+\sqrt{2})^2} = |4+\sqrt{2}| = 4+\sqrt{2}$;

2) $\sqrt{38-12\sqrt{2}} = \sqrt{36-12\sqrt{2}+2} = \sqrt{(6-\sqrt{2})^2} = |6-\sqrt{2}| = 6-\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{16+6\sqrt{7}}+\sqrt{23-8\sqrt{7}} = \sqrt{9+6\sqrt{7}+7}+\sqrt{16-8\sqrt{7}+7} = \sqrt{(3+\sqrt{7})^2}+\sqrt{(4-\sqrt{7})^2} =$
$= |3+\sqrt{7}|+|4-\sqrt{7}| = 3+\sqrt{7}+4-\sqrt{7} = 7$;

4) $\sqrt{26-6\sqrt{17}}-\sqrt{66-14\sqrt{17}} = \sqrt{9-6\sqrt{17}+17}-\sqrt{49-14\sqrt{17}+17} =$
$= \sqrt{(3-\sqrt{17})^2}-\sqrt{(7-\sqrt{17})^2} = |3-\sqrt{17}|-|7-\sqrt{17}| = \sqrt{17}-3-(7-\sqrt{17}) =$
$= \sqrt{17}-3-7+\sqrt{17} = -10-2\sqrt{17}$;

5) $\sqrt{46+10\sqrt{21}}+\sqrt{46-10\sqrt{21}} = \sqrt{25+10\sqrt{21}+21}+\sqrt{25-10\sqrt{21}+21} =$
$= \sqrt{(5+\sqrt{21})^2}+\sqrt{(5-\sqrt{21})^2} = |5+\sqrt{21}|+|5-\sqrt{21}| = 5+\sqrt{21}+5-\sqrt{21} = 10$.

873. 1) $\sqrt{24} = \sqrt{4\cdot 6} = 2\sqrt{6}$; 2) $\sqrt{63} = \sqrt{9\cdot 7} = 3\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{700} = \sqrt{100\cdot 7} = 10\sqrt{7}$;

4) $\sqrt{0,32} = \sqrt{0,16\cdot 2} = 0,4\sqrt{2}$; 5) $\frac{1}{7}\cdot\sqrt{196} = \frac{1}{7}\cdot 14 = 2$;

6) $-2,4\cdot\sqrt{600} = -2,4\cdot 10\sqrt{6} = -24\sqrt{6}$;

7) $-1,6\sqrt{50} = -1,6\sqrt{25\cdot 2} = -1,6\cdot 5\sqrt{2} = -8\sqrt{2}$;

8) $\frac{5}{8}\sqrt{3\frac{21}{25}} = \frac{5}{8}\sqrt{\frac{96}{25}} = \frac{5}{8}\cdot\frac{4\sqrt{6}}{5} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

881. Помножимо чисельник і знаменник на одне і те ж число:

1) $\frac{a^3}{\sqrt{b}} = \frac{a^3\sqrt{b}}{b}$; 2) $\frac{7}{a\sqrt{a}} = \frac{7\sqrt{a}}{a^2}$; 3) $\frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$; 4) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$;

5) $\frac{n+9}{\sqrt{n+9}} = \frac{(n+9)\sqrt{n+9}}{(n+9)} = \sqrt{n+9}$; 6) $\frac{3}{\sqrt{13}-2} = \frac{3(\sqrt{13}+2)}{13-4} = \frac{3(\sqrt{13}+2)}{9} = \frac{\sqrt{13}+2}{3}$;

7) $\frac{6}{\sqrt{21}+\sqrt{15}} = \frac{6(\sqrt{21}-\sqrt{15})}{21-15} = \frac{6(\sqrt{21}-\sqrt{15})}{6} = \sqrt{21}-\sqrt{15}$;

8) $\frac{18}{\sqrt{47}-\sqrt{29}} = \frac{18(\sqrt{47}+\sqrt{29})}{47-29} = \frac{18(\sqrt{47}+\sqrt{29})}{18} = \sqrt{47}+\sqrt{29}$.

882. 1) $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{2}+1}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{6}+\sqrt{2}+1)(\sqrt{6}+\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-1}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-1}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}+2\sqrt{12}+2-1}=$

$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-1}{7+4\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2}-1)(7-4\sqrt{3})}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}=\frac{7\sqrt{6}+7\sqrt{2}-7-4\sqrt{18}-4\sqrt{6}+4\sqrt{3}}{49-48}=$

$=3\sqrt{6}+7\sqrt{2}-7-12\sqrt{2}+4\sqrt{3}=3\sqrt{6}-5\sqrt{2}+4\sqrt{3}-7;$

2) $\frac{2}{\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{10}+\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\frac{2(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{10}+\sqrt{5})^2-3}=$

$=\frac{2(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})}{10+2\sqrt{50}+5-3}=\frac{2(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})}{12+10\sqrt{2}}=\frac{2(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2(6+5\sqrt{2})}=\frac{(\sqrt{10}+\sqrt{5}+\sqrt{3})(6-5\sqrt{2})}{(6+5\sqrt{2})(6-5\sqrt{2})}=$

$=\frac{6\sqrt{10}+6\sqrt{5}+6\sqrt{3}-5\sqrt{20}-5\sqrt{10}-5\sqrt{6}}{36-25\cdot 2}=\frac{\sqrt{10}+6\sqrt{5}+6\sqrt{3}-10\sqrt{5}-5\sqrt{6}}{-14}=$

$=\frac{\sqrt{10}-4\sqrt{5}+6\sqrt{3}-5\sqrt{6}}{-14}.$

883. 1) $\frac{5}{4-3\sqrt{2}}-\frac{5}{4+3\sqrt{2}}=\frac{5(4+3\sqrt{2})-5(4-3\sqrt{2})}{(4-3\sqrt{2})(4+3\sqrt{2})}=\frac{\cancel{20}+15\sqrt{2}-\cancel{20}-15\sqrt{2}}{16-18}=$

$=\frac{30\sqrt{2}}{-2}=-15\sqrt{2};$

2) $\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}+1}-\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}-1}=\frac{\cancel{\sqrt{4+\sqrt{15}}}-1-\cancel{\sqrt{4+\sqrt{15}}}-1}{4+\sqrt{15}-1}=\frac{-2}{3+\sqrt{15}}=$

$=\frac{-2(3-\sqrt{15})}{9-15}=\frac{-2(3-\sqrt{15})}{-6}=\frac{3-\sqrt{15}}{3};$

3) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^2=5-2\sqrt{6}+2\sqrt{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}+5+2\sqrt{6}=$
$=10+2\sqrt{25-24}=10+2=12.$

884. 1) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{x}{x-9}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)-x}{x-9}=$

$=\frac{x+3\sqrt{x}-x}{x-9}=\frac{3\sqrt{x}}{x-9};$

2) $\left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}+\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{c}}\right):\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{bc}+b-\sqrt{bc}}{\sqrt{c}(\sqrt{b}-\sqrt{c})}\cdot\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{b}}=\frac{b\cdot\cancel{(\sqrt{b}-\sqrt{c})}}{\sqrt{c}\cancel{(\sqrt{b}-\sqrt{c})}\cdot\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{c}}.$

885. 1) $\sqrt{(\sqrt{x}+5)^2-20\sqrt{x}}+\sqrt{(\sqrt{x}-4)^2+16\sqrt{x}}=\sqrt{x+10\sqrt{x}+25-20\sqrt{x}}+$

$+\sqrt{x-8\sqrt{x}+16+16\sqrt{x}}=\sqrt{x-10\sqrt{x}+25}+\sqrt{x+8\sqrt{x}+16}=\sqrt{(\sqrt{x}-5)^2}+$

$+\sqrt{(\sqrt{x}+4)^2}=|\sqrt{x}-5|+|\sqrt{x}+4|=|\sqrt{x}-5|+\sqrt{x}+4.$

Якщо $x>25$ то $\sqrt{x}-5+\sqrt{x}+4=2\sqrt{x}-1;$

якщо $x=25$, то $\sqrt{25}-5+\sqrt{25}+4=5+5+5-4=9;$

якщо $x=0$, то $|0-5|+0+4=5+4=9$; якщо $0<x<25$, то $5-\sqrt{x}+\sqrt{x}+4=9.$

Відповідь: якщо $0 \le x \le 25$, то значення виразу 9; якщо $x > 25$, то значення виразу $2\sqrt{x} - 1$.

2) $\sqrt{a + 2\sqrt{a+3} + 4} + \sqrt{a - 2\sqrt{a+3} + 4} = \sqrt{\left(\sqrt{a+3}\right)^2 + 2\sqrt{a+3} + 1} +$
$+\sqrt{\left(\sqrt{a+3}\right)^2 - 2\sqrt{a+3} + 1} = \sqrt{\left(\sqrt{a+3} + 1\right)^2} + \sqrt{\left(\sqrt{a+3} - 1\right)^2} = \left|\sqrt{a+3} + 1\right| +$
$+\left|\sqrt{a+3} - 1\right| = \sqrt{a+3} + 1 + \left|\sqrt{a+3} - 1\right|$.

Якщо $a > -2$, то $\left|\sqrt{a+3} - 1\right| = \sqrt{a+3} - 1$, тоді $\sqrt{a+3} + 1 + \sqrt{a+3} - 1 = 2\sqrt{a} + 3$;
якщо $a = -2$, то $1 + 1 + 1 - 2 = 2$; якщо $a = -3$, то $1 + |0 - 1| = 2$;
якщо $-3 < a < 2$, то $\sqrt{a+3} + 1 + 1 - \sqrt{a+3} = 2$.

Відповідь: якщо $-3 \le a \le -2$, то значення виразу дорівнює 2; якщо $a > -2$, то значення виразу дорівнює $2\sqrt{a} + 3$.

886. $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{8}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{50}+\sqrt{47}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} +$
$+\frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{(\sqrt{8}+\sqrt{5})(\sqrt{8}-\sqrt{5})} + \frac{\sqrt{11}-\sqrt{8}}{(\sqrt{11}+\sqrt{8})(\sqrt{11}-\sqrt{8})} + \ldots + \frac{\sqrt{50}-\sqrt{47}}{(\sqrt{50}+\sqrt{47})(\sqrt{50}-\sqrt{47})} =$
$= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{5-2} + \frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{8-5} + \frac{\sqrt{11}-\sqrt{8}}{11-8} + \ldots + \frac{\sqrt{50}-\sqrt{47}}{50-47} =$
$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{5} + \sqrt{11} - \sqrt{8} + \ldots + \sqrt{50} - \sqrt{47}}{3} = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{50}}{3} = \frac{-\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

887. Спростимо ліву частину рівності.

$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} =$
$= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)} =$
$= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{4-\left(2+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)} = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} =$
$= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{4-(2+\sqrt{3})} = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} =$
$= \sqrt{2^2-3} = 1$, ліва частина дорівнює правій, доведено.

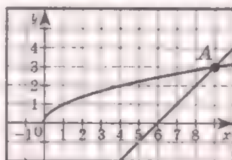
888. $13 = \sqrt{169}$; $\sqrt{165}$; $12{,}7 = \sqrt{161{,}29}$; $\sqrt{171}$; $13{,}4 = \sqrt{179{,}56}$.

У порядку зростання: 12,7; $\sqrt{165}$; 13; $\sqrt{171}$; 13,4.

889. $y = \sqrt{x}$ — графіком є вітка параболи, яка проходить

через точки:

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3



$y = x - 6$ — графіком є пряма, яка проходить

через точки:

x	6	4
y	0	–2

Є одна точка перетину $A(9; 3)$. *Відповідь:* (9; 3).

890. 1) $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$; $4 < \sqrt{17} < 5$; 2) $\sqrt{64} < \sqrt{67} < \sqrt{81}$; $8 < \sqrt{67} < 9$;

3) $\sqrt{100} < \sqrt{103} < \sqrt{121}$; $10 < \sqrt{103} < 11$;

4) $\sqrt{49} < \sqrt{51{,}25} < \sqrt{64}$; $7 < \sqrt{51{,}25} < 8$.

891. 1) 6 і $\sqrt{67}$; $\sqrt{67} > 8$. *Відповідь:* 7.

2) $\sqrt{14}$ і $\sqrt{52}$; $\sqrt{52} > 8$; $\sqrt{14} < 4$. *Відповідь:* 5, 6, 7.

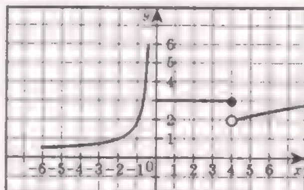
3) $-\sqrt{53}$ і 4,9; $-\sqrt{52} < -7$. *Відповідь:* −6, −5.

4) $-\sqrt{31}$ і 2,7; $-\sqrt{31} < \sqrt{25}$; $-\sqrt{31} < -5$. *Відповідь:* −5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2.

892. $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, \text{ якщо } x < 0, \\ 3, \text{ якщо } 0 \le x \le 4, \\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x > 4. \end{cases}$ 1) Щоб знайти значення функції, підставимо значення x, виконуючи умови:

$f(-0,5)$; $x = -0,5$; $-0,5 < 0$, тому $f(-0,5) = -\frac{2}{-0,5} = \frac{20}{5} = 4$;
$f(0)$; $x = 0$, то $f(0) = -3$;
$f(4)$; $x = 4$, тому $f(4) = 3$;
$f(9)$; $9 > 4$, тому $f(9) = \sqrt{9} = 3$.

2) Побудуємо графік функції $y = -\frac{2}{x}$, якщо $x < 0$. Графік — вітка гіперболи, яка проходить через точки:



x	−4	−2	−1
y	0,5	1	2

$y = 3$, якщо $0 \le x \le 4$, графік — частина прямої, яка паралельна осі Ox і проходить через точку (0; 3).

$y = \sqrt{x}$, якщо $x > 4$,

графік — частина вітки параболи, яка проходить через точки:

x	9	16	6,25
y	3	4	2,5

893. 1) $x^2 - 4x - 32 = 0$; $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot (-32)$ $16 + 129 = 144$; $x = \frac{4 \pm 12}{2}$;

$x_1 = \frac{4+12}{2} = \frac{16}{2} = 8$; $x_2 = \frac{4-12}{2} = \frac{-8}{2} = -4$. *Відповідь:* 8, −4.

2) $x^2 - 10x + 21 = 0$; $\frac{D}{4} = 5^2 - 21 \cdot 1$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{25-21}}{1}$; $x = \frac{5 \pm 2}{1}$;

$x_1 = 7$; $x_2 = 3$. *Відповідь:* 7, 3.

3) $6x^2 - 5x + 1 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25 - 24 = 1$;

$x = \frac{5 \pm 1}{12}$; $x_1 = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. *Відповідь:* $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$.

4) $8x^2 + 2x - 3 = 0$; $\frac{D}{4} = 1 + 8 \cdot 3 = 1 + 24 = 25$; $x = \frac{-1 \pm 5}{8}$; $x_1 = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$;

$x_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$. *Відповідь:* $-\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$.

5) $x^2 + 6x - 15 = 0$; $\frac{D}{4} = 9 + 15 = 24$; $x = \frac{-3 \pm \sqrt{24}}{1}$; $x_1 = -3 + \sqrt{6 \cdot 4} = -3 + 2\sqrt{6}$;

$x_2 = -3 - 2\sqrt{6}$. *Відповідь:* $-3 + 2\sqrt{6}$; $-3 - 2\sqrt{6}$.

6) $3x^2 - x - 5 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 1 + 60 = 61$;

$x = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{6}$; $x_1 = \frac{1 + \sqrt{61}}{6}$; $x_2 = \frac{1 + \sqrt{61}}{6}$. *Відповідь:* $\frac{1 + \sqrt{61}}{6}$; $\frac{1 - \sqrt{61}}{6}$.

7) $4x^2 + 28x + 49 = 0$; $(2x + 7)^2 = 0$; $2x + 7 = 0$; $x = -\frac{7}{2}$. *Відповідь:* −3,5.

8) $x^2 - 16x + 71 = 0$; $\frac{D}{4} = 64 - 71 < 0$, коренів немає.

Відповідь: коренів немає.

894. 1) $(x-4)(x+2)-2(3x+1)(x-3)=x(x+27)$;
$x^2+2x-4x-8-2(3x^2-9x+x-3)=x^2+27x$;
$\cancel{x^2}-\underline{2x}-8-6x^2+\underline{18x}-2x+6-\cancel{x^2}-\underline{27x}=0$; $-6x^2-13x-2=0$;
$6x^2+13x+2=0$; $D=169-4\cdot6\cdot2=121$; $x=\dfrac{-13\pm11}{12}$;
$x_1=\dfrac{-13-11}{12}=\dfrac{-24}{12}=-2$; $x_2=\dfrac{-13+11}{12}=\dfrac{-2}{12}=-\dfrac{1}{6}$. *Відповідь:* -2 і $-\dfrac{1}{6}$.

2) $(4x-3)^2+(3x-1)(3x+1)=9$; $16x^2-24x+\cancel{9}+9x^2-1-\cancel{9}=0$;
$25x^2-24x-1=0$; $\dfrac{D}{4}=(-12)^2-25\cdot(-1)=144+25=169$; $x=\dfrac{12\pm13}{25}$;
$x_1=\dfrac{12+13}{25}=1$; $x_2=\dfrac{12-13}{25}=-\dfrac{1}{25}$. *Відповідь:* 1; $-\dfrac{1}{25}$.

3) $(x+4)(x^2+x-13)-(x+7)(x^2+2x-5)=x+1$;
$\cancel{x^3}+\underline{x^2}-\underline{13x}+\underline{4x^2}+\underline{4x}-52-\cancel{x^3}-\underline{2x^2}+\underline{5x}-\underline{7x^2}-\underline{14x}+35-\underline{x}=0$;
$-4x^2-19x-18=0$; $4x^2+19x+18=0$; $D=361-4\cdot4\cdot18=361-288=73$;
$x=\dfrac{-19\pm\sqrt{73}}{8}$; $x_1=\dfrac{-19+\sqrt{73}}{8}$; $x_2=\dfrac{-19-\sqrt{73}}{8}$. *Відповідь:* $\dfrac{-19\pm\sqrt{73}}{8}$.

4) $\dfrac{2(x^2-9)}{5}-\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{x-41}{4}$; $\dfrac{{}^4\cancel{20}\cdot2(x^2-9)}{\cancel{5}_1}-\dfrac{{}^{10}\cancel{20}(x+1)}{\cancel{2}_1}=\dfrac{{}^5\cancel{20}(x-41)}{\cancel{4}_1}$;
$8x^2-72-10x-10=5x-205$; $8x^2-82-10x-5x+205=0$;
$8x^2-15x+123=0$; $D=225-4\cdot8\cdot123=225-3936<0$, коренів немає.
Відповідь: коренів немає.

5) $\dfrac{x^2+5x}{3}-\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{2x^2-2}{8}$; $\dfrac{{}^4\cancel{12}(x^2+5x)}{\cancel{3}_1}-\dfrac{{}^6\cancel{12}(x+3)}{\cancel{2}_1}=\dfrac{{}^3\cancel{12}\cdot\cancel{2}^1(x^2-1)}{\cancel{8}_1}$;
$4x^2+20x-6x-18=3x^2-3$; $4x^2+14x-18-3x^2+3=0$; $x^2+14x-15=0$.
За теоремою Вієта: $x_1+x_2=-14$; $x_1\cdot x_2=-15$, тому $x_1=-15$; $x_2=1$.
Відповідь: -15; 1.

895. 1) $x^2+(5a-1)x+4a^2-a=0$;
$D=(5a-1)^2-4\cdot1\cdot(4a^2-a)=25a^2-10a+1-16a^2+4a=9a^2-6a+1=(3a-1)^2$;
$(3a-1)^2=0$; $3a=1$; $a=\dfrac{1}{3}$; $x=\dfrac{-(5a-1)\pm|3a-1|}{2}$;
$x_1=\dfrac{-5a+\cancel{1}+3a-\cancel{1}}{2}=\dfrac{-2a}{2}=-a$; $x_2=\dfrac{-5a+1-3a+1}{2}=\dfrac{-8a+2}{2}=-4a+1$.
Якщо $a=\dfrac{1}{3}$, то $x=\dfrac{-\left(5\cdot\dfrac{1}{3}-1\right)}{2}=\dfrac{-\dfrac{5}{3}+1}{2}=-\dfrac{2}{3\cdot2}=-\dfrac{1}{3}$;
якщо $a\neq\dfrac{1}{3}$, то $x_1=-a$; $x_2=-4a+1$.
Відповідь: якщо $a=\dfrac{1}{3}$, то $x=-\dfrac{1}{3}$; якщо $a\neq\dfrac{1}{3}$, то $x_1=-a$; $x_2=-4a+1$.

2) $x^2-(2a+3)x+6a=0$; $D=(2a+3)^2-4\cdot1\cdot6a=4a^2+12a+9-24a=$
$=4a^2-12a+9=(2a-3)^2$; $2a-3=0$; $a=1{,}5$.
$x=\dfrac{2a+3\pm|2a-3|}{2}$; $x_1=\dfrac{2a+\cancel{3}+2a-\cancel{3}}{2}=2a$; $x_2=\dfrac{\cancel{2a}+3-\cancel{2a}+3}{2}=\dfrac{6}{2}=3$.
Відповідь: якщо $a=1{,}5$, то $x=3$; якщо $a\neq1{,}5$, то $x_1=2a$; $x_2=3$.

3) $a^2x^2 - 10ax + 16 = 0$; $D = 100a^2 - 4 \cdot a^2 \cdot 16 = 100a^2 - 64a^2 = 36a^2$;

$x = \frac{10a \pm \sqrt{36a^2}}{2a^2} = \frac{10a \pm |6a|}{2a^2}$.

Якщо $a = 0$, то $0x + 16 = 0$; коренів немає;

якщо $a \neq 0$, то $x_1 = \frac{10a + 6a}{2a^2} = \frac{16a}{2a^2} = \frac{8}{a}$; $x_2 = \frac{10a - 6a}{2a^2} = \frac{4a}{2a^2} = \frac{2}{a}$.

Відповідь: якщо $a = 0$, то коренів немає; якщо $a \neq 0$, то $x_1 = \frac{8}{a}$; $x_2 = \frac{2}{a}$.

896. 1) $|x^2 - 2x - 6| = 6$;

$x^2 - 2x - 6 = 6$; $x^2 - 2x - 12 = 0$; $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 12}}{2} = 1 \pm \sqrt{13}$;

або $x^2 - 2x - 6 = -6$; $x^2 - 2x = 0$; $x = 0$, $x = 2$.

Відповідь: $1 \pm \sqrt{13}$; 0; 2.

2) $x^2 - 6|x| - 16 = 0$, $x^2 = |x|^2$, тому $|x|^2 - 6|x| - 16 = 0$.

Заміна: $|x| = t$, $t \geq 0$. $t^2 - 6t - 16 = 0$; $t_1 = 8$; $t_2 = -2$ — сторонній корінь.

Повернемося до заміни: $|x| = 8$; $x = 8$; $x = -8$.

Відповідь: 8; –8.

3) $x|x| + 2x - 15 = 0$. Якщо $x \geq 0$, то $|x| = x$, тоді $x^2 + 2x - 15 = 0$; $x_1 = -5$; $x_2 = 3$; $-5 < 0$, тому сторонній корінь.

Якщо $x < 0$, то $|x| = -x$, тоді $-x^2 + 2x - 15 = 0$; $x^2 - 2x + 15 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 15 < 0$; коренів немає. *Відповідь:* $x = 3$.

4) $||x^2 - 6x - 4| - 3| = 1$;

$|x2 - 6x - 4| - 3 = 1$ або $|x2 - 6x - 4| - 3 = -1$;

$|x2 - 6x - 4| = 4$; $|x2 - 6x - 4| = 2$;

$x^2 - 6x - 4 = 4$ або $x^2 - 6x - 4 = -4$; $x^2 - 6x - 4 = 2$ або $x^2 - 6x - 4 = -2$;

$x2 - 6x - 8 = 0$; $x2 - 6x = 0$; $x^2 - 6x - 6 = 0$; $x^2 - 6x - 2 = 0$;

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{1} = 3 \pm \sqrt{17}$; $x(x - 6) = 0$; $x = 0$, $x = 6$; $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 6}}{1}$; $x = 3 \pm \sqrt{15}$; $x = 3 \pm \sqrt{9 + 2}$; $x = 3 \pm \sqrt{11}$.

Відповідь: 0; 6; $3 \pm \sqrt{17}$; $3 \pm \sqrt{15}$; $3 \pm \sqrt{11}$.

897. 1) $x^2 - 6x + \frac{2}{x - 2} = \frac{2}{x - 2} - 8$; $x \neq 2$; $x^2 - 6x + 8 = 0$; $x_1 = 4$; $x_2 = 2$, але $x \neq 2$, тому $x = 4$. *Відповідь:* $x = 4$.

2) $(\sqrt{x} - 5)(15x^2 - 7x - 2) = 0$, $x \geq 0$; $\sqrt{x} - 5 = 0$; $\sqrt{x} = 5$; $x_1 = 25$;

або $15x^2 - 7x - 2 = 0$; $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 4 \cdot 5 \cdot 2}}{30} = \frac{7 \pm 13}{30}$; $x_2 = \frac{7 + 13}{30} = \frac{2}{3}$;

$x_2 = \frac{7 - 13}{30} = -\frac{1}{5}$; $-\frac{1}{5} < 0$, тому $x = -\frac{1}{5}$ — сторонній корінь.

Відповідь: 25; $\frac{2}{3}$.

3) $(x^2 + 6x)(\sqrt{x} - 4)(x^2 - 8x - 48) = 0$, $x \geq 0$;

$x^2 + 6x = 0$; $\sqrt{x} - 4 = 0$; $x^2 - 8x - 48 = 0$;

$x(x + 6) = 0$; $\sqrt{x} = 4$; $x_4 = 12$; $x_5 = -4$.

$x_1 = 0$; $x_2 = -6$; $x_3 = 16$;

$x_2 = -6$, $x_5 = -4$ — стороні корені, тому що $x_2 < 0$, $x_5 < 0$.

Відповідь: 0; 16; 12.

898. 1) $\sqrt{x^2+3x-4}+\sqrt{x^2+6x+8}=0$; $\sqrt{x^2+3x-4}\ge 0$ і $\sqrt{x^2+6x+8}\ge 0$ при будь-яких значеннях x, тому $\begin{cases}x^2+3x-4=0,\\x^2+6x+8=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-4, x=1,\\x_1=-4, x_2=-2\end{cases}$ $\Rightarrow$ $x=-4$. *Відповідь:* -4.

2) $x^2-4x+4+|x^2-3x+2|=0$; $(x-2)^2+|x^2-3x+2|=0$; $(x-2)^2\ge 0$ і $|x^2-3x+2|\ge 0$ при будь-яких значення x, тому

$\begin{cases}(x-2)^2=0,\\x^2-3x+2=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x=2, x=1;\end{cases}$ отже, $x=2$. *Відповідь:* $x=2$.

3) $\sqrt{25-x^2}+|x^2+8x-20|=0$; $\sqrt{25-x^2}\ge 0$ і $|x^2+8x-20\ge 0$ при будь-яких значеннях x, тому

$\begin{cases}\sqrt{25-x^2}=0,\\|x^2+8x-20|=0;\end{cases}$ $\begin{cases}25-x^2=0,\\x^2+8x-20=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5 \text{ або } x=-5,\\x=-10 \text{ або } x=2.\end{cases}$

Відповідь: коренів немає.

899. Щоб знайти, при якому значенні a рівняння має єдиний корінь, потрібно ліву частину рівняння записати у вигляді квадрата суми або різниці:

1) $x^2+22x+a=0$; $x^2+2\cdot x\cdot 11+(\sqrt{a})^2=0$, де $(\sqrt{a})^2=11^2$;

$(x+\sqrt{a})^2=0$, але $\sqrt{a}=11$, тому $a=11^2$; $a=121$; $(x+11)^2=0$; $x=-11$;

2) $x^2-ax+81=0$; $x^2-2\cdot x\cdot\dfrac{a}{2}+81=0$; $(x-9)^2=0$, де $\dfrac{a}{2}=9$; $a=18$; $x=9$.

Відповідь: 1) $a=121$, $x=-11$; 2) $a=18$, $x=9$.

900. $x^2+bx-23=0$. Якщо коренями рівняння є протилежні числа, то $x_1+x_2=0$, отже, $x_1+x_2=-b$ і $-b=0$, $b=0$.

$x^2-23=-$; $x^2=23$; $x=\sqrt{23}$ або $x=-\sqrt{23}$.

Відповідь: $b=0$; $x=\sqrt{23}$ або $x=-\sqrt{23}$.

901. $12x^2-bx+5=0$, $x_1=-\dfrac{1}{3}$. Підставимо значення $-\dfrac{1}{3}$ в рівняння:

$12\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2-b\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)+5=0$; $12\cdot\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{3}b+5=0$; $\dfrac{4}{5}+5=-\dfrac{1}{3}b$; $6\dfrac{1}{3}=-\dfrac{1}{3}b$;

$b=\dfrac{19}{3}:\left(-\dfrac{1}{3}\right)$, $b=-19$. $x_1\cdot x_2=\dfrac{5}{12}$; $-\dfrac{1}{3}x_2=\dfrac{5}{12}$; $x_2=\dfrac{5}{12}:\left(-\dfrac{1}{3}\right)$; $x_2=-\dfrac{5}{4}$;

$x_2=-1\dfrac{1}{4}$. *Відповідь:* $b=-19$; $x_2=-1\dfrac{1}{4}$.

902. $8x^2-3.2x+k=0$, $x_1=0,2$. Підставимо значення кореня в рівняння:
$8\cdot(0,2)^2-3,2\cdot 0,2+k=0$; $8\cdot 0,04-0,64+k=0$; $k=0,64-0,32$; $k=0,32$.

Знайдемо x_2: $x_1+x_2=\dfrac{32}{8}$; $0,2+x^2=0,4$; $x_2=0,2$. *Відповідь:* $k=0,32$; $x_2=0,2$.

903. $x^2-bx+20=0$. За умовою $x_1=5x_2$. $x_1\cdot x_2=20$. Підставимо значення:

$5x_2\cdot x_2=20$; $x_2^2=4$; $x_2=2$; $x_2'=-2$; $x_1=10$; $x_2'=-10$.

Знайдемо b: $x_1+x_2=b$; $10+2=b$; $b=12$ або $-10+(-2)=b$; $b'=-12$.

Відповідь: $b=12$, $x_1=2$, $x_2=10$ або $b=-12$, $x_1=-2$, $x_2=-10$.

904. $x^2-3x-5=0$; $x_1+x_2=3$; $x_1\cdot x_2=-5$. За умовою $x_1'=x_1-1$; $x_2'=x_2-1$.

Знайдемо суму і різницю нових коренів: $x_1'+x_2'=(x_1-1)(x_2-1)=$ $=x_1+x_2-2=3-2=1$; $x_1'\cdot x_2'=(x_1-2)(x_2-1)=x_1\cdot x_2-x_1-x_2+1=$ $=x_1\cdot x_2-(x_1+x_2)+1=-5-3+1=-7$. Складемо рівняння, у якого коренями є x_1' і x_2': $x^2-x-7=0$. *Відповідь:* $x^2-x-7=0$.

905. 1) $\frac{x^2-7x}{x+1}=\frac{8}{x+1}$; $\frac{x^2-7x-8}{x+1}=0$; $\begin{cases}x^2-7x-8=0,\\x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=8,\ x=1,\\x\neq -1.\end{cases}$

Відповідь: $x=8$.

2) $\frac{3x^2+4x}{x^2-9}=\frac{3-4x}{x^2-9}$; $\frac{3x^2+4x-3+4x}{(x-3)(x+3)}=0$; $\begin{cases}3x^2+8x-3=0,\\(x-3)(x+3)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{6},\\x\neq 3,\ x=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{-8\pm 10}{6},\\x\neq \pm 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x\neq -3,\ x=\frac{1}{3},\\x\neq \pm 3.\end{cases}$ *Відповідь:* $x=\frac{1}{3}$.

3) $\frac{4-x}{4x-3}=\frac{2x-2}{7-x}$; $\frac{(4-x)(7-x)-(2x-2)(4x-3)}{(4x-3)(7-x)}=0$;

$\frac{28-4x-7x+x^2-8x^2+6x+8x-6}{(4x-3)(7-x)}=0$; $\frac{7x^2+3x+22}{(4x-3)(7-x)}=0$; $\begin{cases}7x^2+3x+22=0,\\(4x-3)(7-x)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot 7\cdot(-22)}}{14},\\x\neq\frac{3}{4},\ x\neq 7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{3\pm 25}{14},\\x\neq\frac{3}{4},\ x\neq 7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\ x=\frac{-22}{14},\\x\neq\frac{3}{4},\ x\neq 7.\end{cases}$ *Відповідь:* $-\frac{11}{7}=-1\frac{4}{7}$; 2.

4) $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-6}=\frac{7}{12}$; $\frac{12(x-6)-12(x+1)-7(x+1)(x-6)}{12(x+1)(x-6)}=0$;

$\frac{\cancel{12x}-72-\cancel{12x}+12-7x^2+42x-7x+42}{12(x+1)(x-6)}=0$; $\begin{cases}-7x^2+35x-42=0,\\12(x+1)(x-6)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-5x+6=0,\\x\neq -1,\ x\neq 6;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\ x=3,\\x\neq -1,\ x\neq 6.\end{cases}$ *Відповідь:* 2; 3.

5) $\frac{63}{x^2+3x}-\frac{2}{x^2-3x}=\frac{7}{x}$; $\frac{63}{x^2+3x}-\frac{2}{x^2-3x}-\frac{7}{x}=0$;

$\frac{63(x-3)-2(x+3)-7(x-3)(x+3)}{x(x+3)(x-3)}=0$; $\frac{63x-189-2x-6-7x^2+63}{x(x+3)(x-3)}=0$;

$\begin{cases}-7x^2+61x-132=0,\\x(x+3)(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{-61\pm\sqrt{25}}{-14},\\x\neq 0,\ x\neq -3,\ x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\ x=4\frac{5}{7},\\x\neq 0,\ x\neq -3,\ x\neq 3.\end{cases}$

Відповідь: 4; $4\frac{5}{7}$.

906. 1) $\frac{x-1}{x+5}+\frac{x+5}{x-1}=\frac{10}{3}$; $\frac{3(x-1)^2+3(x+5)^2-10(x+5)(x-1)}{3(x-1)(x+5)}=0$;

$\frac{3x^2+6x+3-3x^2+30x+75-10x^2+10x-50x+50}{3(x-1)(x+5)}=0$;

$\frac{-4x^2-16x+128}{3(x-1)(x+5)}=0$; $\begin{cases}x^2+4x-32=0,\\3(x-1)(x+5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-8,\ x=4,\\x\neq 1,\ x\neq -5.\end{cases}$ *Відповідь:* –8; 4.

2) $\frac{x^2-3x+6}{x}+\frac{2x}{x^2-3x+6}=3$. Нехай $\frac{x^2-3x+6}{x}=t$, тоді $t+\frac{2}{t}=3$;

$3t=t^2+2$; $t^2-3t+2=0$; $t_1=1$; $t_2=2$. Отримали два рівняння:

1. $\frac{x^2-3x+6}{x}=1$, $x\neq 0$; $x^2-3x+6=x$; $x^2-4x+6=0$; $D=16-24<0$; коренів немає.

2. $\frac{x^2-3x+6}{x}=2$, $x\neq0$; $x^2-3x+6=2x$; $x^2-5x+6=0$; $x_1=2$; $x_2=3$.
Відповідь: 2; 3.

3) $\frac{x^2}{(3x-1)^2}-\frac{4x}{3x-1}-5=0$. Нехай $\frac{x}{3x-1}=t$, $3x-1\neq0$; $x\neq\frac{1}{3}$;

$t^2-4t-5=0$; $t_1=5$; $t_2=-1$. Отримали два рівняння:

1. $\frac{x}{3x-1}=5$; $5(3x-1)=x$; $15x-15-x=0$; $14x=15$; $x=1\frac{1}{14}$.

2. $\frac{x}{3x-1}=-1$; $3x-1=-x$; $3x+x=1$; $4x=1$; $x=\frac{1}{4}$. *Відповідь:* $1\frac{1}{14}$; $\frac{1}{4}$.

4) $\frac{24}{x^2+2x-8}-\frac{15}{x^2+2x-3}=2$. Нехай $x^2+2x-8=t$, тоді $x^2+2x-3=t+5$;

$\frac{24}{t}-\frac{15}{t+5}=2$; $\frac{24(t+5)-15t-2t(t+5)}{t(t+5)}=0$; $\frac{24t+120-15t-2t^2-10t}{t(t+5)}=0$;

$\frac{-2t^2-t+120}{t(t+5)}=0$; $\begin{cases}2t^2+t-120=0,\\ t(t+5)\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}t=\frac{-1\pm\sqrt{1+960}}{4},\\ t\neq0,\ t\neq-5;\end{cases}$ $\begin{cases}t_1=-8,\ t_2=\frac{15}{2},\\ t\neq0,\ t\neq-5.\end{cases}$

Отримали два рівняння:

1. $x^2+2x-8=-8$; $x^2+2x=0$; $x=0$; $x=-2$.

2. $x^2+2x-8=\frac{15}{2}$; $x^2+2x-8-7{,}5=0$; $x^2+2x-15{,}5=0$;

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4\cdot15,6}}{2}$; $x=\frac{-1\pm3\sqrt{7}}{2}$. *Відповідь:* 0; −2; $\frac{1\pm3\sqrt{7}}{2}$.

907. $\frac{x^2-2ax+3}{x-2}=0$ має єдиний корінь при умові, що рівняння $x^2-2x+3=0$ має $D=0$ або один з коренів даного рівняння дорівнює 2.

1) $D=4a^2-12$; $4a^2-12=0$; $a^2=3$; $a=\pm\sqrt{3}$;

2) $x=2$, то $4-4a+3=0$; $4a=7$; $a=1\frac{3}{4}$. *Відповідь:* $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$; $1\frac{3}{4}$.

908. 1) $ax^2+bx+c=0$. Якщо m — корінь рівняння і $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, або $-(x_1+x_2)=\frac{b}{a}$, тому якщо корені протилежні значення, то вони будуть коренями рівняння $ax^2-bx+c=0$.
Якщо m — корінь рівняння $ax^2+bx+c=0$, то $-m$ — корінь рівняння $ax^2-bx+c=0$. *Відповідь:* правильне твердження.

2) $ax^2+bx+c=0$, m — корінь рівняння. $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$, $\frac{1}{x_1}\cdot\frac{1}{x_2}=\frac{1}{x_1\cdot x_2}=\frac{a}{c}$, тоді $\frac{1}{x_1}$ і $\frac{1}{x_2}$ є коренями рівняння $cx^2+bx+a=0$.
Отже, якщо m — корінь рівняння $ax^2+bx+c=0$, то $\frac{1}{m}$ є коренем рівняння $cx^2+bx+a=0$, де $c\neq0$. *Відповідь:* твердження правильне.

909. 1) $x^2+bx-6=0$; $x_1\cdot x_2=-6$. Якщо x_1 і x_2 — цілі, то коренями рівняння можуть бути пари чисел: 1 і −6; −1 і 6; 2 і −3; −2 і 3, тому
$x_1+x_2=1+(-6)=-5$; $b=5$;
$x_1+x_2=-1+6=5$; $b=-5$;
$x_1+x_2=2+(-3)=-1$; $b=1$;
$x_1+x_2=-2+3=1$; $b=-1$.
Відповідь: 1; −1; 5; −5.

2) $x^2 + bx + 21 = 0$; $x_1 \cdot x_2 = 21$, тому коренями рівняння можуть бути пари цілих чисел: –1 і –21; 1 і 21; 3 і 7; –3 і –7. Отже,

$x_1 + x_2 = -1 + (-21) = -22$; $b = 22$; $x_1 + x_2 = 1 + 21 = 22$; $b = -22$;

$x_1 + x_2 = 3 + 7 = 10$; $b = -10$; $x_1 + x_2 = -3 + (-7) = -10$; $b = 10$.

Відповідь: 10; –10; 22; –22.

910. $x^2 - (2a - 5)x + a^2 - 7 = 0$. За теоремою Вієта: $x_1 + x_2 = 2a - 5$; $x_1 \cdot x_2 = a^2 - 7$. За умовою $2x_1 + 2x_2 = x_1 \cdot x_2$; $2(x_1 + x_2) = x_1 \cdot x_2$; $2(2a - 5) = a^2 - 7$; $a^2 - 4a + 10 - 7 = 0$; $a^2 - 4a + 3 = 0$; $a_1 = 3$; $a_2 = 1$; якщо $a = 3$, то $x^2 - x + 2 = 0$; $D < 0$, коренів немає. *Відповідь:* 1.

911. $x^2 + (a + 9)x + a^2 + 2a = 0$. За умовою $x_1 \cdot x_2 = 15$, за теоремою Вієта: $x_1 \cdot x_2 = a^2 + 2a$, отже, $a^2 + 2a = 15$; $a^2 + 2a - 15 = 0$, тому $a = -5$ і $a = 3$. Якщо $a = -5$, то $x^2 + 4x + 15 = 0$, $D < 0$, коренів немає. *Відповідь:* $a = 3$.

912. Нехай початкова швидкість автобуса була x км/год, а після зупинки $(x - 5)$ км/год. До зупинки автобус проїхав $255 \cdot \frac{7}{17} = 105$ (км) та витратив $\frac{105}{x}$ год, а після зупинки проїхав $255 - 105 = 150$ (км) та витратив $\frac{150}{x-5}$ год. Всього автобус на подорож витратив $\left(\frac{105}{x} + 1 + \frac{150}{x-5}\right)$ год.

За умовою задачі вся подорож тривала 9 год. Складаємо та розв'язуємо рівняння:

$$\frac{105}{x} + \frac{150}{x-5} = 8; \frac{105(x-5) + 150x - 8x(x-5)}{x(x-5)} = 0; \frac{105x - 525 + 150x - 8x^2 + 40x}{x(x-5)} = 0;$$

$$\frac{-8x^2 + 295x - 525}{x(x-5)} = 0; \begin{cases} 8x^2 - 295x + 525 = 0, \\ x(x-5) \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{295 \pm 265}{16}, \\ x \neq 0, x \neq 5; \end{cases} \begin{cases} x_1 = 35, x_2 = \frac{15}{8}, \\ x \neq 0, x \neq 5; \end{cases}$$

$x = \frac{15}{8}$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 35 км/год.

913. Нехай міді у початковому зливку було x кг, тоді відсотковий вміст міді був $\frac{x}{x+20} \cdot 100\,\%$. Після додавання міді у зливку (стало $x + 3$) кг, а відсотковий вміст складає $\frac{x+3}{x+3+20+4} \cdot 100\,\%$. Одержаний зливок має відсотковий вміст міді більший на $\frac{x}{x+27} \cdot 100\,\% - \frac{x+3}{x+20} \cdot 100\,\%$, за умовою задачі складає 5 %.

Складаємо та розв'язуємо рівняння:

$$\frac{x}{x+27} \cdot 100 - \frac{x+3}{x+20} \cdot 100 = 5; \quad \frac{20(x+3)}{x+27} - \frac{20x}{x+20} - 1 = 0;$$

$$\frac{20(x+3)(x+20) - 20x(x+27) - (x+27)(x+20)}{(x+27)(x+20)} = 0;$$

$$\frac{\cancel{20x^2} + 400x + 60x + 1200 - \cancel{20x^2} - 540x - x^2 - 20x - 27x - 540}{(x+27)(x+20)} = 0;$$

$$\begin{cases} -x^2 - 127x + 660 = 0, \\ (x+27)(x+20) \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2 + 127x - 660 = 0, \\ x \neq -27, x \neq -20; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{-127 \pm 137}{2}, \\ x \neq -27, x \neq -20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5, x = -132, \\ x \neq -27, x \neq -20. \end{cases}$$ *Відповідь:* 5 кг.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

АЛГЕБРА

Істер О. С.

2. Цілі вирази: $a^3 - ab$; $\frac{m}{17}$; $\frac{1}{9}a - \frac{1}{8}b$.

Дробові вирази: $\frac{m}{17}$; $t(t-1)+\frac{t}{p}$; $\frac{7}{x^2+1}-5$.

3. Раціональним дробом є $\frac{x^2-4x+5}{y^2-5}$, бо і чисельник і знаменник дробу — многочлени.

4. 1) $\frac{3a+9}{a^2}$; якщо $a = 1$, то $\frac{3\cdot1+9}{1^2}=12$; якщо $a = -2$, то $\frac{3\cdot(-2)+9}{(-2)^2}=\frac{-6+9}{4}=\frac{3}{4}$; якщо $a = -3$, то $\frac{3\cdot(-3)+9}{(-3)^2}=\frac{0}{9}=0$;

Відповідь: 12; $\frac{3}{4}$; 0

2) $\frac{x+3}{x}-\frac{x}{x-2}$; якщо $x = 4$, то $\frac{4+3}{4}-\frac{4}{4-2}=\frac{7}{4}-2=\frac{7-8}{4}=-\frac{1}{4}$; якщо $x = -1$, то $\frac{-1+3}{-1}-\frac{-1}{-1-2}=-2-\frac{1}{3}=-2\frac{1}{3}$. *Відповідь*: 2) $-\frac{1}{4}$; $-2\frac{1}{3}$.

5.

x	−3	−1	0	2	3
$\frac{1+x}{1-x}$	−0,5	0	1	−3	−2
Літери	Т	В	А	О	Н

1	2	−0,5	−3	−2	−3	0
А	Н	Т	О	Н	О	В

Відповідь: Антонов.

6. 1) $\frac{a-b}{a+b}$; 2) $\frac{xy}{x^2+y^2}$.

7. 1) Будь-яке значення m; 2) $a \neq 0$; 3) будь-яке значення b; 4) $t \neq -1$; 5) $x \neq 0$; $x \neq 7$; 6) $p \neq 0$; $p \neq 1$; 7) будь-яке значення x; 8) $m \neq 0$.

8. 1) Будь-яке значення p; 2) $a \neq -4$; 3) будь-яке значення b; 4) $x \neq 0$; $x \neq -2$; 5) $y \neq 1$; $y \neq -6$; 6) будь-яке значення m.

9. $v=\frac{240}{t}$, t (год). Якщо $t = 3$ год, то $v=\frac{240}{3}=80$ км/год; якщо $t = 4$ год, то $v=\frac{240}{4}=60$ км/год.

Відповідь: 80 км/год; 60 км/год.

10. Ціна ручки $\frac{48}{n}$, n — кількість придбаних ручок. Якщо $n = 8$, то $\frac{48}{8}=6$ грн. Якщо $n = 10$, то $\frac{48}{10}=4,8$ грн. *Відповідь*: 6 грн; 4,8 грн.

11. 1) $\frac{x+2}{8}=-2$; $x + 2 = -16$; $x = -18$; 2) $\frac{x+2}{8}=9$; $x + 2 = 72$; $x = 70$;

3) $\frac{x+2}{8}=0,01$; $x + 2 = 0,08$; $x = -1,92$;

4) $\frac{x+2}{8}=-4,9$; $x + 2 = -39,2$; $x = -41,2$.

12. 1) $\frac{m-1}{10}=-8$; $m - 1 = -80$; $m = -79$; 2) $\frac{m-1}{10}=0,25$; $m - 1 = 2,5$; $m = 3,5$.

13. 1) $\frac{4x-8}{x}=0;$ $\begin{cases}4x-8=0,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq 0;\end{cases}$ 2) $\frac{(x-1)(x+7)}{x+5}=0;$ $\begin{cases}x-1=0,\\x+7=0,\\x+5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\x=-7,\\x\neq -5;\end{cases}$

3) $\frac{x(x+3)}{x^2}=0;$ $\begin{cases}x+3=0,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\x\neq 0;\end{cases}$ 4) $\frac{3x-6}{8-4x}=0;$ $\begin{cases}3x-6=0,\\8-4x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq 2.\end{cases}$

Розв'язків немає.

Відповідь: 1) $x=2$; $x\neq 0$; 2) $x=1$; $x=-7$; $x\neq -5$; 3) $x=-3$; $x\neq 0$; 4) розв'язків немає.

14. 1) $\frac{y}{5y-7}=0;$ $\begin{cases}y=0,\\5y-7\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=0,\\y\neq \frac{7}{5};\end{cases}$ 2) $\frac{(y+1)y}{y^7}=0;$ $\begin{cases}y+1=0,\\y\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-1,\\y\neq 0;\end{cases}$

3) $\frac{(y+2)(y-3)}{y+4}=0;$ $\begin{cases}y+2=0,\\y-3=0,\\y+4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}y=-2,\\y=3,\\y\neq -4;\end{cases}$ 4) $\frac{y+1}{5y+5}=0;$ $\begin{cases}y+1=0,\\5y+5\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}y=-1,\\y\neq -1.\end{cases}$ Розв'язків немає.

Відповідь: 1) $y=0$; $y\neq \frac{7}{5}$; 2) $y=-1$; $y\neq 0$; 3) $y=-2$; $y=3$; $y\neq -4$; 4) розв'язків немає.

15. 1) $\begin{cases}9-p\neq 0,\\p+10\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}p\neq 9,\\p\neq -10.\end{cases}$ Будь-які значення p, крім $p\neq 9$, $p\neq -10$.

2) $5a-a^2\neq 0$; $a(5-a)\neq 0$, тобто $a\neq 0$; $a\neq 5$. Будь-які значення a, крім $a\neq 0$, $a\neq 5$.

3) $4-c^2\neq 0$; $(2-c)(2+c)=0$; $\begin{cases}2-c\neq 0,\\2+c\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}c\neq 2,\\c\neq -2.\end{cases}$

4) $(a+1)^2\neq 0$; $a+1\neq 0$; $a\neq -1$. Будь-які значення a, крім $a\neq -1$.

17. 1) $\frac{x}{x-2}$; 2) $\frac{1}{x-1}+\frac{x+5}{x+4}$.

18. 1) $a(a-2)-3a+6\neq 0$; $a(a-2)-3(a-2)\neq 0$; $(a-2)(a-3)\neq 0$;
$\begin{cases}a-2\neq 0,\\a-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}a\neq 2,\\a\neq 3;\end{cases}$

2) $\frac{x}{|x|-1}$; $|x|-1\neq 0$; $|x|\neq 1$; $x\neq \pm 1$;

3) $1-\frac{1}{m}\neq 0;$ $\frac{m-1}{m}\neq 0;$ $\begin{cases}m-1\neq 0,\\m\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}m\neq 1,\\m\neq 0;\end{cases}$

4) $4-|k-2|\neq 0$; $|k-2|\neq 4$; $\begin{cases}k-2\neq 4,\\k-2\neq -4;\end{cases}$ $\begin{cases}k\neq 6,\\k\neq -2.\end{cases}$

Відповідь: 1) $a\neq 2$; $a\neq 3$; 2) $x\neq \pm 1$; 3) $m\neq 1$; $m\neq 0$; 4) $k\neq 6$; $k\neq -2$.

19. 1) $x(x+2)-4x-8\neq 0$; $x(x+2)-4(x+2)\neq 0$; $(x+2)(x-4)\neq 0$;
$\begin{cases}x+2\neq 0,\\x-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\neq 2,\\x\neq 4;\end{cases}$

2) $4-|m|\neq 0$; $|m|\neq 4$; $m\neq \pm 4$;

3) $\frac{1}{x}+1\neq 0;$ $\frac{1+x}{x}\neq 0;$ $\begin{cases}1+x\neq 0,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x\neq -1,\\x\neq 0;\end{cases}$

4) $|a+2|-3\neq 0$; $|a+2|\neq 3$; $\begin{cases}a+2\neq 3,\\a+2\neq -3;\end{cases}$ $\begin{cases}a\neq 1,\\a\neq -5.\end{cases}$

Відповідь: 1) $x\neq -2$; $x\neq 4$; 2) $m\neq \pm 4$; 3) $x\neq -1$; $x\neq 0$; 4) $a\neq 1$; $a\neq -5$.

20. 1) Додатні, так як $x > 0$, то $x^7 > 0$; $y < 0$, то $y^8 > 0$;
2) $m + 1 > 0$, так як $m > 0$; $n < 0$, то $n^7 < 0$, то знак дробу від'ємний;
3) $p < 0$, то $|p - 1| > 0$; якщо $n > 0$, то $n^{19} > 0$, знак дробу додатній;
4) якщо $a < 0$, то $|a| + 1 > 0$; якщо $c < 0$, то $c^8 > 0$, знак дробу додатній.
Відповідь: 1) додатне; 2) від'ємне; 3) додатне; 4) додатне.

21. 1) Враховуючи, що $a^2 + 1 > 0$ для будь-якого a, то значення дробу додатне.
2) Враховуючи, що $-p^2 - 2 < 0$ для будь-якого p, то значення дробу від'ємне.
3) Враховуючи, що $a^2 + 7 > 0$ для будь-якого a, а чисельник може дорівнювати 0 при $a = -1$, то значення дробу є невід'ємним.
4) Чисельник $-(p^2 - 4)^2 < 0$ для будь-якого p, а знаменник $p^4 + 1 > 0$ для будь-якого p, то значення дробу є недодатним, може дорівнювати 0 при $p = \pm 2$.

22. 1) $(a^2 + 2a - 7) - (a^2 - 4a - 9) = \cancel{a^2} + \underline{2a} - 7 - \cancel{a^2} + \underline{4a} + 9 = 6a + 2$;
2) $3x^2y(2x - 3y + 7) = 6x^3y - 9x^2y^2 + 21x^2y$;
3) $(x^2 - 2x)(x + 9) = x^3 + \underline{9x^2} - \underline{2x^2} - 18x = x^3 + 7x^2 - 18x$;
4) $(x^2 - 5)^2 + 10x^2 = x^4 - \cancel{10x^2} + 25 + \cancel{10x^2} = x^4 + 5$.

23. $4x(2x - 7) + 3x(5 - 2x) = 2x^2 + 39$; $8x^2 - 28x + 15x - 6x^2 = 2x^2 + 39$;
$\cancel{2x^2} - 13x = \cancel{2x^2} + 39$;
$-13x = 39$; $x = -3$. *Відповідь*: -3.

24. 1) $\frac{7}{14} = \frac{1}{2}$; 2) $\frac{25}{35} = \frac{5}{7}$; 3) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$; 4) $\frac{30}{45} = \frac{2}{3}$; 5) $\frac{36}{48} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; 6) $\frac{51}{85} = \frac{3}{5}$.

25. 1) $\frac{1^{\backslash 3}}{8} = \frac{3}{24}$; 2) $\frac{2^{\backslash 4}}{7} = \frac{8}{28}$; 3) $\frac{4^{\backslash 2}}{15} = \frac{8}{30}$; 4) $\frac{8^{\backslash 7}}{9} = \frac{56}{63}$.

26. 1) $m^2m^4 = m^{2+4} = m^6$;
2) $pp^7 = p^{1+7} = p^8$;
3) $x^9 : x^3 = x^{9-3} = x^6$;
4) $(a^3)^7 = a^{3\cdot 7} = a^{21}$;
5) $b^2 \cdot (b^3)^4 = b^2 \cdot b^{12} = b^{2+12} = b^{14}$; 6) $(c^4)^5 : c^{12} = c^{20} : c^{12} = c^{20-12} = c^8$.

27. 1) $2a^2b \cdot a = 2a^3b$; 2) $2a^2b \cdot b^3 = 2a^2b^4$; 3) $2a^2b \cdot 2a^3 = 4a^5b$;
4) $2a^2b \cdot 8a^2b^2 = 16a^4b^3$.

28. 1) $ab - b^2 = b(a - b)$;
2) $m^7 + m^5 = m^5(m^2 + 1)$;
3) $8m^2 - 4mn = 4m(2m - n)$;
4) $6a^3b + 15a^2b^2 = 3a^2b(2a - 5b)$; 5) $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$;
6) $c^2 - 10c + 25 = (c - 5)^2$; 7) $x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$;
8) $p^4 - 49m^2 = (p^2)^2 - (7m)^2 = (p^2 - 7m)(p^2 + 7m)$;
9) $a^2 + ab + 7a + 7b = (a^2 + ab) + (7a + 7b) = a(a + b) + 7(a + b) =$
$= (a + b)(a + 7)$.

29. Враховуємо, що такі числа трицифрові повинні ділитися на 12. За ознакою подільності на 12, число повинно ділитися на 3 і 4.
Ознака подільності на 4: останні дві цифри числа діляться на 4. Це будуть такі пари: 24; 28; 48; 68; 08. Враховуємо подільність числа на 3, тобто сума цифр повинна ділитися на 3, тобто маємо 324; 228; 348; 168; 108; 528; 828; 648; 468; 708 і т. д.
Знайдемо суми цифр. $3 + 2 + 4 = 9$. Маємо $324 : 9 = 36$ не є розв'язком.
$2 + 2 + 8 = 12$. Маємо $228 : 12 = 19$ не є розв'язком.
Маємо розв'язком 108. Сума цифр $1 + 0 + 8 = 9$; $108 : 9 = 12$.
Відповідь: 108.

§ 2. Основна властивість раціонального дробу

31. 1) $\frac{3m}{3p}=\frac{m}{p}$; 2) $\frac{4x}{12y}=\frac{x}{3y}$; 3) $\frac{ab}{ap}=\frac{b}{p}$; 4) $\frac{t^2}{tx}=\frac{t}{x}$; 5) $\frac{9xy}{8xz}=\frac{9y}{8z}$;

6) $\frac{4mn}{4pn}=\frac{mn}{pn}=\frac{m}{p}$.

32. 1) $\frac{15ab}{20am}=\frac{3b}{4m}$; 2) $\frac{-2ma^2}{5ap}=-\frac{2am}{5p}$; 3) $\frac{16ax^2}{20xb}=\frac{4ax}{5b}$;

4) $\frac{-8m^2n}{-2n^3}=\frac{4m^2}{n^2}$;

5) $\frac{-ap^2}{p^3c}=\frac{-a}{pc}$; 6) $\frac{4abc}{12ac^3}=\frac{b}{3c^2}$; 7) $\frac{26m^2n}{39mn^2}=\frac{2m}{3n}$; 8) $\frac{a^5c^4}{-c^3a^6}=-\frac{c}{a}$.

33. 1) $\frac{8at}{12ap}=\frac{2t}{3p}$; 2) $\frac{-3xy}{7x^2y}=\frac{-3}{7x}$; 3) $\frac{12m^2n}{20xm}=\frac{3mn}{5x}$; 4) $\frac{-6p^3c}{-3p^4}=\frac{2c}{p}$;

5) $\frac{-kp^3}{p^4t}=-\frac{k}{pt}$; 6) $\frac{5xyz}{15y^2z}=\frac{x}{3y}$; 7) $\frac{22x^2y}{-33y^2x}=\frac{2x}{-3y}$; 8) $\frac{t^7p^8}{p^6t^9}=\frac{p^2}{t^2}$.

34. 1) $12x^2y:(4xy^3)=\frac{12x^2y}{4xy^3}=\frac{3x}{y^2}$; 2) $3a^2bc:(-18ab^2c^2)=-\frac{3a^2bc}{18ab^2c^2}=-\frac{a}{6bc}$;

3) $-10ap^3:(-15a^2)=\frac{-10ap^3}{-15a^2}=\frac{2p^3}{3a}$; 4) $-14x^9:(2x^7y)=-\frac{14x^9}{2x^7y}=-\frac{7x^2}{y}$.

35. 1) $\frac{5^{\backslash 5}}{4m}=\frac{25}{20m}$; 2) $\frac{p^{\backslash a^3}}{a^2}=\frac{pa^3}{a^5}$.

36. 1) $\frac{4^{\backslash 5}}{3p}=\frac{20}{15p}$; 2) $\frac{x^{\backslash y^4}}{y^3}=\frac{xy^4}{y^7}$.

37. 1) $\frac{m(a-2)}{p(a-2)}=\frac{m}{p}$; 2) $\frac{4(x+2)^2}{(x+2)^3}=\frac{4}{x+2}$; 3) $\frac{mn(p+7)}{m^2n(p+7)^2}=\frac{1}{m(p+7)}$;

4) $\frac{16m^5(a+3)^2}{20m^4(a+3)}=\frac{4(a+3)}{5m}$.

38. 1) $\frac{x(b+7)}{y(b+7)}=\frac{x}{y}$; 2) $\frac{5(m-3)^2}{(m-3)^4}=\frac{5}{(m-3)^2}$; 3) $\frac{a^2y(x-2)^2}{ay(x-2)}=a(x-2)$;

4) $\frac{12x^3(y-7)}{16x^2(y-7)^2}=\frac{3x}{4(y-7)}$.

39. 1) $\frac{4a+12b}{16ab}=\frac{4(a+3b)}{16ab}=\frac{a+3b}{4ab}$; 2) $\frac{5x-5y}{7(x-y)}=\frac{5(x-y)}{7(x-y)}=\frac{5}{7}$;

3) $\frac{3m(x+2)}{x^2+2x}=\frac{3m(x+2)}{x(x+2)}=\frac{3m}{x}$; 4) $\frac{ax-a}{a}=\frac{a(x-1)}{a}=x-1$;

5) $\frac{y}{y^2-yx}=\frac{y}{y(y-x)}=\frac{1}{y-x}$; 6) $\frac{2x-6y}{5x-15y}=\frac{2(x-3y)}{5(x-3y)}=\frac{2}{5}$;

7) $\frac{a+2b}{a^2+2ab}=\frac{(a+2b)}{a(a+2b)}=\frac{1}{a}$; 8) $\frac{2x^2-10xy}{x-5y}=\frac{2x(x-5y)}{(x-5y)}=2x$

40. 1) $\frac{3a+15b}{9ab}=\frac{3(a+5b)}{9ab}=\frac{a+5b}{3ab}$; 2) $\frac{mn-m}{4(n-1)}=\frac{m(n-1)}{4(n-1)}=\frac{m}{4}$;

3) $\frac{p^2-3p}{4k(p-3)}=\frac{p(p-3)}{4k(p-3)}=\frac{p}{4k}$; 4) $\frac{xy-2x}{x}=\frac{x(y-2)}{x}=y-2$;

5) $\frac{m}{m^2+mn}=\frac{m^1}{m(m+n)}=\frac{1}{m+n}$; 6) $\frac{4a-12c}{7a-21c}=\frac{4(a-3c)}{7(a-3c)}=\frac{4}{7}$.

41. 1) $\frac{a(x-y)}{5(y-x)}=-\frac{a(y-x)}{5(y-x)}=-\frac{a}{5}$; 2) $\frac{3a-9b}{15b-5a}=\frac{3(a-3b)}{-5(a-3b)}=-\frac{3}{5}$;

3) $\frac{7y-14}{y^2-4}=\frac{7(y-2)}{(y-2)(y+2)}=\frac{7}{y+2}$; 4) $\frac{m^2-9}{m^2-6m+9}=\frac{(m-3)(m+3)}{(m-3)^2}=\frac{m+3}{m-3}$;

5) $\frac{p^2-1}{p^3-p^2}=\frac{(p-1)(p+1)}{p^2(p-1)}=\frac{p+1}{p^2}$; 6) $\frac{x^2+10x+25}{mx+5m}=\frac{(x+5)^2}{m(x+5)}=\frac{x+5}{m}$.

42. 1) $\frac{m(p-2)}{a(2-p)}=\frac{-m(2-p)}{a(2-p)}=-\frac{m}{a}$; 2) $\frac{3a+12}{a^2-16}=\frac{3(a+4)}{(a-4)(a+4)}=\frac{3}{a-4}$;

3) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}=\frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}=\frac{x-2}{x+2}$; 4) $\frac{mc+4c}{m^2+8m+16}=\frac{c(m+4)}{(m+4)^2}=\frac{c}{m+4}$.

43. 1) $\frac{m^2n-m}{m^2-m^3n}=\frac{m(mn-1)}{-m^2(mn-1)}=-\frac{m}{m^2}=-\frac{1}{m}$;

2) $\frac{15m^3-15mn}{10n^2-10nm^2}=\frac{15n(m^2-n)}{-10n(m^2-n)}=\frac{15n}{-10n}=-\frac{3}{2}=-1,5$;

3) $\frac{m^3+27}{m^2-3m+9}=\frac{(m+3)(m^2-3m+9)}{(m^2-3m+9)}=m+3$;

4) $\frac{20+10a+5a^2}{a^3-8}=\frac{5(a^2+2a+4)}{(a-2)(a^2+2a+4)}=\frac{5}{a-2}$;

5) $\frac{3p+pn-3y-yn}{7p-7y}=\frac{(3p+pn)-(3y+yn)}{7(p-y)}=\frac{3p(1+n)-3y(1+n)}{7(p-y)}=$

$=\frac{(1+n)\cdot3(p-y)}{7(p-y)}=\frac{3(n+1)}{7}$;

6) $\frac{am+an-bm-bn}{am-an-bm+bn}=\frac{(am+an)-(bm+bn)}{(am-an)-(bm-bn)}=\frac{a(m+n)-b(m+n)}{a(m-n)-b(m-n)}=$

$=\frac{(m+n)(a-b)}{(m-n)(a-b)}=\frac{m+n}{m-n}$.

44. 1) $\frac{16p^3-16pq}{12p^3q-12pq^2}=\frac{16p(p^2-q)}{12pq(p^2-q)}=\frac{16}{12p}=\frac{4}{3p}$;

2) $\frac{a^2-2a+4}{a^3+8}=\frac{(a^2-2a+4)^1}{(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{1}{a+2}$;

3) $\frac{7+7a+7a^2}{a^3-1}=\frac{7(1+a+a^2)}{(a-1)(1+a+a^2)}=\frac{7}{a-1}$;

4) $\frac{5m+an-5n-am}{a^2-10a+25}=\frac{(5m-5n)+(an-am)}{(a-5)^2}=\frac{5(m-n)-a(m-n)}{(a-5)^2}=$

$=\frac{(m-n)(5-a)}{(a-5)^2}=\frac{(m-n)(5-a)}{(5-a)^2}=\frac{m-n}{5-a}$.

45. 1) $\frac{5^{\backslash a}}{a-b}=\frac{5a}{a^2-ab}$;
$a^2-ab=a(a-b)$;

2) $\frac{4^{\backslash m+n}}{m+n}=\frac{4(m+n)}{m^2+2mn+n^2}$;
$m^2+2mn+n^2=(m+n)^2$;

3) $\frac{9^{\backslash x+y}}{x-y}=\frac{9(x+y)}{x^2-y^2}$;
$x^2-y^2=(x-y)(x+y)$;

4) $\frac{4}{k-1}=\frac{4(k^2+k+1)}{k^3-1}$;
$k^3-1=(k-1)(k^2+k+1)$;

5) $\frac{a}{a-b}=\frac{-a}{b-a}$;
$b-a=-(a-b)$;

6) $\frac{p^{\backslash -(2+p)}}{p-2}=\frac{-2p-p^2}{4-p^2}$;
$4-p^2=(2-p)(2+p)$.

46. 1) $\frac{7^{\backslash m}}{m+n}=\frac{7m}{m^2+mn}$;
$m^2+mn=m(m+n)$;

2) $\frac{4^{\backslash x-y}}{x-y}=\frac{4x-4y}{x^2-2xy+y^2}$;
$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$;

3) $\frac{a^{\backslash a-b}}{a+b}=\frac{a(a-b)}{a^2-b^2}$;
$a^2-a^2=(a-b)(a+b)$;

4) $\frac{c}{c-7}=\frac{-c}{7-c}$;
$7-c=-(c-7)$.

47. $\frac{-2(c^3)^1\cdot(x^{12})^2}{5(c^5)^2\cdot(x^3)^8}=\frac{-2c^{12}\cancel{x^{24}}}{5c^{10}\cancel{x^{24}}}=\frac{-2c^2}{5}$.

Якщо $c=5$, $x=2016$, то $\frac{-2\cdot 5^2}{5}=-2\cdot 5=-10$.

Відповідь: -10.

48. $\frac{6x^2-3xy}{8xy-4y^2}=\frac{3x\cancel{(2x-y)}}{4y\cancel{(2x-y)}}=\frac{3x}{4y}$.

Якщо $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{4}$, то маємо: $\frac{3\cdot\frac{1}{2}}{4\cdot\frac{1}{4}}=\frac{1,5}{1}=1,5$.

49. 1) $\frac{a^5-a^3}{a^4-a^2}=\frac{a^3\cancel{(a^2-1)}}{a^2\cancel{(a^2-1)}}=\frac{a^3}{a^2}=a$; 2) $\frac{p^9+p^7}{p^5+p^7}=\frac{p^{7^2}\cancel{(p^2+1)}}{\cancel{p^5}\cancel{(p^2+1)}}=p^2$;

3) $\frac{2a^2-a^3}{a^6-2a^5}=\frac{\cancel{a^2}(2-a)}{a^{\cancel{5}3}(a-2)}=\frac{-\cancel{(a-2)}}{a^3\cancel{(a-2)}}=-\frac{1}{a^3}$;

4) $\frac{5c^5-10c^4}{12c^5-6c^6}=\frac{5c^4\cancel{(c-2)}}{-6c^5\cancel{(c-2)}}=-\frac{5\cancel{c^4}}{6c^5}=-\frac{5}{6c}$.

50. 1) $\frac{t^9-t^8}{t^8-t^7}=\frac{t^8\cancel{(t-1)}}{\cancel{t^7}\cancel{(t-1)}}=t$; 2) $\frac{a^6+a^3}{a^9+a^6}=\frac{a^3\cancel{(a^3+1)}}{a^6\cancel{(a^3+1)}}=\frac{a^3}{a^6}=\frac{1}{a^3}$;

3) $\frac{3b^2-b^3}{b^8-3b^7}=\frac{b^2\cancel{(3-b)}}{-b^7\cancel{(3-b)}}=-\frac{b^2}{b^7}=-\frac{1}{b^5}$;

4) $\frac{4a^4-8a^3}{12a^2-6a^3}=\frac{4a^3\cancel{(a-2)}}{-6a^2\cancel{(a-2)}}=-\frac{{}^2\cancel{4}a^3}{{}_3\cancel{6}\cancel{a^2}}=-\frac{2a}{3}$.

51. 1) $\frac{(x+2)^2-(x-2)^2}{48x}=\frac{(\cancel{x}+2-\cancel{x}+2)(x+\cancel{2}+x-\cancel{2})}{48x}=\frac{4\cdot 2\cancel{x}}{48\cancel{x}}=\frac{8}{48}=\frac{1}{6}$;

2) $\frac{x^3-y^3}{x^4-y^4}=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}=\frac{\cancel{(x-y)}(x^2+xy+y^2)}{\cancel{(x-y)}(x+y)(x^2+y^2)}=\frac{(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2+y^2)}$;

3) $\frac{(3b-9c)^2}{5b-15c}=\frac{9\cdot(b-3c)^{\cancel{2}}}{5\cancel{(b-3c)}}=\frac{9(b-3c)}{5}$.

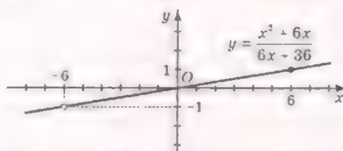
52. 1) $\frac{(m+5)^2+(m-5)^2}{m^2+25}=\frac{m^2+\cancel{10m}+25+m^2-\cancel{10m}+25}{m^2+25}=\frac{2m^2+50}{m^2+25}=$

$=\frac{2\cancel{(m^2+25)}}{\cancel{(m^2+25)}}=2;$

2) $\frac{a^4-b^4}{a^3+b^3}=\frac{(a^2-b^2)(a^2+b^2)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}=\frac{(a-b)\cancel{(a+b)}(a^2+b^2)}{\cancel{(a+b)}(a^2-ab+b^2)}=\frac{(a-b)(a^2+b^2)}{a^2-ab+b^2};$

3) $\frac{6m+2n}{(12m+4n)^2}=\frac{{}^{1}\cancel{2}\cancel{(3m+n)}}{{}_{8}\cancel{16}(3m+n)^{\cancel{2}}}=\frac{1}{8(3m+n)}.$

53. 1) $y=\frac{x^2+6x}{6x+36}.$



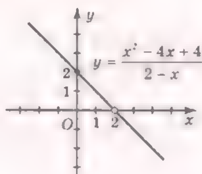
Спростимо вираз:

$\frac{x^2+6x}{6x+36}=\frac{x\cancel{(x+6)}}{6\cancel{(x+6)}}=\frac{x}{6}.$

Тобто маємо $y=\frac{x}{6}$ — пряма, $x\neq-6$. Якщо $x=6$, то $y=1$.

Відповідь: (−6; 1).

2) $y=\frac{x^2-4x+4}{2-x}$. Спростимо вираз:



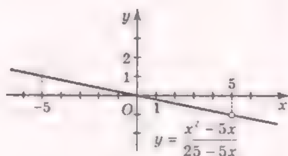
$\frac{x^2-4x+4}{2-x}=\frac{(x-2)^2}{2-x}=\frac{(2-x)^2}{2-x}=2-x.$

Тобто маємо $y=2-x$, $x\neq2$.

$y=2-x$		
x	2	0
y	0	2

Відповідь: (2; 0).

54. 1) $y=\frac{x^2-5x}{25-5x}$. Спростимо вираз:



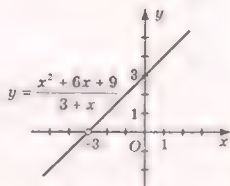
$\frac{x^2-5x}{25-5x}=\frac{x\cancel{(x-5)}}{-5\cancel{(x-5)}}=-\frac{x}{5}.$

Тобто маємо $y=-\frac{x}{5}$, $x\neq5$.

Якщо $x=5$, то $y=-1$.

Відповідь: (5; −1).

2) $y=\frac{x^2+6x+9}{3+x}$. Спростимо вираз:



$\frac{x^2+6x+9}{3+x}=\frac{(x+3)^2}{x+3}=x+3.$

Тобто маємо $y=x+3$, $x\neq-3$.

$y=x+3$		
x	0	−3
y	3	0

Відповідь: (−3; 0).

55. 1) $\frac{2^{12}}{2^{14}} = 2^{12-14} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{3^9}{3^6} = 3^{9-6} = 3^3 = 27$;

3) $\frac{7^4}{49} = \frac{7^4}{7^2} = 7^{4-2} = 7^2 = 49$; 4) $\frac{125}{5^5} = \frac{5^3}{5^5} = 5^{3-5} = 5^{-2} = \frac{1}{25}$.

56. 1) $\begin{cases} x + 3y = 2, \\ 3x - 2y = 17; \end{cases} \Big| \cdot (-3)$ $+\begin{cases} -3x - 9y = -6, \\ 3x - 2y = 17; \end{cases}$ $-11y = 11$; $y = -1$. то маємо $x - 3 = 2$; $x = 5$; $(5; -1)$.

2) $+\begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ 7x - 2y = -22; \end{cases}$ $10x = -20$; $x = -2$. То маємо $-6 + 2y = 2$; $2y = 8$; $y = 4$; $(-2; 4)$.

Відповідь: 1) (5; –1); 2) (–2; 4).

57. 1) $(2x + 3y)^2 - (x + 7y)(4x - y) = 4x^2 + 12xy + 9y^2 - (4x^2 - xy + 28xy - 7y^2) =$
$= 4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4x^2 + xy - 28xy + 7y^2 = -15xy + 16y^2$;

2) $(m + 3)(m^2 - 5) - m(m - 4)^2 = m^3 - 5m + 3m^2 - 15 - m(m^2 - 8m + 16) =$
$= m^3 - 5m + 3m^2 - 15 - m^3 + 8m^2 - 16m = 11m^2 - 21m - 15$.

§ 3. Додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками

61. 1) $\frac{2x}{5} + \frac{x}{5} = \frac{2x + x}{5} = \frac{3x}{5}$; 2) $\frac{7y}{3} - \frac{2y}{3} = \frac{7y - 2y}{3} = \frac{5y}{3}$;

3) $\frac{a + b}{x} - \frac{a}{x} = \frac{a + b - a}{x} = \frac{b}{x}$; 4) $\frac{7x^2}{y} + \frac{5x^2}{y} = \frac{7x^2 + 5x^2}{y} = \frac{12x^2}{y}$.

62. 1) $\frac{3m}{8} + \frac{2m}{8} = \frac{3m + 3m}{8} = \frac{5m}{8}$; 2) $\frac{9p - p}{17} = \frac{8p}{17}$;

3) $\frac{x - y}{m} + \frac{y}{m} = \frac{x - y + y}{m} = \frac{x}{m}$; 4) $\frac{5c^2}{n} - \frac{2c^2}{n} = \frac{5c^2 - 2c^2}{n} = \frac{3c^2}{n}$.

63. 1) $\frac{7a}{4x} - \frac{3a}{4x} = \frac{7a - 3a}{4x} = \frac{4a}{4x} = \frac{a}{x}$; 2) $\frac{x + y}{8} - \frac{x - 3y}{8} = \frac{x + y - x + 3y}{8} = \frac{4y}{8} = \frac{y}{2}$;

3) $\frac{a + 4}{9} + \frac{5 - a}{9} = \frac{a + 4 + 5 - a}{9} = \frac{9}{9} = 1$;

4) $\frac{x + 3y}{10} + \frac{4x + 7y}{10} = \frac{x + 3y + 4x + 7y}{10} = \frac{5x + 10y}{10} = \frac{5(x + 2y)}{10_2} = \frac{x + 2y}{2}$;

5) $\frac{5m - 2}{8m} - \frac{m - 10}{8m} = \frac{5m - 2 - m + 10}{8m} = \frac{4m + 8}{8m} = \frac{4(m + 2)}{{}_2 8m} = \frac{m + 2}{2m}$;

6) $\frac{7a + 13}{6a} + \frac{17 - a}{6a} = \frac{7a + 13 + 17 - a}{6a} = \frac{6a + 30}{6a} = \frac{6(a + 5)}{6a} = \frac{a + 5}{a}$.

64. 1) $\frac{5x}{2a} + \frac{3x}{2a} = \frac{5x + 3x}{2a} = \frac{{}^4 8a}{2a} = \frac{4x}{a}$;

2) $\frac{a + b}{12} - \frac{a - 5b}{12} = \frac{a + b - a + 5b}{12} = \frac{6b}{12_2} = \frac{b}{2}$;

3) $\frac{b - 3}{5} + \frac{13 - b}{5} = \frac{b - 3 + 13 - b}{5} = \frac{10}{5} = 2$;

4) $\frac{a+2b}{8}+\frac{3a+6b}{8}=\frac{a+2b+3a+6b}{8}=\frac{4a+8b}{8}=\frac{4(a+2b)}{8}=\frac{a+2b}{2}$;

5) $\frac{6m-3}{10m}-\frac{m-13}{10m}=\frac{6m-3-m+13}{10m}=\frac{5m+10}{10m}=\frac{5(m+2)}{10m}=\frac{m+2}{2m}$;

6) $\frac{5x-3}{4x}+\frac{11-x}{4x}=\frac{5x-3+11-x}{4x}=\frac{4x+8}{4x}=\frac{4(x+2)}{4x}=\frac{x+2}{x}$.

65. 1) $\frac{3x-7y}{4xy}+\frac{5y-3x}{4xy}=\frac{3x-7y+15y-3x}{4xy}=\frac{8y}{4xy}=\frac{2}{x}$;

2) $\frac{7a+p^3}{3p}-\frac{7a-2p^3}{3p}=\frac{7a+p^3-7a+2p^3}{3p}=\frac{3p^3}{3p}=p^2$;

3) $\frac{5a-b^4}{6b^5}-\frac{b^4+5a}{6b^5}=\frac{5a-b^4-b^4-5a}{6b^5}=\frac{-2b^4}{6b^5}=-\frac{1}{3b}$;

4) $\frac{3a-4}{8a}+\frac{4a+5}{8a}-\frac{1-a}{8a}=\frac{3a-4+4a+5-1+a}{8a}=\frac{8a}{8a}=\frac{a}{a}=1$.

66. 1) $\frac{3a-b}{ab}-\frac{5b+3a}{ab}=\frac{3a-b-5b-3a}{ab}=\frac{-6b}{ab}=-\frac{6}{a}$;

2) $\frac{9m+2k^2}{5k}-\frac{9m-3k^2}{5k}=\frac{9m+2k^2-9m+3k^2}{5k}=\frac{5k^2}{5k}=k$;

3) $\frac{5b-m^2}{4m^3}-\frac{m^2+5b}{4m^3}=\frac{5b-m^2-m^2-5b}{4m^3}=\frac{-2m^2}{4m^3}=-\frac{1}{2m}$;

4) $\frac{4a-3}{6a}+\frac{a+8}{6a}-\frac{5-a}{6a}=\frac{4a-3+a+8-5+a}{6a}=\frac{6a}{6a}=1$.

67. $\frac{3a-5}{4a^2}+\frac{5+a}{4a^2}=\frac{3a-5+5+a}{4a^2}=\frac{4a}{4a^2}=\frac{1}{a}$. Якщо $a=\frac{1}{2}$, то маємо $1:\frac{1}{2}=2$.
Відповідь: 2.

68. $\frac{5b-7}{6b^2}+\frac{7+b}{6b^2}=\frac{5b-7+7+b}{6b^2}=\frac{6b}{6b^2}=\frac{1}{b}$. Якщо $b=\frac{1}{7}$, то $1:\frac{1}{7}=7$.
Відповідь: 7.

69. 1) $\frac{x^2}{x-5}-\frac{25}{x-5}=\frac{x^2-25}{x-5}=\frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)}=x+5$;

2) $\frac{36}{y+6}-\frac{y^2}{y+6}=\frac{36-y^2}{y+6}=\frac{(6-y)(6+y)}{(y+6)}=6-y$;

3) $\frac{x-3}{x^2-9}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{x-3+6}{x^2-9}=\frac{(x+3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{1}{x-3}$;

4) $\frac{7a-1}{a^2-b^2}-\frac{7b-1}{a^2-b^2}=\frac{7a-1-7b+1}{a^2-b^2}=\frac{7(a-b)}{(a-b)(a+b)}=\frac{7}{a+b}$;

5) $\frac{2x+y}{(x-y)^2}+\frac{x-4y}{(x-y)^2}=\frac{2x+y+x-4y}{(x-y)^2}=\frac{3x-3y}{(x-y)^2}=\frac{3(x-y)}{(x-y)^2}=\frac{3}{x-y}$;

6) $\frac{9m+5n}{(m+n)^2}-\frac{m-3n}{(m+n)^2}=\frac{9m+5n-m+3n}{(m+n)^2}=\frac{8m+8n}{(m+n)^2}=\frac{8(m+n)}{(m+n)^2}=\frac{8}{m+n}$.

70. 1) $\frac{49}{7-m}-\frac{m^2}{7-m}=\frac{49-m^2}{7-m}=\frac{(7-m)(7+m)}{(7-m)}=7+m$;

2) $\frac{x+7}{x^2-1}-\frac{6}{x^2-1}=\frac{x+7-6}{x^2-1}=\frac{(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{1}{x-1}$;

3) $\frac{5x-2}{x^2-y^2}-\frac{5y-2}{x^2-y^2}=\frac{5x-2-5y+2}{x^2-y^2}=\frac{5(x-y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{5}{x+y}$;

4) $\frac{3a-4b}{(a-b)^2}+\frac{2a-b}{(a-b)^2}=\frac{3a-4b+2a-b}{(a-b)^2}=\frac{5a-5b}{(a-b)^2}=\frac{5(a-b)}{(a-b)^2}=\frac{5}{a-b}$.

72. 1) $\frac{c}{a-2}+\frac{x}{2-a}=\frac{c-x}{a-2}$; 2) $\frac{a}{x-y}-\frac{8}{y-x}=\frac{a+8}{x-y}$;

3) $\frac{2m}{m-n}+\frac{2n}{n-m}=\frac{2m-2n}{m-n}=\frac{2(m-n)}{(m-n)}=2$;

4) $\frac{16x}{4x-y}+\frac{4y}{y-4x}=\frac{16x-4y}{4x-y}=\frac{4(4x-y)}{(4x-y)}=4$.

73. 1) $\frac{m^2-m}{m^2+4m+4}-\frac{4-m}{m^2+4m+4}=\frac{m^2-m-4+m}{m^2+4m+4}=\frac{m^2-4}{(m+2)^2}=$

$=\frac{(m-2)(m+2)}{(m+2)^2}=\frac{m-2}{m+2}$;

2) $\frac{9c}{c^2-6c}-\frac{18+6c}{c^2-6c}=\frac{9c-18-6c}{c^2-6c}=\frac{3c-18}{c(c-6)}=\frac{3(c-6)}{c(c-6)}=\frac{3}{c}$.

74. 1) $\frac{a^2+3a}{a^2+6a+9}-\frac{3a+9}{a^2+6a+9}=\frac{a^2+3a-3a-9}{a^2+6a+9}=\frac{a^2-9}{(a+3)^2}=$

$=\frac{(a-3)(a+3)}{(a+3)^2}=\frac{a-3}{a+3}$;

2) $\frac{3m}{m^2-5m}-\frac{m+10}{m^2-5m}=\frac{3m-m-10}{m^2-5m}=\frac{2m+10}{m(m-5)}=\frac{2(m-5)}{m(m-5)}=\frac{2}{m}$.

75. 1) $\frac{(a-b)^2}{ab}-\frac{(a+b)^2}{2ab}=-2$. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{(a-b)^2}{ab}-\frac{(a+b)^2}{2ab}=\frac{(a-b)^2-(a+b)^2}{2ab}=\frac{(a-b+a+b)(a-b-a-b)}{2ab}=$

$=\frac{2a\cdot(-2b)}{2ab}=\frac{-2b}{b}=-2$; $-2=-2$. Доведено.

2) $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}+\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}=2$; $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2}+\frac{(a-b)^2}{a^2+b^2}=\frac{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}{a^2+b^2}=$

$=\frac{2a^2+2b^2}{a^2+b^2}=\frac{2(a^2+b^2)}{a^2+b^2}=2$; $2=2$. Доведено.

76. 1) $\frac{m^2}{2m-10}+\frac{25}{10-2m}=\frac{m^2-25}{2m-10}=\frac{(m-5)(m+5)}{2(m-5)}=\frac{m+5}{2}$.

Якщо $m=25$, то $\frac{25+5}{2}=\frac{30}{2}=15$.

2) $\frac{x^2+9y^2}{x-3y}+\frac{6xy}{3y-x}=\frac{x^2+9y^2-6xy}{x-3y}=\frac{(x-3y)^2}{x-3y}=x-3y$.

Якщо $x=2016$, $y=\frac{1}{3}$, то $x-3y=2016-3\cdot\frac{1}{3}=2016-1=2015$.

77. 1) $\frac{x^2}{3x-18}+\frac{36}{18-3x}=\frac{x^2-36}{3x-18}=\frac{(x-6)(x+6)}{3(x-6)}=\frac{x+6}{3}$.

Якщо $x=-12$, то $\frac{-12+6}{3}=\frac{-6}{3}=-2$.

2) $\frac{c^2}{c-5k}-\frac{25k^2-10ck}{5k-c}=\frac{c^2+25k^2-10ck}{c-5k}=\frac{(c-5k)^2}{c-5k}=c-5k$.

Якщо $c=199$, $k=0{,}2$, то $199-5\cdot0{,}2=199-1=198$.

78. 1) $\frac{m+3}{m}=\frac{m}{m}+\frac{3}{m}=1+\frac{3}{m}$;

2) $\frac{a^4+a^3-5}{a^2}=\frac{a^4+a^3}{a^2}-\frac{5}{a^2}=\frac{a^3(a+1)}{a^2}-\frac{5}{a^2}=a(a+1)-\frac{5}{a^2}=a^2+a-\frac{5}{a^2}$;

3) $\frac{x^2+5x-3}{x+5}=\frac{x(x+5)}{x+5}-\frac{3}{x+5}=x-\frac{3}{x-5}$;

4) $\frac{4a-4b+7}{a-b}=\frac{4(a-b)+7}{a-b}=\frac{4(a-b)}{(a-b)}+\frac{7}{a-b}=4+\frac{7}{a-b}$.

79. 1) $\frac{a-7}{a}=\frac{a}{a}-\frac{7}{a}=1-\frac{7}{a}$;

2) $\frac{m^2-m^3}{m^2}+7=\frac{m^2}{m^2}-\frac{m^3}{m^2}+\frac{7}{m^2}=1-m+\frac{7}{m^2}$;

3) $\frac{y^2+y+2}{y+1}=\frac{y(y+1)+2}{y+1}=\frac{y(y+1)}{y+1}+\frac{2}{y+1}=y+\frac{2}{y+1}$;

4) $\frac{5p-5q-1}{p-q}=\frac{5(p-q)-1}{p-q}=5-\frac{1}{p-q}$.

80. 1) $\frac{7-4m}{(2-m)^2}-\frac{9-5m}{(m-2)^2}=\frac{7-4m-9+5m}{(2-m)^2}=\frac{m-2}{(2-m)^2}=\frac{m-2}{(m-2)^2}=\frac{1}{m-2}$;

2) $\frac{12a}{(2-a)^3}+\frac{3a^2+12}{(a-2)^3}=\frac{12a}{(2-a)^3}-\frac{3a^2+12}{(2-a)^3}=\frac{12a-3a^2-12}{(2-a)^3}=$

$=\frac{-3(a^2-4a+4)}{(2-a)^3}=\frac{3(a-2)^2}{(a-2)^3}=\frac{3}{a-2}$;

3) $\frac{m^2-6n}{(m-2)(n-3)}-\frac{2(m-3n)}{(2-m)(3-n)}=\frac{m^2-6n-2m+6n}{(m-2)(n-3)}=\frac{m(m-2)}{(m-2)(n-3)}=$

$=\frac{m}{n-3}$.

81. 1) $\frac{16-7a}{(3-a)^2}-\frac{13-6a}{(a-3)^2}=\frac{16-7a-13+6a}{(3-a)^2}=\frac{3-a}{(3-a)^2}=\frac{1}{3-a}$;

2) $\frac{15(2m-3)}{(3-m)^3}+\frac{5m^2}{(m-3)^3}=\frac{30m-45}{(3-m)^3}-\frac{5m^3}{(3-m)^3}=\frac{30m-45-5m^2}{(3-m)^3}=$

$=\frac{-5(m^2-6m+9)}{(3-m)^3}=\frac{-5(m-3)^2}{(3-m)^3}=\frac{5(m-3)^2}{(m-3)^3}=\frac{5}{m-3}$;

3) $\frac{p^2-9q}{(p-3)(q-4)}-\frac{3(p-3q)}{(3-p)(4-q)}=\frac{p^2-9q-3p+9q}{(p-3)(q-4)}=\frac{p^2-3p}{(p-3)(q-4)}=$

$=\frac{p(p-3)}{(p-3)(q-4)}=\frac{p}{q-4}$.

82. 1) $(a-1)(a+3)^2 = (a-1)(a^2+6a+9) = a^3+6a^2+9a-a^2-6a-9 =$
$= a^3+5a^2+3a-9$;

2) $(x-4)^2(x+2) = (x^2-8x+16)(x+2) = x^3+2x^2-8x^2-\cancel{16x}+\cancel{16x}+32 =$
$= x^3-6x^2+32$.

83. $\dfrac{x^2+y^2-z^2-2xy}{x^2-y^2+z^2+2xz} = \dfrac{(x^2-2xy+y^2)-z^2}{(x^2+2xy+z^2)-y^2} = \dfrac{(x-y)^2-z^2}{(x+z)^2-y^2} =$

$= \dfrac{\cancel{(x-y+z)}(x-y-z)}{(x+y+z)\cancel{(x+z-y)}} = \dfrac{x-y-z}{x+z+y}$.

84. 1) $\dfrac{1^{\backslash 2}}{7}+\dfrac{5}{14}=\dfrac{2+5}{14}=\dfrac{7}{14}=\dfrac{1}{2}$; 2) $\dfrac{5^{\backslash 4}}{12}-\dfrac{3^{\backslash 3}}{16}=\dfrac{20-9}{48}=\dfrac{11}{48}$;

3) $\dfrac{1^{\backslash 6}}{8}-\dfrac{3^{\backslash 3}}{16}+\dfrac{7^{\backslash 2}}{24}=\dfrac{6-9+14}{48}=\dfrac{11}{48}$.

85. 1) $15a^3b^7 = 3ab^5 \cdot 5a^2b^2$; 2) $15a^3b^7 = -5a^2b^7 \cdot (-3a)$;
3) $15a^3b^7 = -b^6 \cdot (-5a^3b)$; 4) $15a^3b^7 = 15ab \cdot a^2b^6$.

86. Нехай x — власна швидкість катера, a — швидкість течії.

	s, км	t, год	v, км/год	s, км
за течією	s	2	$x+a$	$2(x+a)$
проти течії	s	3	$x-a$	$3(x-a)$
пліт	s	t	a	ta

Враховуючи, що катер долає відстань від A до B і від B до A, то маємо рівняння $2(x+a) = 3(x-a)$. Пліт може пливти тільки за течією, то $ta = 2(x+a)$. Маємо:

$\begin{cases} 2(x+a)=3(x-a); \\ ta = 2(x+a); \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+2a=3x-3a; \\ t=\dfrac{2(x+a)}{a}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=5a; \\ t=\dfrac{2(5a+a)}{a}=\dfrac{12a}{a}=12. \end{cases}$

Відповідь: 12 год.

§ 4. Додавання і віднімання дробів з різними знаменниками

88. 1) $\dfrac{m^{\backslash 3}}{2}-\dfrac{y^{\backslash 2}}{3}=\dfrac{3m-2y}{6}$; 2) $\dfrac{a^{\backslash 2}}{4}+\dfrac{x}{8}=\dfrac{2a+x}{8}$; 3) $\dfrac{x^{\backslash x}}{y}-\dfrac{y^{\backslash y}}{x}=\dfrac{x^2-y^2}{xy}$;

4) $\dfrac{2^{\backslash 3c}}{c}+\dfrac{k^{\backslash c}}{3}=\dfrac{6+ck}{3c}$.

89. 1) $\dfrac{x^{\backslash 4}}{5}+\dfrac{a^{\backslash 5}}{4}=\dfrac{4x+5a}{20}$; 2) $\dfrac{m}{6}-\dfrac{n^{\backslash 2}}{3}=\dfrac{m-2n}{6}$; 3) $\dfrac{a^{\backslash a}}{b}+\dfrac{b^{\backslash b}}{a}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}$;

4) $\dfrac{t^{\backslash p}}{5}-\dfrac{4^{\backslash 5}}{p}=\dfrac{pt-20}{5p}$.

90. 1) $\dfrac{3^{\backslash 2}}{5a}-\dfrac{1^{\backslash 5}}{2a}=\dfrac{6-5}{10a}=\dfrac{1}{10a}$; 2) $\dfrac{a^{\backslash 5}}{4b}+\dfrac{7a^{\backslash 4}}{5b}=\dfrac{5a+28a}{20b}=\dfrac{33a}{20b}$;

3) $\dfrac{2a^{2\backslash 2}}{9b}+\dfrac{5a^2}{18b}=\dfrac{4a^2+5a^2}{18b}=\dfrac{{}^1\cancel{9}a^2}{{}_2\cancel{18}b}=\dfrac{a^2}{2b}$; 4) $\dfrac{7m^{\backslash 3}}{12n^2}-\dfrac{m^{\backslash 2}}{18n^2}=\dfrac{21m-2m}{36n^2}=\dfrac{19m}{36n^2}$.

91. 1) $\dfrac{3^{\backslash 5}}{4m}+\dfrac{2^{\backslash 4}}{5m}=\dfrac{15+8}{20m}=\dfrac{23}{20m}$; 2) $\dfrac{x^{\backslash 4}}{6y}-\dfrac{3x^{\backslash 3}}{8y}=\dfrac{4x-9y}{24y}=\dfrac{-5x}{24y}$;

3) $\dfrac{4a^{\backslash 4}}{9m^2}+\dfrac{5a^{\backslash 3}}{12m^2}=\dfrac{16a+15a}{36m^2}=\dfrac{31a}{36m^2}$; 4) $\dfrac{(4x^2)^{\backslash 2}}{15y}-\dfrac{(x^2)^{\backslash 3}}{10y}=\dfrac{8x^2-3x^2}{30y}=\dfrac{5x^2}{30y}$.

92. 1) $\frac{2x^{\backslash 5}}{3}+\frac{x-4^{\backslash 3}}{5}=\frac{10x+3(x-4)}{15}=\frac{10x+3x-12}{15}=\frac{13x-12}{15}$;

2) $\frac{4m-2n}{10}-\frac{m-n^{\backslash 2}}{5}=\frac{4m-2n-2(m-n)}{10}=\frac{4m-2n-2m+2n}{10}=\frac{\cancel{2}m}{\cancel{10}_5}=\frac{m}{5}$;

3) $\frac{a+2^{\backslash 3}}{4a}-\frac{3-7a^{\backslash 2}}{6a}=\frac{3(a+2)-2(3-7a)}{12a}=\frac{3a+\cancel{6}-\cancel{6}+14a}{12a}=\frac{17\cancel{a}}{12\cancel{a}}=\frac{17}{12}$;

4) $\frac{2-3y^{\backslash x}}{y}-\frac{5-3x^{\backslash y}}{x}=\frac{x(2-3y)-y(5-3x)}{xy}=\frac{2x-\cancel{3xy}-5y+\cancel{3xy}}{xy}=$

$=\frac{2x-5y}{xy}$;

5) $\frac{x+7^{\backslash 3y}}{5x}-\frac{3y+4^{\backslash x}}{15y}=\frac{3y(x+7)-(3y+4)x}{15y}=\frac{\cancel{3xy}+21y-\cancel{3xy}-4x}{15y}=$

$=\frac{21y-4x}{15y}$;

6) $\frac{4a+b^{\backslash 3b}}{2a}+\frac{a-2b^{\backslash 2a}}{3b}=\frac{3b(4a+b)+2a(a-6b)}{6ab}=\frac{\cancel{12ab}+3b^2+2a^2-\cancel{12ab}}{6ab}=$

$=\frac{3b^2+2a^2}{6ab}$.

93. 1) $\frac{a^{\backslash 3}}{4}+\frac{a-2^{\backslash 4}}{3}=\frac{3a+4(a-2)}{12}=\frac{3a+4a-8}{12}=\frac{7a-8}{12}$;

2) $\frac{2x-y}{14}-\frac{x-y^{\backslash 2}}{7}=\frac{2x-y-2(x-y)}{14}=\frac{\cancel{2x}-y-\cancel{2x}+2y}{14}=\frac{y}{14}$;

3) $\frac{x-6^{\backslash 2y}}{2x}+\frac{7-2y^{\backslash x}}{4y}=\frac{2y(x-6)+(7-2y)x}{4xy}=\frac{\cancel{2xy}-12y+7x-\cancel{2yx}}{4xy}=$

$=\frac{7x-12y}{4xy}$;

4) $\frac{6m-n^{\backslash 4n}}{3m}-\frac{8n-5m^{\backslash 3m}}{4n}=\frac{4n(6m-n)-3m(8n-5m)}{12mn}=$

$=\frac{\cancel{24mn}-4n^2-\cancel{24mn}+15m^2}{12mn}=\frac{15m^2-4n^2}{12mn}$.

94. 1) $\frac{1}{a^2}+\frac{a-2^{\backslash a}}{a}=\frac{1+a(a-2)}{a^2}=\frac{1+a^2-2a}{a^2}=\frac{(a-1)^2}{a^2}$;

2) $\frac{2+m^{\backslash m}}{m^2}-\frac{m^2-5}{m^3}=\frac{m(2+m)-m^2+5}{m^3}=\frac{2m+\cancel{m^2}-\cancel{m^2}+5}{m^3}=\frac{2m+5}{m^3}$;

3) $\frac{1^{\backslash x^2}}{2x^5}+\frac{(1-3x^2)^{\backslash 2}}{x^7}=\frac{x^2+2(1-3x^2)}{2x^7}=\frac{x^2+2-6x^2}{2x^7}=\frac{2-5x^2}{2x^7}$;

4) $\frac{a-b^{\backslash b}}{ab}-\frac{b-a^{\backslash a}}{b^2}=\frac{b(a-b)-a(b-a)}{ab^2}=\frac{\cancel{ab}-b^2-\cancel{ab}+a^2}{ab^2}=\frac{a^2-b^2}{ab^2}$;

5) $\frac{3n+m^{\backslash m}}{mn^2}+\frac{n-3m^{\backslash n}}{m^2n}=\frac{m(3n+m)+n(n-3m)}{m^2n^2}=$

$=\frac{\cancel{3mn}+m^2+n^2-\cancel{3mn}}{m^2n^2}=\frac{m^2+n^2}{m^2n^2}$;

6) $\frac{x-2y^{\backslash x}}{xy^2}-\frac{y-2x^{\backslash y}}{x^2y}=\frac{x(x-2y)-y(y-2x)}{x^2y^2}=\frac{x^2-\cancel{2xy}-y^2+\cancel{2yx}}{x^2y^2}=$

$=\frac{x^2-y^2}{x^2y^2}$.

95. 1) $\frac{m+2}{m^2}-\frac{1^{\backslash m}}{m}=\frac{\cancel{m}+2-\cancel{m}}{m^2}=\frac{2}{m^2}$; 2) $\frac{5^{\backslash n^2}}{n^5}+\frac{3-4n^2}{n^7}=\frac{5n^2+3-4n^2}{n^7}=\frac{n^2+3}{n^7}$;

3) $\frac{x-y^{\backslash y}}{x^2}-\frac{y-x^{\backslash x}}{xy}=\frac{y(x-y)-x(y-x)}{x^2y}=\frac{\cancel{yx}-y^2-\cancel{xy}+x^2}{x^2y}=\frac{x^2-y^2}{x^2y}$;

4) $\frac{c-2p^{\backslash c}}{cp^2}+\frac{2c-p^{\backslash p}}{pc^2}=\frac{c(c-2p)+p(2c-p)}{c^2p^2}=\frac{c^2-\cancel{2pc}+\cancel{2cp}-p^2}{c^2p^2}=\frac{c^2-p^2}{c^2p^2}$.

96. 1) $\frac{1^{\backslash bc}}{a}+\frac{1^{\backslash ac}}{b}+\frac{1^{\backslash ab}}{c}=\frac{bc+ac+ab}{abc}$; 2) $\frac{1}{c^3}-\frac{2^{\backslash c}}{c^2}+\frac{3^{\backslash c^2}}{c}=\frac{1-2c+3c^2}{c^3}$;

3) $\frac{1^{\backslash z}}{xy}-\frac{1^{\backslash x}}{yz}+\frac{1^{\backslash y}}{xz}=\frac{z-x+y}{xyz}$;

4) $\frac{a+b^{\backslash c}}{ab}-\frac{b+c^{\backslash a}}{bc}+\frac{a+c^{\backslash b}}{ac}=\frac{c(a+b)-a(b+c)+b(a+c)}{abc}=$

$=\frac{\cancel{ac}+bc-\cancel{ab}-\cancel{ac}+\cancel{ab}+bc}{abc}=\frac{2\cancel{bc}}{a\cancel{bc}}=\frac{2}{a}$.

97. 1) $\frac{1^{\backslash mn}}{p}-\frac{1^{\backslash pn}}{m}+\frac{1^{\backslash pm}}{n}=\frac{mn-pn-pm}{pmn}$; 2) $\frac{2^{\backslash x^2}}{x}+\frac{3^{\backslash x}}{x^2}-\frac{4^{\backslash 1}}{x^3}=\frac{2x^2+3x-4}{x^3}$;

3) $\frac{1^{\backslash c}}{ab}+\frac{1^{\backslash a}}{bc}+\frac{1^{\backslash b}}{ca}=\frac{c+a+b}{abc}$;

4) $\frac{x-y^{\backslash z}}{xy}+\frac{y-z^{\backslash x}}{yz}+\frac{x+z^{\backslash y}}{xz}=\frac{z(x-y)+x(y-z)+y(x+z)}{xyz}=$

$=\frac{\cancel{zx}-\cancel{zy}+xy-\cancel{xz}+xy+\cancel{yz}}{xyz}=\frac{2\cancel{xy}}{\cancel{xy}z}=\frac{2}{z}$.

98. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{3x+1^{\backslash 2y}}{7x}-\frac{y-1^{\backslash 7x}}{2y}-\frac{7x+y^{\backslash 1}}{14xy}=\frac{2y(3x+1)-7x(y-1)-(7x+y)}{14xy}=$

$=\frac{6xy+2y-7xy+\cancel{7x}-\cancel{7x}-y}{14xy}=\frac{-xy+y}{14xy}=\frac{\cancel{y}(1-x)}{14x\cancel{y}}=\frac{1-x}{14x}$; $\frac{1-x}{14x}=\frac{1-x}{14x}$.

Доведено.

99. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{3m+2^{\backslash 2n}}{5m}-\frac{n-1^{\backslash 5m}}{2n}-\frac{5m+3n}{10mn}=\frac{2n(3m+2)-5m(n-1)-(5m+3n)}{10mn}=$

$=\frac{6mn+4n-5mn+\cancel{5m}-\cancel{5m}-3n}{10mn}=\frac{mn+n}{10mn}=\frac{\cancel{n}(m+1)}{10m\cancel{n}}=\frac{m+1}{10m}$;

$\frac{m+1}{10m}=\frac{m+1}{10m}$. Доведено.

100. 1) $x+\frac{2}{y}=\frac{xy+2}{y}$; 2) $3m-\frac{1}{m}=\frac{3m^2-1}{m}$; 3) $\frac{4}{p}-p^2=\frac{4-p^3}{p}$;

4) $\frac{a^2+y}{a}-a=\frac{a^2+y-a^2}{a}=\frac{y}{a}$;

5) $2x-\frac{6x^2+1}{3x}=\frac{6x^2-6x^2-1}{3x}=\frac{-1}{3x}$;

6) $m+\frac{2-4mn}{4n}=\frac{4mn+2-4mn}{4n}=\frac{2}{4n}=\frac{1}{2n}$.

101. 1) $m-\frac{3}{n}=\frac{mn-3}{n}$; 2) $4p+\frac{1}{p}=\frac{4p^2+1}{p}$;

3) $\frac{x+y^2}{y}-y=\frac{x+y^2-y^2}{y}=\frac{x}{y}$; 4) $7p-\frac{14p^2+3}{2p}=\frac{14p^2-14p^2-3}{2p}=-\frac{3}{p}$.

102. 1) $1^{\backslash 6}-\frac{m^{\backslash 3}}{2}-\frac{n^{\backslash 2}}{3}=\frac{6-3m-2n}{6}$; 2) $4^{\backslash ab}+\frac{1^{\backslash b}}{a}-\frac{1^{\backslash a}}{b}=\frac{4ab+b-a}{ab}$;

3) $\frac{m-2^{\backslash 2}}{3}-1^{\backslash 12}+\frac{m+2^{\backslash 3}}{4}=\frac{4(m-2)-12+3(m+2)}{12}=\frac{4m-8-12+3m+6}{12}=$

$=\frac{7m-14}{12}$;

4) $\frac{1}{a+b}+a-b^{\backslash a+b}=\frac{1+(a-b)(a+b)}{a+b}=\frac{1+a^2-b^2}{a+b}$.

103. 1) $\frac{m^{\backslash 4}}{3}+\frac{n^{\backslash 3}}{4}-1^{\backslash 12}=\frac{4m+3n-12}{12}$; 2) $5^{\backslash cd}-\frac{1^{\backslash d}}{c}+\frac{1^{\backslash c}}{d}=\frac{5cd-d+c}{cd}$;

3) $\frac{a+3^{\backslash 2}}{5}-1^{\backslash 10}+\frac{a-2^{\backslash 5}}{2}=\frac{2(a+3)-10+5(a-2)}{10}=\frac{2a+6-10+5a-10}{10}=$

$=\frac{7a-14}{10}$;

4) $\frac{1}{x-y}+x+y=\frac{1+(x+y)(x-y)}{x-y}=\frac{1+x^2-y^2}{x-y}$.

104. 1.1) $\frac{1^{\backslash x+y}}{x-y}+\frac{1^{\backslash x-y}}{x+y}=\frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)}=\frac{2x}{x^2-y^2}$;

1.2) $\frac{1^{\backslash x+y}}{x-y}-\frac{1^{\backslash x-y}}{x+y}=\frac{x+y-x+y}{(x-y)(x+y)}=\frac{2y}{x^2-y^2}$.

2.1) $\frac{1^{\backslash a}}{a+b}+\frac{1^{\backslash a+b}}{a}=\frac{a+a+b}{(a+b)a}=\frac{2a+b}{a(a+b)}$;

2.2) $\frac{1^{\backslash a}}{a+b}-\frac{1^{\backslash a+b}}{a}=\frac{a-(a+b)}{a(a+b)}=\frac{a-a-b}{a(a+b)}=\frac{-b}{a(a+b)}$.

105. 1.1) $\frac{1^{\backslash 2a-b}}{2a+b}+\frac{1^{\backslash 2a+b}}{2a-b}=\frac{2a-b+2a+b}{(2a+b)(2a-b)}=\frac{4a}{4a^2-b^2}$;

1.2) $\frac{1^{\backslash 2a-b}}{2a+b}-\frac{1^{\backslash 2a+b}}{2a-b}=\frac{2a-b-(2a+b)}{(2a+b)(2a-b)}=\frac{2a-b-2a-b}{4a^2-b^2}=\frac{-2b}{4a^2-b^2}$.

2.1) $\frac{1^{\backslash m}}{m-n}+\frac{1^{\backslash m-n}}{m}=\frac{m+m-n}{m(m-n)}=\frac{2m-n}{m(m-n)}$;

2.2) $\frac{1^{\backslash m}}{m-n}-\frac{1^{\backslash m-n}}{m}=\frac{m-(m-n)}{m(m-n)}=\frac{m-m+n}{m(m-n)}=\frac{n}{m(m-n)}$.

106. 1) $\frac{2^{\backslash a-1}}{a}+\frac{3^{\backslash a}}{a-1}=\frac{2(a-1)+3a}{a(a-1)}=\frac{2a-2+3a}{a(a-1)}=\frac{5a-2}{a(a-1)}$;

2) $\frac{c}{c-a}-\frac{c}{a}=\frac{ca-c(c-a)}{(c-a)a}=\frac{ca-c^2+ca}{(c-a)a}=-\frac{c^2}{(c-a)a}$;

3) $\frac{3}{x+y}+\frac{2}{x-y}=\frac{3(x-y)+2(x+y)}{(x-y)(x+y)}=\frac{3x-3y+2x+2y}{x^2-y^2}=\frac{5x-y}{x^2-y^2}$;

4) $\frac{x}{x-1}+\frac{2}{x-2}=\frac{x(x-2)+2(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\frac{x^2-\cancel{2x}+\cancel{2x}-2}{(x-1)(x-2)}=\frac{x^2-2}{(x-1)(x-2)}$;

5) $\frac{a+1}{a}-\frac{a}{a-1}=\frac{(a+1)(a-1)-a^2}{a(a-1)}=\frac{\cancel{a^2}-1-\cancel{a^2}}{a(a-1)}=-\frac{1}{a(a-1)}$;

6) $\frac{a}{2a-1}-\frac{a}{2a+1}=\frac{a(2a+1)-a(2a-1)}{(2a-1)(2a+1)}=\frac{\cancel{2a^2}+a-\cancel{2a^2}+a}{4a^2-1}=\frac{2a}{4a^2-1}$.

107. 1) $\frac{4}{b}+\frac{7}{b+2}=\frac{4(b+2)+7b}{b(b+2)}=\frac{4b+8+7b}{b(b+2)}=\frac{11b+8}{b(b+2)}$;

2) $\frac{3}{m-n}-\frac{2}{m+n}=\frac{3(m+n)-2(m-n)}{(m-n)(m+n)}=\frac{3m+3n-2m+2n}{m^2-n^2}=\frac{m+5n}{m^2-n^2}$;

3) $\frac{p}{p-2}-\frac{3}{p+3}=\frac{p(p+3)-3(p-2)}{(p-2)(p+3)}=\frac{p^2+\cancel{3p}-\cancel{3p}+6}{(p-2)(p+3)}=\frac{p^2+6}{(p-2)(p+3)}$;

4) $\frac{x}{1-x}+\frac{1+x}{x}=\frac{x^2+(1+x)(1-x)}{(1-x)x}=\frac{\cancel{x^2}+1-\cancel{x^2}}{(1-x)x}=\frac{1}{(1-x)x}$.

108. 1) $\frac{a-2}{2(a+1)}+\frac{a^{\backslash 2}}{a+1}=\frac{a-2+2a}{2(a+1)}=\frac{3a-2}{2(a+1)}$;

2) $\frac{m^{\backslash 5}}{4(a+b)}-\frac{3m^{\backslash 4}}{5(a+b)}=\frac{5m-12m}{20(a+b)}=\frac{-7m}{20(a+b)}$;

3) $\frac{a-2}{2a+6}-\frac{a+1}{3a+9}=\frac{a-2^{\,3}}{2(a+3)}-\frac{a+1^{\,2}}{3(a+3)}=\frac{3(a-2)-2(a+1)}{6(a+3)}=$

$=\frac{3a-6-2a-2}{6(a+3)}=\frac{a-8}{6(a+3)}$;

4) $\frac{4}{ax-ay}+\frac{5}{bx-by}=\frac{4^{\backslash b}}{a(x-y)}+\frac{5^{\backslash a}}{b(x-y)}=\frac{4b+5a}{ab(x-y)}$;

5) $\frac{5^{\,x+6}}{x}-\frac{30}{x(x+6)}=\frac{5(x+6)-30}{x(x+6)}=\frac{5x+\cancel{30}-\cancel{30}}{x(x+6)}=\frac{5x}{x(x+6)}=\frac{5}{x+6}$;

6) $\frac{6}{x^2+3x}-\frac{2}{x}=\frac{6}{x(x+3)}-\frac{2^{\backslash x+3}}{x}=\frac{6-2(x+3)}{x(x+3)}=\frac{\cancel{6}-2x-\cancel{6}}{x(x+3)}=$

$=-\frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}(x+3)}=-\frac{2}{x+3}$.

109. 1) $\frac{m-1}{3(m+2)}+\frac{m^{\,3}}{m+2}=\frac{m-1+3m}{3(m+2)}=\frac{4m-1}{3(m+2)}$;

2) $\frac{7a^{\backslash 3}}{3(b+2a)}-\frac{4a}{9(b+2a)}=\frac{21a-4a}{9(b+2a)}=\frac{17a}{9(b+2a)}$;

3) $\frac{x-2}{3x-12}-\frac{x+1}{2x-8}=\frac{x-2^{\,2}}{3(x-4)}-\frac{x+1^{\,3}}{2(x-4)}=\frac{2(x-2)-3(x+1)}{6(x-4)}=$

$=\frac{2x-4-3x-3}{6(x-4)}=\frac{-7-x}{6(x-4)}$;

4) $\frac{3}{mx+my}+\frac{2}{nx+ny}=\frac{3^{\,n}}{m(x+y)}+\frac{2^{\,m}}{n(x+y)}=\frac{3n+2m}{mn(x+y)}$;

5) $\frac{4^{\,a-2}}{a}-\frac{8}{a(a+2)}=\frac{4(a+2)-8}{a(a+2)}=\frac{4a+\cancel{8}-\cancel{8}}{a(a+2)}=\frac{4a}{a(a+2)}=\frac{4}{a+2}$;

6) $\frac{8}{m^2+8m}-\frac{1}{m}=\frac{8}{m(m+8)}-\frac{1^{\backslash m+8}}{m}=\frac{8-m-8}{m(m+8)}=\frac{-m}{m(m+8)}=-\frac{1}{m+8}$.

110. 1) $\frac{4n+m}{n^2-m^2}+\frac{1}{n+m}=\frac{4n+m}{(n-m)(n+m)}+\frac{1}{n+m}=\frac{4n+m+n-m}{(n-m)(n+m)}=\frac{5n}{n^2-m^2}$;

2) $\frac{a-6}{a^2-4}+\frac{3}{a-2}=\frac{a-6}{(a-2)(a+2)}+\frac{3}{a-2}=\frac{a-6+3(a+2)}{(a-2)(a+2)}=$
$=\frac{a-6+3a+6}{(a-2)(a+2)}=\frac{4a}{a^2-4}$;

3) $\frac{x}{x-5}-\frac{x^2}{x^2-10x+25}=\frac{x^{\backslash x-5}}{x-5}-\frac{x^2}{(x-5)^2}=\frac{x(x-5)-x^2}{(x-5)^2}=$
$=\frac{x^2-5x-x^2}{(x-5)^2}=\frac{-5x}{(x-5)^2}$.

111. 1) $\frac{4a-b}{a^2-b^2}+\frac{1}{a-b}=\frac{4a-b}{(a-b)(a+b)}+\frac{1^{\backslash a+b}}{a-b}=\frac{4a-b+a+b}{(a-b)(a+b)}=$
$=\frac{4a-b+a+b}{(a-b)(a+b)}=\frac{5a}{a^2-b^2}$;

2) $\frac{2}{b+3}+\frac{b+6}{b^2-9}=\frac{2^{\ b-3}}{b+3}+\frac{b+6}{(b-3)(b+3)}=\frac{2(b-3)+b+6}{(b-3)(b+3)}=$
$=\frac{2b-6+b+6}{b^2-9}=\frac{3b}{b^2-9}$;

3) $\frac{m}{m+4}-\frac{m^2}{m^2+8m+16}=\frac{m^{\ m+4}}{m+4}-\frac{m^2}{(m+4)^2}=\frac{m(m+4)-m^2}{(m+4)^2}=$
$=\frac{m^2+4m-m^2}{(m+4)^2}=\frac{4m}{(m+4)^2}$.

112. 1) $\frac{a-2}{ab-a^2}-\frac{2-b}{ab-b^2}=\frac{a-2^{\ -b}}{a(b-a)}-\frac{2-b^{\ a}}{b(a-b)}=\frac{-b(a-2)-a(2-b)}{ab(a-b)}=$
$=\frac{-ab+2b-2a+ab}{ab(a-b)}=\frac{-2(a-b)}{ab(a-b)}=-\frac{2}{ab}$;

2) $\frac{t^2}{ta+a^2}-\frac{a}{t+a}=\frac{t^2}{a(t+a)}-\frac{a^{\ a}}{t+a}=\frac{t^2-a^2}{a(t+a)}=\frac{(t-a)(t+a)}{a(t+a)}=\frac{t-a}{a}$;

3) $\frac{4}{a^2-9}-\frac{2}{a^2+3a}=\frac{4^{\ a}}{(a-3)(a+3)}-\frac{2^{\ a-3}}{a(a+3)}=\frac{4a-2a+6}{a(a-3)(a+3)}=$
$=\frac{2a+6}{a(a-3)(a+3)}=\frac{2(a+3)}{a(a-3)(a+3)}=\frac{2}{a(a-3)}$;

4) $\frac{3n^2-8m^2}{n^2-2mn}-\frac{3mn-n^2}{mn-2m^2}=\frac{3n^2-8m^2}{n(n-2m)}-\frac{3mn-n^2}{m(n-2m)}=$
$=\frac{m(3n^2-8m^2)-n(3mn-n^2)}{mn(n-2m)}=\frac{3n^2m-8m^3-3mn^2+n^3}{mn(n-2m)}=$
$=\frac{n^3-8m^3}{mn(n-2m)}=\frac{(n-2m)(n^2+2mn+4m^2)}{mn(n-2m)}=\frac{n^2+2mn+4m^2}{mn}$.

113. 1) $\frac{a+4}{ab-a^2}+\frac{b+4}{ab-b^2}=\frac{a+4^{\ -b}}{a(b-a)}+\frac{b+4^{\ a}}{b(a-b)}=\frac{-b(a+4)+a(b+4)}{ab(a-b)}=$
$=\frac{-ab-4b+ab+4a}{ab(a-b)}=\frac{4a-4b}{ab(a-b)}=\frac{4(a-b)}{ab(a-b)}=\frac{4}{ab}$;

2) $\frac{m^2}{mx-x^2}+\frac{x}{x-m}=\frac{m^2}{x(m-x)}+\frac{x^{\backslash -x}}{x-m}=\frac{m^2-x^2}{x(m-x)}=\frac{(m-x)(m+x)}{x(m-x)}=\frac{m+x}{x}$;

3) $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2+2x}=\frac{2^{\backslash x}}{(x-2)(x+2)}-\frac{1^{\backslash x-2}}{x(x+2)}=\frac{2x-(x-2)}{x(x-2)(x+2)}=$

$=\frac{2x-x+2}{x(x-2)(x+2)}=\frac{x+2}{x(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x(x-2)}$;

4) $\frac{3ab-27a^2}{b^2-3ab}-\frac{3a^2-b^2}{ab-3a^2}=\frac{3ab-27a^{2\backslash a}}{b(b-3a)}-\frac{3a^2-b^{2\backslash b}}{a(b-3a)}=$

$=\frac{a(3ab-27a^2)-b(3a^2-b^2)}{ab(b-3a)}=\frac{3a^2b-27a^3-3a^2b+b^3}{ab(b-3a)}=\frac{b^3-27a^3}{ab(b-3a)}=$

$=\frac{(b-3a)(b^2+3ab+9a^2)}{ab(b-3a)}=\frac{b^2+3ab+9a^2}{ab}$.

114. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{(a-1)(a-2)}{12}-\frac{(a-1)(a-5)}{3}+\frac{(a-5)(a-2)}{4}=$

$=\frac{(a-1)(a-2)-4(a-1)(a-5)+3(a-5)(a-2)}{12}=$

$=\frac{a^2-2a-a+2-4a^2+20a+4a-20+3a^2-6a-15a+30}{12}=\frac{12}{12}=1$;

1 = 1. Доведено.

115. 1) $m-n-\frac{m^2+n^2}{m+n}=\frac{(m-n)(m+n)-m^2-n^2}{m+n}=\frac{m^2-n^2-m^2-n^2}{m+n}=\frac{-2n^2}{m+n}$;

2) $p-\frac{4}{p-2}-2=\frac{(p-2)(p-2)-4}{p-2}=\frac{(p-2)^2-4}{p-2}=\frac{p^2-4p+4-4}{p-2}=\frac{p(p-4)}{p-2}$;

3) $a^2-\frac{a^4}{a^2-1}+1=\frac{(a^2+1)(a^2-1)-a^4}{a^2-1}=\frac{a^4-1-a^4}{a^2-1}=-\frac{1}{a^2-1}$;

4) $\frac{8p^2}{2p-3}-4p+1=\frac{8p^2-(4p-1)(2p-3)}{2p-3}=\frac{8p^2-8p^2+12p+2p-3}{2p-3}=$

$=\frac{14p-3}{2p-3}$.

116. 1) $m-\frac{9}{m+3}+3=\frac{(m+3)(m+3)-9}{m+3}=\frac{(m+3)^2-9}{m+3}=$

$=\frac{(m+3-3)(m+3+3)}{m+3}=\frac{m(m+6)}{m+3}$;

2) $\frac{6m^2}{3m+1}-2m+4=\frac{6m^2-(2m-4)(3m+1)}{3m+1}=\frac{6m^2-6m^2-2m+12m+4}{3m+1}=$

$=\frac{10m+4}{3m+1}=\frac{2(5m+2)}{3m+1}$.

117. Спростимо вираз:

$\frac{4m-5}{7m-21}-\frac{m-1}{2m-6}=\frac{4m-5^{\backslash 2}}{7(m-3)}-\frac{m-1^{\backslash 7}}{2(m-3)}=\frac{2(4m-5)-7(m-1)}{14(m-3)}=$

$=\frac{8m-10-7m+7}{14(m-3)}=\frac{m-3}{14(m-3)}=\frac{1}{14}$. Спрощений вираз не містить змінної і не залежить від m. Доведено. *Відповідь:* $\frac{1}{14}$.

118. 1) $\frac{x-1}{x^2-x+1}+\frac{2-x}{x^3+1}=\frac{x-1^{\,x+1}}{x^2-x+1}+\frac{2-x}{(x+1)(x^2-x+1)}=\frac{(x-1)(x+1)+2-x}{(x+1)(x^2-x+1)}=$

$=\frac{x^2-1+2-x}{x^3+1}=\frac{\cancel{x^2-x+1}}{(x+1)\cancel{(x^2-x+1)}}=\frac{1}{x+1}$;

2) $\frac{2m}{m-5}-\frac{5}{m+5}+\frac{2m^2}{25-m^2}=\frac{2m^{\,m+5}}{m-5}-\frac{5^{\,m-5}}{m+5}-\frac{2m^2}{(m-5)(m+5)}=$

$=\frac{2m(m+5)-5(m-5)-2m^2}{(m-5)(m+5)}=\frac{\cancel{2m^2}+10m-5m+25-\cancel{2m^2}}{(m-5)(m+5)}=$

$=\frac{5m+25}{(m-5)(m+5)}=\frac{5\cancel{(m+5)}}{(m-5)\cancel{(m+5)}}=\frac{5}{m-5}$;

3) $\frac{6}{m^2-6m}+\frac{m-12}{6m-36}=\frac{6^{\,6}}{m(m-6)}+\frac{m-12^{\,m}}{6(m-6)}=\frac{36+m^2-12m}{6m(m-6)}=$

$=\frac{(m-6)^{\cancel{2}}}{6m\cancel{(m-6)}}=\frac{m-6}{6m}$;

4) $\frac{3}{2a+6}+\frac{a^2-a-3}{a^2-9}-1=\frac{3^{\,a-3}}{2(a+3)}+\frac{a^2-a-3^{\,2}}{(a-3)(a+3)}-1^{\,2(a-3)(a+3)}=$

$=\frac{3(a-3)+2(a^2-a-3)-2(a-3)(a+3)}{2(a-3)(a+3)}=\frac{3a-9+2a^2-2a-6-2a^2+18}{2(a-3)(a+3)}=$

$=\frac{\cancel{a+3}}{2(a-3)\cancel{(a+3)}}=\frac{1}{2(a-3)}$.

119. 1) $\frac{a+1}{a^2+a+1}+\frac{a+2}{a^3-1}=\frac{a+1^{\,a-1}}{a^2+a+1}+\frac{a+2}{(a-1)(a^2+a+1)}=\frac{(a+1)(a-1)+a+2}{(a-1)(a^2+a+1)}=$

$=\frac{a^2-1+a+2}{(a-1)(a^2+a+1)}=\frac{\cancel{a^2+a+1}}{(a-1)\cancel{(a^2+a+1)}}=\frac{1}{a-1}$;

2) $\frac{2a}{a-3}+\frac{a}{a+3}+\frac{2a^2}{9-a^2}=\frac{2a}{a-3}+\frac{a}{a+3}-\frac{2a^2}{(a-3)(a+3)}=$

$=\frac{2a(a+3)+a(a-3)-2a^2}{(a-3)(a+3)}=\frac{2a^2+6a+a^2-3a-2a^2}{(a-3)(a+3)}=\frac{a^2+3a}{(a-3)(a+3)}=$

$=\frac{a\cancel{(a+3)}}{(a-3)\cancel{(a+3)}}=\frac{a}{a-3}$;

3) $\frac{4}{m^2+4m}+\frac{m+8}{4m+16}=\frac{4^{\,4}}{m(m+4)}+\frac{m+8^{\,m}}{4(m+4)}=\frac{16+m(m+8)}{4m(m+4)}=$

$=\frac{m^2+8m+16}{4m(m+4)}=\frac{(m+4)^2}{4m\cancel{(m+4)}}=\frac{m+4}{4m}$;

4) $\frac{2}{3b+6}+\frac{b^2-b-2}{b^2-4}-1=\frac{2^{\,b-2}}{3(b+2)}+\frac{b^2-b-2^{\,3}}{(b-2)(b+2)}-1^{\,3(b-2)(b+2)}=$

$=\frac{2(b-2)+3(b^2-b-2)-3(b-2)(b+2)}{3(b-2)(b+2)}=\frac{2b-4+\cancel{3b^2}-3b-6-\cancel{3b^2}+12}{3(b-2)(b+2)}=$

$=\frac{-b+2}{3(b-2)(b+2)}=\frac{-\cancel{(b-2)}}{3\cancel{(b-2)}(b+2)}=-\frac{1}{3(b+2)}$.

120. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{0,9^{\,a+2}}{0,25(a+2)}-\frac{0,3a+0,6^{\,0,5}}{0,5(a^2+4a+4)}=\frac{0,9a+1,8-0,15a-0,3}{0,25(a+2)^2}=$

$= \frac{0,75a+1,5}{0,25(a+2)^2} = \frac{0,75(a+2)}{0,25(a+2)^2} = \frac{3}{a+2}$; $\frac{3}{a+2} = \frac{3}{a+2}$. Доведено.

121. Спростимо ліву частину тотожності:

$$\frac{0,35^{\backslash a-3}}{0,5(a-3)} - \frac{0,2a-0,6^{\backslash 0,5}}{(a-3)^2} = \frac{0,35(a-3)-0,5(0,2a-0,6)}{0,5(a-3)^2} =$$

$$= \frac{0,35a-1,05-0,1a+0,3}{0,5(a-3)^2} = \frac{0,5a-0,75}{0,5(a-3)^2} = \frac{0,25(a-3)}{0,5(a-3)^2} = \frac{0,5}{a-3} = \frac{1}{2(a-3)};$$

$\frac{1}{2(a-3)} = \frac{1}{2(a-3)}$. Доведено.

122. 1) $$\frac{a^2-2ab+4b^2}{a^2-4b^2} + \frac{a^2+2ab+4b^2}{(a+2b)^2} = \frac{a^2-2ab+4b^2}{(a-2b)(a+2b)} + \frac{a^2+2ab+4b^2}{(a+2b)^2} =$$

$$= \frac{(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)+(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)}{(a+2b)^2(a-2b)} = \frac{a^3+8b^3+a^3-8b^3}{(a+2b)^2(a-2b)} =$$

$$= \frac{2a^3}{(a+2b)^2(a-2b)};$$

2) $$\frac{2}{(a-3)^2} - \frac{4}{a^2-9} + \frac{2}{(a+3)^2} = \frac{2^{\backslash(a+3)^2}}{(a-3)^2} - \frac{4^{\backslash(a-3)(a+3)}}{(a-3)(a+3)} + \frac{2^{\backslash(a-3)^2}}{(a+3)^2} =$$

$$= \frac{2(a+3)^2-4(a-3)(a+3)+2(a-3)^2}{(a-3)^2(a+3)^2} =$$

$$= \frac{2((a+3)^2-2(a-3)(a+3)+(a-3)^2)}{(a-3)^2(a+3)^2} = \frac{2(a+3-a+3)^2}{(a^2-9)^2} = \frac{72}{(a^2-9)^2}.$$

123. 1) $$\frac{x^2-xy+y^2}{x^2-y^2} + \frac{x^2+xy+y^2}{(x+y)^2} = \frac{x^2-xy+y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{x^2+xy+y^2}{(x+y)^2} =$$

$$= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)+(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)^2(x-y)} = \frac{x^3+y^3+x^3-y^3}{(x+y)^2(x-y)} =$$

$$= \frac{2x^3}{(x+y)^2(x-y)};$$

2) $$\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{2}{x^2-4} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{1^{\backslash(x+2)^2}}{(x-2)^2} - \frac{2^{\backslash(x-2)(x+2)}}{(x-2)(x+2)} + \frac{1^{\backslash(x-2)^2}}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{(x+2)^2-2(x-2)(x+2)+(x-2)^2}{(x-2)^2(x+2)^2} = \frac{(x+2-x+2)^2}{(x^2-4)^2} = \frac{16}{(x^2-4)^2}.$$

124. Розглянемо тотожність:

$$2+\frac{a}{x-4} = \frac{2x}{x-4};\quad \frac{2(x-4)+a}{x-4} = \frac{2x}{x-4};\quad \begin{cases}2x-8+a=2x,\\ x-4\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}a=8,\\ x\neq 4.\end{cases}$$

Відповідь: $a = 8$, $x \neq 4$.

125. $$\frac{a^3+3a}{a+2} - \frac{3a^2-14a+16}{a^2-4} + 2a = \frac{a^3+3a^{\backslash a-2}}{a+2} - \frac{3a^2-14a+16}{(a-2)(a+2)} + 2a =$$

$$= \frac{(3a^3+3a)(a-2)-3a^2+14a-16+2a(a-2)(a+2)}{(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{a^4-2a^3+3a^2-6a-3a^2+14a-16+2a^3-8a}{(a-2)(a+2)} = \frac{a^4-16}{a^2-4} =$$

$$= \frac{(a^2-4)(a^2+4)}{a^2-4} = a^2+4.$$

Враховуємо, що $a^2 \geq 0$, то $a^2+4>0$ для будь-якого a. Доведено.

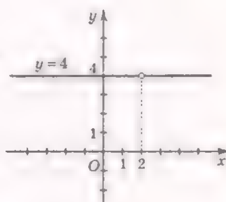
126. Спростимо ліву частину тотожності: $a + a^2 + \frac{2a^2 + 3a + 1}{(a-1)(a+1)} - \frac{a^3 + 2a}{a-1} =$

$= \frac{(a + a^2)(a^2 - 1) + 2a^2 + 3a + 1 - (a^3 + 2a)(a + 1)}{(a-1)(a+1)} =$

$= \frac{a^3 - a + a^4 - a^2 + 2a^2 + 3a + 1 - a^4 - a^3 - 2a^2 - 2a}{(a-1)(a+1)} =$

$= \frac{-a^2 + 1}{a^2 - 1} = -\frac{(a^2 - 1)}{a^2 - 1} = -1;$ $-1 = -1$. Доведено.

127. Спростимо праву частину:



$15\left(\frac{3x + 4}{5(x-2)} - \frac{x + 4}{3(x-2)}\right) = \frac{15((3x + 4)\cdot 3 - 5(x + 4))}{15(x-2)} =$

$= \frac{9x + 12 - 5x - 20}{x - 2} = \frac{4x - 8}{x - 2} = \frac{4(x-2)}{x-2} = 4.$

Тобто маємо $y = 4$ — пряма, паралельна осі Ox.

$x \neq 2$.

Відповідь: (2; 4).

128. $\frac{3a + 0,5b}{9a^2 - 1,5ab} - \frac{12a}{9a^2 - 0,25b} - \frac{3a - 0,5b}{9a^2 + 1,5ab} = \frac{3a + 0,5b}{3a(a - 0,5b)} -$

$- \frac{12a}{(a - 0,5b)(a + 0,5b)} - \frac{3a - 0,5b}{3a(a + 0,5b)} = \frac{3a + 0,5b}{3 \cdot a \cdot 0,5(6a - b)} - \frac{12a}{0,25 \cdot (6a - b)(6a + b)} -$

$- \frac{3a - 0,5b}{3a \cdot 0,5(6a + b)} = \frac{0,5(6a + b)}{3a \cdot 0,5(6a - b)} - \frac{48a}{(6a - b)(6a + b)} - \frac{0,5(6a - b)}{3a \cdot 0,5(6a + b)} =$

$= \frac{(6a + b)^2 - 48a \cdot 3a - (6a - b)^2}{3a(6a - b)(6a + b)} = \frac{(6a + b - 6a + b)(6a + b + 6a - b) - 144a^2}{3a(6a - b)(6a + b)} =$

$= \frac{2b \cdot 12a - 144a^2}{3a(6a - b)(6a + b)} = \frac{24ab - 144a}{3a(6a - b)(6a + b)} = \frac{{}^4 12a(2b - 12a)}{3a(6a - b)(6a + b)} =$

$= \frac{-8(6a - b)}{(6a - b)(6a + b)} = \frac{-8}{6a + b}.$

Якщо $a = -3$, $b = 19$, то $\frac{-8}{6 \cdot (-3) + 19} = \frac{-8}{-18 + 19} = -8$. *Відповідь:* -8.

129. $\frac{x + 0,2y}{4x^2 - 0,8xy} - \frac{12,5x}{12,5x^2 - 0,5y^2} - \frac{x - 0,2y}{4x^2 + 0,8xy} = \frac{x + 0,2y}{0,8x(5x - y)} - \frac{12,5x}{0,5(25x^2 - y^2)} -$

$- \frac{x - 0,2y}{0,8x(5x + y)} = \frac{0,2(5x + y)}{0,8x(5x - y)} - \frac{25x}{(5x - y)(5x + y)} - \frac{0,2(5x - y)}{0,8x(5x + y)} =$

$= \frac{5x + y}{4x(5x - y)} - \frac{25x}{(5x - y)(5x + y)} - \frac{5x - y}{4x(5x + y)} = \frac{(5x + y)^2 - 100x^2 - (5x - y)^2}{4x(5x - y)(5x + y)} =$

$= \frac{25x^2 + 10xy + y^2 - 100x^2 - 25x^2 + 10xy - y^2}{4x(5x - y)(5x + y)} = \frac{20xy - 100x^2}{4x(5x - y)(5x + y)} =$

$= \frac{{}^5 20x(y - 5x)}{4x(5x - y)(5x + y)} = \frac{-5(5x - y)}{(5x - y)(5x + y)} = \frac{-5}{5x + y}.$

Якщо $x = -10$, $y = 49$, то $\frac{-5}{5 \cdot (-10) + 49} = \frac{-5}{-50 + 49} = \frac{-5}{-1} = 5$. *Відповідь:* 5.

130. $\frac{1}{2-x}-\frac{1}{2+x}-\frac{x}{4-x^2}+\frac{x^2+4}{2x^3-8x}=0$; $\frac{2+x-2+x}{(2-x)(2+x)}-\frac{x}{4-x^2}+\frac{x^2+4}{2x(x^2-4)}=0$;

$\frac{2x}{(2-x)(2+x)}-\frac{x}{4-x^2}-\frac{x^2+4}{2x(4-x^2)}=0$; $\frac{2x-x}{4-x^2}-\frac{x^2+4}{2x(4-x^2)}=0$;

$\frac{x}{4-x^2}-\frac{x^2+4}{2x(4-x^2)}=0$; $\frac{2x^2-x^2-4}{2x(4-x^2)}=0$; $\frac{x^2-4}{2x(4-x^2)}=0$; $-\frac{4-x^2}{2x(4-x^2)}=0$;

$-\frac{1}{2x}=0$; $\frac{1}{2x}=0$; $x\neq 0$.

Враховуючи, $\frac{1}{2x}=0$, $x\neq 0$, таких значень x не існує. *Відповідь*: не існує.

131. Враховуючи, що 60 кг — 100 %, а x кг солі — 5 %, то маємо $x=\frac{60\cdot 5}{100}=3$ кг.

Відповідь: 3 кг солі.

132. Нехай v_1 — швидкість I велосипедиста, а v_2 — швидкість II велосипедиста, то $s=v_1t+v_2t$; $s=t(v_1+v_2)$, то $t=\frac{s}{v_1+v_2}$, то маємо $t=\frac{150}{12+13}=\frac{150}{25}=6$ год. *Відповідь*: 6 годин.

133. Якщо $\frac{x}{y}=3$, то маємо:

1) $\frac{x+y}{y}=\frac{x}{y}+1=3+1=4$; 2) $\frac{x-y}{y}=\frac{x}{y}-1=3-1=2$;

3) $\frac{x+7y}{y}=\frac{x}{y}+7=3+7=10$; 4) $\frac{x^2+2xy}{y}=\frac{x}{y}+2=3+2=5$.

134. 1) $\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{16}=\frac{{}^{1}\cancel{4}\cdot\cancel{15}^{3}}{{}_{1}\cancel{5}\cdot\cancel{16}_{4}}=\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{7}\cdot 1\frac{5}{9}=\frac{{}^{1}\cancel{3}\cdot\cancel{14}^{2}}{{}_{1}\cancel{7}\cdot\cancel{9}_{3}}=\frac{2}{3}$;

3) $2\frac{2}{3}\cdot 3\frac{3}{4}=\frac{{}^{2}\cancel{8}\cdot\cancel{15}^{5}}{{}_{1}\cancel{3}\cdot\cancel{4}_{1}}=10$; 4) $7\frac{1}{7}\cdot 2\frac{1}{5}\cdot 3\frac{1}{2}=\frac{{}^{10}\cancel{50}\cdot 11\cdot\cancel{7}^{1}}{{}_{1}\cancel{7}\cdot\cancel{5}_{1}\cdot 2}=\frac{{}^{5}\cancel{10}\cdot 11}{\cancel{2}}=55$.

135. 1) $\left(\frac{1}{7}\right)^2=\frac{1}{49}$; 2) $\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$; 3) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3=\frac{-1}{125}$; 4) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{27}{8}$.

Домашня самостійна робота № 1

1. *Відповідь*: В.
2. $\frac{\cancel{5}a\cancel{x}}{\cancel{5}\cancel{x}y}=\frac{a}{y}$. *Відповідь*: Б.
3. $\frac{m}{3}-\frac{5}{b}=\frac{mb-15}{3b}$. *Відповідь*: Г.
4. $\frac{a-3}{a+2}$; $a+2\neq 0$; $a\neq -2$, будь-яке число, крім $a\neq -2$. *Відповідь*: В
5. $\frac{2p+4}{p^2-4}=\frac{2\cancel{(p+2)}}{(p-2)\cancel{(p+2)}}=\frac{2}{p-2}$. *Відповідь*: А.
6. $\frac{4m}{m-a}+\frac{4a}{a-m}=\frac{4m-4a}{m-a}=\frac{4(m-a)}{m-a}=4$. *Відповідь*: Б.
7. $\frac{(3+x)(1-x)}{5x-5}=0$; $\begin{cases}3+x=0,\\1-x=0,\\5(x-1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\x=1,\\x\neq 1.\end{cases}$ *Відповідь*: Б.

8. $\frac{2m}{m-3}+\frac{m}{m+3}+\frac{2m^2}{9-m^2}=\frac{2m(m+3)+m(m-3)-2m^2}{(m-3)(m+3)}=$

$=\frac{2m^2+6m+m^2-3m-2m^2}{(m-3)(m+3)}=\frac{m^2+3m}{(m-3)(m+3)}=\frac{m(m+3)}{(m-3)(m+3)}=\frac{m}{m-3}.$

Відповідь: А.

9. $\frac{m^3-m^4+3}{m^3}=\frac{m^3}{m^3}-\frac{m^4}{m^3}+\frac{3}{m^3}=1-m+\frac{3}{m^3}$. *Відповідь*: В.

10. $\frac{x^2-9}{|x+1|-4}$; $|x+1|-4\neq 0$; $|x+1|\neq 4$; $\begin{cases}x+1\neq 4,\\ x+1\neq -4;\end{cases}$ $\begin{cases}x\neq 3,\\ x\neq -5.\end{cases}$

Будь-яке число, крім $x\neq 3$, $x\neq -5$.

Відповідь: Г.

11. $\frac{x^2-9}{|x+1|-4}=0$; $\begin{cases}(x-3)(x+3)=0,\\ x\neq 3,\\ x\neq -5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=3,\\ x_2=-3,\\ x\neq 3,\\ x\neq -5;\end{cases}$ $x=3$. *Відповідь*: В.

12. $\frac{2(x-4y)}{(x-2)(y-1)}-\frac{x^2-8y}{(2-x)(1-y)}=\frac{2x-8y-x^2+8y}{(x-2)(y-1)}=\frac{2x-x^2}{(x-2)(y-1)}=$

$=\frac{-x(x-2)}{(x-2)(y-1)}=-\frac{x}{y-1}.$

Якщо $x=13$ і $y=0{,}99$, то маємо $\frac{-13}{0,99-1}=\frac{-13}{-0,01}=1300$. *Відповідь*: А.

§ 5. Множення дробів. Піднесення дробу до степеня

137. 1) $\frac{4x}{a}\cdot\frac{b}{3m}=\frac{4x\cdot b}{a\cdot 3m}=\frac{4xb}{3am}$; 2) $\frac{2}{a}\cdot\frac{a}{5}=\frac{2\cdot a}{a\cdot 5}=\frac{2}{5}$; 3) $\frac{5m}{4n}\cdot\frac{3}{p}=\frac{5m\cdot 3}{4n\cdot p}=\frac{15m}{4np}$;

4) $\frac{3x}{8}\cdot\frac{1}{x}=\frac{3x\cdot 1}{8\cdot x}=\frac{3}{8}$.

138. 1) $\frac{5x}{a}\cdot\frac{x}{2b}=\frac{5x\cdot x}{a\cdot 2b}=\frac{5x^2}{2ab}$; 2) $\frac{b}{9}\cdot\frac{7}{b}=\frac{b\cdot 7}{9\cdot b}=\frac{7}{9}$; 3) $\frac{4}{7a}\cdot\frac{5b}{3}=\frac{4\cdot 5b}{7a\cdot 3}=\frac{20b}{21a}$;

4) $\frac{1}{m}\cdot\frac{m}{8}=\frac{1\cdot m}{m\cdot 8}=\frac{1}{8}$.

139. 1) $\frac{a^2}{5}\cdot\frac{7}{a}=\frac{a^2\cdot 7}{5\cdot a}=\frac{7a}{5}$; 2) $\frac{b^4}{3}\cdot\frac{5}{b^2}=\frac{b^{4^2}\cdot 5}{3\cdot b^2}=\frac{5b^2}{3}$; 3) $\frac{1}{a^2}\cdot\frac{a}{3}=\frac{1\cdot a}{a^2\cdot 3}=\frac{1}{3a}$;

4) $\frac{9}{x^2}\cdot\frac{x}{3}=\frac{{}^3 9\cdot x^1}{x^2\cdot 3}=\frac{3}{x}$.

140. 1) $\frac{7}{b}\cdot\frac{b^2}{3}=\frac{7\cdot b^2}{b\cdot 3}=\frac{7b}{3}$; 2) $\frac{5}{a^3}\cdot\frac{a^5}{2}=\frac{5\cdot a^{5^2}}{2\cdot a^3}=\frac{5a^2}{2}$; 3) $\frac{m}{8}\cdot\frac{1}{m^2}=\frac{m\cdot 1}{8\cdot m^2}=\frac{1}{8m}$;

4) $\frac{a^2}{12}\cdot\frac{4}{a}=\frac{a^2\cdot 4^1}{{}_3 12\cdot a}=\frac{a}{3}$.

141. 1) $\frac{5a}{7}\cdot\frac{21}{20a^3}=\frac{5a\cdot 21^3}{7\cdot 20_4 a^{3^2}}=\frac{3}{4a^2}$; 2) $\frac{3,5}{14a^2}\cdot\frac{4a^3}{5b}=\frac{{}^{0,7}3,5\cdot 4^2 a^3}{{}_7 14 a^2\cdot 5b}=\frac{1,4a}{b}=\frac{7a}{5b}$;

3) $\frac{c^2}{30}\cdot\frac{20}{cm}=\frac{c^2\cdot 20^2}{{}_3 30\cdot cm}=\frac{2c}{3m}$; 4) $-\frac{3m}{5a^2}\cdot\frac{a}{9m^2}=-\frac{3m\cdot a}{5a^2\cdot 9_3 m^2}=-\frac{1}{15am}$;

5) $\frac{4x^2}{7p}\cdot\left(-\frac{21p}{8x^3}\right)=-\frac{\cancel{4x^2}\cdot\cancel{21}^3\cancel{p}}{\cancel{7}\cancel{p}\cdot\cancel{8}_2x^3}=-\frac{3}{2x}$;

6) $-\frac{5x^2}{7y^3}\cdot\left(-\frac{21y^2}{25x}\right)=-\frac{\cancel{5}x^2\cdot\cancel{21}^3\cancel{y^2}}{\cancel{7}y^3\cdot\cancel{25}_5\cancel{x}}=\frac{3x}{5y}$.

142. 1) $\frac{15m^2}{22}\cdot\frac{11}{10m}=\frac{^3\cancel{15}m^2\cdot\cancel{11}}{_2\cancel{22}\cdot\cancel{10}_2\cancel{m}}=\frac{3m}{4}$;

2) $\frac{6p}{7}\cdot\frac{2,5c^2}{15p^3}=\frac{^2\cancel{6}\cancel{p}\cdot 2,5c^2}{7\cdot\cancel{15}_5p^{\cancel{3}^2}}=\frac{5c^2}{35p^2}=\frac{c^2}{7p^2}$;

3) $\frac{15}{xp}\cdot\frac{x^2}{45}=\frac{^1\cancel{15}\cdot x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}p\cdot\cancel{45}_3}=\frac{x}{3p}$; 4) $\frac{4a}{p^3}\cdot\left(-\frac{p}{8a^2}\right)=-\frac{\cancel{4a}\cdot\cancel{p}}{p^{\cancel{3}^2}\cdot\cancel{8}a^{\cancel{2}}}=-\frac{1}{2p^2a}$;

5) $-\frac{5c^2}{7y}\cdot\frac{49y}{10c^3}=-\frac{\cancel{5c^2}\cdot\cancel{49}^7\cancel{y}}{\cancel{7}\cancel{y}\cdot\cancel{10}_2c^3}=-\frac{7}{2c}$;

6) $-\frac{6a^2}{65b^3}\cdot\left(-\frac{13b}{30a}\right)=\frac{\cancel{6}a^2\cdot\cancel{13}b}{_5\cancel{65}\cdot\cancel{30}_5a}=\frac{a}{25b^2}$.

143. 1) $9p\cdot\frac{b}{6p^2}=\frac{^3\cancel{9}\cancel{p}\cdot b}{1\cdot\cancel{6}_2p^{\cancel{2}}}=\frac{3b}{2p}$; 2) $\frac{4m^3}{x^2}\cdot x^3=\frac{4m^3\cdot x^{\cancel{3}}}{\cancel{x^2}\cdot 1}=4m^3x$;

3) $9ab^2\cdot\left(-\frac{5b}{3a^3}\right)=-\frac{^3\cancel{9}ab^2\cdot 5b}{1\cdot\cancel{3}a^{\cancel{3}^2}}=-\frac{15b^3}{a^2}$; 4) $-7ab^3\cdot\frac{b^5}{14a}=-\frac{\cancel{7}\,\cancel{a}b^3\cdot b^5}{1\cdot\cancel{14}_2\cancel{a}}=-\frac{b^8}{2}$;

5) $-4mn^2\cdot\frac{1}{8mn}=-\frac{\cancel{4}\cancel{mn^2}\cdot 1}{1\cdot\cancel{8}_2\cancel{mn}}=-\frac{n}{2}$;

6) $-11a^2b\cdot\left(-\frac{5}{22a^3b^2}\right)=\frac{\cancel{11}\,\cancel{a^2}\,\cancel{b}\cdot 5}{1\cdot\cancel{22}_2a^3b^2}=\frac{5}{2ab}$.

144. 1) $\frac{a}{16m^2}\cdot 12m=\frac{a\cdot\cancel{12}^3\cancel{m}}{_4\cancel{16}m^2\cdot 1}=\frac{3a}{4m}$; 2) $a^3\cdot\frac{7x^3}{a^2}=\frac{a^{\cancel{3}}\cdot 7x^3}{1\cdot\cancel{a^2}}=7x^3a$;

3) $-\frac{7y}{4x^2}\cdot 12xy^3=-\frac{7y\cdot\cancel{12}^3\cancel{x}y^3}{\cancel{4}x^{\cancel{2}}\cdot 1}=-\frac{21y^4}{x}$;

4) $5cm^4\cdot\left(-\frac{m}{15c}\right)=-\frac{\cancel{5}\cancel{c}m^4\cdot m}{1\cdot\cancel{15}_3\cancel{c}}=-\frac{m^5}{3}$;

5) $-5ab^2\cdot\left(-\frac{1}{10ab}\right)=\frac{\cancel{5}\,\cancel{ab^2}\cdot 1}{1\cdot\cancel{10}_2\cancel{ab}}=\frac{b}{2}$; 6) $13c^2d\cdot\frac{7}{16c^3d^2}=\frac{\cancel{13}\,\cancel{c^2}\,d\cdot 7}{1\cdot\cancel{26}_2c^3d^2}=\frac{7}{2cd}$.

145. 1) $\frac{7c^3}{10m^2}\cdot\frac{25m^3}{14c^8}=\frac{\cancel{7}c^3\cdot\cancel{25}^5m^3}{_2\cancel{10}m^2\cdot\cancel{14}_2c^8}=\frac{5\cancel{c^3}m^3}{4\cancel{m^2}c^{\cancel{8}^5}}=\frac{5m}{4c^5}$;

2) $-\frac{8a^3}{27c^4}\cdot\frac{45c^5}{16a^3}=-\frac{\cancel{8}\,\cancel{a^3}\cdot\cancel{45}^5c^5}{_3\cancel{27}c^4\cdot\cancel{16}_2\cancel{a^3}}=-\frac{5c^5}{6\cancel{c^4}}=-\frac{5c}{6}$;

3) $\frac{4c^3}{15a^8}\cdot\left(-\frac{5a^3}{8c^4}\right)=-\frac{\cancel{4}\,\cancel{c^3}\cdot\cancel{5}\,\cancel{a^3}}{_3\cancel{15}a^{\cancel{8}^5}\cdot\cancel{8}_2c^4}=-\frac{1}{6a^5c}$;

4) $-\frac{1}{25p^2q^7}\cdot\left(-\frac{10p^3q^7}{11}\right)=\frac{1\cdot\cancel{10}^2p^3\cancel{q^7}}{_5\cancel{25}\,\cancel{p^2}\,\cancel{q^7}\cdot 11}=\frac{2p}{55}$.

146. 1) $\frac{9m^2}{25a^2}\cdot\frac{35a^3}{18m^5}=\frac{9m^2\cdot 35a^3}{25a^2\cdot 18m^5}=\frac{7a}{10m^3}$;

2) $\frac{7p^3}{18a^3}\cdot\left(-\frac{27a^4}{14p^3}\right)=-\frac{7p^3\cdot 27a^4}{18a^3\cdot 14p^3}=-\frac{3p^3a^4}{4a^3p^3}=-\frac{3a}{4}$;

3) $-\frac{5m^3}{21n^7}\cdot\frac{7n^2}{10m^4}=-\frac{5m^3\cdot 7n^2}{21n^7\cdot 10m^4}=-\frac{1}{6n^5m}$;

4) $-\frac{1}{18c^3d^4}\cdot\left(-\frac{12c^4d^4}{7}\right)=\frac{1\cdot 12c^4d^4}{18c^3d^4\cdot 7}=\frac{2c}{21}$.

147. 1) $\frac{a^2+2a}{5}\cdot\frac{a}{4a+8}=\frac{a(a+2)\cdot a}{5\cdot 4(a+2)}=\frac{a^2}{20}$;

2) $\frac{7m}{a}\cdot\frac{a^2-ab}{21}=\frac{7m\cdot a(a-b)}{a\cdot 21}=\frac{m(a-b)}{3}$;

3) $\frac{2a-b}{10a}\cdot\frac{15a^2}{b-2a}=\frac{(2a-b)\cdot 15a^2}{-10a(2a-b)}=\frac{3a}{-2}=-\frac{3a}{2}$;

4) $\frac{10ab}{x+y}\cdot\frac{x^2-y^2}{5ab}=\frac{10ab\cdot(x-y)(x+y)}{(x+y)\cdot 5ab}=2(x-y)$;

5) $-\frac{ab-ac}{10p}\cdot\frac{25p}{xc-xb}=\frac{a(c-b)\cdot 25p}{10p\cdot x(c-b)}=\frac{5a}{2x}$;

6) $\frac{a^2+ab}{x^2}\cdot\frac{xy}{a^2+2ab+b^2}=\frac{a(a+b)\cdot xy}{x^2(a+b)^2}=\frac{ay}{x(a+b)}$.

148. 1) $\frac{m^2-3m}{7}\cdot\frac{x}{2m-6}=\frac{m(m-3)\cdot x}{7\cdot 2(m-3)}=\frac{mx}{14}$;

2) $\frac{5a}{x^2+xy}\cdot\frac{x}{15}=\frac{5a\cdot x}{x(x+y)\cdot 15}=\frac{a}{3(x+y)}$;

3) $\frac{a-b}{16m^2}\cdot\frac{24m}{b-a}=\frac{(a-b)\cdot 24m}{-16m^2\cdot(a-b)}=-\frac{3}{2m}$;

4) $\frac{x^2-y^2}{5pc}\cdot\frac{20pc}{x-y}=\frac{(x-y)(x+y)\cdot 20pc}{5pc(x-y)}=4(x+y)$;

5) $\frac{3a-3b}{12x}\cdot\left(-\frac{18x}{mb-ma}\right)=\frac{3(a-b)\cdot 18x}{12x\cdot m(a-b)}=\frac{18}{4m}=\frac{9}{2m}$;

6) $\frac{m^2-2mn+n^2}{pc}\cdot\frac{p^2}{m^2-mn}=\frac{(m-n)^2p^2}{pc\cdot m(m-n)}=\frac{(m-n)p}{cm}$.

149. 1) $\left(\frac{p}{4m}\right)^2=\frac{p^2}{16m^2}$; 2) $\left(\frac{3c^2}{m}\right)^4=\frac{81c^8}{m^4}$; 3) $\left(-\frac{3m^2n}{7}\right)^2=\frac{9m^4n^2}{49}$;

4) $\left(-\frac{2m^2}{3x^3}\right)^3=-\frac{8m^6}{27x^9}$; 5) $\left(\frac{2a^3b}{x^7}\right)^5=\frac{32a^{15}b^5}{x^{35}}$; 6) $\left(-\frac{c^2m^3}{p}\right)^{10}=\frac{c^{20}m^{30}}{p^{10}}$.

150. 1) $\left(\frac{c}{5m}\right)^2=\frac{c^2}{25m^2}$; 2) $\left(\frac{y}{2x^8}\right)^4=\frac{y^4}{16x^{32}}$; 3) $\left(-\frac{4c^2m^3}{5}\right)^2=\frac{16c^4m^6}{25}$;

4) $\left(-\frac{3c^3}{m^7}\right)^3=-\frac{27c^9}{m^{21}}$; 5) $\left(\frac{c^3m}{2a^2}\right)^6=\frac{c^{18}m^6}{64a^{12}}$; 6) $\left(-\frac{ab^3}{c^2}\right)^8=\frac{a^8b^{24}}{c^{16}}$.

151. 1) $\frac{54a^2c}{81b^3}\cdot\frac{32ab}{13c^3}\cdot\frac{52bc^2}{128a^3}=\frac{54a^2c\cdot32ab\cdot52bc^2}{81b^3\cdot13c^3\cdot128a^3}=\frac{2\cdot4a^3b^2c^3}{3\cdot4a^3b^3c^3}=\frac{2}{3b}$;

2) $\frac{147x^4y^2}{p^8}\cdot10xp^2\cdot\frac{y^3}{105x^5y}=\frac{147x^4y^2\cdot10xp^2\cdot y^3}{p^8\cdot1\cdot105x^5y}=\frac{70xy^4}{5xp^6}=\frac{14y^4}{p^6}$.

152. 1) $\frac{14xz^3}{81y^2}\cdot\frac{27y^3}{5xz}\cdot\frac{45xy}{7z^2}=\frac{14xz^3\cdot27y^3\cdot45xy}{81y^2\cdot5xz\cdot7z^2}=\frac{18xy\cdot y}{3}=6xy^2$;

2) $\frac{b^3}{111m^3}\cdot3mc^3\cdot\frac{74m^3b}{c^4}=\frac{b^3\cdot3mc^3\cdot74m^3b}{111m^3\cdot1\cdot c^4}=\frac{74m^4b^4c^3}{37m^3c^4}=\frac{2b^4}{mc}$.

153. 1) $\frac{m^2-4m+4}{m^2+6m+9}\cdot\frac{m^2-9}{3m-6}=\frac{(m-2)^2\cdot(m-3)(m+3)}{(m+3)^2\cdot3(m-2)}=\frac{(m-2)(m-3)}{3(m+3)}$;

2) $-\frac{x^2-10x+25}{x^2-3x+9}\cdot\frac{x^3+27}{25-x^2}=\frac{(x-5)^2\cdot(x+3)(x^2-3x+9)}{(x^2-3x+9)(x-5)(x+5)}=\frac{(x-5)(x+3)}{x+5}$.

154. 1) $\frac{a^2+8a+16}{a^2-2a+1}\cdot\frac{7a-7}{a^2-16}=\frac{(a+4)^2\cdot7(a-1)}{(a-1)^2\cdot(a-4)(a+4)}=\frac{7(a+4)}{(a-1)(a-4)}$;

2) $-\frac{y^3-8}{9-y^2}\cdot\frac{y^2-6y+9}{y^2+2y+4}=\frac{(y-2)(y^2+2y+4)(y-3)^2}{(y-3)(y+3)(y^2+2y+4)}=\frac{(y-2)(y-3)}{y+3}$.

155. 1) $(4a+20b)\cdot\frac{5}{a^2-25b^2}=\frac{4(a+5b)\cdot5}{1\cdot(a-5b)(a+5b)}=\frac{20}{a-5b}$;

2) $(m^2-4)\cdot\frac{2m}{(m-2)^2}=\frac{(m-2)(m+2)\cdot2m}{1\cdot(m-2)^2}=\frac{2m(m+2)}{m-2}$;

3) $-\frac{a}{2a^2-18}\cdot(a^2-6a+9)=-\frac{a\cdot(a-3)^2}{2(a^2-9)}=-\frac{a\cdot(a-3)^2}{2(a-3)(a+3)}=$

$=-\frac{a(a-3)}{2(a+3)}=\frac{a(3-a)}{2(a+3)}$;

4) $(x^3+27y^3)\cdot\frac{5}{3x^2-9xy+27y^2}=\frac{(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)\cdot5}{3(x^2-3xy+9y^2)}=\frac{5(x+3y)}{3}$.

156. 1) $\frac{4}{x^2-9y^2}\cdot(6x+18y)=\frac{4\cdot6(x+3y)}{(x-3y)(x+3y)}=\frac{24}{x-3y}$;

2) $(c^2+4c+4)\cdot\left(-\frac{c}{3c^2-12}\right)=-\frac{(c+2)^2c}{3(c^2-4)}=-\frac{(c+2)^2c}{3(c-2)(c+2)}=-\frac{c(c+2)}{3(c-2)}$.

157. 1) $\left(\frac{25x^2}{8y^3}\right)^3\cdot\left(-\frac{16y^5}{125x^3}\right)^2=\left(\frac{5^2x^2}{2^3y^3}\right)^3\cdot\left(-\frac{2^4y^5}{5^3x^3}\right)^2=\frac{5^6\cdot x^6\cdot2^8\cdot y^{10}}{2^9y^9\cdot5^6\cdot x^6}=\frac{y}{2}$;

2) $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2+2xy+y^2}\cdot\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^3=\frac{(x-y)^2(x+y)^3}{(x+y)^2(x-y)^3}=\frac{x+y}{x+y}$.

158. 1) $\left(-\frac{16m^3}{27n^5}\right)^2\cdot\left(\frac{9n^4}{8m^2}\right)^3=\left(-\frac{2^4m^3}{3^3n^5}\right)^2\cdot\left(\frac{3^2n^4}{2^3m^2}\right)^3=\frac{2^8m^6\cdot3^6n^{12}}{3^6n^{10}\cdot2^9m^6}=\frac{n^2}{2}$;

2) $\left(\frac{m-n}{m+n}\right)^3\cdot\frac{m^2+2mn+n^2}{m^2-2mn+n^2}=\frac{(m-n)^3\cdot(m+n)^2}{(m+n)^3\cdot(m-n)^2}=\frac{m-n}{m+n}$.

159. 1) Спростимо вираз:

$$\frac{6ab-b}{5a+b}\cdot\frac{25a^2-b^2}{6a-1}=\frac{b(6a-1)(5a-b)(5a+b)}{(5a+b)(6a-1)}=b(5a-b).$$

Якщо $a = 1{,}2$ і $b = 6$, то $b\cdot(5a-b)=6\cdot(5\cdot1{,}2-6)=6\cdot(6-6)=6\cdot0=0$.

2) Спростимо вираз:

$$\frac{a^3+8}{a^2-1}\cdot\frac{a^2+a}{a^2-2a+4}=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)a(a+1)}{(a-1)(a+1)(a^2-2a+4)}=\frac{a(a+2)}{a-1}.$$

Якщо $a = 6$, то маємо $\frac{a(a+2)}{a-1}=\frac{6\cdot(6+2)}{6-1}=\frac{6\cdot8}{5}=\frac{48}{5}=9,6.$

160. 1) $\frac{x^2+ax-cx-ca}{x^2-ax+cx-ca}\cdot\frac{x^2+ac+xc+xa}{x^2+ac-xc-xa}=\frac{(x^2+ax)-(cx-ca)}{(x^2-ax)+(cx-ac)}\times$

$\times\frac{(x^2+xc)+(ac+xa)}{(x^2-xc)+(ac-xa)}=\frac{x(x+a)-c(x+a)}{x(x-a)+c(x-a)}\cdot\frac{x(x+c)+a(x+c)}{x(x-c)-a(x-c)}=$

$=\frac{(x+a)(x-c)(x+c)(x+a)}{(x-a)(x+c)(x-c)(x-a)}=\frac{(x+a)^2}{(x-a)^2}=\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^2;$

2) $\frac{5a-5b}{3c+3y}\cdot\frac{c^2-y^2-c-y}{a^2-b^2+a-b}=\frac{5(a-b)}{3(c+y)}\cdot\frac{(c-y)(c+y)-(c+y)}{(a^2-b^2)+(a-b)}=$

$=\frac{5(a-b)}{3(c+y)}\cdot\frac{(c-y)(c+y)-(c+y)}{(a^2-b^2)+(a-b)}=\frac{5(a-b)\cdot(c+y)(c-y-1)}{3(c+y)\cdot(a-b)(a+b+1)}=$

$=\frac{5(c-y-1)}{3(a+b+1)}.$

161. Спростимо вираз: $\frac{a^2-b^2+a+b}{a^2-b^2+a-b}\cdot\frac{4a-4b}{8a+8b}=\frac{(a^2-b^2)+(a+b)}{(a^2-b^2)+(a-b)}\cdot\frac{4(a-b)}{8(a+b)}=$

$=\frac{(a-b)(a+b)+(a+b)}{(a-b)(a+b)+(a-b)}\cdot\frac{{}_1 4(a-b)}{{}_2 8(a+b)}=\frac{(a+b)(a-b+1)(a-b)}{(a-b)(a+b+1)\cdot2(a+b)}=$

$=\frac{a-b+1}{2(a+b+1)}$. Якщо $a = 100$ і $b = 101$, то маємо

$\frac{a-b+1}{2(a+b+1)}=\frac{100-101+1}{2(100+101+1)}=\frac{0}{2\cdot202}=0.$

162. 1) $\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y)=3 \;\Big|\cdot8\\ \frac{1}{3}(x-y)=5 \;\Big|\cdot3\end{cases}$ $\quad\oplus\begin{cases}x+y=24,\\x-y=15;\end{cases}$

$2x=39;$

$x=\frac{39}{2};\ x=19,5.$

Враховуючи, що $x = 19{,}5$, то $19{,}5 + y = 24$; $y = 24 - 19{,}5$, то $y = 4{,}5$. Маємо (19,5; 4,5). *Відповідь*: (19,5; 4,5).

2) $\begin{cases}\frac{x-1}{3}+\frac{y-1}{2}=2 \;\Big|\cdot6\\ \frac{x-1}{3}+\frac{y-1}{12}=\frac{4}{3} \;\Big|\cdot12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2(x-1)+3(y-1)=12,\\6(x-1)-(y-1)=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2+3y-3=12,\\6x-6-y+1=16\end{cases}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}2x+3y=12+5,\\6x-y=16+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3y=17 \;\Big|\cdot(-3)\\6x-y=121\end{cases}\Leftrightarrow\ \oplus\begin{cases}-6x-9y=-51,\\6x-y=21;\end{cases}$

$-10y=-30;$

$y=3.$

Тобто $y = 3$, то $6x - 3 = 21$; $6x = 24$; $x = 4$. *Відповідь*: (4; 3).

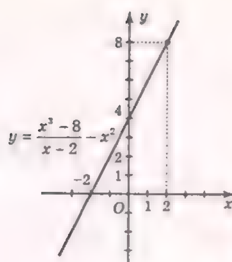
163. Спростимо праву частину:

$$\frac{x^3-8}{x-2}-x=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)}-x^2=$$

$=x^2+2x+4-x^2=2x+4.$

Маємо $y=2x+4$, $x\neq 2$ — графіком цієї функції є пряма. Якщо $x\neq 2$, то $y\neq 8$.

$y = 2x + 4$		
x	0	−2
y	4	0



Відповідь: (2; 8).

164. 1) $4:\frac{1}{4}$; $4\cdot\frac{1}{4}=1$; 2) $-7:-\frac{1}{7}$; $-7\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=1$; 3) $\frac{1}{3}:3$; $\frac{1}{3}\cdot 3=1$;

4) $-\frac{2}{5}:-\frac{5}{2}$; $-\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)=1$;

5) $0{,}16=\frac{16}{100}=\frac{4}{25}:\frac{25}{4}$; $\frac{4}{25}\cdot\frac{25}{4}=1$; 6) $1{,}2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}:\frac{5}{6}$; $\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{6}=1$.

165. 1) $\frac{26}{45}:\frac{91}{135}=\frac{{}^{2}\cancel{26}\cdot\cancel{135}^{3}}{{}_{1}\cancel{45}\cdot\cancel{91}_{7}}=\frac{6}{7}$; 2) $2\frac{1}{2}:\frac{15}{16}=\frac{\cancel{5}\cdot\cancel{16}^{8}}{\cancel{2}\cdot\cancel{15}_{3}}=\frac{8}{3}$;

3) $-3\frac{1}{7}:2\frac{5}{14}=-\frac{{}^{2}\cancel{22}\cdot\cancel{14}^{2}}{\cancel{7}\cdot\cancel{33}_{3}}=-\frac{4}{3}$; 4) $-5\frac{13}{15}:\left(-1\frac{8}{25}\right)=\frac{{}^{8}\cancel{88}\cdot\cancel{25}^{5}}{{}_{3}\cancel{15}\cdot\cancel{33}_{3}}=\frac{40}{9}$.

166. Для розв'язання врахуємо $2^0=1$; $2^1=2$; $2^2=4$; $2^3=8$; $2^4=16$ і т. д. Маємо: $1+65=66$; $2+65=67$; $4+65=69$; $8+65=73$; $16+65=81$. Маємо $81=9^2$, тобто $n=4$, тому маємо $2^4+64=81$; $81=81$; $9^2=9^2$.
Відповідь: $n=4$.

§ 6. Ділення дробів

167. 1) $\frac{2}{a}:\frac{3}{b}=\frac{2\cdot b}{a\cdot 3}=\frac{2b}{3a}$; 2) $\frac{7}{x}:\frac{y}{2}=\frac{7\cdot 2}{x\cdot y}=\frac{14}{xy}$; 3) $\frac{m}{3}:\frac{m}{4}=\frac{\cancel{m}\cdot 4}{3\cdot\cancel{m}}=\frac{4}{3}$;

4) $\frac{a^2}{2}:\frac{a}{7}=\frac{a^{\cancel{2}}\cdot 7}{2\cdot\cancel{a}}=\frac{7a}{2}$.

168. 1) $\frac{5}{x}:\frac{2}{y}=\frac{5\cdot y}{x\cdot 2}=\frac{5y}{2x}$; 2) $\frac{a}{2}:\frac{5}{b}=\frac{a\cdot b}{2\cdot 5}=\frac{ab}{10}$; 3) $\frac{4}{x}:\frac{5}{x}=\frac{4\cdot\cancel{x}}{\cancel{x}\cdot 5}=\frac{4}{5}$;

4) $\frac{x^2}{3}:\frac{x}{2}=\frac{x^2\cdot 2}{3\cdot\cancel{x}}=\frac{2x}{3}$.

169. 1) $\frac{7b}{12a}:\frac{21b^2}{16a}=\frac{\cancel{7}\cancel{b}\cdot\cancel{16}^{4}\cancel{a}}{{}_{3}\cancel{12a}\cdot\cancel{21}_{3}b^{\cancel{2}}}=\frac{4}{3\cdot 3\cdot b}=\frac{4}{9b}$;

2) $\frac{15}{2n^2}:\frac{3m}{8n}=\frac{{}^{5}\cancel{15}\cdot\cancel{8}^{4}\cancel{n}}{\cancel{2}n^{\cancel{2}}\cdot\cancel{3}m}=\frac{5\cdot 4}{nm}=\frac{20}{nm}$;

3) $\frac{9b}{14a}:\frac{5b^2}{21a^2}=\frac{9\cancel{b}\cdot\cancel{21}^{3}a^{\cancel{2}}}{{}_{2}\cancel{14}\cancel{a}\cdot 5b^{\cancel{2}}}=\frac{9\cdot 3\cdot a}{2\cdot 5\cdot b}=\frac{27a}{10b}$;

4) $-\frac{3x^2}{a}:\frac{6x^3}{a^2}=-\frac{\cancel{3}\cancel{x^2}\cdot a^{\cancel{2}}}{\cancel{a}\cdot\cancel{6}_{2}x^{\cancel{3}}}=-\frac{a}{2x}$;

5) $14x^2 \cdot \frac{7x}{a} = \frac{14x^2 \cdot a}{7x} = 2xa$; 6) $\frac{8x^3}{7a} : (-2x^2) = -\frac{8x^3 \cdot 1}{7a \cdot 2x^2} = -\frac{4x}{7a}$;

7) $-\frac{12a^2}{b} : (16a^2) = -\frac{12a^2 \cdot 1}{b \cdot 16a^2} = -\frac{3}{4b}$;

8) $-40ma^5 : \left(-\frac{8m^2}{a}\right) = \frac{40ma^5 \cdot a}{8m^2} = \frac{5a^6}{m}$.

170. 1) $\frac{3a^2}{b} : \frac{a}{b^2} = \frac{3a^2 \cdot b^2}{b \cdot a} = 3ab$; 2) $-\frac{3p}{c^3} : \frac{15p^2}{c^2} = -\frac{3p \cdot c^2}{c^3 \cdot 15p^2} = -\frac{1}{5pc}$;

3) $\frac{4p}{5c} : \frac{8p^2}{15c^3} = \frac{4p \cdot 15c^3}{5c \cdot 8p^2} = \frac{3c^2}{2p}$; 4) $\frac{15m^3}{c} : (-10m^2) = -\frac{15m^3 \cdot 1}{c \cdot 10m^2} = -\frac{3m}{2c}$;

5) $-\frac{2a^2}{b} : (-8a^2) = \frac{2a^2 \cdot 1}{b \cdot 8a^2} = \frac{1}{4b}$; 6) $-12a^2bc : \frac{4ab}{m} = -\frac{12a^2bc \cdot m}{4ab} = -3amc$.

171. 1) $\frac{12m^2}{7c^4} : \frac{6m^4}{35c^3} = \frac{12m^2 \cdot 35c^3}{7c^4 \cdot 6m^4} = \frac{2 \cdot 5}{cm^2} = \frac{10}{cm^2}$;

2) $\frac{9m^2}{22n^3} : \left(-\frac{m^5}{11n^6}\right) = -\frac{9m^2 \cdot 11n^6}{22n^3 \cdot m^5} = -\frac{9n^3}{2m^3}$;

3) $-\frac{7ab}{4cd} : \frac{21a^2b}{8cd^3} = -\frac{7ab \cdot 8cd^3}{4cd \cdot 21a^2b} = -\frac{2d^2}{3a}$;

4) $-\frac{27m^2n}{7c^2x} : \left(-\frac{9mn^2}{7c^2x^3}\right) = \frac{27m^2n \cdot 7c^2x^3}{7c^2x \cdot 9mn^2} = \frac{3mx^2}{n}$.

172. 1) $\frac{6a^2}{5b^2} : \frac{2a^3}{15b} = \frac{6a^2 \cdot 15b}{5b^2 \cdot 2a^3} = \frac{9}{ab}$; 2) $-\frac{4a^2}{27x} : \frac{a^4}{9x^3} = -\frac{4a^2 \cdot 9x^3}{27x \cdot a^4} = -\frac{4x^2}{3a^2}$;

3) $\frac{5xy}{2m^2n} : \left(-\frac{15x^2y}{8mn^3}\right) = -\frac{5xy \cdot 8mn^3}{2m^2n \cdot 15x^2y} = -\frac{4n^2}{3mx}$;

4) $-\frac{2ab^2}{9x^2p} : \left(-\frac{2a^2b}{27x^2p^3}\right) = \frac{2ab^2 \cdot 27x^2p^3}{9x^2p \cdot 2a^2b} = \frac{3bp^2}{a}$.

173. 1) $\frac{2a+b}{4p} : \frac{b+2a}{8p^2} = \frac{(2a+b) \cdot 8p^2}{4p \cdot (b+2a)} = 2p$;

2) $\frac{3a-2x}{7x^2} : \frac{2x-3a}{14x} = -\frac{3a-2x}{7x^2} : \frac{3a-2x}{14x} = -\frac{(2x-3a) \cdot 14x}{7x^2 \cdot (2x-3a)} = -\frac{2}{x}$;

3) $\frac{a^2-3a}{9y^2} : \frac{5a}{9y} = \frac{a(a-3)}{9y^2} : \frac{5a}{9y} = \frac{a(a-3) \cdot 9y}{9y^2 \cdot 5a} = \frac{a-3}{5y}$;

4) $\frac{a^2+a}{9b^2} : \frac{5+5a}{b^3} = \frac{a(a+1)}{9b^2} : \frac{5(1+a)}{b^3} = \frac{a(a+1) \cdot b^3}{9b^2 \cdot 5(a+1)} = \frac{ab}{45}$;

5) $\frac{7ab}{c^2-3c} : \frac{14ab^2}{3c-9} = \frac{7ab}{c(c-3)} : \frac{14ab^2}{3(c-3)} = \frac{7ab \cdot 3(c-3)}{c(c-3) \cdot 14ab^2} = \frac{3}{2cb}$;

6) $\frac{11a}{m^2-2m} : \frac{22a^2}{6-3m} = \frac{11a}{m(m-2)} : \frac{22a^2}{3(2-m)} = -\frac{11a \cdot 3(m-2)}{m(m-2) \cdot 22a^2} = -\frac{3}{2ma}$.

174. 1) $\frac{x-y}{2a^2}:\frac{y-x}{8a}=\frac{x-y}{2a^2}:\left(-\frac{x-y}{8a}\right)=-\frac{(x-y)\cdot 8a}{2a^2\cdot(x-y)}=-\frac{4}{a}$;

2) $\frac{p^2+2p}{18a^2}:\frac{7p}{9a}=\frac{p(p+2)}{18a^2}:\frac{7p}{9a}=\frac{p(p+2)\cdot 9a}{18a^2\cdot 7p}=\frac{p+2}{14a}$;

3) $\frac{x^2+x}{9ab}:\frac{5x+5}{18a^2b}=\frac{x(x+1)}{9ab}:\frac{5(x+1)}{18a^2b}=\frac{x(x+1)\cdot 18a^2b}{9ab\cdot 5(x+1)}=\frac{2xa}{5}$;

4) $\frac{3x-x^2}{7p}:\frac{2x-6}{14p^2}=\frac{x(3-x)}{7p}:\frac{2(x-3)}{14p^2}=\frac{x(3-x)}{7p}:\left(-\frac{2(3-x)}{14p^2}\right)=$

$=-\frac{x(3-x)\cdot 14p^2}{7p\cdot 2(3-x)}=-xp.$

175. 1) $\frac{m^2-n^2}{p+2p}:\frac{mn+m^2}{2p+4p}=\frac{(m-n)(m+n)}{p+2p}:\frac{m(n+m)}{2(p+2p)}=$

$=\frac{(m-n)(m+n)\cdot 2(p+2p)}{(p+2p)\cdot m(n+m)}=\frac{2(m-n)}{m}$;

2) $\frac{6x-30}{2x+5}:\frac{x^2-25}{4x+10}=\frac{6(x-5)}{2x+5}:\frac{(x-5)(x+5)}{3(2x+5)}=\frac{6(x-5)\cdot 2(2x+5)}{(2x+5)\cdot(x-5)(x+5)}=$

$=\frac{12}{x+5}$;

3) $\frac{a+2}{a-2}:\frac{(a^2+4a+4)}{5a-10}=\frac{(a+2)}{a-2}:\frac{(a+2)^2}{5(a-2)}=\frac{(a+2)\cdot 5(a-2)}{(a-2)\cdot(a+2)^2}=\frac{5}{a+2}$;

4) $\frac{x+y}{p-2m}:\frac{x^2+2xy+y^2}{2m^2-mp}=\frac{x+y}{p-2m}:\left(-\frac{(x+y)^2}{m(p-2m)}\right)=$

$=-\frac{(x+y)\cdot m(p-2m)}{(p-2m)\cdot(x+y)^2}=-\frac{m}{x+y}.$

176. 1) $\frac{ab+b^2}{m-3n}:\frac{a^2-b^2}{2m-6n}=\frac{b(a+b)}{(m-3n)}:\frac{(a-b)(a+b)}{2(m-3n)}=$

$=\frac{b(a+b)\cdot 2(m-3n)}{(m-3n)\cdot(a-b)(a+b)}=\frac{2b}{a-b}$;

2) $\frac{x-5}{y^2-4}:\frac{2x-10}{3y-6}=\frac{x-5}{(y-2)(y+2)}:\frac{2(x-5)}{3(y-2)}=\frac{(x-5)\cdot 3(y-2)}{(y-2)(y+2)\cdot 2(x-5)}=$

$=\frac{3}{2(y+2)}$;

3) $\frac{x^2-9}{x^2+x}:\frac{x^2+6x+9}{7x+7}=\frac{(x-3)(x+3)}{x(x+1)}:\frac{(x+3)^2}{7(x+1)}=\frac{(x-3)(x+3)\cdot 7(x+1)}{x(x+1)\cdot(x+3)^2}=$

$=\frac{7(x-3)}{x(x+3)}$;

4) $\frac{x-4y}{a^2-2ab+b^2}:\frac{4xy-x^2}{a-b}=-\frac{(4y-x)}{(a-b)^2}:\frac{x(4y-x)}{(a-b)}=-\frac{(4y-x)\cdot(a-b)}{(a-b)^2\cdot x(4y-x)}=$

$=-\frac{1}{x(a-b)}.$

177. 1) $\frac{4a^2}{5b^3}:\frac{8a^3}{7c^3}:\frac{14c^2}{15b^2}=\frac{4a^2\cdot 7c^3\cdot 15^3b^2}{5b^3\cdot 8_2a^3\cdot 14_2c^2}=\frac{3c}{4ab}$;

2) $\frac{2a^3}{25b^3}\cdot\frac{10b^2}{3c^4}:\frac{4a^2}{15bc}=\frac{2a^3\cdot 10^3b^2\cdot 15^3bc}{_5 25b^3\cdot 3c^4\cdot 4_2a^2}=\frac{5a}{5c^3}=\frac{a}{c^3}$;

3) $\frac{c^3}{18p^4}:\left(\frac{9c^2}{20p^3}:\frac{27c^3p}{10}\right)=\frac{c^3}{18p^4}:\left(\frac{9c^2\cdot 10}{20p^3\cdot 27c^3p}\right)=\frac{c^3\cdot 20^2p^3\cdot 27^3c^3p}{_2 18p^4\cdot 9c^2\cdot 10}=$

$=\frac{6c^4}{18_3}=\frac{c^4}{3}$;

4) $\frac{115a^3}{34b^4}:\frac{92a^6}{51b^3}\cdot\frac{4b^2}{15a^2}=\frac{^5 115a^3\cdot 51^3b^3\cdot 4b^2}{_2 34b^4\cdot 92_{23}a^6\cdot 15a^2}=\frac{15\cdot a^3b^5}{2\cdot 15a^8b^4}=\frac{b}{2a^5}$.

178. 1) $\frac{3a^2}{2b^2c^2}:\frac{7c^6}{6b^3}:\frac{9ab}{14c^2}=\frac{3a^2\cdot 6^3b^3\cdot 14^2c^2}{2b^2c^2\cdot 7c^6\cdot 9_3ab}=\frac{6a}{3c^6}=\frac{2a}{c^6}$;

2) $\frac{7x^3}{4y^2}\cdot\frac{216x^6}{343y^3}:\frac{18x^8}{49y^4}=\frac{7x^3\cdot 216^{12^3}x^6\cdot 49y^4}{4y^2\cdot 343^{49}y^3\cdot 18x^8}=\frac{3x}{y}$.

179. 1) $\frac{9+6a+4a^2}{2a-1}:\frac{27-8a^3}{1-4a^2}=\frac{9+6a+4a^2}{2a-1}:\left(\frac{(2a-3)(4a^2+6a+9)}{(2a+1)(2a-1)}\right)=$

$=\frac{(9+6a+4a^2)\cdot(2a+1)(2a-1)}{(2a-1)\cdot(2a-3)(4a^2+6a+9)}=\frac{2a+1}{2a-3}$;

2) $\frac{8+x^3}{16-x^4}:\frac{x^2-2x+4}{x^2+4}=\frac{(2+x)(4-2x+x^2)}{(4-x^2)(4+x^2)}:\frac{(x^2-2x+4)}{(x^2+4)}=$

$=\frac{(2+x)(4-2x+x^2)\cdot(x^2+4)}{(4-x^2)(4+x^2)\cdot(x^2-2x+4)}=\frac{(2+x)}{(4-x^2)}=\frac{(2+x)}{(x-2)(x+2)}=\frac{1}{x-2}$;

3) $(25x^2-10xy+y^2):\frac{y^2-5xy}{7}=(5x-y)^2:\left(-\frac{y(5x-y)}{7}\right)=$

$=-\frac{(5x-y)^2\cdot 7}{y(5x-y)}=-\frac{7(5x-y)}{y}$;

4) $\frac{(6y-4x)^2}{3}:(9y^2-12xy+4x^2)=\frac{(36y^2-48xy+16x^2)}{3}:$

$:(9y^2-12xy+4x^2)=\frac{4(9y^2-12xy+4x^2)}{3\cdot(9y^2-12xy+4x^2)}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$.

180. 1) $\frac{x^3-8}{9x^2-16}:\frac{x^2+2x+4}{3x-4}=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(3x-4)(3x+4)}:\frac{x^2+2x+4}{3x-4}=$

$=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)\cdot(3x-4)}{(3x-4)(3x+4)\cdot(x^2+2x+4)}=\frac{x-2}{3x+4}$.

Якщо $x=-3$, то $\frac{x-2}{3x+4}=\frac{-3-2}{3\cdot(-3)+4}=\frac{-5}{-5}=1$.

Відповідь: 1.

2) $(m^2-10mn+25n^2):\frac{0,2m^2-5n^2}{5}=(m-5n)^2:\frac{0,2(m^2-25n^2)}{5}=$

$=(m-5n)^2:\frac{0,2(m^2-25n^2)}{5}=\frac{(m-5n)^2\cdot 5}{0,2(m-5n)(m+5n)}=\frac{5(m-5n)}{0,2(m+5n)}$.

Якщо $m = 10$, $n = 3$, то $\frac{5(m-5n)}{0,2(m+5n)} = \frac{5(10-5\cdot3)}{0,2(10+5\cdot3)} = \frac{-25}{5} = -5.$

Відповідь: -5.

181. 1) $\left(\frac{a^2y^3}{5}\right)^3 : \left(-\frac{a^3y^4}{25}\right)^2 = \frac{a^6y^9}{125} : \frac{a^6y^8}{625} = \frac{a^6y^9\cdot625}{125\cdot a^6y^8} = 5y.$

Якщо $a = 117\frac{1}{3}$; $y = 0,02$, то $5y = 5\cdot0,02 = 0,1$. *Відповідь:* 0,1.

2) $\frac{(2x-y)^2}{(x-2y)^2} : \frac{4x^2-y^2}{x^2-4y^2} = \frac{(2x-y)^2\cdot(x-2y)(x+2y)}{(x-2y)^2\cdot(2x-y)(2x+y)} = \frac{(2x-y)(x+2y)}{(x-2y)(2x+y)}.$

Якщо $x=4,2$; $y=1,6$, то $\frac{(2\cdot4,2-1,6)(4,2+2\cdot1,6)}{(4,2-2\cdot1,6)(2\cdot4,2+1,6)} = \frac{6,8\cdot7,4}{1\cdot10} = \frac{50,32}{10} = 5,032.$

Відповідь: 5,032.

182. $\frac{0,5a^2-32}{0,5a^3-62,5} : \frac{0,2a+1,6}{0,2a^2+a+5} = \frac{0,5(a^2-64)}{0,5(a^3-125)} : \frac{0,2(a+8)}{0,2(a^2+5a+25)} =$

$= \frac{0,5(a-8)(a+8)}{0,5(a-5)(a^2+5a+25)} : \frac{0,2(a+8)}{0,2(a^2+5a+25)} =$

$= \frac{(a-8)(a+8)\cdot(a^2+5a+25)}{(a-5)(a^2+5a+25)\cdot(a+8)} = \frac{a-8}{a-5}.$

183. $\frac{m^3+27}{75m^2-12} : \frac{\frac{1}{3}m^2-m+3}{m-0,4} = \frac{m+3}{25m+10}$; $\frac{m^3+27}{75m^2-12}\cdot\frac{m-0,4}{\frac{1}{3}m^2+m+3} = \frac{m-3}{25m+10}$;

$\frac{(m+3)(m^2-3m+9)\cdot(3m-1,2)}{3(5m-2)(5m+2)\cdot(m^2-3m+9)} = \frac{m-3}{25m+10}$;

$\frac{(m+3)\cdot3(m-0,4)}{3\cdot5(m-0,4)(5m+2)} = \frac{m-3}{25m+10}$; $\frac{(m+3)}{25m+10} = \frac{m-3}{25m+10}$. Доведено.

184. $\frac{6ab+6-4a-9b}{a^2-12a+36} : \frac{9b^2-12b+4}{3ab-18b-2a+12} = \frac{(6ab-4a)-(9b-6)}{(a-6)^2} :$

$: \frac{(3b-2)^2}{(3ab-2a)-(18b-12)} = \frac{2a(3b-2)-3(3b-2)}{(a-6)^2} : \frac{(3b-2)^2}{a(3b-2)-6(3b-2)} =$

$= \frac{(3b-2)(2a-3)\cdot(3b-2)(a-6)}{(a-6)^2\cdot(3b-2)^2} = \frac{2a-3}{a-6}.$

185. $\frac{a+4}{x-a} : \frac{ab+4b-2a-8}{cx+xy-ac-ay} = \frac{a+4}{x-a} : \frac{b(a+4)-2(a-4)}{x(c+y)-a(c+y)} =$

$= \frac{(a+4)\cdot(c+y)(x-a)}{(x-a)\cdot(a+4)(b-2)} = \frac{c+y}{b-2}.$

186. 1) $\frac{2a-b}{ab} = \frac{2a}{ab} - \frac{b}{ab} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$; 2) $\frac{7y^2+y^3}{y^5} = \frac{7y^2}{y^5} + \frac{y^3}{y^5} = \frac{7}{y^3} + \frac{1}{y^2}$;

3) $\frac{4m^2+5n^2}{m^2n} = \frac{4m^2}{m^2n} + \frac{5n^2}{m^2n} = \frac{4}{n} + \frac{5n}{m^2}$;

4) $\frac{18x-24x^2y}{30y^2} = \frac{18x}{30y^2} - \frac{24x^2y}{30y^2} = \frac{3x}{5y^2} - \frac{4x^2}{5y}.$

187. 1) $\frac{m^2+mn+9n^2}{(2m+6n)^2}=\frac{(m+3n)^2}{4(m+3n)^2}=\frac{1}{4}$.

При будь-яких значеннях m і n дорівнює $\frac{1}{4}$.

2) $\frac{0,1x^2-25y^2}{x^2+10xy+25y^2}=\frac{0,1(x^2-25y^2)}{(x+5y)^2}=\frac{0,1(x-5y)(x+5y)}{(x+5y)^2}=\frac{0,1(x-5y)}{x+5y}$.

Якщо $x=100$, $y=20$, то $\frac{0,1(100-100)}{100+2\cdot 20}=\frac{0,1\cdot 0}{140}=0$.

188. $\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1-x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{8}{1-x^8}$.

Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{1}{1+x}+\frac{1}{1-x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{1-x+1+x}{(1+x)(1-x)}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}=$

$=\frac{2}{1-x^2}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{2(1+x^2+1-x^2)}{(1-x^2)(1+x^2)}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{4}{1+x^4}+\frac{4}{1+x^4}=$

$=\frac{4(1+x^4+1-x^4)}{(1-x^4)(1+x^4)}=\frac{8}{1-x^8}$; $\frac{8}{1-x^8}=\frac{8}{1-x^8}$. Доведено.

189. Нехай в I день гросмейстер зіграв x партій, то він виграв 0,7 партій, в II день зіграв 15 партій і виграв поспіль. То за два дня він зіграв $(x+15)$, а виграв $(0,7x+15)$. Виграв 80 % від всіх зіграних партій, тобто $0,8(x+15)$. Маємо рівняння:

$0,8(x+15)=0,7x+15$; $0,8x+12=0,7x+15$; $0,1x=3$; $x=30$.

$x+15=30+15=45$.

Відповідь: 30 партій; 45 партій.

§ 7. Тотожні перетворення раціональних виразів

190. 1) $\frac{12a+b}{3a}-\frac{7b^2}{a^2}\cdot\frac{a}{21b}=\frac{12a+b}{3a}-\frac{7b^2\cdot a}{a^2\cdot 21_3 b}=\frac{12a+b}{3a}-\frac{b}{3a}=$

$=\frac{12a+b-b}{3a}=\frac{12a}{3a}=4$;

2) $\frac{m^2-n^2}{x^2-9}\cdot\frac{x-3}{m-n}-\frac{m}{x+3}=\frac{(m-n)(m+n)(x-3)}{(x-3)(x+3)(m-n)}-\frac{m}{x+3}=\frac{m+n}{x+3}-\frac{m}{x+3}=$

$=\frac{m+n-m}{x+3}=\frac{n}{x+3}$;

3) $\frac{a-b}{2a+b}+\frac{1}{a-b}:\frac{2a+b}{a^2-b^2}=\frac{a-b}{2a+b}+\frac{1\cdot(a-b)(a+b)}{(a-b)(2a+b)}=\frac{a-b}{2a+b}+\frac{a+b}{2a+b}=$

$=\frac{a-b+a+b}{2a+b}=\frac{2a}{2a+b}$;

4) $x-\frac{x^2-xy}{x+y}\cdot\frac{x}{x-y}=x-\frac{x(x-y)\cdot x}{(x+y)(x-y)}=x-\frac{x^2}{x+y}=\frac{x(x+y)-x^2}{x+y}=$

$=\frac{x^2+xy-x^2}{x+y}=\frac{xy}{x+y}$.

191. 1) $\frac{10x+y}{5x}-\frac{3y^2}{x^2}\cdot\frac{x}{15y}=\frac{10x+y}{5x}-\frac{3y^2\cdot x}{x^2\cdot 15_5 y}=\frac{10x+y}{5x}-\frac{y}{5x}=$

$=\frac{10x+y-y}{5x}=\frac{10x}{5x}=2$;

2) $\frac{a^2-4}{9-b^2}:\frac{a-2}{3+b}-\frac{2}{3-b}=\frac{\cancel{(a-2)}(a+2)\cdot\cancel{(3+b)}}{(3-b)\cancel{(3+b)}\cdot\cancel{(a-2)}}-\frac{2}{3-b}=\frac{a+2}{3-b}-\frac{2}{3-b}=$

$=\frac{a+\cancel{2}-\cancel{2}}{3-b}=\frac{a}{3-b};$

3) $\frac{x+y}{3x-y}+\frac{1}{x+y}\cdot\frac{x^2-y^2}{3x+y}=\frac{x+y}{3x-y}+\frac{1\cdot\cancel{(x+y)}(x-y)}{\cancel{(x+y)}(3x-y)}=\frac{x+y}{3x-y}+\frac{x-y}{3x-y}=$

$=\frac{x+\cancel{y}+x-\cancel{y}}{3x-y}=\frac{2x}{3x-y};$

4) $m+\frac{m^2}{n-m}=\frac{m(n-m)+m^2}{n-m}=m+\frac{m(m+n)m}{(n-m)(m+n)}=m\cdot\frac{m^2}{n-m}=$

$=\frac{mn-\cancel{m^2}+\cancel{m^2}}{n-m}=\frac{mn}{n-m}.$

192. 1) $\left(\frac{x^{\backslash x}}{7}+\frac{7^{\backslash 7}}{x}+2^{\backslash 7x}\right)\cdot\frac{1}{x+7}=\frac{x^2+49+14x}{7x}\cdot\frac{1}{x+7}=\frac{(x+7)^2}{7x\cancel{(x+7)}}=\frac{x+7}{7x};$

2) $\left(1+\frac{m}{3n}\right):\left(1-\frac{m}{3n}\right)=\frac{3n+m}{3n}\cdot\frac{3n}{3n-m}=\frac{(3n+m)\cdot\cancel{3n}}{\cancel{3n}\cdot(3n-m)}=\frac{3n+m}{3n-m};$

3) $\left(\frac{a}{a+2}-3a\right)\cdot\frac{a+2}{a}=\frac{a-3a(a+2)}{a+2}\cdot\frac{a+2}{a}=\frac{a-3a^2-6a}{a+2}\cdot\frac{a+2}{a}=$

$=\frac{(-3a^2-5a)\cdot\cancel{(a+2)}}{\cancel{(a+2)}\cdot 9}=\frac{-a(3a+5)}{a}=-3a-5;$

4) $\left(2+\frac{x}{x+1}\right):\frac{9x+6}{5x^2+5x}=\frac{2(x+1)+x}{x+1}\cdot\frac{5x(x+1)}{3(3x+2)}=\frac{(2x+2+x)\cdot 5x\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}\cdot 3(3x+2)}=$

$=\frac{\cancel{(3x+2)}\cdot 5x}{3\cancel{(3x+2)}}=\frac{5x}{3}.$

193. 1) $\left(\frac{m^{\backslash m}}{5}+\frac{5^{\backslash 5}}{m}-2^{\backslash 5m}\right)\cdot\frac{1}{m-5}=\frac{5m^2+25-10m}{5m}\cdot\frac{1}{m-5}=\frac{(m-5)^2}{5m\cancel{(m-5)}}=\frac{m-5}{5m};$

2) $\left(1-\frac{x}{y}\right):\left(1+\frac{x}{y}\right)=\frac{y-x}{y}:\frac{y+x}{y}=\frac{(y-x)\cdot\cancel{y}}{\cancel{y}\cdot(y+x)}=\frac{y-x}{y+x};$

3) $\left(\frac{b}{b-3}-2b\right)\cdot\frac{b-3}{b}=\frac{b-2b(b-3)}{b-3}\cdot\frac{b-3}{b}=\frac{(b-2b^2+6b)\cdot\cancel{(b-3)}}{\cancel{(b-3)}\cdot b}=$

$=\frac{-2b^2+7b}{b}=\frac{\cancel{b}(-2b+7)}{\cancel{b}}=-2b+7;$

4) $\left(3-\frac{m}{m+2}\right):\frac{4m+12}{m^2+2m}=\frac{m(m+2)-m}{m+2}\cdot\frac{m(m+2)}{4(m+3)}=$

$=\frac{(3m+6-m)\cdot m\cancel{(m+2)}}{\cancel{(m+2)}\cdot 4(m+3)}=\frac{(2m+6)\cdot m}{4(m+3)}=\frac{\cancel{2}(m+3)m}{{}_2\cancel{4}(m+3)}=\frac{m}{2}.$

194. 1) Спростимо ліву частину тотожності:

$\left(1-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right)\cdot\frac{b}{a-b}=\frac{a-b}{b}=\frac{b^2-2ab+a^2}{b^2}\cdot\frac{b}{a-b}=$

$=\frac{(a-b)^2\cdot b}{b^2\cdot(a-b)}=\frac{a-b}{b}.\quad\frac{a-b}{b}=\frac{a-b}{b}.$ Доведено.

2) Спростимо ліву частину тотожності:

$$\left(\frac{m}{n^2}-\frac{1}{m}\right):\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{m}\right)=\frac{m^2-n^2}{n^2m}:\frac{m-n}{nm}=$$

$$=\frac{(m-n)(m+n)\cdot nm}{n^2m\cdot(m-n)}=\frac{m+n}{n}.\quad \frac{m+n}{n}=\frac{m+n}{n}.$$ Доведено.

195. 1) Спростимо ліву частину тотожності:

$$\left(1+\frac{2x}{y}+\frac{x^2}{y^2}\right)\cdot\frac{y}{x+y}=\frac{y^2+2xy+x^2}{y^2}\cdot\frac{y}{x+y}=$$

$$=\frac{(y+x)^2\cdot y}{y^2\cdot(x+y)}=\frac{y+x}{y}.\quad \frac{y+x}{y}=\frac{y+x}{y}.$$ Доведено.

2) $\left(\frac{2m}{n^2}-\frac{1}{2m}\right):\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{2m}\right)=\frac{2m-n}{n}.$

Спростимо ліву частину тотожності:

$$\left(\frac{2m}{n^2}-\frac{1}{2m}\right):\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{2m}\right)=\frac{4m^2-n^2}{2mn^2}:\frac{2m+n}{2mn}=$$

$$=\frac{(2m-n)(2m+n)\cdot 2mn}{2mn^2\cdot(2m+n)}=\frac{2m-n}{n}.\quad \frac{2m-n}{n}=\frac{2m-n}{n}.$$ Доведено.

196. 1) $\left(\frac{x-2}{x+2}-\frac{x+2}{x-2}\right)\cdot\frac{x^2-4}{4x}=-2.$

1. $\frac{x-2}{x+2}-\frac{x+2}{x-2}=\frac{(x-2)^2-(x+2)^2}{(x+2)(x-2)}=\frac{(x-2-x-2)(x-2+x+2)}{(x+2)(x-2)}=$

$=\frac{-4\cdot(2x)}{(x+2)(x-2)}=\frac{-8x}{(x+2)(x-2)}=\frac{-8x}{x^2-4};$

2. $\frac{-8x}{x^2-4}\cdot\frac{x^2-4}{4x}=\frac{-8x\cdot(x^2-4)}{(x^2-4)\cdot 4x}=-2;$ *Відповідь*: -2;

2) $\left(\frac{a+3}{a-3}-\frac{a-3}{a+3}\right):\frac{24a}{a^2-6a+9}=\frac{a-3}{2(a+3)};$

1. $\frac{a+3}{a-3}-\frac{a-3}{a+3}=\frac{(a+3)^2-(a-3)^2}{(a-3)(a+3)}=\frac{(a+3-a+3)(a+3+a-3)}{a^2-9}$

$=\frac{6\cdot 2a}{a^2-9}=\frac{12a}{a^2-9};$

2. $\frac{12a}{a^2-9}:\frac{24a}{(a-3)^2}=\frac{12a\cdot(a-3)^2}{(a-3)(a+3)\cdot 24a}=\frac{a-3}{2(a+3)}.$ *Відповідь*: $\frac{a-3}{2(a+3)}$.

197. 1) $\frac{8m}{m^2-1}:\left(\frac{m+1}{m-1}-\frac{m-1}{m+1}\right)=2;$

1. $\frac{m+1}{m-1}-\frac{m-1}{m+1}=\frac{(m+1)^2-(m-1)^2}{(m-1)(m+1)}=\frac{(m+1-m+1)(m+1+m-1)}{m^2-1}=$

$=\frac{2\cdot 2m}{m^2-1}=\frac{4m}{m^2-1};$

2. $\frac{8m}{m^2-1}:\frac{4m}{m^2-1}=\frac{8m\cdot(m^2-1)}{(m^2-1)\cdot 4m}=2;$ *Відповідь*: 2;

2) $\left(\frac{a-2}{a+2}+\frac{a+2}{a-2}\right)\cdot\frac{a^2-4a+4}{2a^2+8}=\frac{a-2}{a+2}$;

1. $\frac{a-2}{a+2}+\frac{a+2}{a-2}=\frac{(a-2)^2+(a+2)^2}{(a+2)(a-2)}=\frac{a-4a+4+a^2+4a+4}{(a+2)(a-2)}=$

$=\frac{2a^2+8}{(a+2)(a-2)}=\frac{2(a^2+4)}{(a+2)(a-2)}$;

2. $\frac{2(a^2+4)\cdot(a-2)^2}{(a+2)(a-2)\cdot 2(a^2+4)}=\frac{a-2}{a+2}$. *Відповідь:* $\frac{a-2}{a+2}$.

198. 1) $\frac{36}{(a-3)}:\left(\frac{a+3}{a-3}-\frac{a-3}{a+3}+\frac{36}{a^2-9}\right)=3$.

1. $\frac{a+3}{a-3}-\frac{a-3}{a+3}+\frac{36}{a^2-9}=\frac{(a+3)^2-(a-3)^2+36}{(a-3)(a+3)}=$

$=\frac{a^2+6a+9-a^2+6a-9+36}{(a-3)(a+3)}=\frac{12a+36}{(a-3)(a+3)}=\frac{12(a+3)}{(a-3)(a+3)}=\frac{12}{a-3}$;

2. $\frac{36}{(a-3)}:\frac{12}{a-3}=\frac{36\cdot(a-3)}{(a-3)\cdot 12}=3$; *Відповідь:* 3.

2) $\left(\frac{2x+y}{x-2y}+\frac{2x-y}{x+2y}\right)\cdot\frac{x^2-4y^2}{x^2+y^2}=4$.

1. $\frac{2x+y}{x-2y}+\frac{2x-y}{x+2y}=\frac{(2x+y)(x+2y)+(x-2y)(2x-y)}{(x-2y)(x+2y)}=$

$=\frac{2x^2+4yx+yx+2y^2+2xy-xy-4yx+2y^2}{(x-2y)(x+2y)}=\frac{4x^2+4y^2}{(x-2y)(x+2y)}=$

$=\frac{4(x^2+y^2)}{(x-2y)(x+2y)}$;

2. $\frac{4(x^2+y^2)}{(x-2y)(x+2y)}\cdot\frac{x^2-4y^2}{x^2+y^2}=\frac{4(x^2+y^2)(x^2-y^2)}{(x^2-4y^2)(x^2+y^2)}=4$. *Відповідь:* 4.

199. 1) $\frac{16}{x+2}:\left(\frac{x+2}{x-2}-\frac{16}{x^2-4}-\frac{x-2}{x+2}\right)=2$.

1. $\frac{x+2}{x-2}-\frac{16}{x^2-4}-\frac{x-2}{x+2}=\frac{(x+2)^2-16-(x-2)^2}{x^2-4}=$

$=\frac{x^2+4x+4-16-x^2+4x-4}{x^2-4}=\frac{8x-16}{x^2-4}=\frac{8(x-2)}{x^2-4}$;

2. $\frac{16}{x+2}:\frac{8(x-2)}{x^2-4}=\frac{16\cdot(x-2)(x+2)}{(x+2)\cdot 8(x-2)}=2$. *Відповідь:* 2.

2) $\left(\frac{5a+1}{a-2}+\frac{5a-1}{a+2}\right)\cdot\frac{a^2-4}{5a^2+2}=2$.

1. $\frac{5a+1}{a-2}+\frac{5a-1}{a+2}=\frac{(5a+1)(a+2)+(5a-1)(a-2)}{(a-2)(a+2)}=$

$=\frac{5a^2+10a+a+2+5a^2-10a-a+2}{a^2-4}=\frac{10a^2+4}{a^2-4}=\frac{2(5a^2+2)}{a^2-4}$;

2. $\frac{2(5a^2+2)}{a^2-4}\cdot\frac{a^2-4}{5a^2+2}=\frac{2(5a^2+2)\cdot(a^2-4)}{(a^2-4)(5a^2+2)}=2$. *Відповідь:* 2.

200. 1) $\frac{a}{a-5}-\frac{a}{a+5}-\frac{a^2+25}{25-a^2}=\frac{a(a+5)-a(a-5)+a^2+25}{a^2-25}=$

$=\frac{a^2+5a-\cancel{a^2}+5a+\cancel{a^2}+25}{a^2-25}=\frac{a^2+10a+25}{a^2-25}=\frac{(a+5)^2}{(a-5)\cancel{(a+5)}}=\frac{a+5}{a-5}$;

2) $\frac{a+5}{a-5}\cdot\frac{a-5}{a^2+10a+25}=\frac{\cancel{(a+5)}\cancel{(a-5)}}{\cancel{(a-5)}(a+5)}=\frac{1}{a+5}$; $\frac{1}{a+5}=\frac{1}{a+5}$. Доведено.

201. 1) $\frac{b}{b+7}+\frac{b^2+49}{b^2-49}-\frac{b}{b-7}=\frac{b(b-7)+b^2+49-b(b+7)}{(b+7)(b-7)}=$

$=\frac{b^2-7b+\cancel{b^2}+49-\cancel{b^2}-7b}{(b+7)(b-7)}=\frac{b^2-14b+49}{(b+7)(b-7)}=\frac{(b-7)^2}{(b+7)\cancel{(b-7)}}=\frac{b-7}{b+7}$;

2) $\frac{b-7}{b+7}:\frac{b-7}{(b+7)^2}=\frac{\cancel{(b-7)}(b+7)^{\cancel{2}}}{\cancel{(b+7)}\cancel{(b-7)}}=b+7$. $b+7=b+7$. Доведено.

202. 1) $\left(\frac{1}{1-a^2}-\frac{1}{a^2+2a+1}\right):\frac{2a}{a^2-1}=-\frac{1}{1+a}$.

1. $\frac{1}{1-a^2}-\frac{1}{a^2+2a+1}=\frac{1}{(1-a)(1+a)}-\frac{1}{(a+1)^2}=\frac{1+a-(1-a)}{(1+a)^2(1-a)}=$

$=\frac{\cancel{1}+a-\cancel{1}+a}{(1+a)^2(1-a)}=\frac{2a}{(1+a)^2(1-a)}$;

2. $\frac{2a}{(1+a)^2(1-a)}:\frac{2a}{a^2-1}=\frac{\cancel{2a}(a-1)\cancel{(a+1)}}{(1+a)^2(1-a)\cdot\cancel{2a}}=\frac{a-1}{(1+a)(1-a)}=$

$=-\frac{\cancel{(1-a)}}{(1+a)\cancel{(1-a)}}=-\frac{1}{1+a}$.

2) $\left(\frac{x+1}{2x-2}-\frac{x+3}{2x+2}+\frac{6}{2x^2-2}\right)\cdot\frac{4x^2-4}{5}=4$. *Відповідь:* $-\frac{1}{1+a}$;

1. $\frac{x+1}{2x-2}-\frac{x+3}{2x+2}+\frac{6}{2x^2-2}=\frac{x+1}{2(x-1)}-\frac{x+3}{2(x+1)}+\frac{6}{2(x^2-1)}=$

$=\frac{(x+1)^2-(x+3)(x-1)+6}{2(x^2-1)}=\frac{\cancel{x^2}+\cancel{2x}+1-\cancel{x^2}+\cancel{x}-\cancel{3x}+3+6}{2(x^2-1)}=$

$=\frac{10}{2(x^2-1)}=\frac{5}{x^2-1}$;

2. $\frac{5}{x^2-1}\cdot\frac{4(x^2-1)}{5}=\frac{\cancel{5}\cdot4\cdot\cancel{(x^2-1)}}{\cancel{(x^2-1)}\cdot\cancel{5}}=4$. *Відповідь:* 4.

203. 1) $\left(\frac{1}{4-a^2}-\frac{1}{a^2-4a+4}\right)\cdot\frac{a^2-4}{2a}=-\frac{1}{2-a}$.

1. $\frac{1}{4-a^2}-\frac{1}{a^2-4a+4}=-\frac{1}{(a-2)(a+2)}-\frac{1}{(a-2)^2}=\frac{-(a-2)-(a+2)}{(a-2)^2(a+2)}=$

$=\frac{-a+2-a-2}{(a-2)^2(a+2)}=\frac{-2a}{(a-2)^2(a+2)}$;

2. $\frac{-2a}{(a-2)^2(a+2)}\cdot\frac{a^2-4}{2a}=\frac{-\cancel{2a}\cancel{(a-2)}\cancel{(a+2)}}{(a-2)^{\cancel{2}}\cancel{(a+2)}\cdot\cancel{2a}}=-\frac{1}{a-2}$;

Відповідь: $-\frac{1}{a-2}$;

2) $\left(\frac{a+1}{3a-3}-\frac{\overset{1}{a+2}}{3a+3}+\frac{21-a}{3a^2-3}\right)^2 : \frac{4}{a^2-1}=2.$

1. $\frac{a+1}{3a-3}-\frac{a+2}{3a+3}+\frac{21-a}{3a^2-3}=\frac{a+1}{3(a-1)}-\frac{a+2}{3(a+1)}+\frac{21-a}{3(a^2-1)}=$

$=\frac{(a+1)^2-(a+2)(a-1)+21-a}{3(a^2-1)}=\frac{a^2+2a+1-a^2+a-2a+2+21-a}{3(a^2-1)}=$

$=\frac{24}{3(a^2-1)}$;

2. $\frac{24}{3(a^2-1)}:\frac{4}{a^2-1}=\frac{{}^2\cancel{24}\cdot\cancel{(a^2-1)}}{\cancel{3}\cancel{(a^2-1)}\cdot\cancel{4}}=2.$ *Відповідь*: 2.

204. 1) $\left(\overset{1}{2}-\frac{2a^2-a}{a^2-a+1}\right)^3 : \left(\frac{1}{a-1}-\frac{\overset{2}{a-1}}{a^2-a+1}\right)=a+1.$

Спростимо ліву частину тотожності:

1. $2-\frac{2a^2-a}{a^2-a+1}=\frac{2(a^2-a+1)-2a^2+a}{a^2-a+1}=\frac{\cancel{2a^2}-2a+2-\cancel{2a^2}+a}{a^2-a+1}=$

$=\frac{2-a}{a^2-a+1}$;

2. $\frac{1}{a-1}-\frac{a-1}{a^2-a+1}=\frac{a^2-a+1-(a-1)(a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)}=\frac{a^2-a+1-(a^2-1)}{(a+1)(a^2-a+1)}=$

$=\frac{\cancel{a^2}-a+1-\cancel{a^2}+1}{(a+1)(a^2-a+1)}=\frac{2-a}{(a+1)(a^2-a+1)}$;

3. $\frac{2-a}{a^2-a+1}:\frac{2-a}{(a+1)(a^2-a+1)}=\frac{\cancel{(2-a)}(a+1)\cancel{(a^2-a+1)}}{\cancel{(a^2-a+1)}\cancel{(2-a)}}=a+1.$

$a+1=a+1$. **Доведено.**

2) $\left(\frac{m-2}{m^2-2m+4}-\frac{\overset{1}{6m-13}}{m^3+8}\right)^2 \cdot \frac{2m^3+16}{18-6m}=\frac{3-m}{3}.$

Спростимо ліву частину тотожності:

1. $\frac{m-2}{m^2-2m+4}-\frac{6m-13}{m^3+8}=\frac{(m-2)(m+2)-(6m-13)}{(m+2)(m^2-2m+4)}=$

$=\frac{m^2-4-6m+13}{m^3+8}=\frac{m^2-6m+9}{m^3+8}=\frac{(m-3)^2}{m^3+8}$;

2. $\frac{(m-3)^2}{m^3+8}\cdot\frac{2(m^3+8)}{-6(m-3)}=\frac{(m-3)^{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\cancel{(m^3+8)}}{-{}_3\cancel{6}\cancel{(m^3+8)}\cdot\cancel{(m-3)}}=\frac{m-3}{-3}=\frac{3-m}{3}.$

$\frac{3-m}{3}=\frac{3-m}{3}$. **Доведено.**

205. 1) $\frac{a+2}{16}^2\cdot\left(\frac{1}{a+2}+\frac{\overset{1}{3a-8}}{a^2-2a+4}-\frac{4a-28}{a^3-8}\right)=\frac{1}{4}.$

1. $\frac{1}{a+2}+\frac{3a-8}{a^2-2a+4}-\frac{4a-28}{a^3-8}=\frac{a^2-2a+4+(3a-8)(a+2)-(4a-28)}{(a+2)(a^2-2a+4)}=$

$=\frac{a^2-\cancel{2a}+4+3a^2+\cancel{6a}-8a-16-\cancel{4a}+28}{(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{4a^2-8a+16}{(a+2)(a^2-2a+4)}=$

$=\frac{4\cancel{(a^2-2a+4)}}{(a+2)\cancel{(a^2-2a+4)}}=\frac{4}{a+2}$;

2. $\frac{a+2}{16}\cdot\frac{4}{a+2}=\frac{1}{4}$. Вираз не залежить від змінної. Доведено.

2) $\left(\frac{1}{a+1}-\frac{3}{a^3+1}+\frac{3}{a^2-a+1}\right)\cdot\left(a-\frac{2a-1}{a+1}\right)=1.$

1. $\frac{1}{a+1}-\frac{3}{a^3+1}+\frac{3}{a^2-a+1}=\frac{a^2-a+1-3+3(a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)}=$
$=\frac{a^2-a+1-3+3a+3}{(a+1)(a^2-a+1)}=\frac{a^2+2a+1}{(a+1)(a^2-a+1)}=\frac{(a+1)^2}{(a+1)(a^2-a+1)}=$
$=\frac{a+1}{a^2-a+1};$

2. $a-\frac{2a-1}{a+1}=\frac{a^2+a-2a+1}{a+1}=\frac{a^2-a+1}{a+1};$

3. $\frac{a+1}{a^2-a+1}\cdot\frac{a^2-a+1}{a+1}=1.$

Враховуючи відповідь, маємо, що вираз не залежить від змінної. Доведено.

206. 1) $\frac{1}{b-2}+\frac{9b+6}{b^3-8}-\frac{1-2b}{b^2+2b+4}=\frac{b^2+2b+4+9b+6-(1-2b)(b-2)}{(b-2)(b^2+2b+4)}=$
$=\frac{b^2+11b+10-b+2+2b^2-4b}{(b-2)(b^2+2b+4)}=\frac{3b^2+6b+12}{(b-2)(b^2+2b+4)}=$
$=\frac{3(b^2+2b+4)}{(b-2)(b^2+2b+4)}=\frac{3}{b-2};$

2) $\frac{(b-2)\cdot 3}{15\cdot(b-2)}=\frac{1}{5}$. Вираз не залежить від змінної. Доведено.

Відповідь: $\frac{1}{5}$. Доведено.

207. 1) $\left(\frac{m}{n}-\frac{n}{m}\right)^2=\left(\frac{m^2-n^2}{nm}\right)^2=\frac{(m^2-n^2)^2}{n^2m^2}=\frac{m^4-2m^2n^2+n^4}{n^2m^2};$

2) $\left(\frac{a^2}{b}-1\right)^2+\left(\frac{a^2}{b}+1\right)^2=\left(\frac{a^2-b}{b}\right)^2+\left(\frac{a^2+b}{b}\right)^2=\frac{(a^2-b)^2}{b^2}+\frac{(a^2+b)^2}{b^2}=$
$=\frac{a^4-2a^2b-b^2+a^4+2a^2b+b^2}{b^2}=\frac{2a^4+2b^2}{b^2};$

3) $\left(\frac{x}{y^2}-\frac{y}{x^2}\right)^2+\left(\frac{x}{y^2}+\frac{y}{x^2}\right)^2=\frac{(x^3-y^3)^2}{(y^2x^2)^2}+\frac{(x^3+y^3)^2}{(y^2x^2)^2}=$
$=\frac{x^6-2x^3y^3+y^6+x^6+2x^3y^3+y^6}{x^4y^4}=\frac{2x^6+2y^6}{x^4y^4};$

4) $\left(\frac{a+b}{a}+\frac{a-b}{b}\right)^2-\left(\frac{a+b}{a}-\frac{a-b}{b}\right)^2=\left(\frac{a+b}{a}+\frac{a-b}{b}+\frac{a+b}{a}-\frac{a-b}{b}\right)\times$
$\times\left(\frac{a+b}{b}+\frac{a-b}{a}-\frac{a+b}{b}+\frac{a-b}{a}\right)=\left(\frac{a+b}{a}+\frac{a+b}{a}\right)\cdot\left(\frac{a-b}{a}+\frac{a-b}{a}\right)=$
$=\frac{2(a+b)}{a}\cdot\frac{2(a-b)}{a}=\frac{4(a^2-b^2)}{ab}.$

208. 1) $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2=\left(\frac{x^2+y^2}{yx}\right)^2=\frac{x^4+2x^2y^2+y^4}{x^2y^2}$;

2) $\left(\frac{m}{n^2}+1\right)^2-\left(\frac{m}{n^2}-1\right)^2=\left(\frac{m+n^2}{n^2}\right)^2-\left(\frac{m-n^2}{n^2}\right)^2=\frac{m^2+2mn^2+n^4}{n^4}-$

$-\frac{m^2-2mn^2+n^4}{n^4}=\frac{m^2+2mn^2+n^4-m^2+2mn^2-n^4}{n^4}=\frac{4mn^2}{n^4}=\frac{4m}{n^2}$.

209. 1) $\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=\frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x+1}{x}}=\frac{x-1}{x}:\frac{x+1}{x}=\frac{(x-1)\cdot x}{x\cdot(x+1)}=\frac{x-1}{x+1}$;

2) $\frac{\frac{7x-a}{a}+1}{\frac{7x-a}{a}-1}=1$; 1. $\frac{7x-a}{a}+1=\frac{7x-a+a}{a}=\frac{7x}{a}$;

2. $\frac{7x+a}{a}-1=\frac{7x+a-a}{a}=\frac{7x}{a}$; 3. $\frac{7x}{a}:\frac{7x}{a}=1$;

3) $\frac{\frac{1}{p}-\frac{1}{2p}}{\frac{1}{p^2}-\frac{1}{2p^2}}=\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{2p}\right):\left(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{2p^2}\right)=\frac{2-1}{2p}:\frac{2-1}{2p^2}=\frac{1}{2p}:\frac{1}{2p^2}=\frac{1\cdot 2p^2}{2p\cdot 1}=p$;

4) $\frac{c-\frac{6c-9}{c}}{\frac{3}{c}-1}=\left(c-\frac{6c-9}{c}\right):\left(\frac{3}{c}-1\right)=\frac{c^2-6c+9}{c}:\frac{3-c}{c}=$

$=\frac{(c-3)^2}{c}\cdot\frac{c}{(3-c)}=\frac{(c-3)^2\cdot c}{c\cdot(3-c)}=3-c$;

5) $\frac{\frac{x}{x-1}-\frac{x+1}{x}}{\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{x}}=\frac{x+1}{x-1}$;

1. $\frac{x}{x-1}-\frac{x+1}{x}=\frac{x^2-(x+1)(x-1)}{x(x-1)}=\frac{x^2-x^2+1}{x(x-1)}=\frac{1}{x(x-1)}$;

2. $\frac{x}{x+1}-\frac{x-1}{x}=\frac{x^2-(x-1)(x+1)}{x(x+1)}=\frac{x^2-x^2+1}{x(x+1)}=\frac{1}{x(x+1)}$;

3. $\frac{1}{x(x-1)}:\frac{1}{x(x+1)}=\frac{x(x+1)}{x(x-1)}=\frac{x+1}{x-1}$;

6) $\frac{\frac{1}{n-m}-\frac{1}{n+m}}{\frac{1}{n-m}+\frac{1}{n+m}}=\left(\frac{1}{n-m}-\frac{1}{n+m}\right):\left(\frac{1}{n-m}+\frac{1}{n+m}\right)=$

$=\frac{n+m-n+m}{(n-m)(n+m)}:\frac{n+m+n-m}{(n-m)(n+m)}=\frac{2m\cdot(n-m)(n+m)}{(n-m)(n+m)\cdot 2n}=\frac{m}{n}$.

210. 1) $\dfrac{1+\dfrac{4}{m}}{1-\dfrac{4}{m}}=\dfrac{\dfrac{m+4}{m}}{\dfrac{m-4}{m}}=\dfrac{m+4}{m}:\dfrac{m-4}{m}=\dfrac{(m+4)\cdot m}{m\cdot(m-4)}=\dfrac{m+4}{m-4};$

2) $\dfrac{\dfrac{3p+m}{m}-1}{\dfrac{3p-m}{m}+1}=\left(\dfrac{3p+m}{m}-1\right):\left(\dfrac{3p-m}{m}+1\right)=$

$=\dfrac{3p+m-m}{m}:\dfrac{3p-m+m}{m}=\dfrac{3p}{m}:\dfrac{3p}{m}=1;$

3) $\dfrac{\dfrac{1}{4t}+\dfrac{1}{t}}{\dfrac{1}{4t^2}+\dfrac{1}{t^2}}=\left(\dfrac{1}{4t}+\dfrac{1}{t}\right):\left(\dfrac{1}{4t^2}+\dfrac{1}{t^2}\right)=\dfrac{1+4}{4t}:\dfrac{1+4}{4t^2}=\dfrac{5}{4t}:\dfrac{5}{4t^2}=\dfrac{5\cdot 4t^2}{4t\cdot 5}=t;$

4) $\dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{x-\dfrac{2x-1}{x}}=\left(1-\dfrac{1}{x}\right):\left(x-\dfrac{2x-1}{x}\right)=\dfrac{x-1}{x}:\dfrac{x^2-2x+1}{x}=$

$=\dfrac{(x-1)\cdot x}{x\cdot(x-1)^2}=\dfrac{1}{x-1};$

5) $\dfrac{\dfrac{m}{2-m}+\dfrac{2+m}{m}}{\dfrac{m}{2+m}+\dfrac{2-m}{m}}=\left(\dfrac{m}{2-m}+\dfrac{2+m}{m}\right):\left(\dfrac{m}{2+m}+\dfrac{2-m}{m}\right)=$

$=\dfrac{m^2+(2+m)(2-m)}{m(2-m)}:\dfrac{m^2+(2-m)(2+m)}{m(2+m)}=\dfrac{(m^2+4-m^2)\cdot m(2+m)}{m(2-m)\cdot(m^2+4-m^2)}=$

$=\dfrac{4\cdot m(2+m)}{4\cdot m(2-m)}=\dfrac{2+m}{2-m};$

6) $\dfrac{\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x+2}}{\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}}=\left(\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x+2}\right):\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x+2}\right)=$

$=\dfrac{x+2+x-2}{(x-2)(x+2)}:\dfrac{x+2-x+2}{(x-2)(x+2)}=\dfrac{2x(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)\cdot 4_2}=\dfrac{x}{2}.$

211. $\dfrac{8}{4a-b}:\left(\dfrac{2a-0,5b}{4a^2+ab+0,25b^2}+\dfrac{24ab}{64a^3-b^3}+\dfrac{1}{2a-0,5b}\right)=2.$

1. $\dfrac{0,5(4a-b)}{4a^2+ab+0,25b^2}+\dfrac{24ab}{(4a-b)(16a^2+4ab+b^2)}+\dfrac{1}{0,5(4a-b)}=$

$=\dfrac{0,5(4a-b)}{4a^2+ab+0,25b^2}+\dfrac{6ab}{(4a-b)(4a^2+ab+0,25b^2)}+\dfrac{2}{(4a-b)}=$

$=\dfrac{0,5(4a-b)^2+6ab+2(4a^2-ab+0,25b^2)}{(4a-b)(4a^2+ab+0,25b^2)}=$

$=\dfrac{8a^2-4ab+0,5b^2+6ab+8a^2+2ab+0,5b^2}{(4a-b)(4a^2+ab+0,25b^2)}=$

$$= \frac{16a^2 + 4ab + b^2}{(4a-b)(4a^2 + ab + 0,25b^2)} = \frac{4(4a^2 + ab + 0,25b^2)}{(4a-b)(4a^2 + ab + 0,25b^2)} = \frac{4}{4a-b};$$

2. $\frac{8}{4a-b} : \frac{4}{4a-b} = \frac{^2 8 \cdot (4a-b)}{(4a-b) \cdot 4} = 2.$ Враховуючи відповідь, маємо, що даний вираз не залежить від змінних. *Відповідь*: 2.

212. Спочатку спростимо вираз. $\left(\frac{1,5a-4}{0,5a^2 - a + 2} - \frac{2a-14}{0,5a^3+4} + \frac{1}{a+2}\right) : \frac{4}{a+2} = 1.$

1. $\frac{1,5a-4}{0,5a^2 - a + 2} - \frac{2a-14}{0,5a^3+4} + \frac{1}{a+2} = \frac{1,5a-4}{0,5(a^2-2a+4)} - \frac{2a-14}{0,5(a^3-8)} + \frac{1}{a+2} =$

$$= \frac{(1,5a-4)(a+2) - (2a-14)\cdot 0,5(a^2-2a+4)}{0,5(a+2)(a^2-2a+4)} =$$

$$= \frac{1,5a^2 + 3a - 4a - 8 - 2a + 14 + 0,5a^2 - a + 2}{0,5(a+2)(a^2-2a+4)} = \frac{2a^2 - 4a + 8}{0,5(a+2)(a^2-2a+4)} =$$

$$= \frac{2(a^2-2a+4)}{0,5(a+2)(a^2-2a+4)} = \frac{4}{a+2};$$

2. $\frac{4}{a+2} : \frac{4}{a+2} = 1.$ Вираз не залежить від змінної. *Відповідь*: 1.

213. Відомо, що $x - \frac{1}{x} = 7.$ Для того, щоб знайти $x^2 + \frac{1}{x^2}$, піднесемо до квадрату початкове рівняння. Маємо:

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = 7^2;$ $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 49;$ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 51.$ *Відповідь*: 51.

214. Відомо, що $x + \frac{1}{x} = 3,$ знайдемо $x^2 + \frac{1}{x^2}.$ Для цього $x + \frac{1}{x} = 3$ піднесемо до квадрату ліву і праву частини. Маємо

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2;$ $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9;$ $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7.$ *Відповідь*: 7.

215. 1) $\left(\frac{8x^2+2x}{8x^3-1}^{1} - \frac{2x+1}{4x^2+2x+1}\right)^{3} \cdot \left(1 + \frac{2x+1}{2x}^{2} - \frac{4x^2+10}{4x^2+2x}\right) = \frac{2x-1}{2x(2x+1)}.$

1. $\frac{8x^2+2x}{8x^3-1} - \frac{2x+1}{4x^2+2x+1} = \frac{8x^2+2x-(2x+1)(2x-1)}{(2x-1)(4x^2+2x+1)} =$

$$= \frac{8x^2+2x-4x^2-1}{(2x-1)(4x^2+2x+1)} = \frac{(4x^2+2x-1)}{(2x-1)(4x^2+2x+1)} = \frac{1}{2x-1};$$

2. $1 + \frac{2x+1}{2x} - \frac{4x^2+10}{4x^2+2x} = 1 + \frac{2x+1}{2x} - \frac{4x^2+10}{2x(2x+1)} =$

$$= \frac{4x^2 + 2x + (2x+1)^2 - 4x^2 - 10x}{2x(2x+1)} = \frac{-8x + 4x^2 + 4x + 1}{2x(2x+1)} =$$

$$= \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x(2x+1)} = \frac{(2x-1)^2}{2x(2x+1)};$$

3. $\frac{1 \cdot (2x-1)^2}{(2x-1)\cdot 2x(2x+1)} = \frac{2x-1}{2x(2x+1)}.$ *Відповідь*: $\frac{2x-1}{2x(2x+1)};$

2) $\frac{p^2-2p+1}{4}\cdot\left(\frac{2p}{p^3+1}:\frac{1-p}{p^2-p+1}+\frac{2}{p-1}\right):\frac{p-1}{p+1}=\frac{1}{2}.$

1. $\frac{2p}{p^3+1}:\frac{1-p}{p^2-p+1}+\frac{2}{p-1}=\frac{2p\cdot(p^2-p+1)}{(p+1)(p^2-p+1)(1-p)}+\frac{2}{p-1}=$
$=\frac{2p}{(p+1)(1-p)}+\frac{2}{p-1}=\frac{2p}{(p+1)(1-p)}-\frac{2}{1-p}=\frac{2p-2(1+p)}{(p+1)(1-p)}=$
$=\frac{2p-2-2p}{(p+1)(1-p)}=-\frac{2}{(p+1)(1-p)}=\frac{2}{(p+1)(p-1)};$

2. $\frac{(p-1)^2}{4}\cdot\frac{2}{(p+1)(p-1)}=\frac{(p-1)^2\cdot 2}{4\cdot(p+1)(p-1)}=\frac{p-1}{2(p+1)};$

3. $\frac{p-1}{2(p+1)}:\frac{p-1}{p+1}=\frac{(p-1)\cdot(p+1)}{2(p+1)\cdot(p-1)}=\frac{1}{2}.$ *Відповідь:* 2) $\frac{1}{2}$.

216. $\left(\frac{2x}{x+1}+\frac{2}{x-1}+\frac{4x}{x^2-1}\right)\cdot\left(\frac{2x}{x+1}+\frac{2}{x-1}-\frac{4x}{x^2-1}\right)=4.$

1. $\frac{2x}{x+1}+\frac{2}{x-1}+\frac{4x}{x^2-1}=\frac{2x(x-1)+2(x+1)+4x}{x^2-1}=\frac{2x^2-2x+2x+2+4x}{x^2-1}=$
$=\frac{2x^2+4x+2}{x^2-1}=\frac{2(x^2+2x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2(x+1)^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{2(x+1)}{(x-1)};$

2. $\frac{2x}{x+1}+\frac{2}{x-1}-\frac{4x}{x^2-1}=\frac{2x(x-1)+2(x+1)-4x}{x^2-1}=\frac{2x^2-2x+2x+2-4x}{x^2-1}=$
$=\frac{2x^2-4x+2}{x^2-1}=\frac{2(x^2-2x+1)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{2(x-1)}{(x+1)};$

3. $\frac{2(x+1)}{(x-1)}\cdot\frac{2(x-1)}{(x+1)}=4.$

Враховуючи відповідь, маємо, що вираз не залежить не змінної. *Відповідь:* 4.

217. $\left(\frac{m^2-3m}{m^3+3m^2+3m+1}+\frac{1}{m^2+2m+1}\right)\cdot\left(\frac{3-m}{m^2-2m+1}-\frac{2}{1-m}\right).$

1. $\frac{m^2-3m}{(m+1)^3}+\frac{1}{(m+1)^2}=\frac{m^3+3m^2+3m+1}{(m+1)^3}=\frac{m^2-2m+1}{(m+1)^3}=\frac{(m-1)^2}{(m+1)^3};$

2. $\frac{3-m}{(m-1)^2}-\frac{2}{1-m}=\frac{3-m+2(m-1)}{(m+1)^2}=\frac{3-m+2(m-1)}{(m+1)^2}=$
$=\frac{3-m+2m-2}{(m+1)^2}=\frac{m+1}{(m+1)^2};$

3. $\frac{(m-1)^2}{(m+1)^3}\cdot\frac{(m+1)}{(m+1)^2}=\frac{(m+1)}{(m+1)^3}=\frac{1}{(m+1)^2}.$ Врахуємо, що $(m+1)>0$ завжди додатне число, тобто $\frac{1}{(m+1)^2}>0$ при всіх допустимих значеннях змінної. Доведено.

218. 1) $1-\frac{x}{1-\frac{x}{x+1}}=1-\frac{x}{\frac{x+1-x}{x+1}}=1-x:\frac{1}{x+1}=1-\frac{x\cdot(x+1)}{1\cdot 1}=1-x^2-x;$

2) $\dfrac{m}{m-\dfrac{1}{m-\dfrac{m}{1-m}}}=\dfrac{m}{m-\dfrac{1}{\dfrac{m(1-m)-m}{1-m}}}=\dfrac{m}{m-\dfrac{1-m}{m-m^2-m}}=\dfrac{m}{m+\dfrac{1-m}{m^2}}=$

$=\dfrac{m}{\dfrac{m^3+1-m}{m^2}}=\dfrac{m}{m^3-m+1}.$

219. 1) $1+\dfrac{2x}{1-\dfrac{x}{x+2}}=1+2x:\left(1-\dfrac{x}{x+2}\right)=1+2x:\dfrac{x+2-x}{x+2}=$

$=1+\dfrac{2x\cdot(x+2)}{1\cdot 2}=1+x^2+2x=x^2+2x+1=(x+1)^2;$

2) $\dfrac{1}{n-\dfrac{1}{n+\dfrac{n}{n-1}}}=1:\left(n-1:\left(n+\dfrac{n}{n-1}\right)\right)=1:\left(n-1:\dfrac{n^2-n+n}{n-1}\right)=$

$=1:\left(n-1:\dfrac{n^2}{n-1}\right)=1:\left(n-\dfrac{n+1}{n^2}\right)=1:\dfrac{n^3-n-1}{n^2}=\dfrac{n^2}{n^3-n-1}.$

220. 1) $x^7\cdot x^3:x^2=x^{7+3-2}=x^8$; 2) $(x^5:x^2):x=x^{5-2-1}=x^2$;
3) $(a^2)^3\cdot a=a^{6+1}=a^7$; 4) $(x^3)^5:x^4=x^{15-4}=x^{11}$.

221. $8^9-4^{12}=(2^3)^9-(2^2)^{12}=2^{27}-2^{24}=2^{24}\cdot(2^3-1)=2^{24}\cdot 7$. Доведено. Число ділиться на 7.

222. 1) $y=\begin{cases}2x+4, \text{ якщо } x<0,\\ 4-x, \text{ якщо } x\ge 0;\end{cases}$

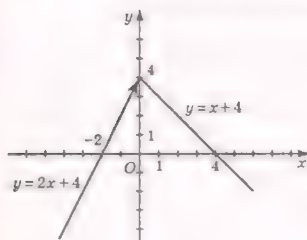
$y = 2x + 4$		
x	0	−2
y	4	0

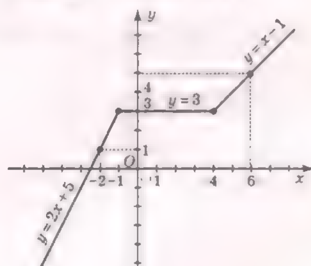
$y = 4 - x$		
x	0	4
y	4	0

2) $y=\begin{cases}2x+5, \text{ якщо } x<-1,\\ 3, \text{ якщо } -1\le x\le 4,\\ x-1, \text{ якщо } x>4.\end{cases}$

$y = 2x + 5$		
x	−1	−2
y	3	1

$y = x - 1$		
x	4	6
y	3	5





223. 1) При будь-яких значеннях x має зміст вираз:
2) $x \neq 1$. Будь-яке число, крім $x \neq 1$.
3) $x \neq 0$, $x \neq -3$. Будь-яке число, крім $x \neq 0$, $x \neq -3$.
4) $x \neq 0$ і $x \neq 5$. Будь-яке число, крім $x \neq 0$, $x \neq 5$.
5) $x \neq \pm 3$. . Будь-яке число, крім $x \neq \pm 3$.
6) $x^2 - 4x \neq 0$; $x(x - 4) \neq 0$; $x \neq 0$ і $x \neq 4$. . Будь-яке число, крім $x \neq 0$, $x \neq 4$.

224. 1) $\frac{(m-1)m}{m+2} = 0$; $\begin{cases}(m-1)m = 0, \\ m+2 \neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}m = 0, \\ m = 1, \\ m \pm -2;\end{cases}$

2) $\frac{x^2 - 2x}{8} = 0$; $x^2 - 2x = 0$; $x(x-2) = 0$; $\begin{cases}x = 0, \\ x = 2;\end{cases}$

3) $\frac{(m+2)m}{m^2 - 4} = 0$; $\begin{cases}(m+2)m = 0, \\ m^2 - 4 \neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}m + 2 = 0, \\ m = 0, \\ m \neq \pm 2;\end{cases}$ $\begin{cases}m = -2, \\ m = 0, \\ m \neq \pm 2;\end{cases}$

4) $\frac{x}{x^2 + x} = 0$; $\begin{cases}x = 0, \\ x^2 + x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 0, \\ x(x+1) \neq 0\end{cases}$ $\begin{cases}x = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -1.\end{cases}$ Розв'язків немає.

Відповідь: 1) 0; 1; 2) 0; 2; 3) 0; 4) розв'язків немає.

225. 1) $2(x - 3) = 4(x + 7) - 11$; $2x - 6 = 4x + 28 - 11$; $2x - 4x = 17 + 6$; $-2x = 23$; $x = 23 : (-2)$; $x = -11{,}5$; *Відповідь*: $-11{,}5$;
2) $5(x - 2) - 7(x + 1) = 9(x - 8)$; $5x - 10 - 7x - 7 = 9x - 72$; $-2x - 17 = 9x - 72$; $-2x - 9x = -72 + 17$; $-11x = -55$; $x = -55 : (-11)$; $x = 5$. *Відповідь*: 5.

226. 1) $\frac{2x-4}{7} = \frac{3x+1}{9}$; $9(2x - 4) = 7(3x + 1)$; $18x - 36 = 21x + 7$;

$18x - 21x = 36 + 7$; $-3x = 43$; $x = 43 : (-3)$; $x = -14\frac{1}{3}$; *Відповідь*: $-14\frac{1}{3}$;

2) $\frac{2x-11}{5} = \frac{3x+17}{10}$; $10(2x - 11) = 5(3x + 17)$; $2(2x - 11) = 3x + 17$;
$4x - 22 = 3x + 17$; $4x - 3x = 17 + 22$; $x = 39$. *Відповідь*: 39.

227. Нехай коштів було x, а жебраків — y. То маємо $x = 2y + 3$, так як роздав кожному жебраку по 2 динара і 3 залишилося. Враховуючи, що якщо б у нього було на 8 динарів більше, то він мав би дати кожному по 3 динара, маємо друге рівняння $x + 8 = 3y$. Розв'яжемо систему рівнянь: $\begin{cases}x = 2y + 3, \\ x + 8 = 3y\end{cases} \Rightarrow$ $2y + 3 + 8 = 3y$; $y = 11$. *Відповідь*: 11 жебраків.

§ 8. Раціональні рівняння. Рівносильні рівняння

229. Треба підставити $x = 1$ в рівняння і перевірити, чи виконується рівність. Тому маємо:
1) $\frac{x}{x+2} = 0$; $\frac{1}{3} \neq 0$; ні; 2) $\frac{x-1}{x+2} = 0$; $\frac{1-1}{1+2} = 0$; $\frac{0}{3} = 0$; $0 = 0$; так;
3) $x \neq 1$; ні;
4) $\frac{x^2 - 1}{x} = 0$; $\frac{1^2 - 1}{1} = 0$; $\frac{0}{1} = 0$; $0 = 0$; так.
Відповідь: 1) ні; 2) так; 3) ні; 4) так.

230. Треба підставити $x = 2$ в рівняння і перевірити, чи виконується рівність:

1) $\frac{x-2}{x+3} = 0$; $\frac{2-2}{2+3} = 0$; $\frac{0}{5} = 0$; $0 = 0$; так;

2) $\frac{x}{x+2} = 0$; $x \neq -2$; $\frac{2}{2+2} = 0$; $\frac{1}{4} \neq 0$; ні;

3) $\frac{x}{x-2} = 0$; $x \neq 2$; ні; 4) $\frac{4-x^2}{x+1} = 0$; $\frac{4-2^2}{2+1} = 0$; $\frac{0}{3} = 0$; $0 = 0$; так.

Відповідь: 1) так; 2) ні; 3) ні; 4) так.

231. 1) $\frac{x}{x-2} = 0$; $\begin{cases} x = 0, \\ x \neq 2; \end{cases}$ 2) $\frac{x-3}{x} = 0$; $\begin{cases} x-3 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ x \neq 0; \end{cases}$

3) $\frac{x+2}{x-1} = 0$; $\begin{cases} x+2 = 0, \\ x-1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -2, \\ x \neq 1; \end{cases}$ 4) $\frac{x+5}{x} = 0$; $\begin{cases} x+5 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -5, \\ x \neq 0. \end{cases}$

Відповідь: 1) 0; 2) 3; 3) −2; 4) −5.

232. 1) $\frac{x}{x-1} = 0$; $\begin{cases} x = 0, \\ x-1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, \\ x \neq 1; \end{cases}$ 2) $\frac{x-2}{x} = 0$; $\begin{cases} x-2 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ x \neq 0; \end{cases}$

3) $\frac{x+3}{x-4} = 0$; $\begin{cases} x+3 = 0, \\ x-4 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3, \\ x \neq 4; \end{cases}$ 4) $\frac{x+7}{x} = 0$; $\begin{cases} x+7 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -7, \\ x \neq 0. \end{cases}$

Відповідь: 1) 0; 2) 2; 3) −3; 4) −7.

233. 1) $\frac{2x-8}{x+4} = 0$; $\begin{cases} 2x-8 = 0, \\ x+4 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4, \\ x \neq -4; \end{cases}$ 2) $\frac{3x+7}{x} = 0$; $\begin{cases} 3x+7 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{7}{3}, \\ x \neq 0; \end{cases}$

3) $\frac{x^2}{x-9} = 0$; $\begin{cases} x^2 = 0, \\ x-9 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, \\ x \neq 9; \end{cases}$

4) $\frac{x-1}{1-x} = 0$; $\begin{cases} x-1 = 0, \\ 1-x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1. \\ x \neq 1; \end{cases}$ розв'язків немає.

Відповідь: 1) 4; 2) $-\frac{7}{3}$; 3) 0; 4) не має розв'язків.

234. 1) $\frac{3x+12}{x-4} = 0$; $\begin{cases} 3x+12 = 0, \\ x-4 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -4, \\ x \neq 4; \end{cases}$ 2) $\frac{2x-5}{x} = 0$; $\begin{cases} 2x-5 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2,5, \\ x \neq 0; \end{cases}$

3) $\frac{x^2}{x+1} = 0$; $\begin{cases} x^2 = 0, \\ x+1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$

4) $\frac{2-x}{x-2} = 0$; $\begin{cases} 2-x = 0, \\ x-2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ x \neq 2; \end{cases}$ не має розв'язків.

Відповідь: 1) 4; 2) 2,5; 3) 0; 4) не має розв'язків.

235. 1) $2 - \frac{x+3}{x} = 0$; $\frac{2x-x-3}{x} = 0$; $\frac{x-3}{x} = 0$; $\begin{cases} x-3 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3, \\ x \neq 0; \end{cases}$

2) $\frac{x}{x+2} = 2$; $\frac{x}{x+2} - 2 = 0$; $\frac{x-2(x+2)}{x+2} = 0$; $\frac{x-2x-4}{x+2} = 0$; $\frac{-x-4}{x+2} = 0$;
$\begin{cases} -x-4 = 0, \\ x+2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -4, \\ x \neq -2; \end{cases}$

3) $\frac{x}{x-4} = \frac{9}{5}$; $5x = 9(x-4)$; $5x = 9x - 36$; $5x - 9x = -36$; $-4x = -36$;

$x = -36 : (-4)$; $\begin{cases} x = 9, \\ x \neq 4; \end{cases}$

4) $\frac{3}{x-2}=\frac{2}{x-3}$; $\begin{cases}3(x-3)=2(x-2),\\ x-2\neq 0,\\ x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x-9=2x-4,\\ x\neq 2,\\ x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\ x\neq 2,\\ x\neq 3.\end{cases}$

Відповідь: 1) 3; 2) –4; 3) 9; 4) 5.

236. 1) $\frac{2x+1}{x}-3=0$; $\frac{2x+1-3x}{x}=0$; $\frac{1-x}{x}=0$; $\begin{cases}1-x=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\ x\neq 0;\end{cases}$

2) $\frac{x}{x-4}=5$; $\begin{cases}x=5(x-4),\\ x-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5x-20,\\ x\neq 4;\end{cases}$ $\begin{cases}-4x=-20,\\ x\neq 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\ x\neq 4;\end{cases}$

3) $\frac{x}{x+2}=\frac{5}{3}$; $\begin{cases}3x=5(x+2),\\ x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=5x+10,\\ x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}-2x=10,\\ x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-5,\\ x\neq -2;\end{cases}$

4) $\frac{5}{x-2}=\frac{3}{x+4}$; $\begin{cases}5(x+4)=3(x-2),\\ x-2\neq 0,\\ x+4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}5x+20=3x-6,\\ x\neq 2,\\ x\neq -4;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-26,\\ x\neq 2,\\ x\neq -4;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-13,\\ x\neq 2;\\ x\neq -4.\end{cases}$

Відповідь: 1) 1; 2) 5; 3) –5; 4) –13.

237. Так як рівняння є рівносильними, якщо множини їх коренів рівні, то розв'яжемо рівняння і знайдемо їх корені.

1) $\frac{x}{x-2}=\frac{4}{x-2}$; $\begin{cases}x=4,\\ x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\ x\neq 2;\end{cases}$ і $\frac{x-5}{x}=\frac{3-x}{x}$; $\begin{cases}x-5=3-x,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=8,\\ x\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=4,\\ x\neq 0.\end{cases}$ Враховуючи, що корінь першого рівняння 4 і другого також 4, то рівняння рівносильні.

2) $\frac{x^2+2x}{x-4}=\frac{x^2-4}{x-3}$; $\begin{cases}\not{x^2}+2x=\not{x^2}-4,\\ x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-4,\\ x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2,\\ x\neq 3;\end{cases}$ і

$\frac{2x-3}{3x}-\frac{x-2}{3x}=0$; $\frac{x-3}{3x}=\frac{x-2}{3x}$; $\begin{cases}2x-3=x-2,\\ 3x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\ x\neq 0.\end{cases}$

Корінь першого рівняння (–2), а другого — 1, тобто рівняння не є рівносильними.

238. Для перевірки рівносильності знайдемо корені рівнянь:

1) $\frac{x-4}{x}=\frac{2-x}{x}$; $\begin{cases}x-4=2-x,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=6,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\ x\neq 0;\end{cases}$ і $\frac{x}{x+1}=\frac{3}{x+1}$;

$\begin{cases}x=3,\\ x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\ x\neq -1.\end{cases}$ Рівняння рівносильні, так як корені рівнянь рівні.

2) $\frac{x^2-x}{x-1}=\frac{x^2+5}{x-1}$; $\begin{cases}\not{x^2}-x=\not{x^2}+5,\\ x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-x=5,\\ x\neq 1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-5,\\ x\neq 1;\end{cases}$ і $\frac{3x-1}{2x}-\frac{2x-5}{2x}=0$;

$\frac{3x-1}{2x}=\frac{2x-5}{2x}$; $\begin{cases}3x-1=2x-5,\\ 2x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-4,\\ x\neq 0.\end{cases}$

Корені рівнянь не рівні, тобто рівняння не є рівносильними.

239. 1) $\frac{2x^2-1}{x+1}=2x$; $\begin{cases}2x^2-1=2x(x+1),\\ x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\not{2x^2}-1=\not{2x^2}+2x,\\ x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-1,\\ x\neq -1;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\ x\neq -1;\end{cases}$

2) $\frac{3x^2+1}{x}=3x-1;$ $\begin{cases}3x^2+1=(3x-1)x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{3x^2}+1=\cancel{3x^2}-x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-x=1,\\x\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-1,\\x\neq 0;\end{cases}$

3) $\frac{x-3}{2x^2+1}=\frac{1}{2x};$ $\begin{cases}2x(x-3)=2x^2+1,\\2x^2+1\neq 0,\\2x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{2x^2}-6x=\cancel{2x^2}+1,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-6x=1,\\x\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{1}{6},\\x\neq 0;\end{cases}$

4) $\frac{4x^2-3}{2x-1}=2x+3;$ $\begin{cases}4x^2-3=(2x-3)(2x-1),\\2x-1\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}\cancel{4x^2}-3=\cancel{4x^2}-2x-6x+3,\\2x\neq 1;\end{cases}$ $\begin{cases}-3=-8x+3,\\x\neq\frac{1}{2},\end{cases}$ $\begin{cases}8x=6,\\x\neq\frac{1}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{6}{8},\\x\neq\frac{1}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{3}{4},\\x\neq\frac{1}{2}.\end{cases}$

Відповідь: 1) $-\frac{1}{2}$; 2) -1; 3) $-\frac{1}{6}$; 4) $\frac{3}{4}$.

240. 1) $\frac{3x^2+2}{x-2}=3x;$ $\begin{cases}3x^2+2=3x(x-2),\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{3x^2}+2=\cancel{3x^2}-6x,\\x\neq 2;\end{cases}$ $\begin{cases}6x=-2,\\x\neq 2;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{1}{3},\\x\neq 2;\end{cases}$

2) $\frac{2x^2-1}{x}=2x+1;$ $\begin{cases}2x^2-1=(2x+1)x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{2x^2}-1=\cancel{2x^2}+x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\x\neq 0;\end{cases}$

3) $\frac{2x-3}{2x^2+3}=\frac{1}{x};$ $\begin{cases}(2x-3)x=2x^2+3,\\x\neq 0,\\2x^2+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{2x^2}-3x=\cancel{2x^2}+3,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-3x=3,\\x\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-1,\\x\neq 0;\end{cases}$

4) $\frac{6x^2-1}{2x+3}=3x-1;$ $\begin{cases}6x^2-1=(3x-1)(2x+3),\\2x+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{6x^2}-1=\cancel{6x^2}+9x-2x-3,\\2x\neq -3;\end{cases}$

$\begin{cases}-1=7x-3,\\x\neq -1,5;\end{cases}$ $\begin{cases}7x=2,\\x\neq -1,5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{2}{7},\\x\neq -1,5.\end{cases}$

Відповідь: 1) $-\frac{1}{3}$; 2) -1; 3) -1; 4) $\frac{2}{7}$.

241. Нехай чисельник x, $x>0$, то знаменник — $(x+5)$. Враховуючи, що дріб дорівнює $\frac{2}{3}$, маємо рівняння: $\frac{x}{x+5}=\frac{2}{3};$ $\begin{cases}3x=2(x+5),\\x+5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=2x+10,\\x\neq -5;\end{cases}$

$\begin{cases}x=10,\\x\neq -5.\end{cases}$ То маємо дріб $\frac{10}{15}$. *Відповідь*: $\frac{10}{15}$.

242. Нехай знаменник дорівнює x, $x>0$, то чисельник — $(x-12)$. Враховуючи, що дріб дорівнює $\frac{1}{5}$, маємо рівняння: $\frac{x-12}{x}=\frac{1}{5};$

$5(x-12)=x$; $5x-60=x$; $4x=60$; $x=60:4$; $x=15$. То маємо $\frac{15-12}{15}=\frac{3}{15}$. *Відповідь:* $\frac{3}{15}$.

243. Нехай це число x, то маємо рівняння:

$\frac{3+x}{10}=\frac{1}{2}$; $2(3+x)=10$; $6+2x=10$; $2x=4$; $x=2$.

Треба додати до чисельника 2, щоб отримати дріб $\frac{1}{2}$. *Відповідь:* 2.

244. Нехай це число x, то маємо рівняння:

$\frac{5}{18-x}=\frac{1}{3}$; $\begin{cases}5\cdot3=1\cdot(18-x),\\18-x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}18-x=15,\\x\neq18;\end{cases}$ $\begin{cases}x=18-15,\\x\neq18;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\neq18.\end{cases}$

Від знаменника треба відняти число 3, щоб отримати дріб $\frac{1}{3}$.

Відповідь: 3.

245. 1) $\frac{x+4}{2x-1}-\frac{x+8}{2x+1}=0$; $\frac{x+4}{2x-1}=\frac{x+8}{2x+1}$; $\begin{cases}(x+4)(2x+1)=(2x-1)(x+8),\\2x-1\neq0,\ x\neq\frac{1}{2},\\2x+1\neq0,\ x\neq-\frac{1}{2};\end{cases}$

$\cancel{2x^2}+x+8x+4=\cancel{2x^2}+16x-x-8$;

$9x+4=15x-8$; $-6x=12$; $x=-12:(-6)$; $x=2$;

2) $\frac{1^{\backslash 2}}{5x}-\frac{1}{10x}=\frac{1}{30}$; $\frac{2-1}{10x}=\frac{1}{30}$; $\frac{1}{10x}=\frac{1}{30}$; $\begin{cases}10x=30,\\10x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\neq0;\end{cases}$

3) $2+\frac{1}{x-2}=\frac{8-x}{2-x}$; $\frac{2(x-2)+1}{x-2}=\frac{-(8-x)}{x-2}$; $\begin{cases}2x-4+1=-8+x,\\x-2\neq0;\end{cases}$

$\begin{cases}2x-3=-8+x,\\x\neq2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-5,\\x\neq2;\end{cases}$

4) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{5x-5}=\frac{1}{10}$; $\frac{1^{\backslash 5}}{x-1}-\frac{1}{5(x-1)}=\frac{1}{10}$; $\frac{5-1}{5(x-1)}=\frac{1}{10}$; $\frac{4}{5(x-1)}=\frac{1}{10}$;

$\begin{cases}5(x-1)=40,\\x-1\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x-1=8,\\x\neq1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=9,\\x\neq1.\end{cases}$

Відповідь: 1) 2; 2) 3; 3) −5; 4) 9.

246. 1) $\frac{x+1}{3x+1}-\frac{x}{3x-1}=0$; $\frac{x+1}{3x+1}=\frac{x}{3x-1}$; $\begin{cases}(x+1)(3x-1)=x(3x+1),\\3x+1\neq0,\ x\neq-\frac{1}{3},\\3x-1\neq0,\ x\neq\frac{1}{3};\end{cases}$

$\cancel{3x^2}-x+3x-1=\cancel{3x^2}+x$;

$2x-1=x$; $x=1$;

2) $\frac{1}{6x}-\frac{1^{\backslash 3}}{2x}=\frac{1}{6}$; $\frac{1-3}{6x}=\frac{1}{6}$; $-\frac{2}{6x}=\frac{1}{6}$; $\begin{cases}6x=-12,\\6x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2,\\x\neq0;\end{cases}$

3) $3+\frac{1}{1-x}=\frac{x}{x-1}$; $\frac{3(1-x)+1}{1-x}=\frac{-x}{1-x}$; $\frac{3-3x+1}{1-x}=\frac{-x}{1-x}$; $\begin{cases}-3x+4=-x,\\1-x\neq0;\end{cases}$

$\begin{cases}-2x=-4,\\x\neq1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq1;\end{cases}$

4) $\frac{1}{4x+4}-\frac{1}{x+1}=\frac{3}{8}$; $\frac{1}{4(x+1)}-\frac{1^{\backslash 4}}{x+1}=\frac{3}{8}$; $\frac{1-4}{4(x+1)}=\frac{3}{8}$; $\frac{-3}{4(x+1)}=\frac{3}{8}$;

$\begin{cases}12(x+1)=-24,\\ x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x+1=-2,\\ x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\ x\neq -1.\end{cases}$

Відповідь: 1) 1; 2) −2; 3) 2; 4) −3.

247. Для перевірки рівносильності рівнянь знайдемо корені:

1) $\frac{2x+6^{\,x-2}}{x+1}+\frac{3x-7^{\,x+1}}{x-2}=5;$ $\frac{(2x+6)(x-2)+(3x-7)(x+1)}{(x+1)(x-2)}=5;$

$\frac{2x^2-4x+6x-12+3x^2+3x-7x-7}{(x+1)(x-2)}=5;$ $\frac{5x^2-2x-19}{(x+1)(x-2)}=5;$

$5x^2-2x-19=5(x+1)(x-2);$ $\begin{cases}5x^2-2x-19=5(x^2-2x+x-2),\\ x+1\neq 0,\ x-2\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}\cancel{5x^2}-2x-19=\cancel{5x^2}-5x-10,\\ x\neq -1,\ x\neq 2;\end{cases}$ $\begin{cases}-2x-19=-5x-10,\\ x\neq -1,\ x\neq 2;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=9,\\ x\neq -1,\ x\neq 2;\end{cases}$

$\begin{cases}x=3,\\ x\neq -1,\ x\neq 2;\end{cases}$

2) $\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}=\frac{8}{x^3-4};$ $\frac{(x-2)^2+(x+2)^2}{(x-2)(x+2)}=\frac{8}{x^2-4};$

$\frac{x^2-\cancel{4x}+4+x^2+\cancel{4x}+4}{x^2-4}=\frac{8}{x^2-4};$ $\frac{2x^2+8}{x^2-4}=\frac{8}{x^2-4};$ $\begin{cases}2x^2+8=8,\\ x-2\neq 0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}2x^2=0,\\ x\neq 2,\\ x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\ x\neq \pm 2.\end{cases}$ Ні є рівносильними.

248. Для перевірки рівносильності рівнянь знайдемо корені:

1) $\frac{3x-12}{x-3}+\frac{x+12}{x}=4;$ $\frac{x(3x-12)+(x-3)(x+12)}{(x-3)x}=4;$

$\frac{3x^2-\cancel{12x}+x^2+\cancel{12x}-3x-36}{x(x-3)}=4;$ $\frac{4x^2-3x-36}{x(x-3)}=4;$

$\begin{cases}4x^2-3x-36=4x(x-3),\\ x\neq 0,\\ x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{4x^2}-3x-36=\cancel{4x^2}-12x,\\ x\neq 0,\\ x\neq 3.\end{cases}$

$-3x-36=-12x;$ $9x=36;$ $x=4;$

2) $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-1}{x+1}=\frac{2}{x^2-1};$ $\frac{(x+1)^2+(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{2}{x^2-1};$

$\frac{x^2+\cancel{2x}+1+x^2-\cancel{2x}+1}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-1};$ $\frac{2x^2+2}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-1};$ $\begin{cases}2x^2+2=2,\\ x-1\neq 0,\\ x+1\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}2x^2=0,\\ x\neq 1,\\ x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\ x\neq 1,\\ x\neq -1.\end{cases}$ Ні є рівносильними, так як корені не рівні.

249. Нехай знаменник x, то чисельник — $(x-5)$. За умовою до чисельник додали 1, то маємо: $(x-5+14)=(x+9)$, а від знаменника відняли 1, то отримаємо — $(x-1)$, то отримали дріб $\frac{x+9}{x-1}$, обернена до даної.

Початкова дріб $\frac{x-5}{x}$, обернена — $\frac{x+9}{x-1}$.

Маємо рівняння: $\frac{x-5}{x}=\frac{x-1}{x+9}$; $(x-5)(x+9)=x(x-1)$;

$$\begin{cases} x^2+9x-5x-45=x^2-x, \\ x\neq 0, \\ x+9\neq 0, \end{cases} \begin{cases} 4x-45=-x, \\ x\neq 0, \\ x\neq -9, \end{cases} \begin{cases} 5x=45, \\ x\neq 0, \\ x\neq -9; \end{cases}$$

$x=9$. Початкова дріб $\frac{4}{9}$. *Відповідь:* $\frac{4}{9}$.

250. Нехай чисельник дорівнює x, то знаменник — $(x+3)$. До чисельника додали 8, тобто отримали $(x+8)$, а від знаменника відняли 1, то отримали: $x+3-1=x+2$. Отримаємо початкову дріб: $\frac{x}{x+3}$.

Обернена дріб: $\frac{x+8}{x+2}$. Отримаємо рівняння: $\frac{x}{x+3}=\frac{x+2}{x+8}$;

$$\begin{cases} x(x+8)=(x+3)(x+2), \\ x+3\neq 0, \\ x+8\neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2+8x=x^2+2x+3x+6, \\ x\neq -3, \\ x\neq -8; \end{cases} \begin{cases} 8x=5x+6, \\ x\neq -3, \\ x\neq -8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x=6, \\ x\neq -3, \\ x\neq -8; \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ x\neq -3, \\ x\neq -8. \end{cases}$$

Маємо початкова дріб: $\frac{2}{5}$. *Відповідь:* $\frac{2}{5}$.

251. а) $\frac{x^2-2}{x^2+2x}=\frac{x-1^{\backslash x+2}}{x}+\frac{x+3^{\backslash x}}{x+2}$; $\frac{x^2-2}{x(x+2)}=\frac{(x-1)(x+2)+x(x+3)}{x(x+2)}$;

$\frac{x^2-2}{x(x+2)}=\frac{x^2+2x-x-2+x^2+3x}{x(x+2)}$; $\frac{x^2-2}{x(x+2)}=\frac{2x^2+4x-2}{x(x+2)}$;

$$\begin{cases} x^2-2=2x^2+4x-2, \\ x\neq 0, \\ x+1\neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2+4x=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq -2; \end{cases} \begin{cases} x(x+4)=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq -2; \end{cases} \begin{cases} x=0,\ x=-4, \\ x\neq 0, \\ x\neq -2; \end{cases}$$

б) $\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{x^{\backslash x-1}}{x+1}+\frac{2^{\backslash x+1}}{x-1}$; $\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{x(x-1)+2(x+1)}{x^2-1}$;

$\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{x^2-x+2x+2}{x^2-1}$; $\frac{x^2+1}{x^2-1}=\frac{x^2+x+2}{x^2-1}$; $\begin{cases} x^2+1=x^2+x+2, \\ x-1\neq 0, \\ x+1\neq 0; \end{cases} \begin{cases} x=-1, \\ x\neq 1, \\ x\neq -1; \end{cases}$

розв'язків не має. *Відповідь:* а) −4; б) розв'язків не має.

252. 1) $\frac{x^2-2}{x^2-x}=\frac{x+2^{\backslash x-1}}{x}+\frac{x+3^{\backslash x}}{x-1}$; $\frac{x^2-2}{x(x-1)}=\frac{(x-1)(x+2)+x(x+3)}{x(x-1)}$;

$\frac{x^2-2}{x(x-1)}=\frac{x^2+2x-x-2+x^2+3x}{x(x-1)}$; $\frac{x^2-2}{x(x-1)}=\frac{2x^2+4x-2}{x(x-1)}$;

$$\begin{cases} x^2-2=2x^2+4x-2, \\ x\neq 0, \\ x-1\neq 0; \end{cases} \begin{cases} x^2+4x=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq 1; \end{cases} \begin{cases} x(x+4)=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq 1; \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ x=-4, \\ x\neq 0, \\ x\neq 1; \end{cases}$$

2) $\frac{x^2+8}{x^2-4}=\frac{x^{\backslash x-2}}{x+2}+\frac{3^{\backslash x+2}}{x-2}$; $\frac{x^2+8}{x^2-4}=\frac{x(x-2)+3(x+2)}{(x+2)(x-2)}$;

$\frac{x^2+8}{x^2-4}=\frac{x^2-2x+3x+6}{x^2-4}$; $\begin{cases} x^2+8=x^2+x+6, \\ x-2\neq 0, \\ x+2\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x+6=8, \\ x\neq 2, \\ x\neq -2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ x\neq 2, \\ x\neq -2. \end{cases}$

Розв'язків немає. *Відповідь*: 1) −4; 2) розв'язків немає.

253. 1) $\frac{|x-1|-5}{x-6}=0$; $\begin{cases} |x-1|-5=0, \\ x-6\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} |x-1|=5, \\ x\neq 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x-1=5, \\ x-1=-5, \\ x\neq 6; \end{cases}$ $\begin{cases} x=6, \\ x=-4, \\ x\neq 6; \end{cases}$

Відповідь: −4;

2) $\frac{|x-1|-1}{x(x-2)}=0$; $\begin{cases} |x-1|-1=0, \\ x\neq 0, \\ x-2\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} |x-1|=1, \\ x\neq 0, \\ x\neq 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x-1=1, \\ x-1=-1, \\ x\neq 0, \\ x\neq 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ x=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq 2; \end{cases}$

Відповідь: розв'язків немає.

254. 1) $\frac{|x-2|-3}{x-5}=0$; $\begin{cases} |x-2|-3=0, \\ x-5\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} |x-2|=3, \\ x\neq 5; \end{cases}$ $\begin{cases} x-2=3, \\ x-2=-3, \\ x\neq 5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=5, \\ x=-1, \\ x\neq 5; \end{cases}$

Відповідь: −1;

2) $\frac{|x-2|-2}{x(x-4)}=0$; $\begin{cases} |x-2|-2=0, \\ x\neq 0, \\ x-4\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} |x-2|=2, \\ x\neq 0, \\ x\neq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x-2=2, \\ x-2=-2, \\ x\neq 0, \\ x\neq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=4, \\ x=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq 4; \end{cases}$

Відповідь: розв'язків немає.

255. 1) $\frac{x-2a}{x(x-8)}=0$; $\begin{cases} x-2a=0, \\ x\neq 0, \\ x-8\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2a, \\ x\neq 0, \\ x\neq 8. \end{cases}$ То маємо: $\begin{cases} 2a\neq 0, \\ 2a\neq 8; \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 0, \\ a\neq 4. \end{cases}$

При $a=0$ і $a=4$ рівняння розв'язків не має.

2) $\frac{x-a+1}{x^2-3x}=0$; $\begin{cases} x-a+1=0, \\ x(x-3)\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=a-1, \\ x\neq 0, \\ x-3\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a=x+1, \\ x\neq 0, \\ x\neq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 0+1, \\ a\neq 3+1; \end{cases}$ $\begin{cases} a\neq 1, \\ a\neq 4. \end{cases}$

При $a=1$ і $a=4$ рівняння розв'язків не має.

Відповідь: 1) $a\neq 0$; $a\neq 4$; 2) $a\neq 1$; $a\neq 4$.

255. 2) $\frac{(x-a)(x-2a-1)}{x-3}=0$; $\begin{cases} (x-a)(x-2a-1)=0, \\ x-3\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x-a=0, \\ x-2a-1=0, \\ x\neq 3; \end{cases}$

$\begin{cases} x=a, \\ x=2a+1, \\ x\neq 3. \end{cases}$ За умовою рівняння має єдиний розв'язок, то маємо:

$\begin{cases} 2a+1=a, \\ a\neq 3, \\ 2a+1\neq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} a=-1, \\ a\neq 1, \\ 2a\neq 2; \end{cases}$ $\begin{cases} a=-1, \\ a\neq 1, \\ a\neq 1. \end{cases}$

Відповідь: $a=-1$, має єдиний розв'язок.

257. $\frac{10x}{x+2}-\frac{x-8}{3x+16}\cdot\frac{120}{x^2-8x}=\frac{10x}{x+2}-\frac{(x-8)\cdot 120^{40}}{3(x+2)\cdot x(x-8)}=\frac{10x^{\backslash x}}{x+2}-\frac{40}{x(x+2)}=$

$=\frac{10x^2-40}{x(x+2)}=\frac{10(x^2-4)}{x(x+2)}=\frac{10(x-2)(x+2)}{x(x+2)}=\frac{10(x-2)}{x}$.

Якщо $x=100$, то маємо: $\frac{10\cdot(100-2)}{100_{10}}=\frac{98}{10}=9{,}8$. *Відповідь*: 9,8.

258. $\frac{4a^2-b^2+2a-b}{4a^2+4ab+b^2+2a+b}=\frac{(4a^2-b^2)+(2a-b)}{(4a^2+4ab+b^2)+(2a+b)}=$

$=\frac{(2a-b)(2a+b)+(2a-b)}{(2a+b)^2+(2a+b)}=\frac{(2a-b)\cancel{(2a+b+1)}}{(2a+b)\cancel{(2a+b+1)}}=\frac{2a-b}{2a+b}.$

259. 1) $(-2)^3=-8$; 2) $14^2=196$; 3) $(-1)^{11}=-1$; 4) $0^5=0$; 5) $(0{,}3)^2=0{,}09$;

6) $(-0{,}8)^2=0{,}64$; 7) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2=\frac{4}{49}$; 8) $\left(-\frac{1}{5}\right)^3=-\frac{1}{125}$.

260. 1) $2^5-3^2=32-9=23$; 2) $(-1)^9+(-1)^8=-1+1=0$;

3) $4^2\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^2=16\cdot\frac{9}{16}=\frac{16\cdot 9}{16}=9$;

4) $5^3:\left(\frac{5}{6}\right)^2=125:\frac{25}{36}=\frac{{}^5\cancel{125}\cdot 36}{1\cdot\cancel{25}}=5\cdot 36=180.$

261. 1) $2=2^1$; $4=2^2$; $8=2^3$; $16=2^4$; $32=2^5$; $64=2^6$; $128=2^7$; $512=2^9$.

262.

П	о	н	о	м	а	р	ь	о	в										
								С	і	к	о	р	с	ь	к	и	й		
								Б	є	л	а	н	о	в					
							К	о	т	л	я	р	е	в	с	ь	к	и	й

Відповідь: Вієт.

Домашня самостійна робота № 2

1. $\frac{15}{m^2}\cdot\frac{m}{5}=\frac{{}^3\cancel{15}\cdot\cancel{m}}{m^{\cancel{2}}\cdot\cancel{5}}=\frac{3}{m}$. *Відповідь:* Б.

2. $\frac{3}{p}:\frac{9}{p^3}=\frac{\cancel{3}\cdot p^{\cancel{3}^2}}{\cancel{p}\cdot\cancel{9}_3}=\frac{p^2}{3}$. *Відповідь:* Г.

3. $x=2$; $\frac{x-2}{x}=0$; якщо $x=2$, то $\frac{2-2}{2}=\frac{0}{2}=0$. *Відповідь:* А.

4. $\frac{m^2-m}{p^2}\cdot\frac{ap}{m^2-2m+1}=\frac{m\cancel{(m-1)}\cdot a\cancel{p}}{p^{\cancel{2}}(m-1)^{\cancel{2}}}=\frac{ma}{p(m-1)}$. *Відповідь:* В.

5. $\left(-\frac{2p^7}{a^5}\right)^3=-\frac{8p^{21}}{a^{15}}$. *Відповідь:* Б.

6. $\frac{2x^2-5}{x+1}=2x$; $2x^2-5=2x(x+1)$; $\begin{cases}\cancel{2x^2}-5=\cancel{2x^2}+2x,\\ x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-5,\\ x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2{,}5,\\ x\neq -1.\end{cases}$

Відповідь: А.

7. $(25x^2-10x+1):\frac{10x^2-2x}{4x}=\frac{(5x-1)^{\cancel{2}}\cdot\cancel{4x}^2}{1\cdot\cancel{2x}\cancel{(5x-1)}}=2(5x-1)=10x-2.$

Відповідь: В.

8. $\frac{8}{x+1}:\left(\frac{x+1^{\backslash x+1}}{x-1}-\frac{4^{\backslash 1}}{x^2-1}-\frac{x-1^{\backslash x-1}}{x+1}\right)=\frac{8}{x+1}:\frac{(x+1)^2-4-(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=$

$=\frac{8\cdot(x-1)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)}(\cancel{x^2}+2x+\cancel{1}-4-\cancel{x^2}+2x-\cancel{1})}=\frac{8(x-1)}{4x-4}=\frac{8\cancel{(x-1)}}{4\cancel{(x-1)}}=2.$

Відповідь: Г.

9. Розв'яжемо рівняння і знайдемо корені: $\frac{x-3^{\backslash x-3}}{x+3}+\frac{x+3^{\backslash x+3}}{x-3}=\frac{18}{x^2-9}$;

$\frac{(x-3)^2+(x+3)^2}{(x+3)(x-3)}=\frac{18}{x^2-9}$; $\frac{x^2-6x+9+x^2+6x+9}{x^2-9}=\frac{18}{x^2-9}$;

$\frac{2x^2+18}{x^2-9}=\frac{18}{x^2-9}$; $\begin{cases}2x^2+18=18,\\x-3\neq0,\\x+3\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2=0,\\x\neq3,\\x\neq-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\x\neq3,\\x\neq-3.\end{cases}$

Корінь рівняння $x = 0$. *Відповідь*: В.

10. $\frac{0,1a^3+0,8}{0,2a^2-0,8}:\frac{0,5a^2-a+2}{0,25a+0,5}=\frac{0,1(a^3+8)\cdot0,5(0,5a+1)}{0,2(a^2-4)\cdot0,5(a^2-2a+4)}=$

$=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)(0,5a+1)}{2(a-2)(a+2)(a^2-2a+4)}=\frac{0,5a+1}{2(a-2)}=\frac{0,5(a+2)}{2(a-2)}=\frac{a+2}{4(a-2)}$.

Відповідь: А.

11. $x-\frac{1}{x}=5$. Знайти $x^2+\frac{1}{x^2}$. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=5^2$; $x^2-2+\frac{1}{x^2}=25$; $x^2+\frac{1}{x^2}=27$.

Відповідь: Г.

12. $\frac{2-|x-5|}{x-7}=0$; $\begin{cases}2-|x-5|=0,\\x-7\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}|x-5|=2,\\x\neq7;\end{cases}$ $\begin{cases}x-5=2,\\x-5=-2,\\x\neq7;\end{cases}$ $\begin{cases}x=7,\\x=3,\\x\neq7;\end{cases}$ корінь 3.

Відповідь: В.

Завдання для перевірки знань до §§5–8

1. $\frac{c^4}{4}\cdot\frac{5}{c^2}=\frac{c^{4^2}\cdot5}{4\cdot c^2}=\frac{5c^2}{4}$. *Відповідь*: $\frac{5c^2}{4}$.

2. $\frac{12}{a^2}\cdot\frac{a}{3}=\frac{{}^4 12\,a}{a^2\,3}=\frac{4}{a}$. *Відповідь*: $\frac{4}{a}$.

3. 1) $\frac{x^2-16}{x}=0$; $\begin{cases}x^2-16=0,\\x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}(x-4)(x+4)=0,\\x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x-4=0,\\x+4=0,\\x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\x=-4,\\x\neq0;\end{cases}$

4 — є корінь рівняння;

2) $\frac{x}{x-4}=0$; $\begin{cases}x=0,\\x-4\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\x\neq4;\end{cases}$ не має розв'язків. *Відповідь*: 1) так; 2) ні.

5. 1) $\frac{2a^3}{15m^2}\cdot\left(-\frac{5m}{6a^3}\right)=\frac{2a^3\cdot(-5)^{-1}m}{{}_5 15m^2\cdot6_3a^3}=-\frac{1}{15m}$;

2) $\frac{x^2-xy}{a^2}\cdot\frac{ab}{x^2-2xy+y^2}=\frac{x(x-y)ab}{a^2(x-y)^2}=\frac{xb}{a(x-y)}$;

3) $-\frac{3m^2}{7c^3}:\left(-\frac{9m^3}{28c}\right)=\frac{3m^2\cdot28^4c}{7c^{3^2}\cdot9_3m^3}=\frac{4}{3c^2m}$;

4) $\frac{x^2-16}{3x-6}:\frac{2x+8}{5x-10}=\frac{(x-4)(x+4)\cdot5(x-2)}{3(x-2)\cdot2(x+4)}=\frac{5(x-4)}{6}$.

Відповідь: 1) $-\frac{1}{15m}$; 2) $\frac{xb}{a(x-y)}$; 3) $\frac{4}{3c^2m}$; 4) $\frac{5(x-4)}{6}$.

6. 1) $\frac{4x+8}{x-3}=0$; $\begin{cases}4x+8=0,\\x-3\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x=-8,\\x\neq3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2,\\x\neq3;\end{cases}$

2) $\frac{4x^2-8}{x+1}=4x;$ $\begin{cases}x^2-8=4x(x+1),\\x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x^2-8=4x^2+4x,\\x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}4x=-8,\\x\neq -1;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-2,\\x\neq -1.\end{cases}$

Відповідь: 1) −2; 2) −2.

7. $\left(\frac{2a+1}{2a-1}-\frac{2a-1}{2a+1}\right):\frac{2a^2}{4a^2-1}=\frac{4}{a};$

1) $\frac{2a+1}{2a-1}^{\backslash 2a+1}-\frac{2a-1}{2a+1}^{\backslash 2a-1}=\frac{(2a+1)^2-(2a-1)^2}{(2a-1)(2a+1)}=$

$=\frac{(2a+1-2a+1)(2a+1+2a-1)}{(2a-1)(2a+1)}=\frac{4a\cdot 2}{4a^2-1}=\frac{8a}{4a^2-1};$

2) $\frac{8a\cdot(4a^2-1)}{(4a^2-1)\cdot 2a^2}=\frac{4}{a}.$ Доведено. *Відповідь*: $\frac{4}{a}$.

8. $\left(\frac{7}{x+7}+\frac{x^2+49}{x^2-49}-\frac{7}{7-x}\right)\cdot\frac{x-7}{x^2+14x+49}=\frac{1}{x+7};$

1) $\frac{7}{x+7}^{\backslash x-7}+\frac{x^2+49}{(x-7)(x+7)}+\frac{7}{x+7}^{\backslash x+7}=\frac{7(x-7)+x^2+49+7(x+7)}{(x-7)(x+7)}=$

$=\frac{7x-49+x^2+49+7x+49}{(x-7)(x+7)}=\frac{x^2+14x+49}{(x-7)(x+7)}=\frac{(x+7)^2}{(x-7)(x+7)}=\frac{x+7}{x-7};$

2) $\frac{x+7}{x-7}\cdot\frac{x-7}{(x+7)^2}=\frac{(x+7)(x-7)}{(x-7)(x+7)^2}=\frac{1}{x+7}.$ $\frac{1}{x+7}=\frac{1}{x+7}.$ Доведено.

9. $x+\frac{1}{x}=9;$ $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=9^2;$ $x^2+2+\frac{1}{x^2}=81;$ $x^2+\frac{1}{x^2}=81-2;$ $x^2+\frac{1}{x^2}=79.$

Відповідь: 79.

Додаткові задачі

10. $\frac{0,2a^3-1,6}{0,1a^2-1,6}:\frac{0,5a^2+a+2}{0,25a-1}=\frac{0,2(a^3-8)\cdot 0,25(a-4)}{0,1(a^2-16)\cdot 0,5(a^2+2a+4)}=$

$=\frac{0,05(a-2)(a^2+2a+4)(a-4)}{0,05(a-4)(a+4)(a^2+2a+4)}=\frac{a-2}{a+4}.$ *Відповідь*: $\frac{a-2}{a+4}$.

11. $\frac{|2-x|-3}{x-5}=0;$ $\begin{cases}|2-x|-3=0,\\x-5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}|2-x|=3,\\x\neq 5;\end{cases}$ $\begin{cases}2-x=3,\\2-x=-3,\\x\neq 5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\x=5,\\x\neq 5.\end{cases}$

Відповідь: −1.

§ 9. Степінь з цілим показником

264. 1) $4^{-5}=\frac{1}{4^5};$ 2) $a^{-1}=\frac{1}{a};$ 3) $p^{-10}=\frac{1}{p^{10}};$ 4) $c^{-8}=\frac{1}{c^8};$ 5) $(2a)^{-3}=\frac{1}{8a^3};$

6) $(a+b)^{-4}=\frac{1}{(a+b)^4}.$

265. 1) $b^{-3}=\frac{1}{b^3};$ 2) $7^{-1}=\frac{1}{7};$ 3) $2^{-7}=\frac{1}{2^7}=\frac{1}{128};$ 4) $t^{-6}=\frac{1}{t^6};$

5) $(3m)^{-2}=\frac{1}{(3m)^2}=\frac{1}{9m^2};$ 6) $(c-d)^{-7}=\frac{1}{(c-d)^7}.$

266. 1) $\frac{1}{9^4}=9^{-4}$; 2) $\frac{1}{p^5}=p^{-5}$; 3) $\frac{1}{10^9}=10^{-9}$;

4) $\frac{1}{m}=m^{-1}$; 5) $\frac{1}{(ab)^4}=(ab)^{-4}$; 6) $\frac{1}{(m-n)^4}=(m-n)^{-4}$.

267. 1) $\frac{1}{c^3}=c^{-3}$; 2) $\frac{1}{19^7}=19^{-7}$; 3) $\frac{1}{t^5}=t^{-5}$; 4) $\frac{1}{b}=b^{-1}$; 5) $\frac{1}{(cm)^6}=(cm)^{-6}$;

6) $\frac{1}{(a+x)^2}=(a+x)^{-2}$.

268. 1) $7=\frac{1}{7^2}=\frac{1}{49}$; 2) $(-2)^{-2}=\frac{1}{(-2)^2}=\frac{1}{4}$; 3) $(-1)^{-5}=\frac{1}{(-1)^5}=-1$; 4) $12^{-1}=\frac{1}{12}$;

5) $(-7)^{-1}=\frac{1}{(-7)^1}=-\frac{1}{7}$; 6) $10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1000}$; 7) $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(\frac{3}{1}\right)^2=9$;

8) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}=\left(-\frac{3}{2}\right)^1=-1,5$; 9) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}=\left(-\frac{4}{3}\right)^3=-\frac{64}{27}$;

10) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-5}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-5}=\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{32}{243}$; 11) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-2}=\left(-\frac{4}{3}\right)^{-2}=\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$;

12) $\left(-2\frac{1}{5}\right)^{-1}=\left(-\frac{11}{5}\right)^{-1}=\left(-\frac{5}{11}\right)^1=-\frac{5}{11}$; 13) $0,1^{-1}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}=10^1=10$;

14) $(-0,2)^{-2}=\left(-\frac{2}{10}\right)^{-2}=\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}=\left(-\frac{5}{1}\right)^2=25$;

15) $(1,2)^{-2}=\left(\frac{12}{10}\right)^{-2}=\left(\frac{6}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{25}{36}$;

16) $(-0,25)^{-3}=\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}=\left(-\frac{4}{1}\right)^3=-64$.

269. 1) $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$; 2) $(-1)^{-6}=\frac{1}{(-1)^6}=1$; 3) $15^{-1}=\frac{1}{15}$; 4) $(-9)^{-1}=\frac{1}{(-9)^1}=-\frac{1}{9}$;

5) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}=\left(\frac{8}{1}\right)^2=64$; 6) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=\left(-\frac{3}{2}\right)^3=-\frac{27}{8}$;

7) $\left(1\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$; 8) $\left(-3\frac{1}{7}\right)^{-1}=\left(-\frac{22}{7}\right)^{-1}=\left(-\frac{7}{22}\right)^1=-\frac{7}{22}$;

9) $(-0,1)^{-2}=\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}=\left(-\frac{10}{1}\right)^2=100$; 10) $(-0,1)^{-2}=\left(-\frac{1}{10}\right)^{-2}=\left(-\frac{10}{1}\right)^2=100$;

11) $(1,5)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$; 12) $(-0,5)^{-4}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}=\left(-\frac{2}{1}\right)^4=16$.

270. $16=2^4$; $8=2^3$; $4=2^2$; $2=2^1$; $1=2^0$; $\frac{1}{2}=2^{-1}$; $\frac{1}{4}=2^{-2}$; $\frac{1}{8}=2^{-3}$; $\frac{1}{16}=2^{-4}$.

271. $100=10^2$; $10=10^1$; $1=10^0$; $0,1=10^{-1}$; $0,01=10^{-2}$.

272. 1) $-5^{-2}=-\frac{1}{5^2}=-\frac{1}{25}$; 2) $(-0,8)=\left(-\frac{8}{10}\right)^{-2}=\left(-\frac{4}{5}\right)^{-2}=\left(-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{25}{16}$;

3) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}=-\left(-\frac{2}{1}\right)^3=-(-8)=8$; 4) $-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4}=-\left(-\frac{3}{1}\right)^4=-81$.

273. 1) $-2^{-3}=-\frac{1}{2^3}=-\frac{1}{8}$; 2) $(-0,4)^{-2}=\left(-\frac{4}{10}\right)^{-2}=\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}=\left(-\frac{5}{2}\right)^{2}=\frac{25}{4}$;

3) $-\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}=-\left(-\frac{3}{1}\right)^{2}=-9$; 4) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=-\left(-\frac{3}{2}\right)^{3}=-\left(-\frac{27}{8}\right)=\frac{27}{8}$.

274. 1) $2a^{-3}=\frac{2}{a^3}$; 2) $3mb^{-1}=\frac{3m}{b}$; 3) $a^2b^{-3}c=\frac{a^2c}{b^3}$; 4) $a^{-3}b^{-7}=\frac{1}{a^3b^7}$.

275. 1) $4b^{-5}=\frac{4}{b^5}$; 2) $7a^{-1}p=\frac{7p}{a}$; 3) $mn^{-2}p^7=\frac{mp^7}{n^2}$; 4) $c^{-2}b^{-5}=\frac{1}{c^2b^5}$.

276. 1) $81\cdot 3^{-5}=\frac{81}{1}\cdot\frac{1}{3^5}=\frac{81\cdot 1}{1\cdot 243}=\frac{1}{3}$; 2) $-25\cdot 10^{-2}=-\frac{25}{1}\cdot\frac{1}{10^2}=-\frac{25}{100}=-\frac{1}{4}$;

3) $27\cdot(-18)^{-1}=\frac{27}{1}\cdot\left(-\frac{1}{18}\right)=-\frac{27}{18}=-\frac{3}{2}=-1,5$;

4) $2\frac{1}{5}\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1}=\frac{11}{5}\cdot\left(-\frac{5}{1}\right)=-\frac{11\cdot 5}{5\cdot 1}=-11$;

5) $-8\cdot 2^{-4}+30=-8\cdot\frac{1}{16}+30=-\frac{8}{16}+30=30-\frac{1}{2}=29,5$;

6) $8^{-2}+6^{-1}=\frac{1}{8^2}+\frac{1}{6}=\frac{1^{\backslash 3}}{64}+\frac{1^{\backslash 32}}{6}=\frac{3+32}{192}=\frac{35}{192}$;

7) $2,5^{-1}+(-13)=\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}+1=\frac{2}{5}+1=0,4+1=1,4$;

8) $4^{-3}-(-4)^{-2}=\frac{1}{4^3}-\frac{1}{(-4)^2}=\frac{1}{64}-\frac{1^{\backslash 4}}{16}=\frac{1-4}{64}=-\frac{3}{64}$;

9) $(-8)^{-2}+(0,4)^{-1}=\frac{1}{(-8)^2}+\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}=\frac{1}{64}+\frac{5^{\backslash 32}}{2}=\frac{1+160}{64}=\frac{161}{64}$;

10) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}\cdot 10^{-3}=8^2\cdot\frac{1}{10^3}=\frac{64}{1000}=0,064$;

11) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3}:\left(\frac{4}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{2}\right)^{3}=\frac{343}{8}:\left(\frac{7}{4}\right)^{2}=\frac{{}^{7}\cancel{343}\cdot\cancel{16}^{2}}{\cancel{8}\cdot\cancel{49}}=14$;

12) $1,25^{-2}+2,5^{-3}=\left(1\frac{1}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{5}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{4}{5}\right)^{2}+\left(\frac{2}{5}\right)^{3}=$

$=\frac{16^{\backslash 5}}{25}+\frac{8}{125}=\frac{80+8}{125}=\frac{88}{125}$.

277. 1) $-64\cdot 4^{-4}=\frac{-64}{1}\cdot\frac{1}{4^4}=-\frac{64}{256}=-\frac{1}{4}$;

2) $36\cdot(-27)^{-1}=\frac{36}{1}\cdot\left(-\frac{1}{27}\right)=-\frac{36}{27}=-\frac{4}{3}=-1\frac{1}{3}$;

3) $-3\frac{1}{6}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)^{-1}=-\frac{19}{6}\cdot\left(-\frac{6}{1}\right)=19$;

4) $-7\cdot 0,1^{-2}+50=-7\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}+50=-7\cdot 100+50=-650$;

5) $5^{-2}-10^{-1}=\frac{1}{25}-\frac{1}{10}=\frac{2-5}{50}=-\frac{3}{50}$;

6) $3,2^{-1}+\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{32}{10}\right)^{-1}+\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{16}{5}\right)^{-1}+\frac{9}{16}=\frac{5}{16}+\frac{9}{16}=\frac{14}{16}=\frac{7}{8}$;

7) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}\cdot 20^{-2}=5^3\cdot\frac{1}{20^2}=\frac{125}{400}=\frac{5}{16}$;

8) $1,5^{-2}-1,2^{-3}=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^{2}-\left(\frac{5}{6}\right)^{3}=\frac{4^{\backslash 24}}{9}-\frac{125}{216}=\frac{96-125}{216}=-\frac{29}{216}$.

278. 1) $8^{-13}>0$; $\frac{1}{8^{13}}>0$; 2) $(-3,7)^{-10}>0$; $\frac{1}{3,7^{10}}>0$; 3) $(-2,9)^{-11}<0$; $-\frac{1}{2,9^{11}}<0$;

4) $-(-2,1)^{-7}>0$; $\frac{1}{2,1^7}>0$.

279. 1) $a>0$, $n\in Z$; $a^n>0$;

2) $a<0$, n — парне від'ємне число; $a^n>0$;

3) $a<0$, n — непарне від'ємне число; $a^n<0$.

280. 1) Якщо $b=5$, $m=-13$, то b^m маємо: $5^{-13}>0$; $\frac{1}{5^{13}}>0$;

2) якщо $b=-1$, $m=-200$, то b^m маємо: $(-1)^{-200}=\frac{1}{(-1)^{200}}=1$;
$1>0$, тобто $(-1)^{200}>0$;

3) якщо $b=-3$, $m=-41$, то b^m маємо: $(-3)^{-41}=\frac{1}{(-3)^{41}}=-\frac{1}{3^{41}}$; $-\frac{1}{3^{41}}<0$,
то $(-3)^{-41}<0$.

281. 1) $\frac{m^2n^2p^{-3}}{cx^3a^{-4}}=\frac{m^2n^2a^4}{cx^3p^3}$; 2) $\frac{7^0a^{-1}b^2}{5^{-2}x^{-3}m^{-1}}=\frac{5^2x^3b^2m}{a}=\frac{25x^3b^2m}{a}$.

282. 1) $\frac{3x^2}{p}=3x^2p^{-1}$; 2) $\frac{15m}{n^2c^3}=15m\cdot n^{-2}c^{-3}$;

3) $\frac{2x}{b^5(a-b)^2}=2x\cdot b^{-5}(a-b)^{-2}$; 4) $\frac{(x+y)^7}{(x-y)^3}=(x+y)^7\cdot(x-y)^{-3}$.

283. 1) $\frac{5m^2}{x}=5m^2\cdot x^{-1}$; 2) $\frac{7c^2}{y^7n^5}=7c^2\cdot y^{-7}n^{-5}$; 3) $\frac{p}{c^4(x-y)^3}=p\cdot c^{-4}(x-y)^{-3}$;

4) $\frac{(a+2)^5}{(a-5)^2}=(a+2)^5\cdot(a-5)^{-2}$.

284. 1) $m^{-3}+n^{-2}=\frac{1}{m^3}+\frac{1}{n^2}=\frac{n^2+m^3}{m^3n^2}$;

2) $ab^{-1}+ba^{-1}+c^0=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1=\frac{a^2+b^2+ab}{ab}$;

3) $(m+n^{-1})(m^{-1}+n)=\left(m+\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{m}+n\right)=\frac{(mn+1)}{n}\cdot\frac{(1+mn)}{m}=\frac{(1+mn)^2}{mn}$;

4) $(a^{-1}+b^{-1}):(a^{-2}+b^{-2})=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right):\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)=\frac{b+a}{ab}:\frac{b^2-a^2}{a^2b^2}=$

$=\frac{(b+a)\cdot a^2b^2}{ab\cdot(b-a)(b+a)}=\frac{ab}{b-a}$.

285. 1) $xy^{-3}+x^{-1}y^2=\frac{x}{y^3}+\frac{y^2}{x}=\frac{x^2+y^5}{xy^3}$;

2) $(x^{-2}-y^{-2}):(x^{-1}-y^{-1})=\frac{(x^{-1}-y^{-1})(x^{-1}+y^{-1})}{(x^{-1}-y^{-1})}=x^{-1}-y^{-1}=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}$.

286. 1) $(1+(1-5^{-2})^{-1})^{-1}=\left(1+\left(1-\frac{1}{25}\right)^{-1}\right)^{-1}=\left(1+\left(\frac{24}{25}\right)^{-1}\right)^{-1}=\left(1+\frac{25}{24}\right)^{-1}=$

$=\left(\frac{24+25}{24}\right)^{-1}=\left(\frac{49}{24}\right)^{-1}=\frac{24}{49};$

2) $(1-(1+3^{-1})^{-2})^{-2}=\left(1-\left(1+\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^{-2}=\left(1-\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right)^{-2}=\left(1-\frac{9}{16}\right)^{-2}=$

$=\left(\frac{16-9}{16}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{16}\right)^{-2}=\left(\frac{16}{7}\right)^{2}=\frac{256}{49}.$

287. $(1+(1-3^{-1})^{-1})^{-1}+(1-(1+3^{-1})^{-1})^{-1}=\left(1+\left(1-\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}+\left(1-\left(1+\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}=$

$=\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}+\left(1-\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}=\left(1+\frac{3}{2}\right)^{-1}+\left(1-\frac{3}{4}\right)^{-1}=\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}=$

$=\frac{2}{5}+4=4\frac{2}{5}.$

288. $(1-x^{-2})\left(1-\frac{1}{x^{-1}-1}+\frac{1}{x^{-1}+1}\right)=$

$=\frac{(1-x^{-1})(1+x^{-1})}{1}\cdot\left(\frac{(x^{-1}-1)(x^{-1}+1)-(x^{-1}+1)+(x^{-1}-1)}{(x^{-1}-1)(x^{-1}+1)}\right)=$

$=-\frac{(1-x^{-1})(x^{-2}-1-x^{-1}-1+x^{-1}-1)}{(1-x^{-1})}=-x^{-2}+3=-\frac{1}{x^2}+3=\frac{-1+3x^2}{x^2}=$

$=\frac{3x^2-1}{x^2}.$

289. 1) $\frac{a^2+2a}{a^2-4a+4}-\frac{4a}{a^2-4a+4}=\frac{a^2+2a-4a}{(a-2)^2}=\frac{a^2-2a}{(a-2)^2}=\frac{a(a-2)}{(a-2)^2}=\frac{a}{a-2};$

2) $\frac{3p}{p^2-2p}-\frac{8-p}{p^2-2p}=\frac{3p-8+p}{p^2-2p}=\frac{4p-8}{p(p-2)}=\frac{4(p-2)}{p(p-2)}=\frac{4}{p}.$

290. Нехай у Сергія x грошей, у Олексія — y, якщо Олексій дав Сергію 2 грн, то маємо: у Сергія $(x+2)$ грн, а у Олексія $(y-2)$ грн. Грошей стало порівну. Маємо рівняння: $x+2=y-2$. Якщо Сергій віддав гроші, то у нього $(x-2)$ грн, а у Олексія $(y+2)$ грн і у Олексія вдвічі більше, тому маємо рівняння:

$\begin{cases}x+2=y-2,\\2(x-2)=y+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y-4,\\2x-4=y+2\end{cases}\Leftrightarrow 2y-8-4=y+2;\ y=14$, то $x=14-4=10$. *Відповідь*: у Сергія 10 грн, а у Олексія 14 грн.

291. 1) $a^5a^3=a^{5+3}=a^8$; 2) $b^7:b^3=b^{7-3}=b^4$; 3) $(c^5)^4=c^{20}$; 4) $m^7m=m^{7+1}=m^8$; 5) $t^{10}:t=t^{10-1}=t^9$; 6) $(p^7)^2=p^{14}$.

292. 1) $(mn^2)^7=m^7n^{14}$; 2) $(-2p^3)^2=4p^6$; 3) $(-5cm^2)^3=-125cm^6$; 4) $(-a^2c^3)^{10}=a^{20}c^{30}$.

293. 1) $(5m^2n)^3\cdot(0,2m^3n)^2=125m^6n^3\cdot\frac{1}{25}m^6n^2=5m^{12}n^5;$

2) $(-0,1p^7c^3)^4\cdot(10pc^2)^3=-0,0001p^{28}c^{12}\cdot1000p^3c^6=-0,1p^{31}c^{18}.$

294. Враховуючи, що 72 індики коштували –*67,9* доларів, то для того, щоб знайти, скільки коштував один індик, треба загальну вартість поділити на кількість індиків. *67,9ρ : 72. Так як кількість

індиків — це натуральне число, то треба щоб *67,9* ділилось націло на 72. Дільниками числа 72 є числа 2; 3; 4; 6; 8; 9... Порахуємо суму цифр загальної вартості 6 + 7 + 8 + 9* = 22. Враховуючи ознаку подільності на 9, то треба додати цифри 3 і 2. Отримаємо 367,92 : 72 = 5,11. *Відповідь:* 3; 2; 5,11.

§ 10. Властивості степеня із цілим показником

296. 1) $a^5 \cdot a^{-2} = a^{5-2} = a^3$; 2) $a^{-7} \cdot a^6 = a^{-7+6} = a^{-1}$;
3) $a^9 \cdot a^{-9} = a^{9-9} = a^0 = 1$; 4) $a^{-4} \cdot a^{-3} = a^{-4-3} = a^{-7}$.

297. 1) $b^7 \cdot b^{-3} = b^{7-3} = b^4$; 2) $b^{-6} \cdot b^3 = b^{-6+3} = b^{-3}$;
3) $b^{-5} \cdot b^{-7} = b^{-5+7} = b^2$; 4) $b^{-8} \cdot b^8 = b^{-8+8} = b^0 = 1$.

298. 1) $m^3 : m^{-2} = m^{3-(-2)} = m^5$; 2) $m^5 : m^6 = m^{5-6} = m^{-1}$;
3) $m^{-3} : m^{-3} = m^{-3-(-3)} = m^{-3+3} = m^0 = 1$;
4) $m^{-1} : m^{-8} = m^{-1-(-8)} = m^{-1+8} = m^7$.

299. 1) $c^5 : c^{-1} = c^{5-(-1)} = c^{5+1} = c^6$; 2) $c^2 : c^8 = c^{2-8} = c^{-6}$;
3) $c^{-2} : c^{-3} = c^{-2-(-3)} = c^{-2+3} = c^1 = c$;
4) $c^{-4} : c^{-4} = c^{-4-(-4)} = c^{-4+4} = c^0 = 1$.

300. 1) $(x^{-4})^{-2} = x^8$; 2) $(x^{-1})^{17} = x^{-17}$; 3) $(x^0)^{-5} = x^0 = 1$; 4) $(x^7)^{-4} = x^{-28}$.

301. 1) $(n^{-2})^{-7} = n^{14}$; 2) $(n^{15})^{-1} = n^{-15}$; 3) $(n^{-8})^0 = n^0 = 1$; 4) $(n^5)^{-3} = n^{-15}$.

302. 1) $a^{-10} = a^{-3} \cdot a^{-7}$; 2) $a^{-10} = a^7 \cdot a^{-17}$; 3) $a^{-10} = a^{-1} \cdot a^{-9}$; 4) $a^{-10} = a^{12} \cdot a^{-22}$/

303. 1) $m^8 = m^4 \cdot m^4$; 2) $m^{-2} = m^{-1} \cdot m^{-1}$; 3) $m^{-17} = m^{-10} \cdot m^{-7}$; 4) $m^0 = m^5 \cdot m^{-5}$.

304. 1) $2^7 \cdot 2^{-6} = 2^{7+(-6)} = 2^1 = 2$; 2) $5^{-3} \cdot 5 = 5^{-3+1} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$;

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^{-5+4} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-8+5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$;

5) $3^8 : 3^9 = 3^{8-9} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$; 6) $7^{-15} : 7^{-16} = 7^{-15-(-16)} = 6^{-15+16} = 7^1 = 7$;

7) $9 : 9^{-1} = 9^{1-(-1)} = 9^2 = 81$; 8) $\left(\frac{1}{15}\right)^{-15} : \left(\frac{1}{15}\right)^{-15} = \left(\frac{1}{15}\right)^{-15-(-15)} = \left(\frac{1}{15}\right)^0 = 1$;

9) $(2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$; 10) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$;

11) $(0,1^{-1})^4 = 0,1^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = 10^4 = 10\,000$; 12) $\left(\left(\frac{1}{19}\right)^{-8}\right)^0 = \left(\frac{1}{19}\right)^0 = 1$.

305. 1) $3^9 \cdot 3^{-8} = 3^{9+(-8)} = 3^1 = 3$; 2) $2^{-3} \cdot 2 = 2^{-3+1} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$;

3) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-6} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^5 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-6+5} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-9} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-9+7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$;

5) $10^4 : 10^5 = 10^{4-5} = 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$; 6) $8^{-12} : 8^{-13} = 8^{-12-(-13)} = 8^{-12+13} = 8^1 = 8$;

7) $7 : 7^{-1} = 7^{1-(-1)} = 7^2 = 49$; 8) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-7} : \left(\frac{2}{7}\right)^{-7} = \left(\frac{2}{7}\right)^{-7-(-7)} = \left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$;

9) $(3^{-1})^4 = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$; 10) $\left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$;

11) $((0,2^3))^{-1} = 0,2^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$; 12) $\left(\left(\frac{7}{13}\right)^0\right)^{-12} = \left(\frac{7}{13}\right)^0 = 1$.

306. 1) $a^7 : a^3 \cdot a^{-12} = a^{7-3+(-12)} = a^{-8} = \frac{1}{a^8}$; 2) $(a^5)^{-3} \cdot a^{12} = a^{-15+12} = a^{-3} = \frac{1}{a^3}$;

3) $(a^{-8})^2 : a^4 = a^{-16-4} = a^{-20} = \frac{1}{a^{20}}$; 4) $a^0 \cdot (a^{-3})^4 \cdot a^5 = 1 \cdot a^{-12+5} = a^{-7}$;

5) $a^{-3} \cdot a^0 : a^5 : a = a^{-3+0-5-1} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$; 6) $(a^3)^{-2} \cdot (a^{-1})^{-6} = a^{-6+6} = a^0 = 1$.

307. 1) $b^3 : b^7 \cdot b^2 = b^{3-7+2} = b^{-2} = \frac{1}{b^2}$; 2) $(b^{-2})^4 \cdot b^{10} = b^{-8+10} = b^2$;

3) $(b^3)^{-2} : b^3 = b^{-6-3} = b^{-9} = \frac{1}{b^9}$; 4) $b^7 \cdot (b^{-2})^3 \cdot b^0 = b^{7-6+0} = b$;

5) $b^0 \cdot b^4 : b^3 : b = b^{0+4-3-1} = b^0 = 1$; 6) $(b^{-4})^1 \cdot (b^2)^{-2} = b^{-4+(-4)} = b^{-8}$.

308. 1) $4a^{-8}b^7 \cdot 5a^{10}b^{-3} = 10a^{-8+10}b^{7+(-3)} = 20a^2b^4$;

2) $0{,}4m^{-6}n^4 \cdot 10m^6n^{-9} = 4m^{-6+6}n^{4+(-9)} = 4m^0n^{-5} = 4n^{-5}$;

3) $\frac{1}{3}x^{-4}y^6 \cdot (-9x^5y^{-3}) = -3x^{-4+5}y^{6+(-3)} = -3xy^3$;

4) $\left(-\frac{2}{7}b^{-6}m^{-4}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{6}b^{-4}m^{-2}\right) = \frac{1}{3}b^{-10}m^{-6}$; $-\frac{2}{7}\cdot\left(-\frac{7}{6}\right) = \frac{2}{7}\cdot\frac{7}{6_3} = \frac{1}{3}$.

310. 1) $(xy)^{-2} = x^{-2}y^{-2}$; 2) $(ab^{-2})^{-3} = a^{-3}b^6$; 3) $(x^{-4} \cdot y^3)^{-1} = x^4y^{-3}$;

4) $(m^0c^{-3})^{-2} = m^0c^6$; 5) $(0{,}1a^{-2})^{-1} = 0{,}1^{-1}a^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} a^2 = 10a^2$;

6) $\left(\frac{1}{3}m^{-3}p\right)^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} m^6p^{-2} = 9m^6p^{-2}$; 7) $(-2c^{-3}p)^{-3} = (-2)^{-3}c^9p^{-3} = -\frac{1}{8}c^9p^{-3}$;

8) $\left(\frac{2}{3}b^{-1}c^{-8}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} b^1c^8 = \frac{3}{2}bc^8 = 1{,}5bc^8$.

311. 1) $(p^{-2}n)^{-5} = p^{10}n^{-5}$; 2) $(a^{-2}b^3)^{-4} = a^8b^{-12}$;

3) $(0{,}2m^{-4})^{-1} = 0{,}2^{-1}m^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} m^4 = 5m^4$; 4) $\left(\frac{1}{5}a^{-2}b\right)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} a^4b^{-2} = 25a^4b^{-2}$;

5) $(-4ab^{-2})^{-3} = (-4)^{-3}a^{-3}b^6 = \frac{1}{(-4)^3}a^{-3}b^6 = \frac{1}{64}a^{-3}b^6$;

6) $\left(\frac{3}{4}c^{-2}b^{-3}\right)^{-1} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} c^2b^3 = \frac{4}{3}c^2b^3$.

312. 1) $64m^{-3} = (4m^{-1})^3$; 2) $0{,}01p^{-8} = (0{,}1p^{-4})^2$; 3) $0{,}0025c^{-8}p^{12} = (0{,}05c^{-4}p^6)^2$;

4) $5\frac{1}{16}c^{12}x^{-20} = \frac{81}{16}c^{12}x^{-20} = \left(\frac{9}{4}c^6x^{-10}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}c^3x^{-5}\right)^4$.

313. 1) $((5^{-2})^{-6} \cdot (5^{-8})^2)^{-1} = (5^{12} \cdot 5^{-16})^{-1} = (5^{12-16})^{-1} = (5^{-4})^{-1} = 5^4 = 625$;

2) $\frac{10^{-8} \cdot (10^{-2})^4}{(10^{-5})^3} = \frac{10^{-8} \cdot 10^{-8}}{10^{-15}} = \frac{10^{-16}}{10^{-15}} = 10^{-16-(-15)} = 10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$;

3) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot (3^{-1})^5}{(3^6)^{-2}} = \frac{3^{-6} \cdot 3^{-5}}{3^{-12}} = 3^{-6+(-5)-(-12)} = 3^1 = 3$;

4) $\frac{(7^{-2})^{-5} \cdot (7^4)^{-3}}{(7^3)^{-4} \cdot (7^{-1})^{-8}} = \frac{7^{10} \cdot 7^{-12}}{7^{-12} \cdot 7^8} = \frac{7^{10}}{7^8} = 7^{10-8} = 7^2 = 49$.

314. 1) $((4^{-4})^{-2} \cdot (4^{-5})^2)^{-1} = (6^8 \cdot 4^{-10})^{-1} = (4^{-2})^{-1} = 4^2 = 16$;

2) $\frac{2^{-8}\cdot(2^{-2})^5}{(2^{-4})^6\cdot(2^2)^4}=\frac{2^{-8}\cdot 2^{-10}}{2^{-24}\cdot 2^8}=\frac{2^{-18}}{2^{-16}}=2^{-18-(-16)}=2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$.

315. 1) $243\cdot 3^{-6}=3^5\cdot 3^{-6}=3^{-1}=\frac{1}{3}$; 2) $64\cdot(2^{-3})=2^6\cdot 2^{-9}=2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$;

3) $5^{-8}\cdot 25^5:125=5^{-8}\cdot(5^2)^5:5^3=5^{-8}\cdot 5^{10}:5^3=5^{2-3}=5^{-1}=\frac{1}{5}=0,2$;

4) $49^{-1}\cdot\left(\frac{1}{7}\right)^{-4}=(7^2)^{-1}\cdot 7^4=7^{-2}\cdot 7^4=7^2=49$;

5) $\frac{36^{-3}\cdot 6^{-8}}{(-6)^{-13}}=\frac{(6^2)^{-3}\cdot 6^{-8}}{-6^{-13}}=\frac{6^{-6}\cdot 6^{-8}}{-6^{-13}}=-6^{-14}\cdot 6^{13}=-6^{-1}=-\frac{1}{6}$;

6) $\frac{8^{-3}\cdot 2^{-10}}{16^{-5}}=\frac{(2^3)^{-3}\cdot 2^{-10}}{(2^4)^{-5}}=\frac{2^{-9}\cdot 2^{-10}}{2^{-20}}=2^{-19+20}=2^1=2$.

316. 1) $128\cdot 2^{-5}=2^7\cdot 2^{-5}=2^2=4$;

2) $81\cdot(3^{-2})^3=3^4\cdot 3^{-6}=3^{-2}=\frac{1}{9}$;

3) $7^{-8}\cdot 343^3:49=7^{-8}\cdot(7^3)^3:7^2=7^{-8}\cdot 7^9:7^2=7^{-8+9-2}=7^{-1}=\frac{1}{7}$;

4) $36^{-2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{-6}=(6^2)^{-2}\cdot 6^6=6^{-4}\cdot 6^6=6^2=36$;

5) $\frac{100^{-2}\cdot 10^{-7}}{1000^{-3}}=\frac{(10^2)^{-2}\cdot 10^{-7}}{(10^3)^{-3}}=\frac{10^{-4}\cdot 10^{-7}}{10^{-9}}=10^{-4-7+9}=10^{-2}=\frac{1}{100}=0,01$;

6) $\frac{5^{-3}\cdot 25^8}{125^5}=\frac{5^{-3}\cdot(5^2)^8}{(5^3)^5}=\frac{5^{-3}\cdot 5^{16}}{5^{15}}=5^{13-15}=5^{-2}=\frac{1}{25}$.

317. 1) $3,5a^3b^7:(0,5a^{-2}b^9)=7a^5b^{-2}$;

2) $3\frac{1}{2}x^{-12}y^{-1}:\left(-1\frac{3}{4}x^6y^{-4}\right)=-2x^{-18}y^3$; $3\frac{1}{2}:\left(-1\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{2}:\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{-7\cdot 4^{2}}{2\cdot 7}=-2$.

318. 1) $\frac{13a}{b^{-5}}\cdot\frac{b^{-8}}{26a^{-2}}=\frac{13\cdot ab^{-8}}{b^{-5}\cdot 26_2\,a^{-2}}=\frac{1}{2}a^3b^{-3}=\frac{a^3}{2b^3}$;

2) $-\frac{12a^{-3}}{35x}\cdot\frac{7x^{-7}}{6a^{-8}}=-\frac{{}^2 12a^{-3}\cdot 7x^{-7}}{{}_5 35x\cdot 6a^{-8}}=-\frac{2}{5}a^5x^{-8}=-\frac{2a^5}{5x^8}$.

319. 1) $4,9m^3n^{-4}:(0,7mn^{-2})=7m^2n^{-2}$; 2) $\frac{7c^{-3}}{x^5}\cdot\left(-\frac{x^7}{21c^{-1}}\right)=-\frac{7c^{-3}\cdot x^7}{x^5\cdot 21c^{-1}}=-\frac{1}{3}c^{-2}x^2$.

320. 1) $\left(\frac{p^{-8}c^{12}}{m^{-4}t^{15}}\right)^{-2}=\left(\frac{m^{-4}t^{15}}{p^{-8}c^{12}}\right)^2=\frac{m^{-8}t^{30}}{p^{-16}c^{24}}=\frac{p^{16}t^{30}}{m^8c^{24}}$;

2) $\left(\frac{b^{-3}}{c^5}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{b^{-2}}{c^{-4}}\right)^3=\frac{b^3\cdot b^{-6}}{c^{-5}\cdot c^{-12}}=\frac{b^{-3}}{c^{-17}}=\frac{c^{17}}{b^3}$;

3) $\left(\frac{7x^{-2}}{3y^{-4}}\right)^{-2}\cdot 49x^{-4}y^3=\left(\frac{3y^{-4}}{7x^{-2}}\right)^2\cdot 49x^{-4}y^3=\frac{9}{49}\cdot\frac{y^{-8}}{x^{-4}}\cdot 49x^{-4}y^3=9y^{-5}=\frac{9}{y^5}$;

4) $\left(\frac{a^{-3}b}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{a^{-2}b^2}\right)^{-3}=\left(\frac{4}{a^{-3}b}\right)^2\cdot\left(\frac{a^{-2}b^2}{2}\right)^3=\frac{{}^2 16\cdot a^{-6}b^6}{a^{-6}b^2\cdot 8}=2b^4$.

321. 1) $\left(\frac{c^{-7}\cdot a^2}{b^{-2}x}\right)^{-3}=\left(\frac{b^{-2}x}{c^{-7}\cdot a^2}\right)^3=\frac{b^{-6}x^3}{c^{-21}\cdot a^6}=\frac{c^{21}x^3}{b^6a^6}$;

2) $\left(\frac{x^{-4}}{y^{2}}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{x^{-3}}{y^{-3}}\right)^{2}=\left(\frac{y^{2}}{x^{-4}}\right)\cdot\frac{x^{-6}}{y^{-6}}=y^{8}\cdot x^{-10}=\frac{y^{8}}{x^{10}}$;

3) $\left(\frac{5a^{-2}}{2b^{-3}}\right)^{-2}\cdot 25a^{-4}b^{2}=\left(\frac{2b^{-3}}{5a^{-2}}\right)^{2}\cdot 25a^{-4}b^{2}=\frac{4b^{-6}\cdot 25a^{-4}b^{2}}{25a^{-4}}=4b^{-4}=\frac{4}{b^{4}}$;

4) $\left(\frac{m^{-2}n^{3}}{4}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{8}{m^{-3}n^{4}}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{m^{-2}n^{3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{m^{-3}n^{4}}{8}\right)^{2}=\frac{64\cdot m^{-6}n^{8}}{m^{-6}n^{9}\cdot 64}=\frac{n^{8}}{n^{9}}=\frac{1}{n}$.

322. 1) $\frac{25^{n}}{5^{2n-3}}=\frac{(5^{2})^{n}}{5^{2n-3}}=5^{2n-(2n-3)}=5^{2n-2n+3}=5^{3}=125$;

2) $\frac{12^{n}}{2^{2n-1}\cdot 3^{n+1}}=\frac{(2^{2}\cdot 3)^{n}}{2^{2n-1}\cdot 3^{n+1}}=\frac{2^{2n}\cdot 3^{n}}{2^{2n-1}\cdot 3^{n+1}}=2^{2n-(2n-1)}\cdot 3^{n-(n+1)}=2^{1}\cdot 3^{-1}=\frac{2}{3}$;

3) $\frac{a^{4n}\cdot b^{2n-1}}{a^{2n}\cdot b^{3+2n}}=a^{4n-2n}\cdot b^{2n-1-(3+2n)}=a^{2n}\cdot b^{-4}=\frac{a^{2n}}{b^{4}}$.

323. 1) $\frac{49^{m}}{7^{2m-2}}=\frac{(7^{2})^{m}}{7^{2m-2}}=7^{2m-2m+2}=7^{2}=49$;

2) $\frac{18^{m}}{2^{m+2}\cdot 3^{2m-1}}=\frac{(2\cdot 3^{2})^{m}}{2^{m+2}\cdot 3^{2m-1}}=\frac{2^{m}\cdot 3^{2m}}{2^{m+2}\cdot 3^{2m-1}}=2^{m-(m+2)}\cdot 3^{2m-(2m-1)}=$

$=2^{-2}\cdot 3^{1}=\frac{3}{2^{2}}=\frac{3}{4}$;

3) $\frac{x^{9m}\cdot y^{3m-2}}{x^{3m}\cdot y^{4+3m}}=x^{9m-3m}\cdot y^{3m-(4+3m)}=x^{6m}\cdot y^{-6}=\frac{x^{6m}}{y^{6}}$.

324. 1) $\frac{5^{n+2}-5^{n}}{12}=\frac{5^{n}(5^{2}-1)}{12}=\frac{5^{n}\cdot 24}{12}=2\cdot 5^{n}$;

2) $\frac{x^{7}+x^{10}}{x^{-1}+x^{2}}=\frac{x^{7}(1+x^{3})}{\frac{1}{x}+x^{2}}=\frac{x^{7}(1+x^{3})\cdot x}{(1+x^{3})}=x^{8}$;

3) $\frac{m^{-3}+5-m^{7}}{5m^{2}-m^{9}+m^{-1}}=\frac{\frac{1}{m^{3}}+5-m^{7}}{5m^{2}-m^{9}+\frac{1}{m}}=\frac{(1+5m^{3}-m^{10})m}{m^{3}(5m^{3}-m^{10}+1)}=$

$=\frac{(1+5m^{3}-m^{10})m}{m^{3}(5m^{3}-m^{10}+1)}=\frac{m}{m^{3}}=\frac{1}{m^{2}}$.

325. 1) $\frac{18}{4^{n+1}-4^{n}}=\frac{18}{4^{n}(4-1)}=\frac{18}{4^{n}\cdot 3}=\frac{6}{4^{n}}$;

2) $\frac{x^{9}+x^{5}}{x^{-3}+x}=\frac{x^{5}(x^{4}+1)}{\frac{1}{x^{3}}+x}=\frac{x^{5}(x^{4}+1)\cdot x^{3}}{(x^{4}+1)}=x^{5}\cdot x^{3}=x^{8}$;

3) $\frac{b^{-5}+3-b^{2}}{3b^{3}-b^{5}+b^{-2}}=\frac{\frac{1}{b^{5}}+3-b^{2}}{3b^{3}-b^{5}+\frac{1}{b^{2}}}=\frac{(1+3b^{5}-b^{7})\cdot b^{2}}{b^{5}(1+3b^{5}-b^{7})}=\frac{b^{2}}{b^{5}}=\frac{1}{b^{3}}$.

326. 1) $\frac{2^{m}\cdot 3^{n-1}-2^{m-1}\cdot 3^{n}}{2^{m}\cdot 2^{n}}=\frac{2^{m-1}\cdot 3^{n-1}(2-3)}{2^{m}\cdot 2^{n}}=2^{m-1-m}\cdot 3^{n-1-n}\cdot(-1)=$

$=2^{-1}\cdot 3^{-1}\cdot(-1)=-\frac{1}{2\cdot 3}=-\frac{1}{6}$;

2) $\dfrac{7^{2m} \cdot 4^{n}}{49^{m-1} \cdot 2^{2n-1}(49^{2} - 2^{2})} = \dfrac{7^{2m} \cdot 2^{2n}}{7^{2m-2} \cdot 2^{2n-1}(7^{4} - 2^{2})} = \dfrac{7^{2m-2m+2} \cdot 2^{2n-2n+1}}{7^{4} - 2^{2}} =$

$= \dfrac{7^{2} \cdot 2}{2937} = \dfrac{98}{2937}$.

327. Нехай 1 кг помідор коштує x грн, а огірків — y грн. Ціна за 3 кг огірків — $3y$, а за 2 кг помідор — $2x$, разом коштує $3y + 2x = 34$. Після того як огірки подешевшали на 20 % = 0,2, то маємо $y - 0,2y = 0,8y$ — ціна за 1 кг, а помідори подорожчали на 10 % = 0,1, то маємо — $-1,1x$, разом 2 кг огірків і 3 кг помідор будуть коштувати $3,3x + 1,6y = 33$ грн. Маємо систему:

$\begin{cases} 3y + 2x = 34, \\ 3,3x + 1,6y = 36; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x = 34 - 3y, \\ 3,3x + 1,6y = 36; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 17 - 1,5y, \\ 3,3(17 - 1,5y) + 1,6y = 36; \end{cases}$

$56,1 - 4,95y + 1,6y = 36$; $-3,35y = -20,1$; $y = 6$.

$x = 17 - 1,5 \cdot 6 = 17 - 9 = 8$. Тобто 1 кг помідор коштує 8 грн, а огірків — 6 грн.

Відповідь: 6 грн, 8 грн.

328. $2^{x} + 1 = y^{2}$. Так як $y^{2} > 0$, то може дорівнювати тільки додатнім числам права частина. Враховуючи, що розв'язок тільки натуральні числа, то маємо при $x = 3$, то $2^{3} + 1 = 9$, тобто $y^{2} = 9$, $y = 3$. *Відповідь*: (3; 3).

§ 11. Стандартний вид числа

332. У стандартному вигляді подано числа 2); 7).

334. 1) $n = -5$; 2) $n = 12$; 3) $n = 0$; 4) $n = -1$.

335. 1) $200\,000 = 2 \cdot 10^{5}$; 2) $5800 = 5,8 \cdot 10^{3}$; 3) $20\,500 = 2,05 \cdot 10^{4}$;
4) $739 = 7,39 \cdot 10^{2}$; 5) $107,5 = 1,075 \cdot 10^{2}$; 6) $37,04 = 3,704 \cdot 10^{1}$;
7) $2700,5 = 2,7005 \cdot 10^{3}$; 8) $300,8 = 3,008 \cdot 10^{2}$; 9) $0,37 = 3,7 \cdot 10^{-1}$;
10) $0,0029 = 2,9 \cdot 10^{-3}$; 11) $0,000007 = 7 \cdot 10^{-6}$; 12) $0,010203 = 1,0203 \cdot 10^{-2}$.

336. 1) $50\,000 = 5 \cdot 10^{4}$; 2) $470\,000 = 4,7 \cdot 10^{5}$; 3) $5\,030\,000 = 5,03 \cdot 10^{6}$;
4) $975 = 9,75 \cdot 10^{2}$; 5) $32,5 = 3,25 \cdot 10^{1}$; 6) $409,1 = 4,091 \cdot 10^{2}$;
7) $12900,5 = 1,29005 \cdot 10^{4}$; 8) $87,08 = 8,708 \cdot 10^{1}$; 9) $0,43 = 4,3 \cdot 10^{-1}$;
10) $0,00017 = 1,7 \cdot 10^{-4}$; 11) $0,00004 = 4 \cdot 10^{-5}$; 12) $0,90807 = 9,0807 \cdot 10^{-1}$.

337. 1) $27 \cdot 10^{5} = 2,7 \cdot 10 \cdot 10^{5} = 2,7 \cdot 10^{6}$;
2) $427 \cdot 10^{-3} = 4,27 \cdot 10^{2} \cdot 10^{-3} = 4,27 \cdot 10^{-1}$;
3) $0,00027 \cdot 10^{5} = 2,7 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{5} = 2,7 \cdot 10$;
4) $0,0037 \cdot 10^{-4} = 3,7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} = 3,7 \cdot 10^{-7}$.

338. 1) $5,8 \cdot 10^{-8} = 5,8 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 5,8 \cdot 10^{-7}$;
2) $237,2 \cdot 10^{7} = 2,372 \cdot 10^{2} \cdot 10^{7} = 2,372 \cdot 10^{9}$;
3) $0,2 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-5}$;
4)$0,0017 \cdot 10^{5} = 1,7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{5} = 1,7 \cdot 10^{2}$.

339. 1) $137\,152 \approx 137\,200 = 1,372 \cdot 10^{5}$;
2) $12\,311 \approx 12\,300 = 1,23 \cdot 10^{4}$;
3) $2197,2 \approx 2200 = 2,2 \cdot 10^{3}$; 4) $1000,135 \approx 1000 = 1 \cdot 10^{3}$.

340. 1) $6,037 \cdot 10^{5} = 603\,700$ км^{2}; 2) $2,8 \cdot 10^{-7} = 0,00000028$ мм;
3) $2,888 \cdot 10^{6} = 2\,888\,000$ осіб; 4) $1,7 \cdot 10^{-3} = 0,0017$ кг.

341. 1) $2,735 \cdot 10^{4} = 27\,350$; 2) $3,7 \cdot 10^{-3} = 0,0037$;
3) $3,17 \cdot 10^{7} = 31\,700\,000$; 4) $1,2 \cdot 10^{-5} = 0,000012$.

342. 1) $(1,7 \cdot 10^{3}) \cdot (3 \cdot 10^{-8}) = 5,1 \cdot 10^{3} \cdot 10^{-8} = 5,1 \cdot 10^{-5}$;
2) $(2,5 \cdot 10^{-5}) \cdot (6 \cdot 10^{-2}) = 15,0 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-2} = 15 \cdot 10 \cdot 10^{-7} = 1,5 \cdot 10^{-6}$.

343. 1) $(1,2 \cdot 10^{-8}) \cdot (4 \cdot 10^{5}) = 4,8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{5} = 4,8 \cdot 10^{-3}$;
2) $(1,5 \cdot 10^{7}) \cdot (8 \cdot 10^{3}) = 12,0 \cdot 10^{7} \cdot 10^{3} = 1,2 \cdot 10 \cdot 10^{10} = 1,2 \cdot 10^{11}$.

344. 1) $(4,2 \cdot 10^7) : (2,1 \cdot 10^3) = 2 \cdot 10^{7-3} = 2 \cdot 10^4$;

2) $(1,4 \cdot 10^5) : (2,8 \cdot 10^{-2}) = 9,5 \cdot 10^{5-(-2)} = 5 \cdot 10^{-1} \cdot 10^7 = 5 \cdot 10^6$.

345. 1) $(7,2 \cdot 10^5) : (2,4 \cdot 10^2) = 3 \cdot 10^3$;

2) $(1,7 \cdot 10^{-3}) : (8,5 \cdot 10^{-7}) = 0,2 \cdot 10^{-3+7} = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^3$.

346. 1) $1,7 \cdot 10^5 < 2,8 \cdot 10^5$; $1,7 < 2,8$; 2) $1,3 \cdot 10^{-4} > 1,29 \cdot 10^{-4}$; $1,3 > 1,29$.

347. 1) $2,8 \cdot 10^{-3} < 3,7 \cdot 10^{-3}$; $2,8 < 3,7$; 2) $1,42 \cdot 10^5 < 5 \cdot 10^5$.

348. 1) $2,7 \cdot 10^3 + 3,2 \cdot 10^3 = 10^3 \cdot (2,7 + 3,2) = 5,9 \cdot 10^3$;

2) $4,7 \cdot 10^{-15} - 3,2 \cdot 10^{-15} = 10^{-15} \cdot (4,7 - 3,2) = 1,5 \cdot 10^{-15}$.

349. 1) $4,7 \cdot 10^{-8} + 5,1 \cdot 10^{-8} = 10^{-8} \cdot (4,7 + 5,1) = 9,8 \cdot 10^{-8}$;

2) $2,9 \cdot 10^7 - 1,8 \cdot 10^7 = 19^7 \cdot (2,9 - 1,8) = 1,1 \cdot 10^7$.

350. 1) $2,9 \cdot 10^8 < 1,8 \cdot 10^9$; $2,9 \cdot 10^8 < 18 \cdot 10^8$;

2) $1,12 \cdot 10^{-7} < 1,12 \cdot 10^{-8}$; $0,112 \cdot 10^{-8} < 1,12 \cdot 10^{-8}$.

351. 1) $1,7 \cdot 10^5 > 1,7 \cdot 10^4$; $17 \cdot 10^4 > 1,7 \cdot 10^4$;

2) $1,8 \cdot 10^{-6} > 8,9 \cdot 10^{-7}$; $1,8 \cdot 10^{-6} > 0,89 \cdot 10^{-6}$.

352. 1) $2,7 \cdot 10^4 + 3,2 \cdot 10^5 = 2,7 \cdot 10^4 + 32 \cdot 10^4 = 34,7 \cdot 10^4 = 3,47 \cdot 10^5$;

2) $1,32 \cdot 10^{-1} - 2,8 \cdot 10^{-2} = 1,42 \cdot 10^{-1} - 0,28 \cdot 10^{-1} = 1,14 \cdot 10^{-1}$.

353. 1) $2,7 \cdot 10^{-5} + 1,7 \cdot 10^{-4} = 0,27 \cdot 10^{-4} + 1,7 \cdot 10^{-4} = 1,97 \cdot 10^{-4}$;

2) $3,7 \cdot 10^3 - 2,3 \cdot 10^2 = 37 \cdot 10^2 - 2,3 \cdot 10^2 = 34,7 \cdot 10^2 = 3,47 \cdot 10^3$.

354. $2,61 \cdot 10^4$ км^2 — 100 %; $8,1 \cdot 10^3$ км^2 — x;

$$x = \frac{8,1 \cdot 10^3 \cdot 10^2}{2,61 \cdot 10^4} = 3,1 \cdot 10^{3+2-4} = 3,1 \cdot 10 = 31\ \%.$$

Відповідь: 31 %.

355. $t = (4,1 \cdot 10^{13}) : (3 \cdot 10^5) = 1,37 \cdot 10^{13-5} = 1,37 \cdot 10^8$ с. *Відповідь:* $1,37 \cdot 10^8$ с.

356. 1) $8,3 \cdot 10^6$ т $= 8,3 \cdot 10^6 \cdot 10^6 = 8,3 \cdot 10^{12}$ грн;

2) $3,72 \cdot 10^{-3}$ г $= 3,72 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} = 3,72 \cdot 10^{-9}$ г;

3) $4,9 \cdot 10^{-5}$ км $= 4,9 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 = 4,9$ см;

4) $4,97 \cdot 10^7$ см $= 4,97 \cdot 10^7 \cdot 10^{-2} = 4,97 \cdot 10^5$ м.

357. $3,87 \cdot 10^5$ см $= 3,87 \cdot 10^5 \cdot 10^{-5} = 3,87$ км;

2) $4,92 \cdot 10^{-2}$ км $= 4,92 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 = 4,92 \cdot 10$ м;

3) $3,7 \cdot 10^{-3}$ кг $= 3,7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 3,7 \cdot 10^{-5}$ ц;

4) $1,8 \cdot 10^9$ т $= 1,8 \cdot 10^9 \cdot 10^4 = 1,8 \cdot 10^{13}$ кг.

358. 1) $100a = 10^2 \cdot a$; порядок $n = 2 - 18 = -16$;

2) $0,00001a = 10^{-5} \cdot a$; $n = -5 - 18 = -23$;

3) $a \cdot 10^7$; $n = -18 + 7 = -11$; 4) $\dfrac{a}{10^{-3}} = a \cdot 10^3$; $n = 3 - 18 = -15$.

361. $\dfrac{(x + a - 1)(x + 2a - 3)}{x - 5} = 0$; $\begin{cases} x + a - 1 = 0, \\ x + 2a - 3 = 0, \\ x - 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - a, \\ x = 3 - 2a, \\ x \neq 5. \end{cases}$

Так як рівняння має єдиний корінь, то

$\begin{cases} 1 - a = 3 - 2a, \\ 1 - a \neq 5, \\ 3 - 2a \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a \neq -4, \\ 2a \neq -2; \end{cases} \begin{cases} a = 2, \\ a \neq 4, \\ a \neq -1. \end{cases}$

Відповідь: $a = 2$; $a \neq -4$; $a \neq -1$.

359. 1) $1000b = 10^3 \cdot b$; $n = 3 + 15 = 18$;

2) $0,01b = 1 \cdot 10^{-2} \cdot b$; $n = -2 + 15 = 13$;

3) $b \cdot 10^{-3}$; $n = -3 + 15 = 12$;

4) $\dfrac{b}{10^5} = b \cdot 10^{-5}$; $n = -5 + 15 = 10$.

Відповідь: 1) 18; 2) 13; 2) 12; 4) 10.

360. 1) $\frac{2x^4-6x^2}{12x^3-4x^5}=\frac{2x^2(x^2-3)}{4x^3(3-x^2)}=-\frac{1\cdot(x^2-3)}{2x(x^2-3)}=-\frac{1}{2x}$.

Якщо $x=-0,5$, то $-\frac{1}{2\cdot(-0,5)}=-\frac{1}{-1}=1$.

2) $\frac{8y^6-8y^4}{4y^4+4y^3}=\frac{8y^4(y^2-1)}{4y^3(y+1)}=\frac{2y(y-1)(y+1)}{(y+1)}=2y(y-1)$. Якщо $y=10$, то $2y(y-1)=20\cdot(10-1)=20\cdot9=180$. *Відповідь*: 1) 2; 1) 180.

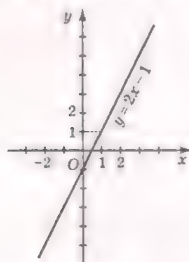
362. $y=\frac{x-2}{x+4}$. 1) Область визначення: всі значення x, крім $x\neq-4$.

2)

x	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y	−5	−2	−1	−0,5	−0,2	0	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	0,4

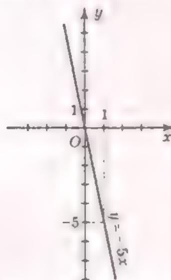
363. 1) $y=2x-1$;

x	0	1
y	−1	1



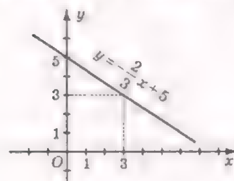
2) $y=-5x$;

x	1
y	−5

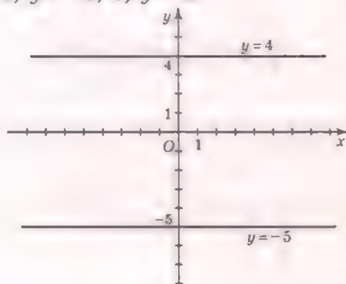


3) $y=-\frac{2}{3}x+5$;

x	0	3
y	5	3

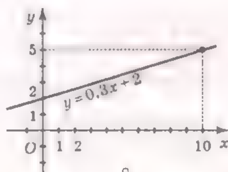


4) $y=-5$; 5) $y=4$.



5) $y=0,3x+2$;

x	0	10
y	2	5



364. Для перевірки чи належить точка графіку функції, підставляємо в функцію замість x значення і перевіряємо, чи дорівнює це значення y.
$y = x^2 - x$
1) $A(1; 1)$; $y(1) = 1^2 - 1 = 0$. Ні. 2) $B(-1; 2)$; $y(-1) = (-1)^2 - (-1) = 1 + 1 = 2$. Так.
3) $C(0; 0)$; $y(0) = 0^2 - 0 = 0$. Так. 4) $D(5; 30)$; $y(5) = 5^2 - 4 = 25 - 5 = 20$. Ні.
Відповідь: 1) ні; 2) так; 3) так; 4) ні.

§ 12. Функція $y = \frac{k}{x}$, її графік і властивості

367. Функції, що задають обернену пропорційність:

2) $y = \frac{7}{x}$; 3) $y = -\frac{3}{x}$;

6) $y = -\frac{0,01}{x}$.

368. 1) $y = \frac{15}{x}$, $k = 15$, $k > 0$,

I і III чверть;

2) $y = -\frac{9}{x}$, $k = -9$, $k < 0$,

II і IV чверть.

369. Для знаходження $y = \frac{20}{x}$, якщо задано аргумент, побудуємо таблицю і підставимо значення x в функцію для обчислення. Маємо:

x	−2	5	−10	1
y	−10	4	−2	20

370. $y = \frac{12}{x}$;

x	−3	4	−6	1
y	−4	3	−2	12

371. $y = \frac{100}{x}$;

x	−50	−25	−20	0,1	5	10	20	1000
y	−2	−4	−5	1000	20	10	5	0,1

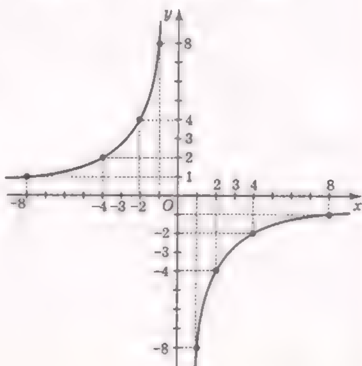
372. $y = \frac{80}{x}$;

x	−80	−40	−16	1	4	5	160	800
y	−1	−2	−5	80	20	16	0,5	0,1

373. Для побудування графіка складемо таблицю значень функції і врахуємо, що графік знаходиться у II і IV чвертях, тому що $k = -8$, $k < 0$.

$y < -\frac{8}{x}$.

x	−8	−4	−2	−1	1	2	4	8
y	1	2	4	8	−8	−4	−2	−1

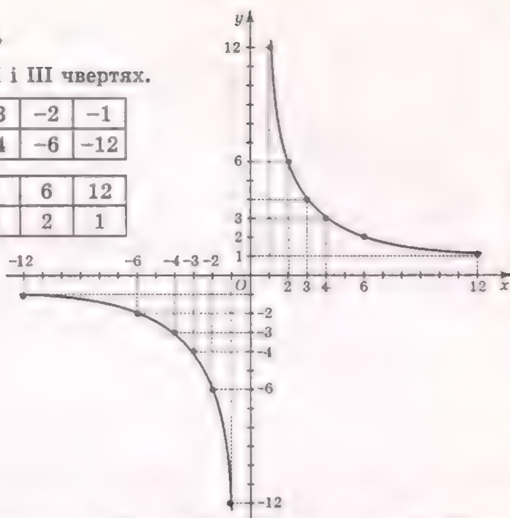


374. $y = \frac{12}{x}$, $k = 12$, $k > 0$,

графік знаходиться в I і III чвертях.

x	−12	−6	−4	−3	−2	−1
y	−1	−2	−3	−4	−6	−12

x	1	2	3	4	6	12
y	12	6	4	3	2	1



375. Для того, щоб перевірити, які точки належать графіку функції $y = \frac{128}{x}$, треба в функцію замість x підставити значення і перевірити, чи дорівнює значенню y.

1) $A(4; 32)$; $y(4) = \frac{128}{x} = 32$. Так.

2) $B(-8; 16)$; $y(-8) = \frac{128}{-8} = -16$. Ні.

3) $C(-2; -64)$; $y(-2) = \frac{128}{-2} = -64$. Так.

4) $D(0; -128)$; $x \neq 0$. Ні.

Відповідь: 1) так; 2) ні; 3) так; 4) ні.

376. 1) $A(-6; 27)$; $y(-6) = -\frac{162}{-6} = 27$. Так.

2) $B(9; 18)$; $y(9) = -\frac{162}{9} = -18$. Ні.

3) $C(0; 162)$; $x \neq 0$. Ні. 4) $D(81; -1)$; $y(81) = -\frac{162}{81} = -2$. Так.

Відповідь: 1) так; 2) ні; 3) ні; 4) так.

378. $y = \frac{145}{x}$, де x грн — ціна за 1 кг цукерок, 145 грн — загальна ціна за цукерки.

379. $y = \frac{10}{x}$. Для побудови графіка функції врахуємо $k = 10$, $k > 0$, то графік проходить в I і III чвертях. Побудуємо таблицю значень функції в залежності від x.

x	10	5	2	1	−1	−2	−5	−10
y	1	2	5	10	−10	−5	−2	−1

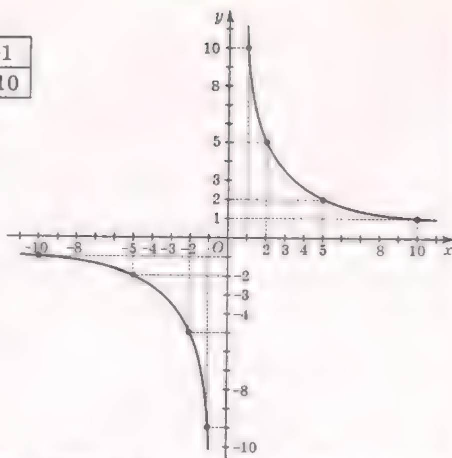
1)

x	-2	2	5	-1
y	-5	5	2	-10

2)

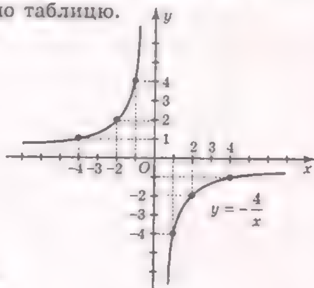
x	1	$-2,5$	5
y	10	-4	2

3) Якщо функція набуває від'ємних значень, то і аргумент набуває від'ємних значень.



380. $y=-\frac{4}{x}$, $k=-4$, $k<0$, тобто графік функції знаходиться в II і IV чвертях. Для побудови графіка заповнимо таблицю.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	1	2	4	-4	-2	-1



1)

x	$-0,5$	2	-4
y	8	-2	1

2)

x	-1	4	-2
y	4	-1	2

3) Функція набуває від'ємних значень, якщо $x>0$; функція набуває додатних значень, якщо $x<0$.

381. Якщо графік функції проходить через точку $M(-4;\ 12)$, то маємо $y=\frac{k}{x}$;

$k=y\cdot x$; $k=-4\cdot 12=-48$, тобто $y=-\frac{48}{x}$.

Відповідь: $y=-\frac{48}{x}$.

382. Якщо графік функції проходить через точку $P\left(12;1\frac{1}{6}\right)$, то маємо

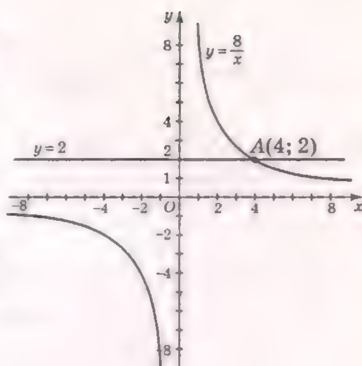
$k=y\cdot x$, тобто $k=12\cdot\frac{{}^{2}\cancel{12}\cdot 7}{1\cdot\cancel{6}}=14$. Звідки $y=\frac{14}{x}$.

Відповідь: $y=\frac{14}{x}$.

383. Якщо функцію задано формулою $y=\frac{8}{x}$, де $1\le x\le 4$, то область значень $y(1)=\frac{8}{1}=8$ і $y(4)=\frac{8}{4}=2$ належить проміжку $2\le y\le 8$.

Відповідь: $2\le y\le 8$.

384. 1) $\frac{8}{x} = 2$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = \frac{8}{x}$ і $y = 2$.

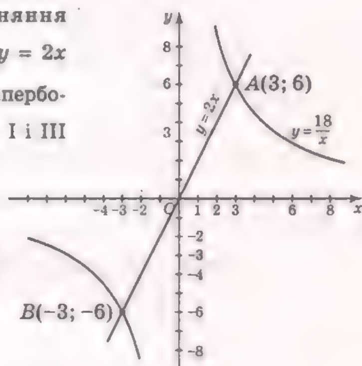


x	8	4	2	1
y	1	2	4	8

x	−8	−4	−2	−1
y	−1	−2	−4	−8

Графіки функцій перетинаються в т. $A(4; 2)$.
Відповідь: $x = 4$.

2) $2x = \frac{18}{x}$. Для розв'язання рівняння маємо побудувати графіки функцій $y = 2x$ і $y = \frac{18}{x}$. Графік функції $y = \frac{18}{x}$ — гіпербола, $k = 18$, $k > 0$, який знаходиться в I і III чвертях.



$y = \frac{18}{x}$

x	−9	−2	−1	1	2	9	−3	3
y	−2	−9	−18	18	9	2	−6	6

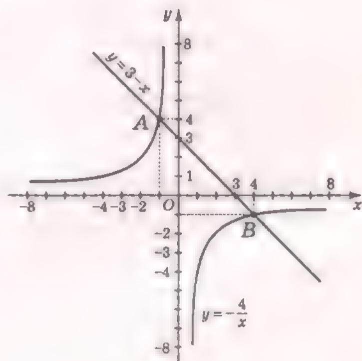
$y = 2x$

x	0	1
y	0	2

Маємо дві точки перетину графіків функцій $y = \frac{18}{x}$ і $y = 2x$, це точки $A(3; 6)$ і $B(-3; -6)$. Тому відповідь $x = \pm 3$.
Відповідь: $x = \pm 3$.

3) $-\frac{4}{x} = 3 - x$. Побудуємо графіки функцій $y = -\frac{4}{x}$ і $y = 3 - x$.

$y = -\frac{4}{x}$ — гіпербола, $k = -4$, $k < 0$, II і IV чверті.



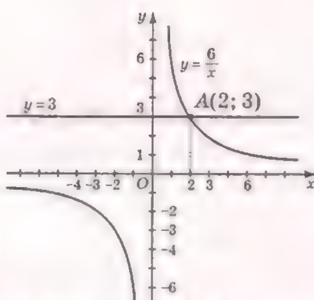
x	−4	−2	−1	1	2	4
y	1	2	4	−4	−2	1

$y = 3 - x$ — пряма

x	0	3
y	3	0

Точки A і B — спільні точки для графіків $y = -\frac{4}{x}$ і $y = 3 - x$, тобто розв'язком рівняння буде $x = -1$; $x = 4$.
Відповідь: $x = -1$; $x = 4$.

385. 1) $\frac{6}{x} = 3$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = \frac{6}{x}$ і $y = 3$.



Для побудови $y = \frac{6}{x}$ знайдемо значення y для відповідних значень x, $k = 6$, $k > 0$, I і III чверті.

x	6	3	2	1	–1	–2	–3	–6
y	1	2	3	6	–6	–3	–2	–1

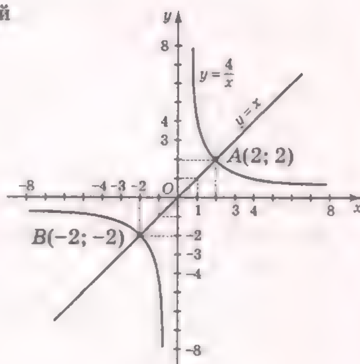
$y = 3$ — пряма паралельна осі Ox, проходить через точку $y = 3$ на осі Oy.

$y = 3$ $y = \frac{6}{x}$

Точка $A(2; 3)$ — спільна точка для графіків $y = \frac{6}{x}$ і $y = 3$.

Тобто розв'язком є число $x = 2$.
Відповідь: $x = 2$.

2) $\frac{4}{x} = x$. Побудуємо графіки функцій $y = \frac{4}{x}$ і $y = x$.



$y = \frac{4}{x}$ — гіпербола, $k = 4$, $k > 0$, I і III чверті.

x	4	2	1	–1	–2	–4
y	1	2	4	–4	–2	–1

$y = x$ — пряма пропорційність, графік проходить через т. (0; 0).

x	1	0
y	1	0

Точки $A(2; 2)$ і $B(-2; -2)$ — спільні точки для графіків $y = \frac{4}{x}$ і $y = x$.

Тобто розв'язком рівняння є значення $x = 2$ і $x = -2$. *Відповідь*: 2; –2.

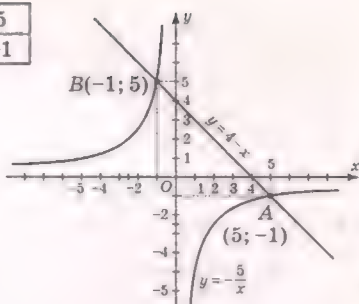
3) $4 - x = -\frac{5}{x}$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки $y = 4 - x$ і $y = -\frac{5}{x}$.

$y = -\frac{5}{x}$ — гіпербола, $k = -5$, $k < 0$, знаходиться в II і IV чвертях.

x	-5	-2	-1	1	2	5
y	1	$2,5$	5	-5	$-2,5$	-1

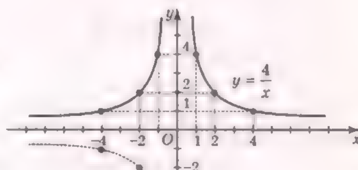
$y = 4 - x$ — пряма

x	0	4
y	4	0



Точки $A(5; -1)$ і $B(-1; 5)$ є спільними для графіків функцій $y = -\frac{5}{x}$ і $y = 4 - x$. Тобто розв'язком рівняння є $x = -1$ і $x = 5$.

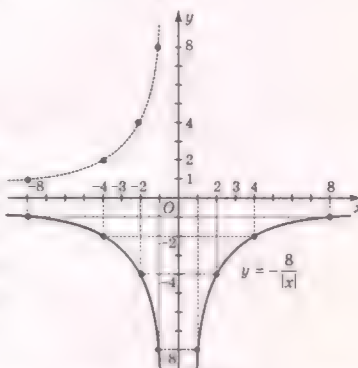
Відповідь: -1; 5.



386. 1) $y = \frac{4}{|x|}$. Для побудови графіка побудуємо графік $y = \frac{4}{x}$ і дзеркально відобразимо верхню частину площини симетрично осі Ox одну гілку гіперболи, яка знаходиться в III чверті, так як $y > 0$, приймає тільки додатні значення.

2) $y = -\frac{8}{|x|}$. Побудуємо графік функції $y = -\frac{8}{x}$.

Врахуємо, що $y < 0$, приймає тільки від'ємні значення. Побудуємо графік $y = -\frac{8}{x}$, $k = -8$, $k < 0$, II і IV чверті. Гілку гіперболи, яка знаходиться у II чверті, дзеркально відобразимо відносно осі Ox в III чверть. Маємо



387. $y = \begin{cases} \frac{6}{x}, \text{ якщо } x \le -2, \\ -1,5x, \text{ якщо } -2 < x < 2, \\ -\frac{6}{x}, \text{ якщо } x \ge 2. \end{cases}$ Будуємо графіки функцій $y = -\frac{6}{x}$ на інтервалі $x \le -2$; $y = -1,5x$ на інтервалі $-2 < x < 2$, точки $x = 2$ і $x = -2$ не належать графіку функції $y = -1,5x$ і графік функції $y = -\frac{6}{x}$ на інтервалі $x \ge 2$.

$x \le -1$, $y = -\frac{6}{x}$

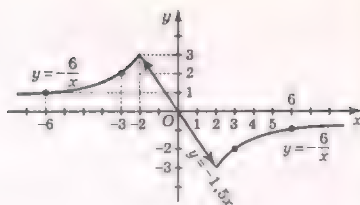
x	-2	-3	-6
y	3	2	1

$-2 < x < 2$, $y = -1,5x$

x	0	2	-2
y	0	-3	3

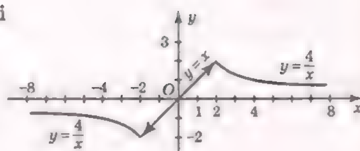
$x \ge 2$, $y = -\dfrac{6}{x}$

x	2	3	6
y	–3	–2	–1



388. $y = \begin{cases} \dfrac{4}{x}, \text{ якщо } x \le -2, \\ x, \text{ якщо } -2 < x < 2, \\ -\dfrac{4}{x}, \text{ якщо } x \ge 2. \end{cases}$

Побудуємо графік $y = \dfrac{4}{x}$ на інтервалі $x \le -2$ — гіпербола, III чверть, $k = 4$, $k > 0$.



x	–2	–4
y	–2	–1

$y = x$ — пряма пропорційність на інтервалі $-2 < x < 2$.

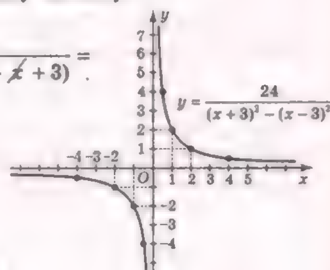
x	–1	1
y	–1	1

$y = \dfrac{4}{x}$ — гіпербола на інтервалі $x \ge 2$, I чверть.

389. 1) $y = \dfrac{24}{(x+3)^2 - (x-3)^2}$. Спростимо праву частину:

$$\frac{24}{(x+3)^2 - (x-3)^2} = \frac{24}{(x+3+x-3)(x+3-x+3)} =$$

$$= \frac{24}{2x \cdot 6} = \frac{24}{12x} = \frac{2}{x}.$$

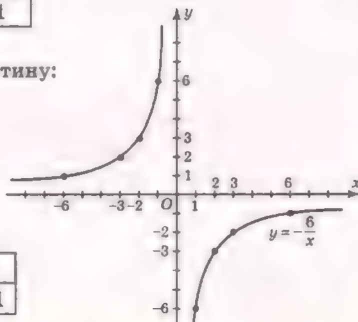


Тобто маємо: $y = \dfrac{2}{x}$ — гіпербола, $k = 2$, $k > 0$, знаходиться в I і III чвертях.

x	–2	–0,5	–1	1	0,5	2
y	–1	–4	–2	2	4	1

2) $y = \dfrac{6x - 18}{3x - x^2}$. Спростимо праву частину:

$$\frac{6x - 18}{3x - x^2} = \frac{6(x-3)}{-x(x-3)} = -\frac{6}{x}.$$



Тобто маємо $y = -\dfrac{6}{x}$ — гіпербола, $k = -6$, $k < 0$, II і IV чверті.

x	–6	–3	–2	–1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	–6	–3	–2	–1

390. 1) $3^{-4}=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}$; 2) $(-19)^{-1}=\frac{1}{-19}=-\frac{1}{19}$; 3) $\left(1\frac{1}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{8}{7}\right)^{-2}=\left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{49}{64}$;

4) $(-0,2)^{-3}=\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3}=\left(-\frac{5}{1}\right)^3=-125.$

391. 1) $\left(\frac{2}{3}a^{-1}b\right)^{-2}\cdot\left(\frac{9}{10}a^{-3}b^{-2}\right)^{-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}a^2b^{-2}\cdot\left(\frac{9}{10}\right)^{-1}a^3b^2=\frac{9}{4}a^2b^{-2}\cdot\frac{10}{9}a^3b^2=$

$=2,5a^5b^0=2,5a^5$;

2) $\left(\frac{4mn^{-2}}{5a}\right)^{-1}\cdot 8m^{-3}n^{-2}a^5=\left(\frac{5a}{4mn^{-2}}\right)^1\cdot 8m^{-3}\cdot n^{-2}a^5=\frac{5a\cdot 8^2\cdot m^{-3}\cdot n^{-2}\cdot a^5}{4\cdot m\cdot n^{-2}}=$

$=10a^6m^{-4}=\frac{10a^6}{m^4}$.

Відповідь: 1) $2,5a^5$; 2) $\frac{10a^6}{m^4}$.

392. $((1-(1+2^{-1})^{-1})^{-1})^{-4}=\left(\left(1-\left(1+\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-4}=\left(1-\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\right)^4=$

$=\left(1-\frac{2}{3}\right)^4=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$.

Відповідь: $\frac{1}{81}$.

393. $(x^2-x-1)^{13}=\underbrace{(x^2-x-1)(x^2-x-1)\dots(x^2-x-1)}_{13\text{ разів}}$.

Суми коефіцієнтів кожної дужки дорівнює −1, маємо $(-1)^{13}=-1$.
Відповідь: −1.

Завдання для перевірки знань до §§ 9–12

1. 1) $a^2\cdot a^{-3}=a^{2+(-3)}=a^{-1}$; 2) $a^{-5}\cdot a^{-4}=a^{-5+(-4)}=a^{-9}$;
3) $a^5:a^7=a^{7-(-7)}=a^{5+7}=a^{12}$; 4) $(a^{-2})^3=a^{-6}$.
2. 1) ні; 2) так; 3) так; 4) ні.
3. 2) $y=\frac{5}{x}$; 3) $y=-\frac{6}{x}$} обернена пропорційність. *Відповідь:* 2); 3).
4. 1) $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$; 2) $(-5)^{-1}=\frac{1}{-5}=-\frac{1}{5}$; 3) $\left(1\frac{1}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$;
4) $(2,7\cdot 10^5)\cdot(3\cdot 10^{-8})=8,1\cdot 10^{5+(-8)}=8,1\cdot 10^{-3}=8,1\cdot 10^{-3}$.
5. 1) $-7a^{-3}b^9\cdot 1\frac{1}{7}a^{-5}b^{-3}=-7\cdot\frac{8}{7}a^{-8}b^6=-8a^{-8}b^6$;

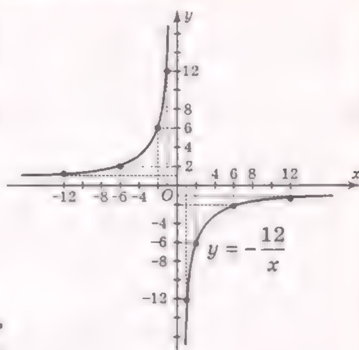
2) $\left(-\frac{2}{3}x^3y\right)\cdot\left(-\frac{9}{10}x^{-5}y^{-1}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{10}x^{-2}y^0=\frac{3}{5}x^{-2}$.
6. 1) $27\,000=2,7\cdot 10^4$; 2) $0,002=2\cdot 10^{-3}$; 3) $371,5=3,715\cdot 10^2$;
4) $0,0109=1,09\cdot 10^{-2}$.
7. 1) $(4,2a^7b^{-9}):(0,7a^{-3}b^{-5})=\frac{4,2a^7b^{-9}}{0,7a^{-3}b^{-5}}=6a^{7-(-3)}b^{-9-(-5)}=6a^{10}b^{-4}=\frac{6a^{10}}{b^4}$;

2) $\left(\frac{2x^4}{5y^7}\right)^{-2}\cdot 4x^8y^{-18}=\left(\frac{5y^7}{2x^4}\right)^2\cdot 4x^8y^{-18}=\frac{25y^{14}\cdot 4x^8y^{-18}}{4x^8}=25y^{-4}=\frac{25}{y^4}$.

8. $y=-\frac{12}{x}$. Для побудови графіка складемо таблицю:

x	-12	-6	-4	-3	-2	-1
y	1	2	3	4	6	12

x	1	2	3	4	6	12
y	-12	-6	-4	-3	-2	-1



1)

x	4	-2
y	-3	6

2)

y	-6	1
x	2	-12

3) Функція набуває від'ємних значень для $x>0$, додатних значень для $x<0$.

9. 1) $\frac{48}{5^{n+2}-5^n}=\frac{8}{5^n(5^2-1)}=\frac{48^2}{5^n\cdot 24}=\frac{2}{5^n}$;

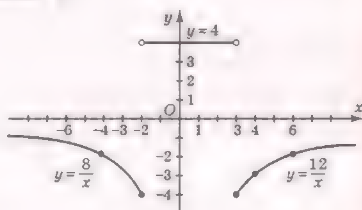
2) $\frac{x^{-3}+x^2}{x+x^6}=(x^{-3}+x^2):(x+x^6)=\left(\frac{1}{x^3}+x^2\right):(x+x^6)=\frac{1+x^5}{x^3}:\frac{x+x^6}{1}=$

$=\frac{(1+x^5)\cdot 1}{x^3\cdot(x+x^6)}=\frac{(1+x^5)}{x^3\cdot x(1+x^5)}=\frac{1}{x^4}$.

10. $((1+(1-2^{-1})^{-1})^{-1})^{-3}=\left(\left(1+\left(1-\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-3}=\left(\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-3}=$

$=((1+2)^{-1})^{-3}=(3^{-1})^{-3}=3^3=27$. *Відповідь*: 27.

11. $y=\begin{cases}\frac{8}{x}, \text{ якщо } x\le -2,\\ -4, \text{ якщо } -2<x<3.\\ -\frac{12}{x}, \text{ якщо } 2\ge 3.\end{cases}$



Побудуємо графік функції $y=\frac{8}{x}$, якщо $x\le -2$.

x	-2	-4	-8
y	-4	-2	-1

Графік $y=-4$, якщо $-2<x<4$, пряма паралельна осі Ox.

Графік $y=-\frac{12}{x}$, якщо $x\ge 3$ — гіпербола.

x	3	4	6	12
y	-4	-3	-2	-1

394. 1) Цілі раціональні вирази: m^3-mp^2; $\frac{x^2+ax-a^2}{19}$;

2) дробі раціональні вирази: $\frac{t^2+2}{t-7}$; $\frac{p\left(3-\frac{2}{x}\right)}{x^2}$; $\frac{17}{x-y}$; $\frac{(x+p):y}{a-b}$;

3) раціональні дроби: $\frac{x^2+ax-a^2}{19}$; $\frac{t^2+2}{t-7}$; $\frac{p\left(3-\frac{2}{x}\right)}{x^2}$; $\frac{17}{x-y}$; $\frac{(x+p):y}{a-b}$.

395. 1) $c^2 - 3c$, будь-яке число c;

2) $\frac{m+2}{m-8}$; $m \neq 8$, тобто будь-яке число, крім $m \neq 8$;

3) $\frac{a}{a-9}+\frac{a-9}{a}$; $\begin{cases} a-9 \neq 0, \\ a \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a \neq 9, \\ a \neq 0; \end{cases}$ будь-яке число, крім $a \neq 9$, $a \neq 0$;

3) $3 + c$, будь-яке число, крім c.

396. Турист витратив на дорогу вздовж шосе час $t_1 = \frac{12}{a}$ год, а на степову дорогу — $t_2 = \frac{8}{b}$ год. Тобто на весь шлях турист витратив $t = t_1 + t_2 = \frac{12}{a} + \frac{8}{b}$. Якщо $a = 5$ і $b = 4$, то маємо:

$t = \frac{12}{5} + \frac{8}{4} = 2,4 + 2 = 4,4$ год. *Відповідь*: 4,4 год.

397. Спростимо вираз: $\frac{x^2+2x+y^2}{0,1x} = \frac{(x+y)^2}{0,1x}$. Якщо $x = -100$ і $y = 99$, то маємо: $\frac{(-100+99)^2}{0,1\cdot(-100)} = \frac{(-1)^2}{-10} = \frac{1}{-10} = -0,1$. *Відповідь*: $-0,1$.

398. 1) $\frac{1}{|x|+7}$. Врахуємо, що $|x| + 7 \neq 0$, тобто $|x| \neq -7$ виконується для будь-якого x;

2) $\frac{p}{|m|-m}$. Врахуємо, що $|m| - m \neq 0$, тобто $|m| \neq m$, виконується для $m < 0$, $m \neq 0$;

3) $\frac{1}{1-\frac{1}{|a|}}$. Врахуємо, що $1-\frac{1}{|a|} \neq 0$, $\frac{1}{|a|} \neq 1$; $|a| \neq 1$, тобто $a \neq \pm 1$ і $a \neq 0$;

4) $\frac{3}{|2x-7|-3}$. Врахуємо, що $|2x - 7| - 3 \neq 0$; $|2x - 7| \neq 3$; $\begin{cases} 2x-7=3, \\ 2x-7=-3; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x=10, \\ 2x=-4; \end{cases}$ $\begin{cases} x \neq 5, \\ x \neq -2. \end{cases}$

Відповідь: 1) будь-яке число x; 3) $m < 0$, $m \neq 0$; 3) $a \neq \pm 1$, $a \neq 0$;
4) $x \neq 5$, $x \neq -2$.

399. 1) $\frac{x^2-1}{x+1} = 0$; $\begin{cases} x^2-1=0, \\ x+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x+1)=0, \\ x \neq -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1, x_2 = -1, \\ x \neq -1; \end{cases}$

2) $\frac{a+3}{x^2-9} = 0$; $\begin{cases} a+3=0, \\ x^2-9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ не має розв'язків;

3) $\frac{|x|-2}{(x-2)(x+2)} = 0$; $\begin{cases} |x|-2=0, \\ x-2 \neq 0, \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x|=2, \\ x \neq 2, \\ x \neq \pm -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2, x_1 = 2, \\ x \neq 2,\ x \neq -2; \end{cases}$

таких значень немає;

4) $\frac{|x|-x}{x(x-3)}=0$; $\begin{cases}|x|-x=0,\\ x\neq 0,\\ x\neq 3\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases}|x|=x,\\ x\neq 0,\\ x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=x,\\ x\neq 0,\\ x\neq 3;\end{cases}$ будь-яке число, крім x — від'ємне.

Відповідь: 1) 1; 2) не має розв'язків; 3) розв'язків не має; 4) $x>0$, $x\neq -3$.

400. 1) $\frac{5m}{20n}=\frac{m}{4n}$; 2) $\frac{4x}{5x}=\frac{4}{5}$; 3) $\frac{p}{10p}=\frac{1}{10}=0,1$; 4) $\frac{-3}{6t}=-\frac{1}{2t}$; 5) $\frac{ax}{xb}=\frac{a}{b}$;

6) $\frac{mn}{2m}=\frac{n}{2}$.

401. 1) $\frac{a^2b^3}{ab^7}=\frac{a}{b^4}$; 2) $\frac{-63xa^5}{81xa^6}=-\frac{7}{9a}$; 3) $\frac{p(a-2)}{m(a-2)}=\frac{p}{m}$;

4) $\frac{7a-14b}{3a-6b}=\frac{7(a-2b)}{3(a-2b)}=\frac{7}{3}$; 5) $\frac{a-2y}{a^2-2ay}=\frac{a-2y}{a(a-2y)}=\frac{1}{a}$;

6) $\frac{m^2-1}{7m+7}=\frac{(m-1)(m+1)}{7(m+1)}=\frac{m-1}{7}$; 7) $\frac{x^2-4x+4}{3x-6}=\frac{(x-2)^2}{3(x-2)}=\frac{x-2}{3}$;

8) $\frac{x^2-2xy}{2y-x}=\frac{x(x-2y)}{-(x-2y)}=-x$.

402. 1) $\frac{c^{\backslash a^3}}{a^2}=\frac{ca^3}{a^5}$; 2) $\frac{p^{\backslash 4c^6}}{3c}=\frac{4c^6p}{12c^7}$. *Відповідь*: 1) $\frac{ca^3}{a^5}$; 2) $\frac{4c^6p}{12c^7}$.

403. 1) $(x^3+8):(x+2)=\frac{x^3+8}{x+2}=\frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{(x+2)}=x^2-2x+4$;

2) $(a^2-5a+25):(a^3+125)=\frac{a^2-5a+25}{a^3+125}=\frac{(a^2-5a+25)}{(a+5)(a^2-5a+25)}=\frac{1}{a+5}$.

404. 1) Спростимо вираз: $\frac{10xy-5x^2}{8y^2-4xy}=\frac{5x(2y-x)}{4y(2y-x)}=\frac{5x}{4y}$.

Якщо $x=0,2$ і $y=0,25$, то маємо: $\frac{5\cdot 0,2}{4\cdot 0,25}=\frac{1}{1}=1$;

2) Спростимо вираз: $\frac{a^2-4b^2}{3a^2b-6ab^2}=\frac{(a-2b)(a+2b)}{3ab(a-2b)}=\frac{a+2b}{3ab}$.

Якщо $a=20$, $b=-10$, то маємо: $\frac{20+2\cdot(-10)}{3\cdot 20\cdot(-10)}=\frac{20-20}{-600}=\frac{0}{-600}=0$.

405. 1) $\frac{3^{\backslash 7}}{a-2}=\frac{21}{7a-14}$. 2) $\frac{3^{\backslash a}}{a-2}=\frac{3a}{a^2-2a}$.

3) $\frac{3^{\backslash -8}}{a-2}=\frac{24}{16-8a}$. 4) $\frac{3}{a-2}=\frac{3(a+2)}{(a-2)(a+2)}=\frac{3(a+2)}{a^2-4}$.

406. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{22,5a^2-2,5b^2}{7,5a^2-2,5ab}=\frac{2,5(9a^2-b^2)}{2,5a(3a-b)}=\frac{(3a-b)(3a+b)}{a(3a-b)}=\frac{3a+b}{a}$.

$\frac{3a+b}{a}=\frac{3a+b}{a}$. Маємо рівність лівої і правої частини тотожності.

Доведено.

407. Спростимо вираз:

$$\frac{2x-8y}{0,1x^2-3,2y^2}=\frac{2(x-4y)}{0,2(x^2-16y^2)}=\frac{2(x-4y)}{0,2(x-4y)(x+4y)}=\frac{10}{x+4y}.$$

Враховуючи, що $x + 4y = 5$, маємо: $\frac{10}{x+4y}=\frac{10}{5}=2$. *Відповідь*: 2.

408. 1) $\frac{5(5a+4b)}{5}=\frac{25a+20b}{5}$; 2) $\frac{-a(5a+4b)}{-a}=\frac{-5a^2-4ab}{-a}$;

3) $\frac{2b(5a+4b)}{2b}=\frac{10ab+8b^2}{2b}$;

4) $\frac{(2a-3b)(5a+4b}{2a-3b}=\frac{10a^2-8ab-15ab-12b^2}{2a-3b}= =\frac{10a^2-23ab-12b^2}{2a-3b}$.

409. $\frac{x^2-y^2-z^2+2yz}{y^2-x^2-z^2-2xz}=\frac{x^2-(y^2+z^2-2yz)}{y^2-(x^2+z^2+2xy)}=\frac{x^2-(y-z)^2}{y^2-(x+z)^2}=$

$=\frac{(x-y+z)(x+y-z)}{(y-x-z)(y+x+z)}=\frac{-(y-x+z)(x+y-z)}{(y-x-z)(y+x+z)}=-\frac{x+y-z}{y+x+z}= =\frac{z-y-x}{y+x+z}$.

410. 1) $\frac{4m}{7}+\frac{m}{7}=\frac{4m+m}{7}=\frac{5m}{7}$; 2) $\frac{9p}{8a}-\frac{2p}{8a}=\frac{9p-2p}{8a}=\frac{7p}{8a}$;

3) $\frac{m-n}{p}+\frac{n}{p}=\frac{m-n+n}{p}=\frac{m}{p}$; 4) $\frac{12a^2}{5m}-\frac{3a^2}{5m}=\frac{12a^2-3a^2}{5m}=\frac{9a^2}{5m}$.

411. 1) $\frac{3m-7}{12m}+\frac{13-5m}{12m}-\frac{6m-2}{12m}=\frac{3m-7+13-5m-6m+2}{12m}=\frac{-8m-8}{12m}=$

$=\frac{-8(m+1)}{12m}=\frac{-2(m+1)}{3m}$;

2) $\frac{m^2+1}{a(m-1)}-\frac{2}{a(m-1)}=\frac{m^2+1-2}{a(m-1)}=\frac{m^2-1}{a(m-1)}=\frac{(m-1)(m+1)}{a(m-1)}=\frac{m+1}{a}$;

3) $\frac{x-8}{x^2-25}+\frac{13}{x^2-25}=\frac{x-8-13}{x^2-25}=\frac{(x+5)}{(x-5)(x+5)}=\frac{1}{x-5}$;

4) $\frac{a-4}{a-2}-\frac{2}{2-a}=\frac{a-4}{a-2}+\frac{2}{a-2}=\frac{a-4+2}{a-2}=\frac{a-2}{a-2}=1$.

412. Спростимо вираз: $\frac{m+1}{m^2-16}+\frac{3}{m^2-16}=\frac{m+1+3}{m^2-16}=\frac{(m+4)}{(m-4)(m+4)}=\frac{1}{m-4}$.

Якщо $m = 14$, то маємо: $\frac{1}{m-4}=\frac{1}{14-4}=\frac{1}{10}=0,1$. *Відповідь*: 0,1.

413. 1) $\frac{9b+1}{b^2-4}+\frac{8-b}{4-b^2}-\frac{7b-1}{b^2-4}=\frac{9b+1-(8-b)-(7b-1)}{b^2-4}=$

$=\frac{9b+1-8+b-7b+1}{b^2-4}=\frac{3b-6}{(b-2)(b+2)}=\frac{3(b-2)}{(b-2)(b+2)}=\frac{3}{b-2}$;

2) $\frac{5m}{m^3-1}-\frac{1-4m}{1-m^3}+\frac{m^2}{m^3-1}=\frac{5m}{m^3-1}+\frac{1-4m}{m^3-1}+\frac{m^2}{m^3-1}=$

$=\frac{5m+1-4m+m^2}{m^3-1}=\frac{(m^2+m+1)}{(m-1)(m^2+m+1)}=\frac{1}{m-1}$.

414. При якому значенні a вирази $\frac{2x+3}{x-2}$ і $\frac{2x}{x-2}+\frac{a}{2-x}$ є тотожно рівними?

Маємо рівняння:

$$\frac{2x+3}{x-2}=\frac{2x}{x-2}+\frac{a}{2-x};\quad \frac{2x+3}{x-2}=\frac{2x}{x-2}-\frac{a}{x-2};\quad \frac{2x+3}{x-2}=\frac{2x-a}{x-2}.$$

Тобто $\begin{cases}2x+3=2x-a,\\ x\neq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3,\\ x\neq 2.\end{cases}$ *Відповідь:* $a=-3,\ x\neq -2.$

415. Спростимо вираз: $\frac{8+3a}{5-4a}+\frac{13a-14}{4a-5}-\frac{2a+7}{5-4a}=\frac{8+3a}{5-4a}-\frac{13a-14}{5-4a}-\frac{2a+7}{5-4a}=$

$$=\frac{8+3a-13a+14-(2a+7)}{5-4a}=\frac{8+3a-13a+14-2a-7}{5-4a}=$$

$$=\frac{15-12a}{5-4a}=\frac{3(5-4a)}{(5-4a)}=3.$$

Тобто вираз дорівнює -3 і не залежить від змінної. Доведено.

416. 1) $\frac{16m^2}{(4m-1)(4m+1)}-\frac{8m}{16m^2-1}-\frac{1}{(1-4m)(1+4m)}=$

$$=\frac{16m^2}{(4m-1)(4m+1)-8m+1}-\frac{8m}{(4m-1)(4m+1)}+\frac{1}{(4m-1)(4m+1)}=$$

$$=\frac{16m^2-8m+1}{(4m-1)(4m+1)}=\frac{(4m-1)^2}{(4m-1)(4m+1)}=\frac{4m-1}{4m+1};$$

2) $\frac{8x-9}{(2x+1)^2}-\frac{8x^3+3x-1}{(1+2x)^2}-\frac{5x-7}{1+4x^2+4x}=\frac{8x-9}{(2x+1)^2}-\frac{8x^3+3x-1}{(2x+1)^2}-$

$$-\frac{5x-7}{(2x+1)^2}=\frac{8x-9-8x^3-3x+1-5x+7}{(2x+1)^2}=\frac{-8x^3-1}{(2x+1)^2}=\frac{-(8x^3+1)}{(2x+1)^2}=$$

$$=-\frac{(2x+1)(4x^2-2x+1)}{(2x+1)^2}=\frac{-4x^2+2x-1}{2x+1}.$$

417. Спростимо вираз: $\frac{x+6}{(2-x)^4}+\frac{x^2-3}{(2-x)^4}-\frac{5x-1}{(2-x)^4}=$ Врахуємо

$$=\left|(2-x)^4=(x-2)^4\right|=\frac{x+6+x^2-3-5x+1}{(2-x)^4}=\frac{x^2-4x+4}{(2-x)^4}=\frac{(x-2)^2}{(2-x)^4}=$$

$=\frac{(2-x)^2}{(2-x)^{4^2}}=\frac{1}{(x-2)^2}$; $(2-x)^2>0$, то маємо $\frac{1}{(2-x)^2}>0,\ x\neq 2$ для будь-якого значення x, крім $x\neq 2$. Доведено.

418. 1) $\frac{n+2}{n}=\frac{n}{n}+\frac{2}{n}=1+\frac{2}{n}$, тобто $n=2$, щоб значення дробу було натуральним числом. Маємо: $1+\frac{2}{n}=1+\frac{2}{1}=1+1=2;$

2) $\frac{n^2+6}{n}=\frac{n^2}{n}+\frac{6}{n}=n+\frac{6}{n}$, тобто $n=6$, то маємо $n+\frac{6}{n}=6+\frac{6}{6}=6+1=7;$

3) $\frac{n^2-10n+16}{n}=\frac{n^2}{n}-\frac{10n}{n}+\frac{16}{n}=n-10+\frac{16}{16}$, тобто $n=16$, то маємо:

$16-10+\frac{16}{16}=6+1=7.$

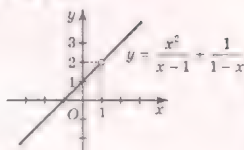
Відповідь: 1) $n=2$; 2) $n=6$; 3) $n=16$.

419. Для побудови графіка функції спростимо вираз:

$$\frac{x^2}{x-1}+\frac{1}{1-x}=\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}=\frac{x^2-1}{x-1}=\frac{\cancel{(x-1)})x+1)}{\cancel{(x-1)}}=x+1.$$

Тобто маємо: $y = x + 1$, $x \neq 1$.

Графіком функції $y = x + 1$ є пряма.



$y = x + 1$

x	0	-1
y	1	0

Відповідь: (1; 2).

420. 1) $\frac{c^{\backslash 4}}{5}-\frac{a^{\backslash 5}}{4}=\frac{4c-5a}{20}$; 2) $\frac{a^{\backslash a}}{3}+\frac{b}{12}=\frac{4a+b}{12}$; 3) $\frac{p^{\backslash a}}{x}-\frac{x^{x}}{a}=\frac{ap-x^2}{xa}$;

4) $\frac{4^{\backslash 7}}{m}+\frac{n^{\backslash m}}{7}=\frac{28+mn}{7m}$.

421. 1) $\frac{2^{3}}{3p}-\frac{4}{9p}=\frac{6-4}{9p}=\frac{2}{9p}$; 2) $\frac{7x^2}{12m}+\frac{(x^2)^{12}}{m}=\frac{7x^2+12x^2}{12m}=\frac{19x^2}{12m}$;

3) $\frac{3x-2y}{12}+\frac{y+x^{2}}{6}=\frac{3x-2y+2(y+x)}{12}=\frac{3x-\cancel{2y}+\cancel{2y}+2x}{12}=\frac{5x}{12}$;

4) $\frac{3a+b^{4}}{6}-\frac{4a-b^{3}}{8}=\frac{4(3a+b)-3(4a-b)}{24}=\frac{\cancel{12a}+4b-\cancel{12a}+3b}{24}=\frac{7b}{24}$;

5) $\frac{1^{p}}{p^2}-\frac{p-2}{p^3}=\frac{p-(p-2)}{p^3}=\frac{\cancel{p}-\cancel{p}+2}{p^3}=\frac{2}{p^3}$;

6) $\frac{4a+b^{3}}{2a}-\frac{6b-a^{2}}{3b}=\frac{3(4a+b)-2(6b-a)}{6ab}=\frac{\cancel{12a}+3b-\cancel{12b}+2a}{6ab}=$

$=\frac{14a-9b}{6b}$.

422. 1) $\frac{1^{n}}{m}+\frac{1^{m}}{n}-\frac{1}{mn}=\frac{n+m-1}{mn}$; 2) $\frac{2^{x}}{x^2}-\frac{3}{x^3}-\frac{1^{x^2}}{x}=\frac{2x-3-x^2}{x^3}$;

3) $\frac{a+b^{b}}{a}+\frac{a-b^{a}}{b}-\frac{1}{ab}=\frac{b(a+b)+a(a-b)-1}{ab}=\frac{\cancel{ab}+b^2+a^2-\cancel{ab}-1}{ab}=$

$=\frac{b^2+a^2-1}{ab}$.

423. 1) $2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$; 2) $4p-\frac{4p^2-1}{p}=\frac{\cancel{4p^2}-\cancel{4p^2}+1}{p}=\frac{1}{p}$;

3) $\frac{2^{m-1}}{m}+\frac{3^{m}}{m-1}=\frac{2(m-1)+3m}{m(m-1)}=\frac{2m-2+3m}{m(m-1)}=\frac{5m-2}{m(m-1)}$;

4) $\frac{m^{m}}{1-m}+\frac{1+m^{1-m}}{m}=\frac{m^2+(1+m)(1-m)}{(1-m)m}=\frac{\cancel{m^2}+1-\cancel{m^2}}{(1-m)m}=\frac{1}{(1-m)m}$;

5) $\frac{c^{3c+1}}{3c-1}+\frac{c^{3c-1}}{3c+1}=\frac{c(3c+1)+c(3c-1)}{(3c-1)(3c+1)}=\frac{3c^2+\cancel{c}+3c^2-\cancel{c}}{(3c-1)(3c+1)}=$

$=\frac{6c^2}{(3c-1)(3c+1)}=\frac{6c^2}{9c^2-1}$;

6) $\frac{x^{x+y}}{x-y}-\frac{x^{x-y}}{x+y}=\frac{x(x+y)-x(x-y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{\cancel{x^2}+xy-\cancel{x^2}+xy}{(x+y)(x-y)}=\frac{2xy}{x^2-y^2}$.

424. 1) $\dfrac{2c-7}{2(c+5)}+\dfrac{4-c^{\backslash 2}}{c+5}=\dfrac{2c-7+2(4-c)}{2(c+5)}=\dfrac{\cancel{2c}-7+8-\cancel{2c}}{2(c+5)}=\dfrac{1}{2(c+5)}$;

2) $\dfrac{a-1}{3a+6}-\dfrac{a}{4a+8}=\dfrac{a-1^{\backslash 4}}{3(a+2)}-\dfrac{a^{\backslash 3}}{4(a+4)}=\dfrac{4(a-1)-3a}{12(a+2)}=\dfrac{4a-4-3a}{12(a+2)}=$

$=\dfrac{a-4}{12(a+2)}$;

3) $\dfrac{7^{\backslash x+2}}{x}-\dfrac{14}{x(x+2)}=\dfrac{7(x+2)-14}{x(x+2)}=\dfrac{7x+\cancel{14}-\cancel{14}}{x(x+2)}=\dfrac{7\cancel{x}}{\cancel{x}(x+2)}=\dfrac{7}{x+2}$;

4) $\dfrac{9}{m^2+4m}-\dfrac{5}{m+4}=\dfrac{9}{m(m+4)}-\dfrac{5^{\backslash m}}{m+4}=\dfrac{9-5m}{m(m+4)}$;

5) $\dfrac{b}{a^2-b^2}+\dfrac{1}{a+b}=\dfrac{b}{(a-b)(a+b)}+\dfrac{1^{\backslash a-b}}{a+b}=\dfrac{\cancel{b}+a-\cancel{b}}{(a-b)(a+b)}=\dfrac{a}{a^2-b^2}$;

6) $\dfrac{x+3}{x^2+2x+1}-\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+3}{(x+1)^2}-\dfrac{1^{\backslash x+1}}{x+1}=\dfrac{x+3-(x+1)}{(x+1)^2}=$

$=\dfrac{\cancel{x}+3-\cancel{x}-1}{(x+1)^2}=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

425. Спростимо вираз: $\dfrac{(a-3)(a-7)^{\backslash 2}}{12}-\dfrac{(a-7)(a-1)^{\backslash 3}}{8}+\dfrac{(a-1)(a-3)}{24}=$

$=\dfrac{2(a-3)(a-7)-3(a-7)(a-1)+(a-1)(a-3)}{24}=$

$=\dfrac{(a-7)(2(a-3)-3(a-1))+(a-1)(a-3)}{24}=$

$=\dfrac{(a-7)(2a-6-3a+3)+a^2-3a-a+3}{24}=\dfrac{(a-7)(-a-3)+a^2-4a+3}{24}=$

$=\dfrac{-\cancel{a^2}-3a+7a+21+\cancel{a^2}-4a+3}{24}=\dfrac{24}{24}=1.$

Враховуючи, що після спрощення отримали 1 і відповідь не містить змінної, то вираз не залежить від значень змінної. Доведено.

426. 1) $\dfrac{4m+18}{m^2-9}-\dfrac{5}{m-3}+\dfrac{1}{m+3}=\dfrac{4m+18}{(m-3)(m+3)}-\dfrac{5^{\backslash m+3}}{m-3}+\dfrac{1^{\backslash m-3}}{m+3}=$

$=\dfrac{4m+18-5(m+3)+(m-3)}{(m-3)(m+3)}=\dfrac{4m+18-5m-15+m-3}{(m-3)(m+3)}=\dfrac{0}{m^2-9}=0$;

2) $\dfrac{2x}{2x+3}+\dfrac{5}{3-2x}-\dfrac{4x^2+9}{4x^2-9}=\dfrac{2x^{\backslash 2x-3}}{2x+3}+\dfrac{5^{\backslash 2x+3}}{3-2x}-\dfrac{4x^2+9}{(2x-3)(2x+3)}=$

$=\dfrac{2x(2x-3)-5(2x+3)-(4x^2+9)}{(2x-3)(2x+3)}=\dfrac{\cancel{4x^2}-6x-10x-15-\cancel{4x^2}-9}{(2x-3)(2x+3)}=$

$=\dfrac{-16x-24}{(2x-3)(2x+3)}=\dfrac{-8\cancel{(2x+3)}}{(2x-3)\cancel{(2x+3)}}=-\dfrac{8}{2x-3}$;

3) $\dfrac{9x}{3xy+2y^2}-\dfrac{4y}{3x^2+2xy}=\dfrac{9x}{y(3x+2y)}-\dfrac{4y}{x(3x+2y)}=\dfrac{9x^2-4y^2}{xy(3x+2y)}=$

$=\dfrac{(3x-2y)\cancel{(3x+2y)}}{xy\cancel{(3x+2y)}}=\dfrac{(3x-2y)}{xy}$;

$$4)\ \frac{4a}{4a^2-1}-\frac{2a+1}{6a-3}+\frac{2a-1}{4a+2}=\frac{4a^{\backslash 6}}{(2a-1)(2a+1)}-\frac{2a+1^{\backslash 2(2a+1)}}{3(2a-1)}+\frac{2a-1^{\backslash 3(2a-1)}}{2(2a+1)}=$$

$$=\frac{24a-2(2a+1)^2+3(2a-1)^2}{6(2a-1)(2a+1)}=\frac{24a-8a^2-8a-2+12a^2-12a+3}{6(2a-1)(2a+1)}=$$

$$=\frac{4a^2+4a+1}{6(2a-1)(2a+1)}=\frac{(2a+1)^2}{6(2a-1)\cancel{(2a+1)}}=\frac{2a+1}{6(2a-1)};$$

$$5)\ \frac{2x-1}{x^2+x+1}+\frac{4x^2+3x-7}{x^3-1}=\frac{2x-1}{x^2+x+1}+\frac{4x^2+3x-7}{(x-1)(x^2+x+1)}=$$

$$=\frac{(2x-1)(x-1)+4x^2+3x-7}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{2x^2-2x-x+1+4x^2+3x-7}{(x-1)(x^2+x+1)}=$$

$$=\frac{6\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}=\frac{6(x+1)}{x^2+x+1};$$

$$6)\ \frac{a^2}{3ab-2-a+6b}-\frac{a}{3b-1}=\frac{a^2}{(3ab+6b)-(2+a)}-\frac{a}{3b-1}=$$

$$=\frac{a^2}{3b(a+2)-(a+2)}-\frac{a}{3b-1}=\frac{a^2}{(a+2)(3b-1)}-\frac{a^{\backslash a+2}}{3b-1}=\frac{a^2-a(a+2)}{(a+2)(3b-1)}=$$

$$=\frac{\cancel{a^2}-\cancel{a^2}-2a}{(a+2)(3b-1)}=-\frac{2a}{(a+2)(3b-1)}.$$

427. 1) $$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}=\frac{1^{\backslash(c-b)}}{(a-b)(a-c)}+\frac{1^{\backslash(a-c)}}{(b-c)}-$$

$$-\frac{1^{\backslash(a-b)}}{(a-c)(c-b)}=\frac{\cancel{c}-b+a-\cancel{c}-(a-b)}{(a-b)(a-c)(c-b)}=\frac{\cancel{a}-\cancel{b}-\cancel{a}+\cancel{b}}{(a-b)(a-c)(c-b)}=$$

$$=\frac{0}{(a-b)(a-c)(c-b)}=0.\ 0=0.$$ Доведено.

$$2)\ \frac{yz}{(x-y)(x-z)}+\frac{xz}{(y-x)(y-z)}+\frac{xy}{(z-x)(z-y)}=\frac{yz^{\backslash y-z}}{(x-y)(x-z)}+$$

$$+\frac{xz^{\ x-z}}{(y-x)(y-z)}+\frac{xy^{\ x-y}}{(z-x)(z-y)}=\frac{yz(y-z)-xz(x-z)+xy(x-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=$$

$$=\frac{z(y^2-yz-x^2+xz)+xy(x-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=\frac{z(y^2-x^2-z(y-x))+xy(x-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=$$

$$=\frac{z(y-x)(y+x)-z(y-x)+xy(x-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=\frac{(y-x)(zy+zx-z^2-xy)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=$$

$$=\frac{(y-x)(zy-z^2)+(zx-xy)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=\frac{(y-x)(z(y-z)-x(y-z))}{(x-y)(x-z)(y-z)}=$$

$$=\frac{(y-x)\cancel{(y-z)}(z-x)}{(x-y)(x-z)\cancel{(y-z)}}=\frac{(y-x)(z-x)}{(x-y)(x-z)}=1.\ 1=1.$$ Доведено.

428. Спростимо вираз: $\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}-\frac{18x}{27x^3+8}-\frac{1}{3x+2}=$

$$=\frac{3x+2^{\ (3x+2)}}{(9x^2-6x+4)}-\frac{18x}{27x^3+8}-\frac{1^{\ (9x^2-6x+4)}}{3x+2}=\frac{(3x+2)^2-18x-(9x^2-6x+4)}{(3x+2)(9x^2-6x+4)}=$$

$$=\frac{\cancel{9x^2}+12x+4-18x-\cancel{9x^2}+6x-4}{(3x+2)(9x^2-6x+4)}=\frac{0}{(3x+2)(9x^2-6x+4)}=0.$$

Тобто маємо відповідь 0, не залежить від змінної значення виразу. Доведено.

429. 1) $\frac{3x^{\backslash 3x-1}}{x+2}-\frac{9x+3^{\backslash x+2}}{3x-1}=\frac{ax+b}{3x^2+5x-2}$;

$$\frac{3x(3x-1)-(9x+3)(x+2)}{(x+2)(3x-1)}=\frac{ax+b}{3x^2+5x-2};$$

$$\frac{9x^2-3x-9x^2-18x-3x-6}{(x+2)(3x-1)}=\frac{ax+b}{3x^2+5x-2};\quad \frac{-24x-6}{3x^2+5x-2}=\frac{ax+b}{3x^2+5x-2};$$

$ax+24x=b-6$; $x(a+24)=b-6$; $x=\frac{b-6}{a+24}$.

Звідки маємо: $\begin{cases}ax+b=-24x-6,\\3x^2+5x-2\neq 0;\end{cases}$ тобто $a=-24$, $b=-6$.

Відповідь: $\begin{cases}a=-24,\\b=-6,\\x\neq -2,\\x\neq \frac{1}{3}.\end{cases}$

2) $\frac{a^{\backslash x+3}}{x-3}+\frac{b^{\backslash x-3}}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}$; $\frac{a(x+3)+b(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{18}{x^2-9}$;

$\frac{ax+3a+bx-3b}{(x-3)(x+3)}=\frac{18}{x^2-9}$; $\frac{x(a+b)+3(a-b)}{x^2-9}=\frac{18}{x^2-9}$.

Звідки маємо: $\begin{cases}x(a+b)+3(a-b)=18,\\x^2-9\neq 0;\end{cases}$ $2a=6$; $a=3$, то $b=-3$.

Маємо: $\begin{cases}a+b=0,\\a-b=6,\\x\neq \pm 3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3,\ b=-3,\\x\neq \pm 3.\end{cases}$ *Відповідь:* $a=3$; $b=-3$; $x\neq\pm 3$.

430. Швидкість човна за течією буде $v_1=(v+3)$ км/год, проти течії $v_2=(v-3)$ км/год. Час, який витратив човен за течією, буде $t_1=\frac{s}{v_1}=\frac{s}{v+3}$, проти течії — $t_2=\frac{s}{v_2}=\frac{s}{v-3}$. Час, який витратив човен на всю дорогу: $t=t_1+t_2=\frac{s}{v+3}+\frac{s}{v-3}$. Спростимо вираз:

$$\frac{s}{v+3}+\frac{s}{v-3}=s\left(\frac{1}{v+3}+\frac{1}{v-3}\right)=s\cdot\frac{v-3+v+3}{(v+3)(v-3)}=s\cdot\frac{2v}{v^2-9}=\frac{2sv}{v^2-9}.$$

Тобто маємо: $t=\frac{2vs}{v^2-9}$ (s — відстань у км, v — власна швидкість човна, км/год).

Враховуючи, що $v=12$ км/год, $s=45$ км, маємо:

$$t=\frac{2\cdot 12\cdot 45}{12^2-9}=\frac{24\cdot 45}{144-9}=\frac{24\cdot 45}{135_3}=\frac{24}{3}=8.$$

Тобто на весь шлях човну необхідно 8 годин. *Відповідь:* 8 годин.

431. 1) $\frac{7}{m}\cdot\frac{m}{9}=\frac{7\cdot m}{m\cdot 9}=\frac{7}{9}$; 2) $\frac{p^2}{4}\cdot\frac{5}{p}=\frac{p^2\cdot 5}{4\cdot p}=\frac{5p}{4}$; 3) $\frac{4}{b}\cdot\frac{b^3}{3}=\frac{4b^{3^2}}{3b}=\frac{4b^2}{3}$;

4) $\frac{c}{5}\cdot\frac{10}{c^2}=\frac{^2 10\cdot c}{5\cdot c^2}=\frac{2}{c}$.

432. 1) $\frac{4}{15m^2}\cdot\frac{5m}{16}=\frac{4\cdot5m}{15m^2\cdot16}=\frac{1}{12m}$; 2) $\frac{t^3}{15}\cdot\frac{20}{tk}=\frac{t^3\cdot20}{15\cdot tk}=\frac{4t^2}{3k}$;

3) $-\frac{24m}{5a^2}\cdot\frac{15a}{8m^3}=-\frac{24m\cdot15a}{5a^2\cdot8m^3}=\frac{9}{am^2}$; 4) $-12x\cdot\left(-\frac{p}{16x^2}\right)=\frac{12x\cdot p}{16x^2}=\frac{3p}{4x}$;

5) $15m^2n\cdot\frac{7}{25m^3n}=\frac{15m^2n\cdot7}{25m^3n}=\frac{21}{5m}$;

6) $\frac{7c^3}{12a^8}\cdot\left(-\frac{8a^5}{21c}\right)=-\frac{7c^3\cdot8a^5}{12a^8\cdot21c}=-\frac{2c^2}{9a^3}$.

433. 1) $\frac{x^2-3x}{7}\cdot\frac{21}{x^2-9}=\frac{x(x-3)\cdot21}{7(x-3)(x+3)}=\frac{3x}{x+3}$;

2) $-\frac{3x-y}{6x+6}\cdot\frac{8x+8}{y-3x}=\frac{(y-3x)\cdot8(x+1)}{6(x+1)(y-3x)}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$;

3) $\frac{a^2-2a+1}{15m^2}\cdot\frac{5m}{a^2-1}=\frac{(a-1)^2\cdot5m}{15m^2(a-1)(a+1)}=\frac{a-1}{3m(a+1)}$;

4) $\frac{c^2+2c}{12ab}\cdot\frac{20a^2b}{c^2+4c+4}=\frac{c(c+2)\cdot20a^2b}{12ab\cdot(c+2)^2}=\frac{5ac}{3(c+2)}$.

434. 1) $\left(\frac{c}{2m}\right)^3=\frac{c^3}{8m^3}$; 2) $\left(-\frac{p}{a^2}\right)^3=-\frac{p^3}{(a^2)^3}=-\frac{p^3}{a^6}$; 3) $\left(-\frac{3a^3}{b^2}\right)^4=\frac{3^4a^{12}}{b^8}=\frac{81a^{12}}{b^8}$;

4) $\left(-\frac{t^2c^3}{p^{10}}\right)^8=\frac{t^{16}\cdot c^{24}}{p^{80}}$.

435. 1) $\frac{a^7+a^5}{a^6-a^4}\cdot\frac{a^6-a^8}{a^3+a^5}=\frac{a^5(a^2+1)\cdot a^6(1-a^2)}{a^4(a^2-1)\cdot a^3(1+a^2)}=\frac{-a^3(a^2-1)}{(a^2-1)}=-a^3$;

2) $-\frac{a^2-25}{a^2-4b^2}\cdot\left(-\frac{a+2b}{2a-10}\right)=\frac{(a-5)(a+5)\cdot(a+2b)}{(a-2b)(a+2b)\cdot2(a-5)}=\frac{a+5}{2(a-2b)}$;

3) $\frac{5c^5-3c^4}{c^3-8}\cdot\frac{2c-4}{3c^2-5c^3}=\frac{c^4(5c-3)\cdot2(c-2)}{(c-2)(c^2+2c+4)\cdot c^2(3-5c)}=$

$=\frac{2c^2(5c-3)(c-2)}{-(c^2+2c+4)\cdot(5c-3)}=-\frac{2c^2}{c^2+2c+4}$;

4) $(a^2+4a+4)\cdot\left(-\frac{4}{10+5a}\right)=-\frac{(a+2)^2\cdot4}{1\cdot5(a+2)}=-\frac{4\cdot(a+2)}{5}$.

436. 1) $\left(-\frac{25x^2y^3}{9t}\right)^2\cdot\left(\frac{3t^4}{5xy^2}\right)^3=\frac{5^4x^4y^6\cdot3^3t^{12}}{3^4t^2\cdot5^3x^3y^6}=\frac{5xt^{10}}{3}$;

2) $\frac{(a-b)^3}{a+b}\cdot\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2}=\frac{(a-b)^3\cdot(a+b)^2}{(a+b)(a-b)^2}=(a-b)(a+b)=a^2-b^2$.

437. $\frac{x^2+(a-b)x+ab}{x^2-(a-c)x+ac}\cdot\frac{x^2-c^2}{x^2-a^2}=\frac{x^2+ax+bx+ab}{x^2-ax+xc-ac}\cdot\frac{(x-c)(x+c)}{(x-a)(x+a)}=$

$$= \frac{x(x+a)+b(x+a)}{x(x-a)+c(x-a)} \cdot \frac{(x-c)(x+c)}{(x-a)(x+a)} = \frac{(x+a)(x+b)(x-c)(x+c)}{(x-a)(x+c)(x-a)(x+a)} =$$

$$= \frac{(x+b)(x-c)}{(x-a)^2}.$$

438. $\frac{0,5x^2+1}{0,5x^2-x+2} \cdot (2-x) \cdot \frac{4+0,5x^3}{8-0,5x^4} = \frac{0,5(x^2+4)\cdot(2-x)\cdot 0,5(x^3+8)}{0,5(x^2-2x+4)\cdot 0,5(16-x^4)} =$

$$= \frac{(x^2+4)\cdot(2-x)(x+2)(x^2-2x+4)}{(x^2-2x+4)(x^4-16)} = \frac{(x^2+4)(x^2-4)}{(x^4-16)} = \frac{x^4-16}{x^4-16} = 1.$$

Після спрощення отримали 1, відповідь не містить змінних, тобто вираз не залежить від будь-яких допустимих значень змінної. Доведено.

439. $\frac{a^2-ab+ac-bc}{a^2+ab-ac-bc} \cdot \frac{a^2+bc-ab-ac}{a^2+bc+ab+ac} = \frac{(a^2-ab)+(ac-bc)}{(a^2+ab)-(ac+bc)} \times$

$$\times \frac{(a^2-ab)+(bc-ac)}{(a^2+ab)+(bc+ac)} = \frac{a(a-b)+c(a-b)}{a(a+b)-c(a+b)} \cdot \frac{a(a-b)-c(a-b)}{a(a+b)+c(a+b)} =$$

$$= \frac{(a-b)(a+c)\cdot(a-b)(a-c)}{(a+b)(a-c)\cdot(a+b)(a+c)} = \frac{(a-b)^2}{(a+b)^2} = \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2.$$

Мамо вираз, який при всіх допустимих значеннях змінної буде тільки невід'ємним, так як $\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 \geq 0$. Доведено.

440. 1) $\frac{c}{3} : \frac{a}{2} = \frac{c\cdot 2}{3\cdot a} = \frac{2c}{3a}$; 2) $\frac{p}{4} : \frac{c}{17} = \frac{p\cdot 17}{4\cdot c} = \frac{17p}{4c}$; 3) $\frac{3}{a} : \frac{7}{a} = \frac{3\cdot a}{a\cdot 7} = \frac{3}{7}$;

4) $\frac{5}{m^2} : \frac{3}{m} = \frac{5\cdot m}{m^2\cdot 3} = \frac{5}{3m}$.

441. 1) $\frac{12a}{5b^2} : \frac{16a}{15b} = \frac{^3 12a\cdot 15b}{5b^2\cdot 16_4 a} = \frac{15}{4b}$; 2) $-\frac{7m^2}{n^2} : \frac{21m}{n^3} = -\frac{7m^2\cdot n^3}{n^2\cdot 21_3 m} = -\frac{mn}{3}$;

3) $-\frac{5a^3}{4b^2} : (-10a^2) = \frac{5a^3\cdot 1}{4b^2\cdot 10_2 a^2} = \frac{a}{8b^2}$;

4) $20m^3n : \left(-\frac{4m^3}{p}\right) = -\frac{^5 20m^3n\cdot p}{1\cdot 4m^3} = 5np$;

5) $\frac{5c^2}{9m^3} : \frac{25c^3}{81m} = \frac{5c^2\cdot 81^9 m}{9m^{3^2}\cdot 25^5 c^3} = \frac{9}{5m^2c}$;

6) $-\frac{22x^2}{39a} : \left(-\frac{33x^3}{26a^4}\right) = \frac{^2 22x^2\cdot 26^2 a^{4^3}}{_3 39a\cdot 33_3 x^3} = \frac{4a^3}{9x}$.

442. 1) $\frac{ax-xy}{a} : \frac{a^2-ay}{x} = \frac{x(a-y)}{a} \cdot \frac{x}{a(a-y)} = \frac{x(a-y)\cdot x}{a\cdot a(a-y)} = \frac{x^2}{a^2} = \left(\frac{x}{a}\right)^2$;

2) $\frac{a^2-b^2}{5a} : \frac{3a+3b}{10a^2} = \frac{(a-b)(a+b)\cdot 10^2 a^2}{5a\cdot 3(a+b)} = \frac{2(a-b)}{3}$;

3) $\frac{x^2-36}{a-2b} : \frac{x^2+12x+36}{2b-a} = \frac{(x-6)(x+6)\cdot(2b-a)}{(a-2b)\cdot(x+6)^2} = -\frac{(x-6)(a-2b)}{(a-2b)(x+6)^2} =$

$$= \frac{6-x}{x+6};$$

4) $\frac{3a-a^2}{a^2-4a+4}:\frac{3-a}{4-2a}=\frac{a(3-a)}{(a-2)^2}\cdot\frac{2(2-a)}{(3-a)}=\frac{a(3-a)\cdot 2(2-a)}{(2-a)^2\cdot(3-a)}=\frac{2a}{2-a}$;
$|(a-2)^2=(2-a)^2|$.

443. 1) $\frac{27+x^3}{81-x^4}:\frac{x^2-3x+9}{x^2+9}=\frac{(3+x)(9-3x+x^2)\cdot(x^2+9)}{(9-x^2)(9+x^2)\cdot(x^2-3x+9)}=\frac{3+x}{9-x^2}=$

$=\frac{(3+x)^1}{(3-x)(3+x)}=\frac{1}{3-x}$;

2) $\frac{(10x-4y)^2}{100}:(2,5x^2-0,4y^2)=\frac{(10x-4y)^2\cdot 1}{100\cdot 0,1(25x^2-4y^2)}=$

$=\frac{{}^2 4(5x-2y)^2\cdot 1}{{}_2 10\cdot(5x-2y)(5x+2y)}=\frac{2(5x-2y)}{5(5x+2y)}$.

444. $\frac{\frac{a^2+5a}{a^2-9}}{\frac{a^2-25}{a^2-3a}}=\frac{a^2+5a}{a^2-9}:\frac{a^2-25}{a^2-3a}=\frac{a(a+5)\cdot a(a-3)}{(a-3)(a+3)\cdot(a-5)(a+5)}=$

$=\frac{a^2}{(a+3)(a-5)}=\frac{a^2}{a^2-2a-15}$.

445. $\frac{2x^3+2y^3}{xy-x^2}:\frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^2-y^2}=\frac{2(x^3+y^3)\cdot(x^2-y^2)}{x(y-x)\cdot(x^3-x^2y+xy^2)}=$

$=\frac{2(x+y)(x^2-xy+y^2)\cdot(x-y)(x+y)}{-x(x-y)\cdot x(x^2-xy+y^2)}=\frac{2(x+y)^2}{-x^2}=-2\left(\frac{x+y}{x}\right)^2$.

Враховуючи отриману відповідь $-2\left(\frac{x+y}{x}\right)^2$ і так як $\left(\frac{x+y}{x}\right)^2>0$, то вираз завжди набуває при всіх допустимих значеннях лише недодатні значення. Доведено.

446. $\frac{27a^3-64b^3}{b^2-4}:\frac{9a^2+12ab+16b^2}{b^2+4b+4}=\frac{(3a-4b)(9a^2+12ab+16b^2)\cdot(b+2)^2}{(b-2)(b+2)\cdot(9a^2+12ab+16b^2)}=$

$=\frac{(3a-4b)(b+2)}{(b-2)}$.

Якщо $a=4$ і $b=3$, то маємо: $\frac{(3a-4b)(b+2)}{(b-2)}=\frac{(3\cdot 4-4\cdot 3)(3+2)}{3-2}=\frac{0\cdot 5}{1}=0$.

Відповідь: 0.

447. $\frac{a^2-16}{a^2-ab+5a-5b}:\frac{a^2+5a+4}{a^2-ab+a-b}=\frac{a-4}{a+5}$.

Для доведення тотожності спростимо ліву частину виразу:

$\frac{a^2-16}{a^2-ab+5a-5b}:\frac{a^2+5a+4}{a^2-ab+a-b}=\frac{(a-4)(a+4)}{(a^2-ab)+(5a-5b)}\cdot\frac{(a^2-ab)+(a-b)}{a^2+5a+4}=$

$=\frac{(a-4)(a+4)}{a(a-b)+5(a-b)}\cdot\frac{a(a-b)+(a-b)}{a^2+4a+a+4}=\frac{(a-4)(a+4)}{(a-b)(a+5)}\cdot\frac{(a-b)(a+1)}{a(a+4)+(a+4)}=$

$=\frac{(a-4)(a+4)\cdot(a-b)(a+1)}{(a-b)(a+5)\cdot(a+4)(a+1)}=\frac{a-4}{a+5}$.

Тобто маємо рівність лівої і правої частини: $\frac{a-4}{a+5}=\frac{a-4}{a+5}$. Доведено.

448. 1) $\left(\frac{2a}{2a-1}+1\right)\cdot\frac{6a-3}{4a^2-a}=\frac{2a+2a-1}{2a-1}\cdot\frac{3(2a-1)}{a(4a-1)}=\frac{(4a-1)\cdot 3(2a-1)}{(2a-1)\cdot a(4a-1)}=\frac{3}{a}$;

2) $\left(m+\frac{m^2}{3-m}\right):\frac{m+3}{m-3}=\frac{m(3-m)+m^2}{3-m}\cdot\frac{m-3}{m+3}=\frac{3m-m^2+m^2}{-(m-3)}\cdot\frac{m-3}{m+3}=$

$=-\frac{3m\cdot(m-3)}{(m-3)\cdot(m+3)}=-\frac{3m}{m+3}$;

3) $\left(\frac{a}{a-b}-\frac{a}{a+b}\right):\frac{b}{a+b}=\frac{a(a+b)-a(a-b)}{(a-b)(a+b)}\cdot\frac{a+b}{ab}=$

$=\frac{a^2+ab-a^2+ab}{(a-b)(a+b)}\cdot\frac{a+b}{ab}=\frac{2ab\cdot(a+b)}{(a-b)(a+b)\cdot ab}=\frac{2}{a-b}$;

4) $\left(p-\frac{p^2-3}{p+1}\right)\cdot\frac{p^2-1}{p+3}=\frac{p(p+1)-(p^2-3)}{p+1}\cdot\frac{p^2-1}{p+3}=\frac{p^2+p-p^2+3}{(p+1)}\times$

$\times\frac{(p-1)(p+1)}{(p+3)}=\frac{(p+3)\cdot(p-1)(p+1)}{(p+1)\cdot(p+3)}=p-1.$

449. 1) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right):(a+b)=\frac{a+b}{ab}$. Спростимо ліву частину тотожності:

$\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right):(a+b)=\frac{a^2+b^2+2ab}{ab}\cdot\frac{1}{(a+b)}=\frac{(a+b)^2\cdot 1}{ab\cdot(a+b)}=\frac{a+b}{ab}$.

$\frac{a+b}{ab}=\frac{a+b}{ab}$. Після спрощення ліва частина дорівнює правій. Доведено.

2) $\frac{m-n}{mn}:\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)=\frac{mn}{m+n}$. Спростимо ліву частину тотожності:

$\frac{m-n}{mn}:\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)=\frac{m-n}{mn}:\frac{n^2-m^2}{n^2m^2}=\frac{(m-n)\cdot n^2m^2}{mn\cdot(m+n)(m-n)}=\frac{mn}{m+n}$.

$\frac{mn}{m+n}=\frac{mn}{m+n}$. Доведено.

450. 1) $\left(\frac{1}{a+b}-\frac{a}{b^2+ab}\right)\cdot\left(\frac{b^2}{a^3-ab^2}-\frac{b}{a^2-ab}\right)=\frac{1}{(a+b)^2}$.

1. $\frac{1^{\backslash b}}{a+b}-\frac{a}{b(a+b)}=\frac{b-a}{b(a+b)}=\frac{-(a-b)}{b(a+b)}$;

2. $\frac{b^2}{a(a^2-b^2)}-\frac{b}{a(a-b)}=\frac{b^2}{a(a-b)(a+b)}-\frac{b}{a(a-b)}=\frac{b^2-b(a+b)}{a(a-b)(a+b)}=$

$=\frac{b^2-ab-b^2}{a(a-b)(a+b)}=\frac{-ab}{a(a-b)(a+b)}=\frac{-b}{(a-b)(a+b)}$;

3. $=\frac{-(a-b)\cdot(-b)}{b(a+b)\cdot(a-b)(a+b)}=\frac{1}{(a+b)^2}$;

2) $\left(\frac{6a+1}{a-3}+\frac{6a-1}{a+3}\right):\frac{2a^2+1}{a-3}=\frac{(6a+1)(a+3)+(6a-1)(a-3)}{(a-3)(a+3)}\cdot\frac{(a-3)}{2a^2+1}=$

$$=\frac{6a^2+18a+a+3+6a^2-18a-a+3}{(a-3)(a+3)}\cdot\frac{(a-3)}{(2a^2+1)}=\frac{(12a^2+6)(a-3)}{(a-3)(a+3)\cdot(2a^2+1)}=$$

$$=\frac{6(2a^2+1)}{(a+3)\cdot(2a^2+1)}=\frac{6}{a+3}.$$

451. $\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right):\left(\frac{a+b}{b}-\frac{a-b}{b}\right)=\frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a-b)(a+b)}:\frac{a+b-(a-b)}{b}=$

$$=\frac{a^2+ab-ab+b^2}{(a-b)(a+b)}:\frac{a+b-a+b}{b}=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}:\frac{2b}{b}=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}:2=\frac{a^2+b^2}{2(a^2-b^2)}.$$

Якщо $a=4$ і $b=3$, то маємо:

$$\frac{a^2+b^2}{2(a^2-b^2)}=\frac{4^2+3^2}{2(a^2-3^2)}=\frac{16+9}{2(16-9)}=\frac{25}{2\cdot7}=\frac{25}{14}=1\frac{11}{14}.$$

Відповідь: $\frac{25}{14}=1\frac{11}{14}$.

452. 1) $\frac{2x}{x+3}+(x-3)^2\left(\frac{2}{x^2-6x+9}+\frac{1}{9-x^2}\right)=\frac{2x}{x+3}+(x-3)^2\left(\frac{2}{(x-3)^2}-\frac{1}{x^2-9}\right)=$

$$=\frac{2x}{x+3}+(x-3)^2\left(\frac{2}{(x-3)^2}-\frac{1}{(x-3)(x+3)}\right)=\frac{2x}{x+3}+\frac{(x-3)^2}{1}\times$$

$$\times\frac{2(x+3)-(x-3)}{(x-3)^2(x+3)}=\frac{2x}{x+3}+\frac{(x-3)^2}{1}\cdot\frac{2x+6-x+3}{(x-3)^2(x+3)}=\frac{2x}{x+3}+$$

$$+\frac{(x-3)^2\cdot(x+9)}{(x-3)^2(x+3)}=\frac{2x}{x+3}+\frac{x+9}{x+3}=\frac{2x+x+9}{x+3}=\frac{3x+9}{x+3}=\frac{3(x+3)}{(x+3)}=3.$$

Так як відповідь не містить змінної, при всіх допустимих значеннях вираз не залежить від змінної. Доведено.

2) $\left(\frac{3}{4m^2-9}-\frac{2m}{4m^2-12m+9}\right)\cdot\frac{8m^3-18m}{4m^2+9}+\frac{3}{2m-3}=$

$$=\left(\frac{3}{(2m-3)(2m+3)}-\frac{2m}{(2m-3)^2}\right)\cdot\frac{2m(m^2-9)}{4m^2+9}+\frac{3}{2m-3}=$$

$$=\frac{3(2m-3)-2m(2m+3)}{(2m-3)^2(2m+3)}\cdot\frac{2m(2m-3)(2m+3)}{4m^2+9}+\frac{3}{2m-3}=$$

$$=\frac{6m-9-4m^2-6m}{(2m-3)^2(2m+3)}\cdot\frac{2m(2m-3)(2m+3)}{4m^2+9}+\frac{3}{2m-3}=$$

$$=-\frac{(4m^2+9)\cdot2m(2m-3)(2m+3)}{(2m-3)^2(2m+3)\cdot(4m^2+9)}+\frac{3}{2m-3}=-\frac{2m}{2m-3}+\frac{3}{2m-3}=$$

$$=\frac{-2m+3}{2m-3}=\frac{-(2m-3)}{(2m-3)}=-1.$$

Враховуючи, що відповідь не містить змінної, то при всіх допустимих значеннях значення виразу не залежить від значень змінної. Доведено.

453. 1) $\left(\frac{a}{a-3}+\frac{10}{a-3}+\frac{25}{a^2-3a}\right):\left(\frac{5}{a^2}+\frac{2}{a}+\frac{1}{5}\right)=\frac{5a}{a-3}.$

Спростимо ліву частину тотожності:

$$\left(\frac{a}{a-3}+\frac{10}{a-3}+\frac{25}{a^2-3a}\right):\left(\frac{5}{a^2}+\frac{2}{a}+\frac{1}{5}\right)=\frac{a^2+10a+25}{a(a-3)}:\frac{25+10a+a^2}{5a^2}=$$

$= \frac{(a^2+10a+25)\cdot 5a^2}{a(a-3)\cdot(a^2+10a+25)} = \frac{5a}{a-3}$. Тобто маємо: $\frac{5a}{a-3} = \frac{5a}{a-3}$. Доведено.

2) $\left(\frac{a-1}{a^2-a+1} - \frac{4a-5}{a^3+1}\right) : \frac{2-a}{4a^2-4a+4} = \frac{4(2-a)}{a+1}$.

Спростимо ліву частину тотожності:

$$\left(\frac{a-1}{a^2-a+1} - \frac{4a-5}{(a+1)(a^2-a+1)}\right) : \frac{2-a}{4(a^2-a+1)} = \frac{(a-1)(a+1)-4(a-5)}{(a+1)(a^2-a+1)} \times$$

$$\times \frac{4(a^2-a+1)}{(2-a)} = \frac{(a^2-1-4a+5)\cdot 4(a^2-a+1)}{(a+1)(a^2-a+1)\cdot(2-a)} = \frac{(a^2-4a+4)\cdot 4}{(a-1)\cdot(2-a)} =$$

$$= \frac{(a-2)^2\cdot 4}{(a-1)\cdot(2-a)} = \frac{(2-a)^2\cdot 4}{(a-1)\cdot(2-a)} = \frac{4(2-a)}{a-1}.$$

Тобто маємо: $\frac{4(2-a)}{a-1} = \frac{4(2-a)}{a-1}$. Доведено.

454. Врахуємо, що $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+\frac{1}{x^2}+2$, то маємо: $x^2+\frac{1}{x^2}+2-2=23$;

$\left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right)=25$; $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=25$.

Тобто маємо: $\left[\begin{array}{l} x+\frac{1}{x}=5, \\ x+\frac{1}{x}=-5. \end{array}\right.$ *Відповідь*: 5; –5.

455. $$\left(\frac{4}{x^2-6x} - \frac{2}{6-x}+1\right)\left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{2}{x^3-6x^2+12x-8}\right) = \left(\frac{4}{x(x-6)} - \frac{2}{6-x}+1\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{(x-2)(x+2)} - \frac{2}{(x-2)^3}\right) = \frac{4+2x+(x-6)x}{x(x-6)}\cdot\frac{(x-2)^2-2(x+2)}{(x-2)^3(x+2)} =$$

$$= \frac{4+2x+x^2-6x}{x(x-6)}\cdot\frac{x^2-4x+4-2x-4}{(x-2)^3(x+2)} = \frac{x^2-4x+4}{x(x-6)}\cdot\frac{x^2-6x}{(x-2)^3(x+2)} =$$

$$= \frac{(x-2)^2\cdot x(x-6)}{x(x-6)\cdot(x-2)^3(x+2)} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x^2-4}.$$ *Відповідь*: $\frac{1}{x^2-4}$.

456. Спростимо вираз для доведення:

$$\frac{x^2}{x^2+4x+4}\cdot\frac{8x^2-32}{x^3-2x^2} + \frac{x^5-8x^2}{x} : (x^2-4) = \frac{x^2}{(x+2)^2}\cdot\frac{8(x^2-4)}{x^2(x-2)} +$$

$$+\frac{x^2(x^3-8)}{x}\cdot\frac{1}{x^2-4} = \frac{8x^2\cdot(x-2)(x+2)}{(x+2)^2\cdot x^2(x-2)} + \frac{x^2(x-2)(x^2+2x+4)}{x(x-2)(x+2)} =$$

$$= \frac{8}{x+2} + \frac{(x^2+2x+4)}{x+2} = \frac{8+x^3+2x^2+4x}{x+2} = \frac{(8+x^3)+2x(x+2)}{x+2} =$$

$$= \frac{(x+2)(x^2-2x+4)+2x(x+2)}{x+2} = \frac{(x+2)(x^2-2x+4+2x)}{(x+2)} = x^2+4.$$

Враховуючи, що $x^2 \ge 0$, то і $(x^2+4) > 0$. Тобто вираз набуває лише додатних значень. Доведено.

457. $\left(\frac{3m+2}{3m^2+1}-\frac{18m^3-m-9}{9m^4-1}+\frac{3m-2}{3m^2-1}\right):\frac{m^2+10m+25}{9m^4-1}=$

$=\frac{(3m+2)(3m^2-1)(18m^3-m-9)+(3m-2)(3m^2+1)}{(3m^2+1)(3m^2-1)}:\frac{(m+5)^2}{(3m^2+1)(3m^2-1)}=$

$=\frac{9m^3-3m+6m^2-2-18m^3+m+9+9m^3+3m-6m^2-2}{(3m^2+1)(3m^2-1)}\times$

$\times\frac{(3m^2+1)(3m^2-1)}{(m+5)^2}=\frac{(m+5)(3m^2+1)(3m^2-1)}{(3m^2+1)(3m^2-1)(m+5)^2}=\frac{1}{m+5}.$

Враховуючи відповідь $\frac{1}{m+5}$, маємо $\frac{1}{m+5}<0$, то $m+5\le 0$, тобто $m<-5$.

Тобто для всіх значень $m<-5$ вираз набуває від'ємних значень. Доведено.

458. Для перевірки, чи може вираз при деяких x і y дорівнювати 0, спростимо вираз:

$\left(\frac{1}{x^2-xy}-\frac{3y^2}{x^4-xy^3}=\frac{y}{x^3+x^2y+xy^2}\right)\cdot\left(y+\frac{x^2}{x+y}\right)=$

$=\left(\frac{1}{x(x-y)}-\frac{3y^2}{x(x^3-y^3)}-\frac{y}{x(x^2+xy+y^2)}\right)\cdot\left(\frac{y(x+y)+x^2}{x+y}\right)=$

$=\frac{x^2+xy+y^2-3y^2-y(x-y)}{x(x-y)(x^2+xy+y^2)}\cdot\frac{xy+y^2+x^2}{x+y}=$

$=\frac{x^2+xy+y^2-3y^2-xy+y^2}{x(x-y)(x^2+xy+y^2)}\cdot\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}=$

$=\frac{(x^2-y^2)\cdot(x^2+xy+y^2)}{x(x-y)(x^2+xy+y^2)\cdot(x+y)}=\frac{(x-y)(x+y)}{x(x-y)(x+y)}=\frac{1}{x}.$

Враховуючи відповідь, маємо, що вираз не залежить від y, $a\ne 0$. Тобто таких значень x і y не існує. *Відповідь*: не існує.

459. 1) $\frac{x}{x+2}=0$; $\begin{cases}x=0,\\x+2\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\x\ne -2.\end{cases}$ $x=3$ не є коренем рівняння.

2) $\frac{x-3}{x+1}=0$; $\begin{cases}x-3=0,\\x+1\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\ne -1.\end{cases}$ $x=3$ є корінь рівняння.

3) $\frac{x+2}{x-3}=0$; $\begin{cases}x+2=0,\\x-3\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2,\\x\ne 3.\end{cases}$ $x=3$ не є коренем рівняння.

4) $\frac{x^2-9}{x}=0$; $\begin{cases}(x-3)(x+3)=0,\\x\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\ne -3,\\x\ne 0.\end{cases}$ $x=3$ є корінь рівняння.

Відповідь: 1); 3) не є корінь рівняння; 2); 4) $x=3$ є корінь рівняння.

460. 1) $\frac{3x-9}{2-x}=0$; $\begin{cases}3x-9=0,\\2-x\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=9,\\x\ne 2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\ne 2;\end{cases}$ $x=3$;

2) $\frac{2x-4}{2-x}=0$; $\begin{cases}2x-4=0,\\2-x\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\ne 2.\end{cases}$ Коренів немає;

3) $\frac{x}{x-3}-2=0$; $\frac{x-2(x-3)}{x-3}=0$; $\frac{x-2x+6}{x-3}=0$; $\frac{-x+6}{x-3}=0$; $\begin{cases}-x+6=0,\\x\ne 3;\end{cases}$

$\begin{cases}x=6,\\x\ne 3;\end{cases}$ $x=6$;

4) $\frac{x}{x-3}=\frac{2}{5}$; $\begin{cases}5x=2(x-3),\\x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}5x=2x-6,\\x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=-6,\\x\neq 3;\end{cases}$ $x=-2$;

5) $\frac{x^2-x}{x+2}=\frac{x^2-8}{x+2}$; $\begin{cases}x^2-x=x^2-8,\\x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-x=-8,\\x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=8,\\x\neq -2;\end{cases}$ $x=8$;

6) $\frac{4x^2-1}{x+1}=4x$; $\begin{cases}4x^2-1=4x(x+1),\\x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}\cancel{4x^2}-1=\cancel{4x^2}+4x,\\x\neq -1;\end{cases}$ $4x=-1$; $x=-\frac{1}{4}$.

Відповідь: 1) 3; 2) коренів немає; 2) 6; 4) −2; 5) 8; 6) $-\frac{1}{4}$.

461. Нехай це число x, то маємо дріб $\frac{5+x}{12+x}$, за умовою ця дріб дорівнює $\frac{1}{2}$, то маємо рівняння: $\frac{5+x}{12+x}=\frac{1}{2}$; $\begin{cases}2(5+x)=12+x,\\12+x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}10+x=12+x,\\x\neq -12;\end{cases}$ $x=2$.

Відповідь: 2.

462. 1) $\frac{2x-1}{3x+1}-\frac{2x+1}{3x-5}=0$; $\frac{(2x-1)(3x-5)-(2x+1)(3x+1)}{(3x+1)(3x-5)}=0$;

$\frac{\cancel{6x^2}-10x-3x+5-\cancel{6x^2}-2x-3x-1}{(3x+1)(3x-5)}=0$; $\frac{-18x-4}{(3x+1)(3x-5)}=0$;

$\begin{cases}-18x+4=0,\\3x+1\neq 0,\\3x-5\neq 0\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases}-18x=-4,\\3x\neq -1,\\3x\neq 5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{2}{9},\\x\neq -\frac{1}{3},\\x\neq \frac{5}{3};\end{cases}$ $x=\frac{2}{9}$;

2) $4+\frac{1}{x-2}=\frac{1}{2-x}$; $\frac{4(x-2)+1}{x-2}=\frac{-1}{x-2}$; $\frac{4x-8+1}{x-2}=\frac{-1}{x-2}$;

$\begin{cases}4x-7=-1,\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x=6,\\x\neq 2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,5,\\x\neq 2;\end{cases}$ $x=1,5$;

3) $\frac{8}{3x-3}+\frac{2x+x}{x-1}=\frac{5}{2-2x}-\frac{5}{18}$; $\frac{8+3(2+x)}{3(x-1)}=\frac{5}{2(-x-1)}-\frac{5}{18}$;

$\frac{8+6+3x}{3(x-1)}=\frac{-45-5(x-1)}{18(x-1)}$; $\frac{14+3x}{3(x-1)}=\frac{-45-5x+5}{18(x-1)}$; $\frac{14+3x}{3(x-1)}=\frac{-40-5x}{18(x-1)}$;

$\frac{6(14+3x)}{18(x-1)}=\frac{-40-5x}{18(x-1)}$; $\begin{cases}6(14+3x)=-40-5x,\\x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}84+3x=-40-5x,\\x\neq 1;\end{cases}$

$\begin{cases}8x=-124,\\x\neq 1;\end{cases}$ $8x=-124$; $x=-15,5$;

4) $\frac{2x}{x^2-1}=\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x-1}$; $\frac{2x}{x^2-1}=\frac{x(x-1)+x(x+1)}{x^2-1}$; $\frac{2x}{x^2-1}=\frac{x^2-\cancel{x}+x^2+\cancel{x}}{x^2-1}$;

$\begin{cases}2x=2x^2,\\x-1\neq 0,\\x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x-2x^2=0,\\x\neq 1,\\x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}2x(1-x)=0,\\x\neq 1,\\x\neq -1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=1,\\x\neq 1,\\x\neq -1;\end{cases}$ $x=0$.

Відповідь: 1) $\frac{2}{9}$; 2) 1,5; 3) −15,5; 4) 0.

463. Нехай x — власна швидкість катера.

	v, км/год	s, км	t, год	
За течією	$x+2$	80	$\frac{80}{x+2}$	$t_{\text{за течією}} = t_{\text{проти течії}}$
Проти течії	$x-2$	64	$\frac{64}{x-2}$	

Маємо рівняння: $\frac{80}{x+2}=\frac{64}{x-2}$; $\begin{cases}80(x-2)=64(x+2),\\ x+2\neq 0,\\ x-2\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}80x-160=64x+128,\\ x\neq\pm2;\end{cases}$ $\begin{cases}80x-64x=160+128,\\ x\neq\pm2;\end{cases}$ $\begin{cases}16x=288,\\ x\neq\pm2;\end{cases}$ $x = 288 : 16;$

$x = 18$. *Відповідь:* 18 км/год.

464. 1) $\frac{5}{(3x-1)^2}+\frac{1}{(3x+1)^2}=\frac{6}{9x^2-1}$; $\frac{5(3x+1)^2+(3x-1)^2}{(3x-1)^2(3x+1)^2}=\frac{6}{(3x-1)^2(3x+1)^2}$;

$\frac{5(9x^2+6x+1)+(9x^2-6x+1)}{((3x-1)(3x+1))^2}=\frac{6}{9x^2-1}$;

$\frac{45x^2+30x+5+9x^2-6x+1}{(9x^2-1)^2}=\frac{6(9x^2-1)}{(9x^2-1)^2}$; $\begin{cases}\cancel{54x^2}+24x+6=\cancel{54x^2}-6,\\ 3x-1\neq 0,\\ 3x+1\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}24x=-12,\\ x\neq\frac{1}{3},\\ x\neq-\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\ x\neq\frac{1}{3},\\ x\neq-\frac{1}{3}.\end{cases}$

2) $\frac{|4x+3|}{x-1}=\frac{7}{x-1}$; $\begin{cases}|4x+3|=7,\\ x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+3=7,\\ 4x+3=-7,\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x=4,\\ 4x=-10,\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1,\\ x=-2,5,\\ x\neq 1.\end{cases}$ Тобто $x = -2,5$.

Відповідь: 1) $x=-\frac{1}{2}$; $x\neq\pm\frac{1}{3}$; 2) $x = -2,5$; $x \neq 1$.

465.

	Дні для кожного робітника для виконання роботи	Продуктивність	
1 робітник	$2x$	$\frac{8}{2x}$	виконання всієї роботи дорівнює 1
2 робітник	x	$\frac{8}{x}$	

Маємо рівняння:

$\frac{8}{2x}+\frac{8}{x}=1$; $\frac{8+16}{2x}=1$; $24 = 2x$; $2x = 24$; $x = 24 : 2$; $x = 12$.

Другому робітнику необхідно 12 днів, а першому $2 \cdot 12 = 24$ дня.

Відповідь: 12 днів, 24 дня.

466. 1) $\frac{a}{x}=5$; $\begin{cases}a=5x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{a}{5},\\x\neq 0.\end{cases}$ Тобто $x=\frac{a}{5}$; $x\neq 0$; $a\neq 0$.

2) $\frac{a}{x}-\frac{b}{x}=2$; $\frac{a-b}{x}=2$; $\begin{cases}a-b=2x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{a-b}{2},\\x\neq 0;\end{cases}$ $a-b\neq 0$; $a\neq b$.

Відповідь: 1) $x=\frac{a}{5}$; $x\neq 0$; $a\neq 0$; 2) $x=\frac{a-b}{2}$; $x\neq 0$; $a\neq b$.

467. 1) $8^{-3}=\frac{1}{8^3}=\frac{1}{512}$; 2) $c^{-1}=\frac{1}{c}$; 3) $(3m)^{-2}=\frac{1}{(3m)^2}=\frac{1}{9m^2}$;

4) $(a+2)^{-5}=\frac{1}{(a+2)^5}$.

468. 1) $\frac{1}{8^2}=8^{-2}$; 2) $\frac{1}{c}=c^{-1}$; 3) $\frac{1}{(ab)^3}=(ab)^{-3}$; 4) $\frac{1}{(1-m)^4}=(1-m)^{-4}$.

469. 1) $9^{-2}=\frac{1}{9^2}=\frac{1}{81}$; 2) $4^{-1}=\frac{1}{4}$; 3) $(-5)^{-1}=\frac{1}{-5}=-\frac{1}{5}$; 4) $\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}=8^2=64$;

5) $0,1^{-3}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}=10^3=1000$; 6) $\left(2\frac{1}{7}\right)^{-1}=\left(\frac{15}{7}\right)^{-1}=\left(\frac{7}{15}\right)^{1}=\frac{7}{15}$;

7) $0,25^{-4}=\left(\frac{1}{4}\right)^{-4}=4^4=256$; 8) $(-2,5)^{-3}=\left(-\frac{5}{2}\right)^{-3}=\left(-\frac{2}{5}\right)^{3}=-\frac{8}{125}$.

470. 1) $100x^{-2}$. Якщо $x=1,\ 10,\ 100$. Маємо: $100x^{-2}=\frac{100}{x^2}$.

Якщо $x=1$, то $\frac{100}{x^2}=\frac{100}{1^2}=\frac{100}{1}=100$. Якщо $x=10$, то $\frac{100}{10^2}=\frac{100}{100}=1$.

Якщо $x=100$, то $\frac{100}{100^2}=\frac{100}{10000}=\frac{1}{100}$.

2) $a^{-3}b$. Якщо $a=4$, $b=8$. Маємо: $a^{-3}b=\frac{b}{a^3}$.

Якщо $a=4$ і $b=8$, то $\frac{b}{a^3}=\frac{8}{4^3}=\frac{2^3}{(2^2)^3}=\frac{2^3}{2^6}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$.

471. 1) Якщо $a=-1$ і $n=8$, то $a^n=(-1)^8=1$; $-a^n=-(-1)^8=-1$.

2) Якщо $a=5$ і $n=-2$, то $a^n=5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$; $-a^n=-5^{-2}=-\frac{1}{5^2}=-\frac{1}{25}$.

472. 1) $7^{-3}>(-7)^3$; $\frac{1}{7^3}>(-7)^3$; $\left(\frac{1}{7}\right)^3>-7^3$; 2) $(-1,2)^0>(-5)^{-5}$; $1>\frac{1}{(-5)^5}$; $1>-\frac{1}{5^5}$;

3) $(-13)^{-4}<(-13)^4$; $\frac{1}{(-13)^4}<(-13)^4$; $\frac{1}{13^4}<13^4$; 4) $(-12)^6>12^{-6}$; $12^6>\frac{1}{12^6}$;

5) $-14^{-2}<(-14)^2$; $-\frac{1}{14^2}<\frac{1}{(-14)^2}$; $-\frac{1}{14^2}<\frac{1}{14^2}$;

6) $(-9)^{-5}=-9^{-5}$; $\frac{1}{-9^5}=-\frac{1}{9^5}$; $-\frac{1}{9^5}=-\frac{1}{9^5}$.

473. 1) $-0,25^{-2}:(-4^3)=-\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}:(-4^3)=-4^2:(-4^3)=4^{2-3}=4^{-1}=\frac{1}{4}$;

2) $0,02\cdot(-0,05)^{-3}=0,02\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}=0,02\cdot(-2)^3=0,02\cdot(-8)=-0,16$;

3) $0,4^{-2}\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)^{-1}=\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}\cdot\left(-\frac{8}{5}\right)=\left(\frac{5}{2}\right)^{2}\cdot\left(-\frac{8}{5}\right)=-\frac{5^2\cdot 8^4}{2\cdot 5}=-10;$

4) $(-1,8)^0-4^{-1}\cdot 0,05^{-2}=1-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{20}\right)^{-2}=1-\frac{1}{4}\cdot 20^2=1-\frac{400}{4}=1-100=-99.$

474. 1) $(1+a^{-3})(1+a)^{-2}=\left(1+\frac{1}{a^3}\right)\frac{1}{(1+a)^2}=\frac{a^3+1}{a^3}\cdot\frac{1}{(1+a)^2}=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^3(1+a)^2}=$

$=\frac{a^2-a+1}{a^3(1+a)};$

2) $\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{y-1}\right)\cdot(y-x)=(x-y)\cdot\frac{1}{y-x}=\frac{x-y}{-(x-y)}=-1.$

475. $\frac{0,6^{-4}\cdot\left(1\frac{2}{3}\right)^{6}}{0,36^{-5}\cdot\left(2\frac{7}{9}\right)^{-6}}=\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{6}}{\left(\frac{9}{25}\right)^{-5}\cdot\left(\frac{25}{9}\right)^{-6}}=\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{6}}{\left(\frac{9}{25}\right)^{-5}\cdot\left(\frac{9}{25}\right)^{6}}=\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{2}}{\left(\frac{9}{25}\right)^{1}}=\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^{2}}{\left(\frac{3}{5}\right)^{2}}=1.$

476. $\left(\frac{x+1}{x}\right)^{-1}+\left(\frac{x-1}{2x}\right)^{-1}=3;\quad \frac{x}{x+1}+\frac{2x}{x-1}=3;\quad \frac{x(x-1)+2(x+1)}{(x-1)(x+1)}=3;$

$\frac{x^2-x+2x^2+2x}{(x-1)(x+1)}=3;\quad \frac{3x^2+x}{x^2-1}=3;\quad \begin{cases}3x^2+x=3(x^2-1),\\ x-1\neq 0,\\ x+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+x=3x^2-3,\\ x\neq 1,\\ x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3,\\ x\neq\pm 1.\end{cases}$ *Відповідь:* -3.

477. $\left(\frac{1}{b^{-8}}-\frac{1}{a^{-8}}\right)^{6}\frac{a^{-8}+b^{-8}}{a^{-16}-b^{-16}}=\frac{(a^{-8}-b^{-8})\cdot(a^{-8}+b^{-8})}{a^{-8}b^{-8}(a^{-8}-b^{-8})\cdot(a^{-8}+b^{-8})}=\frac{1}{a^{-8}b^{-8}}=a^8b^8.$

478. 1) $a^3a^{-5}=a^{3+(-5)}=a^{-2}=\frac{1}{a^2};$ 2) $a^8a^{-7}a^{-2}=a^{8+(-7)+(-2)}=a^{-1}=\frac{1}{a};$

3) $a^7:a^{-3}=a^{7-(-3)}=a^{10}=\frac{a^{10}}{1};$ 4) $a^{-5}:a^{-4}=a^{-5-(-4)}=a^{-5+4}=a^{-1}=\frac{1}{a};$

5) $(a^2)^{-6}=a^{-12}=\frac{1}{a^{12}};$ 6) $(a^{-3})^{-5}=a^{15}=\frac{a^{15}}{1}.$

479. 1) $4^{-5}\cdot 4^6=4^{-5+6}=4^1=4;$ 2) $2^{-7}\cdot 2^4=2^{-7+4}=2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8};$

3) $3^{-9}:3^{-7}=3^{-9-(-7)}=3^{-2}=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9};$ 4) $5^{17}:5^{19}=5^{17-19}=5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25};$

5) $((0,3)^{-2}=\left(\left(\frac{3}{10}\right)^{-1}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{10}\right)^{2}=\frac{9}{100}=0,09;$ 6) $\left(\left(\frac{1}{6}\right)^{-3}\right)^{0}=1.$

480. 1) $12a^{-2}b\cdot\frac{1}{3}ab^{-3}\cdot\frac{3}{4}a^{-3}b^2=\frac{12\cdot 1\cdot 3}{1\cdot 3\cdot 4}a^{-4}b^{-1}=3a^{-4}b^{-1}=\frac{3}{a^4b};$

2) $\left(-\frac{7}{12}x^{-2}\right)\cdot(-6x^3)\cdot\frac{1}{7}x^{-8}=\frac{7\cdot 6}{{}_2 12\cdot 7}x^{-7}=\frac{1}{2}x^{-7}=\frac{1}{2x^7}.$

481. 1) $x^{-12}=(x^2)^{-6},\ x\neq 0;$ 2) $x^{-12}=(x^{-3})^4,\ x\neq 0.$

482. $\frac{9}{28}x^{-2}y^{7}\cdot\frac{14}{15}x^{7}y^{-2}\cdot(-10x^{-5}y^{-6}) = -\frac{\overset{3}{\cancel{9}}\cdot\cancel{14}\cdot\cancel{10}^{2}}{{}_{2}\cancel{28}\cdot\cancel{15}_{3}\cdot 1}x^{-2+7-5}y^{7-2-6} =$

$= -3x^{0}y^{-1} = \frac{-3}{y}.$

Якщо $x = -1,19$ і $y = -0,1$, то маємо: $\frac{-3}{y} = \frac{-3}{-0,1} = 30$. *Відповідь*: 30.

483. 1) $(-3p^{-3}ca^{-2})^{-2}\cdot(0,1pc^{-2}a)^{2} = (-3)^{-2}p^{6}c^{-2}a^{4}\cdot 0,1^{2}p^{2}c^{-4}a^{2} =$

$= \frac{1}{9}p^{6+2}c^{-2-4}a^{4+2}\cdot\frac{1}{100} = \frac{1}{900}p^{8}c^{-6}a^{6};$

2) $\left(\frac{1}{4}a^{-4}b^{-2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{a^{-3}}{4b}\right)^{-3} = \frac{1}{16}a^{-8}b^{-4}\cdot\left(\frac{4b}{a^{-3}}\right)^{3} = \frac{1}{16}a^{-8}b^{-4}\cdot\frac{64b^{3}}{a^{-9}} = 4ab^{-1}.$

484. Для доведення спростимо ліву частину тотожності:

$(a^{-2}-a^{-1}+1):(a^{-2}+a) = \frac{1}{a+1}.(a^{-2}-a^{-1}+1):(a^{-2}+a) =$

$= \left(\frac{1}{a^{2}}-\frac{1}{a}+1\right):\left(\frac{1}{a^{2}}+a\right) = \frac{1-a+a^{2}}{a^{2}}:\frac{1+a^{3}}{a^{2}} = \frac{\cancel{(1-a+a^{2})}a^{2}}{a^{2}(a+1)\cancel{(1-a+a^{2})}} = \frac{1}{a+1}.$

Тобто маємо: $\frac{1}{a+1} = \frac{1}{a+1}$. Доведено.

485. $x^{3}+5+x^{-5}$.

1) $x\left(x^{2}+\frac{5}{x}+x^{-6}\right) = x^{3}+5+x^{-5}$; 2) $x^{-1}(x^{4}+5x+x^{-4}) = x^{3}+5+x^{-5}$;

3) $x^{-3}(x^{6}+5x^{3}+x^{-2}) = x^{3}+5+x^{-5}$.

486. 1) $3\cdot 7^{k}+4\cdot 7^{k} = 7^{k+1}$; $7^{k}(3+4) = 7^{k+1}$; $7^{k}\cdot 7 = 7^{k+1}$; $7^{k+1} = 7^{k+1}$;

2) $5\cdot 4^{k}-4^{k} = 4^{k+1}$; $4^{k}(5-1) = 4^{k+1}$; $4^{k}\cdot 4 = 4^{k+1}$; $4^{k+1} = 4^{k+1}$.

Доведено. При будь-якому цілому k справджується рівність.

487. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) ні; 5) так; 6) ні; 7) так; 8) ні.

488. 1) $130\,000 = 1,3\cdot 10^{5}$; 2) $783,5 = 7,835\cdot 10^{2}$;

3) $0,0012 = 1,2\cdot 10^{-3}$; 4) $0,001002003 = 1,002003\cdot 10^{-3}$.

489. 1) $(2,7\cdot 10^{8})\cdot(5\cdot 10^{-5}) = 13,5\cdot 10^{8-5} = 13,5\cdot 10^{3} = 1,35\cdot 10^{4}$;

2) $(9,6\cdot 10^{-8}):(3,2\cdot 10^{-12}) = 3\cdot 10^{-8-(-12)} = 3\cdot 10^{4}$;

3) $2,7\cdot 10^{4}+3,1\cdot 10^{4} = 5,8\cdot 10^{4}$;

4) $3,42\cdot 10^{-5}-2,11\cdot 10^{-5} = 1,31\cdot 10^{-5}$.

490. $5,04\cdot 10^{5}\cdot 12,6\cdot 10^{-2} = 63,504\cdot 10^{5+(-1)} = 63,504\cdot 10^{3} = 6,3504\cdot 10^{4} \approx$ $6,35\cdot 10^{4}$.

Відповідь: $\approx 6,35\cdot 10^{4}$ км² — площа басейну річки Південний Буг.

491. 1) 1 година = 60 хв = $60\cdot 60 = 3600 = 3,6\cdot 10^{3}$ с;

2) 1 доба = 24 год = $24\cdot 3,6\cdot 10^{3} = 8,64\cdot 10^{4}$ с;

3) 1 місяць (= 30 днів) = 30 днів = $30\cdot 8,64\cdot 10^{4} = 2,592\cdot 10^{6}$ с;

4) 1 рік (365 днів) = 365 днів = $12\cdot 2,592\cdot 10^{6} = 3,15576\cdot 10^{7}$ с;

5) 1 сторіччя = 100 років = $100\cdot 3,15576\cdot 10^{7} = 3,15576\cdot 10^{9}$ с.

492. Обернену пропорційність задають функції:

4) $y = \frac{4}{x}$, $k = 4$, $k > 0$, I і II чв.; 5) $y = -\frac{4}{x}$, $k = -4$, $k < 0$, II і IV чв.

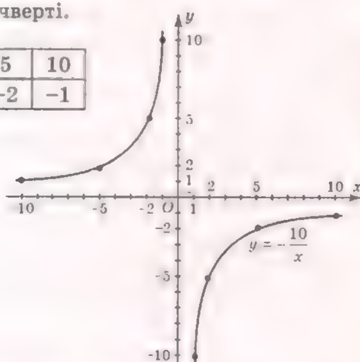
493. 1) $y = -\frac{16}{x}$. $y(-8) = \frac{-16}{-8} = 2$; $y(2) = \frac{-16}{2} = -8$; $y(-5) = \frac{-16}{-5} = \frac{16}{5} = 3,2$.

Відповідь: 2; –8; 3,2.

2) $y = \frac{16}{x}$. $y(4) = -\frac{16}{4} = -4$; $y(-0,5) = \frac{-16}{-0,5} = 32$; $y(2,5) = \frac{-16}{2,5} = -6,4$.
Відповідь: –4; 32; –6,4.

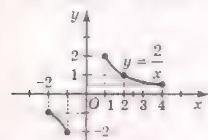
494. 1) $y = -\frac{10}{x}$, $k = -10$, $k < 0$, II і IV чверті.

x	–10	–5	–2	–1	1	2	5	10
y	1	2	5	10	–10	–5	–2	–1



2) $y = \frac{2}{x}$, де $-2 \le x \le 4$, $x \ne 0$.

x	–2	–1	1	2	4
y	–1	–2	2	1	0,5



495. Враховуючи, що $A(-3;\ 4)$ належить графіку функції, то маємо:

$y = \frac{k}{x}$; $4 = \frac{k}{-3}$; $k = -12$.

Звідки $y = -\frac{12}{x}$ — графік оберненої пропорційності.

1) $y(1) = \frac{-12}{1} = -12$. Тобто $B(1;\ 12)$ не належить рафіку функції.

2) $y(2) = \frac{-12}{2} = -6$. Тобто $C(2;\ -6)$ належить графіку функції.

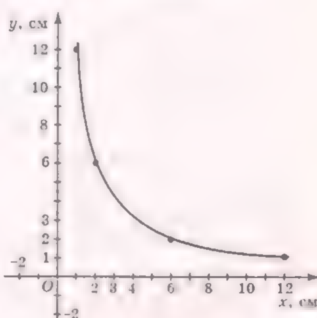
Відповідь: 1) ні; 2) так.

496. Врахуємо, що об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює $V = x \cdot y \cdot 10$, де x см і y см — сторони основи і 10 см — висота паралелепіпеда, тобто $V = 10xy$; $V = 120$ см^3, то маємо $10xy = 120$; $xy = 12$.

Маємо $y = \frac{12}{x}$. Область визначення функції $x > 0$, $x \ne 0$.

Побудуємо графік:

x	1	2	3	4	6	12
y	12	6	4	3	2	1



497. 1) Щоб подолати відстань від A до B зі швидкістю $v = 10$ км/год, потрібно часу $t = 4$ год; зі швидкістю $v = 20$ км/год, потрібно часу $t =$ 2 год.

2) За 2 год необхідно рухатися зі швидкістю $v = 20$ км/год; за 8 год, то $v = 5$ км/год.

3) Врахуємо, що $s = vt$, то маємо; $s = 40$ км.

Відповідь: 1) 4 год; 2 год; 2) 20 км/год; 5 км/год; 3) 40 км.

498. $x = \frac{4}{x}$. Для того, щоб знайти точки, у яких координати рівні, то маємо: $y = x$, то $x = \frac{4}{x}$; $x^2 = 4$. Маємо: $x = 2$, то $y = 2$ або $x = -2$, то $y = -2$.

Відповідь: (2; 2), (−2; −2).

499. $y = -\frac{9}{x}$. Для того, щоб знайти точки, координати яких є протилежними числами, то маємо: $y = -x$, звідки $-x = \frac{-9}{x}$; $x^2 = 9$; $x = \pm 3$.

Звідки, якщо $x = 3$, то $y = -3$ або якщо $x = -3$, то $y = 3$.

Відповідь: (3; −3), (−3; 3).

500. 1) $y = \frac{30x - 18x^2}{3x^3 - 5x^2}$.

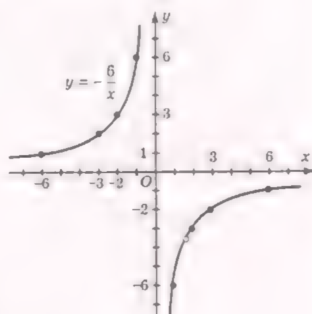
Спростимо вираз, маємо:

$$\frac{30x - 18x^2}{3x^3 - 5x^2} = \frac{6x(5 - 3x)}{-x^2(5 - 3x)} = -\frac{6}{x}.$$

Тобто маємо $y = -\frac{6}{x}$, $3x^3 - 5x^2 \neq 0$,

$x \neq 0$, $x \neq \frac{5}{3}$. Графік є гіпербола,

$k = -6$, $k < 0$, II і IV чверті.



x	−6	−3	−2	−1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	−6	−3	−2	−1

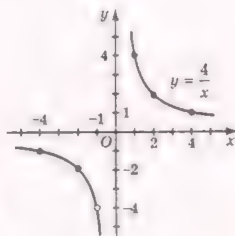
2) $y = \frac{4 + x}{x^2 + x} + \frac{3}{x + 1}$. Спростимо вираз:

$$\frac{4 + x}{x^2 + x} + \frac{3}{x + 1} = \frac{4 + x}{x(x + 1)} + \frac{3}{x + 1} = \frac{4 + x + 3x}{x(x + 1)} =$$

$$= \frac{4 + 4x}{x(x + 1)} = \frac{4(x + 1)}{x(x + 1)} = \frac{4}{x}.$$

Тобто маємо $y = \frac{4}{x}$, $k = 4$, $k > 0$, I і III чверті.

$x \neq 0$, $x \neq -1$, гіпербола.



x	4	2	1	−1	−2	−4
y	1	2	4	−4	−2	−1

§ 13. Функція $y = x^2$, її графік і властивості

502. $y(-3) = (-3)^2 = 9$; $y(0,5) = (0,5)^2 = 0,25$.

503. $y(-2) = (-2)^2 = 4$; $y(1) = 1^2 = 1$; $y(6) = 6^2 = 36$.

504. 1) $y(-2,5) = 6,25$; $y(-1) = 1$; $y(1) = 1$; $y(3) = 9$;

2) $x(1) = 1$; $x(3,5) = 1,8$; $x(9) = 3$;

3) $y > 2$, то $x_1(4) = 2$, $x_2(6) = 2,4$; $y < 2$, то $x_1(1) = 1$, $x_2(1,5) = 1,2$.

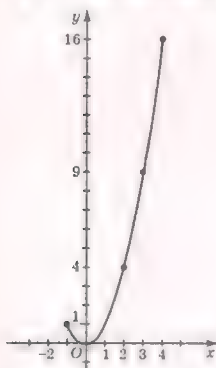
505. 1) $y(-3) = 9$; $y(-0,5) = 0,25$; $y(2,5) = 6,25$;

2) $x(4) = 2$; -2; $x(5) = 2,2$;

3) $y < 1$, то $x_1(0,5) = 0,7$; $x_2(0) = 0$; $y > 1$, то $x_1(8) = 2,8$; $x_2(7) = 2,6$.

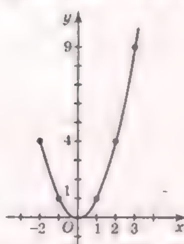
506. $y = x^2$, якщо $-1 \le x \le 4$.

x	-1	0	1	2	3	4
y	1	0	1	4	9	16



507. $y = x^2$, якщо $-2 \le x \le 3$.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	4	1	0	1	4	9



508. $y = x^2$. 1) $A(-1; 1)$, $y(-1) = (-1)^2 = 1$. Належить.
2) $B(-5; 25)$, $y(-5) = (-5)^2 = 25$. Належить.
3) $C(0; 0)$, $y(0) = 0$. Належить.
4) $D(25; 0)$, $y(25) = 25^2 = 625$. ні. *Відповідь*: 1) так; 2) так; 3) так; 4) ні.

509. $y = x^2$. 1) $A(-4; 16)$, $y(-4) = (-4)^2 = 16$. Належить.
2) $B(16; -4)$, $y(16) = 16^2 = 256$. Ні.
3) $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. Належить.
4) $D(0; 2)$, $y(0) = 0^2 = 0$. Ні.
Відповідь: 1) так; 2) ні; 3) так; 4) ні.

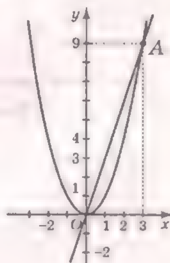
510. $y = x^2$. 1) $-3 \le x \le 0$. Для знаходження області значень обчислимо значення функції: $y(-3) = 9$; $y(0) = 0$. Тобто маємо: $0 \le y \le 9$.
Відповідь: $0 \le y \le 9$;
2) $-1 \le x \le 2$. Для знаходження області значень обчислимо значення функції: $y(-1) = (-1)^2 = 1$; $y(2) = 2^2 = 4$. Тобто маємо: $1 \le y \le 4$.
Відповідь: $1 \le y \le 4$.

511. $y = x^2$. 1) $y(-2,7) = y(2,7)$ тому що $(-2,7)^2 = 2,7^2$;
2) $y(-1,9) > y(1,8)$ тому що $y(-1,9) = 3,61$; $y(1,8) = 3,24$;
3) $y(0) < y(-3,2)$, тому що $y(0) = 0$ і $y(-3,2) = 10,24$;
4) $y(-1,1) < y(1,2)$, тому що $y(-1,1) = 1,21$ і $y(1,2) = 1,44$.

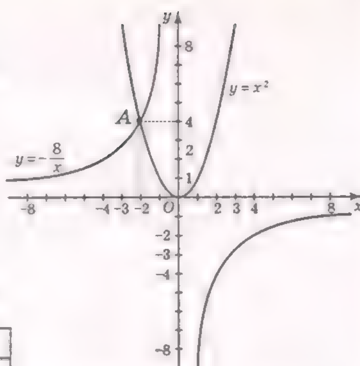
512. 1) $x^2 = 3x$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функції $y = 2x$ і $y = x^2$.
$y = x^2$ — парабола

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

$y = 3x$ — пряма, яка проходить через початок координат, якщо $x = 1$, то $y = 3$.
Маємо дві точки перетину: $O(0; 0)$ і $A(3; 9)$, тобто $x = 0$ і $x = 3$.



2) $x^2 = -\frac{8}{x}$.



Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = x^2$ — парабола і $y = -\frac{8}{x}$ — гіпербола.

$y = x^2$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

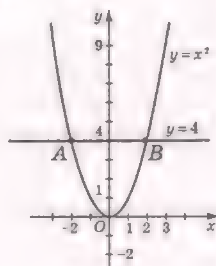
$y = -\frac{8}{x}$, $k = -8$, $k < 0$, II і IV чверті.

x	−8	−4	−2	−1	1	2	4	8
y	1	2	4	8	−8	−4	−2	−1

Тобто маємо $A(-2; 4)$ — спільна точка для графіків $y = x^2$ і $y = -\frac{8}{x}$.

Розв'язок рівняння $x = -2$. *Відповідь*: 1) 0; 3; 2) −2.

513. 1) $x^2 = 4$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = x^2$ і $y = 4$.

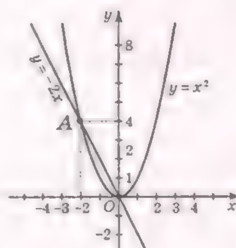


$y = x^2$ — парабола

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

Точки $A(-2; 4)$ і $B(2; 4)$ — спільні точки для графіків функцій. Тобто $x = -2$ і $x = 2$ — є розв'язки рівнянь.

2) $x^2 = 2x$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = x^2$ і $y = -2x$.



$y = x^2$ — парабола

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

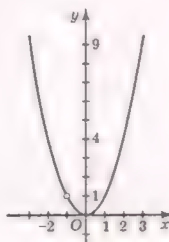
$y = -2x$ — пряма, яка проходить через початок координат, якщо $x = 1$, то $y = -2$.

Точки $A(-2; 4)$ і $O(0; 0)$ — спільні точки для графіків функцій $y = x^2$ і $y = -2x$. Тобто $x = -2$ і $x = 0$ — є розв'язком рівняння.

Відповідь: 1) −2; 2; 2) −2; 0.

514. 1) $y = \frac{x^3 + x^2}{x + 1}$. Для побудови графіка спростимо вираз:

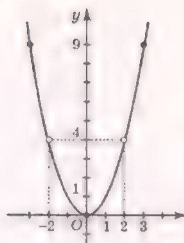
$$\frac{x^3 + x^2}{x + 1} = \frac{x^2(x + 1)}{x + 1} = x^2.$$



Тобто треба побудувати графік функції $y = x^2$, $x \neq -1$.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

2) $y = \frac{4x^2 - x^4}{4 - x^2}$.



Для побудови графіка спростимо вираз:

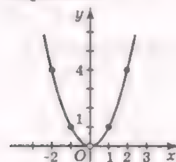
$\frac{4x^2 - x^4}{4 - x^2} = \frac{x^2 (4 - x^2)}{(4 - x^2)} = x^2$.

Тобто треба побудувати графік функції $y = x^2$, $x \neq \pm 2$ — парабола.

Відповідь: 1) $x \neq -1$, $y = x^2$ — парабола, (–1; 1);
2) $x \neq \pm 2$, $y = x^2$ — парабола, (–2; 4), (2; 4).

515. 1) $y = \frac{x^3}{x}$. Для побудови графіка спростимо вираз $\frac{x^3}{x} = x^2$.

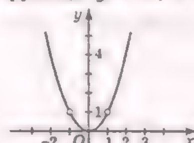
Тобто маємо побудувати графік функції $y = x^2$, $x \neq 0$ — парабола.



2) $y = \frac{x^2 - x^4}{1 - x^2}$. Для побудови графіка спростимо вираз:

$\frac{x^2 - x^4}{1 - x^2} = \frac{x^2 (1 - x^2)}{(1 - x^2)} = x^2$.

Тобто треба побудувати графік функції $y = x^2$, $x \neq \pm 1$ — парабола.



Відповідь: 1) $y = x^2$, $x \neq 0$, парабола, (0; 0);
2) $y = x^2$ $x \neq \pm 1$, парабола (–1; 1), (1; 1).

516. 1) $a^2 = (-a)^2$ для будь-якого a; 2) $a^2 = |a|^2$ для будь-якого a;
3) $a^2 = -a^2$, тільки якщо $a = 0$; 4) $(-a)^2 = -a^2$, тільки якщо $a = 0$.

517. 1) Найменше значення вразу $x^2 - 19$ дорівнює (–19), якщо $x = 0$.
Найменше значення виразу $18 + (x - 3)^2$ при $x = 3$, то 18.
2) Найбільше значення виразу $17 - x^2$ дорівнює 17, якщо $x = 0$.
Найбільше значення вразу $- - (x + 7)^2$ дорівнює –9, якщо $x = -7$.
Відповідь: 1) –19; 18; 2) 17; –9.

518. 1) $25^2 + (-6)^2 = 625 + 36 = 661$;

2) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(1\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} - \left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} - \frac{64}{25} = \frac{-48}{25} = -1\frac{23}{25}$;

3) $0{,}01^2 : (-0{,}1)^2 = 0{,}01^2 : 0{,}01 = 0{,}01$;

4) $(-4)^2 \cdot (-0{,}5)^2 = 16 \cdot 0{,}25 = 4$.

519. Врахуємо, що площа квадрата дорівнює $S = a^2$, то маємо $a = \sqrt{S}$. Маємо:

1) Якщо $S = 9$ см², то $a = \sqrt{9} = 3$ см.

2) Якщо $S = 0{,}25$ м², то $a = \sqrt{0{,}25} = 0{,}5$ м.

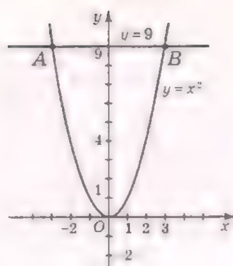
Відповідь: 1) 3 см; 2) 0,5 м.

520. 1) $x^2 - 16 = 0$; $(x - 4)(x + 4) = 0$; $\begin{cases} x - 4 = 0, \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4, \\ x_2 = -4; \end{cases}$

2) $x^2 = \frac{4}{9}$; $x^2 - \frac{4}{9} = 0$; $\left(x - \frac{2}{9}\right)\left(x + \frac{2}{9}\right) = 0$; $\begin{cases} x - \frac{2}{9} = 0, \\ x + \frac{2}{9} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{9}, \\ x = -\frac{2}{9}. \end{cases}$

Відповідь: 1) $x = \pm 4$; 2) $x = \pm\frac{2}{9}$.

521. 1) Побудуємо графік функції $y = x^2$.



Точки A і B — точка перетину графіків функцій $y = x^2$ і $y = 9$. $A(-3; 9)$ і $B(3; 9)$.
2) Графіки функцій $y = x^2$ і $y = 0$ мають одну спільну точку $O(0; 0)$.
3) Графіки функцій $y = x^2$ і $y = a$, якщо $a > 0$, мають дві точки перетину: $A(x_1; a)$ і $B(x_2; a)$.
4) Графіки функцій $y = x$ і $y = a$, якщо $a < 0$, не мають точок перетину.
Відповідь: 1) $A(-3; 9)$, $B(3; 9)$, дві точки;
2) $O(0; 0)$, одна точка;
3) $A(x_1; a)$, $B(x_2; a)$, дві точки; 4) не мають.

522. Врахуємо, що $n > 1$, то означимо, що білих кульок a, чорних — b, а зелених — c, то всього в ящику $(a + b + c)$ кульок. Якщо витягаємо 1 білу кульку, то в ящику залишиться $(a + b + c) - 1$, якщо 2 — то $(a + b + c) - 2$, якщо 3 — то $(a + b + c) - 3$, так як за умовою обов'язково будуть біла і чорна, то маємо залежність $(n + n) - 3 = 2n - 3$, n — витягнута кулька. *Відповідь*: $2n - 3$, $n > 1$.

§ 14. Квадратні корені. Арифметичний квадратний корінь

524. 1) $\sqrt{4} = \pm 2$; 2) $\sqrt{25} = \pm 5$. *Відповідь*: 1) ± 2; 2) ± 5.
2) $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{1} = \pm 1$; $\sqrt{36} = \pm 6$. *Відповідь*: 1) 0; 2) ± 1; 3) ± 6.

526. 1) Так; 2) так; 3) ні. *Відповідь*: 1) так; 2) так; 3) ні.

527. 1) Так; 2) ні. *Відповідь*: 1) так; 2) ні.

528. 1) Для доведення запишемо $\sqrt{4} = 2$; маємо: $2^2 = 4$. Доведено.
2) $\sqrt{4} = 2$, за означенням арифметичного кореня $m > 0$, то $m \neq -2$.
3) $\sqrt{0,01} = 0,1$, то маємо: $0,01 = 0,1^2$; $0,01 = 0,01$. Доведено.
4) $\sqrt{0,4} \neq 0,2$, то $0,2^2 = 0,04$; $0,04 \neq 0,4$. Доведено.

529. 1) $\sqrt{169} = 13$; $13 > 0$; $169 = 13^2$; $169 = 169$. Доведено.
2) $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3} > 0$; $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$. Доведено.

530. 1) $\sqrt{16} = 4$; 2) $\sqrt{49} = 7$; 3) $\sqrt{0,25} = 0,5$; 4) $\sqrt{6400} = 80$; 5) $\sqrt{0,09} = 0,3$;
6) $\sqrt{\frac{1}{121}} = \frac{1}{11}$; 7) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$; 8) $\sqrt{20\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$.

531. 1) $\sqrt{25} = 5$; 2) $\sqrt{36} = 6$; 3) $\sqrt{0,16} = 0,4$; 4) $\sqrt{4900} = 70$; 5) $\sqrt{0,04} = 0,2$;
6) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$; 7) $\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$; 8) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$.

532. 1) $\sqrt{900} = 30$; $900 = 30^2$; $900 = 900$, так; 2) $\sqrt{4} = -2$; $4 = (-2)^2$; $4 = 4$, так;
3) $\sqrt{0,9} = 0,3$; $0,9 = 0,3^2$; $0,9 \neq 0,09$, ні;
4) $\sqrt{0,64} = 0,8$; $0,64 = 0,8^2$; $0,64 = 0,64$, так.
Відповідь: 1) так; 2) так; 3) ні; 4) так.

533. 1) $\sqrt{1296} = 36$; 2) $\sqrt{9409} = 97$; 3) $\sqrt{2916} = 54$; 4) $\sqrt{30,25} = 5,5$.

534. 1) $\sqrt{64} + \sqrt{25} = 8 + 5 = 13$; 2) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{0,36} = 3 \cdot 0,6 = 1,8$;
3) $2\sqrt{100} - \sqrt{144} = 2 \cdot 10 - 12 = 20 - 12 = 8$; 4) $\sqrt{81} : \sqrt{0,01} = 9 : 0,1 = 90$;

5) $-5\sqrt{0,64}+3,9=-5\cdot 0,8+3,9=-4+3,9=-0,1;$

6) $\sqrt{5^2-25}=\sqrt{25-25}=0;$ 7) $\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10;$

8) $\sqrt{2(0,2^2+0,46)}=\sqrt{2(0,04+0,46)}=\sqrt{2\cdot 0,5}=\sqrt{1}=1.$

535. 1) $\sqrt{49}+\sqrt{9}=7+3=10;$ 2) $\sqrt{4}\cdot\sqrt{100}=2\cdot 100=20;$

3) $2\sqrt{121}-\sqrt{81}=2\cdot 11-9=22-9=13;$ 4) $\sqrt{64}:\sqrt{0,25}=8:0,5=16;$

5) $-5\sqrt{0,36}+2,8=-5\cdot 0,6+2,8=-3+2,8=-0,2;$

6) $\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{100-64}=\sqrt{36}=6;$ 7) $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5;$

8) $\sqrt{0,3^2-0,09}=\sqrt{0,09-0,09}=\sqrt{0}=0.$

536. 1) Якщо $a=4$, то $\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=4;$ якщо $a=-8$, то $\sqrt{12+(-8)}=\sqrt{4}=2;$

якщо $a=-12$, то $\sqrt{12+(-12)}=\sqrt{0}=0;$

2) якщо $m=0{,}09$ і $n=0{,}07$, то $\sqrt{0,09+0,07}=\sqrt{0,16}=0,4;$

3) якщо $x=49$, то $49+4\sqrt{49}=49+4\cdot 7=49+28=77;$

якщо $x=121$, то $121+4\sqrt{121}=121+4\cdot 11=121+44=165;$

4) якщо $b=1{,}96$, то $3\sqrt{1,96}-1,96=3\cdot 1,4-1,96=4,2-1,96=2,24;$

якщо $b=0{,}04$, то $3\sqrt{0,04}-0,04=3\cdot 0,2-0,04=0,6-0,04=0,56.$

537. 1) Якщо $b=-9$, то $\sqrt{16-(-9)}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5;$

якщо $b=15$, то $\sqrt{16-15}=\sqrt{1}=1;$

2) якщо $m=1{,}69$, то $2\sqrt{1,69}-1,69=2\cdot 1,3-1,69=2,6-1,69=0,91;$

якщо $m=0{,}49$, то $2\sqrt{0,49}-0,49=2\cdot 0,7-0,49=1,4-0,49=0,91.$

538. 1) $\sqrt{x}=2;$ $x=2^2;$ $x=4;$ 2) $\sqrt{x}=0;$ $x=0;$ 3) $\sqrt{x}=-2;$ розв'язків немає;

4) $\sqrt{x}-3=0;$ $\sqrt{x}=3;$ $x=3^2;$ $x=9;$ 5) $2\sqrt{x}=8;$ $\sqrt{x}=4;$ $x=16;$

6) $\frac{1}{3}\sqrt{x}=2;$ $\sqrt{x}=6;$ $x=6^2;$ $x=36.$

Відповідь: 1) 4; 2) 0; 3) розв'язків немає; 4) 9; 5) 16; 6) 36.

539. 1) $\sqrt{x}=1;$ $x=1^2;$ $x=1;$ 2) $\sqrt{x}=-3;$ розв'язків немає;

3) $\sqrt{x}-5=0;$ $\sqrt{x}=5;$ $x=5^2;$ $x=25;$ 4) $3\sqrt{x}=21;$ $\sqrt{x}=7;$ $x=7^2;$ $x=49.$

Відповідь: 1) 1; 2) розв'язків немає; 3) 25; 4) 49.

540. 1) $\sqrt{12\cdot 14-13^2}=\sqrt{168-169}=\sqrt{-1}$ не має змісту, тому що $-1<0;$

2) $\sqrt{2009^2-2008^2}=\sqrt{(2009-2008)(2009+2008)}=\sqrt{4017}$ має зміст, тому що $4017>0;$

3) $\sqrt{1000^2-1001^2}=\sqrt{(1000-1001)(1000+1001)}=\sqrt{-1\cdot 2001}=\sqrt{-2001}$ не має змісту, тому що $-2001<0.$

541. 1) $\frac{5}{\sqrt{x}}$ має зміст, якщо $x>0;$

2) $\sqrt{x^2}$ має зміст при будь-яких x, тому що $x^2\ge 0;$

3) $\sqrt{x^5}$ має зміст, якщо $x\ge 0$, тому що $x\ge 0;$

4) $\frac{1}{\sqrt{-x}}$ має зміст, якщо $x<0.$

Відповідь: 1) $x>0;$ 2) будь-яке число $x;$ 3) $x\ge 0;$ 4) $x<0.$

542. 1) $\sqrt{2y}$ має зміст, якщо $2y\ge 0,$ $y\ge 0;$ 2) $\frac{1}{\sqrt{y^3}}$ має зміст, якщо $y>0;$

3) $\sqrt{y^6}$ має зміст при будь-якому y; 4) $\sqrt{-y}$ має зміст, якщо $y \le 0$.
Відповідь: 1) $y \ge 0$; 2) $y > 0$; 3) будь-яке число; 4) $y \le 0$.

543. 1) $3\sqrt{x} + 7 = 0$; $3\sqrt{x} = -7$; $3\sqrt{x} = -\frac{7}{3}$; коренів немає;

2) $2\sqrt{\frac{x}{8}} - 4 = 0$; $2\sqrt{\frac{x}{8}} = 4$; $\sqrt{\frac{x}{8}} = 2$; $\frac{x}{8} = 4$; $x = 4 \cdot 8$; $x = 32$;

3) $\frac{16}{\sqrt{x+3}} = 4$; $\sqrt{x+3} = 16 : 4$; $\sqrt{x+3} = 4$; $x + 3 = 4^2$; $x + 3 = 16$; $x = 13$;

4) $7\sqrt{2x-5} - 14 = 0$; $7\sqrt{2x-5} = 14$; $\sqrt{2x-5} = 2$; $2x - 5 = 4$; $2x = 9$; $x = 4{,}5$.

Відповідь: 1) коренів немає; 2) 32; 3) 13; 4) 4,5.

544. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{3x} - 3 = 0$; $\frac{1}{2}\sqrt{3x} = 3$; $\sqrt{3x} = 6$; $3x = 36$; $x = 12$;

2) $2\sqrt{\frac{x}{3}} + 6 = 0$; $2\sqrt{\frac{x}{3}} = -6$; $\sqrt{\frac{x}{3}} = -3$; коренів немає;

3) $\frac{14}{\sqrt{2x}} = 28$; $\sqrt{2x} = \frac{14}{28}$; $\sqrt{2x} = \frac{1}{2}$; $2x = \frac{1}{4}$; $x = \frac{1}{8}$;

4) $2\sqrt{2x+7} - 6 = 0$; $2\sqrt{2x+7} = 6$; $\sqrt{2x+7} = 3$; $2x + 7 = 9$; $2x = 2$; $x = 1$.

Відповідь: 1) 12; 2) коренів немає; 3) $\frac{1}{8}$; 4) 1.

545. 1) $\sqrt{-a^2}$ має зміст, якщо $a = 0$; 2) $\sqrt{-(a+3)^2}$ має зміст, якщо $a = -3$;
3) $\sqrt{a^{10}+1}$ має зміст при будь-якому a;
4) $\frac{\sqrt{a}}{a-3}$ має зміст, якщо $a \ge 0$ і $a \ne 3$.
Відповідь: 1) $a = 0$; 2) $a = -3$; 3) будь-яке a; 4) $a \ge 0$, $a \ne 3$.

546. 1) $\sqrt{|2x-1|} = 3$; $|2x - 1| = 9$; $\left[\begin{array}{l}2x-1=9,\\2x-1=-9;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}2x=10,\\2x=-8;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=5,\\x=-4;\end{array}\right.$

2) $\sqrt{5+\sqrt{x}} = 3$; $5 + \sqrt{x} = 9$; $\sqrt{x} = 4$; $x = 4^2$; $x = 16$;

3) $\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}} = 2$; $1 + \sqrt{2+\sqrt{x}} = 4$; $\sqrt{2+\sqrt{x}} = 3$; $2 + \sqrt{x} = 9$; $\sqrt{x} = 7$;
$x = 7^2$; $x = 49$.

547. 1) $\sqrt{|2x+3|} = 5$; $|2x + 3| = 25$; $\left[\begin{array}{l}2x+3=25,\\2x-3=-25;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}2x=22,\\2x=-28;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=11,\\x=-14;\end{array}\right.$

2) $\sqrt{9+\sqrt{x}} = 4$; $9 + \sqrt{x} = 16$; $\sqrt{x} = 7$; $x = 7^2$; $x = 49$.

548. $\frac{4a}{a+2} - (a-2)^2 \cdot \left(\frac{3}{(a-2)^2} + \frac{2}{a^2-4}\right) = \frac{4a}{a+2} - \frac{(a-2)^2}{1} \cdot \frac{3(a+2) + 2 \cdot (a-2)}{(a-2)^2(a+2)} =$

$= \frac{4a}{a+2} - \frac{(a-2)^2}{1} \cdot \frac{3a+6+2a-4}{(a-2)^2(a+2)} = \frac{4a}{a+2} - \frac{\cancel{(a-2)^2}(5a+2)}{1 \cdot \cancel{(a-2)^2}(a+2)} =$

$= \frac{4a}{a+2} - \frac{5a+2}{a+2} = \frac{4-5a+2}{a+2} = \frac{2-5a}{a+2}$.

549. 1) $x^2 - 6x + 9 + y^2 = 0$; $(x-3)^2 + y^2 = 0$. Має розв'язок, якщо $x = 3$ і $y = 0$.
2) $|x + 2| + y^2 + 2y + 1 = 0$; $|x + 2| + (y + 1)^2 = 0$. Має розв'язок, якщо
$\left[\begin{array}{l}|x+2|=0,\\(y+1)^2=0;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x+2=0,\\y=-1;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=-2,\\y=-1.\end{array}\right.$ *Відповідь*: 1) (3; 0); 2) (−2; −1).

550. 1) $0,3=\frac{3}{10}$; 2) $0,25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$; 3) $1,2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}$; 3) $2,5=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

551. 1) $\frac{1}{2}=0,5$; 2) $\frac{3}{4}=0,75$; 3) $2\frac{1}{5}=2,2$; 4) $3\frac{1}{4}=3,25$.

552. 1) $\frac{2}{3}=0,666...=0,(6)$; 2) $\frac{3}{11}=0,272727...=0,(27)$;

3) $\frac{7}{9}=0,7777...=0,(7)$; 4) $\frac{5}{6}=0,83333...=0,8(3)$.

553. $xyzt+4=x^2+y^2+z^2+t^2$. Ні, так як $x^2+y^2+z^2+t^2>xyzt$. Врахуємо, що $x^2+y^2>xy$, $z^2+t^2>zt$.

Домашня самостійна робота № 3

1. $a^{-5}\cdot a^2=a^{-3}$. *Відповідь*: А.
2. *Відповідь*: Г.
3. *Відповідь*: Б.
4. $(-5)^{-3}=\frac{1}{(-5)^3}=-\frac{1}{125}$. *Відповідь*: В.
5. $-4a^{-5}b^7\cdot 1\frac{1}{4}a^{-3}b^{-2}=-4\cdot\frac{5}{4}a^{-8}b^5=-5a^{-8}b^5$. *Відповідь*: Б.
6. *Відповідь*: А.
7. $(3,5a^5b^{-3}):(0,5a^{-3}b^{-2})=7a^8b^{-1}=\frac{7a^8}{b}$. *Відповідь*: В.
8. $\frac{2^{-3}\cdot 4^8}{8^5}=\frac{2^{-3}\cdot(2^2)^8}{(2^3)^5}=\frac{2^{-3}\cdot 2^{16}}{2^{15}}=\frac{2^{13}}{2^{15}}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$. *Відповідь*: Б.
9. $y(-6)=\frac{-9}{-6}=1,5$. *Відповідь*: В.
10. $(1+(1-2^{-1})^{-2})^{-3}=\left(1+\left(1-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{-3}=\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{-3}=(1+2^2)^{-3}=5^{-3}=\frac{1}{125}$.
Відповідь: Г.
11. Скоротіть дріб $\frac{x^{-2}+x^3}{x^2+x^{-3}}$.

А. дріб є нескоротним; Б. 1; В. x; Г. $\frac{1}{x}$.

$$\frac{x^{-2}+x^3}{x^2+x^{-3}}=\left(\frac{1}{x^2}+x^3\right):\left(x^2+\frac{1}{x^3}\right)=\frac{1+x^5}{x^2}:\frac{x^5+1}{x^3}=\frac{(1+x^5)\cdot x^3}{x^2\cdot(x^5+1)}=\frac{x^3}{x^2}=x.$$
Відповідь: В.
12. Спростимо $0,00001a=1\cdot 10^{-4}\cdot a=a\cdot 10^{-4}$. Так як порядок a дорівнює -16, то порядок числа буде $-16-4=-20$. *Відповідь*: Б.

§ 15. Множина. Підмножина. Числові множини. Раціональні числа. Ірраціональні числа. Дійсні числа

555. 1) Натуральні числа: 52; 10. 2) Цілі невід'ємні числа: 0; 52; 10.

3) Раціональні від'ємні числа: $-2,(4)$; $-2\frac{1}{9}$; $-3,7$; 0,222.

4) Ірраціональні числа: $\sqrt{7}$; π; $-\sqrt{5}$.

556. 1) Натуральні числа: 8. 2) Цілі недодатні числа: -5; 0.

3) Раціональні додатні числа: $\frac{2}{3}$; 3,(7); 5,137; 8.

4) Ірраціональні числа: $-\sqrt{7}$; $\sqrt{17}$; $\sqrt{13}$.

557. 1) $-31 = \frac{-31}{1}$; 2) $-8 = \frac{-8}{1}$; 3) $2\frac{1}{7} = \frac{15}{7}$; 4) $-5,1 = -5\frac{1}{10} = \frac{-51}{10}$.

558. 1) $-21 = \frac{-21}{1}$; 2) $10 = \frac{10}{1}$; 3) $-3\frac{1}{5} = \frac{-16}{5}$; 4) $2,8 = 2\frac{8}{10} = 2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$.

559. 1) Множина правильних дробів: $\left\{\frac{1}{8}; \frac{7}{9}; \frac{2}{3}\right\}$.

2) Множина неправильних дробів: $\left\{\frac{7}{3}; \frac{5}{5}; \frac{10}{1}\right\}$.

560. 1) Множина парних чисел: {36; 48; 2}.
2) Множина непарних чисел: {27; 19; 11}.

561. $\frac{2}{31} = 0,06451612903$; 1) 0,064516 ≈ 0,06; 2) 0,0645161 ≈ 0,065.

562. $\frac{4}{11} = 0,36363636 = 0,(36)$. 1) 0,3636364 ≈ 0,36; 2) 0,3636364 ≈ 0,364.

564. 1) 1,366 < 1,636; 2) −2,63 < −2,36; 3) $-\frac{1}{17} < 0$; 4) $\pi < 3,2$; 5) $-\pi < -3,1$;

6) 1,7 < 1,(7); 7) $-1,41 > -\sqrt{2}$; 8) $\sqrt{3} < 1,8$; 9) $2\frac{5}{13} < 2,39$.

565. 1) −2,17 > −2,71; 2) $0 < \frac{1}{16}$; 3) 2,(3) > 2,3; 4) $\sqrt{2} > 1,4$; 5) $-\sqrt{3} < -1,7$;
6) $\frac{1}{11} > 0,(08)$.

566. 1) $\sqrt{17} + 2,12 = 4,12 + 2,12 = 6,24$; 2) $3,18 - \sqrt{5} = 3,18 - 2,24 = 0,94$.

567. 1) $\sqrt{3} + 4,17 = 1,73 + 4,17 = 5,90$; $4,82 - \sqrt{11} = 4,82 - 3,32 = 1,50$.

568. Пуста множина.

569. 1) $A = \{1\}$ і $B = \{1; 3; 5\}$, $A \subset B$, правильно;
2) $A = \{\Delta; \alpha\}$ і $B = \{\Delta; \square; t\}$, не правильно;
3) $A = \varnothing$ і $B = \{1; 2; 3\}$, $\varnothing \subset B$, правильно.
4) $A = \{\alpha; \beta; \gamma\}$ і $B = \{\gamma\}$, не правильно;
5) A = {прості числа} ⊂ B = {множина натуральних чисел}, правильно;
6) A = {множина цілих чисел} не являється підмножиною B = {множина натуральних чисел, кратних 5}.

570. 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) так.

571. $\frac{1}{2}$; 0,(1); 0,11; $\frac{1}{10}$; 0,01.

572. 0,02; $\frac{1}{5}$; 0,22; 0,(22); $\frac{1}{4}$.

573. 1) Так; 2) так; 3) ні; 4) ні.

574. 1,551; 1,552; 1,553.

575. 2,3331; 2,3332.

576. $\sqrt{S} = \sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a}$.

1) $S = 39$ см². $\sqrt{39} = \sqrt{36 + 3} = 6 + \frac{3}{2 \cdot 6} = 6 + \frac{1}{4} = 6,25$; $\sqrt{39} = 6,24499799...$;

2) $S = 83$ дм². $\sqrt{83} = \sqrt{81+2} = \sqrt{9^2+2} = 9 + \frac{2}{2\cdot 9} = 9 + \frac{1}{9} = 9\frac{1}{9} = 9,111... = 9,(1);$

$\sqrt{83} = 9,1104335...;$ 9,(1) > 9,1104335.... *Відповідь*: 1) 6,25; 2) 9,(1).

577. $\sqrt{2} = 1,41421356237...$ Маємо нескінченну неперіодичну дріб, тобто $\sqrt{2}$ — ірраціональне число.

578. $\sqrt{3} = 1,73205080756...$ Маємо нескінченну неперіодичну дріб, тобто $\sqrt{3}$ — ірраціональне число.

579. 1) $x^2 - 16 = 0$; $(x-4)(x+4) = 0$; $\begin{cases} x-4=0, \\ x+4=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4, \\ x_2 = -4; \end{cases}$

2) $4x^2 - 9 = 0$; $(2x-3)(2x+3) = 0$; $\begin{cases} 2x-3=0, \\ 2x+3=0; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=3, \\ 2x=-3; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 1,5, \\ x_2 = -1,5; \end{cases}$

3) $\frac{1}{16} - x^2 = 0$; $\left(\frac{1}{4} - x\right)\left(\frac{1}{4} + x\right) = 0$; $\begin{cases} \frac{1}{4} - x = 0, \\ \frac{1}{4} + x = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{4}, \\ x_2 = -\frac{1}{4}; \end{cases}$

4) $\frac{9}{25} - x^2 = 0$; $\left(\frac{3}{5} - x\right)\left(\frac{3}{5} + x\right) = 0$; $\begin{cases} \frac{3}{5} - x = 0, \\ \frac{3}{5} + x = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = \frac{3}{5} = 0,6, \\ x_2 = -\frac{3}{5} = -0,6. \end{cases}$

Відповідь: 1) −4; 4; 2) −1,5; 1,5; 3) $-\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$; 4) $-\frac{3}{5}$; $\frac{3}{5}$; 5) ±0,6.

580. Нехай першому автомобілю необхідно $t_1 = \frac{s}{v_1}$ (год), а другому до зустрічі — $t_2 = \frac{s}{v_2}$ (год), то $s_1 = t_1v_1$; $s_2 = t_2v_2$. Маємо рівняння:

$s = s_1 + s_2 = t_1v_1 + t_2v_2$; $s = t(v_1 + v_2)$.

Якщо $s = 375$ км, $v_1 = 78$ км/год, $v_1 = 72$ км/год, то маємо:

$375 = t(78 + 72)$; $t = \frac{375}{150}$; $t = 2,5$ год. *Відповідь*: 2,5 год.

581. За правилами гри дозволяється за один хід брати 1; 2; 4; 8; ... (будь-який степінь двійки) камінців. Виграє той, хто останній візьме камінець. Наприклад, перший бере 1, то другий 2; перший 4, другий 8; перший 16, другий 32 і т. д. Якщо число камінців — парне число, то виграватиме другий, а якщо непарне число, — то перший. Тобто якщо: 1) 2016, то виграватиме другий; 2) 2017, то виграватиме перший.
Відповідь: 1) другий; 2) перший.

§ 16. Тотожність $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$, $x \geq 0$. Рівняння $x^2 = a$

582. 1) $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$; 2) $\left(\sqrt{0}\right)^2 = 0$; 3) $\left(\sqrt{2,1}\right)^2 = 2,1$; 4) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2 = \frac{1}{7}$.

583. 1) $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$; 2) $\left(\sqrt{4,2}\right)^2 = 4,2$. *Відповідь*: 1) 5; 2) 4,2.

585. 1) $x^2 = 25$ має корені, так як 25 > 0; $x_1 = 5$, $x_2 = -5$;
2) $x^2 = -10$ не має коренів, так як −10 < 0.
Відповідь: 1) має корені; 2) не має коренів.

586. 1) $\left(-\sqrt{7}\right)^2=7$; 2) $\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}=\left(\sqrt{11}\right)^2=11$; 3) $\left(\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\right)=\frac{1}{9}\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=\frac{1}{9}\cdot 3=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$;

4) $\left(-2\sqrt{5}\right)^2=4\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2=4\cdot 5=20$; 5) $-5\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=-5\left(\sqrt{2}\right)^2=-5\cdot 2=-10$;

6) $0,3\cdot\left(-\sqrt{10}\right)^2=0,3\cdot 10=3$; 7) $\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^2=\frac{1}{\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{1}{7}$; 8) $\left(-\frac{\sqrt{7}}{8}\right)^2=\frac{7}{64}$.

587. 1) $\left(-\sqrt{11}\right)^2=11$; 2) $\sqrt{19}\cdot\sqrt{19}=\left(\sqrt{19}\right)^2=19$; 3) $\left(2\sqrt{7}\right)^2=4\cdot 7=28$;

4) $\left(-\frac{1}{4}\sqrt{8}\right)^2=\frac{1}{16}\left(\sqrt{8}\right)^2=\frac{1}{16}\cdot 8=\frac{1}{2}$; 5) $-7\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=-7\left(\sqrt{3}\right)^2=-7\cdot 3=-21$;

6) $0,2\cdot\left(-\sqrt{5}\right)^2=0,2\cdot 5=1$; 7) $\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)^2=\frac{1}{\left(\sqrt{15}\right)^2}=\frac{1}{15}$; 8) $\left(-\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$.

588. 1) $\left(\sqrt{15}\right)^2-3,8=15-3,8=11,2$; 2) $5\left(-\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^2=5\cdot\frac{4}{5}=4$;

3) $7:\left(\sqrt{\frac{7}{8}}\right)^2=7:\frac{7}{8}=\frac{\cancel{7}\cdot 8}{1\cdot\cancel{7}}=8$; 4) $\frac{1}{8}\left(-\sqrt{24}\right)^2=\frac{1}{8}\cdot 24=\frac{1\cdot\cancel{24}^{3}}{\cancel{8}\cdot 1}=3$.

589. 1) $2,7+\left(-\sqrt{13}\right)^2=2,7+13=15,7$; 2) $8\left(\sqrt{\frac{5}{8}}\right)^2=8\cdot\frac{5}{8}=\frac{\cancel{8}\cdot 5}{1\cdot\cancel{8}}=5$;

3) $12:\left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2=12:\frac{3}{4}=\frac{{}^{4}\cancel{12}\cdot 4}{1\cdot\cancel{3}}=16$; 4) $\frac{1}{19}\cdot\left(\sqrt{19}\right)^2=\frac{1}{19}\cdot 19=1$.

590. 1) $x^2=25$; $x_1=5$; $x_2=-5$; 2) $x^2=0,36$; $x_1=0,6$; $x_2=-0,6$;
3) $x^2=121$; $x_1=11$; $x_2=-11$; 4) $x^2=-9$; немає розв'язків;
5) $x^2=11$; $x_1=\sqrt{11}$; $x_2=-\sqrt{11}$; 6) $x^2=\frac{4}{9}$; $x_1=\frac{2}{3}$; $x_2=-\frac{2}{3}$.

Відповідь: 1) ±5; 2) $\pm0,6$; 3) ±11; 4) немає розв'язків; 5) $\pm\sqrt{11}$; 6) $\pm\frac{2}{3}$.

591. 1) $x^2=49$; $x_1=7$; $x_2=-7$; 2) $x^2=0,16$; $x_1=0,4$; $x_2=-0,4$;
3) $x^2=169$; $x_1=13$; $x_2=-13$; 4) $x^2=-4$; немає розв'язків;
5) $x^2=5$; $x_1=\sqrt{5}$; $x_2=-\sqrt{5}$; 6) $x^2=\frac{9}{16}$; $x_1=\frac{3}{4}$; $x_2=-\frac{3}{4}$.

Відповідь: 1) ±7; 2) $\pm0,4$; 3) ±13; 4) немає розв'язків; 5) $\pm\sqrt{5}$; 6) $\pm\frac{3}{4}$.

592. 1) $x^2-0,05=0,04$; $x^2=0,04+0,05$; $x^2=0,09$; $\left[\begin{array}{l}x_1=\sqrt{0,09},\\ x_2=-\sqrt{0,09};\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x_1=0,3,\\ x_2=-0,3;\end{array}\right.$
2) $24+x^2=25$; $x^2=25-24$; $x^2=1$; $x_1=1$; $x_2=-1$;
3) $x^2+12=0$; $x^2=-12$; немає розв'язків;
4) $\frac{1}{3}x^2=7$; $x^2=21$; $x_1=\sqrt{21}$; $x_2=-\sqrt{21}$.

Відповідь: 1) $\pm0,3$; 2) ±1; 3) немає розв'язків; 4) $\pm\sqrt{21}$.

593. 1) $x^2+0,01=0,26$; $x^2=0,26-0,01$; $x^2=0,25$; $x_1=0,5$; $x_2=-0,5$;
2) $x^2-14=2$; $x^2=16$; $x_1=4$; $x_2=-4$;
3) $17-x^2=0$; $x^2=17$; $x_1=\sqrt{17}$; $x_2=-\sqrt{17}$;
4) $-\frac{1}{4}x^2=5$; $x^2=-20$; розв'язків немає.

Відповідь: 1) $\pm0,5$; 2) ±4; 3) $\pm\sqrt{17}$. 4) розв'язків немає.

594. Для того, щоб перевірити, чи належить точка графіку функції $y = x^2$, то підставимо значення x в функції і перевіримо рівність y.

1) $M(\sqrt{5}; 5)$, то $y(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 = 5$. Так. 2) $N(7; \sqrt{7})$, то $y(7) = 7^2 = 49$. Ні.

3) $P(-\sqrt{3}; 3)$, то $y(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^2 = 3$. Так.

4) $T(\sqrt{10}; \sqrt{10})$, то $y(\sqrt{10}) = (\sqrt{10})^2 = 10$. Ні.

Відповідь: 1) так; 2) ні; 3) так; 4) ні.

595. Площа квадрата обчислюється за формулою $S = a^2$, де a — сторона квадрата, тобто маємо $a = \sqrt{S}$, $S > 0$.

1) $S = 36$ см², то $a = \sqrt{36} = 6$ см; 2) $S = 49$ дм², то $a = \sqrt{49} = 7$ дм;

3) $S = 0,09$ м², то $a = \sqrt{0,09} = 0,3$ м; 4) $S = \frac{25}{36}$ дм², то $a = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$ дм.

Відповідь: 1) 6 см; 2) 7 дм; 3) 0,3 м; 4) $\frac{5}{6}$ дм.

596. 1) $\left(-(\sqrt{5})^2\right)^2 = (-5)^2 = 25;$

2) $(2\sqrt{5})^2 - (5\sqrt{2})^2 = 2^2(\sqrt{5})^2 - 5^2(\sqrt{2})^2 = 4 \cdot 5 - 25 \cdot 2 = 20 - 50 = -30;$

3) $36 \cdot \left(-\frac{1}{3}\sqrt{17}\right)^2 - \frac{1}{5}(2\sqrt{15})^2 = 36 \cdot \frac{1}{9} \cdot 17 - \frac{1}{5} \cdot 4 \cdot 15 = 4 \cdot 17 - 4 \cdot 3 =$

$= 4 \cdot (17 - 3) = 4 \cdot 14 = 56;$

4) $\sqrt{59,29} + \left(\frac{1}{2}\sqrt{34}\right)^2 = 7,7 + \frac{1}{4} \cdot 34 = 7,7 + \frac{17}{2} = 7,7 + 8,5 = 16,2;$

5) $(-3\sqrt{5})^2 - 3(\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 5 - 3 \cdot 5 = 5 \cdot (9 - 3) = 5 \cdot 6 = 30;$

6) $\left(-\frac{4}{5} \cdot \sqrt{\frac{25}{32}}\right)^2 - \left(\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{8}{9}}\right)^2 = \frac{16}{25} \cdot \frac{25}{32} - \frac{9}{16} \cdot \frac{8}{9} = \frac{16 \cdot 25}{25 \cdot 32_2} - \frac{9 \cdot 8}{_2 16 \cdot 9} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0.$

597. 1) $\left((-\sqrt{7})^2\right)^2 = (7)^2 = 49;$

2) $(3\sqrt{7})^2 - (7\sqrt{3})^2 = 3^2 \cdot 7 - 7^2 \cdot 3 = 9 \cdot 7 - 49 \cdot 3 = 63 - 147 = -84;$

3) $16 \cdot \left(-\frac{1}{2}\sqrt{7}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot (4\sqrt{3})^2 = 16 \cdot \frac{1}{4} \cdot 7 + \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 3 = 4 \cdot 7 + 16 = 28 + 16 = 44;$

4) $\sqrt{70,56} - \left(\frac{1}{2}\sqrt{42}\right)^2 = 8,4 + \frac{1}{4} \cdot 42 = 8,4 - 10,5 = -2,1;$

5) $(5\sqrt{2})^2 - 5(-\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 - 5 \cdot 2 = 50 - 10 = 40;$

6) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{\frac{9}{10}}\right)^2 + \left(-\frac{5}{6}\sqrt{\frac{36}{65}}\right)^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{10} + \frac{25}{36} \cdot \frac{36}{65} = \frac{4}{10} + \frac{25}{65} = \frac{2}{5} + \frac{5}{13} =$

$= \frac{26 + 25}{65} = \frac{51}{65}.$

598. 1) $(x - 2)^2 = 36;$ $\begin{cases} x - 2 = 6, \\ x - 2 = -6; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 8, \\ x_2 = -4; \end{cases}$

2) $(y + 3)^2 = 4;$ $\begin{cases} y + 3 = 2, \\ y + 3 = -2; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1 = -1, \\ y_2 = -5; \end{cases}$

3) $(x - 1)^2 = 0;$ $x - 1 = 0;$ $x = 1;$ 4) $(x + 3)^2 = 7;$ $\begin{cases} x + 3 = \sqrt{7}, \\ x + 3 = -\sqrt{7}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = \sqrt{7} - 3, \\ x_2 = -\sqrt{7} - 3; \end{cases}$

5) $\left(y-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$; $\begin{cases} y-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}, \\ y-\frac{5}{9}=-\frac{2}{9}; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1=\frac{7}{9}, \\ y_2=\frac{3}{9}; \end{cases}$ 6) $(x+5)^2=-9$; розв'язків немає.

Відповідь: 1) 8; −4; 2) −1; −5; 3) 1; 4) $\sqrt{7}-3$; $-\sqrt{7}-3$;

5) $\frac{7}{9}$; $\frac{3}{9}$; 6) розв'язків немає.

599. 1) $(x+1)^2=16$; $\begin{cases} x+1=4, \\ x+1=-4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=3, \\ x_2=-5; \end{cases}$

2) $(y-2)^2=25$; $\begin{cases} y-2=5, \\ y-2=-5; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1=7, \\ y_2=-3; \end{cases}$

3) $(m+2)^2=0$; $m+2=0$; $m=-2$; 4) $(x-2)^2=3$;

$\begin{cases} x-2=\sqrt{3}, \\ x-2=-\sqrt{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\sqrt{3}+2, \\ x_2=-\sqrt{3}+2; \end{cases}$

5) $\left(y-\frac{3}{10}\right)^2=\frac{1}{100}$; $\begin{cases} y-\frac{3}{10}=\frac{1}{10}, \\ y-\frac{3}{10}=-\frac{1}{10}; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1=\frac{1}{10}+\frac{3}{10}, \\ y_2=-\frac{1}{10}+\frac{3}{10}; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1=\frac{4}{10}, \\ y_2=\frac{2}{10}; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1=\frac{2}{5}, \\ y_2=\frac{1}{5}; \end{cases}$

6) $(m-3)^2=-4$; розв'язків немає.

Відповідь: 1) 3; −5; 2) −3; 7; 3) −2; 4) $\sqrt{3}+2$; $-\sqrt{3}+2$;

5) $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{5}$; 6) розв'язків немає.

600. 1) $x^2=0$; $x=0$; 2) $x^2=9$; $x_1=3$; $x_2=-3$; 3) $x^2=-3$; немає коренів;

4) $x^2=\frac{9}{16}$; $x_1=\frac{3}{4}$; $x_2=-\frac{3}{4}$; 5) $x^2=7$; $x_1=\sqrt{7}$; $x_2=-\sqrt{7}$.

601. 1) $\frac{x+1}{6}=\frac{4}{x-1}$; $\begin{cases} (x+1)(x-1)=6\cdot 4, \\ x-1\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-1=24, \\ x\neq 1; \end{cases}$ $x^2=25$; $x_1=5$; $x_2=-5$;

2) $(2x-3)^2+(2x+3)^2=20$; $4x^2-12x+9+4x^2+12x+9=20$;

$8x^2+18=20$; $8x^2=2$; $x^2=\frac{2}{8}$; $x^2=\frac{1}{4}$; $\begin{cases} x_1=\sqrt{\frac{1}{4}}, \\ x_2=-\sqrt{\frac{1}{4}}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\frac{1}{2}, \\ x_2=-\frac{1}{2}. \end{cases}$

Відповідь: 1) ±5, $x\neq 1$; 2) $\pm\frac{1}{2}$.

602. 1) $\frac{x-2}{5}=\frac{12}{x+2}$; $\begin{cases} (x+2)(x-2)=12\cdot 5, \\ x+2\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4=60, \\ x\neq -2; \end{cases}$

$x^2=64$; $x_1=8$; $x_2=-8$;

2) $(3x+1)^2+(3x-1)^2=4$; $9x^2+6x+1+9x^2-6x+1=4$; $18x^2+2=4$;

$18x^2=2$; $x^2=\frac{2}{18}$; $x^2=\frac{1}{9}$; $\begin{cases} x_1=\sqrt{\frac{1}{9}}, \\ x_2=-\sqrt{\frac{1}{9}}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\frac{1}{3}, \\ x_2=-\frac{1}{3}. \end{cases}$

Відповідь: 1) ±8, $x\neq -2$; 2) $\pm\frac{1}{3}$.

603. 1) $\sqrt{7+\sqrt{2+x^2}}=3$; $7+\sqrt{2+x^2}=9$; $\sqrt{2+x^2}=2$; $2+x^2=4$; $x^2=2$;

$\left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{2}, \\ x_2=-\sqrt{2}; \end{array}\right.$

2) $2|x^2-5|+3=5$; $2|x^2-5|=2$; $|x^2-5|=1$;

$\left[\begin{array}{l} x^2-5=1, \\ x^2-5=-1; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2=6, \\ x^2=4; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{6},\ x_2=-\sqrt{6}, \\ x_3=2,\ x_4=-2. \end{array}\right.$

Відповідь: 1) $\pm\sqrt{2}$; 2) $\pm\sqrt{6}$; ± 2.

604. 1) $\sqrt{1+\sqrt{x^2+4}}=2$; $1+\sqrt{x^2+4}=4$; $\sqrt{x^2+4}=3$; $x^2+4=9$; $x^2=5$;

$\left[\begin{array}{l} x_1=\sqrt{5}, \\ x_2=-\sqrt{5}; \end{array}\right.$

2) $2|x^2-4|+1=11$; $2|x^2-4|=10$; $|x^2-4|=5$; $\left[\begin{array}{l} x^2-4=5, \\ x^2-4=-5; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2=9, \\ x^2=-1; \end{array}\right.$

$x^2=-1$ — розв'язків немає; $\left[\begin{array}{l} x_1=3, \\ x_2=-3. \end{array}\right.$ *Відповідь*: 1) $\pm\sqrt{5}$; 2) 3.

605. 1) $\left(\sqrt{b}\right)^2=-b$; $b=0$; 2) $\left(\sqrt{b-4}\right)^2=b-4$; $b-4\ge 0$; $b\ge 4$;

3) $b\left(\sqrt{b}\right)^2=b^2$; $b\ge 0$.

Відповідь: 1) $b=0$; 2) $b\ge 4$; 3) $b\ge 0$.

606. 1) Рівняння $mx^2=1$. має два кореня, якщо $m>0$, $m\in N$.

2) Має один корінь, якщо рівняння $x^2=\frac{1}{m}$, де $\frac{1}{m}=0$, такого значення не існує, $m\ne 0$.

3) Не має коренів, якщо $m<0$.

Відповідь: 1) $m>0$; 2) такого значення не існує, $m\ne 0$; 3) $m<0$.

607. $\left(x^{(x-2)}-\frac{4x-9}{x-2}\right):\left(2x^{(x-2)}-\frac{2x}{x-2}\right)=\frac{x(x-2)-4x+9}{x-2}:\frac{2x(x-2)-2x}{x-2}=$

$=\frac{x^2-2x-4x+9}{x-2}:\frac{2x^2-4x-2x}{x-2}=\frac{x^2-6x+9}{x-2}:\frac{2x^2-6x}{x-2}=$

$=\frac{(x-3)^2\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot 2x(x-3)}=\frac{x-3}{2x}$.

608. Відомо, що $2x-4y=1$, то:

1) $\frac{4}{x-2y}=\frac{2\cdot 4}{2\cdot(x-2y)}=\frac{8}{2x-4y}=\frac{8}{1}=8$;

2) $\frac{8y-4x}{5}=\frac{-2(2x-4y)}{5}=\frac{-2\cdot 1}{5}=-\frac{2}{5}$;

3) $\frac{x^2-4y^2}{2,5x+5y}=\frac{(x-2y)(x+2y)}{2,5(x+2y)}=\frac{x-2y}{\frac{5}{2}}=\frac{2x-4y}{5}=\frac{1}{5}$.

609. 1) $\sqrt{4\cdot 9}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{9}$; $\sqrt{36}=\sqrt{36}$; $6=6$; 2) $\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$; $\frac{5}{6}=\frac{5}{6}$.

610. 1) $|-2,5|+|3,7|=2,5+3,7=6,2$; 2) $\left|\frac{4}{9}\right|\cdot\left|-\frac{3}{16}\right|=\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{16}=\frac{{}^1 4\cdot 3^1}{{}_3 9\cdot 16_4}=\frac{1}{12}$.

611. 1) Якщо $a\ge 0$, то $|5a|=5a$; 2) якщо $b<0$, то $|7b|=-7b$.

Відповідь: 1) $5a$, $a\ge 0$; 2) $-7b$, $b<0$.

612. Враховуючи, що перший годинник йде на 1 хв швидше, а другий на 0,5 с запізнюється за добу і на початку на годинниках однаковий час, то другому годиннику необхідно на 30 хв — 120 діб, першому на 12 годин — 360 хв — 360 діб, однаковий час на годинниках буде 360 діб + 120 діб = 480 діб. Перший годинник пройде 1,5 оберту кола, а другий — 0,5 оберту. *Відповідь:* 480 діб.

§ 17. Властивості арифметичного квадратного кореня

614. 1) Ні; 2) так. *Відповідь:* 1) ні; 2) так.

615. 1) $\sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15$; 2) $\sqrt{16 \cdot 900} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{900} = 4 \cdot 30 = 120$;

3) $\sqrt{0,25 \cdot 1,44} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{1,44} = 0,5 \cdot 1,2 = 0,6$;

4) $\sqrt{0,04 \cdot 169} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{169} = 0,2 \cdot 13 = 2,6$;

5) $\sqrt{2,25 \cdot 0,09 \cdot 100} = \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{100} = 1,5 \cdot 0,3 \cdot 10 = 4,5$;

6) $\sqrt{1,96 \ \ 0,01 \cdot 6,25} = \sqrt{1,96} \cdot \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{6,25} = 1,4 \cdot 0,1 \cdot 2,5 = 0,35$.

616. 1) $\sqrt{36 \cdot 49} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{49} = 6 \cdot 7 = 42$; 2) $\sqrt{100 \cdot 4} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{4} = 10 \cdot 2 = 20$;

3) $\sqrt{0,49 \cdot 1,69} = \sqrt{0,49} \cdot \sqrt{1,69} = 0,7 \cdot 1,3 = 0,91$;

4) $\sqrt{0,09 \cdot 196} = 0,3 \cdot 14 = 4,2$;

5) $\sqrt{1,44 \cdot 0,16 \cdot 400} = \sqrt{1,44} \cdot \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{400} = 1,2 \cdot 0,4 \cdot 20 = 9,6$;

6) $\sqrt{2,89 \cdot 10\,000 \cdot 2,89} = \sqrt{2,89} \cdot \sqrt{10\,000} \cdot \sqrt{0,25} = 1,7 \cdot 100 \cdot 0,5 = 85$.

617. 1) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}$; 2) $\sqrt{\frac{121}{400}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{400}} = \frac{11}{20}$; 3) $\sqrt{\frac{36}{625}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{625}} = \frac{6}{25}$;

4) $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$;

5) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; 6) $\sqrt{44\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{400}{9}} = \frac{\sqrt{400}}{\sqrt{9}} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

618. 1) $\sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8}$; 2) $\sqrt{\frac{289}{900}} = \frac{\sqrt{289}}{\sqrt{900}} = \frac{17}{30}$; 3) $\sqrt{\frac{9}{784}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{784}} = \frac{3}{28}$;

4) $\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$; 5) $\sqrt{1\frac{19}{81}} = \sqrt{\frac{100}{81}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{81}} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$;

6) $\sqrt{42\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{4}} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$.

619. 1) $\sqrt{0,2^2} = |0,21| = 0,2$; 2) $\sqrt{(-0,9)^2} = |-0,9| = 0,9$;

3) $2\sqrt{3^2} = 2|3| = 2 \cdot 3 = 6$; 4) $-3\sqrt{9^2} = -3|9| = -3 \cdot 9 = -27$;

5) $0,5\sqrt{(-10)^2} = 0,5|-10| = 0,5 \cdot 10 = 5$; 6) $-\frac{1}{5}\sqrt{5^2} = -\frac{1}{5} \cdot |5| = -\frac{1}{5} \cdot 5 = -1$;

7) $-3\sqrt{(-7)^2} = -3|-7| = -3 \cdot 7 = -21$; 8) $\frac{2}{7}\sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{2}{7} \cdot \left|\frac{7}{8}\right| = \frac{\not{2} \cdot \not{7}}{\not{7} \cdot \not{8}_4} = \frac{1}{4}$.

620. 1) $\sqrt{1,7^2} = |1,7| = 1,7$; 2) $\sqrt{(-0,3)^2} = |-0,3| = 0,3$; 3) $3\sqrt{4^2} = 3 \cdot |4| = 3 \cdot 4 = 12$;

4) $-2\sqrt{7^2} = -2 \cdot |7| = -2 \cdot 7 = -14$; 5) $\frac{1}{3}\sqrt{(-9)^2} = \frac{1}{3} \cdot |-9| = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$;

6) $-0,1\sqrt{20^2} = -0,1 \cdot |20| = -0,1 \cdot 20 = -2$; 7) $-5\sqrt{(-3)^2} = -5 \cdot |-3| = -5 \cdot 3 = -15$;

8) $\frac{1}{4}\sqrt{\left(\frac{8}{9}\right)^2} = \frac{1}{4} \cdot \left|\frac{8}{9}\right| = \frac{1 \cdot \not{8}^2}{\not{4} \cdot 9} = \frac{2}{9}$.

621. 1) $\sqrt{2\cdot 7}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{35}=\sqrt{5\cdot 7}=\sqrt{5}\cdot\sqrt{7}$; 3) $\sqrt{17b}=\sqrt{17}\cdot\sqrt{b}$;
4) $\sqrt{6p}=\sqrt{6}\cdot\sqrt{p}$.

622. 1) $\sqrt{3\cdot 11}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{11}$; 2) $\sqrt{15}=\sqrt{3\cdot 5}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{19a}=\sqrt{19}\cdot\sqrt{a}$;
4) $\sqrt{10b}=\sqrt{10}\cdot\sqrt{b}$.

623. 1) $\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$; 2) $\sqrt{3\frac{2}{7}}=\sqrt{\frac{23}{7}}=\frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}}$; 3) $\sqrt{\frac{7}{m}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{m}}$; 4) $\sqrt{\frac{p}{23}}=\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{23}}$.

624. 1) $\sqrt{\frac{3}{11}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$; 2) $\sqrt{9\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{19}{2}}=\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{2}}$; 3) $\sqrt{\frac{a}{37}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{37}}$; 4) $\sqrt{\frac{5}{b}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{b}}$.

625. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}=\sqrt{2\cdot 32}=\sqrt{64}=8$; 2) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{50}=\sqrt{2\cdot 50}=\sqrt{100}=10$;
3) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{0,05}=\sqrt{20\cdot 0,05}=\sqrt{1}=1$; 4) $\sqrt{0,9}\cdot\sqrt{2,5}=\sqrt{0,9\cdot 2,5}=\sqrt{2,25}=1,5$;

5) $\sqrt{\frac{1}{7}}\cdot\sqrt{\frac{7}{13}}\cdot\sqrt{\frac{13}{36}}=\sqrt{\frac{1\cdot 7\cdot 13}{7\cdot 13\cdot 36}}=\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{36}}=\frac{1}{6}$;

6) $\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{1}{7}}=\sqrt{\frac{3\cdot 3\cdot 1}{7\cdot 1\cdot 7}}=\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{49}}=\frac{3}{7}$.

626. 1) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}=\sqrt{5\cdot 20}=\sqrt{100}=10$; 2) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{45}=\sqrt{5\cdot 45}=\sqrt{225}=15$;
3) $\sqrt{0,02}\cdot\sqrt{50}=\sqrt{0,02\cdot 50}=\sqrt{1}=1$; 4) $\sqrt{0,4}\cdot\sqrt{0,9}=\sqrt{0,4\cdot 0,9}=\sqrt{0,36}=0,6$;

5) $\sqrt{\frac{5}{7}}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}}\cdot\sqrt{\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{5\cdot 1\cdot 7}{7\cdot 5\cdot 9}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}}=\frac{1}{3}$;

6) $\sqrt{\frac{11}{12}}\cdot\sqrt{\frac{1}{12}}\cdot\sqrt{11}=\sqrt{\frac{11\cdot 1\cdot 11}{12\cdot 12\cdot 1}}=\sqrt{\frac{11^2}{12^2}}=\frac{\sqrt{11^2}}{\sqrt{12^2}}=\frac{11}{12}$.

627. 1) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{18}{2}}=\sqrt{9}=3$; 2) $\frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}=\sqrt{\frac{7,5}{3}}=\sqrt{25}=5$;

3) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{1,5}}=\sqrt{\frac{24}{1,5}}=\sqrt{16}=4$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\sqrt{\frac{3}{27}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$;

5) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{50}}=\sqrt{\frac{8}{50}}=\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$; 6) $\frac{\sqrt{0,27}}{\sqrt{0,75}}=\sqrt{\frac{0,27}{0,75}}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$.

628. 1) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{50}{2}}=\sqrt{25}=5$; 2) $\frac{\sqrt{2,7}}{\sqrt{0,3}}=\sqrt{\frac{2,7}{0,3}}=\sqrt{9}=3$;

3) $\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{2,5}}=\sqrt{\frac{160}{2,5}}=\sqrt{64}=8$; 4) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{72}}=\sqrt{\frac{2}{72}}=\sqrt{\frac{1}{36}}=\frac{1}{6}$;

5) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}}=\sqrt{\frac{12}{27}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$; 6) $\frac{\sqrt{0,18}}{\sqrt{1,28}}=\sqrt{\frac{0,18}{1,28}}=\sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$.

629. 1) $\sqrt{9^4}=\sqrt{9^{2\cdot 2}}=|9^2|=|81|=81$; 2) $\sqrt{2^6}=|2^3|=8$; 3) $\sqrt{5^8}=5^4=625$;
4) $\sqrt{(-2)^{10}}=|(-2)^5|=|-32|=32$; 5) $\sqrt{(-3)^4}=|(-3)^2|=|9|=9$;
6) $\sqrt{(-1)^{12}}=|(-1)^6|=|1|=1$.

630. 1) $\sqrt{10^4}=|10^2|=100$; 2) $\sqrt{3^6}=|3^3|=27$; 3) $\sqrt{2^8}=|2^4|=16$;
4) $\sqrt{(-5)^4}=|(-5)^2|=25$; 5) $\sqrt{(-1)^{10}}=|(-1)^5|=|-1|=1$; 6) $\sqrt{(-2)^{12}}=|-2^6|=64$.

631. 1) $\sqrt{m^2}=|m|$; 2) $4\sqrt{p^2}=4|p|$; 3) $-0,1\sqrt{a^2}=-0,1|a|$; 4) $\frac{17}{\sqrt{c^2}}=\frac{17}{|c|}$.

632. 1) $\sqrt{t^2}=|t|$; 2) $-2\sqrt{b^2}=-2|b|$; 3) $\frac{1}{7}\sqrt{x^2}=\frac{1}{7}|x|$; 4) $\frac{7}{\sqrt{a^2}}=\frac{7}{|a|}$.

633. 1) $\sqrt{4\frac{33}{64}\cdot 52\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{289}{64}}\cdot\sqrt{\frac{841}{16}}=\frac{17}{18}\cdot\frac{29}{4}=\frac{493}{32}=15\frac{13}{32}$;

2) $\sqrt{1\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{1\frac{3}{13}}=\sqrt{\frac{13\cdot 16}{9\cdot 13}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$;

3) $\sqrt{20^2-16^2}=\sqrt{(20-16)(20+16)}=\sqrt{4\cdot 36}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{36}=2\cdot 6=12$;

4) $\sqrt{0,85^2-0,84^2}=\sqrt{(0,85-0,84)(0,85+0,84)}=\sqrt{0,01}\cdot\sqrt{1,69}=$
$=0,1\cdot 1,3=0,13$.

634. 1) $\sqrt{4\frac{21}{25}\cdot 23\frac{73}{81}}=\sqrt{\frac{121}{25}}\cdot\sqrt{\frac{1936}{81}}=\frac{11}{5}\cdot\frac{44}{9}=\frac{484}{45}=10\frac{34}{35}$;

2) $\sqrt{1\frac{1}{36}}\cdot\sqrt{1\frac{12}{37}}=\sqrt{\frac{37\cdot 49}{36\cdot 37}}=\sqrt{\frac{49}{36}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$;

3) $\sqrt{37^2-12^2}=\sqrt{(37-12)(37+12)}=\sqrt{25\cdot 49}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{49}=5\cdot 7=35$;

4) $\sqrt{0,25^2-0,24^2}=\sqrt{(0,25-0,24)(0,25+0,24)}=\sqrt{0,01\cdot 0,49}=$
$=0,1\cdot 0,7=0,07$.

635. 1) $\sqrt{90\cdot 490}=\sqrt{9\cdot 10\cdot 49\cdot 10}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{49}\cdot\sqrt{100}=3\cdot 7\cdot 10=210$;

2) $\sqrt{72\cdot 32}=\sqrt{2\cdot 36\cdot 2\cdot 16}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{16}\cdot\sqrt{4}=6\cdot 4\cdot 2=48$;

3) $\sqrt{4,9\cdot 32,4}=\sqrt{49\cdot 324\cdot 0,1\cdot 0,1}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{324}\cdot\sqrt{0,1^2}=7\cdot 18\cdot 0,1=12,6$;

4) $\sqrt{4,5\cdot 72}=\sqrt{4,5\cdot 2\cdot 36}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{36}=3\cdot 6=18$;

5) $\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{39}=\sqrt{13\cdot 3\cdot 3\cdot 13}=\sqrt{13^2}\cdot\sqrt{3^2}=13\cdot 3=39$;

6) $\sqrt{22}\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{77}=\sqrt{2\cdot 11\cdot 2\cdot 7\cdot 11}=\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{11^2}\cdot\sqrt{7^2}=2\cdot 11\cdot 7=154$.

636. 1) $\sqrt{40\cdot 640}=\sqrt{4\cdot 10\cdot 64\cdot 10}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{64}\cdot\sqrt{100}=2\cdot 8\cdot 10=160$;

2) $\sqrt{45\cdot 125}=\sqrt{5\cdot 9\cdot 5\cdot 25}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{5^2}=3\cdot 5\cdot 5=75$;

3) $\sqrt{14,4\cdot 8,1}=\sqrt{144\cdot 0,1\cdot 81\cdot 0,1}=\sqrt{144}\cdot\sqrt{81}\cdot\sqrt{0,1^2}=12\cdot 9\cdot 0,1=10,8$;

4) $\sqrt{1,6}\cdot\sqrt{90}=\sqrt{16\cdot 0,1\cdot 9\cdot 10}=\sqrt{16\cdot 9}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{9}=4\cdot 3=12$;

5) $\sqrt{17}\cdot\sqrt{34}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{17\cdot 2\cdot 17\cdot 2}=\sqrt{17^2\cdot 2^2}=\sqrt{17^2}\cdot\sqrt{2^2}=17\cdot 2=34$;

6) $\sqrt{63}\cdot\sqrt{18}\cdot\sqrt{14}=\sqrt{7\cdot 9\cdot 9\cdot 2\cdot 2\cdot 7}=\sqrt{7^2\cdot 9^2\cdot 2^2}=\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{9^2}\cdot\sqrt{2^2}=$
$=7\cdot 9\cdot 2=126$.

637. 1) $\sqrt{3^4\cdot 6^2\cdot(-2)^6}=\sqrt{3^4}\cdot\sqrt{6^2}\cdot\sqrt{(-2)^6}=|3^2|\cdot|6|\cdot|(-2)^3|=9\cdot 6\cdot 8=441$;

2) $\sqrt{2^{10}\cdot 5^2}-\sqrt{(-4)^4}=\sqrt{2^{10}}\cdot\sqrt{5^2}-|(-4)^2|=2^5\cdot 5-16=160-16=144$;

3) $\sqrt{25^3}=\sqrt{(5^2)^3}=\sqrt{5^6}=|5^3|=125$;

4) $\sqrt{9^5}=\sqrt{(3^2)^5}=\sqrt{3^{10}}=|3^5|=243$.

638. 1) $\sqrt{(-2)^4\cdot 7^2}-\sqrt{(-3)^6}=\sqrt{(-2)^4}\cdot\sqrt{7^2}-\sqrt{(-3)^6}=|(-2)^2|\cdot|7|-|(-3)^3|=$
$=4\cdot 7-27=28-27=1$;

2) $\sqrt{36^3}=\sqrt{(6^2)^3}=\sqrt{6^6}=|6^3|=216$.

639. 1) $\sqrt{12544} = \sqrt{2^8 \cdot 7^2} = \sqrt{2^8} \cdot \sqrt{7^2} =$ $= 2^4 \cdot 7 = 16 \cdot 7 = 112;$

12 544	2
6272	2
3136	2
1568	2
784	2
392	2
196	2
98	2
49	7
7	7
1	

Тобто 12 544 = $2^8 \cdot 7^2$.

2) $\sqrt{186624} = \sqrt{2^8 \cdot 3^6} = \sqrt{2^8} \cdot \sqrt{3^6} =$ $= |2^4| \cdot |3^3| = 16 \cdot 27 = 432;$

186624	2
93312	2
46656	2
23328	2
11664	2
5832	2
2916	2
1458	2
729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

186 624 = $2^8 \cdot 3^6$.

Відповідь: 1) 114; 2) 432.

640. 1) $\sqrt{0,36x^2}$, якщо $x \ge 0$, то $0,6|x| = 0,6x$;

2) $\sqrt{121y^2}$, якщо $y < 0$, то $11|y| = -11y$;

3) $\sqrt{\frac{1}{9}p^2}$, якщо $p < 0$, то $-3 \cdot \frac{1}{3}|p| = -1 \cdot (-p) = p$; 4) $5\sqrt{x^4}$, то $5|x^2| = 5x^2$;

5) $\sqrt{25a^6}$, якщо $a \ge 0$, то $5 \cdot |a^3| = 5a^3$.

641. 1) $\sqrt{0,49p^2}$, якщо $p \ge 0$, то $0,7|p| = 0,7p$;

2) $\sqrt{\frac{25}{64}m^2}$, якщо $m < 0$, то $\frac{5}{8}|m| = -\frac{5}{8}m$; 3) $7\sqrt{b^8} = 7|b^4| = 7b^4$;

4) $\sqrt{0,01a^{14}}$, якщо $a < 0$, то $0,1 \cdot |a^7| = -0,1a^7$.

642. 1) $\sqrt{25m^2n^{12}}$, якщо $m \le 0$, то $5|m| \cdot |n^6| = -5mn^6$;

2) $\sqrt{\frac{49}{169}m^{14}n^{18}}$, якщо $m \ge 0$, то $\frac{7}{13}|m^7| \cdot |n^9| = -\frac{7}{13}m^7n^9$;

3) $\frac{1}{8}xy^3\sqrt{64x^4y^2}$, якщо $y > 0$, то $\frac{1}{8}xy^3 \cdot 8 \cdot |x^2| \cdot |y| = \frac{1}{8}xy^3 \cdot 8 \cdot x^2 \cdot y = x^3y^4$;

4) $\sqrt{\frac{p^6m^{12}}{x^8}}$, якщо $p < 0$, то $\frac{|p^3|m^6}{x^4} = -\frac{p^3m^6}{x^4}$;

5) $2m^5\sqrt{\frac{p^{20}}{m^2}}$, якщо $m < 0$, то $2m^5 \cdot \frac{p^{10}}{|m|} = -\frac{2m^5 \cdot p^{10}}{m} = -2m^4p^{10}$;

6) $\frac{\sqrt{x^{14}y^{16}z^{26}}}{x^3y^8z^{12}}$, якщо $x > 0$, $z < 0$, то $\frac{|x^7| \cdot y^8 \cdot |z^{13}|}{x^3y^8z^{12}} = -\frac{x^7 \cdot y^8 \cdot z^{13}}{x^3y^8z^{12}} = -x^4z$.

643. 1) $\sqrt{64a^2b^8}$, якщо $a \ge 0$, то $8|a| \cdot b^4 = 8ab^4$;

2) $\frac{1}{10}bc\sqrt{25b^6c^{10}}$, якщо $b<0, c>0$, то $\frac{1}{10}bc \cdot 5|b^3| \cdot |c^5| = -\frac{1}{10}bc \cdot 5b^3 \cdot c^5 = -\frac{1}{2}b^4c^6$;

3) $\sqrt{\frac{x^8y^{12}}{z^2}}$, якщо $z < 0$, то $\frac{x^4y^6}{|z|} = -\frac{x^4y^6}{z}$;

4) $3a^2\sqrt{\frac{b^{14}}{a^4}}$, якщо $b > 0$, то $3a^2\frac{|b^7|}{a^2} = \frac{3a^2b^7}{a^2} = 3b^7$.

644. Відомо, що $x < 0$, $y < 0$.

1) $\sqrt{7xy} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{-x} \cdot \sqrt{-y}$; 2) $\sqrt{\dfrac{2x}{3y}} = \dfrac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{-x}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{-y}}$.

645. 1) $\sqrt{(x-y)^2}$, якщо $x \geq y$, то $|x - y| = x - y$;

2) $\sqrt{(m-n)^2}$, якщо $m < n$, то $|m - n| = n - m$;

3) $\sqrt{x^2 - 10x + 25}$, якщо $x \geq 5$, то $\sqrt{(x-5)^2} = |x-5| = x - 5$;

4) $\sqrt{36 - 12a + a^2}$, якщо $a < 6$, то $\sqrt{(6-a)^2} = |6-a| = 6 - a$;

5) $(x+2)\sqrt{\dfrac{25}{x^2+4x+4}}$, якщо $x > -2$, то

$(x+2) \cdot \dfrac{5}{\sqrt{(x+2)^2}} = (x+2) \cdot \dfrac{5}{|x+2|} = \dfrac{\cancel{(x+2)} \cdot 5}{\cancel{(x+2)}} = 5$;

6) $(a-b)\sqrt{\dfrac{4}{a^2-2ab+b^2}}$, якщо $a < b$, то

$(a-b) \cdot \dfrac{2}{\sqrt{(a-b)^2}} = \dfrac{(a-b) \cdot 2}{|a-b|} = \dfrac{(a-b) \cdot 2}{(b-a)} = -2$.

646. 1) $\sqrt{(m-2)^2}$, якщо $m \geq 2$, то $|m - 2| = m - 2$;

2) $\sqrt{p^2 + 8p + 16}$, якщо $p < -4$, то $\sqrt{(p+4)^2} = |p+4| = -(p+4)$;

3) $(a-5)\sqrt{\dfrac{1}{a^2 - 10a + 25}}$, якщо $a > 5$, то

$(a-5)\dfrac{1}{\sqrt{(a-5)^2}} = \dfrac{(a-5) \cdot 1}{|a-5|} = \dfrac{(a-5)}{(a-5)} = 1$;

4) $(x-1)\sqrt{\dfrac{9}{x^2-2x+1}}$, якщо $x < 1$, то

$(x-1) \cdot \dfrac{3}{\sqrt{(x-1)^2}} = \dfrac{(x-1) \cdot 3}{|x-1|} = \dfrac{(x-1) \cdot 3}{(1-x)} = -3$.

647. 1) $\sqrt{(\sqrt{3}-5)^2} - \left(\sqrt{\sqrt{3}-1}\right)^2 = |\sqrt{3}-5| - (\sqrt{3}-1) = 5 - \cancel{\sqrt{3}} + \cancel{\sqrt{3}} - 1 = 4$;

2) $\sqrt{(3-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{7})^2} = |3-\sqrt{7}| + |2-\sqrt{7}| = 3 - \cancel{\sqrt{7}} + \cancel{\sqrt{7}} - 2 = 1$;

3) $\sqrt{(\sqrt{21}-5)^2} - \left(\sqrt{\sqrt{21}-4}\right)^2 = |\sqrt{21}-5| - |\sqrt{21}-4| = 5 - \sqrt{21} - (\sqrt{21}-4) =$
$= 5 - \sqrt{21} - \sqrt{21} + 4 = 9 - 2\sqrt{21}$;

4) $\sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} = |\sqrt{3}+2| = \sqrt{3} + 2$.

648. 1) $\left(\sqrt{5-\sqrt{8}}\right)^2 - \sqrt{(\sqrt{8}-13)^2} = 5 - \sqrt{8} - |\sqrt{8}-13| = 5 - \sqrt{8} - (\sqrt{8}-13) =$
$= 5 - \cancel{\sqrt{8}} + \cancel{\sqrt{8}} - 13 = -8$;

2) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2} - 1$.

649. 1) $2x^2y^3 - 8xy^5 = 2xy^3(x - 4y^2)$; 2) $49a^2 - 36 = (7a)^2 - 6^2 = (7a - 6)(7a + 6)$;
3) $36m^2n + 27m^2n^8 = 9m^2n(4 + 9n^7)$;

4) $\dfrac{25}{49}m^8 - n^4 = \left(\dfrac{5}{7}m^4\right)^2 - (n^2)^2 = \left(\dfrac{5}{7}m^4 - n^2\right) \cdot \left(\dfrac{5}{7}m^4 + n^2\right)$.

650. 1) $\frac{m^2-4}{6+3m}=\frac{(m-2)(m+2)}{3(m+2)}=\frac{m-2}{3}$; 2) $\frac{a^2+10a+25}{4a+20}=\frac{(a+5)^2}{4(a+5)}=\frac{a+5}{4}$;

3) $\frac{x^2-25}{x^2-10x+25}=\frac{(x-5)(x+5)}{(x-5)^2}=\frac{x+5}{x-5}$;

4) $\frac{x^2-4x+4}{x^3-8}=\frac{(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}=\frac{x-2}{x^2+2x+4}$.

651. $\left(\frac{a}{a-6}-\frac{2a}{a^2-12a+36}\right):\frac{a-8}{36-a^2}+\frac{12a}{a-6}=-a$. Для доведення спростимо ліву частину тотожності:

$\left(\frac{a}{a-6}-\frac{2a}{a^2-12a+36}\right):\frac{a-8}{36-a^2}+\frac{12a}{a-6}=\left(\frac{a}{a-6}-\frac{2a}{a^2-12a+36}\right):$

$:\frac{a-8}{-(a-6)(a+6)}+\frac{12a}{a-6}=\frac{a(a-6)-2a}{(a-6)^2}:\frac{8-a}{(a-6)(a+6)}+\frac{12a}{a-6}=$

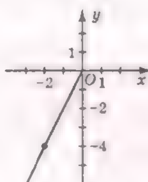
$=\frac{(a^2-6a-2a)\cdot(a-6)(a+6)}{(a-6)^2\cdot(8-a)}+\frac{12a}{a-6}=\frac{(a^2-8a)(a+6)}{(a-6)(8-a)}+\frac{12a}{a-6}=$

$=\frac{a(a-8)(a+6)}{-(a-6)(a-8)}+\frac{12a}{a-6}=-\frac{a(a+6)}{a-6}+\frac{12a}{a-6}=\frac{-a^2-6a+12a}{a-6}=$

$=\frac{-a^2+6a}{a-6}=\frac{-a(a-6)}{(a-6)}=-a$. Тобто ліва частина дорівнює правій.

Маємо $-a=-a$. Доведено.

652. $y=3x+\sqrt{x^2}$, якщо $x\le 0$.



Спростимо вираз:

$3x+\sqrt{x^2}=3x+|x|=3x-x=2x$.

Маємо $y=2x$, $x\le 0$ — пряма.

Якщо $x=0$, то $y=0$;

якщо $x=-2$, то $y=-4$.

653. 1) $18=2\cdot 3^2$; 2) $72=2^3\cdot 3^2$; 3) $175=5^2\cdot 7$; 4) $48=2^6\cdot 7$.

18	2
9	3
3	3
1	

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

175	5
35	5
7	7
1	

448	2 4
224	2
112	2
56	2
28	2
14	2
7	7
1	

Відповідь: 1) $2\cdot 3^2$; 2) $2^3\cdot 3^2$; 4) $5^2\cdot 7$; 4) $2^6\cdot 7$.

654. 1) $2a+3a=5a$; 2) $7b-b=6b$; 3) $5m+m-7m=6m-7m=-m$.

655. 1) $a(3a-4)=3a^2-4a$; 2) $(b-3)(b+2)=b^2+2b-3b-6=b^2-b-6$.

656. Нехай Марійка відвідала три атракціони:

1) Паровозик	16 грн
2) Лебеді	13 грн
3) Батут	15 грн
	44 грн

Богдан відвідав:

1) Електричні машинки	20 грн
2) Веселі гірки	17 грн
3) Батут	15 грн
	52 грн

Тобто максимально батьки би витратили 44 грн + 52 грн = 96 грн.

Відповідь: 96 грн.

658. 1) $7\sqrt{11}+2\sqrt{11}=9\sqrt{11}$; 2) $5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$; 3) $\sqrt{3}+6\sqrt{3}=7\sqrt{3}$;
4) $3\sqrt{7}-\sqrt{7}=2\sqrt{7}$.

659. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2\cdot 5}=\sqrt{10}$; 2) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{11}}=\sqrt{\frac{7}{11}}$; 3) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{3b}$; 4) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\frac{13}{a}}$.

660. 1) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}=\sqrt{21}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{13}}=\sqrt{\frac{2}{13}}$; 3) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{a}=\sqrt{5a}$; 4) $\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{17}{x}}$.

661. 1) $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{63}=\sqrt{9\cdot 7}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{7}=3\sqrt{7}$;
3) $\sqrt{250}=\sqrt{25\cdot 10}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{10}=5\sqrt{10}$; 4) $\sqrt{363}=\sqrt{3\cdot 121}=\sqrt{121}\cdot\sqrt{3}=11\sqrt{3}$;
5) $\sqrt{3^2\cdot 19}=|3|\sqrt{19}=3\sqrt{19}$; 6) $\sqrt{2^4\cdot 7}=|2^2|\cdot\sqrt{7}=4\sqrt{7}$;
7) $\sqrt{5^2\cdot 7^3}=\sqrt{5^2\cdot 7^2\cdot 7}=\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{7}=5\cdot 7\sqrt{7}=35\sqrt{7}$;
8) $\sqrt{5^3\cdot 2^5}=\sqrt{5^2\cdot 5\cdot 2^4\cdot 2}=5\cdot 2^2\cdot\sqrt{10}=5\cdot 4\sqrt{10}=20\sqrt{10}$.

662. 1) $\sqrt{20}=\sqrt{4\cdot 5}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}=5\sqrt{2}$;
3) $\sqrt{27}=\sqrt{9\cdot 3}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{3}=3\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{192}=\sqrt{64\cdot 3}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{3}=8\sqrt{3}$;
5) $\sqrt{5^2\cdot 17}=5\sqrt{17}$; 6) $\sqrt{3^4\cdot 2}=3^2\sqrt{2}=9\sqrt{2}$;
7) $\sqrt{7^2\cdot 2^3}=\sqrt{7^2\cdot 2^2\cdot 2}=\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{2}=7\cdot 2\sqrt{2}=14\sqrt{2}$;
8) $\sqrt{3^5\cdot 5^3}=\sqrt{3^4\cdot 3\cdot 5^2\cdot 5}=\sqrt{3^4}\cdot\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{15}=3^2\cdot 5\sqrt{15}=9\cdot 5\sqrt{15}=45\sqrt{15}$.

663. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{28}=\frac{1}{2}\sqrt{4\cdot 7}=\frac{1}{2}\sqrt{4}\cdot\sqrt{7}=\frac{1}{2}2\sqrt{7}=\sqrt{7}$;
2) $-\frac{3}{5}\sqrt{500}=-\frac{3}{5}\sqrt{5\cdot 100}=-\frac{3}{5}\cdot\sqrt{100}\cdot\sqrt{5}=-\frac{3}{5}\cdot 10\cdot\sqrt{5}=-6\sqrt{5}$;
3) $1,2\sqrt{75}=1,2\sqrt{3\cdot 25}=1,2\sqrt{25}\cdot\sqrt{3}=1,2\cdot 5\sqrt{3}=6\sqrt{3}$;
4) $-1,25\sqrt{48}=-1,25\sqrt{16\cdot 3}=-1,25\sqrt{16}\cdot\sqrt{3}=-1,25\cdot 4\sqrt{3}=5\sqrt{3}$.

664. 1) $0,5\sqrt{44}=0,5\cdot\sqrt{4\cdot 11}=0,5\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{11}=0,5\cdot 2\sqrt{11}=\sqrt{11}$;
2) $-\frac{2}{5}\sqrt{125}=-\frac{2}{5}\sqrt{5\cdot 25}=-\frac{2}{5}\sqrt{25}\cdot\sqrt{5}=-\frac{2}{5}\cdot 5\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$;
3) $0,3\sqrt{300}=0,3\sqrt{100\cdot 3}=0,3\sqrt{100}\cdot\sqrt{3}=0,3\cdot 10\sqrt{3}=3\sqrt{3}$;
4) $-1,5\sqrt{112}=-1,5\sqrt{16\cdot 7}=-1,5\sqrt{16}\cdot\sqrt{7}=-1,5\cdot 4\sqrt{7}=-6\sqrt{7}$.

665. 1) $3\sqrt{2}=\sqrt{9\cdot 2}=\sqrt{18}$; 2) $7\sqrt{5}=\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{49\cdot 5}=\sqrt{245}$;
3) $-2\sqrt{3}=-1\cdot\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{3}=-\sqrt{4\cdot 3}=-\sqrt{12}$;
4) $-5\sqrt{10}=-1\cdot\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{10}=-\sqrt{25\cdot 10}=-\sqrt{250}$;
5) $10\sqrt{m}=\sqrt{10^2}\cdot\sqrt{m}=\sqrt{100m}$; 6) $\frac{1}{2}\sqrt{8x}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{8x}=\sqrt{\frac{1}{4}\cdot 8x}=\sqrt{2x}$;
7) $-0,1\sqrt{10a}=-1\cdot\sqrt{0,1^2}\cdot\sqrt{10a}=-\sqrt{0,01\cdot 10a}=-\sqrt{0,1a}$;
8) $7\sqrt{\frac{1}{7}c}=\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{\frac{1}{7}c}=\sqrt{49\cdot\frac{1}{7}c}=\sqrt{7c}$.

666. 1) $4\sqrt{3}=\sqrt{4^2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{16\cdot 3}=\sqrt{48}$; 2) $2\sqrt{11}=\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{11}=\sqrt{4\cdot 11}=\sqrt{44}$;
3) $-3\sqrt{5}=-1\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=-\sqrt{9\cdot 5}=-\sqrt{45}$; 4) $-7\sqrt{2}=-1\sqrt{7^2}\cdot\sqrt{2}=-\sqrt{49\cdot 2}=-\sqrt{98}$;

5) $5\sqrt{p} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{p} = \sqrt{25p}$; 6) $\frac{1}{3}\sqrt{18x} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \cdot \sqrt{18x} = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 18x} = \sqrt{2x}$;

7) $-0,2\sqrt{10t} = -1 \cdot \sqrt{0,2^2} \cdot \sqrt{10t} = -\sqrt{0,04 \cdot 10t} = -\sqrt{0,4t}$;

8) $6\sqrt{\frac{1}{6}y} = \sqrt{6^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{6}y} = \sqrt{36 \cdot \frac{1}{6}y} = \sqrt{6y}$.

667. 1) $\sqrt{25x} + \sqrt{49x} - \sqrt{36x} = 5\sqrt{x} + 7\sqrt{x} - 6\sqrt{x} = 6\sqrt{x}$;

2) $\sqrt{18} + \sqrt{32} + \sqrt{50} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$
$= 4\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{8a} + \frac{1}{2}\sqrt{200a} - \sqrt{50a} = 2\sqrt{2a} + \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2a} - 5\sqrt{2a} =$

$= 2\sqrt{2a} + 5\sqrt{2a} - 5\sqrt{2a} = 2\sqrt{2a}$;

4) $\sqrt{3m} - \sqrt{p} + \sqrt{12m} = \sqrt{3m} - \sqrt{p} + 2\sqrt{3m} = 3\sqrt{3m} - \sqrt{p}$.

668. 1) $\sqrt{100a} + \sqrt{64a} - \sqrt{121a} = 10\sqrt{a} + 8\sqrt{a} - 11\sqrt{a} = 7\sqrt{a}$;

2) $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{75} = \sqrt{16 \cdot 3} - \sqrt{9 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 3} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$;

3) $\sqrt{5b} - \frac{1}{2}\sqrt{20b} + \sqrt{500b} = \sqrt{5b} - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5b} + 10\sqrt{5b} = \sqrt{5b} - \sqrt{5b} + 10\sqrt{5b} =$

$= 10\sqrt{5b}$;

4) $\sqrt{7a} + \sqrt{b} + \sqrt{63a} = \sqrt{7a} + \sqrt{b} + \sqrt{9 \cdot 7a} = \sqrt{7a} + \sqrt{b} + \sqrt{63a} = 4\sqrt{7a} + \sqrt{b}$.

669. 1) $\sqrt{2}(\sqrt{8} - \sqrt{72}) = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{16} - \sqrt{144} = 4 - 12 = -8$;

2) $(2\sqrt{3} - \sqrt{27} + \sqrt{48})\sqrt{3} = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6\sqrt{9} = 6 \cdot 3 = 18$;

3) $(2 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3}) = 2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} \quad \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} - 3 = -1 - \sqrt{3}$;

4) $(3 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) = 3 + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 3 + 2\sqrt{5} - 5 = 2\sqrt{5} - 2$.

670. 1) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{20}) = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5^2} + \sqrt{100} = 5 + 10 = 15$;

2) $(5\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{50})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2})\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot 2 = 14$;

3) $(1 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \sqrt{2}\sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2} - 2 = 1 - 2\sqrt{2}$;

4) $(2 + \sqrt{7})(1 - \sqrt{7}) = 2 - 2\sqrt{7} + \sqrt{7} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 2 - \sqrt{7} - 7 = -\sqrt{7} - 5$.

671. 1) $(\sqrt{11} + \sqrt{7})(\sqrt{11} - \sqrt{7}) = (\sqrt{11})^2 - (\sqrt{7})^2 = 11 - 7 = 4$;

2) $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$;

3) $(2\sqrt{3} - \sqrt{5})(2\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 3 - 5 = 12 - 5 = 7$;

4) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 - 9 = 2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} + 7 - 9 = 2\sqrt{14}$;

5) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 + 2\sqrt{6} = 2 - 2\sqrt{2}\sqrt{3} + 3 + 2\sqrt{6} = 5$;

6) $(\sqrt{3} - \sqrt{27})^2 = (\sqrt{3} - 3\sqrt{3})^2 = (-2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$.

672. 1) $(\sqrt{19} + \sqrt{3})(\sqrt{19} - \sqrt{3}) = (\sqrt{19})^2 - (\sqrt{3})^2 = 19 - 3 = 16$;

2) $(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = (3)^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7$;

3) $(4\sqrt{3} - \sqrt{19})(4\sqrt{3} + \sqrt{19}) = (4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{19})^2 = 4^2 \cdot 3 - 19 = 16 \cdot 3 - 19 =$
$= 48 - 19 = 29$;

4) $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2-8=(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2-8=3-2\sqrt{15}+5-8=-2\sqrt{15}$;

5) $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-2\sqrt{10}=(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2-2\sqrt{10}=$
$=5+2\sqrt{10}+2-2\sqrt{10}=7$;

6) $(\sqrt{50}+\sqrt{2})^2=(\sqrt{25\cdot2}+\sqrt{2})^2=(5\sqrt{2}+\sqrt{2})^2=(4\sqrt{2})^2=$
$=4^2(\sqrt{2})^2=16\cdot2=32$.

673. 1) $x^2-3=x^2-(\sqrt{3})^2=(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$;

2) $17-a^2=(\sqrt{17})^2-a^2=(\sqrt{17}-a)(\sqrt{17}+a)$;

3) $4a^2-5=(2a)^2-(\sqrt{5})^2=(2a-\sqrt{5})(2a+\sqrt{5})$;

4) $1-2x^2=1^2-(\sqrt{2}x)^2=(1-\sqrt{2}x)(1+\sqrt{2}x)$;

5) $a-9=|a>0|=(\sqrt{a})^2+3^2=(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)$; $a\geq0$;

6) $b-c=(\sqrt{b^2})-(\sqrt{c^2})=(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})$; $b\geq0$, $c\geq0$.

674. 1) $5-x^2=(\sqrt{5})^2-x^2=(\sqrt{5}-x)(\sqrt{5}+x)$;

2) $9m^2-7=(3m)^2-(\sqrt{7})^2=(3m-\sqrt{7})(3m+\sqrt{7})$;

3) $16-3b^2=4^2-(\sqrt{3b})^2=(4-\sqrt{3b})(4+\sqrt{3b})$;

4) $b-2=(\sqrt{b})^2+(\sqrt{2})^2=(\sqrt{b}-\sqrt{2})(\sqrt{b}+\sqrt{2})$; $b\geq0$.

675. 1) $\dfrac{x^2-5}{x+\sqrt{5}}=\dfrac{(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})}{(x+\sqrt{5})}=x-\sqrt{5}$;

2) $\dfrac{7-\sqrt{a}}{49-a}=\dfrac{7-\sqrt{a}}{7^2-(\sqrt{a})^2}=\dfrac{(7-\sqrt{a})}{(7-\sqrt{a})(7+\sqrt{a})}=\dfrac{1}{7+\sqrt{a}}$;

3) $\dfrac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}-(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}=1-\sqrt{2}$;

4) $\dfrac{2\sqrt{3}+3}{5\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{5\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{5\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{5}$.

676. 1) $\dfrac{a^2-3}{a-\sqrt{3}}=\dfrac{(a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3})}{(a-\sqrt{3})}=a+\sqrt{3}$;

2) $\dfrac{5+\sqrt{b}}{25-b}=\dfrac{(5+\sqrt{b})}{5^2-(\sqrt{b})^2}=\dfrac{(5+\sqrt{b})}{(5-\sqrt{b})(5+\sqrt{b})}=\dfrac{1}{5-\sqrt{b}}$;

3) $\dfrac{\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}(1+\sqrt{5})}{\sqrt{5}}=1+\sqrt{5}$;

4) $\dfrac{7\sqrt{2}-2}{3\sqrt{2}}=\dfrac{7\sqrt{2}-(\sqrt{2})^2}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}(7-\sqrt{2})^2}{3\sqrt{2}}=\dfrac{7-\sqrt{2}}{3}$.

677. 1) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$; 2) $\dfrac{10}{\sqrt{5}}=\dfrac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{10\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}}=\dfrac{{}^2\,10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$;

3) $\dfrac{m}{\sqrt{n}}=\dfrac{m\sqrt{n}}{\sqrt{n}\cdot\sqrt{n}}=\dfrac{m\sqrt{n}}{\sqrt{n^2}}=\dfrac{m\sqrt{n}}{n}$; 4) $\dfrac{6}{5\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{5\sqrt{3^2}}=\dfrac{{}^2\,6\sqrt{3}}{5\cdot3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$.

678. 1) $\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$; 2) $\frac{9}{\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}}=\frac{^{3}\not{9}\sqrt{3}}{\not{3}}=3\sqrt{3}$;

3) $\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}$; 4) $\frac{8}{3\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{3\sqrt{2^2}}=\frac{^{4}\not{8}\sqrt{2}}{3\cdot\not{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

679. 1) $\sqrt{13m^2}$, якщо $m\ge 0$, то $\sqrt{13}\,|m|=\sqrt{13}m$; 2) $\sqrt{b^3}=\sqrt{b^2\cdot b}=b\sqrt{b}$;

3) $\sqrt{7a^6}$, якщо $a<0$, то $\sqrt{7}\,|a^3|=-\sqrt{7}a^3$;

4) $\sqrt{16x^7}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{x^6\cdot x}=4\cdot x^3\cdot\sqrt{x}=4x^3\sqrt{x}$.

680. 1) $\sqrt{11x^2}$, якщо $x\ge 0$, то $\sqrt{11}\,|x|=\sqrt{11}x$; 2) $\sqrt{c^5}=\sqrt{c^4\cdot c}=c^2\sqrt{c}$;

3) $\sqrt{2p^{10}}$, якщо $p<0$, то $\sqrt{2}\cdot|p^5|=-\sqrt{2}p$;

4) $\sqrt{36m^{11}}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{m^{10}\cdot m}=6\sqrt{m^{10}}\cdot\sqrt{m}=6m^5\sqrt{m}$.

681. 1) $a\sqrt{2}$, якщо $a\ge 0$, то $\sqrt{a^2}\sqrt{2}=\sqrt{2a^2}$;

2) $b^3\sqrt{5}$, якщо $b<0$, то $\sqrt{(-b^3)^2}\sqrt{5}=\sqrt{5(-b)^6}$;

3) $b\sqrt{\frac{3}{b}}=\sqrt{b^2}\sqrt{\frac{3}{b}}=\sqrt{\frac{b^2\cdot 3}{\not{b}}}=\sqrt{3b}$; 4) $x^3\sqrt{-x}=\sqrt{(x^3)^2}\cdot\sqrt{-x}=\sqrt{x^6\cdot(-x)}=\sqrt{-x^7}$.

682. 1) $b\sqrt{3}$, якщо $b\ge 0$, то $\sqrt{b^2}\sqrt{3}=\sqrt{3b^2}$;

2) $c^5\sqrt{7}$, якщо $c<0$, то $\sqrt{(-c^5)^2}\sqrt{7}=\sqrt{-7c^{10}}$;

3) $x^2\sqrt{\frac{5}{x}}=\sqrt{(x^2)^2}\sqrt{\frac{5}{x}}=\sqrt{\frac{x^{\not{4}3}\cdot 5}{\not{x}}}=\sqrt{5x^3}$; 4) $y\sqrt{-y}=\sqrt{y^2}\sqrt{-y}=\sqrt{-y^3}$.

683. 1) $(\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2+\sqrt{360}=(\sqrt{2})^2-2\cdot3\sqrt{5}\sqrt{2}+(3\sqrt{5})^2+\sqrt{36\cdot10}=$

$=-2-6\not{\sqrt{10}}+9\cdot5+6\not{\sqrt{10}}=2+45=47$;

2) $(3\sqrt{2}+7\sqrt{3})^2-\sqrt{50}=(3\sqrt{2})^2+2\cdot3\sqrt{2}\cdot7\sqrt{3}+(7\sqrt{3})^2-\sqrt{25\cdot6}=$

$=3^2\cdot2+42\sqrt{6}+7^2\cdot3-5\sqrt{6}=9\cdot2+42\sqrt{6}+147-5\sqrt{6}=165+37\sqrt{6}$;

3) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})=(2\sqrt{3})^2-2\cdot2\sqrt{3}\cdot3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2-$

$-\left((2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2\right)=4\cdot3-12\sqrt{6}+9\cdot2-(4\cdot3-9\cdot2)=\not{12}-12\sqrt{6}+18-$

$-\not{12}+18=36-12\sqrt{6}$.

684. 1) $\sqrt{a}-\sqrt{3a}=\sqrt{a}-\sqrt{3}\sqrt{a}=\sqrt{a}(1-\sqrt{3})$;

2) $\sqrt{7p}+4p=\sqrt{7}\sqrt{p}+2\sqrt{p}=\sqrt{p}(\sqrt{7}+2)$;

3) $\sqrt{21}+\sqrt{7}=\sqrt{7\cdot3}+\sqrt{7}=\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{7}=\sqrt{7}(\sqrt{3}+1)$;

4) $\sqrt{6}-\sqrt{10}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}-\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})$;

5) $2\sqrt{m}-\sqrt{6m}=2\sqrt{m}-\sqrt{6}\sqrt{m}=\sqrt{m}(2-\sqrt{6})=\sqrt{2m}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$;

6) $\sqrt{5}x-\sqrt{10x}=\sqrt{5}(\sqrt{x})^2-\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{x}=\sqrt{5x}(\sqrt{x}-\sqrt{2})$.

685. 1) $\sqrt{p}+\sqrt{2p}=\sqrt{p}+\sqrt{2}\sqrt{p}=\sqrt{p}(1+\sqrt{2})$;

2) $\sqrt{42}-\sqrt{6}=\sqrt{6\cdot7}-\sqrt{6}=\sqrt{6}\cdot\sqrt{7}-\sqrt{6}=\sqrt{6}(\sqrt{7}-1)$;

3) $3\sqrt{a}+\sqrt{6a}=(\sqrt{3})^2\sqrt{a}+\sqrt{2}\sqrt{3}(\sqrt{a})^2=\sqrt{3a}(\sqrt{3}+\sqrt{2a})$.

686. 1) $\frac{x+6\sqrt{x}}{x-36}=\frac{(\sqrt{x})^2+6\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2-6^2}=\frac{\sqrt{x}\,\not{(\sqrt{x}+6)}}{(\sqrt{x}-6)\not{(\sqrt{x}+6)}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-6}$;

2) $\dfrac{a+6\sqrt{a}\sqrt{b}+9b}{a-9b}=\dfrac{(\sqrt{a})^2+6\sqrt{ab}+(3\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a})^2-(3\sqrt{b})^2}=\dfrac{(\sqrt{a}+3\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-3\sqrt{b})(\sqrt{a}+3\sqrt{b})}=$

$=\dfrac{\sqrt{a}+3\sqrt{b}}{\sqrt{a}-3\sqrt{b}};$

3) $\dfrac{\sqrt{10}-5}{2-\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{5}\sqrt{2}-(\sqrt{5})^2}{(\sqrt{2})^2-\sqrt{5}\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2,5}.$

687. 1) $\dfrac{a-25}{a-5\sqrt{a}}=\dfrac{(\sqrt{a})^2-5^2}{(\sqrt{a})^2-5\sqrt{a}}=\dfrac{(\sqrt{a}-5)(\sqrt{a}+5)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-5)}=\dfrac{\sqrt{a}+5}{\sqrt{a}};$

2) $\dfrac{x-4\sqrt{x}\sqrt{y}+4y}{x-4y}=\dfrac{(\sqrt{x})^2-4\sqrt{x}\sqrt{y}+(2\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{2y})^2}=\dfrac{(x-2\sqrt{y})^2}{(x-2\sqrt{y})(x+2\sqrt{y})}=$

$=\dfrac{\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}};$

3) $\dfrac{11+\sqrt{22}}{\sqrt{22}+2}=\dfrac{(\sqrt{11})^2+\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}+(\sqrt{2})^2}=\dfrac{\sqrt{11}(\sqrt{11}+\sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{11}+\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{11}{2}}=\sqrt{5,5}.$

688. 1) $\dfrac{15}{\sqrt{6}-1}=\dfrac{15(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)}=\dfrac{15(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6})^2-1}=\dfrac{15(\sqrt{6}+1)}{6-1}=3(\sqrt{6}+1);$

2) $\dfrac{2}{\sqrt{11}+\sqrt{7}}=\dfrac{2(\sqrt{11}-\sqrt{7})}{(\sqrt{11}+\sqrt{7})(\sqrt{11}-\sqrt{7})}=\dfrac{2(\sqrt{11}-\sqrt{7})}{(\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2}=\dfrac{2(\sqrt{11}-\sqrt{7})}{11-7}=$

$=\dfrac{2(\sqrt{11}-\sqrt{7})}{4}=\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{7}}{2};$

3) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{9\cdot 2-4\cdot 3}=$

$=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{18-12}=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6}.$

689. 1) $\dfrac{10}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1}=\dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{3-1}=\dfrac{10(\sqrt{3}-1)}{2}=$

$=5(\sqrt{3}-1);$

2) $\dfrac{3}{\sqrt{15}-\sqrt{3}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-1)}=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5})^2-1}=$

$=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+1)}{5-1}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{5}+1)=\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{4};$

3) $\dfrac{1}{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{(5\sqrt{2}-2\sqrt{5})(5\sqrt{2}+2\sqrt{5})}=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{25\cdot 2-4\cdot 5}=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{50-20}=$

$=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{30}.$

690. 1) $\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2=\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{3-\sqrt{5}}\sqrt{3+\sqrt{5}}+\left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2=$

$= 3 - \sqrt{5} - 2\sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} + 3 + \sqrt{5} = 6 - 2\sqrt{9-5} = 6 - 2\sqrt{4} = 6 - 2 \cdot 2 =$
$= 6 - 4 = 2;$

2) $\frac{15}{11+2\sqrt{30}} + \frac{15}{11-2\sqrt{30}} = \frac{15(11 - 2\sqrt{30} + 11 + 2\sqrt{30})}{(11+2\sqrt{30})(11-2\sqrt{30})} = \frac{15 \cdot 22}{11^2 - (2\sqrt{30})^2} =$
$= \frac{330}{121 - 4 \cdot 30} = \frac{330}{121-120} = \frac{330}{1} = 330;$

3) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} =$
$= \frac{5 + 2\sqrt{15} + 3 + 5 - 2\sqrt{15} + 3}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{16}{5-3} = \frac{16}{2} = 8;$

4) $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{(1-\sqrt{3})^2}{(1+\sqrt{3})^2} + \frac{(1+\sqrt{3})^2}{(1-\sqrt{3})^2} =$
$= \frac{(1-\sqrt{3})^2(1-\sqrt{3})^2 + (1+\sqrt{3})^2(1+\sqrt{3})^2}{(1+\sqrt{3})^2(1-\sqrt{3})^2} =$
$= \frac{(1-2\sqrt{3}+3)(1-2\sqrt{3}+3) + (1+2\sqrt{3}+3)(1+2\sqrt{3}+3)}{((1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}))^2} =$
$= \frac{(4-2\sqrt{3}+3)^2 + (4+2\sqrt{3}+3)^2}{(1-3)^2} =$
$= \frac{16 - 16\sqrt{3} + 12 + 16 + 16\sqrt{3} + 12}{4} = \frac{56}{4} = 14.$

691. 1) $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^2 + 2\sqrt{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7-4\sqrt{3}} +$
$+ \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^2 = |7+4\sqrt{3}| + 2\sqrt{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} + |7-4\sqrt{3}| =$
$= 7 + 4\sqrt{3} + 2\sqrt{7^2 - (4\sqrt{3})^2} + 7 - 4\sqrt{3} = 14 + 2\sqrt{49-48} =$
$= 14 + 2\sqrt{1} = 14 + 2 = 16;$

2) $\frac{3}{10-3\sqrt{11}} + \frac{3}{10+3\sqrt{11}} = \frac{3(10 + 3\sqrt{11} + 10 - 3\sqrt{11})}{(10-3\sqrt{11})(10+3\sqrt{11})} = \frac{60}{10^2 - (3\sqrt{11})^2} =$
$= \frac{60}{100 - 9 \cdot 11} = \frac{60}{100-99} = \frac{60}{1} = 60;$

3) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{6})^2 + (\sqrt{7}-\sqrt{6})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})} =$
$= \frac{7 + 2\sqrt{7}\sqrt{6} + 6 + 7 - 2\sqrt{7}\sqrt{6} + 6}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{6})^2} = \frac{26}{7-6} = \frac{26}{1} = 26;$

4) $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{(1-\sqrt{5})^2} + \frac{(1-\sqrt{5})^2}{(1+\sqrt{5})^2} =$
$= \frac{(1+5+2\sqrt{5})^2(1+\sqrt{5})^2 + (1-\sqrt{5})^2(1-\sqrt{5})^2}{((1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5}))^2} =$

$$=\frac{(1+5+2\sqrt{5})(1+5+2\sqrt{5})+(1+5-2\sqrt{5})(1+5-2\sqrt{5})}{(1-5)^2}=$$

$$=\frac{(6+2\sqrt{5})^2+(6-2\sqrt{5})^2}{(-4)^2}=\frac{36+24\sqrt{5}+20+36-24\sqrt{5}+20}{16}=$$

$$=\frac{56+56}{16}=\frac{2\cdot 56}{16}=7.$$

692. $\frac{1}{1+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}}+\frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{45}+\sqrt{49}}=\frac{1-\sqrt{5}}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}+$

$$+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{9}}{(\sqrt{5}+\sqrt{9})(\sqrt{5}-\sqrt{9})}+\frac{\sqrt{9}-\sqrt{13}}{(\sqrt{9}+\sqrt{13})(\sqrt{9}-\sqrt{13})}+\ldots+\frac{\sqrt{45}-7}{(\sqrt{45}+\sqrt{49})(\sqrt{45}-7)}=$$

$$=\frac{1-\sqrt{5}}{1-5}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{9}}{5-9}+\frac{\sqrt{9}-\sqrt{13}}{9-13}+\ldots+\frac{3\sqrt{5}-7}{45-49}=\frac{1-\sqrt{5}}{-4}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{9}}{-4}+\frac{\sqrt{9}-\sqrt{13}}{-4}+$$

$$+\ldots+\frac{3\sqrt{5}-7}{-4}=\frac{1-\sqrt{5}+\sqrt{5}-\sqrt{9}+\sqrt{9}-\sqrt{13}}{-4}+\ldots+\frac{3\sqrt{5}-7}{-4}=$$

$$=\frac{1-7}{-4}=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2}=1,5.$$

693. 1) $\frac{\sqrt{m}+1}{m\sqrt{m}+m+\sqrt{m}}:\frac{1}{m^2-\sqrt{m}}=\frac{(\sqrt{m}+1)\cdot\sqrt{m}(\sqrt{m^3}-1)}{\sqrt{m}(m+\sqrt{m}+1)}=$

$$=\frac{(\sqrt{m}+1)(\sqrt{m}-1)(m+\sqrt{m}+1)}{(m+\sqrt{m}+1)}=(\sqrt{m})^2-1=m-1;$$

3) $\frac{a+b}{\sqrt{ab}-b}-\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{a+b}{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}-\frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{a+b-2\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=$

$$=\frac{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2-2\sqrt{ab}}{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{b}};$$

4) $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right):\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}-(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}:\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=$

$$=\frac{x-(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{x-x+y}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}:\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})\sqrt{y}}=$$

$$=\frac{(\sqrt{y})^2}{\sqrt{y}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}=\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}.$$

694. 1) $\frac{216^6}{36^4}=\frac{(6^3)^3}{(6^2)^2}=\frac{6^9}{6^8}=6^{9-8}=6;$

2) $\frac{81^6}{27^8}=\frac{(3^4)^6}{(3^3)^8}=\frac{3^{24}}{3^{24}}=1;$

3) $\frac{4^8\cdot 16}{64^3}=\frac{(2^2)^8\cdot 2^4}{(2^6)^3}=\frac{2^{16}\cdot 2^4}{2^{18}}=\frac{2^{20}}{2^{18}}=2^{20-18}=2^2=4;$

4) $\frac{2^8\cdot 13^8}{26^7}=\frac{2^8\cdot 13^8}{(2\cdot 13)^7}=\frac{2^8\cdot 13^8}{2^7\cdot 13^7}=2\cdot 13=26.$

695. 1) $\frac{2x+1}{x}-\frac{1}{x-1}=\frac{2x^2}{x^2-x}$; $\frac{(2x+1)(x-1)-x}{x(x-1)}=\frac{2x^2}{x(x-1)}$;

$\begin{cases} 2x^2-2x+x-1-x=2x^2, \\ x\neq 0, \\ x-1\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x-1=0, \\ x\neq 0, \\ x\neq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x=1, \\ x\neq 0, \\ x\neq 1; \end{cases}$ $x=-\frac{1}{2}$.

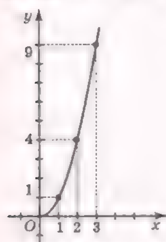
Відповідь: $-\frac{1}{2}$; $x\neq 0$; $x\neq 1$.

696. 1) Нехай $\sqrt{10n-3}=k$, $n\in N$, $k\in N$, то маємо $\sqrt{10n-3}=k^2$; $10n-3=k^2$; $10n=k^2+3$; k^2+3 повинно бути кратним 10, так як $n=(k^2+3):10$, але це неможливо, тому що $0^2=0$, $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$ і т. д. Тобто квадрат натурального числа не може закінчуватися: $0+3=3$; $1+3=4$; $4+3=7$; $9+3=12$ і т. д.

Тобто число не може закінчуватися на 7, якщо число k закінчується на 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 0. Отже, наше припущення невірно і $\sqrt{10n-3}$ не може бути натуральним числом. доведено.

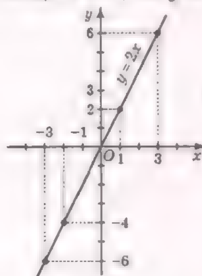
697. $y=x^2$, де $x\geq 0$, парабола I чверті.

x	0	1	2	3
y	0	1	4	9



Область значень: [0; +μ).

698. $y=2x$ — пряма; якщо $x=0$, то $y=0$; якщо $x=1$, то $y=2$.



1) Якщо $x=-2$, то $y=-6$; якщо $x=1$, то $y=2$.
2) Якщо $y=-2$, то $x=-1$; якщо $y=6$, то $x=3$.
3) $y>3$, то $x_1=2$, $x_2=3$; $y<3$, то $x_1=0$, $x_2=-1$.

699. Нехай дано $\frac{21n+4}{14n+3}$, $n\in N$. Спростимо вираз:

$$\frac{21n+4}{14n+3}=\frac{21n+7n+3+1}{14n+3}=\frac{14n+3}{14n+3}+\frac{7n+1}{14n+3}=1+\frac{7n+1}{14n+3}=$$

$$=1+\frac{7\left(n+\frac{1}{7}\right)}{7\left(2n+\frac{3}{7}\right)}=1+\frac{n+\frac{1}{7}}{2n+\frac{3}{7}}.$$

Маємо, що якщо n — натуральне число, то дробі $\frac{1}{7}$ і $\frac{3}{7}$ — нескінченні неперіодичні дроби, тобто $\frac{n+\frac{1}{7}}{2n+\frac{3}{7}}$ — нескоротний дріб. Доведено.

§ 19. Функція $y=\sqrt{x}$, її графік і властивості

700. $y(9)=\sqrt{9}=3$; $y(0)=\sqrt{0}=0$; $y(81)=\sqrt{81}=8$. *Відповідь*: 3; 0; 9.

701. Якщо $x=1$, то $y=\sqrt{1}=1$; якщо $x=4$, то $y(4)=\sqrt{4}=2$; якщо $x=100$, то $y(100)=\sqrt{100}=10$. *Відповідь*: 1) 1; 2; 10.

702. $y=\sqrt{x}$, мал. 16

1)

x	1,5	3	4	6,5
y	1,3	1,7	2	2,6

2)

x	1	2,5
y	1	6,3

3) $y>2$; якщо $x=9$, то $y=3$; якщо $x=16$, то $y=4$;
$y<2$; якщо $x=0$, то $y=0$; якщо $x=1$, то $y=1$.

703. $y=\sqrt{x}$. мал. 16

1)

x	0,5	2	5,5
y	0,7	1,4	2,35

2)

x	1	2,5
y	1	6,3

3) $y>1$, то $x_1=2$; $x_2=3$; $y<1$, то $x_1=0{,}5$; $x_2=0{,}7$.

704. Для визначення, чи належить точка графіку функції $y=\sqrt{x}$, підставимо значення x в функцію і перевіримо рівність y.

1) $A(36;\ 4)$, то $y(36)=\sqrt{36}=6$, ні; 2) $B(4;\ 16)$, то $y(4)=\sqrt{4}=2$, ні;

3) $C(-4;\ 2)$, то $y(-2)=\sqrt{-4}=2$ не існує, ні; 4) $D(0;\ 0)$, то $y(0)=0$, так;
5) $M(1;\ -1)$, то $y(1)=1$, ні; 6) $P(0{,}5;\ 0{,}25)$, то $y(0{,}5)=0{,}7$, ні.
Відповідь: 1) ні; 2) ні; 3) не існує, ні; 4) так; 5) ні; 6) ні.

705. Для перевірки, чи належить точка графіку функції $y=\sqrt{x}$, підставимо значення x в функцію і перевіримо рівність y.

1) $F(16;\ 6)$, то $y(16)=\sqrt{16}=4$, ні; 2) $K(-36;\ 0)$, то $y(-36)=\sqrt{-36}$ не існує, ні;

3) $L(5;\ 25)$, то $y(5)=\sqrt{5}=2{,}3$; ні; 4) $N(0{,}9;\ 0{,}81)$, то $y(0{,}9)=\sqrt{0{,}9}=0{,}3$; ні.
Відповідь: 1) ні; 2) не існує, ні; 3) ні; 4) ні.

706. 1) $2\sqrt{3}>\sqrt{11}$; $\sqrt{12}>\sqrt{11}$; $12>11$; 2) $\sqrt{29}>2\sqrt{7}$; $\sqrt{29}>\sqrt{28}$; $29>28$;
3) $3\sqrt{5}>2\sqrt{10}$; $\sqrt{45}>\sqrt{40}$; $45>40$; 4) $4\sqrt{3}<3\sqrt{7}$; $\sqrt{48}<\sqrt{63}$; $48<63$.
Враховуємо, що функція $y=\sqrt{x}$ зростаюча на всій області визначення, тобто більшому значенню x відповідає більше значення y.

707. 1) $5\sqrt{2}<\sqrt{51}$; $\sqrt{50}<\sqrt{51}$; $50<51$; 2) $\sqrt{146}<7\sqrt{3}$; $\sqrt{146}<\sqrt{147}$; $146<147$;
3) $2\sqrt{5}>3\sqrt{2}$; $\sqrt{20}>\sqrt{18}$; $20>18$; 4) $2\sqrt{7}>3\sqrt{3}$; $\sqrt{28}>\sqrt{27}$; $28>27$.

708. 1) $\frac{2}{3}\sqrt{45}<\frac{1}{2}\sqrt{84}$; $\sqrt{\frac{4}{9}\cdot 45}<\sqrt{\frac{1}{4}\cdot 84}$; $\sqrt{20}<\sqrt{21}$; $20<21$;

2) $0{,}2\sqrt{1\frac{3}{8}}=0{,}4\sqrt{\frac{11}{32}}$; $\sqrt{\frac{1}{25}\cdot\frac{11}{8}}=\sqrt{\frac{\not{4}\cdot 11}{25\cdot \not{32}_4}}$; $\sqrt{\frac{11}{200}}=\sqrt{\frac{11}{200}}$; $\frac{11}{200}=\frac{11}{200}$.

709. 1) $\frac{3}{4}\sqrt{48}=\frac{3}{5}\sqrt{75}$; $\sqrt{\frac{9}{16}\cdot\frac{48}{1}}=\sqrt{\frac{9}{25}\cdot\frac{75}{1}}$; $\sqrt{9\cdot 3}=\sqrt{9\cdot 3}$; $\sqrt{27}=\sqrt{27}$; $27=27$;

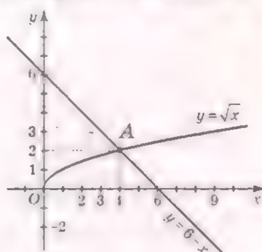
2) $0{,}3\sqrt{1\frac{4}{9}}>0{,}2\sqrt{1\frac{3}{4}}$; $\sqrt{\frac{9}{100}\cdot\frac{13}{9}}=\sqrt{\frac{1}{25}\cdot\frac{7}{4}}$; $\sqrt{\frac{13}{100}}>\sqrt{\frac{7}{100}}$; $\frac{13}{100}>\frac{7}{100}$.

710. 1) Якщо $0 \le x \le 4$, то область значень для функції $y = \sqrt{x}$ — $0 \le y \le 2$.

2) Якщо $1 \le x \le 9$, то область значень для функції $y = \sqrt{x}$ — $1 \le y \le 3$.

Відповідь: 1) $0 \le y \le 2$; 2) $1 \le y \le 3$.

711. $\sqrt{x} = 6 - x$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = \sqrt{x}$ і $y = 6 - x$ і знайдемо точки перетину графіків, значення x і будуть розв'язком рівняння.



$y = \sqrt{x}$, $x \ge 0$

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

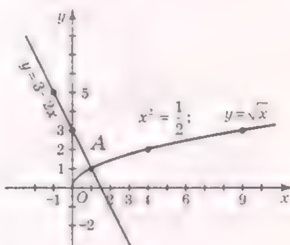
$y = 6 = x$ — пряма

x	0	6
y	6	0

$A(4;\ 2)$ — точка перетину графіків функцій $y = \sqrt{x}$ і $y = 6 - x$, тобто $x = 4$ — розв'язок рівняння.

Відповідь: 4.

712. $3 - 2x = \sqrt{x}$. Для розв'язання рівняння побудуємо графіки функцій $y = \sqrt{x}$ і $y = 3 - 2x$ — пряма. Знайдемо точки перетину графіків, де значення x і буде розв'язком рівняння.



$y = \sqrt{x}$, $x \ge 0$

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

$y = 3 - 2x$

x	0	−1
y	3	5

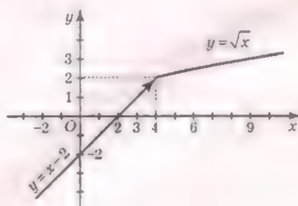
Точка $A(1;\ 1)$ є спільна точка для графіків функцій $y = \sqrt{x}$ і $y = 3 - 2x$, тобто $x = 1$.

Відповідь: 1.

713. 1) $y = \begin{cases} x - 2, \text{ якщо } x < 4, \\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x \ge 4. \end{cases}$ Побудуємо графік функції $y = x - 2$ — пряма на інтервалі $x < 4$ і $y = \sqrt{x}$ на інтервалі $x \ge 4$.

$y = x - 2$ — пряма

x	4	0
y	2	−2

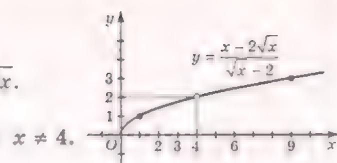


$y = \sqrt{x}$, $x \ge 0$

x	4	9
y	2	3

Відповідь: $(4;\ 2)$.

2) $y = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$. Спростимо вираз:



$$\frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x})^2 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)} = \sqrt{x}.$$

Маємо $y = \sqrt{x}$, $x = -\sqrt{2}$, $x \geq 0$; $\sqrt{x} \neq 2$; $x \neq 4$.

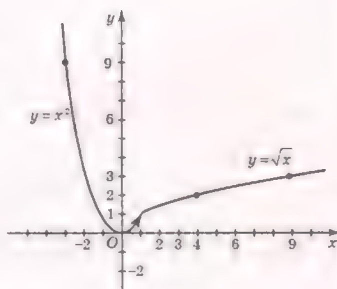
$y = \sqrt{x}$

x	0	1	4	9
y	0	1	2	3

Відповідь: 1(4; 2).

714. 1) $y = \begin{cases} x^2, \text{ якщо } x < 1, \\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x \geq 1. \end{cases}$

Побудуємо графік функції $y = x^2$ на інтервалі $x < 1$ і $y = \sqrt{x}$ для $x \geq 1$.



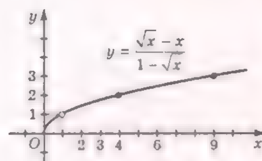
$y = x^2$ — парабола

x	1	0	−2	−3
y	1	0	4	9

$y = \sqrt{x}$

x	1	4	9
y	1	2	3

2) $y = \frac{\sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}}$. Спростимо вираз:



$$\frac{\sqrt{x} - x}{1 - \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - (\sqrt{x})^2}{1 - \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})}{(1 - \sqrt{x})} = \sqrt{x}.$$

Маємо функцію $y = \sqrt{x}$, $x \geq 0$;

$1 - \sqrt{x} \neq 0$; $\sqrt{x} \neq 1$; $x \neq 1$.

Відповідь: (1; 1).

715. 1) $\sqrt{x} = \frac{2}{3}$; $x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$; $x = \frac{4}{9}$; 2) $\sqrt{x} = -5$; розв'язків немає;

3) $x^2 = 16$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = \sqrt{16}, \\ x_2 = -\sqrt{16}; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 4, \\ x_2 = -4; \end{array}\right.$ 4) $x^2 = -1$; розв'язків немає.

Відповідь: 1) $\frac{4}{9}$; 2) розв'язків немає; 3) ±4; 4) розв'язків немає.

716. 1) $\sqrt{c^5} = \sqrt{c^4 \cdot c} = |c^2| \cdot \sqrt{c} = c^2\sqrt{c}$; 2) $\sqrt{3b^{10}}$, якщо $b < 0$, то $\sqrt{3}\,|b^5| = -\sqrt{3}b^5$.

Відповідь: 1) $c^2\sqrt{c}$; 2) $-\sqrt{3}b^5$.

717. $\left(\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}\right)^2 + 2\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} + \left(\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}\right)^2 =$

$= |9 + 4\sqrt{5}| + 2\sqrt{(9 + 4\sqrt{5})(9 - 4\sqrt{5})} + |9 - 4\sqrt{5}| = 9 + 4\sqrt{5} + 2\sqrt{9^2 + (4\sqrt{5})^2} +$

$+9 - 4\sqrt{5} = 18 + 2\sqrt{81 - 80} = 18 + 2 \cdot \sqrt{1} = 18 + 2 = 20.$

Відповідь: 20.

718. $13\frac{1}{1997}\cdot 20\frac{1973}{2000}-6\frac{1991}{2000}\cdot 4\frac{3}{1997}+\frac{3}{400}=13\frac{1}{1997}\cdot\left(21-\frac{27}{2000}\right)-$

$-\left(7-\frac{9}{2000}\right)\cdot 4\frac{3}{1997}+\frac{3}{400}=3\cdot 13\frac{1}{1997}\left(7-\frac{9}{2000}\right)-\left(7-\frac{9}{2000}\right)\cdot 4\frac{3}{1997}+$

$+\frac{3}{400}=\left(7-\frac{9}{2000}\right)\left(3\cdot\left(13+\frac{1}{1997}\right)-\left(4+\frac{3}{1997}\right)\right)+\frac{3}{400}=$

$=\left(7-\frac{9}{2000}\right)\left(39+\frac{3}{1997}-4-\frac{3}{1997}\right)+\frac{3}{400}=\left(7-\frac{9}{2000}\right)(35)+\frac{3}{400}=$

$=35\cdot 7-\frac{9\cdot 35^{7}}{_{400}2000}+\frac{3}{400}=245-\frac{63}{400}+\frac{3}{400}=245-\frac{60}{400}=245-\frac{6}{40}=$

$=245-\frac{3}{20}=244\frac{17}{20}=244,85.$ *Відповідь*: 244,85.

Домашня самостійна робота № 4

1. $y=x^2$, якщо $x=-3$, то $y(-3)=(-3)^2=9$. *Відповідь*: В.
   2) *Відповідь*: Б.
3. *Відповідь*: Г.
4. $5\cdot\sqrt{0,16}-2\sqrt{1\frac{9}{16}}=5\cdot 04-2\cdot\sqrt{\frac{25}{16}}=2-2\cdot\frac{5}{4}=2-\frac{5}{2}=2-2,5=-0,5.$
   Відповідь: А.
5. $x^2=36;\ x_1=6;\ x_2=-6.$ *Відповідь*: Б.
6. $\frac{2\sqrt{3}+3}{7\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{7\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{7\sqrt{3}}=\frac{1}{7}(2+\sqrt{3}).$ *Відповідь*: В.
7. *Відповідь*: Г.
8. $3\sqrt{\frac{x}{4}}-6=0;\quad 3\sqrt{\frac{x}{4}}=6;\quad \sqrt{\frac{x}{4}}=2;\quad \frac{x}{4}=4;\quad x=16.$ *Відповідь*: Б.
9. $\sqrt{7a^{10}}=\sqrt{7(a^5)^2}=\sqrt{7}\,|a^5|$, якщо $a<0$, то $-\sqrt{7}a^5=-a^5\sqrt{7}$. *Відповідь*: А.
10. $\sqrt{(\sqrt{13}-12)^2}+\sqrt{(\sqrt{13}-2)^2}=|\sqrt{13}-12|+|\sqrt{13}-2|=|12-\sqrt{13}+\sqrt{13}-2|=10.$
    Відповідь: В.
11. $ax^2=-9;\ x^2=-\frac{9}{a}$ має два кореня, якщо $a<0$. *Відповідь*: В.
12. $\left(\sqrt{9-4\sqrt{5}}-\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right)^2=\left(\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{9-4\sqrt{5}}\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right)^2=$
    $=9-4\sqrt{5}-2\sqrt{81-80}+9+4\sqrt{5}=18-2\sqrt{1}=18-2=16.$ *Відповідь*: Г.

Завдання для перевірки знань до §§ 13–19

1. Якщо $x=-4$, то $y(-4)=(-4)^2=16$. Якщо $x=7$, то $y(7)=7^2=49$.
   Відповідь: 16; 49.
2. 1) $\sqrt{9}$ має зміст, $9>0$; 2) $\sqrt{-4}$; $-4<0$, не має змісту;

   3) $\sqrt{0}$; має зміст; 4) $\sqrt{3,7}$; $3,7>0$, має зміст.

   Відповідь: 1) так; 2) ні; 3) так; 4) так.
3. 1) Натуральні числа; 2; 5. 2) Раціональні числа: 2; $1\frac{4}{5}$; 5; 0.

   3) Цілі недодатні числа: -8. 4) Ірраціональні числа: $\sqrt{3}$; $-\sqrt{8}$.

4. 1) $\sqrt{2\frac{14}{25}} - 10\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{64}{25}} - 10 \cdot 0,2 = \frac{8}{5} - 2 = 1,6 - 2 = -0,4;$

2) $\left(-3\sqrt{5}\right)^2 = (-3)^2\left(\sqrt{5}\right)^2 = 9 \cdot 5 = 45;$

3) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1,6} = \sqrt{0,1 \cdot 1,6} = \sqrt{0,16} = 0,4;$

4) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{1,5}} = \sqrt{\frac{6}{1,5}} = \sqrt{4} = 2.$ *Відповідь*: 1) −0,4; 2) 45; 3) 0,4; 4) 2.

5. 1) $\sqrt{x} = \frac{3}{4};\ x = \left(\frac{3}{4}\right)^2;\ x = \frac{9}{16};$ 2) $\sqrt{x} = -1;$ немає коренів;

3) $x^2 = 9;\ x_1 = 3;\ x_2 = -3;$ 4) $x^2 = -4;$ немає коренів.

Відповідь: 1) $\frac{9}{16}$; 2) немає коренів; 3) ±3; 4) немає коренів.

6. 1) $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}} = \frac{x^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2}{x + \sqrt{3}} = \frac{\left(x - \sqrt{3}\right)\left(x + \sqrt{3}\right)}{\left(x + \sqrt{3}\right)} = x - \sqrt{3};$

2) $\frac{4\sqrt{7} + 7}{5\sqrt{7}} = \frac{4\sqrt{7} + \left(\sqrt{7}\right)^2}{5\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}\left(4 + \sqrt{7}\right)}{5\sqrt{7}} = \frac{4 + \sqrt{7}}{5}.$

Відповідь: 1) $x - \sqrt{3}$; 2) $\frac{4 + \sqrt{7}}{5}$.

7. 1) $\frac{3}{5}\sqrt{50} > \frac{2}{5}\sqrt{75};\ \sqrt{\frac{9}{25} \cdot 50} > \sqrt{\frac{4}{25} \cdot 75};\ \sqrt{9 \cdot 2} > \sqrt{4 \cdot 3};\ \sqrt{18} > \sqrt{12};\ 18 > 12;$

2) $0,2\sqrt{2\frac{3}{8}} = 0,4\sqrt{\frac{19}{32}};\ \sqrt{\frac{1}{25} \cdot \frac{19}{8}} = \sqrt{\frac{4}{25} \cdot \frac{19}{32_8}};\ \sqrt{\frac{19}{25 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{19}{25 \cdot 8}};$

$\frac{19}{25 \cdot 8} = \frac{19}{25 \cdot 8}.$

8. 1) $\sqrt{b^7} = \sqrt{b \cdot b^6} = \sqrt{b \cdot (b^3)^2} = |b^3|\sqrt{b};$

2) $\sqrt{5m^6} = \sqrt{5(m^3)^2} = \sqrt{5}\,|m^3|,$ якщо $m < 0$, то $= -m^3\sqrt{5}.$

Відповідь: 1) $|b^3|\sqrt{b}$; 2) $-m^3\sqrt{5}$.

9. $\left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\right)^2 + 2\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + \left(\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right)^2 =$

$= |5 - 2\sqrt{6}| + 2\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} + |5 + 2\sqrt{6}| = 5 - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} +$

$+ 5 + 2\sqrt{6} = 10 + 2 \cdot 1 = 12.$ *Відповідь*: 12.

10. $y = \begin{cases} 6 - x, \text{ якщо } x < 4, \\ \sqrt{x}, \text{ якщо } x \geq 4. \end{cases}$

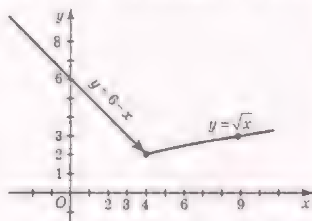
Побудуємо графік функції $y = 6 - x$, якщо $x < 4$, — це пряма, і $y = \sqrt{x}$ на інтервалі $x \geq 4$.

$y = 6 - x$

x	4	0
y	2	6

$y = \sqrt{x},\ x \geq 0$

x	4	9
y	2	3

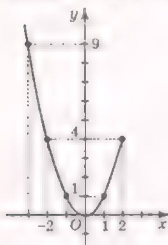


11. $\sqrt{(\sqrt{7}-13)^2}+\sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}=|\sqrt{7}-13|+|\sqrt{7}-2|=\sqrt{7}-13+\sqrt{7}-2=13-2=11.$
Відповідь: 11.

719. Для функції $y = x^2$ область визначення: $D_f = (-\mu; +\mu)$; область значень: $E = [0; +\mu)$.

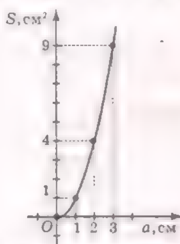
720. $y = x^2$, $-3 \le x \le 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	9	4	1	0	1	4



721. $S = a^2$, a — сторона квадрата в см, $a > 0$.

a	0	1	2	3
S	0	1	4	9



722. 1) Враховуючи, що $S = a^2$, то якщо a збільшиться в 3 рази, то $a_1 = 3a$, маємо $S_1 = (3a)^2 = 9a^2$ в 9 разів збільшиться площа, якщо a зменшиться в 9 разів, то $a_2 = \frac{a}{9}$, маємо $S_2 = \left(\frac{a}{9}\right)^2 = \frac{a^2}{81}$, то площа зменшиться в 81 раз.
Відповідь: збільшиться в 9 разів; зменшиться в 81 раз.
2) Для того, щоб площа збільшилася в 4 рази, треба сторону збільшити в 2 рази; для того, щоб площа зменшилася в 25 разів, сторону треба зменшити в 5 разів.
Відповідь: збільшиться в 2 рази; зменшиться в 5 разів.

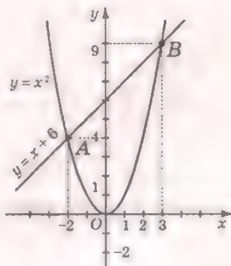
723. $A(m; n)$, де $m \ne 0$, $n \ne 0$ належить за умовою графіку функції $y = x^2$, то:
1) $B(m; -n)$ не належить, тому що $-n < 0$;
2) $C(-m; n)$ належить, тому що $(-m^2) = n$;
3) $D(-m; -n)$ не належить, тому що $-m < 0$.
Відповідь: 1) ні; 2) так; 3) ні.

724. Побудуємо графіки $y = x^2$ і $y = x + 6$ в одній системі координат.
$y = x^2 y\ x + 6$
$y = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

$y = x + 6$

x	0	-6
y	6	0



$A(-2; 4)$; $B(3; 9)$.
Відповідь: $A(-2; 4)$ і $B(3; 9)$ — точки перетину графіків функцій $y = x + 6$ і $y = x^2$.

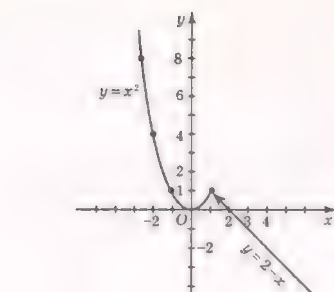
725. 1) $y = \begin{cases} x^2, \text{ якщо } x \le 1, \\ 2 - x, \text{ якщо } x > 1. \end{cases}$

$y = x^2$ — парабола

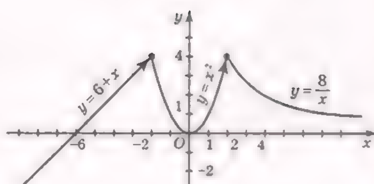
x	−3	−2	−1	0	1
y	9	4	1	0	1

$x = 2 - x$ — пряма

x	1	2
y	1	0



2) $y = \begin{cases} 6 + x, \text{ якщо } x < -2, \\ x^2, \text{ якщо } -2 \le x < 2, \\ \dfrac{8}{x}, \text{ якщо } x > 2. \end{cases}$



$y = 6 + x$, $x < -2$, пряма

x	−2	−3
y	4	3

$y = x^2$, $-2 \le x < 2$, парабола

x	−2	−1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

$y = \dfrac{8}{x}$, якщо $x > 2$

x	2	4	8
y	4	2	1

726. 1) $\sqrt{0,49} = 0,7$; так як $0,7^2 = 0,49$, доведено, $0,49 = 0,49$;

2) $\sqrt{2500} = 50$; так як $50^2 = 2500$, доведено, $2500 = 2500$.

727. 1) $\sqrt{49} = 7$; 2) $\sqrt{2601} = 51$; 3) $\sqrt{5,76} = 2,4$; 4) $\sqrt{\dfrac{25}{36}} = \dfrac{5}{6}$;

5) $\sqrt{10,89} + \sqrt{0,01} - 3,2 = 3,3 + 0,1 - 3,2 = 3,4 - 3,2 = 0,2$;

6) $\sqrt{6\dfrac{1}{4}} - 2\sqrt{1,44} + 0,9 = \sqrt{\dfrac{25}{4}} - 2 \cdot 1,2 + 0,9 = \dfrac{5}{2} - 2,4 + 0,9 =$
$= 2,5 - 2,4 + 0,9 = 0,1 + 0,9 = 1.$

728. 1) Якщо $x = 1,6$ і $y = 0,4$, то

$\sqrt{2x - 8y} = \sqrt{2 \cdot 1,6 - 8 \cdot 0,4} = \sqrt{3,2 - 3,2} = \sqrt{0} = 0.$

2) Якщо $x = 0,08$ і $y = -0,3$, то

$\sqrt{2x - 8y} = \sqrt{2 \cdot 0,08 - 8 \cdot (-0,3)} = \sqrt{0,16 + 2,4} = \sqrt{2,56} = 1,6.$

729. 1) $\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}\right)\left(\sqrt{2,25} + 2\sqrt{30,25}\right) = \left(\dfrac{2}{3} \cdot 0,3 + 0,78 \cdot 10\right) \times$
$\times (1,5 + 2 \cdot 5,5) = (2 \cdot 0,1 + 7,8) \cdot (1,5 + 11,0) = (0,2 + 7,8) \cdot (1,5 + 11,0) =$
$= 8 \cdot 12,5 = 100;$

2) $\left(-7\sqrt{\dfrac{4}{49}} + 3\sqrt{5,29}\right) : \left(\sqrt{5^2 + 12^2} - \sqrt{65,51}\right) = \left(-7 \cdot \dfrac{2}{7} + 3 \cdot 2,3\right) :$
$: \left(\sqrt{25 + 144} - 8,1\right) = (-2 + 6,9) : \left(\sqrt{25 + 144} - 8,1\right) = 4,9 : (13 - 8,1) =$
$= 4,9 : 4,9 = 1.$

730. 1) $\sqrt{5x}+3=13$; $\sqrt{5x}=10$; $5x = 10^2$; $5x = 100$; $x = 100 : 5$; $x = 20$;

2) $\frac{1}{3}\sqrt{x-1}=1,2$; $\sqrt{x-1}=3,6$; $x - 1 = (3,6)^2$; $x - 1 = 12,96$;

$x = 12,96 + 1$; $x = 13,96$.

731. 1) $\sqrt{x-2}$; має зміст, $x - 2 \geq 0$, $x \geq 2$, $x \in [2; +\mu)$;

2) $\sqrt{(x-3)^5}=(x-3)^2\sqrt{x-3}$; має зміст при будь-якому x, якщо $x \geq 3$, $x \in [3; +\mu)$;

3) $\frac{\sqrt{-x}}{x+1}$; має зміст, якщо $\begin{cases}-x \geq 0, \\ x+1 \neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x \leq 0, \\ x \neq -1;\end{cases}$ $x \in (-\mu; -1) \cup (-1; 0]$;

4) $\sqrt{x}+\sqrt{-x}$; має зміст, якщо $\begin{cases}x \geq 0, \\ -x \geq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x \geq 0, \\ x \leq 0,\end{cases}$ тобто має зміст, якщо $x = 0$.

Відповідь: 1) $[2; +\mu)$, $x \geq 2$; 2) $]3; +\mu)$, $x \geq 3$; 3) $(-\mu; -1) \cup (-1; 0]$, $x \leq 0$, $x \neq -1$; 4) $x = 0$.

732. 1) $a\sqrt{x}=0$; $x = 0$, якщо $a \neq 0$; якщо $a = 0$, то $x \geq 0$;

2) $a\sqrt{x}=1$; $\sqrt{x}=\frac{1}{a}$, $a \neq 0$; немає розв'язків; $x=\frac{1}{a^2}$, $a > 0$;

3) $a\sqrt{x-1}=5$; $\sqrt{x-1}=\frac{5}{a}$; $x-1=\frac{25}{a^2}$; $x=\frac{25}{a^2}+1$; $x=\frac{25+a^2}{a^2}$.

Має розв'язок, якщо $a > 0$; якщо $a = 0$, немає коренів;

4) $\sqrt{ax}=0$; $ax \geq 0$; $a = 0$, то x — будь-яке число; $a \neq 0$, то $x = 0$.

733. 1) $\sqrt{9}$ — раціональне число; 2) $\sqrt{11}$ — ірраціональне число;

3) $-\sqrt{4}$ — раціональне число; 4) $\sqrt{13}$ — ірраціональне число.

734. 1) $\frac{1}{3}=0,33333...$; 2) $-29=29,0000...$; 3) $5,17=5,170000...$;

4) $\frac{7}{27}=0,25925925925$.

735. 1) $1<\sqrt{2}<2$; 2) $2<\sqrt{7}<3$; 3) $9<\sqrt{99}<10$; 4) $4<\sqrt{20}<5$.

736. 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) так.

737. 1) Між числами $\sqrt{5}$ і $\sqrt{7}$ лежать числа 2,24; 2,25; 2,3;

2) між числами $-\sqrt{13}$ і $-\sqrt{11}$ лежать числа –3,5; –3,4.

738. $x^2 = 7$; $x=\pm\sqrt{7}$. $\sqrt{7}$ — ірраціональне число, тобто не існує раціонального числа, що є розв'язком рівняння.

739. 1) $\frac{1}{2}+0,1(6)=\frac{2}{3}$; $0,1(6)=\frac{1}{6}$. Тобто маємо: $\frac{1^{\backslash 3}}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3+1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

Маємо: $\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$. Доведено.

2) $0,8(3)-\frac{1}{12}=\frac{3}{4}$; $0,8(3)=\frac{5}{6}$. Тобто маємо: $\frac{5^{\backslash 2}}{6}-\frac{1}{12}=\frac{10-1}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$,

звідки: $\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$.

Ліва частина дорівнює правій частині. Доведено.

740. 1) $\sqrt{19^2}=19$, так; 2) $\left(\sqrt{17}\right)^2=17^2$, ні; 3) $\left(\sqrt{5}\right)^2=\sqrt{5}$, ні; 4) $\left(\sqrt{0,1}\right)^2=0,1$, так.

741. 1) $\left(-\sqrt{8}\right)^2 = 8$; 2) $\sqrt{13} = \left(-\sqrt{13}\right) = -\left(\sqrt{13}\right)^2 = -13$;

3) $\left(\frac{1}{8}\sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2\left(\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{64}\cdot 2 = \frac{2}{64} = \frac{1}{32}$;

4) $\left(-0,1\sqrt{10}\right)^2 = (-0,1)^2\cdot\left(\sqrt{10}\right)^2 = 0,01\cdot 10 = 0,1$; 5) $\left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{7}\right)^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$;

6) $\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = \frac{\left(\sqrt{5}\right)^2}{3^2} = \frac{5}{9}$; 7) $\left(-2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = (-2)^2\frac{\left(\sqrt{1}\right)^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 4\cdot\frac{1}{2} = 2$;

8) $\left(\frac{2\sqrt{3}}{5}\right)^2 = \frac{2^2\left(\sqrt{3}\right)^2}{5^2} = \frac{4\cdot 3}{25} = \frac{12}{25}$.

742. 1) $\frac{1}{2}x^2 = 32$; $x^2 = 64$; $x_{1,2} = \pm 8$; 2) $x^2 - 5 = 0$; $x^2 = 5$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$;

3) $2x^2 = 18$; $x^2 = 9$; $x_{1,2} = \pm 3$; 4) $49x^2 = 1$; $x^2 = \frac{1}{49}$; $x_{1,2} = \pm\frac{1}{7}$.

743. 1) $x^2 = 25$; 2) $x^2 = 0{,}01$; 3) $x^2 = \frac{1}{16}$; 4) $x^2 = \frac{9}{49}$; 5) $x^2 = 7$; 6) $x^2 = \frac{5}{4}$.

744. 1) $\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}}{9} = \frac{\left(\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{9} = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{{}_3\cancel{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; 2) $\left(\sqrt{\sqrt{7}}\right)^2 = \sqrt{7}$; 3) $\left(\sqrt{3\sqrt{2}}\right)^2 = 3\sqrt{2}$;

4) $\left(\sqrt{\sqrt{5}}\right)^2 = \sqrt{5}$.

745. 1) $\frac{1}{8}(x-1)^2 = \frac{1}{2}$; $(x-1)^2 = 4$; $\begin{cases} x-1=2, \\ x-1=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 3, \\ x_2 = -1; \end{cases}$

2) $\frac{(x+2)^2}{5} = \frac{16}{5}$; $(x+2)^2 = 16$; $\begin{cases} x+2=4, \\ x+2=-4; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = -6. \end{cases}$

Відповідь: 1) −1; 3; 2) −6; 2.

746. Відомо, що $xy = 20$ і $x^2 + y^2 = 41$. Знайти $x + y$. Нехай $x + y = m$; $(x + y)^2 = m^2$; $m^2 = x^2 + 2xy + y^2$; $m^2 = 41 + 2\cdot 20$; $m^2 = 81$, то $m_1 = 9$ і $m_2 = -9$. Тобто $x + y = 9$ або $x + y = -9$. *Відповідь*: ±9.

747. Рівняння $x^2 = m - 1$. 1) має два кореня, якщо $m - 1 > 0$; $m > 1$;

2) має один корінь, якщо $m - 1 = 0$, $m = 1$;

3) не має коренів, якщо $m - 1 < 0$, $m < 1$.

748. 1) $\sqrt{mn} = \sqrt{m}\sqrt{n}$; рівність є тотожністю, якщо $m \ge 0$ і $n \ge 0$;

2) $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ для $p \ge 0$ і $q > 0$, $q \ne 0$.

Відповідь: 1) $m \ge 0$, $n \ge 0$; 2) $p \ge 0$, $q > 0$, $q \ne 0$.

749. 1) $\sqrt{\frac{0,36\cdot 49}{121}} = \frac{\sqrt{0,36}\cdot\sqrt{49}}{\sqrt{121}} = \frac{0,6\cdot 7}{11} = \frac{4,2}{11} = 0,3(81)$;

2) $\sqrt{\frac{25\cdot 100}{81}} = \frac{\sqrt{25}\cdot\sqrt{100}}{\sqrt{81}} = \frac{5\cdot 10}{9} = \frac{50}{9} = 5\frac{5}{9}$;

3) $\sqrt{\frac{1}{16}\cdot\frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{1}{16}}\cdot\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{1}\cdot\sqrt{9}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{25}} = \frac{1\cdot 3}{4\cdot 5} = \frac{3}{20}$;

4) $\sqrt{\frac{64}{9}\cdot\frac{4}{289}} = \sqrt{\frac{64}{9}}\cdot\sqrt{\frac{4}{289}} = \frac{\sqrt{64}\cdot\sqrt{4}}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{289}} = \frac{8\cdot 2}{3\cdot 17} = \frac{16}{51}$.

750. 1) Якщо $a = 13$, то $\sqrt{a^2} = \sqrt{13^2} = 13$; якщо $a = -17$, то $\sqrt{(-17)^2} = |-17| = 17$;

2) якщо $x = 0,5$, то $-2\sqrt{x^2} = -2\sqrt{0,5^2} = -2 \cdot 0,5 = -1$;

3)якщо $x = -2,1$ то $-2\sqrt{x^2} = -2\sqrt{(-2,1)^2} = -2 \cdot (-2,1) = -2 \cdot 2,1 = -4,2$.

751. Відомо, що $37^2 = 1369$. То маємо:

1) $\sqrt{136900} = \sqrt{1369} \cdot \sqrt{100} = \sqrt{37^2} \cdot \sqrt{100} = 37 \cdot 10 = 370$;

2) $\sqrt{13,69} = \sqrt{1369 \cdot 0,01} = \sqrt{1369} \cdot \sqrt{0,01} = \sqrt{37^2} \cdot \sqrt{0,1^2} = 37 \cdot 0,1 = 3,7$;

3) $\sqrt{0,1369} = \sqrt{1369 \cdot 0,0001} = \sqrt{1369} \cdot \sqrt{0,0001} = \sqrt{37^2} \cdot \sqrt{0,01^2} =$
$= 37 \cdot 0,01 = 0,37$.

752. Нехай площа першого квадрата $S_1 = 12$ см², а другого $S_2 = 3$ см², то маємо $S_1 = a_1^2$ і $S_2 = a_2^2$. Звідки

$a_1^2 = 12$ і $a_2^2 = 3$; $\frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{12}{3}$; $\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 4$; $\frac{a_1}{a_2} = 2$. Тобто в 2 рази сторона першого квадрата більше за сторону другого. *Відповідь*: в 2 рази.

753. 1) $\sqrt{4\frac{1}{20}}\sqrt{2\frac{2}{9}} - (\sqrt{7})^2 = \sqrt{\frac{21}{20} \cdot \frac{20}{9}} - 7 = \sqrt{9} - 7 = 3 - 7 = -4$;

2) $\sqrt{1-\left(\frac{8}{17}\right)^2} + \left(-\sqrt{\frac{2}{17}}\right)^2 = \sqrt{1 - \frac{64}{289}} + \frac{2}{17} = \sqrt{\frac{289-64}{289}} + \frac{2}{17} = \sqrt{\frac{225}{289}} + \frac{2}{17} =$
$= \frac{15}{17} + \frac{2}{17} = \frac{17}{17} = 1$;

3) $\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} - \frac{2}{5} = \sqrt{\frac{25-9}{25}} - \frac{2}{5} = \sqrt{\frac{16}{25}} - \frac{2}{5} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$;

4) $\sqrt{2\frac{1}{5}}\sqrt{1\frac{1}{11}}\sqrt{2\frac{2}{5}} + \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2 - (\sqrt{3})^2 = \sqrt{\frac{11}{5} \cdot \frac{12}{11} \cdot \frac{12}{5}} + \frac{3}{5} - 3 =$
$= \sqrt{\frac{11 \cdot 12 \cdot 12}{5 \cdot 11 \cdot 5}} + \frac{3}{5} - 3 = \sqrt{\frac{12^2}{5^2}} + \frac{3}{5} - 3 = \frac{12}{5} + \frac{3}{5} - 3 = \frac{15}{5} - 3 = 3 - 3 = 0$.

754. Нехай S_1 і S_2 — площі кругів, за умовою $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{9}$, $R_1 = 10$см. Знайти R_2.

Врахуємо, що $S_1 = \pi R_1^2$ і $S_2 = \pi R_2^2$, то маємо: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$.

За умовою $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{4}{9}$, звідки $\frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{3}$; за умовою $R_1 = 10$ см, то $R_2 = \frac{3R_1}{2}$;

$R_2 = \frac{3 \cdot 10}{2} = 15$ см. Якщо $R_2 = 10$ см, то $R_1 = \frac{2}{3}R_2 = \frac{2 \cdot 10}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ см.

Відповідь: 15 см або $6\frac{2}{3}$ см.

755. 1) $\sqrt{3,6 \cdot 10^5} = \sqrt{3,6 \cdot 10^4 \cdot 10} = \sqrt{36 \cdot 10^4} = \sqrt{36}\sqrt{10^4} = 6 \cdot 10^2 = 600$;

2) $\sqrt{8,1 \cdot 0,1^3} = \sqrt{81 \cdot 0,1 \cdot 0,1^3} = \sqrt{81 \cdot 0,1^4} = \sqrt{81}\sqrt{0,1^4} = 9 \cdot 0,1^2 =$
$= 9 \cdot 0,01 = 0,09$;

3)$3\sqrt{15} \cdot 2\sqrt{30}\sqrt{8} = 6\sqrt{15 \cdot 30 \cdot 8} = 6\sqrt{15 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 2^3} = 6\sqrt{15^2 \cdot 2^4} = 6\sqrt{15^2} \cdot \sqrt{2^4} =$
$=6 \cdot 15 \cdot 2^2 = 6 \cdot 15 \cdot 4 = 360$;

4) $\sqrt{3^5 \cdot 12^3} = \sqrt{3^4 \cdot 3 \cdot (3 \cdot 4)^3} = \sqrt{3^4 \cdot 3 \cdot 3^3 \cdot 4^3} = \sqrt{3^8(2^2)^3} = \sqrt{3^8} \cdot \sqrt{2^6} = 3^4 \cdot 2^3 =$
$= 81 \cdot 8 = 648$.

756. 1) $\sqrt{p^4c^8a^{12}} = \sqrt{p^4}\sqrt{c^8}\sqrt{a^{12}} = p^2c^4a^6$;

2) $\sqrt{49(-x)^2y^6}$, якщо $x< 0$ і $y > 0$, то $\sqrt{49}\sqrt{(-x)^2}\cdot\sqrt{y^6} = 7|x|\cdot|y^3| = -7xy^3$;

3) $\sqrt{\dfrac{m^{20}}{n^{24}}} = \dfrac{\sqrt{m^{20}}}{\sqrt{n^{24}}} = \dfrac{m^{10}}{n^{12}}$;

4) $\sqrt{\dfrac{a^{10}}{b^{14}}}$, якщо $a < 0$ і $b > 0$, то $\dfrac{\sqrt{a^{10}}}{\sqrt{b^{14}}} = \dfrac{|a^5|}{|b^7|} = -\dfrac{a^5}{b^7}$.

757. 1) $\sqrt{\sqrt{0,16^2}} = \sqrt{0,16} = 0,4$; 2) $\sqrt{\sqrt{(-0,09)^2}} = \sqrt{|-0,09|} = \sqrt{0,09} = 0,3$;

3) $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2} = |\sqrt{5}-\sqrt{2}| = \sqrt{5}-\sqrt{2}$;

4) $\sqrt{(\sqrt{11}-\sqrt{13})^2} = |\sqrt{11}-\sqrt{13}| = \sqrt{13}-\sqrt{11}$.

758. 1) $\dfrac{x^2-14x+49}{(x+2)^2}\cdot\sqrt{\dfrac{x^2+4x+4}{(x-7)^2}} = \dfrac{(x-7)^2}{(x+2)^2}\sqrt{\dfrac{(x+2)^2}{(x-7)^2}} = \dfrac{(x-7)^2|x+2|}{(x+2)^2|x-7|} = |x>7| =$

$= \dfrac{(x-7)^2(x+2)}{(x+2)^2(x-7)} = \dfrac{x-7}{x+2}$;

2) $\dfrac{p^2-4}{(p+3)^2}\cdot\sqrt{\dfrac{p^2+6p+9}{(p+2)^2}} = \dfrac{(p-2)(p+2)}{(p+3)^2}\cdot\dfrac{\sqrt{(p+3)^2}}{\sqrt{(p+2)^2}} = \dfrac{(p-2)(p+2)|p+3|}{(p+3)^2|p+2|} =$

$= |p<-3| = \dfrac{-(p-2)(p+2)(p+3)}{-(p+3)^2(p+2)} = \dfrac{p-2}{p+3}$.

759. 1) Спростимо ліву частину тотожності:

$\sqrt{16+6\sqrt{7}} + \sqrt{23-8\sqrt{7}} = \sqrt{(3+\sqrt{7})^2} + \sqrt{(4-\sqrt{7})^2} = |3+\sqrt{7}| - |4-\sqrt{7}| =$

$= 3+\sqrt{7}+(4-\sqrt{7}) = 3+\sqrt{7}+4-\sqrt{7} = 7$.

Маємо рівність лівої і правої частини: $7 = 7$. Доведено.

2) Спростимо ліву частину тотожності:

$\sqrt{15+4\sqrt{11}} - \sqrt{20-6\sqrt{11}} = \sqrt{(2+\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{11}-3)^2} = |2+\sqrt{11}| - |\sqrt{11}-3| =$

$= 2+\sqrt{11}-\sqrt{11}+3 = 5$. Маємо рівність лівої і правої частини: $5 = 5$. Доведено.

760. 1) $3\sqrt{7}+2\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$; 2) $5\sqrt{11}-\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$; 3) $\sqrt{3}\sqrt{11} = \sqrt{33}$; 4) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\dfrac{7}{15}}$.

761. 1) $(\sqrt{7}-\sqrt{12})(\sqrt{7}+3\sqrt{3}) = \sqrt{7}\sqrt{7}+3\sqrt{7}\sqrt{3}-2\sqrt{3}\sqrt{7}-2\sqrt{3}\cdot3\sqrt{3} =$

$= \sqrt{7^2}+3\sqrt{21}-2\sqrt{21}-6\sqrt{3^2} = 7+\sqrt{21}-18 = -11+\sqrt{21}$;

2) $(\sqrt{3}-\sqrt{11})(\sqrt{33}+1) = \sqrt{3}\sqrt{33}+\sqrt{3}-\sqrt{11}\sqrt{33}-\sqrt{11} = \sqrt{3\cdot3\cdot11}+\sqrt{3}-$

$-\sqrt{11\cdot3\cdot11}-\sqrt{11} = 3\sqrt{11}+\sqrt{3}-11\sqrt{3}-\sqrt{11} = 2\sqrt{11}-10\sqrt{3}$;

3) $4\sqrt{2}(2-7\sqrt{8})-7\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\cdot2-28\sqrt{2}\sqrt{8}-7\sqrt{2} = 8\sqrt{2}-28\cdot4-7\sqrt{2} = \sqrt{2}-112$;

4) $(\sqrt{5}+1)(2-\sqrt{5})-\sqrt{5} = 2\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{5}+2-\sqrt{5}-\sqrt{5} = 2-\sqrt{5^2} = 2-5 = -3$;

5) $(\sqrt{3}-7)(4-\sqrt{3})-11\sqrt{3} = 4\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{3}-28+7\sqrt{3} = 11\sqrt{3}-\sqrt{3^2}-28 =$

$= 11\sqrt{3}-3-28 = 11\sqrt{3}-31$;

6) $(2+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})+1 = 2-2\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{3}+1 = 2-\sqrt{3}-3+1 = -\sqrt{3}$.

762. 1) $\sqrt{28x^9} = \sqrt{4\cdot7x^8x} = \sqrt{4}\sqrt{x^8}\sqrt{7x} = 2x^4\sqrt{7x}$; 2) $\sqrt{\dfrac{7m^3}{36}} = \dfrac{\sqrt{7m^2m}}{\sqrt{36}} = \dfrac{m\sqrt{7m}}{6}$;

3) $\sqrt{25a^2b^5}$, якщо $a < 0$, то $\sqrt{25a^2b^4b} = 5|a|\cdot|b^2|\sqrt{b} = -5ab^2\sqrt{b}$;

4) $\sqrt{8x^3y^{10}}$, якщо $y > 0$, то $\sqrt{4 \cdot 2x^2 \cdot x \cdot y^{10}} = 2|x|y^5\sqrt{2x} = 2xy^5\sqrt{2x}$;

5) $\sqrt{-8p^7} = \sqrt{-4 \cdot 2p^6 p} = 2|p^3|\sqrt{-2p} = -2p^3\sqrt{-2p}$;

6) $\sqrt{x^3y^3}$, якщо $x < 0$, $y < 0$, то $= \sqrt{x^2xy^2y} = |x| \cdot |y|\sqrt{xy} = xy\sqrt{xy}$.

763. Зведіть до вигляду $a\sqrt{b}$, b — ціле число.

1) $\sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{\sqrt{1} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{1}{7}\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$;

3) $\sqrt{4\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{13}{3}} = \frac{\sqrt{13} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{39}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{39}$;

4) $\sqrt{5\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{11}{2}} = \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{22}$.

764. 1) $\left(\sqrt{7+2\sqrt{6}} + \sqrt{7-2\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\sqrt{7+2\sqrt{6}}\right)^2 + 2\sqrt{7+2\sqrt{6}}\sqrt{7-2\sqrt{6}} + \left(\sqrt{7-2\sqrt{6}}\right)^2 =$

$= |7+2\sqrt{6}| + 2\sqrt{7^2 - (2\sqrt{6})^2} + |7-2\sqrt{6}| = 7 + \cancel{2\sqrt{6}} + 2\sqrt{49-24} + 7 - \cancel{2\sqrt{6}} =$

$= 14 + 2\sqrt{25} = 14 + 2 \cdot 5 = 14 + 10 = 24$;

2) $\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{4} =$

$= \frac{4\sqrt{6} - 3\sqrt{6}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{12}$.

765. 1) $\sqrt{8-4\sqrt{3}} = \sqrt{2(4-2\sqrt{3})} = \sqrt{2}\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2}|1-\sqrt{3}| = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1) =$

$= \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Маємо: $\sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$. Доведено.

2) $\sqrt{27+10\sqrt{2}} = \sqrt{(5+\sqrt{2})^2} = |5+\sqrt{2}| = 5 + \sqrt{2}$. Маємо: $\sqrt{2} + 5 = \sqrt{2} + 5$. Доведено.

766. 1) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{\sqrt{2^3} - \sqrt{x^3}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{\left(\sqrt{2^3}\right)^3 - \left(\sqrt{x^3}\right)^3} = \frac{-\cancel{(\sqrt{2} - \sqrt{x})}}{\cancel{(\sqrt{2} - \sqrt{x})}(2 + \sqrt{2x} + x)} =$

$= \frac{-1}{2 + \sqrt{2x} + x}$;

2) $\frac{x + y + \sqrt{x+y}}{\sqrt{x+y}} = \frac{(x+y) + \sqrt{x+y}}{\sqrt{x+y}} = \frac{\left(\sqrt{x+y}\right)^2 + \sqrt{x+y}}{\sqrt{x+y}} =$

$= \frac{\cancel{\sqrt{x+y}}\left(\sqrt{x+y} + 1\right)}{\cancel{\sqrt{x+y}}} = \sqrt{x+y} + 1$.

767. $\frac{4}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{4}{(1+\sqrt{2}) - \sqrt{3}} = \frac{4\left((1+\sqrt{2}) + \sqrt{3}\right)}{\left((1+\sqrt{2}) - \sqrt{3}\right)\left((1+\sqrt{2}) + \sqrt{3}\right)} =$

$= \frac{4(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{4(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{1 + 2\sqrt{2} + 2 - 3} = \frac{{}^2\cancel{4}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\cancel{2}\sqrt{2}} =$

$= \frac{2(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\cancel{2}} = \sqrt{2}(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$.

768. $\sqrt{7+2\sqrt{6}}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}=\sqrt{\left(\sqrt{6}+\sqrt{1}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{6}-\sqrt{1}\right)^2}=\left|\sqrt{6}+\sqrt{1}\right|-\left|\sqrt{6}-\sqrt{1}\right|=$
$=\sqrt{6}+\sqrt{1}-\left(\sqrt{6}-\sqrt{1}\right)=\sqrt{6}+\sqrt{1}-\sqrt{6}+\sqrt{1}=2$, 2 — натуральне число. Доведено.
Відповідь: 2.

769. 1) $(x+2)\sqrt{\frac{3}{x^2+4x+4}}$, якщо $x>-2$, то маємо $\sqrt{\frac{(x+2)^2\cdot 3}{(x+2)^2}}=\sqrt{3}$;

2) $(a-b)\sqrt{\frac{1}{a^2-2ab+b^2}}$, якщо $a<b$, то $-\sqrt{\frac{(b-a)^2\cdot(-1)^2}{(a-b)^2}}=-\sqrt{\frac{(b-a)^2\cdot(1)^2}{(a-b)^2}}=-1$;

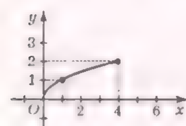
3) $p(p+1)\sqrt{\frac{7}{p^2+2p+1}}$, якщо $p<-1$, то маємо $\sqrt{\frac{p^2(-1)^2\,(p+1)^2\cdot 7}{(p+1)^2}}=\sqrt{7p^2}$;

4) $(b-3)\sqrt{\frac{1}{6-2b}}=-\sqrt{\frac{(3-b)^2\cdot 1}{2(3-b)}}=-\sqrt{\frac{3-b}{2}}$.

770. Якщо $x=4$, то $y(4)=\sqrt{4}=2$;
якщо $x=-1$, то вираз не має змісту;
якщо $x=100$, то $y(100)=\sqrt{100}=10$;
якщо $x=-9$, то вираз не має змісту.

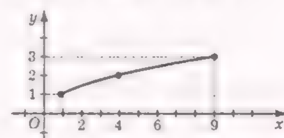
771. 1) $y=\sqrt{x}$; $0\le x\le 4$;

x	0	1	4
y	0	1	2



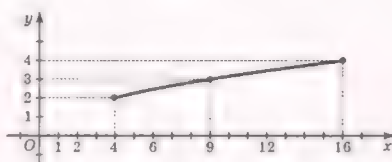
2) $y=\sqrt{x}$; $1\le x\le 9$;

x	1	4	9
y	1	2	3



3) $y=\sqrt{x}$; $4\le x\le 16$.

x	4	9	16
y	2	3	4



772. Для перевірки, чи перетинається графік функції $y=\sqrt{x}$ з прямою, запишемо рівняння, якщо має розв'язок, то перетинається.

1) $\frac{1}{5}$; $y=1$. Маємо: $\sqrt{x}=1$; $x=1$. Точка (1; 1).

2) $y=\sqrt{x}$; $y=8$. Маємо: $\sqrt{x}=8$; $x=64$. Точка (64; 8).

3) $y=\sqrt{x}$; $y=0$. Маємо: $\sqrt{x}=0$; $x=0$. Точка (0; 0).

4) $y=\sqrt{x}$; $y=-1$; $x_2=\frac{-8-6}{2}=-\frac{14}{2}=-7$; Не має розв'язків, не перетинається.

Відповідь: 1) (1; 1); 2) (64; 8); 3) (0; 0); 4) не перетинається.

773. Розташуємо в порядку зростання числа:

1) $\sqrt{19,1}$; 3; $\sqrt{16,2}$; 4; $\sqrt{14}$. Маємо: 3; $\sqrt{14}$; 4; $\sqrt{16,2}$; $\sqrt{19,1}$.

2) $\frac{1}{4}$; $\sqrt{0,1}$; 0,2; $\sqrt{\frac{1}{11}}$. Маємо: 0,2; $\frac{1}{4}$; $\sqrt{\frac{1}{11}}$; $\sqrt{0,1}$.

774. 1) $\sqrt{x} \geq 1$ для $x \geq 1$, $x \in [1; +\infty)$;

2) $\sqrt{x} < 2$ для $x \geq 0$, $x < 4$, тобто $[0; 4)$;

3) $1 < \sqrt{x} \leq 4$ для $1 < x \leq 16$, $x \in (1; 16]$;

4) $9 \leq \sqrt{x} < 100$ для $81 \leq x < 10\,000$, $x \in [81; 10\,000)$;

5) $\sqrt{x} > -1$ для будь-якого $x \geq 0$;

6) $\sqrt{x} \leq -2,5$ не має розв'язків.

Відповідь: 1) $x \geq 1$; 2) $x \leq 0$, $x < 4$; 3) $1 < x \leq 16$; 4) $1 < x \leq 10\,000$; 5) для будь-якого $x \geq 0$; 6) не має розв'язків.

§ 20. Квадратні рівняння. Неповні квадратні рівняння

777. 1) $a = 2$; $b = 3$; $c = -5$; 2) $a = 3$; $c = 9$; $b = 0$; 3) $a = -1$; $b = 3$; $c = 7$; 4) $a = 3$; $b = 0$; $c = 0$; 5) $a = -1$; $b = 7$; $c = 0$; 6) $a = -1$; $b = 4$; $c = 2$.

778. 1) $3x^2 + 5x - 2 = 0$; 2) $-x^2 + 5x = 0$; 3) $-4x^2 = 0$; 4) $13x^2 - 39 = 0$.

779.

Квадратне рівняння	Коефіцієнти рівняння		
$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c
$5x^2 - 3x - 17 = 0$	5	–3	17
$2x^2 - 3x + 4 = 0$	2	–3	4
$-15x^2 + 14x = 0$	–15	14	0
$-3x^2 + 7 = 0$	–3	0	7
$-x^2 + 5x + 6 = 0$	–1	5	6
$-5x^2 - x + 19 = 0$	–5	–1	19

780. 1) $(5x - 1)(5x + 1) = x(7x - 13)$; $25x^2 - 1 = 7x^2 - 13x$; $25x^2 - 7x^2 + 13x - 1 = 0$; $18x^2 + 13x - 1 = 0$; $a = 18$; $b = 13$; $c = -1$;
2) $(2x - 3)^2 = (x + 2)(x - 7)$; $4x^2 - 12x + 9 = x^2 - 7x + 2x - 14$; $3x^2 - 12x + 5x + 9 + 14 = 0$; $3x^2 - 7x + 23 = 0$; $a = 3$; $b = -7$; $c = 23$;

781. 1) $(2x + 3)(2x - 3) = x(9x - 12)$; $4x^2 - 9 = 9x^2 - 12x$; $4x^2 - 9 - 9x^2 + 12x = 0$; $-5x^2 + 12x - 9 = 0$; $a = -5$; $b = 12$; $c = -9$;
2) $(4x + 1)^2 = (x - 3)(x + 2)$; $16x^2 + 8x + 1 = x^2 + 2x - 3x - 6$; $16x^2 + 8x + 1 = x^2 - x - 6$; $15x^2 + 9x + 7 = 0$; $a = 15$; $b = 9$; $c = 7$.

782. 1) $x^2 - 5x = 0$.

Якщо $x = -2$, то $(-2)^2 - 5 \cdot (-2) = 4 + 10 = 14$; $14 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -1$, то $(-1)^2 - 5 \cdot (-1) = 1 + 5 = 6$; $6 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 0$, то $0^2 - 5 \cdot 0 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 1$, то $1^2 - 5 \cdot 1 = 1 - 5 = -4$; $-4 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 2$, то $2^2 - 5 \cdot 2 = 4 - 10 = -6$; $-6 \neq 0$. Ні.

2) $3x^2 = 0$.

Якщо $x = -2$, то $3 \cdot (-2)^2 = 3 \cdot 4 = 12$; $12 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -1$, то $3 \cdot (-1)^2 = 3 \cdot 1 = 3$; $3 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 0$, то $3 \cdot 0^2 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 1$, то $3 \cdot 1^2 = 3 \cdot 1 = 3$; $3 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 2$, то $3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$; $12 \neq 0$. Ні.

3) $x^2 - 3x + 2 = 0$.
Якщо $x = -2$, то $(-2)^2 - 3 \cdot (-2) + 2 = 4 + 6 + 2 = 12$; $12 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -1$, то $(-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 2 = 1 + 3 + 2 = 6$; $6 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 0$, то $0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 12$; $2 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 1$, то $1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 2$, то $2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$; $0 = 0$. Так.
4) $x^2 - 2x - 3 = 0$.
Якщо $x = -2$, то $(-2)^2 - 2 \cdot (-2) - 3 = 4 + 4 - 3 = 5$; $5 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -1$, то $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 = 1 + 3 - 3 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 0$, то $0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$; $-3 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 1$, то $1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$; $-4 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 2$, то $2^2 = 2 \cdot 2 - 3 = 4 - 4 - 3 = -3$; $-3 \neq 0$. Ні.

783. 1) $x^2 + 2x = 0$.
Якщо $x = -5$, то $(-5)^2 = 2 \cdot (-5) = 25 - 10 = 15$; $15 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -2$, то $(-2)^2 = 2 \cdot (-2) = 4 - 4 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 0$, то $0^2 + 2 \cdot 0 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 2$, то $2^2 + 2 \cdot 2 = 4 + 4 = 8$; $8 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 5$, то $5^2 + 2 \cdot 5 = 25 + 10 = 35$; $35 \neq 0$. Ні.
2) $-5x^2 = 0$.
Якщо $x = -5$, то $-5 \cdot (-5)^2 = -125$; $-125 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -2$, то $-2 \cdot (-2)^2 = -20$; $-20 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 0$, то $-5 \cdot 0^2 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 2$, то $-5 \cdot 2^2 = -20$; $-20 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 5$, то $-5 \cdot 5^2 = -125$; $-125 \neq 0$. Ні.
3) $x^2 - x - 6 = 0$.
Якщо $x = -5$, то $(-5)^2 + 5 - 6 = 25 - 1 = 24$; $24 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = -2$, то $(-2)^2 + 2 - 6 = 4 + 2 - 6 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = 0$, то $0^2 - 0 - 6 = -6$; $-6 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 2$, то $2^2 - 2 - 6 = 4 - 8 = -4$; $-4 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 5$, то $5^2 - 5 - 6 = 25 - 11 = 14$; $14 \neq 0$. Ні.
4) $x^2 - 25 = 0$.
Якщо $x = -5$, то $(-5)^2 - 25 = 25 - 25 = 0$; $0 = 0$. Так.
Якщо $x = -2$, то $(-2)^2 - 25 = 4 - 25 = -21$; $-21 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 0$, то $0^2 - 25 = -25$; $-25 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 2$, то $2^2 - 25 = 4 - 25 = -21$; $-21 \neq 0$. Ні.
Якщо $x = 5$, то $5^2 - 25 = 25 - 25 = 0$; $0 = 0$. Так.

784. 1) $3x^2 - 27 = 0$; $3x^2 = 27$; $x^2 = 9$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$;
2) $3{,}7x^2 = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$;
3) $2x^2 + 8 = 0$; $2x^2 = -8$; $x^2 = -4$; розв'язків немає;
4) $-5x^2 + 10 = 0$; $-5x^2 = -10$; $x^2 = 2$; $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$;
5) $-5{,}7x^2 = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$;
6) $\frac{1}{9}x^2 - \frac{7}{9} = 0$; $\frac{1}{9}x^2 = \frac{7}{9}$; $x^2 = 7$; $x_1 = \sqrt{7}$; $x_2 = -\sqrt{7}$.
Відповідь: 1) 3 і – 3; 2) 0; 3) розв'язків немає; 4) $\pm\sqrt{2}$; 5) 0; 6) $\pm\sqrt{7}$.

785. 1) $2x^2 - 2 = 0$; $2x^2 = 2$; $x^2 = 1$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$;
2) $3x^2 + 9 = 0$; $3x^2 = -9$; $x^2 = -3$; розв'язків немає;
3) $1{,}4x^2 = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$;
4) $-7x^2 + 21 = 0$; $-7x^2 = -21$; $x^2 = 3$; $x_1 = \sqrt{3}$; $x_2 = -\sqrt{3}$;
5) $-1{,}8x^2 = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$;

6) $\frac{1}{7}x^2 - \frac{5}{7} = 0$; $\frac{1}{7}x^2 = \frac{5}{7}$; $x^2 = 5$; $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$.

Відповідь: 1) ± 1; 2) розв'язків немає; 3) 0; 4) $\pm\sqrt{3}$; 5) 0; 6) $\pm\sqrt{5}$.

786. 1) $x^2 + 6x = 0$; $x(x + 6) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x + 6 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = -6; \end{array}\right.$

2) $2x^2 - 8x = 0$; $2x(x - 4) = 0$; $\left[\begin{array}{l} 2x = 0, \\ x - 4 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = 4; \end{array}\right.$

3) $4x^2 - x = 0$; $x(4x - 1) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 4x - 1 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = \frac{1}{4}; \end{array}\right.$

4) $0{,}1x^2 + 2x = 0$; $x(0{,}1x + 2) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 0{,}1x + 2 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = -20; \end{array}\right.$

5) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{6}x = 0$; $\frac{1}{6}x(2x + 1) = 0$; $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{6}x = 0, \\ 2x + 1 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = -\frac{1}{2}; \end{array}\right.$

6) $3x^2 - 7x = 0$; $x(3x - 7) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 3x - 7 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = \frac{7}{3}. \end{array}\right.$

Відповідь: 1) 0; -6; 2) 0; 4; 3) 0; $\frac{1}{4}$; 4) 0; -20; 5) 0; $-\frac{1}{2}$; 6) 0; $\frac{7}{3}$.

787. 1) $x^2 - 5x = 0$; $x(x - 5) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x - 5 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = 5; \end{array}\right.$

2) $3x^2 + 9x = 0$; $3x(x + 3) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x + 3 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = -3; \end{array}\right.$

3) $5x^2 + x = 0$; $x(5x + 1) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 5x + 1 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = -\frac{1}{5}; \end{array}\right.$

4) $0{,}2x^2 - 10x = 0$; $x(0{,}2x - 10) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 0{,}2x - 10 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x = 50; \end{array}\right.$

5) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{12} = 0$; $\frac{1}{12}x(3x - 1) = 0$; $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{12}x = 0, \\ 3x - 1 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = \frac{1}{3}; \end{array}\right.$

6) $4x^2 + 9x = 0$; $x(4x + 9) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 4x + 9 = 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = -\frac{9}{4}. \end{array}\right.$

Відповідь: 1) 0; -5; 2) 0; -3; 3) 0; $-\frac{1}{5}$; 4) 0; 50; 5) 0; $\frac{1}{3}$; 6) 0; $-\frac{9}{4}$.

788. 1) $x^2 + 2x + 10 = 0$; 2) $5x^2 = 0$; 3) $x^2 - 2x - 3 = 0$; 4) $5x^2 = 35$.

789. Нехай $x_1 = 3$ — корінь рівняння $ax^2 + 2x - 7 = 0$, то маємо $9a + 6 - 7 = 0$; $9a - 1 = 0$; $8a = 1$; $a = \frac{1}{9}$, тобто маємо: $\frac{1}{9}x^2 + 2x - 7 = 0$. *Відповідь*: $\frac{1}{9}$.

790. Нехай $x_1 = -2$ — корінь рівняння $x^2 + bx + 4 = 0$, то маємо $(-2)^2 - 2b + 4 = 0$; $4 - 2b + 4 = 0$; $-2b = -8$; $b = 4$, тобто маємо: $x^2 + 4x + 4 = 0$. *Відповідь*: 4.

791. Нехай $x_1 = 2$, $x_2 = 2$ — корені рівняння $ax^2 + bx + 4 = 0$, то маємо:

$$\begin{cases} a+b+4=0, \\ 4a+2b+4=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-4, \\ 4a+2b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-4, \\ 2a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \ominus\begin{cases} a+b=-4, \\ -2a-b=2; \end{cases}$$
$$-a=-2;$$
$$a=2.$$

Якщо $a = 2$, то маємо: $2 + b + 4 = 0$; $b = -6$. Звідки: $2x^2 - 6x + 4 = 0$.
Відповідь: $a = 2$; $b = -6$.

792. Нехай $x_1 = 1$ і $x_2 = 3$ за умовою корені рівняння $x^2 + bx + c = 0$,

то маємо: $\begin{cases} 1+b+c=0, \\ 9+3b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=-1, \\ 3b+c=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \oplus\begin{cases} b+c=-1, \\ -3b-c=9; \end{cases}$

$$-2b=8;$$
$$b=-4.$$

То $1 - 4 + c = 0$; $c = 3$. Звідки $x^2 - 4x + 3 = 0$.
Відповідь: $b = -4$; $c = 3$.

793. 1) $(x - 2)(x + 3) = -6$; $x^2 + 3x - 2x - \cancel{6} = -\cancel{6}$; $x^2 + x = 0$; $x(x + 1) = 0$;
$\left[\begin{array}{l} x_1=0, \\ x+1=0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1=0, \\ x_2=-1; \end{array}\right.$

2) $\frac{1}{3}x(x+9)=\frac{1}{8}x(x-16)$; $8x(x + 9) = 3x(x - 16)$; $8x^2 + 72x = 3x^2 - 48x$;

$5x^2 + 120x = 0$; $5x(x + 24) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x_1=0, \\ x+24=0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1=0, \\ x_2=-24; \end{array}\right.$

3) $(3x - 1)^2 = (x - 3)^2$; $9x^2 - \cancel{6x} + 1 = x^2 - \cancel{6x} + 9$; $9x^2 + 1 = x^2 + 9$;
$8x^2 = 8$; $x^2 = 1$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$;

4) $(2x+1)(3x-1)=x(x-2)+3\left(x-\frac{1}{3}\right)$;

$6x^2 - \cancel{2x} + \cancel{3x} - 1 = x^2 - \cancel{2x} + \cancel{3x} - 1$; $6x^2 - \cancel{1} = x^2 - \cancel{1}$; $6x^2 = x^2$; $5x^2 = 0$;
$x = 0$.
Відповідь: 1) 0; –1; 2) 0; –24; 3) ±1; 4) 0.

794. 1) $(x + 3)(x - 5) = -15$; $x^2 - 5x + 3x - \cancel{15} = -\cancel{15}$; $x^2 - 2x = 0$; $x(x - 2) = 0$;
$x = 0$ або $x - 2 = 0$; $x_1 = 0$ або $x_2 = 2$;

2) $\frac{2}{3}x(x-3)=\frac{1}{2}x(x+1)$; $4x(x - 3) = 3x(x + 4)$; $4x^2 - 12x = 3x^2 + 12x$;
$x^2 - 24x = 0$; $x(x - 24) = 0$; $x_1 = 0$ або $x - 24 = 0$; $x_2 = 24$;

3) $(2x - 3)^2 = (3x - 2)^2$; $4x^2 - \cancel{12x} + 9 = 9x^2 - \cancel{12x} + 4$; $-5x^2 = -5$; $x^2 = 1$;
$x_{1,2} = \pm1$;

4) $(5x+1)(2x-1)=x(x+3)-6\left(x+\frac{1}{6}\right)$; $10x^2 - 5x + 2x - 1 = x^2 + 5x -$

$- 6x - 1$; $10x^2 - 3x - \cancel{1} = x^2 - x - \cancel{1}$; $9x^2 - 2x = 0$; $x(9x - 2) = 0$; $x_1 = 0$

або $9x - 2 = 0$; $9x = 2$; $x=\frac{2}{9}$.

Відповідь: 1) 0; 2; 2) 0; 24; 3) ±1; 4) 0; $\frac{2}{9}$.

795. Запишемо рівняння: $(3x - 1)(x + 4) + 4 = x(x + 2)$;
$3x^2 + 12x - x - \cancel{4} + \cancel{4} = x^2 + 2x$; $2x^2 + 9x = 0$; $x(2x + 9) = 0$; $x = 0$ або

$2x + 9 = 0$; $2x = -9$; $x=-\frac{9}{2}$. *Відповідь*: 0; $-\frac{9}{2}$.

796. Запишемо рівняння: $(2x + 1)(x + 3) - 3 = x(x - 4)$;
$2x^2 + 6x + x + \not{3} - \not{3} = x^2 - 4x$; $2x^2 + 7x = x^2 - 4x$; $x^2 + 11x = 0$;
$x(x + 11) = 0$; $x = 0$ або $x + 11 = 0$; $x = -11$.
Відповідь: 0; –11.

797. Нехай перше число x, то за умовою так як їх різниця дорівнює 1, маємо $(x + 1)$. Запишемо рівняння: $x(x+1) = \frac{x+(x+1)}{2}$.
Розв'яжемо: $2(x^2 + x) = x + x + 1$; $2x^2 + \not{2x} = \not{2x} + 1$; $2x^2 = 1$;
$x^2 = \frac{1}{2}$; $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ або $x_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.
Якщо $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, то друге число $\frac{1}{\sqrt{2}} + 1$.
Якщо $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$, то друге число $-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1$.
Відповідь: 1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ і $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)$ або $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)$; $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ або $\frac{\sqrt{2}}{2}$ і $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$ або $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)$ і $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

798. Нехай перше число $(2 + x)$, то друге x. Половина добутку чисел запишемо як $\frac{x(x+2)}{2}$, а середнє арифметичне — $\frac{x+x+2}{2} = \frac{2x+2}{2}$.
Запишемо рівняння: $\frac{x(x+2)}{2} = \frac{2x+2}{2}$; $x^2 + \not{2x} = \not{2x} + 2$; $x^2 = 2$;
$x_1 = \sqrt{2}$ або $x_2 = -\sqrt{2}$.
Тобто, якщо $x_1 = \sqrt{2}$, то друге число $2 + \sqrt{2}$, або якщо $x = -\sqrt{2}$, то друге число $2 - \sqrt{2}$.
Відповідь: $\sqrt{2}$; $2 + \sqrt{2}$ або $-\sqrt{2}$; $2 - \sqrt{2}$.

799. 1) $x^2 - 5|x| = 0$. Маємо два рівняння:
$x^2 + 5x = 0$, $x < 0$ або $x^2 - 5x = 0$, $x \geq 0$;
$x(x + 5) = 0$; $x(x - 5) = 0$;
$x_1 = 0$ або $x + 5 = 0$, $x_2 = -5$; $x_1 = 0$ або $x - 5 = 0$; $x_2 = 5$;
$x_1 = 0$ не є розв'язком;

2) $-\frac{x^3}{|x|} + 4 = 0$.
Маємо два рівняння:
$-\frac{x^3}{-x} + 4 = 0, x < 0$ або $-\frac{x^3}{x} + 4 = 0, x > 0$;
$x^2 + 4 = 0$; $-x^2 = -4$;
$x^2 = -4$; розв'язків немає; $x^2 = 4$; $x_1 = 2$ або $x_2 = -2$.
Відповідь: 1) 0; –5; 5; 2) 2; –2.

800. 1) $-x^2 + 3|x| = 0$. Маємо:
якщо $x \leq 0$, $-x^2 - 3x = 0$ або якщо $x > 0$, $-x^2 + 3x = 0$;
$-x(x + 3) = 0$; $x(-x + 3) = 0$;
$x_1 = 0$ $x_1 = 0$ — не є розв'язком рівняння
або $x + 3 = 0$, $x_2 = -3$;
або $-x + 3 = 0$, $x_2 = 3$;

2) $\frac{x^3}{|x|} - 9 = 0$. Маємо:

якщо $x < 0$, $\frac{x^3}{-x} - 9 = 0$ або якщо $x > 0$, $\frac{x^3}{x} - 9 = 0$;

$-x^2 - 9 = 0$;

$x^2 = -9$; немає розв'язків;

$x^2 = 9$;

$x_1 = 3$ або

$x_2 = -3$ — не є розв'язком рівняння.

Відповідь: 1) 0; –3; 3; 2) 3; –9.

801. $\frac{3x+3}{x^2-x} : \left(\frac{x+3}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x}\right) = 3.$

Для доведення тотожності маємо спростити ліву частину, тобто

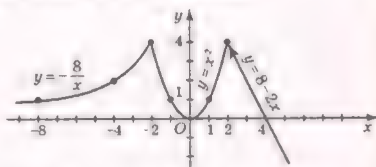
$$\frac{3x+3}{x^2-x} : \left(\frac{x+3}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x}\right) = \frac{3(x+1)}{x(x-1)} : \left(\frac{x+3}{(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x(x-1)}\right) =$$

$$= \frac{3(x+1)}{x(x-1)} : \frac{x(x+3)-(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{3(x+1)}{x(x-1)} : \frac{x^2+3x-x+1}{x(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{3(x+1)x(x-1)(x+1)}{x(x-1)(x^2+2x+1)} = \frac{3(x+1)^2}{(x+1)^2} = 3.$$

Маємо рівність лівої і правої частин, тобто 3 = 3. Доведено.

802. $y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, \text{ якщо } x < -2, \\ x^2, \text{ якщо } -2 \le x \le 2, \\ 8-2x, \text{ якщо } x > 2. \end{cases}$



Побудуємо графік $y = -\frac{8}{x}$ на інтервалі $x < -2$ — це гіпербола, $y = x^2$ на інтервалі $-2 \le x \le 2$ — парабола, $y = 8 - 2x$ на інтервалі $x > 2$ — пряма.

$y = -\frac{8}{x}$

x	–2	–4	–8
y	4	2	1

$y = x^2$

x	–2	–1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

$y = 8 - 2x$

x	2	4
y	4	0

Відповідь: (2; 4), (–2; 4).

803. 1) Якщо $a = 1$, $b = 5$, $c = -6$, то $b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49$;
2) якщо $a = 1$, $b = -6$, $c = 9$, то $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 = 36 = 0$;
3) якщо $a = 2$, $b = -3$, $c = -5$, то $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49$;
4) якщо $a = 4$, $b = 5$, $c = -9$, то $b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-9) = 25 + 144 = 169$.
Відповідь: 1) 49; 2) 0; 3) 49; 4) 169.

804. 1) $\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 100} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{100} = 10\sqrt{3}$;
3) $\sqrt{108} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{36}\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{361} = \sqrt{3 \cdot 121} = \sqrt{121}\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$.

805. 1) $\frac{4+2\sqrt{7}}{2} = \frac{2(2+\sqrt{7})}{2} = 2 + \sqrt{7}$; 2) $\frac{6-\sqrt{12}}{2} = \frac{6-2\sqrt{3}}{2} = \frac{2(3-\sqrt{3})}{2} = 3 - \sqrt{3}$;

3) $\frac{8-2\sqrt{3}}{6} = \frac{2(4-\sqrt{3})}{{}_3 6} = \frac{4-\sqrt{3}}{3}$;

4) $\frac{16+\sqrt{20}}{8} = \frac{16+2\sqrt{5}}{8} = \frac{2(8+\sqrt{5})}{{}_4 8} = \frac{8+\sqrt{5}}{4}$.

806. Нехай число десятків в двоцифровому натуральному числі x, а одиниць — y. То таке число запишемо, як $(10x + y)$. Сума добутку й суми цифр запишемо як $xy + (x + y)$. Маємо рівняння: $10x + y = xy + (x + y)$; $10x + \not{y} = xy + x + \not{y}$; $9x - xy = 0$; $x(9 - y) = 0$; $x = 0$ — не є розв'язком задачі; $9 - y = 0$; $y = 9$. Тобто x може бути будь-яке число. Маємо: 19; 29; 39; 49; 59; 69; 79; 89; 99. *Відповідь*: 9.

§ 21. Формула коренів квадратного рівняння

808. 1) Якщо $D = -7$, $D < 0$, коренів немає;
2) якщо $D = 49$, $D > 0$, 2 кореня;
3) якщо $D = 13$, $D > 0$, 2 кореня;
4) якщо $D = 0$, то 1 корінь.

810. 1) $6x^2 - 5x - 1 = 0$; $a = 6$; $b = -5$; $c = -1$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25 + 24 = 49$; $D > 0$, 2 кореня.
2) $x^2 - 4x + 4 = 0$; $a = 1$; $b = -4$; $c = 4$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$; 1 корінь;
3) $x^2 + 2x + 5 = 0$; $a = 1$; $b = 2$; $c = 5$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 4 - 20 = -16$; $D < 0$, коренів немає;
4) $7x^2 + 2x - 1 = 0$; $a = 7$; $b = 2$; $c = -1$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = 2^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-1) = 4 + 38 = 32$; $D > 0$, 2 кореня.
Відповідь: 1) 2 кореня; 2) 1 корінь; 3) коренів немає; 4) 2 кореня.

811. 1) $2x^2 - 3x - 2 = 0$; $a = 2$, $b = -3$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 9 + 8 = 17$; $D > 0$, 2 кореня;
2) $x^2 + x + 7 = 0$; $a = 1$, $b = 1$, $c = 7$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 1 - 28 = -27$; $D < 0$, коренів немає;
3) $x^2 + 6x + 9 = 0$; $a = 1$, $b = 6$, $c = 9$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$; $D = 0$, 1 корінь;
4) $3x^2 + 4x - 1 = 0$; $a = 3$, $b = 4$, $c = -1$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16 + 12 = 28$; $D > 0$, 2 кореня.
Відповідь: 1) 2 кореня; 2) коренів немає; 3) 1 корінь; 4) 2 кореня.

812. 1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$;
$\sqrt{D} = 1$, $D > 0$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{5+1}{2 \cdot 1} = 3$; $x_2 = \frac{5-1}{2 \cdot 1} = 2$;
2) $2x^2 + 5x - 3 = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49$, $D > 0$;
$\sqrt{D} = \sqrt{49} = 7$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{-5+7}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5-7}{2 \cdot 2} = \frac{-12}{2} = -3$;
3) $3x^2 + 5x + 2 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$, $D > 0$; $\sqrt{D} = 1$;
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{-5+1}{2 \cdot 3} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{-5-1}{2 \cdot 3} = -\frac{6}{6} = -1$;
4) $x^2 + 10x + 25 = 0$; $D = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$; $D = 0$;
$x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$; $x_1 = \frac{-10}{2 \cdot 1} = -5$;
5) $x^2 + x - 90 = 0$; $a = 1$, $b = 1$, $c = -90$; $D = b^2 - 4ac$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-90) = 361$;
$\sqrt{D} = 19$, $D > 0$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \frac{-1+19}{2} = 9$; $x_2 = \frac{-1-19}{2} = -10$;
6) $x^2 - 10x - 24 = 0$; $a = 1$, $b = -10$, $c = -24$; $D = b^2 - 4ac$;
$D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 100 + 96 = 196$; $\sqrt{D} = \sqrt{196} = 14$, $D > 0$;

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{10+14}{2}=12$; $x_2=\dfrac{10-14}{2}=-2$.

Відповідь: 1) 1) 3; 2; 2) −3; $\dfrac{1}{2}$; 3) $-\dfrac{2}{3}$; −1; 4) −5; 5; 6) 9; −10; 6) −2; 12.

$10x^2=5x+0,6$; $10x^2-5x-0,6=0$; $D=(-5)^2-4\cdot10\cdot(-0,6)=25+24=49=7^2$;

$D>0$; $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{5+7}{2\cdot10}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$; $x_2=\dfrac{5-7}{2\cdot10}=-\dfrac{2}{20}=-\dfrac{1}{10}$;

2) $x^2+3=4x$; $x^2-4x+3=0$; $D=(-4)^2-4\cdot1\cdot3=16-12=4=2^2$;

$D>0$; $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{4+2}{2\cdot1}=\dfrac{6}{2}=3$; $x_2=\dfrac{4-2}{2\cdot1}=\dfrac{2}{2}=1$;

3) $x^2+5x=-6$; $x^2+5x+6=0$; $a=1$, $b=6$, $c=6$; $D=b^2-4ac$;
$D=5^2-4\cdot1\cdot6=25-24=1$; $D>0$;

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{-5+1}{2\cdot1}=\dfrac{-4}{2}=-2$; $x_2=\dfrac{-5-1}{2\cdot1}=\dfrac{-6}{2}=-3$;

4) $1-4x=5x^2$; $5x^2+4x-1=0$; $a=5$, $b=4$, $c=-1$; $D=b^2-4ac$;
$D=4^2-4\cdot5\cdot(-1)=16+20=36=6^2$; $D>0$;

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{-4+6}{2\cdot5}=\dfrac{2}{10}=\dfrac{1}{5}$; $x_2=\dfrac{-4-6}{2\cdot5}=\dfrac{-10}{10}=-1$;

5) $81y^2+1=-18y$; $81y^2+18y+1=0$; $a=81$, $b=18$, $c=1$;
$D=b^2-4ac$; $D=18^2-4\cdot1\cdot81=324-324=0$; $D=0$;

$y_{1,2}=\dfrac{-b}{2a}$; $y_1=\dfrac{-18}{2\cdot81}=\dfrac{-1}{9}$;

6) $3p=5p^2-2$; $5p^2-3p-2=0$; $a=5$, $b=-3$, $c=-2$;
$D=(-3)^2-4\cdot5\cdot(-2)=9+49=49=7^2$; $D>0$;

$p_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $p_1=\dfrac{3+7}{2\cdot5}=\dfrac{10}{10}=1$; $p_2=\dfrac{3-7}{2\cdot5}=\dfrac{-4}{10}=\dfrac{-2}{5}$.

Відповідь: 1) $-\dfrac{1}{10}$; $\dfrac{3}{5}$; 2) 1; 3; 3) −3; −2; 4) −1; $\dfrac{1}{5}$; 5) $-\dfrac{1}{9}$; 6; 6) $-\dfrac{2}{5}$; 1.

815. 1) $10x^2=0,4-3x$; $10x^2+3x-0,4=0$; $a=10$, $b=3$, $c=-0,4$;
$D=3^2-4\cdot10\cdot(-0,4)=9+16=25=5^2$; $D>0$;

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{-3+5}{2\cdot10}=\dfrac{2}{20}=\dfrac{1}{10}=0,1$; $x_2=\dfrac{-3+5}{20}=\dfrac{-8}{20}=\dfrac{-2}{5}=-0,4$;

2) $x^2+7=-8x$; $x^2+8x+7=0$; $a=1$, $b=8$, $c=7$;
$D=8^2-4\cdot1\cdot7=64-28=36=6^2$; $D>0$;

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{-8+6}{2\cdot1}=\dfrac{-2}{2}=-1$; $x_2=\dfrac{-8-6}{2}=-\dfrac{14}{2}=-7$;

3) $7x=x^2+12$; $x^2-7x+12=0$; $a=1$, $b=-7$, $b=12$;
$D=(-7)^2-4\cdot1\cdot12=49-48=1$; $D>0$;

$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$; $x_1=\dfrac{7+1}{2\cdot1}=\dfrac{8}{2}=4$; $x_2=\dfrac{7-1}{2}=\dfrac{6}{2}=3$;

4) $4y=4y^2+1$; $4y^2-4y+1=0$; $a=4$, $b=-4$, $c=1$;

$D=(-4)^2=4\cdot1\cdot4=16-16=0$; $D=0$; $y_{1,2}=-\dfrac{b}{2a}$; $y_1=\dfrac{4}{2\cdot4}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$.

Відповідь: 1) $-\dfrac{2}{5}$; $\dfrac{1}{10}$; 2) −7; −1; 3) 3; 4; 4) $\dfrac{1}{2}$.

816. 1) $x^2 - 2x - 3 = 0$; $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 =$ $= 16 = 4^2$; $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \dfrac{2+4}{2 \cdot 1} = \dfrac{6}{2} = 3$; $x_2 = \dfrac{2-4}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$;

2) $x^2 + 2x = 0{,}5x + 2{,}5$; $x^2 + 2x - 0{,}5x - 2{,}5 = 0$; $x^2 + 1{,}5x - 2{,}5 = 0$; $a = 1$; $b = 1{,}5$; $c = -2{,}5$; $D = 1{,}5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2{,}5) = 2{,}25 + 10 = 12{,}24 = 3{,}5^2$;

$D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \dfrac{-1,5+3,5}{2 \cdot 1} = \dfrac{2}{2} = 1$; $x_2 = \dfrac{-1,5-3,5}{2} = \dfrac{-5}{2} = -2,5$;

3) $10x^2 - 8x = 9x^2 + 2x - 25$; $x^2 - 10x + 25 = 0$; $a = 1$, $b = -10$, $c = 25$; $D = b^2 - 4ac$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$; $D = 0$;

$x_1 = -\dfrac{b}{2a}$; $x_1 = \dfrac{10}{2} = 5$.

Відповідь: 1) −1; 3; 2) −2,5; 1; 3) 5.

817. 1) $y^2 + 4y - 5 = 0$; $a = 1$, $b = 4$, $c = -5$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 =$ $= 36 = 6^2$; $D > 0$; $y_1 = \dfrac{-4+6}{2 \cdot 1} = \dfrac{2}{2} = 1$; $y_2 = \dfrac{-4-6}{2} = \dfrac{-10}{2} = -5$;

2) $y^2 - 3y = 0{,}5y + 4{,}5$; $y^2 - 3{,}5y - 4{,}5 = 0$; $a = 1$; $b = -3{,}5$; $c = -4{,}5$; $D = (-3{,}5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4{,}5) = 12{,}25 + 18 = 30{,}25 = 5{,}5^2$; $D > 0$;

$y_1 = \dfrac{3,5+5,5}{2 \cdot 1} = \dfrac{9}{2} = 4,5$; $y_2 = \dfrac{3,5-5,5}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$;

3) $4 + 2y - y^2 = 4y^2 - 6y$; $5y^2 - 8y - 4 = 0$; $a = 5$, $b = -8$, $c = -4$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 64 + 80 = 144 = 12^2$; $D > 0$;

$y_1 = \dfrac{8+12}{2 \cdot 5} = \dfrac{20}{10} = 2$; $y_2 = \dfrac{8-12}{2 \cdot 5} = \dfrac{-4}{10} = -\dfrac{2}{5}$.

Відповідь: 1) −5; 1; 2) −1; 4,5; 3) $-\dfrac{2}{5}$; 2.

818. 1) $(x - 3)^2 = 2x - 3$; $x^2 - 6x + 9 = 2x - 3$; $x^2 - 8x + 12 = 0$; $a = 1$, $b =$ -8, $c = 12$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 64 - 48 = 16 = 4^2$; $D > 0$;

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \dfrac{8+4}{2 \cdot 1} = \dfrac{12}{2} = 6$; $x_2 = \dfrac{8-4}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$;

2) $3(x + 1)^2 = 2x + 2$; $3(x^2 + 2x + 1) = 2x + 2$; $3x^2 + 6x + 3 = 2x + 2$; $3x^2 + 4x + 1 = 0$; $a = 3$, $b = 4$, $c = 1$; $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4 = 2^2$; $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; $x_1 = \dfrac{-4+2}{2 \cdot 3} = \dfrac{-2}{6} = -\dfrac{1}{3}$; $x_2 = \dfrac{-4-2}{6} = \dfrac{-6}{6} = -1$;

3) $(x + 3)(x - 1) = 2x(x - 2) + 5$; $x^2 - x + 3x - 3 = 2x^2 - 4x + 5$; $x^2 - 6x + 8 = 0$; $a = 1$, $b = -6$, $c = 8$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4 = 2^2$;

$D > 0$; $x_1 = \dfrac{6+2}{2 \cdot 1} = \dfrac{8}{2} = 4$; $x_2 = \dfrac{6-2}{2 \cdot 1} = \dfrac{4}{2} = 2$;

4) $x(x - 3) - (x - 5)(x + 5) = (x + 1)^2$; $x^2 - 3x - (x^2 - 25) = x^2 + 2x + 1$; $x^2 - 3x - x^2 + 25 = x^2 + 2x + 1$; $x^2 + 5x - 24 = 0$; $a = 1$, $b = 5$, $c = -24$; $D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121 = 11^2$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{-5+11}{2 \cdot 1} = \dfrac{6}{2} = 3$; $x_2 = \dfrac{-5-11}{2 \cdot 1} = \dfrac{-16}{2} = -8$.

Відповідь: 1) 2; 6; 2) $-\dfrac{1}{3}$; −1; 3) 2; 4; 4) 3; −8.

819. 1) $(x + 2)^2 = 2x + 3$; $x^2 + 4x + 4 = 2x + 3$; $x^2 + 2x + 1 = 0$; $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$; $D = 0$. $x_1 = -\dfrac{b}{2a}$; $x_1 = \dfrac{-2}{2 \cdot 1} = -1$;

2) $5(x-1)^2 = 3x - 6$; $5(x^2 - 4x + 4) = 3x - 6$; $5x^2 - 20x + 20 = 3x - 6$; $5x^2 - 23x + 26 = 0$; $a = 5$, $b = -23$, $c = 26$; $D = (-23)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 26 =$ $= 529 - 520 = 9 = 3^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{23+3}{2 \cdot 5} = \frac{26}{10} = 2,6$; $x_2 = \frac{23-3}{2 \cdot 5} = \frac{20}{10} = 2$;

3) $(x+2)(x-3) = 2x(x-4) + 6$; $x^2 + 3x + 2x - 6 = 2x^2 - 8x + 6$; $x^2 - 7x + 12 = 0$; $a = 1$, $b = -7$, $c = 12$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$; $D > 0$; $x_1 = \frac{7+1}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$; $x_2 = \frac{7-1}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$;

4) $x(x-1) - (x-3)(x+3) = (x+2)^2 - 1$; $x^2 - x - (x + 9) = x^2 + 4x + 4 - 1$; $\cancel{x^2} - x - \cancel{x^2} + 9 = x^2 + 4x + 3$; $x^2 + 5x - 6 = 0$; $a = 1$, $b = 6$, $c = -6$; $D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49 = 7^2$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{-5+7}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$; $x_2 = \frac{-5-7}{2 \cdot 1} = \frac{-12}{2} = -6$.

Відповідь: 1) −1; 2) 2; 2,6; 3) 3; 4; 4) −6; 1.

820. 1) $\frac{x^2+2x}{3} = \frac{4x+1}{5}$; $5(x^2 + 2x) = 3(4x + 1)$; $5x^2 + 10x = 12x + 3$; $5x^2 - 2x - 3 = 0$; $a = 5$, $b = -2$, $c = -3$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 4 + 69 =$ $= 64 = 8^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{2+8}{2 \cdot 5} = \frac{10}{10} = 1$; $x_2 = \frac{2-8}{2 \cdot 5} = \frac{-6}{5} = -0,6$;

2) $\frac{x+2}{3} + \frac{x^2-1}{2} = \frac{1}{3}$; $2(x + 2) + 3(x^2 - 1) = 2$; $2x + 4 + 3x^2 - 3 = 2$; $3x^2 + 2x - 1 = 0$; $a = 3$, $b = 2$, $c = -1$; $D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 4 + 12 = 16 = 4^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-2+4}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{-2-4}{2 \cdot 3} = \frac{-4}{6} = -1$.

Відповідь: 1) −0,6; 1; 2) $\frac{1}{3}$; −1.

821. 1) $\frac{x^2-3x}{4} = \frac{2x+5}{3}$; $3(x^2 - 3x) = 4(2x + 5)$; $3x^2 - 9x = 8x + 20$; $3x^2 - 17x - 20 = 0$; $a = 3$, $b = -17$, $c = -20$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-20) = 289 + 240 =$ $= 529 = 23^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{17+23}{2 \cdot 3} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{17-23}{2 \cdot 3} = \frac{-6}{6} = -1$;

2) $\frac{x+1}{2} + \frac{x^2-1}{5} = 1$; $5(x + 1) + 2(x^2 - 1) = 10$; $5x + 5 + 2x^2 - 2 - 10 = 0$; $2x^2 + 5x - 7 = 0$; $a = 2$, $b = 5$, $c = -7$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 26 = 49 = 7^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-5+9}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$; $x_2 = \frac{-5-9}{2 \cdot 2} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} = -3,5$.

Відповідь: 1) −1; $6\frac{2}{3}$; 2) 1; −3,5.

822. 1) $\frac{1}{2}x^2 - x - 7 = 0 \,\Big|\cdot 2$; $x^2 - 2x - 14 = 0$; $a = 1$, $b = -2$, $c = -14$; $D = (-2)^2 -$ $- 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 4 + 56 = 60$; $D > 0$; $x_1 = \frac{2+\sqrt{60}}{2 \cdot 1} = \frac{2+\sqrt{60}}{2} = 1 + \sqrt{15}$; $x_2 = 1 + \sqrt{15}$;

2) $-x^2 - 2x + 4 = 0 \mid \cdot (-1)$; $x^2 + 2x - 4 = 0$; $a = 1$, $b = 2$, $c = -4$; $D = 2^2 -$ $- 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 4 + 16 = 20$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-2+\sqrt{20}}{2 \cdot 1} = \frac{-2+2\sqrt{5}}{2} = -1 + \sqrt{5}$; $x_2 = -1 - \sqrt{5}$;

3) $0{,}1x^2 - 3x - 5 = 0$; $a = 0{,}1$; $b = -3$; $c = -5$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 0{,}1 \cdot (-5) = 9 + 2 = 11$; $D > 0$; $x_1 = \dfrac{3+\sqrt{11}}{2 \cdot 0{,}1} = \dfrac{3+\sqrt{11}}{0{,}2} = 15 + 5\sqrt{11}$; $x_2 = \dfrac{3-\sqrt{11}}{0{,}2} = 15 - 5\sqrt{11}$;

4) $0{,}5x^2 + 1{,}5x - 4 = 0$; $a = 0{,}5$; $b = 1{,}5$; $c = -4$; $D = 1{,}5^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-4) = 2{,}25 + 8 = 10{,}25$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{-1{,}5+\sqrt{10{,}25}}{2 \cdot 0{,}5} = -1{,}5 + 5\sqrt{10{,}25}$; $x_2 = \dfrac{-1{,}5-\sqrt{10{,}25}}{2 \cdot 0{,}5} = -1{,}5 - \sqrt{10{,}25}$.

823. 1) $\dfrac{1}{2}x^2 + x - 3 = 0 \,\Big|\cdot 2$; $x^2 + 2x - 6 = 0$; $a = 1$, $b = 2$, $c = -6$; $D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 4 + 24 = 28$; $D > 0$; $x_1 = \dfrac{-2+\sqrt{28}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-2+2\sqrt{7}}{2} = -1 + \sqrt{7}$; $x_2 = -1 - \sqrt{7}$;

2) $-x^2 + 2x + 11 = 0 \mid \cdot (-1)$; $x^2 - 2x - 11 = 0$; $a = 1$, $b = -2$, $c = -11$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-11) = 4 + 44 = 48$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{2+\sqrt{48}}{2 \cdot 1} = \dfrac{2+2\sqrt{12}}{2} = 1 + \sqrt{12} = 1 + 2\sqrt{3}$; $x_2 = 1 - \sqrt{12} = 1 - 2\sqrt{3}$;

3) $0{,}2x^2 + 2x - 3 = 0$; $a = 0{,}2$; $b = 2$; $c = -3$; $D = 2^2 - 4 \cdot 0{,}2 \cdot (-3) = 4 + 2{,}4 = 6{,}4$; $D > 0$; $x_1 = \dfrac{-2+\sqrt{6{,}4}}{2 \cdot 0{,}2} = \dfrac{-2+\sqrt{6{,}4}}{0{,}4} = \dfrac{-10+5\sqrt{6{,}4}}{2} = -5 + 5\sqrt{1{,}6}$;

$x_2 = \dfrac{-2-\sqrt{6{,}4}}{0{,}4} = \dfrac{-10-5\sqrt{6{,}4}}{2} = -5 - 5\sqrt{1{,}6}$;

4) $0{,}5x^2 - 2{,}5x - 4 = 0$; $a = 0{,}5$; $b = -2{,}5$; $c = -4$;
$D = (-2{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}5 \cdot (-4) = 6{,}25 + 8 = 14{,}25$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{2{,}5+\sqrt{14{,}25}}{2 \cdot 0{,}5} = 2{,}5 + \sqrt{14{,}25}$; $x_2 = 2{,}5 - \sqrt{14{,}25}$.

824. 1) $(\sqrt{x} - 2)(x^2 + x - 2) = 0$; $\begin{cases} \sqrt{x} - 2 = 0, \\ x^2 + x - 2 = 0, \\ x \geq 0; \end{cases}$ $\sqrt{x} - 2 = 0$; $\sqrt{x} = 2$; $x = 4$; $x \geq 0$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = 4, \\ x_2 = 1. \end{array}\right.$

$x^2 + x - 2 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 = 3^2$; $D > 0$; $x_1 = \dfrac{-1+3}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$;

$x_2 = \dfrac{-1-3}{2} = \dfrac{-4}{2} = -2$ — не є розв'язком рівняння, так як $x > 0$.

2) $x^2 - \dfrac{3x^2}{|x|} - 4 = 0$; $\left[\begin{array}{l} x^2 - \dfrac{3x^2}{-x} - 4 = 0,\ x \leq 0, \\ x^2 - \dfrac{3x^2}{x} - 4 = 0,\ x > 0; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2 + 3x - 4 = 0,\ x \leq 0, \\ x^2 - 3x - 4 = 0,\ x > 0; \end{array}\right.$

$x^2 + 3x - 4 = 0$, $x < 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 = 5^2$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{-3+5}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ — не є розв'язком; $x_2 = \dfrac{-3-5}{2} = -4$;

$x^2 - 3x - 4 = 0$, $x > 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 = 5^2$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{3+5}{2} = 4$; $x_2 = \dfrac{3-5}{2} = -1$ — не є розв'язком.

$\left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \text{ — не є розв'язком}, \\ x_2 = -4, \\ x_3 = -1 \text{ — не є розв'язком} \\ x_4 = 4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -4, \\ x_2 = 4. \end{array}\right.$

3) $x|x| + 3x - 4 = 0$. Якщо $x \le 0$, то $-x^2 + 3x - 4 = 0$.
Якщо $x > 0$, то $x^2 + 3x - 4 = 0$.
Розв'яжемо рівняння: $-x^2 + 3x - 4 = 0$, $x \le 0$; $x^2 - 3x - 4 = 0$;
$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7$; $D < 0$; коренів немає.
Розв'яжемо рівняння:
$x^2 + 3x - 4 = 0$, $x > 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 = 5^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$; $x_2 = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$ — не є розв'язком рівняння, так як $x > 0$.

4) $\frac{x^3}{|x|} - x - 2 = 0$.

Якщо $x \le 0$, то $\frac{x^3}{-x} - x - 2 = 0$; $-x^2 - x - 2 = 0$.

Якщо $x > 0$, то $\frac{x^3}{x} - x - 2 = 0$; $x^2 - x - 2 = 0$.
Розв'яжемо рівняння: $-x^2 - x - 2 = 0$, $x \le 0$; $x^2 + x + 2 = 0$;
$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1 - 8 = -7$; $D < 0$; коренів немає.
Розв'яжемо рівняння:
$x^2 - x - 2 = 0$, $x > 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9 = 3^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{1+3}{2} = 2$; $x_2 = \frac{1-3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ — не є розв'язком рівняння.
Відповідь: 1) 1; 4; 2) −4; 4; 3) 1; 4) 2.

825. 1) $(\sqrt{x} - 3)(x^2 - x - 6) = 0$; $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x} - 3 = 0,\\ x^2 - x - 6 = 0,\\ x \ge 0;\end{array}\right.$ $\sqrt{x} - 3 = 0$; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$;
$x^2 - x - 6 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 = 5^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$; $x_2 = \frac{1-5}{2} = -2$ — не є розв'язком рівняння, так як $x \ge 0$.
$\left[\begin{array}{l}x_1 = 9,\\ x_2 = 3.\end{array}\right.$

2) $x^2 - \frac{2x^2}{|x|} - 3 = 0$.
Якщо $x < 0$, то $x^2 + 2x - 3 = 0$.
Якщо $x > 0$, то $x^2 - 2x - 3 = 0$.
Розв'яжемо рівняння:
$x^2 + 2x - 3 = 0$, $x \le 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 4 + 12 = 16 = 4^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1$ — не є розв'язком рівняння, так як $x < 0$; $x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$;
Розв'яжемо рівняння:
$x^2 - 2x - 3 = 0$, $x > 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 = 4^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{2+4}{2} = 3$; $x_2 = \frac{2-4}{2} = -1$ — не є розв'язком рівняння, так як $x > 0$.
$\left[\begin{array}{l}x_1 = -3,\\ x_2 = 3.\end{array}\right.$

3) $x|x| - 4x - 5 = 0$.
Якщо $x \le 0$, то $-x^2 - 4x - 5 = 0$.
Якщо $x > 0$, то $x^2 - 4x - 5 = 0$.

Розв'яжемо рівняння: $-x^2 - 4x - 5 = 0$, $x \le 0$; $x^2 + 4x + 5 = 0$;
$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4$; $D < 0$; коренів немає.
Розв'яжемо рівняння: $x^2 - 4x - 5 = 0$, $x > 0$; $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 =$ $= 36 = 6^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{4+6}{2} = 5$; $x_2 = \frac{4-6}{2} = -\frac{2}{2} = -1$ — не є розв'язком рівняння, так як $x < 0$.

4) $\frac{x^3}{|x|} + 4x - 12 = 0$.

Якщо $x \le 0$, то $-x^2 + 4x - 12 = 0$.
Якщо $x > 0$, то $x^2 + 4x - 12 = 0$.
Розв'яжемо рівняння: $-x^2 + 4x - 12 = 0$, $x \le 0$; $x^2 - 4x + 12 = 0$;
$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 16 - 48 = -32$; $D < 0$; коренів немає.
Розв'яжемо рівняння: $x^2 + 4x - 12 = 0$, $x < 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) =$ $= 16 + 48 = 64 = 8^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-4+8}{2} = \frac{4}{2} = 2$; $x_2 = \frac{-4-8}{2} = -\frac{12}{2} = -6$ — не є коренем рівняння, так як $x > 0$.
Відповідь: 1) 3; 9; 2) −3; 3; 3) 5; 4) 2.

826. Один корінь квадратне рівняння має, якщо $D = 0$, тому маємо:
1) $2x^2 + x - a = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot a = 1 - 8a$; $D = 0$, звідки маємо: $1 - 8a = 0$; $-8a = -1$; $a = \frac{1}{8}$;
2) $x^2 - ax + 4 = 0$; $D = b^2 - 4ac$; $D = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = a^2 - 16$; $D = 0$;
$a^2 - 16 = 0$; $a^2 = 16$; $a_1 = 4$ або $a_2 = -4$.
Відповідь: 1) $a = \frac{1}{8}$; 2) $a = 4$ або $a = -4$.

827. Один корінь квадратне рівняння має, якщо $D = 0$, то маємо:
1) $4x^2 - x + b = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 4 \cdot b = 1 - 16b$; $D = 0$, то $1 - 16b = 0$;
$-16b = -1$; $b = \frac{1}{16}$;
2) $x^2 + bx + 9 = 0$; $D = b^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = b^2 - 36$; $D = 0$, то $b^2 - 36 = 0$;
$b_1 = 6$ або $b_2 = -6$.
Відповідь: 1) $b = \frac{1}{16}$; 2) $b = 6$ або $b = -6$.

828. 1) $\frac{a^2 - 49}{a^2 - 14a + 49} = \frac{(a-7)(a+7)}{(a-7)^2} = \frac{a+7}{a-7}$;

2) $\frac{x^3 + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x^2 - x + 1)} = x + 1$.

829. Якщо графік функції перетинає вісь Oy, то $x = 0$. Маємо:
$x = 0$, $y = 0{,}2 \cdot 0 - 15 = -15$; $(0; -15)$. Якщо перетинає вісь Ox, то $y = 0$, маємо: $0{,}2x - 15 = 0$; $0{,}2x = 15$; $x = 15 : 0{,}2$; $x = 75$; $(75; 0)$.
Відповідь: $(0; -15)$; $(75; 0)$.

830. Відомо, що $a + b = 5$, $ab = -7$, то маємо:
1) $ab^2 + a^2b = ab(b + a) = -7 \cdot 5 = -35$;
2) $a^2 + b^2$. Розглянемо $(a + b) = 5$; $a^2 + b^2 + 2ab = 25$, то $a^2 + b^2 = 25 - 2ab$;
$a^2 + b^2 = 25 - 2 \cdot (-7) = 25 + 14 = 39$. *Відповідь*: 1) −35; 2) 39.

831. 1) $x^2 - x - 6 = 0$; $a = 1$, $b = -1$, $c = -6$; $D = b^2 - 4ac$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) =$ $= 1 + 24 = 25 = 5^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{1+5}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$; $x_2 = \frac{1-5}{2 \cdot 1} = \frac{-4}{2} = -2$;

$x_1 + x_2 = 3 + (-2) = 1$; $x_1 \cdot x_1 = 3 \cdot (-2) = -6$; $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ \quad b = -1, \quad c = -6. \\ x_1 \cdot x_2 = -6; \end{cases}$

2) $x^2 + 6x + 8 = 0$; $a = 1$, $b = 6$, $c = 8$; $D = b^2 - 4ac$; $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 =$ $= 36 - 32 = 4 = 2^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-6+2}{2 \cdot 1} = \frac{-4}{2} = -2$; $x_2 = \frac{-6-2}{2 \cdot 1} = \frac{-8}{2} = -4$;

$x_1 + x_2 = -2 - 4 = -6$; $x_1 \cdot x_2 = -2 \cdot (-4) = 8$; $\begin{cases} x_1 + x_2 = -6, \\ \quad b = 6, \quad c = 8. \\ x_1 \cdot x_2 = 8; \end{cases}$

Відповідь: 1) 3; –2; $x_1 + x_2 = 1$; $x_1 \cdot x_2 = -6$; 2) –6; 8; $x_1 + x_2 = -6$; $x_1 \cdot x_2 = 8$.

832.

Рівняння	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
$x^2 - 2x - 8 = 0$	2	–8	4	–2	2	–8
$2x^2 + 5x - 7 = 0$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{7}{2}$	1	$-3\frac{1}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{7}{2}$
$3x^2 - 16x + 5 = 0$	$\frac{16}{3}$	$\frac{5}{3}$	5	$\frac{1}{3}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{5}{3}$

$x^2 - 2x - 8 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36 = 6^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{2+6}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$; $x_2 = \frac{2-6}{2 \cdot 1} = -2$;
$2x^2 + 5x - 7 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 25 + 56 = 81 = 9^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{-5+9}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$; $x_2 = \frac{-5-9}{2 \cdot 2} = \frac{-14}{4} = \frac{-7}{2} = -3\frac{1}{2}$;
$3x^2 - 16x + 5 = 0$; $D = (-16)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = 256 - 60 = 196 = 14^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{16+14}{2 \cdot 3} = \frac{30}{6} = 5$; $x_2 = \frac{16-14}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$;
2) $-\frac{b}{a} = x_1 + x_2$; $\frac{c}{a} = x_1 x_2$.

833. Розкладемо число 2500 на прості множники:

2500	2
1250	2
625	5
125	5
22	5
5	5
1	

Маємо: $2^2 \cdot 5^4 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 = 10^2 \cdot 5^2$.
Щохвилини комп'ютерна програма множить або ділить це число на 2 або 5, одержуючи при цьому натуральне число, тобто множить або ділить на 2^x і на 5^y. За годину отримаємо нове натуральне число, якщо в кінцевому результаті ми отримаємо натуральне число, то це число можна записати як $10^n \cdot 5^y$, де $x = 0$, а $y \leq 2$. Тобто маємо:
1) $10\,000 = 100^2 = 10^4 = 2^4 \cdot 5^4$, можливо, степені двійки і п'ятірки рівні, $n = 4$.
2) $20\,000 = 2 \cdot 100^2 = 2 \cdot 10^4 = 2 \cdot 2^4 \cdot 5^4$, не можливо, степінь 2 дорівнює 1, а повинна дорівнювати 0. *Відповідь*: 1) так; 2) ні.

§ 22. Теорема Вієта

835. 1) $2x^2 + 4x - 5 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 16 + 40 = 56$; $D > 0$;
$x_1 + x_2 = -\frac{4}{2} = -2$; $x_1x_2 = -\frac{5}{2} = -2,5$;
2) $-x^2 + 5x - 6 = 0 \mid \cdot (-1)$; $x^2 - 5x + 6 = 0$; $D > 0$; $x_1 + x_2 = 5$; $x_1x_2 = 6$;
3) $3x^2 - 6x - 8 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 36 + 96 = 132$; $D > 0$;
$x_1 + x_2 = \frac{6}{3} = 2$; $x_1x_2 = -\frac{8}{3}$;
4) $4x^2 - 7x = 0$; $x_1 + x_2 = \frac{7}{4}$; $x_1x_2 = 0$.

Відповідь: 1) -2; $-2,5$; 2) 5; 6; 3) 2; $-\frac{8}{3}$; 4) $\frac{7}{4}$; 0.

836. 1) $x^2 - 2x - 8 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$; $D > 0$; $x_1 + x_2 = 2$; $x_1x_2 = -8$;
2) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$; $D > 0$; $x_1 + x_2 = -1$; $x_1x_2 = -6$;
3) $x^2 + 9x + 5 = 0$; $D = 9^2 - 5 \cdot 5 \cdot 1 = 81 - 20 = 61$; $D > 0$; $x_1 + x_2 = -9$; $x_1x_2 = 5$;
4) $2x^2 - 6x + 3 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 36 - 24 = 12$; $D > 0$;
$x_1 + x_2 = \frac{-6}{2} = 3$; $x_1x_2 = \frac{3}{2}$.

Відповідь: 1) 2; -8; 2) -1; -6; 3) -9; 5; 4) -3; $\frac{3}{2}$.

837. 1) $x^2 + 4x - 5 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36 = 6^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{-4+6}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$; $x_2 = \frac{-4-6}{2 \cdot 1} = \frac{-10}{2} = -5$; $x_1 + x_2 = 1 + (-5) = -4$;
$x_1x_2 = 1 \cdot (-5) = -5$. За теоремою Вієта: $x_1 + x_2 = \frac{-4}{1} = -4$; $x_1x_1 = -5$.
2) $x^2 - 4x - 21 = 0$; $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100 = 10^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{4+10}{2 \cdot 1} = \frac{14}{2} = 7$; $x_2 = \frac{4-10}{2 \cdot 1} = \frac{-6}{2} = -3$; $x_1 + x_2 = 7 + (-3) = 4$;
$x_1x_2 = 7 \cdot (-3) = -21$;
3) $2x^2 - 5x + 3 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25 - 24 = 1$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{5+1}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$; $x_2 = \frac{5-1}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1$; $x_1 + x_2 = 1,5 + 1 = 2,5$;
$x_1x_2 = 1 \cdot 1,5 = 1,5$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = \frac{5}{2} = 2,5$; $x_1x_2 = \frac{3}{2} = 1,5$;
4) $2x^2 + 5x + 2 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{-5+3}{2 \cdot 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5-3}{2 \cdot 2} = \frac{-8}{4} = -2$; $x_1 + x_2 = -0,5 - 2 = -2,5$;
$x_1x_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-2) = 1$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -\frac{5}{2} = -2,5$; $x_1x_2 = \frac{2}{2} = 1$.
Відповідь: 1) 1; -5; 2) 7; -3; 3) 1,5; 1; 3) $-0,5$; -2.

838. 1) $x^2 + 3x - 28 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-28) = 9 + 112 = 121 = 11^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-3+11}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$; $x_2 = \frac{-3-11}{2 \cdot 1} = \frac{-14}{2} = -7$; $x_1 + x_2 = 4 + (-7) = -3$;
$x_1x_2 = 4 \cdot (-7) = -28$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 3$; $x_1x_2 = -28$;

2) $2x^2 - 13x + 15 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 169 - 120 = 49 = 7^2$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{13+7}{2 \cdot 2} = \frac{20}{4} = 5$; $x_2 = \frac{13-7}{2 \cdot 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$; $x_1 + x_2 = 5 + 1,5 = 6,5$;

$x_1 x_2 = 5 \cdot 1,5 = 7,5$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = \frac{13}{2} = 6,5$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{15}{2} = 7,5$.

Відповідь: 1) −7; 4; 2) 5; 1,5.

839. 1) $x^2 + 2x - 8 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -2$; $x_1 x_2 = -8$; корені мають різні знаки.

2) $x^2 - 4x + 4 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = 4$; $x_1 x_2 = 4$; корені рівні і мають однакові знаки.

3) $3x^2 + 4x + 1 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = -\frac{4}{3}$; $x_1 x_2 = \frac{1}{3}$; корені мають однакові знаки.

4) $2x^2 - 3x - 5 = 0$. За теоремою Вієта $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$; $x_1 x_2 = -\frac{5}{2}$; корені мають різні знаки.

840 1) $x^2 - 6x + 6 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = 2; \end{matrix}$

2) $x^2 + 6x + 8 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 x_2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = -2; \end{matrix}$

3) $x^2 - 6x - 7 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6, \\ x_1 x_2 = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 7, \\ x_2 = -1; \end{matrix}$

4) $x^2 + 3x - 4 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = 1; \end{matrix}$

5) $x^2 - 17x + 42 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 42 = 289 - 168 = 121$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 17, \\ x_1 x_2 = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 14, \\ x_2 = 3; \end{matrix}$

6) $x^2 - 5x - 24 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 x_2 = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 8, \\ x_2 = -3. \end{matrix}$

Відповідь: 1) 2; 3; 2) −2; −4; 3) −1; 7; 4) −4; 1; 5) 14; 3; 6) −3; 8.

841. 1) $x^2 - 5x + 4 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 4, \\ x_2 = 1; \end{matrix}$

2) $x^2 - x - 6 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = -2; \end{matrix}$

3) $x^2 + 4x + 3 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4, \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = -1; \end{matrix}$

4) $x^2 - 12x + 27 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 27 = 144 - 108 = 36$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12, \\ x_1 x_2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 9, \\ x_2 = 3; \end{matrix}$

5) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1x_2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = 2; \end{matrix}$

6) $x^2 + 9x - 22 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-22) = 81 + 99 = 169$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -9, \\ x_1x_2 = -22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -11, \\ x_2 = 2. \end{matrix}$

Відповідь: 1) 1; 4; 2) –2; 3; 3) –3; –1; 4) 3; 9; 5) –3; 2; 6) –11; 2.

842. $12x^2 + 17x - 389 = 0$; $D = 17^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-389) = 289 + 18\,672 = 18\,961$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $x_1 + x_2 = -\frac{17}{12}$; $x_1x_2 = -\frac{389}{12}$.

Корені мають різні знаки, так як $x_1x_2 < x_1 + x_2$; $b = 17$, $c = -389$, $a = 12$.

843. 1) $x^2 + 8x + 5 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 5 = 64 - 20 = 44$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -8, \\ x_1x_2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$ корені мають однакові знаки;

$x_1x_2 > x_1 + x_2$; $x_1 < 0$; $x_2 > 0$;

2) $x^2 - 12x - 1 = 0$; $D = (-12)^2 = 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 144 + 4 = 148$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12, \\ x_1x_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$ корені мають різні знаки;

$x_1 + x_2 > x_1x_2$; $x_1 > 0$; $x_2 < 0$;

3) $3x^2 + 14x - 7 = 0$; $D = 14^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7) = 196 + 84 = 280$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{14}{3}, \\ x_1x_2 = -\frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$ корені мають різні знаки;

$x_1 > 0$; $x_2 < 0$;

4) $4x^2 - 7x + 2 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 49 - 32 = 17$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{4}, \\ x_1x_2 = \frac{2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$ корені мають однакові знаки; $x_1 > 0$; $x_2 > 0$.

844. 1) $x^2 - 13x - 2 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 169 + 8 = 177$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 13, \\ x_1x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow$ корені мають різні знаки;

$x_1 > 0$; $x_2 < 0$;

2) $x^2 + 17x + 1 = 0$; $D = 17^2 - 4 \cdot 1 = 289 - 4 = 285$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -17, \\ x_1x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow$ корені мають однакові корені, від'ємні;

$x_1 < 0$; $x_2 < 0$;

3) $5x^2 - 14x + 1 = 0$; $D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 196 - 20 = 176$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{14}{5}, \\ x_1x_2 = \frac{1}{5}. \end{cases}$ Корені мають однакові знаки додатні.

$x_1 > 0$; $x_2 > 0$.

4) $3x^2 + 7x - 18 = 0$; $D = 7^2 - 4\, \alpha \cdot (-18) = 49 + 216 = 265$; $D > 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{7}{3}, \\ x_1x_2 = -\frac{18}{3}. \end{cases}$ Корені мають різні знаки. $x_1 > 0$; $x_2 < 0$.

845. Маємо $x^2 + 6x + q = 0$; $a_1 = -3{,}5$, то за теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} x_1 + x_2 = -6, \\ x_1x_2 = q, \end{cases}$ то маємо $x_2 = -6 - x$; $x_2 = -6 + 3{,}5 = -2{,}5$, то
$q = (-3{,}5) \cdot (-2{,}5) = 8{,}75$. *Відповідь*: $x_1 = -2{,}5$; $q = 8{,}75$.

846. Маємо $x^2 + px - 0 = 0$, $x_1 = 1{,}5$, то за теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1x_2 = -9, \end{cases}$
звідки $x_2 = \frac{-9}{x_1}$; $x_2 = \frac{-9}{1,5} = -6$; $x_1 + x_2 = 1{,}6 + (-6) = -4{,}5$; $-p = -4{,}5$; $p = 4{,}5$.
Відповідь: $p = 4{,}5$; $x_2 = -6$.

847. За умовою $x^2 + px - 10 = 0$; $2x_1 + 5x_2 = 0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1x_2 = -10, \\ 2x_1 + 5x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ 2x_1 = -5x_2, \\ x_1x_2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 = -2,5x_2, \end{array}\right. \\ -2,5x_2^2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow x_2^2 = 4,$ то маємо
$x_1 = 2$ або $x_1 = -2$, то $x_2 = -5$ або $x_2 = 5$.
Звідки $x_1 + x_2 = 2 + (-5) = 3$; $-p = -3$; $p = 3$ або $x_1 + x_2 = -2 + 5 = 5$; $-p = 3$;
$p = -3$. *Відповідь*: $x_1 = 2$; $x_2 = -5$; $p = 3$ або $x_1 = -2$; $x_2 = 5$; $p = -3$.

848. За умовою $x^2 - 4x + q = 0$; $2x_1 - 3x_2 = 13$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1x_2 = q, \end{array}\right. \\ 2x_1 - 3x_2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 = 13 \end{cases} \Big| \cdot 3 \Leftrightarrow \begin{array}{c} \oplus\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 = 12, \\ 2x_1 - 3x_2 = 13, \end{cases} \\ \hline 5x_1 = 25, \\ x_1 = 5, \end{array}$ то $x_2 = 4 - x_1$;
$x_2 = 4 - 5$; $x_2 = -1$.
Звідки маємо, що $q = x_1x_2$; $q = 5 \cdot (-1) = -5$.
Відповідь: $x_1 = 5$; $x_2 = -1$; $q = -5$.

849. $x^2 + 4x - 3 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4, \\ x_1x_2 = -3. \end{cases}$

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1\frac{1}{3}$;

2) $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -3 \cdot (-4) = 12$; $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = 12$;

3) $x_1^2 + x_2^2$, враховуючи, що $x_1 + x_2 = -4$;
$(x_1 + x_2)^2 = (-4)^2 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 16$; $x_1^2 + x_2^2 = 16 - 2x_1x_2$;
$x_1^2 + x_2^2 = 16 - 2 \cdot (-3) = 16 + 6 = 22$; $x_1^2 + x_2^2 = 22$;

4) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{22}{-3} = -\frac{22}{3} = -7\frac{1}{3}$; $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -7\frac{1}{3}$;

5) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{(x_1x_2)^2} = \frac{22}{(-3)^2} = \frac{22}{9} = 2\frac{4}{9}$; $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2\frac{4}{9}$;

6) $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 22 - 2 \cdot (-3) = 22 + 6 = 28$;
$(x_1 - x_2)^2 = 28$.

Відповідь: 1) $1\frac{1}{3}$; 2) 12; 3) 22; 4) $-7\frac{1}{3}$; 5) $2\frac{4}{9}$; 6) 28.

850. За умовою $x^2 - 5x - 2 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1x_2 = -2. \end{cases}$

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{5}{-2} = -2,5$; $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -2,5$;

2) $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -2 \cdot 5 = -10$; $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = -10$;

3) $x_1^2 + x_2^2$. Врахуємо, що $x_1 + x_2 = 5$, то $(x_1 + x_2)^2 = 5^2$; $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 25$; $x_1^2 + x_2^2 = 25 - 2x_1x_2$; $x_1^2 + x_2^2 = 25 - 2 \cdot (-2) = 25 + 4 = 29$; $x_1^2 + x_2^2 = 29$;

4) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{29}{-2} = -14\frac{1}{2}$; $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -14\frac{1}{2} = -14,5$;

5) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1^2x_2^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{(x_2^2 + x_1^2)^2} = \frac{29}{(-2)^2} = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$; $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 7\frac{1}{4} = 7,25$;

6) $(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = 29 - 2 \cdot (-2) = 29 + 1 = 33$; $(x_1 - x_2)^2 = 33$.

Відповідь: 1) –2,5; 2) –10; 3) 29; 4) $-14\frac{1}{2}$; 5) $7\frac{1}{4}$; 5) 33.

851. 1) $x_1 = 2$; $x_2 = 3$, то $x_1 + x_2 = 2 + 3 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 3 = 6$. За теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

2) $x_1 = -3$; $x_2 = 4$, то $x_1 + x_2 = -3 + 4 = 1$; $x_1 \cdot x_2 = -3 \cdot 4 = -12$. За теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 - x - 12 = 0$.

3) $x_1 = -7$; $x_2 = 2$, то $x_1 + x_2 = -7 + 2 = -5$; $x_1 \cdot x_2 = -7 \cdot 2 = -14$. За теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 + 5x - 14 = 0$.

4) $x_1 = 0,3$; $x_2 = -,0$, то $x_1 + x_2 = 0,3 + (-0,5) = -0,2$; $x_1 \cdot x_2 = 0,3 \cdot (-0,5) = 0,15$. За теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 + 0,2x + 0,15 = 0$.

852. 1) $x_1 = 5$; $x_2 = 1$, то $x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6$; $x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 4$. Звідки за теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 - 6x + 5 = 0$.

2) $x_1 = 2$; $x_2 = -7$, то $x_1 + x_2 = 2 + (-7) = -5$; $x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot (-7) = -14$. Звідки за теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 + 5x - 14 = 0$.

3) $x_1 = -2$; $x_2 = -3$, то $x_1 + x_2 = -2 + (-3) = -5$; $x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot (-3) = 6$. Звідки за теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 + 5x + 6 = 0$.

4) $x_1 = 0,7$; $x_2 = -0,1$, то $x_1 + x_2 = 0,7 + (-0,1) = 0,6$; $x_1 \cdot x_2 = 0,7 \cdot (-0,1) = -0,07$. Звідки за теоремою, оберненої до теореми Вієта, маємо: $x^2 - 0,6x - 0,07 = 0$.

853. 1) $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 5$, то $x_1 + x_2 = -\frac{1}{3} + 5 = 4\frac{2}{3}$; $x_1x_2 = -\frac{1}{3} \cdot 5 = -\frac{5}{3}$.

Маємо квадратне рівняння: $x^2 - 4\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} = 0$; $x^2 - \frac{14}{3}x - \frac{5}{3} = 0 \,\Big|\cdot 3$;

$3x^2 - 14x - 5 = 0$.

2) $x_1 = -\frac{1}{4}$; $x_2 = \frac{5}{6}$, то $x_1 + x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{-3 + 10}{12} = \frac{7}{12}$; $x_1x_2 = -\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{5}{24}$.

Маємо квадратне рівняння: $x^2 - \frac{7}{12}x - \frac{5}{24} = 0 \,\Big|\cdot 24$, то $24x^2 - 14x - 5 = 0$.

3) $x_1 = \sqrt{5}$; $x_2 = -\sqrt{5}$, то $x_1 + x_2 = \sqrt{5} + (-\sqrt{5}) = 0$; $x_1x_2 = \sqrt{5} \cdot (-\sqrt{5}) = -5$. Маємо квадратне рівняння: $x^2 + 0x - 5 = 0$; $x^2 - 5 = 0$.

4) $x_1 = 2 - \sqrt{3}$; $x_2 = 2 + \sqrt{3}$, то $x_1 + x_2 = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$;

$x_1x_2 = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$. Маємо квадратне рівняння: $x^2 - 4x + 1 = 0$.

Відповідь: 1) $3x^2 - 14x - 5 = 0$; 2) $24x^2 - 14x - 5 = 0$; 3) $x^2 - 5 = 0$; 4) $x^2 - 4x + 1 = 0$.

854. 1) $x_1 = -2$; $x_2 = \frac{1}{3}$, то $x_1 + x_2 = -2 + \frac{1}{3} = -1\frac{1}{3} = -\frac{5}{3}$; $x_1x_2 = (-2) \cdot \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$.

Маємо квадратне рівняння: $x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0 \,\Big|\cdot 3$; $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

2) $x_1 = \frac{1}{8}$; $x_2 = \frac{1}{2}$, то $x_1 + x_2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{1+4}{8} = \frac{5}{8}$; $x_1x_2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$. Маємо квадратне рівняння: $x^2 - \frac{5}{8}x + \frac{1}{16} = 0 \Big| \cdot 16$; $16x^2 - 10x + 1 = 0$.

3) $x_1 = -\sqrt{7}$; $x_2 = \sqrt{7}$, то $x_1 + x_2 = -\sqrt{7} + \sqrt{7} = 0$; $x_1x_2 = (-\sqrt{7})\ (\sqrt{7}) = -7$.
Маємо квадратне рівняння: $x^2 + 0x - 7 = 0$; $x^2 - 7 = 0$.

4) $x_1 = 3 + \sqrt{7}$; $x_2 = 3 - \sqrt{7}$, то $x_1 + x_2 = 3 + \sqrt{7} + 3 - \sqrt{7} = 6$;
$x_1x_2 = (3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7}) = 9 - 7 = 2$.
Маємо квадратне рівняння: $x^2 - 6x + 2 = 0$.
Відповідь: 1) $3x^2 + 5x - 2 = 0$; 2) $16x^2 - 10x + 1 = 0$; 3) $x^2 - 7 = 0$; 4) $x^2 - 6x + 2 = 0$.

855. За умовою маємо $x^2 - 3x - 9 = 0$.
За теоремою Вієта: $x_1 + x_2 = 3$; $x_1 \cdot x_2 = -9$.
За умовою $y_1 = y_1 + 2$; $y_2 = x_2 + 2$.
$y_1 + y_2 + 4 = x_1 + 2 + x_2 + 2 = x_1 + x_2 + 4$, то
$y_1 + y_2 = 3 + 4 = 7$; $y_1 \cdot y_2 = (x_1 + 2)(x_2 + 2) = x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 + 4 =$
$= x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = -9 + 2 \cdot 3 + 4 = -9 + 6 - 4 = 10 - 9 = 1$.
То маємо: $y_1 + y_2 = 7$; $y_1 \cdot y_2 = 1$.
Маємо квадратне рівняння: $y^2 - 7y + 1 = 0$.
Відповідь: $y^2 - 7y + 1 = 0$.

856. За умовою $x_2 + 2x - 8 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1x_2 = -7. \end{cases}$
Корені нового рівняння $y_1 = x_1 - 3$; $y_2 = x_2 - 3$, то $y_2 + y_2 = x_1 - 3 + x_2 - 3 =$
$= x_1 + x_2 - 6 = -2 - 6 = -8$; $y_1 + y_2 = -8$; $y_1 \cdot y_2 = (x_1 - 3)(x_2 - 3) =$
$= x_1x_2 - 3x_1 - 3x_2 + 9 = x_1x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9 = -7 - 3 \cdot (-2) + 9 = 2 + 6 = 8$.
То маємо квадратне рівняння: $y^2 + 8y + 8 = 0$.
Відповідь: $y^2 + 8y + 8 = 0$.

857. Нехай першого сплаву x кг, а другого y кг, то маємо рівняння $x + y = 200$. Так як перший сплав містить 20 % міді, то $0{,}2x$ кг, а другий — 35 %, то $0{,}35y$ кг. Маємо друге рівняння, враховуючи, що новий сплав містить 29 %, тобто $0{,}29(x + y)$.

$\begin{cases} 0{,}2x + 0{,}35y = 0{,}29(x + y), \\ x + y = 200; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 200 - y, \\ 0{,}2(200 - y) + 0{,}35y = 0{,}29(200 - y + y); \end{cases}$

$40 - 0{,}2y + 0{,}35y = 58$; $0{,}15y = 18$; $y = 18 : 0{,}15$; $y = 120$.
То $x = 200 - 120 = 80$ кг.
Відповідь: перший сплав 80 кг, другий 120 кг.

858. $\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}\right) \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}} =$

$= \frac{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 - (\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \frac{x - y - x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \cdot \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{y}} = -\frac{y \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y})} =$

$= -\frac{y}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{y})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$, $x \neq 0$. *Відповідь*: $-\sqrt{\frac{y}{x}}$.

859. Нехай перше число x, тоді друге $7x$, за умовою їх сума дорівнює 32, то маємо $x + 7x = 32$; $8x = 32$; $x = 32 : 8$; $x = 4$.
Перше число — 4. Друге число — $7 \cdot 4 = 28$. *Відповідь*: 4 і 28.

860. Нехай друге число x, тоді перше — $3 + x$, за умовою різниця між квадратом більшого і квадратом меншого становить 81, то маємо рівняння: $(3 + x)^2 - x^2 = 81$.

$9 + 6x + x^2 - x^2 = 81$; $6x = 81 - 9$; $6x = 72$; $x = 72 : 6$; $x = 12$.

Друге число — 12. Перше число — $3 + 12 = 15$. *Відповідь*: 12 і 15.

861. Нехай середній вік всіх членів команди x, а шахістів — y, то за умовою $x - y = 2$, то $7x - 6y$ = вік капітана, маємо вік капітана $7(2 + y) - 6y = 14 + 7y - 6y = 14 + y$. Але y — середній вік шахістів і на 2 менше середнього віку капітана, то $14 - 2 = 12$ — це різниця середнього віку команди від шахістів.

Відповідь: 12.

§ 23. Квадратне рівняння як математична модель тестових і прикладних задач

862. Нехай одно з натуральних чисел x, $x > 0$, то друге — $(x - 5)$. Їх добуток $x(x - 5)$ за умовою дорівнює 205. Маємо рівняння: $x(x - 5) = 204$; $x^2 - 5x - 204 = 0$. За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1x_2 = 204; \end{cases}$ то $x_1 = 17$; $x_2 = -12$ не є розв'язком задачі.

Перше число 17, то друге $17 - 5 = 12$.

Відповідь: 12; 17.

863. Нехай перше натуральне число x, $x > 0$, то друге число за умовою — $(x + 3)$. Добуток їх дорівнює 180, маємо рівняння: $x(x + 3) = 180$; $x^2 + 3x - 180 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1x_2 = -180; \end{cases}$ тобто $x_1 = -15$ не є розв'язком задачі; $x_2 = 12$.

Перше число 12, а друге $-12 + 3 = 15$. *Відповідь*: 12; 15.

864. Нехай одна сторона прямокутника дорівнює x, то друга $(x + 3)$ см, $x > 0$. Площа дорівнює 108 см^2, то маємо рівняння: $x(x + 3) = 108$; $x^2 + 3x - 108 = 0$. За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1x_2 = 108. \end{cases}$ Маємо: $x_1 = -12$; $x_2 = 9$. $x_1 = -12$ — не є розв'язком задачі. Тобто одна сторона прямокутника 9 см, то друга $9 + 3 = 12$ см. $P = (9 + 12) \cdot 2 = 21 \cdot 2 = 42$ см.

Відповідь: 42 см.

865. Нехай одна сторона ділянки прямокутної форми x м, $x > 0$, то друга $(x + 10)$ м. Площа ділянки 375 м^2. Маємо рівняння: $x(x + 10) = 375$; $x^2 + 10x = 375$; $x^2 + 10x - 375 = 0$. За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -10, \\ x_1x_2 = -315. \end{cases}$

Звідки $x_1 = -25$ — не є розв'язком задачі; $x_2 = 15$. Тобто одна сторона 15 м, то друга $15 + 10 = 25$ м. Для того, щоб знайти довжину паркану, знайдемо $P = (15 + 25) \cdot 2 = 40 \cdot 2 = 80$ м.

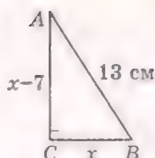
Відповідь: 80 м.

866. Враховуючи, що сума двох суміжних сторін прямокутника 17 см, то нехай одна сторона x см, а друга $(17 - x)$ см. Його площа 70 см^2. Маємо рівняння: $x(17 - x) = 70$; $17x - x^2 = 70$; $-x^2 + 17x - 70 = 0 \mid \cdot (-1)$; $x^2 - 17x + 70 = 0$. За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 17, \\ x_1x_2 = 70. \end{cases}$

Звідки $x_1 = 10$; $x_2 = 7$. Тобто одна сторона 10 та друга 7, або навпаки.

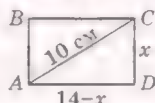
Відповідь: 10 см, 7 см.

867. Нехай дано $\triangle ACB$ — прямокутний. Катет BC — x см, $x > 0$, то другий катет $(x - 7)$ см. За умовою $AB = 13$ см — гіпотенуза. За теоремою Піфагора маємо: $AC^2 + BC^2 = AB^2$; $(x - 7)^2 + x^2 = 13^2$; $x^2 - 14x + 49 + x^2 = 169$; $2x^2 - 14x - 120 = 0 \mid : 2$; $x^2 - 7x - 60 = 0$. За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 7, \\ x_1 x_2 = 60. \end{cases}$



Звідки $x_1 = 12$; $x_2 = -5$. $x_2 = -5$ — не задовольняє умові задачі. Тобто $BC = 12$ см, $AC = 12 - 7 = 15$ см. $P_{\triangle ACB} = AC + BC + AC = 12 + 5 + 13 = 30$ см. *Відповідь*: 30 см.

868. Нехай дано паралелограм $ABCD$. $CD = x$ см, $AD = (14 - x)$ см, $AC = 10$ см — діагональ. Розглянемо $\triangle ADC$ — прямокутний. За теоремою Піфагора маємо: $AD^2 + CD^2 = AC^2$; $(14 - x)^2 + x^2 = 10^2$;



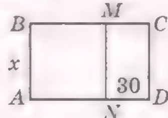
$196 - 28x + x^2 + x^2 = 100$; $2x^2 - 28x + 96 = 0 \mid : 2$; $x^2 - 14x + 48 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 14, \\ x_1 x_2 = 48, \end{cases}$ тобто $\begin{cases} x_1 = 6, \\ x_2 = 8. \end{cases}$

Тобто сторони прямокутника 8 см і 6 см або 6 см і 8 см. Площа прямокутника: $S = 8 \cdot 6 = 48$ см². *Відповідь*: 48 см².

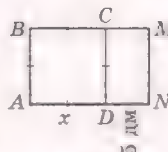
869. Нехай перше натуральне число x, то наступне $(x + 1)$. Добуток цих чисел: $x(x + 1)$, а сума $x + x + 1 = 2x + 1$. Враховуючи, що добуток на 181 більше за суму, за умовою маємо: $x(x + 1) - (2x + 1) = 181$; $x^2 + x - 2x - 1 - 181 = 0$; $x^2 - 1x - 182 = 0$; $x^2 - x - 182 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -182, \end{cases}$ звідки $x_1 = 14$; $x_2 = -13$ — не є розв'язком задачі. Тобто перше число 14, а наступне 15. *Відповідь*: 14; 15.

870. Нехай сторона шматка скла формою квадратна x см. Коли відрізали 30 см, то отримали прямокутник зі сторонами: x і $(x - 30)$ см. Його площа стала 2800 см². Маємо рівняння: $x(x - 30) = 2800$; $x^2 - 30x - 2800 = 0$. За теоремою Вієта маємо:



$\begin{cases} x_1 + x_2 = 30, \\ x_1 x_2 = -280; \end{cases}$ $x_1 = 70$; $x_2 = -40$ — не є розв'язком задачі. Тобто початковий розмір скла 70 см. *Відповідь*: 70 см.

871. Лист фанери прямокутної форми розрізали так, що одержали квадрат $ABCD$ і прямокутник $CMND$, то нехай сторона квадрата — x см, то сторона прямокутника — $(x + 5)$ дм. Площа прямокутного листа фанери дорівнює 300 дм².
Маємо рівняння: $x(x + 5) = 300$; $x^2 - 5x - 300 = 0$.



За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 x_2 = -300. \end{cases}$ Звідки $x_1 = -15$ — не є розв'язком задачі; $x_2 = 20$. Тобто сторона квадрата 20 дм. *Відповідь*: 20 дм.

872. Нехай перше ціле число x, друге $(x + 1)$, третє $(x + 2)$. За умовою потроєний квадрат меншого з них, тобто x^2, на 242 більший за суму квадратів двох інших, тобто $(x + 1)^2 + (x + 2)^2$. Маємо рівняння:

$x^2 - 242 = (x + 1)^2 + (x + 2)^2$; $x^2 - 242 = x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$;
$x^2 + 6x + 5 + 242 = 0$; $x^2 + 6x + 247 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -6, \\ x_1 x_2 = 247. \end{cases}$ Звідки $x_1 = -19$; $x_2 = 13$.

Тобто якщо перше число (−19), то друге (−18), третє (−17). або переш 13, друге 12, третє 11.

Відповідь: −19; −18; −17 або 13; 12; 11.

873. Нехай перше ціле число x, друге — $(x + 1)$, третє $(x + 2)$. Враховуючи, що за умовою квадрат більшого з них: $(x + 2)^2$ на 970 менший від подвоєної суми квадратів двох інших, тобто $2((x + 1)^2 + x^2)$. Маємо рівняння: $(x + 2)^2 + 970 = 2((x + 1)^2 + x^2)$; $x^2 + 4x + 4 + 970 = 2(x^2 + 2x + 1 + x^2)$; $x^2 + 4x + 974 = x^2 + 4x + 2$; $3x^2 = 972$; $x^2 = 324$; $x_1 = 18$; $x_2 = -18$. Тобто перше число (−18), друге (−17), третє (−16) або 18; 19; 20.

Відповідь: −18; −17; −16 або 18; 19; 20.

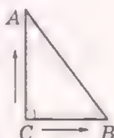
874. За умовою сума двох натуральних чисел 12, то нехай перше число x, а друге — $(12 - x)$. Сума кубів цих чисел дорівнює 468, то маємо рівняння: $x^3 + (12 - x)^3 = 468$; $x^3 + 12^3 - 3 \cdot 12^2 x + 3 \cdot 12x^2 - x^3 = 468$; $3 \cdot 12x^2 - 3 \cdot 12^2 \cdot x + 12^3 - 468 = 0 \mid : 12$; $3x^2 - 3 \cdot 12x + 12^2 - 39 = 0$; $3x^2 - 36x + 144 - 39 = 0 \mid : 3$; $x^2 - 12x + 48 - 13 = 0$; $x^2 - 12x + 35 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12, \\ x_1 x_2 = 35, \end{cases}$ звідки $x_1 = 5$; $x_2 = 7$.

Тобто ці числа 5 і 7 або 7 і 5.

Відповідь: 5; 7.

875. Нехай швидкість другого велосипедиста x км/год, тоді першого — $(x + 4)$ км/год. За 2 год перший проїхав $(2x)$ км, другий $2(x + 4)$ км. Враховуючи, що відстань між ними 40 км, і вони їхали від перехрестя доріг, які перетинаються під прямим кутом, то для розв'язання задачі розглядаємо прямокутний трикутник, де катети цього трикутника $(2x)$ і $2(x + 4)$, а гіпотенуза 40 за теоремою Піфагора, маємо рівняння: $(2x)^2 + (2(x + 4))^2 = 40^2$;



$4x^2 + 4x^2 + 32x + 64 - 1600 = 0$; $8x^2 + 32x - 1536 = 0 \mid : 8$; $x^2 + 4x - 192 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4, \\ x_1 x_2 = -192; \end{cases}$ $x_1 = -16$ — не є розв'язком задачі; $x_2 = 12$. Маємо: швидкість другого велосипедиста 12 км/год, то першого — 16 км/год.

Відповідь: 12 км/год; 16 км/год.

876. Враховуючи, що дві сторони прямокутника дорівнюють $44 : 2 = 22$ см, то нехай одна сторона x см, то друга $(22 - x)$ см. На сторонах прямокутника побудували квадрати і сума площ цих квадратів за умовою дорівнює 244 см², то маємо рівняння:

$x^2 + (22 - x)^2 = 244$; $x^2 + 484 - 44x + x^2 - 244 = 0 \mid : 2$; $x^2 - 22x + 120 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 22, \\ x_1 x_2 = 120, \end{cases}$ звідки $x_1 = 12$; $x_2 = 10$.

Тобто сторони прямокутника 12 см і 10 см або 10 см в 12 см.

Відповідь: 10 см і 12 см або 12 см і 10 см.

877. Нехай ширина рамки x, $x > 0$, то маємо: $(10 + x + x) = (10 + 2x)$ і $(15 + x + x) = (15 + 2x)$ — розміри рамки. За умовою площа рамки 204 см. Маємо рівняння:

$(15 + 2x)(10 + 2x) = 204$; $150 + 30x + 20x + 4x^2 - 204 = 0$; $4x^2 + 50x - 54 = 0 \mid : 2$; $2x^2 + 25x - 27 = 0$; $D = 25^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-27) = 625 + 216 = 841 = 29^2$;

$x_1 = \frac{-25+29}{4} = \frac{4}{4} = 1$; $x_2 = \frac{-25-29}{4} = -\frac{54}{4}$ — не є розв'язком задачі, не задовольняє умовам задачі. Тобто $10 + 2 \cdot 1 = 12$ см і $15 + 2 \cdot 1 = 17$ см. *Відповідь:* 12 см.

878. Нехай розміри клумби прямокутної форми x м і y м. За умовою площа клумби 15 м². Маємо рівняння: $xy = 15$. За умовою задачі навколо клумби утворилися доріжки сталої ширини, тобто, враховуючи розміри рамки 6 і 8 м, маємо $6 - x = 8 - y$.

Розв'яжемо систему: $\begin{cases} xy = 15, \\ 6 - x = 8 - y; \end{cases}$ $\begin{cases} x(-2+y) = 15, \\ x = -2 + y; \end{cases}$ $y^2 - 2y - 15 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} y_1 + y_2 = 2, \\ y_1 y_2 = -15. \end{cases}$ Звідки: $y_1 = 5$; $y_2 = -3$ – не задовольняє умовам задачі. Звідки $x = \frac{5}{y}$; $x = \frac{15}{3} = 5$. То маємо: ширина доріжки $(8 - 5) : 2 = 3 : 2 = 1,5$ м. *Відповідь:* 1,5 м.

879. Нехай в турнірі брало участь x учасників. Партій всього зіграно $\frac{x(x-1)}{2}$, за умовою 45 партій. Маємо рівняння: $\frac{x(x-1)}{2} = 45$;

$x^2 - x = 90$; $x^2 - x - 90 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -90. \end{cases}$

Звідки $x_1 = 10$; $x_2 = -9$ — не задовольняє умовам задачі. *Відповідь:* 10.

880. Нехай у родині Петренків x членів. Кожен з них може подарувати $(x - 1)$ члену родини, всього подарунків $x(x - 1)$. За умовою маємо 20 подарунків, тобто $x(x - 1) = 20$; $x^2 - x - 20 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -20. \end{cases}$ Звідки $x_1 = 5$; $x_2 = -4$ — не задовольняє умовам задачі. Тобто в родині Петренків 5 членів. *Відповідь:* 5.

881. За умовою h (м) висота, на якій опиниться м'яч, підкинутий вгору: $h = v_0 t - 5t^2$. За умовою $t = 1$ с, $h = 10$ м. Маємо: $10 = v_0 \cdot 1 - 5 \cdot 1^2$; $v_0 - 5 = 10$; $v_0 = 15$ м/с. За умовою $h = 10,8$ м, маємо $15t - 5t^2 = 10,8$; $5t^2 - 15t + 10,8 = 0$; $D = (-15)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 10,8 = 225 - 216 = 9 = 3^2$; $D > 0$;

$t_1 = \frac{15+3}{2 \cdot 5} = \frac{18}{10} = 1,8$; $t_2 = \frac{15-3}{2 \cdot 5} = \frac{12}{10} = 1,2$.

Тобто через 1,8 с або 1,2 с м'яч буде на висоті 10,8 м.
Відповідь: 1,8 м і 1,2 с, $v_0 = 15$ м/с.

882. Висота, на якій опиниться м'яч, обчислюється за формулою $h = v_0 r - 5t^2$, v_0 — початкова швидкість. Врахуємо, що футболіст підбив м'яч головою і зріст футболіста 1,8 м, то $h = 3,8$ м $- 1,8 = 2$ м, $t = 0,4$ с. Маємо: $2 = v_0 \cdot 0,4 - 5 \cdot 0,4^2$; $0,4v_0 - 0,8 = 2$; $0,4v_0 = 2,8$; $v_0 = 7$ м/с.
Для того, щоб знайти час, коли висота 4,25 м, маємо:
$7t - 5t^2 = 4,25 - 1,8$; $7t^2 - 5t^2 - 2,45 = 0$; $5t^2 - 7t + 2,45 = 0$;

$D = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2,45 = 49 = 49 = 0$; $t_1 = \frac{7}{2 \cdot 5} = \frac{7}{10} = 0,7$.

Відповідь: 0,7 с.

883. Знайдемо початкову швидкість ракети, якщо $t = 2$ (с), $h = 40$ м, то маємо:
$h = v_0 t - 5t^2$; $40 = v_0 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2$; $2v_0 = 40 + 20$; $v_0 = 30$ м/с. Для того, щоб узнати час, якщо $h = 44,2$ м, маємо рівняння: $30t - 5t^2 = 44,2$;

$5t^2 - 30t + 44{,}2 = 0$; $D = (-30)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 44{,}2 = 900 - 884 = 16 = 4^2$; $D > 0$;

$t_1 = \dfrac{30+4}{2 \cdot 5} = \dfrac{34}{10} = 3,4$; $t_2 = \dfrac{30-4}{2 \cdot 5} = \dfrac{26}{10} = 2,6$.

Відповідь: 3,4 с і 2,6 с.

884. 1) $3x^2 - 12 = 0$; $3x^2 = 12$; $x^2 = 4$; $x_1 = 2$; $x_2 = -2$;

2) $5x^2 - 9x = 0$; $x(5x - 9) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ 5x - 9 = 0; \end{array}\right.$ $x_1 = 0$; $x_2 = \dfrac{9}{5}$; $x_2 = 1\dfrac{4}{5}$;

3) $3x^2 + 10x + 3 = 0$; $a = 3$, $b = 10$, $c = 3$; $D = 10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 = 36 = 64 = 8^2$; $D > 0$; $x_1 = \dfrac{-10+8}{2 \cdot 3} = \dfrac{-2}{6} = -\dfrac{1}{3}$; $x_2 = \dfrac{-10-8}{2 \cdot 3} = \dfrac{-18}{6} = -3$;

4) $x^2 + 4x + 4 = 0$; $a = 1$, $b = 4$, $c = 4$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0$;

$x_{1,2} = \dfrac{-b}{2a}$; $x_1 = \dfrac{-4}{2 \cdot 1} = -2$.

Відповідь: 1) −2; 2; 2) 0; $1\dfrac{4}{5}$; 3) −3; $-\dfrac{1}{3}$; 4) −2.

885. 1) $(x + 2)^2 = 5x + 7$; $x^2 + 4x + 4 = 5x + 7$; $x^2 - x - 3 = 0$; $a = 1$, $b = -1$, $c = -3$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 1 + 12 = 13$; $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$;

2) $\dfrac{1}{4}x^2 - x - 5 = 0 \,\Big|\cdot 4$; $x^2 - 4x - 20 = 0$; $a = 1$, $b = -4$, $c = -20$;

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 16 + 80 = 96$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{4+\sqrt{96}}{2} = \dfrac{4+4\sqrt{6}}{2} = 2 + 2\sqrt{6}$; $x_1 = \dfrac{4-\sqrt{96}}{2} = \dfrac{4-4\sqrt{6}}{2} = 2 - 2\sqrt{6}$.

Відповідь: 1) $\dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$; 2) $2 \pm 2\sqrt{6}$.

886. Враховуючи, що рівняння має один корінь, коли $D = 0$, то для квадратного рівняння $ax^2 + 6x - 4 = 0$ маємо $D = 6^2 - 4 \cdot a \cdot (-4) = 36 + 16a$.

Звідки $36 + 16a = 0$; $16a = 36$; $a = -\dfrac{36}{16}$; $a = -2\dfrac{4}{16}$; $a = -2\dfrac{1}{4}$; $a = -2{,}25$.

Якщо $a = 0$, то $6x - 4 = 0$; $x = \dfrac{4}{6}$; $x = \dfrac{2}{3}$.

Відповідь: якщо $a = 0$, то $x = \dfrac{2}{3}$; якщо $a = -2{,}25$, то один корінь.

887. 1) $4x^2 - 5x = x(4x - 5)$; 2) $7x^2 + 14x = 7x(x + 2)$;

3) $x^2 - 36 = x^2 - 6^2 = (x - 6)(x + 6)$; 4) $\dfrac{1}{9}x^2 - 25 = \left(\dfrac{1}{3}x\right)^2 - 5^2 = \left(\dfrac{1}{3}x - 5\right)\left(\dfrac{1}{3}x + 5\right)$;

5) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$; 6) $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$.

888. Із ста натуральних чисел можна обрати два числа, сума яких дасть число, яке закінчується на 00, тобто ділиться на 100. Наприклад: 75 і 25; 175 і 25. Тобто із 100 натуральних чисел існують обов'язково два числа, які діляться на 25, або два числа, які діляться на 4, за ознакою подільності на 4 дві останні цифри діляться на 4, тобто наприклад 128 і 72. А суми цих чисел дають число, яке ділиться на 100.

Домашня самостійна робота № 5

1. *Відповідь*: Б. **2.** *Відповідь*: В. **3.** *Відповідь*: Г.

4. $5x^2 - 4x = 0$; $x(5x - 4) = 0$; $\left\{\begin{array}{l} x = 0, \\ 5x - 4 = 0; \end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l} x_1 = 0, \\ x_2 = 0,8. \end{array}\right.$ *Відповідь*: Б.

5. $3x^2 - 10x + 3 = 0$; $a = 3$, $b = -10$, $c = 3$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 - 36 = 64 = 8^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{10+8}{2 \cdot 3} = \frac{18}{6} = 3$; $x_2 = \frac{10-8}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. *Відповідь*: А.

6. Нехай одна сторона прямокутника x, $x > 0$, то друга $(x - 2)$ см. За умовою площа прямокутника дорівнює 168 см². Маємо рівняння: $x(x - 2) = 168$; $x^2 - 2x - 168 = 0$. За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1x_2 = -168. \end{cases}$ Звідки $x_1 = 14$; $x_2 = -12$ — не є розв'язком рівняння.
Тобто одна сторона прямокутника 14 см, а друга 12 см.
Відповідь: В.

7. За умовою $x_1 = 2$, тобто маємо: $ax^2 + 4x - 20 = 0$; $4a + 8 - 20 = 0$; $4a = 12$; $a = 3$.
Відповідь: Б.

8. $(x + 2)^2 = 4x + 5$; $x^2 + \cancel{4x} + 4 = \cancel{4x} + 5$; $x^2 = 1$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$.
Відповідь: А.

9. Нехай перше натуральне число x, друге — $(x + 1)$, третє — $(x + 2)$. Враховуючи умову, що потроєний квадрата меншого з них $(3x^2)$ на 30 більший за суму квадратів двох інших, тобто $(x + 1)^2 + (x + 2)^2$, маємо рівняння: $3x^2 - 50 = (x + 1)^2 + (x + 2)^2$; $3x^2 - 50 = x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$; $3x^2 - 50 = 2x^2 + 6x + 55$; $x^2 - 6x - 55 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6, \\ x_1x_2 = -55. \end{cases}$ Звідки: $x_1 = 11$; $x_2 = -5$ — не є розв'язком задачі.
Тобто менше число 11. *Відповідь*: Б.

10. $(\sqrt{x} - 3)(2x^2 + 3x - 5) = 0$; $\begin{cases} \sqrt{x} - 3 = 0, \\ x \geq 0, \\ 2x^2 + 3x - 5 = 0; \end{cases}$ $\sqrt{x} - 3 = 0$; $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$;
$2x^2 + 3x - 5 = 0$; $a = 2$, $b = 3$, $c = -5$; $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49 = 7^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-3+7}{2 \cdot 2} = 1$; $x_2 = \frac{-3-7}{2 \cdot 2} = \frac{-10}{4} = -2{,}5$ — не є розв'язком задачі.
Відповідь: Г.

11. За умовою x_1 і x_2 — корені рівняння $2x^2 - 3x - 7 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2}, \\ x_1x_2 = -\frac{7}{2}. \end{cases}$ Розглянемо: $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$; $(x_1 + x_2)^2 = \frac{9}{4}$;
$x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = \frac{9}{4}$; $x_1^2 + x_2^2 = \frac{9}{4} - 2x_1x_2$.
Тобто маємо: $x_1^2 + x_2^2 = \frac{9}{4} - 2\left(-\frac{7}{2}\right)$; $x_1^2 + x_2^2 = \frac{9}{4} + 7$;
$x_1^2 + x_2^2 = 2{,}25 + 7$; $x_1^2 + x_2^2 = 9{,}25$.
Відповідь: А.

12. Нехай x учасників ділової зустрічі, вони потиснули руку $(x - 1)$ учаснику. Всього потисків було 36. Маємо рівняння: $\frac{(x-1)x}{2} = 36$; $x^2 - x - 72 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1x_2 = -72, \end{cases}$ звідки $x_1 = 9$; $x_2 = -8$ — не задовольняє умовам задачі. 9 учасників.
Відповідь: Б.

Завдання для перевірки знань до §§ 20–23

1. 1 і 2 — квадратні рівняння. *Відповідь*: 1; 2.
2. 1) 2 кореня; 2) 1 корінь; 3) немає коренів; 4) 2 кореня.
3. $x^2 + 2x - 7 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot (-7) = 4 + 68 = 72$; $D > 0$; $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 x_2 = -17. \end{cases}$

Відповідь: –2; –17.

1. 1) $2x^2 - 18 = 0$; $2x^2 = 18$; $x^2 = 9$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$;

2) $3x^2 - 4x = 0$; $x(3x - 4) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{4}{3}$.

Відповідь: 1) ±3; 2) 0; $\frac{4}{3}$.

5. 1) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $a = 2$, $b = -5$, $c = 2$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$;

$D > 0$; $x_1 = \frac{5+3}{2 \cdot 2} = \frac{8}{4} = 2$; $x_2 = \frac{5-3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

2) $x^2 - 6x + 9 = 0$; $a = 1$, $b = -6$, $c = 9$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$;

$x_{1,2} = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$.

Відповідь: 1) $\frac{1}{2}$; 2; 2) 3.

6. Нехай одна із сторін прямокутника x см, то інша $(x + 4)$ см. За умовою площа прямокутника дорівнює 192 см², то маємо рівняння: $x(x + 4) = 192$; $x^2 - 4x - 192 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 x_2 = -192. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 16, \\ x_2 = -12; \end{matrix}$

$x_2 = -12$ — не задовольняє умовам задачі. То маємо розміри прямокутника 16 м і 16 + 4 = 20 м. Звідки $P = 2 \cdot (16 + 20) = 2 \cdot 36 = 72$ м.
Відповідь: 72 м.

7. 1) $(x + 1)^2 = 4x - 5$; $x^2 + 2x + 1 = 4x - 5$; $x^2 - 2x + 6 = 0$;
$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 4 - 24 = -20$; $D < 0$; коренів немає;

2) $\frac{1}{2}x^2 - x - 3 = 0 \Big| \cdot 2$; $x^2 - 2x - 6 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 4 + 24 = 28$;

$D > 04$ $x_1 = \frac{2 + \sqrt{28}}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{7}}{2} = 1 + \sqrt{7}$; $x_2 = 1 - \sqrt{7}$.

Відповідь: 1) коренів немає; 2) $1 \pm \sqrt{7}$.

8. Нехай перше натуральне число, x, наступне — $(x + 1)$, третє — $(x + 2)$. За умовою квадрат більшого з них, тобто $(x + 2)^2$, на 140 менший від суми квадратів двох інших, то маємо: $(x + 2)^2 + 140 = x^2 + (x + 1)^2$;

$x^2 + 4x + 4 + 140 = x^2 + x^2 + 2x + 1$; $x^2 - 2x + 1 - 144 = 0$; $x^2 - 2x - 143 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 x_2 = -143, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 13, \\ x_2 = -11; \end{matrix}$ $x_2 = -11$ — не є розв'язком задачі, не задовольняє умовам задачі.

Тобто ці числа 13, 13 + 1 = 14, 14 + 1 = 15. *Відповідь*: 13; 14; 15.

9. $(\sqrt{x} - 2)(x^2 + 3x - 4) = 0$; $\begin{cases} \sqrt{x} - 2 = 0, \\ x \ge 0, \\ x^2 + 3x - 4 = 0. \end{cases}$ Звідки: $\sqrt{x} - 2 = 0$; $\sqrt{x} = 2$; $x = 4$.

$x^2 + 3x - 4 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25 = 5^2$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{-3+5}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$; $x_2 = \frac{-3-5}{2 \cdot 2} = -4$ — не є коренем рівняння.

Відповідь: 1; 4.

10. Нехай x_1 і x_2 — корені рівняння $x^2 - 5x - 3 = 0$, то за теоремою Вієта маємо: $x_1 + x_2 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = -3$.

1) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3}$; $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1\frac{2}{3}$;

2) $x_1^2 + x_2^2$, то $(x_1 + x_2)^2 = 5^2$; $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 25$;

$x_1^2 + x_2^2 = 25 - 2x_1x_2 = 25 - 2(-3) = 25 + 6 = 31$; $x_1^2 + x_2^2 = 31$.

Відповідь: 1) $-1\frac{2}{3}$; 2) 31.

11. Нехай команд було x, зіграли матчів $\frac{x(x-1)}{2}$. За умовою зіграли 28 матчів, то маємо рівняння: $\frac{x(x-1)}{2} = 28$; $x^2 - x = 56$; $x^2 - x - 56 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1x_2 = -56. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 8, \\ x_2 = -7; \end{matrix}$ $x_2 = -7$ — не задовольняє умовам задачі. *Відповідь*: 8.

§ 24. Квадратний тричлен. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники

890. Квадратними тричленами є: 2) $x^2 - x - 1$; 3) $4x^2 + 17x + \frac{1}{5}$;

7) $-9x^2 + 18 + 5x$; 8) $-7 + 10x + 14x^2$. *Відповідь*: 2); 3); 7); 8).

891. 1) Якщо $x = 1$, то $x^2 - 2x + 1 = 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$. Так.

Якщо $x = 2$, то $x^2 - 2x + 1 = 2^2 - 2 \cdot 2 + 1 \neq 0$. Ні.

Якщо $x = 3$, то $x^2 - 2x + 1 = 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 \neq 0$. Ні.

2) Якщо $x = 1$, то $x^2 + 8x - 9 = 1^2 + 8 \cdot 1 - 9 = 0$; $0 = 0$. Так.

Якщо $x = 2$, то $x^2 + 8x - 9 = 2^2 + 8 \cdot 2 - 9 = 4 + 16 - 9 \neq 0$. Ні.

Якщо $x = 3$, то $x^2 + 8x - 9 = 3^2 + 8 \cdot 3 - 9 \neq 0$. Ні.

3) Якщо $x = 1$, то $x^2 - 5x + 6 = 1^2 - 5 \cdot 1 + 6 \neq 0$. Ні.

Якщо $x = 2$, то $x^2 - 5x + 6 = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 0$. Так.

Якщо $x = 3$, то $x^2 - 5x + 6 = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 0$. Так.

4) Якщо $x = 1$, то $x^2 - 2x - 3 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 \neq 0$. Ні.

Якщо $x = 2$, то $x^2 - 2x - 3 = 2^2 - 2 \cdot 2 - 3 \neq 0$. Ні.

Якщо $x = 3$, то $x^2 - 2x - 3 = 3^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 0$. Так.

892. 1) $x^2 + 2x - 5 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 24$; $D > 0$; 2 кореня;

2) $x^2 + 3x + 7 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 9 - 28 = -19$; $D < 0$; немає коренів;

3) $x^2 - 2x + 1 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$; 1 корінь;

4) $x^2 - x - 2 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 5$; $D > 0$; 2 кореня.

893. 1) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 25$; $D > 0$; 2 кореня;

2) $x^2 + 6x + 9 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$; 1 корінь;

3) $x^2 - 2x + 5 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 4 - 20 = -16$; $D < 0$; коренів немає;

4) $x^2 + 3x - 7 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 9 + 28 = 37$; $D > 0$; 2 кореня.

Відповідь: 1) 2 кореня; 2) 1 корінь; 3) коренів немає; 4) 2 кореня.

894. 1) $x^2 - 6x + 5 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6, \\ x_1x_2 = 5, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 5, \\ x_2 = 1; \end{matrix}$

2) $x^2 - 4x - 12 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1x_2 = -12, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 6, \\ x_2 = -2; \end{matrix}$

3) $5x^2 - 10x + 5 = 0$: $D = (-10)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5 = 100 - 100 = 0$; $D = 0$;

$x = \frac{10}{2 \cdot 5} = 1$;

4) $-2x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{3+5}{2 \cdot (-2)} = \frac{8}{-4} = -2$; $x_2 = \frac{3-5}{2 \cdot (-2)} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$.

Відповідь: 1) 1; 5; 2) –2; 6; 3) 1; 4) –2; $\frac{1}{2}$.

895. 1) $x^2 - 7x + 12 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 7, \\ x_1x_2 = 12, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = 4; \end{matrix}$

2) $x^2 - x - 20 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1x_2 = -20, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 5, \\ x_2 = -4; \end{matrix}$

3) $6x^2 - 7x + 1 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 49 - 24 = 25 = 5^2$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{7+5}{2 \cdot 6} = \frac{12}{12} = 1$; $x_2 = \frac{7-5}{2 \cdot 6} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$;

4) $-3x^2 + 6x - 3 = 0$; $D = 6^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-3) = 36 - 36 = 0$; $x = \frac{-6}{2 \cdot (-3)} = 1$.

Відповідь: 1) 3; 4; 2) 5; –4; 3) 1; $\frac{1}{6}$; 4) 1.

896. Тричлен можна розкласти на множники, якщо $D > 0$ або $D = 0$.

1) $16x^2 - 5x + 1$ не можна розкласти. $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 25 - 64 = -39$, $D < 0$;

2) $4x^2 + 4x + 1$; $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$; можна розкласти на множники;

3) $2x^2 + x - 19$; $D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-19) = 1 + 152 = 153$, $D > 0$; можна.

897. 1) $x^2 - 5x + 4 = (x - 4)(x + 1)$; $x^2 - 5x + 4 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1x_2 = 4. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 4, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

2) $x^2 + 7x - 8 = (x + 8)(x - 1)$; $x^2 + 7x - 8 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -7, \\ x_1x_2 = -8. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = -8, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

3) $2x^2 - 5x + 2 = 2(x-2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$; $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 =$
$= 25 - 16 = 9 = 3^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{5+3}{2 \cdot 2} = 2$; $x_2 = \frac{5-3}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

4) $-x^2 + 11x - 24 = -(x - 8)(x - 3)$; $x^2 - 11x + 24 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11, \\ x_1x_2 = 24. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 8, \\ x_2 = 3. \end{matrix}$

5) $-3x^2 + 8x + 3 = -3(x-3)\left(x + \frac{1}{3}\right)$; $3x^2 - 8x - 3 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) =$
$= 64 + 36 = 100 = 10^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{8+10}{2 \cdot 3} = 3$; $x_2 = \frac{8-10}{2 \cdot 3} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$.

6) $4x^2 + x - 3 = 4(x+1)\left(x - \frac{3}{4}\right)$; $4x^2 + x - 3 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) =$
$= 1 + 48 = 49 = 7^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-1+7}{2 \cdot 4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $x_2 = \frac{-1-7}{2 \cdot 4} = \frac{-8}{8} = -1$.

898. 1) $x^2 - 8x + 7 = (x - 7)(x - 1)$; $x^2 - 8x + 7 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8, \\ x_1x_2 = 7. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 7, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

2) $x^2 + 8x - 9 = (x + 9)(x - 1)$; $x^2 + 8x - 9 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -8, \\ x_1x_2 = -9. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = -9, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

3) $2x^2-7x+3=2(x-3)\left(x-\frac{1}{2}\right)$; $2x^2-7x+3=0$; $D=(-7)^2-4\cdot2\cdot3=$ $=49-24=25=5^2$; $D>0$; $x_1=\frac{7+5}{2\cdot2}=\frac{12}{4}=3$; $x_2=\frac{7-5}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

4) $-x^2+x+12=(x-4)9x+3)$; $x^2-x-12=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=1,\\x_1x_2=-12.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=4,\\x_2=-3.\end{matrix}$

5) $-6x^2-5x+1=-6(x+1)\left(x-\frac{1}{6}\right)$; $6x^2+5x-1=0$; $D=5^2-4\cdot6\cdot(-1)=$ $=25+24=49=7^2$; $D>0$; $x_1=\frac{-5+7}{2\cdot6}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$; $x_2=\frac{-5-7}{2\cdot6}=\frac{-12}{12}=-1$;

6) $7x^2+19x-6=7\left(x-\frac{2}{7}\right)(x+3)$; $7x^2+19x-6=0$; $D=19^2-4\cdot7\cdot(-6)=$ $=361+162=529=23^2$; $D>0$;

$x_1=\frac{-19+23}{2\cdot7}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$; $x_2=\frac{-19-23}{2\cdot7}=\frac{42}{1214}=-3$.

899. $x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$; $3x^2-6x-9=3(x-3)(x+1)$; $-4x^2+8x+12=-4(x-3)(x+1)$;

$x^2-2x-3=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=2,\\x_1x_2=-3.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=3,\\x_2=-1.\end{matrix}$

$3x^2-6x-9=0\ |:3$; $x^2-2x-3=0$; $x_1=3$; $x_2=-1$;

$-4x^2+8x+12=0\ |:(-4)$; $x^2-2x+3=0$; $x_1=3$; $x_2=-1$.

Квадратні тричлени мають одні і ті самі корені.

900. 1) $2x^2+4x-6=(x-1)(x+3)$, ні; 2) $4x^2-8x+4=4(x-1)^2$, так.

901. 1) $3x^2-6x=9=3(x-3)(x+1)$, так; 2) $2x^2-8x+8=(x-2)^2$, ні.

902. 1) $\frac{x-1}{x^2-4x+3}=\frac{(x-1)}{(x-3)(x-1)}=\frac{1}{x-3}$; $x^2-4x+3=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=4,\\x_1x_2=3.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=3,\\x_2=1.\end{matrix}$ Тобто $x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$.

2) $\frac{x^2-5x-15}{x+2}=\frac{(x-7)(x+2)}{(x+2)}=x-7$; $x^2-5x-14=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=5,\\x_1x_2=-14.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=7,\\x_2=-2.\end{matrix}$ Тобто $x^2-5x-14=(x-7)(x+2)$.

Відповідь: 1) $\frac{1}{x-3}$; 2) $x-7$.

903. 1) $\frac{x+1}{x^2+3x+2}=\frac{(x+1)}{(x+2)(x+1)}=\frac{1}{x+2}$; $x^2+3x+2=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-3,\\x_1x_2=2.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=-2,\\x_2=-1.\end{matrix}$ Тобто $x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$.

3) $\frac{x^2+3x-10}{x-2}=\frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)}=x+5$; $x^2+3x-10=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-3,\\x_1x_2=-10.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=-5,\\x_2=2.\end{matrix}$ Тобто $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$.

Відповідь: 1) $\frac{1}{x+2}$; 2) $x+5$.

904. 1) $x^2 + 2x + 7$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 4 - 28 = -24$; $D < 0$; немає коренів. Квадратний тричлен не можна розкласти на множники.

2) $-2x^2 + 4x - 7$; $-2x^2 + 4x - 7 = 0$; $2x^2 - 4x + 7 = 0$;
$D = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 16 - 56 = -40$; $D < 0$.
Не можна, тому що квадратний тричлен не має коренів.

905. 1) $x^2 + 2x - 5 = x^2 + 2x + 1 - 1 - 5 = (x + 1)^2 - 6$;

2) $x^2 - 4x + 7 = x^2 - 4x + 4 + 3 = (x - 2)^2 + 3$;

3) $2x^2 - 4x + 10 = 2(x^2 - 2x + 5) = 2(x^2 - 2x + 1 + 4) = 2((x - 1)^2 + 4) = 2(x - 1)^2 + 8$;

4) $3x^2 - 18x + 27 = 3(x^2 - 6x + 9) = 3(x - 3)^2$.

906. 1) $x^2 - 2x + 7 = x^2 - 2x + 1 - 1 + 7 = (x - 1)^2 + 6$;

2) $x^2 + 4x - 12 = x^2 + 4x + 4 - 4 - 12 = (x + 2)^2 - 16$;

3) $3x^2 - 24x + 3 = 3(x^2 + 8x + 1) = 3(x^2 - 8x + 16 - 16 + 1) = 3((x - 4)^2 - 15) = 3(x - 4)^2 - 45$;

4) $2x^2 + 4x + 2 = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)^2$.

907. 1) $\frac{1}{3}x^2 - 2x - 7 = 0 \,\Big|\cdot 3$; $x^2 - 6x - 2 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6, \\ x_1x_2 = -21; \end{cases}$ $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 36 + 84 = 120$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{6 + 2\sqrt{30}}{2} = 3 + \sqrt{30}$; $x_2 = 3 - \sqrt{30}$;

2) $0{,}2x^2 + 7x + 40 = 0 \mid \cdot 5$; $x^2 + 35x + 200 = 0$; $D = 35^2 - 4 \cdot 200 = 1225 - 800 = 425$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-35 + \sqrt{425}}{2} = \frac{-35 + 5\sqrt{17}}{2}$; $x_1 = \frac{-35 - 5\sqrt{17}}{2}$.

Відповідь: 1) $x = 3 \pm \sqrt{30}$; 2) $x = \frac{1}{2}\left(-35 \pm 5\sqrt{17}\right)$.

908. 1) $\frac{1}{4}x^2 + 2x - 15 = 0 \,\Big|\cdot 4$; $x^2 + 8x - 60 = 0$; $D = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-60) = 64 + 240 = 304$; $D > 0$; $x_{1,2} = \frac{-8 \pm 4\sqrt{19}}{2} = -4 \pm 2\sqrt{19}$;

2) $0{,}2x^2 - 3x - 9 = 0 \mid \cdot 5$; $x^2 - 15x - 45 = 0$; $D = (-15)^2 = 4 \cdot 1 \cdot (-45) = 225 + 180 = 405$; $D > 0$; $x_1 = \frac{15 + \sqrt{405}}{2} = \frac{15 + 9\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{15 - \sqrt{405}}{2} = \frac{15 - 9\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: 1) $-4 \pm 2\sqrt{19}$; 2) $\frac{1}{2}\left(15 \pm 9\sqrt{5}\right)$.

909. 1) $x^2 - 2x - 11 = \left(x - 1 + 2\sqrt{3}\right)\left(x - 1 - 2\sqrt{3}\right)$; $x^2 - 2x - 11 = 0$; $D = (-1)^2 + 11 = 1 + 11 = 12$; $D > 0$; $x_1 = 1 + \sqrt{12} = 1 + 2\sqrt{3}$; $x_2 = 1 - \sqrt{12} = 1 - 2\sqrt{3}$;

2) $2x^2 - 3x + 7 = 2$; $2x^2 - 3x + 7 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 9 - 56 = -47$; $D < 0$. Неможливо розкласти.

3) $-2x^2 - 3x + 7 = -2\left(x + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{65}}{4}\right)\left(x - \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{65}}{4}\right)$; $-2x^2 - 3x + 7 = 0 \mid \cdot (-1)$; $2x^2 + 3x - 7 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 9 + 56 = 65$; $D > 0$;
$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{65}}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{65}}{4}$; $x_2 = -\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{65}}{4}$;

4) $-x^2 - 5x - 8$; $-x^2 - 5x - 8 = 0$; $x^2 + 5x + 8 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 25 - 32 = -7$; $D < 0$. Неможливо розкласти.

910. 1) $x^2+3x-7=\left(x+2-\sqrt{11}\right)\left(x+2+\sqrt{11}\right)$; $x^2+4x-7=0$;
$D=4^2-4\cdot1\cdot(-7)=16+28=44$; $D>0$;
$x_1=\dfrac{-4+\sqrt{44}}{2}=\dfrac{-4+2\sqrt{11}}{2}=-2+\sqrt{11}$; $x_2=-2-\sqrt{11}$;
2) $-2x^2+3x-6$; $-2x^2+3x-6=0$; $2x^2-3x+6=0$;
$D=(-3)^2-4\cdot2\cdot6=9-48=-39$; $D<0$.
Розкласти неможливо.

911. 1) $\dfrac{4x-12}{x^2-5x+6}=\dfrac{4\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x-2)}=\dfrac{4}{x-2}$;
2) $\dfrac{x^2-x-12}{x^2+3x}=\dfrac{(x-4)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}}=\dfrac{x-4}{x}$;
3) $\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2-9}=\dfrac{2\cancel{(x+3)}\left(x-\frac{1}{2}\right)}{(x-3)\cancel{(x+3)}}=\dfrac{2x-1}{x-3}$; $2x^2+5x-3=0$;
$D=5^2-4\cdot2\cdot(-3)=25+24=49=7^2$; $D>0$;
$x_1=\dfrac{-5+7}{4}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$; $x_2=\dfrac{-5-7}{4}=-3$;
4) $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2+5x-14}=\dfrac{(x-2)^2}{(x+7)\cancel{(x-2)}}=\dfrac{x-2}{x+7}$;
5) $\dfrac{2x^2+9x-5}{3x^2+14x-5}=\dfrac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)\cancel{(x+5)}}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)\cancel{(x+5)}}=\dfrac{2x-1}{3x-1}$;

$2x^2+9x-5=0$;
$D=9^2-4\cdot2\cdot(-5)=81+40=$
$=121=11^2$; $D>0$;
$x_1=\dfrac{-9+11}{4}=\dfrac{1}{2}$;
$x_2=\dfrac{-9-11}{4}=\dfrac{-20}{4}=-5$;

$3x^2+14x-5=0$;
$D=14^2-4\cdot3\cdot(-5)=196-60=$
$=256=16^2$; $D>0$;
$x_1=\dfrac{-14+16}{2\cdot3}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$;
$x_1=\dfrac{-14-16}{6}=-5$;

6) $\dfrac{5x^2-37x+14}{22x-2x^2-56}=\dfrac{5\left(x-\frac{2}{5}\right)\cancel{(x-7)}}{-2\cancel{(x-7)}(x-4)}=\dfrac{5x-2}{-2x+8}$;

$5x^2-37x+14=0$;
$D=(-37)^2-4\cdot5\cdot14=1369-$
$280=1089=33^2$; $D>0$;
$x_1=\dfrac{37+33}{2\cdot5}=\dfrac{70}{10}=7$;
$x_2=\dfrac{37-33}{2\cdot5}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$;

$-2x^2+22x-56=0$;
$2x^2-22x+56=0 \mid \cdot 2$;
$x^2-11x+28=0$.
За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases}x_1+x_2=11,\\ x_1x_2=28,\end{cases}$ звідки $x_1=7$, $x_2=4$.

Відповідь: 1) $\dfrac{4}{x-2}$; 2) $\dfrac{x-4}{x}$; 3) $\dfrac{2x-1}{x-3}$;
4) $\dfrac{x-2}{x+7}$; 5) $\dfrac{2x-1}{3x-1}$; 6) $\dfrac{5x-2}{-2x+8}$.

912. 1) $\frac{x^2+6x+5}{x^2+5x}=\frac{(x+5)(x+1)}{x(x+5)}=\frac{x+1}{x}$;

2) $\frac{x^2-16}{3x^2-10x-8}=\frac{(x-4)(x+4)}{3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-4)}=\frac{x+4}{3x+2}$;

$3x^2-10x-8=0$; $D=25+24=49=7^2$;

$x_1=\frac{5+7}{3}=4$; $x_2=\frac{5-7}{3}=-\frac{2}{3}$, то $3x^2-10x-8=3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-4)$;

3) $\frac{x^2+x-6}{x^2-7x+10}=\frac{(x+3)(x-2)}{(x-5)(x-2)}=\frac{x+3}{x-5}$;

4) $\frac{2x^2+4x+2}{3x^2-6x-9}=\frac{2(x^2+2x+1)}{3(x^2-2x-3)}=\frac{2(x+1)^2}{3(x-3)(x+1)}=\frac{2(x+1)}{3(x-3)}$.

913. 1) Якщо $x=97$

$\frac{2x^2+9x-5}{x^2+8x+15}=\frac{2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+5)}{(x+5)(x+3)}=\frac{2x-1}{x+3}$;

$2x^2+9x-5=0$; $D=9^2-4\cdot2\cdot(-5)=81+40=121=11^2$;

$x_1=\frac{-9+11}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$; $x_2=\frac{-9-11}{4}=\frac{-20}{4}=-5$.

Якщо $x=97$, то маємо: $\frac{2\cdot97-1}{97+3}=\frac{194-1}{100}=\frac{193}{100}=1,93$.

2) Якщо $x=-\frac{2}{3}$; $\frac{3x^2-24x+48}{7x-3x^2+20}=\frac{3(x-4)^2}{-3(x-4)\left(x+\frac{5}{3}\right)}=\frac{x-4}{-\left(x+\frac{5}{3}\right)}$;

$3x^2-24x+48=0\ |:3$;
$x^2-8x+16=0$;
$(x-4)^2=0$.

$-3x^2+7x-20=0$;
$3x^2-7x-20=0$;
$D=(-7)^2-4\cdot3\cdot(-20)=49+240=$
$=289=17^2$; $D>0$;
$x_1=\frac{7+17}{6}=\frac{24}{6}=4$; $x_2=\frac{7-17}{6}=\frac{-10}{6}=\frac{-5}{3}$.

Якщо $x=-\frac{2}{3}$, то $\frac{-\frac{2}{3}-4}{-\left(-\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)}=\frac{-4\frac{2}{3}}{-1}=4\frac{2}{3}$. *Відповідь*: 1) 1,93; 2) $4\frac{2}{3}$.

914. 1) $\frac{1}{x-2}-\frac{x}{x^2+2x-8}=\frac{1}{x-2}-\frac{x}{(x+4)(x-2)}=\frac{x+4-x}{(x+4)(x-2)}=$

$=\frac{4}{(x+4)(x-2)}$;

2) $\frac{1}{x+4}+\frac{2}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+4}+\frac{2}{(x+4)(x+2)}=\frac{x+2+2}{(x+4)(x+2)}=$

$=\frac{(x+4)}{(x+4)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$;

3) $\frac{x+4}{3x+2}\cdot\frac{3x^2-10x-8}{x^2-16}=\frac{(x+4)3(x-4)\left(x+\frac{2}{5}\right)}{(3x+2)(x-4)(x+4)}=\frac{3x+2}{3x+2}=1;$

$3x^2-10x-8=0$; $D=25+24=49=7^2$; $D>0$;

$x_1=\frac{5+7}{3}=4$; $x_2=\frac{5-7}{3}=-\frac{2}{3}$;

4) $\frac{-2x^2+5x-2}{2x+10}:\frac{2x^2+5x-3}{x^2-25}=\frac{-2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot(x-5)(x+5)}{2(x+5)\cdot 2(x+3)\left(x-\frac{1}{2}\right)}=$

$=\frac{-2(x-2)\cdot(x-5)}{2(x+3)}=-\frac{(x-2)(x-5)}{x+3};$

$-2x^2+5x-2=0$;
$2x^2-5x+2=0$;
$D=25-4\cdot 2\cdot 2=9=3^2$; $D>0$;
$x_1=\frac{5+3}{4}=2$; $x_2=\frac{5-3}{3}=\frac{1}{2}$;

$2x^2-5x-3=0$;
$D=5^2-4\cdot 2\cdot(-3)=25+24=$
$=49=7^2$; $D>0$;
$x_1=\frac{-5+7}{4}=\frac{1}{2}$; $x_2=\frac{-5-7}{3}=-3$.

915. 1) $\frac{1}{x+2}+\frac{7}{x^2-3x-10}=\frac{1}{x+2}+\frac{7}{(x-5)(x+2)}=\frac{x-5+7}{(x-5)(x+2)}=$

$=\frac{(x+2)}{(x-5)(x+2)}=\frac{1}{x-5};$

$x^2-3x-10=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\ x_1x_2=-10.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=5,\\ x_2=-2.\end{matrix}$

2) $\frac{1}{x^2-4}:\frac{3x-2}{3x^2+4x-4}=\frac{1\cdot 3(x+2)\left(x-\frac{2}{3}\right)}{(x-2)(x+2)\cdot(3x-2)}=\frac{(3x-2)}{(x-2)(3x-2)}=\frac{1}{x-2};$

$3x^2+4x-4=0$; $D=4+12=16=4^2$; $D>0$;

$x_1=\frac{-2+4}{3}=\frac{2}{3}$; $x_2=\frac{-2-4}{3}=-2$.

Відповідь: 1) $\frac{1}{x-5}$; 2) $\frac{1}{x-2}$.

916. 1) $x^2-4x+9=x^2-4x+4+5=(x-2)^2+5$.
Так як $(x-2)^2\ge 0$, то і $(x-2)^2+5>0$, то і $x^2-4x+9>0$. Доведено.
2) $2x^2+8x+8=2(x^2+4x+4)=2(x+2)^2$.
Так як $2(x+2)^2\ge 0$, то і $2x^2+8x+8\ge 0$. Доведено.
3) $-x^2+6x-16=-(x^2-6x+16)=-(x^2-6x+9-9+16)=-((x-3)^2+7)=$ $=-(x-3)^2-7$. Так як $-(x-3)^2\le 0$, то і $-(x-3)^2-7<0$, звідки $-x^2+6x-16<0$. Доведено.
4) $-x^2+10x-25=-(x^2-10x+25)=-(x-5)^2$. Так як $-(x-5)^2\le 0$, то і $-x^2+10x-25\le 0$. Доведено.

917. 1) $x^2+6x+17=x^2+6x+9-9+17=(x+3)^2+8$. Так як $(x+3)^2\ge 0$, то і $(x+3)^2+8>0$, звідки $x^2+6x+17>0$. Доведено.
2) $-x^2+12x-37=-(x^2-12x+37)=-(x^2-12x+36-36+37)=$ $=-((x-6)^2+1)=-(x-6)^2=1$. так як $-(x-6)^2\le 0$, то $-(x-6)^2-1<0$, звідки $-x^2+12x-37<0$. Доведено.

918. 1) $x^3 + 3x^2 + 2x = x(x^2 + 3x + 2) = x(x + 2)(x + 1)$;

2) $-2x^3 - 5x^2 + 3x = -x(2x^2 + 5x - 3) = -x \cdot 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3) = -x(2x - 1)(x + 3)$;

$2x^2 + 5x - 3 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49 = 7^2$; $D > 0$;

$x_1 = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5 - 7}{4} = -3$;

3) $\frac{1}{4}x^4 + x^3 - \frac{5}{4}x^2 = \frac{1}{4}x^2(x^2 + 4x - 5) = \frac{1}{4}x^2(x + 5)(x - 1)$;

4) $-\frac{1}{2}x^5 + 2x^4 + 6x^3 = -\frac{1}{2}x^3(x^2 - 4x - 12) = -\frac{1}{2}x^3(x - 6)(x + 2)$.

919. 1) $x^3 - 12x^2 + 32x = x(x^2 - 12x + 32) = x(x - 8)(x - 4)$;

2) $\frac{1}{3}x^4 - 4x^3 + 9x^2 = \frac{1}{3}x^2(x^2 - 12x + 27) = \frac{1}{3}x^2(x - 9)(x - 3)$.

920. 1) $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.

Спростимо вираз:

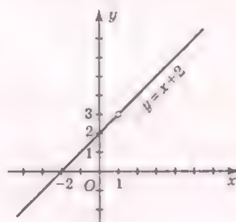
$\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x + 2)}{(x - 1)} = x + 2$.

Маємо: $y = x + 2$, $x \neq 1$ — пряма,

якщо $x = 0$, то $y = 2$,

якщо $y = 0$, то $x = -2$.

Відповідь: (1; 3).



2) $y = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 + x}$. Спростимо вираз:

$\frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 + x} = \frac{x(x^2 - 2x + 3)}{x(x + 1)} = \frac{(x - 3)(x + 1)}{(x + 1)} = x - 3$.

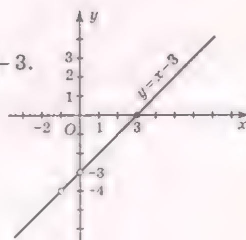
Маємо $y = x - 3$, $x \neq 1$, $x \neq -1$.

Якщо $x = 0$, то $y = -3$;

якщо $y = 0$, то $x = 3$.

$y = x - 3$

Відповідь: (0; −3); (−1; −4).



921. 1) $\frac{x^3 - 16x}{x + 40} \cdot \left(\frac{x - 4}{3x^2 + 11x - 4} - \frac{16}{16 - x^2}\right) =$

Розкладемо на множники: $3x^2 + 11x - 4 = 0$; $D = 121 - 4 \cdot 3 \cdot (-4) =$ $= 121 + 48 = 169 = 13^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-11 + 13}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{-11 - 13}{6} = -4$;

$$= \frac{x(x^2 - 16)}{(x + 40)} \cdot \left(\frac{x - 4}{3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 4)} + \frac{16}{x^2 - 16}\right) = \frac{x(x - 4)(x + 4)}{(x + 40)} \times$$

$$\times \left(\frac{x - 4}{(3x - 1)(x + 4)} + \frac{16}{(x - 4)(x + 4)}\right) = \frac{x(x - 4)(x + 4)}{(x + 40)} \cdot \left(\frac{(x - 4)^2 + 16(3x - 1)}{(3x - 1)(x + 4)(x - 4)}\right) =$$

$$= \frac{x(x - 4)(x + 4) \cdot (x^2 - 8x + 16 + 48x - 16)}{(x + 40) \cdot (3x - 1)(x + 4)(x - 4)} = \frac{x \cdot x(x + 40)}{(x + 40) \cdot (3x - 1)} =$$

$$= \frac{x^2 (x + 40)}{(x + 40) \cdot (3x - 1)} = \frac{x^2}{3x - 1}.$$

2) $\frac{1}{(2a-2)^2} : \left(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{a+2}{a^2+a-1}\right) = \frac{1}{4(a-1)^2} : \left(\frac{a}{(a-1)^2} - \frac{a+2}{(a+2)(a-1)}\right) =$

$= \frac{1}{4(a-1)^2} : \left(\frac{a(a+2)-(a+2)(a-1)}{(a-1)^2(a+2)}\right) = \frac{1\cdot(a-1)^2(a+2)}{4(a-1)^2\cdot(a^2+2a-a^2+a-2a+2)} =$

$= \frac{a+2}{4(a+2)} = \frac{1}{4}.$

Відповідь: 1) $\frac{x^2}{3x-1}$; 2) $\frac{1}{4}$.

922. 1) $\left(\frac{x-1}{2x^2+3x+1} - \frac{1}{x^2-1}\right) : \frac{x-4}{x^3-x} =$

Розкладемо на множники:

$2x^2+3x+1=0$; $D = 9-4\cdot2\cdot1 = 1$; $x_1 = \frac{-3+1}{4} = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-3-1}{4} = -1$;

$2x^2+3x+1 = 2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x+1) = (2x+1)(x+1)$;

$= \left(\frac{x-1}{(2x+1)(x+1)} - \frac{1}{(x-1)(x+1)}\right)\cdot\frac{x(x-1)(x+1)}{(x-4)} = \frac{(x-1)^2-(2x+1)}{(x-1)(x+1)(2x+1)} \times$

$\times \frac{x(x-1)(x+1)}{(x-4)} = \frac{(x^2-2x+1-2x-1)x(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)(2x+1)(x-4)} = \frac{(x^2-4x)x}{(2x+1)(x-4)} =$

$= \frac{x^2(x-4)}{(2x+1)(x-4)} = \frac{x^2}{2x+1}$;

2) $(3b-9)^2\cdot\left(\frac{b}{b^2-6b+9} - \frac{b+2}{b^2-b-6}\right) = \frac{9(b-3)^2}{1}\cdot\left(\frac{b}{(b-3)^2} - \frac{b+2}{(b-3)(b+2)}\right) =$

$= \frac{9(b-3)^2}{1}\cdot\frac{b(b+2)-(b+2)(b-3)}{(b-3)^2(b+2)} = \frac{9(b-3)^2}{1}\cdot\frac{b^2+2b-b^2+3b-2b+6}{(b-3)^2(b+2)} =$

$= \frac{9(b-3)^2\cdot3(b+2)}{1\cdot(b-3)^2(b+2)} = 27.$ *Відповідь:* 1) $\frac{x^2}{2x+1}$; 2) 27.

913. 1) $\sqrt{0,16a^2x^{14}}$, якщо $a > 0$, $x < 0$, то $= 0,4|a||x^7| = -0,4ax^7$;

2) $\sqrt{8m^3p^6}$, якщо $p > 09$, то $2\sqrt{2}m|p^3|\sqrt{m} = -2\sqrt{2m}p^3$.

Відповідь: 1) $-0,4ax^7$; 2) $-2\sqrt{2m}mp^3$.

924. За умовою x_1 і x_2 — корені рівняння $x^2-2x-10=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=2,\\x_1x_2=-10.\end{cases}$

1) $x_1+x_2=2$; $(x_2+x_2)^2=4$; $x_1^2+2x_1x_2+x_2^2=4$; $x_1^2+x_2^2=4-2x_1x_2$;

$x_1^2+x_2^2 = 4-2\cdot(-10) = 24$; $x_1^2+x_2^2 = 24$;

2) $x_1^3+x_2^3 = (x_1+x_2)(x_1^2+x_1x_2+x_2^2) = 2\cdot(24+10) = 2\cdot34 = 68$;

3) $\frac{x_1}{x_2^2}+\frac{x_2}{x_1^2} = \frac{x_1^3+x_2^3}{x_1^2x_2^2} = \frac{68}{(-10)^2} = \frac{68}{100} = 0,68$;

4) $x_1^4+x_2^4$, $(x_1^2+x_2^2)^2 = 24^2$; $x_1^4+2x_1^2x_2^2+x_2^2 = 576$;

$x_1^4+x_2^2 = 576-2\cdot100 = 376.$

Відповідь: 1) 24; 2) 0,68; 3) 68; 4) 376.

925. 1) $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x - 2)(x + 2)$;

2) $x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x^2 - 4x + 4) = x^2(x - 2)^2$;

3) $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = (x^3 - 4x^2) + (-9x + 36) = x^2(x - 4) - 9(x - 4) =$
$= (x - 4)(x^2 - 9) = (x - 4)(x - 3)(x + 3)$;

4) $x^3 + x^2 - x - 1 = (x^3 + x^2) - (x + 1) = x^2(x + 1) - (x + 1) = (x + 1)(x^2 - 1) =$
$= (x + 1)(x + 1)(x - 1) = (x + 1)^2(x - 1)$.

926. 1) $\dfrac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 4} = 0$; $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 5, \\ (x-2)(x+2) \neq 0; \end{cases}$

$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49 = 7^2$;

$D > 0$; $x_1 = \dfrac{-3+7}{4} = 1$; $x_2 = \dfrac{-3-7}{4} = \dfrac{-5}{2} = -2,5$. Маємо: $\begin{cases} x_1 = 1, x_2 = -2,5, \\ x \neq \pm 2. \end{cases}$

2) $\dfrac{2x^2 + x - 28}{2x + 8} = 0$; $\begin{cases} 2x^2 + x - 28 = 0, \\ 2x + 8 \neq 0, x \neq -4; \end{cases}$

$2x^2 + x - 28 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-28) = 1 + 224 = 225 = 15^2$; $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{-1+15}{4} = \dfrac{14}{4} = 3,5$; $x_2 = \dfrac{-1-15}{4} = -4$ — не є розв'язком.

Відповідь: 1) 1; –2,5; $x \neq \pm 2$; 2) $x = 3,5$; $x \neq -4$.

927. 1) $\dfrac{2x+1}{x-3} = \dfrac{2x-2}{x+5}$; $\begin{cases} (2x+1)(x+5) = (2x-2)(x-3), \\ x - 3 \neq 0, x \neq 3, \\ x + 5 \neq 0, x \neq 5; \end{cases}$

$2x^2 + 10x + x + 5 = 2x^2 - 6x - 2x + 6$; $11x + 8x = 6 - 5$; $19x = 1$; $x = \dfrac{1}{19}$;

2) $\dfrac{x-3}{x+1} = \dfrac{x-9}{2x+3}$; $\begin{cases} (x-3)(2x+3) = (x+1)(x-9), \\ x + 1 \neq 0, 2x + 3 \neq 0; \end{cases}$

$2x + 3x - 6x - 9 = x^2 - 9x + x - 9$; $x^2 - 3x + 8x = 0$; $x^2 + 5x = 0$; $x(x + 5) = 0$;

$x_1 = 0$; $x_2 = -5$. $\begin{cases} x_1 = 0, \\ x_2 = 5, \quad x \neq -1,5. \\ x \neq -1; \end{cases}$

Відповідь: 1) $\dfrac{1}{19}$; $x \neq 3$; $x \neq -1,5$; 2) 0; –5; $x \neq -1$; $x \neq -1,5$.

928. 1) $\dfrac{1}{2x-10} + \dfrac{2}{3x-15} = \dfrac{1}{6}$; $\dfrac{1}{2(x-5)} + \dfrac{2}{3(x-5)} = \dfrac{1}{6} \Big| \cdot 6(x-5)$;

$3 + 4 = x - 5$; $x - 5 = 7$; $x = 12$; $x \neq 5$;

2) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2 - x} = \dfrac{1}{x-1}$; $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x(x-1)} = \dfrac{1}{x-1} \Big| \cdot x(x-1)$; $\begin{cases} x - 1 + 1 = x, \\ x \neq 0, \\ x \neq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} 0 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$

Будь-яке число, крім $x = 0$, $x = 1$.

Відповідь: 1) $x = 12$; $x \neq 5$; 2) будь-яке число, крім $x = 0$, $x = 1$.

929. Нехай в перший банк вкладник поклав x грн під 10 % = 0,1, тобто $0,1x$ прибутку, а другий y під 15 % = 0,15, тобто $0,15y$ прибуток. Загальний прибуток становив 12 % = 0,12 від початкового розміру внесених коштів, тобто $0,12(x + y)$, то маємо:

$0,1x + 0,15y = 0,12(x + y)$; $0,1x + 0,15y = 0,12x + 0,12y$; $0,03y = 0,02x$;

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{0,03}{0,02}$; $\dfrac{x}{y} = \dfrac{3}{2}$.

Відповідь: 3 : 2.

931. 3; 5; 6. $\left.\begin{array}{l} 3)\ x^4 - 5x^2 - 6 = 0; \\ 5)\ 7x^4 + 15x^2 - 9 = 0; \\ 6)\ 5 - 9x^4 - 8x^2 = 0. \end{array}\right\}$ біквадраті рівняння.

932. 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 - 5t + 4 = 0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} t_1 + t_2 = 5, \\ t_1 t_2 = 4, \end{cases}$ звідки $\begin{array}{l} t_1 = 4, \\ t_2 = 1. \end{array}$ Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 = 4, \\ x^2 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2, x_2 = -2, \\ x_3 = 1, x_4 = -1. \end{cases}$

2) $x^4 - 9x^2 + 8 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 - 9t + 8 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 9, \\ t_1 t_2 = 8, \end{cases}$ звідки $\begin{array}{l} t_1 = 8, \\ t_2 = 1. \end{array}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 = 8, \\ x^2 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = -2\sqrt{2}, \\ x_3 = 1, x_4 = -1. \end{cases}$

3) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 - 2t - 8 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2, \\ t_1 t_2 = -8, \end{cases}$ звідки $\begin{array}{l} t_1 = 4, \\ t_2 = -2; \end{array}$ $t_2 = -2$ — не є розв'язком, $t \geq 0$. Обернена заміна: $x^2 = 4$; $\begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = -2. \end{cases}$

4) $2x^4 - x^2 - 6 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $2t^2 - t - 6 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49 = 7^2$; $D > 0$; $t_1 = \frac{1+7}{2 \cdot 2} = 2$; $t_1 = \frac{1-7}{2 \cdot 2} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$ — не є розв'язком, $t \geq 0$. Обернена заміна: $x^2 = 2$; $\begin{cases} x_1 = \sqrt{2}, \\ x_2 = -\sqrt{2}. \end{cases}$

5) $x^4 + 5x + 4 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 + 5t + 4 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = -5, \\ t_1 t_2 = 4, \end{cases}$ звідки $\left.\begin{array}{ll} t_1 = -4, & t_1 = -4 \\ t_2 = -1; & t_2 = -1 \end{array}\right\}$ — не є коренями рівняння, $t \geq 0$. Коренів немає.

6) $9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$; $(3x^2 - 1)^2 = 0$; $3x^2 - 1 = 0$; $3x^2 = 1$;

$x^2 = \frac{1}{3}$; $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \\ x_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, \\ x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}. \end{array}\right.$

Відповідь: 1) ± 2; ± 1; 2) $\pm 2\sqrt{2}$; ± 1; 3) ± 2; 4) $\pm\sqrt{2}$; 5) коренів немає; 6) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$.

933. 1) $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 - 17t + 16 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 17, \\ t_1 t_2 = 16, \end{cases}$ звідки $\begin{array}{l} t_1 = 16, \\ t_2 = 1. \end{array}$ Обернена заміна:
$\begin{cases} x^2 = 16, \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4, x_2 = -4, \\ x_3 = 1, x_4 = -1. \end{cases}$

2) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 - 6t + 8 = 0$.
За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 6, \\ t_1 t_2 = 8, \end{cases}$ звідки $\begin{array}{l} t_1 = 4, \\ t_2 = 2. \end{array}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 = 4, \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2, x_2 = -2, \\ x_3 = \sqrt{2}, x_4 = -\sqrt{2}. \end{cases}$

3) $x^4 + 2x^2 - 15 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 + 2t - 15 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = -2, \\ t_1 t_2 = -15, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = -5, \\ t_2 = 3; \end{matrix}$ $t_1 = -5$ —

не задовольняє умові $t \geq 0$. Обернена заміна: $x^2 = 3$; $\begin{matrix} x_1 = \sqrt{3}, \\ x_2 = -\sqrt{3}. \end{matrix}$

4) $3x^4 - 2x^2 - 8 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $3t^2 - 2t - 8 = 0$;

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 4 + 96 = 100 = 10^2$; $D > 0$; $t_1 = \frac{2+10}{2 \cdot 3} = 2$;

$t_2 = \frac{-2-10}{6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$ — не задовольняє умові, $t \geq 0$. Обернена заміна:

$x^2 = 2$; $\begin{matrix} x_1 = \sqrt{2}, \\ x_2 = -\sqrt{2}. \end{matrix}$

5) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 + 10t + 9 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = -10, \\ t_1 t_2 = 9, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = -9, \\ t_2 = -1; \end{matrix}$ $t_1 = -9$; $t_2 = -1$ —

не є коренями, $t \geq 0$. Коренів немає.

6) $25x^4 - 10x^2 + 1 = 0$; $(5x^2 - 1)^2 = 0$; $5x^2 - 1 = 0$; $5x^2 = 1$;

$x^2 = \frac{1}{5}$; $\begin{cases} x_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \\ x_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = \frac{\sqrt{5}}{5}, \\ x_2 = -\frac{\sqrt{5}}{5}. \end{cases}$

Відповідь: 1) ± 4; ± 1; 2) ± 2; $\pm\sqrt{2}$; 3) $\pm\sqrt{3}$; 4) $\pm\sqrt{2}$; 5) коренів немає;

6) $\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$.

934. 1) $\frac{x^2 - x - 2}{x+3} = 0$; $\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0, \\ x + 3 \neq 0; \end{cases}$ $x^2 - x - 2 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -2. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 2, \\ x_2 = -1. \end{matrix}$ Звідки $\begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = -1, \\ x \neq -3. \end{cases}$

2) $\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = 0$; $\begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x - 2 \neq 0; \end{cases}$ $x^2 + x - 6 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1 x_2 = -6. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = 2. \end{matrix}$

Маємо: $\begin{cases} x_1 = -3, \\ x_2 = 2, \\ x \neq 2; \end{cases}$ корінь рівняння: $x = -3$.

Відповідь: 1) -1; 2; $x \neq -3$; 3) -3; $x \neq 2$.

935. 1) $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 4} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 = 0, \\ x - 4 \neq 0, x \neq 4; \end{cases}$ $x^2 + 2x - 3 = 0$. За теоремою Вієта

маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 x_2 = -3. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$ Тобто $\begin{cases} x_1 = -3, \\ x_2 = 1, \\ x \neq 4. \end{cases}$

2) $\frac{x^2-x-12}{x+3}=0$; $\begin{cases}x^2-x-12=0,\\x+3\neq 0,\ x\neq -3;\end{cases}$ $x^2-x-12=0$.

За теоремою Віста маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=1,\\x_1x_2=-12.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=4,\\x_2=-3.\end{matrix}$ Тобто $\begin{cases}x_1=4,\\x_2=-3,\\x\neq -3;\end{cases}$

корінь рівняння $x = 4$.

Відповідь: 1) –3; 1; $x \neq 4$; 2) 4; $x \neq -3$.

936. 1) $\frac{x^2}{x+1}=\frac{x}{x+1}$; $\begin{cases}x^2=x,\\x+1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-x=0,\\x\neq -1;\end{cases}$ $x^2-x=0$; $x(x-1)=0$;

$\left[\begin{matrix}x=0,\\x=1;\end{matrix}\right.$ $\begin{cases}x=0,\\x=1,\\x\neq -1;\end{cases}$

2) $\frac{x^2}{x-2}=\frac{4}{x-2}$; $\begin{cases}x^2=4,\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=2,\ x_2=-2,\\x\neq 2.\end{cases}$

Звідки корінь рівняння: $\begin{cases}x=-2,\\x\neq 2;\end{cases}$

3) $\frac{2x^2}{x-1}=\frac{3x-14}{1-x}$; $\begin{cases}2x^2=-(3x-14),\\x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2+3x-14=0,\\x\neq 1;\end{cases}$ $2x^2+3x-14=0$;

$D = 3^2 - 4\cdot 2\cdot(-14) = 9 + 112 = 121 = 11^2$; $D > 0$; $x_1=\frac{-3+11}{4}=\frac{8}{4}=2$;

$x_2=\frac{-3-11}{4}=\frac{-14}{4}=-\frac{7}{2}=-3,5$; звідки $\begin{cases}x_1=2,\\x_2=-3,5,\\x\neq 1.\end{cases}$

4) $\frac{x^2-5}{x-3}=\frac{2x-10}{3-x}$; $\begin{cases}x^2-5=-(2x-10),\\x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-5+2x-10=0,\\x\neq 3;\end{cases}$

$x^2+2x-15=0$. За теоремою Віста маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-2,\\x_1x_2=-15.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=-5,\\x_2\neq 3.\end{matrix}$

Корінь рівняння $\begin{matrix}x=-5,\\x\neq 3.\end{matrix}$

Відповідь: 1) 0; 1; $x \neq -1$; 2) –2; $x \neq 2$; 3) –3; 5; 2; $x \neq 1$; 4) –5; $x \neq 3$.

937. 1) $\frac{x^2}{x-2}=\frac{3x}{x-2}$; $\begin{cases}x^2=3x,\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-3x=0,\\x\neq 2;\end{cases}$ $x(x-3)=0$; $\begin{cases}x_1=0,\\x_2=3,\\x\neq 2;\end{cases}$

2) $\frac{x^2}{x+3}=\frac{9}{x+3}$; $\begin{cases}x^2=9,\\x+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=3,\ x_2=-3,\\x\neq -3.\end{cases}$

Звідки корінь рівняння: $\begin{cases}x=3,\\x\pm -3;\end{cases}$

3) $\frac{3x^2}{1-x}=\frac{x-14}{x-1}$; $\begin{cases}3x^2=-(x-14),\\1-x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x^2+x-14=0,\\x\neq 1;\end{cases}$ $3x^2+x-14=0$;

$D = 1^2 - 4\cdot 3\cdot(-14) = 1 + 168 = 169 = 13^2$; $D > 0$; $x_1=\frac{-1+13}{6}=2$;

$x_2=\frac{-1-13}{6}=\frac{-14}{6}=-\frac{7}{3}$. Звідки $\begin{cases}x_1=2,\\x_2=-\frac{7}{3},\\x\neq 1.\end{cases}$

4) $\dfrac{x^2-3}{x-2}=\dfrac{2x-5}{2-x}$; $\begin{cases}x^2-3=-(2x-5),\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-3+2x-5=0,\\x\neq 2;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+2x-8=0,\\x\neq 2.\end{cases}$ За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-2,\\x_1x_2=-8.\end{cases}$

Маємо: $\begin{matrix}x_1=-4,\\x_2=2.\end{matrix}$ $\begin{cases}x_1=-4,\\x_2=2,\\x\neq 2\end{cases}$ $\Rightarrow$ $x=-4$ — корінь рівняння.

Відповідь: 1) 0; 3; $x\neq 2$; 2) 3; $x\neq -3$; 3) 2; $-\dfrac{7}{3}$; $x\neq 1$; 4) -4; $x\neq 2$.

938. 1) $\dfrac{x-3}{x}=\dfrac{8}{x+3}$; $\begin{cases}(x-3)(x+3)=8x,\\x\neq 0,\\x+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-9-8x=0,\\x\neq 0,\\x\neq -3;\end{cases}$

$x^2-8x-9=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=8,\\x_1x_2=-9.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=9,\\x_2=-1.\end{matrix}$ Тобто $\begin{cases}x_1=9,\\x_2=-1,\\x\neq 0,\ x\neq -3.\end{cases}$

2) $\dfrac{2x-3}{x+2}=\dfrac{x}{x+6}$; $\begin{cases}(2x-3)(x+6)=x(x+2),\\x+2\neq 0,\\x+6\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}2x^2+12x-3x-18=x^2+2x,\\x\neq -2,\\x\neq -6;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-7x-18=0,\\x\neq -2,\\x\neq 6;\end{cases}$ $x^2-7x+18=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=7,\\x_1x_2=-18\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{matrix}x_1=9,\\x_2=-2.\end{matrix}$

Тобто $\begin{cases}x_1=9,\ x_2=-2,\\x\neq -2,\ x\neq 6\end{cases}$ $\Rightarrow$ корінь $x=9$.

3) $\dfrac{10}{x-3}=x$; $\begin{cases}10=x(x-3),\\x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-3x-10=0,\\x\neq 3.\end{cases}$ $x^2-3x-10=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\x_1x_2=-10\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{matrix}x_1=5,\\x_2=-2.\end{matrix}$ Тобто $\begin{cases}x_1=5,\\x_2=-2,\\x\neq 3.\end{cases}$

4) $\dfrac{8}{x}=3x+2$; $\begin{cases}8=(3x+2)x,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x^2+2x-8=0,\\x\neq 0;\end{cases}$ $3x^2+2x-8=0$;

$D=2^2-4\cdot 3\cdot(-8)=4+96=100=10^2$; $D>0$;

$x_1=\dfrac{-2+10}{6}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$; $x_2=\dfrac{-2-10}{6}=-2$. Тобто $\begin{cases}x_1=\dfrac{4}{3},\ x_2=-2,\\x\neq 0.\end{cases}$

Відповідь: 1) 9; -1; 2) 9; 3) -2; 5; 4) -2; $1\dfrac{1}{3}$.

939. 1) $\dfrac{x-2}{x}=\dfrac{3}{x+2}$; $\begin{cases}(x-2)(x+2)=3x,\\x\neq 0,\\x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-4=3x,\\x\neq 0,\\x\neq -2;\end{cases}$ $x^2-3x-4=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\x_1x_2=-4\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{matrix}x_1=4,\\x_2=-1.\end{matrix}$ Маємо: $\begin{cases}x_1=4,\ x_2=-1,\\x\neq 0,\ x\neq -2.\end{cases}$

2) $\frac{3x-1}{x+3}=\frac{x}{x+1}$; $\begin{cases}(3x-1)(x+1)=x(x+3),\\ x+3\neq 0,\\ x+1\neq;\end{cases}$ $\begin{cases}3x^2+\cancel{3x}-x-1=x^2+\cancel{3x},\\ x\neq -3,\\ x\neq -1;\end{cases}$

$2x^2-x-1=0$; $D=1^2-4\cdot 2\cdot(-1)=1+8=9=3^2$; $D>0$;

$x_1=\frac{1+3}{4}=1$; $x_2=\frac{1-3}{4}=-\frac{1}{2}$. Маємо: $\begin{cases}x_1=1, x_2=-\frac{1}{2},\\ x\neq -1, x\neq -3.\end{cases}$

3) $\frac{3}{4-x}=x$; $\begin{cases}3=x(4-x),\\ 4-x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x-x^2-3=0,\\ x\neq 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-4x+3=0,\\ x\neq 4;\end{cases}$

$x^2-4x+3=0$. за теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-4,\\ x_1x_2=3\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{matrix}x_1=3,\\ x_2=1.\end{matrix}$

Тобто $\begin{cases}x_1=3,\\ x_2=1,\\ x\neq 4.\end{cases}$

4) $\frac{6}{x}=2x-1$; $\begin{cases}6=(2x-1)x,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2-x-6=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$

$2x^2-x-6=0$; $D=(-1)^2-4\cdot 2\cdot(-6)=49=7^2$; $D>0$;

$x_1=\frac{1+7}{4}=\frac{8}{4}=2$; $x_2=\frac{1-7}{4}=-\frac{6}{4}=-1,5$. Маємо: $\begin{cases}x_1=1,5,\\ x_2=-1,\\ x\neq 0.\end{cases}$

Відповідь: 1) 4; –1; 2) 1; $-\frac{1}{2}$; 3) 3; 1; 4) –1,5; 2.

940. 1) $x^3-4x=0$; $x(x^2-4)=0$; $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2-4=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=0,\\ x_2=2,\\ x_3=-2;\end{cases}$

2) $x^3+9x=0$; $x(x^2+9)=0$; $x=0$ або $x^2+9=0$; $x^2\neq -9$; коренів немає, тобто $x=0$ — єдиний корінь рівняння.

3) $4x^4-x^2=0$; $x^2(4x^2-1)=0$; $\begin{cases}x^2=0,\\ 4x^2-1=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2=\frac{1}{4};\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=0,\\ x_2=\frac{1}{2}, x_3=-\frac{1}{2};\end{cases}$

4) $x^3+x^2-6x=0$; $x(x^2+x-6)=0$; $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2+x-6=0;\end{cases}$ $x^2+x-6=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-1,\\ x_1x_2=-6,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=-3,\\ x_2=2.\end{matrix}$ Маємо: $\begin{cases}x_1=0,\\ x_2=-3,\\ x_3=2.\end{cases}$

Відповідь: 1) 0; ±2; 2) 0; 3) 0; $\pm\frac{1}{2}$; 4) –3; 0; 2.

941. 1) $x^3-9x=0$; $x(x^2-9)=0$; $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2-9=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2=9;\end{cases}$ тобто $\begin{cases}x_1=0,\\ x_2=3, x_2=-3;\end{cases}$

2) $x^3+4x=0$; $x(x^2+4)=0$; $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2+4=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=0,\\ x^2=-4;\end{cases}$ $x^2=-4$ коренів немає, тобто $x=0$ — єдиний корінь рівняння;

3) $16x^4-x^2=0$; $x^2(16x^2-1)=0$; $\begin{cases}x^2=0,\\ 16x^2-1=0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\ x^2=\frac{1}{16};\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\ x_1=\frac{1}{4}, x_2=-\frac{1}{4};\end{cases}$

4) $x^3 + x^2 - 12x = 0$; $x(x^2 + x - 12) = 0$; $\begin{cases} x = 0, \\ x^2 + x - 12 = 0; \end{cases}$ $x^2 + x - 12 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1x_2 = -12, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = 3, \end{matrix}$ тобто $\begin{cases} x_1 = 0, \\ x_2 = -4, \\ x_3 = 3. \end{cases}$

Відповідь: 1) 0; ±3; 2) 0; 3) 0; $\pm\frac{1}{4}$; 4) −4; 0; 3.

942. 1) $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1$; $\frac{20(x+1) - 20x}{x(x+1)} = 1$; $\begin{cases} \cancel{20x} + 20 - \cancel{20x} = x(x+1), \\ x \neq 0, \\ x + 1 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + x - 20 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$ $x^2 + x - 20 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1x_2 = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -5, \\ x_2 = 4, \end{matrix}$ тобто $\begin{cases} x_1 = -5, \\ x_2 = 4, \\ x \neq 0, x \neq -1; \end{cases}$

2) $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-2} = 1$; $\frac{2(x-2) + x}{x(x-2)} = 1$; $\begin{cases} 2x - 4 + x = x(x-2), \\ x \neq 0, \\ x - 2 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x - 3x + 4 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 2; \end{cases}$ $x^2 - 5x + 4 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5, \\ x_1x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 4, \\ x_2 = 1, \end{matrix}$ тобто $\begin{cases} x_1 = 4, \\ x_2 = 1, \\ x \neq 0, \\ x \neq 2. \end{cases}$

Відповідь: 1) −5; 4; 2) −4; 3.

943. 1) $\frac{12}{x} - \frac{12}{x+1} = 1$; $\frac{12(x+1) - 12x}{x(x+1)} = 1$; $\begin{cases} \cancel{12x} + 12 - \cancel{12x} = x^2 + x, \\ x \neq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + x - 12 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$ $x^2 + x - 12 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1x_2 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = 3, \end{matrix}$ тобто $\begin{cases} x_1 = -4, \\ x_2 = 3, \\ x \neq 0, \\ x \neq -1; \end{cases}$

2) $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-4} = 1$; $\frac{3(x-4) + x}{x(x-4)} = 1$; $\begin{cases} 3x - 12 + x = x^2 - 4x, \\ x \neq 0, \\ x \neq 4; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 8x + 12 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 4; \end{cases}$ $x^2 - 8x + 12 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 8, \\ x_1x_2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = 6, \\ x_2 = 2, \end{matrix}$ тобто $\begin{cases} x_1 = 6, \\ x_2 = 2, \\ x \neq 0, x \neq 4. \end{cases}$

Відповідь: 1) 1; 4; 2) 2; 6.

944. 1) $\frac{x^4-10x^2+9}{x+3}=0$; $\begin{cases}x^4-10x+9=0,\\x+3\neq 0,\ x\neq 3;\end{cases}$ $x^4-10x^2+9=0$. Заміна: $x^2=t$,

$t\geq$. $t^2-10t+9=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}t_1+t_2=10,\\t_1t_2=9,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}t_1=9,\\t_2=1.\end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases}x^2=9,\\x^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\pm 3,\\x\neq\pm 1.\end{cases}$ Отже, $\begin{cases}x_{1,2}=\pm 3,\\x_{3,1}=\pm 1,\\x\neq -3.\end{cases}$

Корені рівняння: $\begin{cases}x_1=3,\\x_{2,3}=\pm 1,\\x\neq -3.\end{cases}$

2) $\frac{6x^2+19x-7}{1-3x}=5$; $\begin{cases}6x^2+19x-7=5(1-3x),\\1-3x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}6x^2+19x-7=5-15x,\\x\neq\frac{1}{3};\end{cases}$

$6x^2+34x-12=0\mid:2$; $3x^2+17x-6=0$; $D=17^2-4\cdot 3\cdot(-6)=289+$ $+72=361=19^2$; $D>0$; $x_1=\frac{-17+19}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$; $x_2=\frac{-17-19}{6}=\frac{-36}{6}=-6$.

Отже, $\begin{cases}x_1=\frac{1}{3},\\x_2=-6,\\x\neq\frac{1}{3},\end{cases}$ $x=-6$ — корінь рівняння.

3) $\frac{2x^2-5x+2}{x^2-4}=3$; $\begin{cases}2x^2-5x+2=3(x^2-4),\\x^2-4\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x^2-5x+2=3x^2-12,\\x\neq\pm 2;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+5x-14=0,\\x\neq\pm 2;\end{cases}$ $x^2+5x-14=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-5,\\x_1x_2=-14,\end{cases}$

звідки: $\begin{matrix}x_1=-7,\\x_2=2.\end{matrix}$ Отже, $\begin{cases}x_1=-7,\\x_2=2,\\x\neq\pm 2.\end{cases}$ Корінь рівняння $x=-7$.

4) $\frac{4x+2}{1+2x}=6x+5$; $\begin{cases}(4x+2)=(6x+5)(1+2x),\\1+2x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x+2=6x+12x^2+5+10x,\\x\neq\frac{1}{2};\end{cases}$

$\begin{cases}12x^2+12x+3=0,\\x\neq\frac{1}{2};\end{cases}$ $12x^2+12x+3=0\mid:3$; $4x^2+4x+1=0$; $(2x+1)^2=0$;

$2x+1=0$; $x=-\frac{1}{2}$. Отже, $\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\x\neq-\frac{1}{2}.\end{cases}$ Коренів немає.

Відповідь: 1) 3; ±1; $x\neq -3$; 2) −6; $x\neq\frac{1}{3}$; 3) −7; $x\neq\pm 2$; 4) коренів немає.

945. 1) $\frac{x^4+x^2-2}{x+1}=0$; $\begin{cases}x^4+x^2-2=0,\\x+1\neq 0\ x\neq -1;\end{cases}$ $x^4+x^2-2=0$. Заміна: $x^2=t$, $t\geq 0$.

Маємо: $t^2+t-2=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}t_1+t_2=-1,\\t_1t_2=-2,\end{cases}$ звідки

$\begin{matrix} t_1 = -2, \\ t_2 = 1, \end{matrix}$ $t_1 = -2$ — не задовольняє умові, $t \geq 0$. Обернена заміна: $x^2 = 1$,

то $\begin{matrix} x_1 = 1, \\ x_2 = -1. \end{matrix}$ Отже, $\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = -1, \\ x \neq -1. \end{cases}$ Корінь рівняння: $x = 1$.

2) $\frac{6x^2 + 7x - 5}{1 - 2x} = 4$; $\begin{cases} 6x^2 + 7x - 5 = 4(1 - 2x), \\ 1 - 2x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 6x^2 + 7x - 5 = 4 - 8x, \\ x \neq \frac{1}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} 6x^2 + 15x - 9 = 0, \\ x \neq \frac{1}{2}; \end{cases}$ $6x^2 + 15x - 9 = 0$; $D = 15^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-9) = 225 + 216 =$

$= 441 = 21^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{-15 + 21}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-15 - 21}{12} = \frac{-36}{12} = -3$. Отже,

$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}, \\ x_2 = -3, \\ x \neq \frac{1}{2}. \end{cases}$ Корінь рівняння: $x = -3$.

3) $\frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 9} = 2$; $\begin{cases} 3x^2 - 10x + 3 = 2(x^2 - 9), \\ x - 3 \neq 0, \\ x + 3 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2 - 10x + 3 = 2x^2 - 18, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 10x + 21 = 0, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$ $x^2 - 10x + 21 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 10, \\ x_1 x_2 = 21, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 7, \\ x_2 = 3; \end{matrix}$ $x_2 = 3$ — не задовольняє умові.

Отже, корінь рівняння $x = 7$.

4) $\frac{8x + 2}{1 + 4x} = 12x + 5$; $\begin{cases} 8x + 2 = (12x + 5)(1 + 4x), \\ 1 + 4x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 8x + 2 = 12x + 48x^2 + 5 + 20x, \\ x \neq -\frac{1}{4}; \end{cases}$

$\begin{cases} 48x^2 + 24x + 3 = 0, \\ x \neq -\frac{1}{4}; \end{cases} \Big| : 3$ $\begin{cases} 16x^2 + 8x + 1 = 0, \\ x \neq -\frac{1}{4}; \end{cases}$ $\begin{cases} (4x + 1)^2 = 0, \\ x \neq -\frac{1}{4}; \end{cases}$ $4x + 1 = 0$;

$x = -\frac{1}{4}$. Коренів немає.

Відповідь: 1) 1; $x \neq -1$; 2) -3; $x \neq \frac{1}{2}$; 3) 7; $x \neq \pm 3$; 4) коренів немає.

946. 1) $\frac{x + 7}{x + 2} + \frac{x - 4}{x - 2} = 1$; $\frac{(x + 7)(x - 2) + (x - 4)(x + 2) - (x + 2)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} = 0$;

$\begin{cases} x^2 - 2x + 7x - 14 + x^2 + 2x - 4x - 8 - x^2 + 4 = 0, \\ x + 2 \neq 0, \\ x - 2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 3x - 18 = 0, \\ x \neq \pm 2; \end{cases}$

$x^2 + 3x - 18 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1 x_2 = -18, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = -18. \end{matrix}$

Отже, $\begin{cases} x_1 = -6, x_2 = 3, \\ x \neq \pm 2. \end{cases}$

2) $\frac{3x+3}{3x+2}+\frac{2x-6}{3x-2}=2;$ $\frac{(3x+2)(3x-2)+(2x-6)(3x+2)-2(3x+2)(3x-2)}{(3x+2)(3x-2)}=$

$=0;$ $\begin{cases} 9x^2-6x+9x-6+6x^2+4x-18x-12-18x^2+8=0, \\ 3x+2\neq 0, \\ 3x-2\neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} -3x^2-11x-10=0, \\ x\neq -\frac{2}{3}, \\ x\neq \frac{2}{3}; \end{cases}$ $3x^2+11x+10=0;$ $D=11^2-4\cdot 3\cdot 10=121-120=1;$

$D>0;$ $x_1=\frac{-11+1}{6}=\frac{-10}{6}=-\frac{5}{3};$ $x_2=\frac{-11-1}{6}=-2.$

3) $\frac{4}{x-5}-\frac{2}{x+5}=\frac{x^2+15}{x^2-25};$ $\frac{4(x+5)-2(x-5)}{(x-5)(x+5)}=\frac{x^2+15}{(x-5)(x+5)};$

$\begin{cases} 4x+20-2x+10=x^2+15, \\ x-5\neq 0, \\ x+5\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-2x-15=0, \\ x\neq 5, \\ x\neq -5; \end{cases}$

$x^2-2x-15=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=2, \\ x_1x_2=-15, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=5, \\ x_2=-3. \end{matrix}$

Отже, $\begin{cases} x_1=5, \\ x_2=-3, \\ x\neq \pm 5. \end{cases}$ Корінь рівняння: $x=-3$.

4) $\frac{2x+2}{x-3}-\frac{18}{x^2-9}=\frac{x+6}{x+3};$ $\frac{2x+2}{x-3}-\frac{18}{(x-3)(x+3)}-\frac{x+6}{x+3}=0;$

$\frac{(2x+2)(x+3)-18-(x+6)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=0;$

$\begin{cases} 2x^2+6x+2x+6-18-x^2+3x-6x+18=0, \\ x-3\neq 0, \\ x+3\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+5x+6=0, \\ x\neq 3, \\ x\neq -3; \end{cases}$

$x^2+5x+6=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=-5, \\ x_1x_2=6, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=-3, \\ x_2=-2. \end{matrix}$

Отже, $\begin{cases} x_1=-3, \\ x_2=-2, \\ x\neq \pm 3. \end{cases}$ Корінь рівняння: $x=-2$.

Відповідь: 1) -6; 3; $x\neq \pm 2$; 2) $-1\frac{2}{3}$; -2; $x\neq \pm\frac{2}{3}$; 3) -3; $x\neq \pm 5$; 4) -2; $x\neq \pm 3$.

947. 1) $\frac{3x+9}{x+1}+\frac{x-6}{x-1}=3;$ $\frac{(3x+9)(x-1)+(x-6)(x+1)-3(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=0;$

$\begin{cases} 3x^2-3x+9x-9+x^2+x-6x-6-3x^2+3=0, \\ x+1\neq 0, \\ x-1\neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+x-12=0, \\ x\neq -1, \\ x\neq 1; \end{cases}$

$x^2+x-12=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=-1, \\ x_1x_2=-12. \end{cases}$ Отже, $\begin{matrix} x_1=-4, \\ x_2=3. \end{matrix}$

Звідки $\begin{cases} x_1=-4, \\ x_2=3, \\ x\neq \pm 1. \end{cases}$ *Відповідь*: -4; 3; $x\neq \pm 1$.

2) $\frac{2x+8}{x+5}+\frac{10}{x^2-25}=\frac{x-4}{x-5}$; $\frac{2x+8}{x+5}+\frac{10}{(x-5)(x+5)}=\frac{x-4}{x-5}$;

$\frac{(2x+8)(x-5)+10}{(x-5)(x+5)}=\frac{(x-4)(x+5)}{(x+5)(x+5)}$;

$\begin{cases}2x^2-10x+8x-40+10=x^2+5x-4x-20,\\ x-5\neq 0,\\ x+5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-3x-10=0,\\ x\neq 5,\\ x\neq -5;\end{cases}$

$x^2-3x-10=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\ x_1x_2=-10.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=5,\\ x_2=-2.\end{matrix}$

Отже, $\begin{cases}x_1=5,\\ x_2=-2,\\ x\neq 5,\\ x\neq -5.\end{cases}$ Корінь рівняння $x=-2$.

Відповідь: $x=-2$; $x\neq \pm 5$.

948. 1) $\frac{2x-3}{x^2+4x+4}-\frac{x+1}{x^2+2x}=\frac{5}{x}$; $\frac{2x-3}{(x+2)^2}-\frac{x+1}{x(x+2)}=\frac{5}{x}$;

$\frac{x(2x-3)-(x+1)(x+2)}{x(x+2)^2}=\frac{5(x+2)^2}{x(x+2)^2}$;

$\begin{cases}2x^2-3x-x^2-2x-x-2=5x^2+20x+20,\\ x\neq 0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}4x^2+26x+22=0,\\ x\neq 0,\\ x\neq -2;\end{cases}$

$4x^2+26x+22=0 \mid :2$; $2x^2+13x+11=0$; $D=13^2-4\cdot 2\cdot 11=169-88=$
$=81=9^2$; $D>0$; $x_1=\frac{-13+9}{4}=\frac{-4}{4}=-1$; $x_2=\frac{-13-9}{4}=\frac{-22}{4}=\frac{-11}{2}-5,5$.

Відповідь: -1; $-5{,}5$; $x\neq 0$; $x\neq -2$.

2) $\frac{6}{x^2-9}-\frac{4}{x^2+6x+9}=\frac{1}{x-3}$; $\frac{6}{(x-3)(x+3)}-\frac{4}{(x+3)^2}=\frac{1}{x-3}$;

$\frac{6(x+3)-4(x-3)}{(x+3)^2(x-3)}=\frac{(x+3)^2}{(x+3)^2(x-3)}$; $\begin{cases}\cancel{6x}+18-4x+12=x^2+\cancel{6x}+9,\\ x+3\neq 0,\\ x-3\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+4x-21=0,\\ x\neq -3,\\ x\neq 3;\end{cases}$ $x^{x2}+4x-21=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-4,\\ x_1x_2=-21,\end{cases}$

звідки $\begin{matrix}x_1=-7,\\ x_2=3.\end{matrix}$ Отже, $\begin{cases}x_1=-7,\\ x_2=3,\\ x\neq 3,\ x\neq -3.\end{cases}$ Корінь рівняння $x=-7$.

Відповідь: -7.

3) $\frac{6}{x^2-36}-\frac{3}{x^2+6x}=\frac{x+12}{x^2-6x}$; $\frac{6}{(x-6)(x+6)}-\frac{3}{x(x+6)}=\frac{x+12}{x(x-6)}$;

$\frac{6x-3(x-6)}{x(x-6)(x+6)}=\frac{(x+12)(x+6)}{x(x-6)(x+6)}$; $\begin{cases}\cancel{6x}-3x+18=x^2+\cancel{6x}+12x+72,\\ x\neq 0,\\ x-6\neq 0,\\ x+6\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+15x+54=0,\\ x\neq 0,\\ x\neq 6,\\ x\neq -6;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=9,\ x_2=-6,\\ x\neq 0,\\ x\neq 6,\\ x\neq -6;\end{cases}$ $x^2+15x+54=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -15, \\ x_1 x_2 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -9, \\ x_2 = -6. \end{matrix}$

Отже, корінь рівняння $x = -9$.

Відповідь: -9; $x \neq 0$; $x \neq \pm 6$.

4) $\frac{3x+2}{x+1} + \frac{x+4}{x-3} = \frac{3x^2}{x^2-2x-3}$. Врахуємо, що $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 x_2 = -3, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = -1. \end{matrix}$ Тобто:

$\frac{3x+2}{x+1} + \frac{x+4}{x-3} = \frac{3x^2+1}{(x-3)(x+1)}$; $\frac{(x+1)(x-3)+(x+4)(x+1)}{(x+1)(x-3)} = \frac{3x^2+1}{(x-3)(x+1)}$;

$\begin{cases} 3x^2 - 9x + 2x - 6 + x^2 + x + 4x + 4 = 3x^2 + 1, \\ x + 1 \neq 0, \\ x - 3 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0, \\ x \neq -1, \\ x \neq 3; \end{cases}$

$x^2 - 2x - 3 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 x_2 = -3, \end{cases} \begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = -1 \end{matrix}$ — не задовольняють умові.

Відповідь: розв'язків немає.

949. 1) $\frac{21}{x^2-2x} - \frac{14}{x^2+2x} = \frac{5}{x}$; $\frac{21}{x(x-2)} - \frac{14}{x(x+2)} - \frac{5}{x} = 0$;

$\frac{21(x+2)-14(x-2)-5(x-2)(x+2)}{x(x-2)(x+2)} = 0$; $\begin{cases} 21x + 42 - 14x + 28 - 5x^2 + 20 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 2, \\ x \neq -2; \end{cases}$

$\begin{cases} -5x^2 + 7x + 90 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 2, \\ x \neq -2; \end{cases}$ $5x^2 - 7x - 90 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-90) = 49 + 1800 =$

$= 1849 = 43^2$; $D > 0$; $x_1 = \frac{7+43}{2 \cdot 5} = \frac{50}{10} = 5$; $x_2 = \frac{7-43}{2 \cdot 5} = \frac{-36}{10} = -3,6$.

Відповідь: $-3,6$; 5; $x \neq 0$; $x \neq \pm 2$.

2) $\frac{3}{x^2-4x+4} + \frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{x+2} = 0$; $\frac{3}{(x-2)^2} + \frac{4}{(x-2)(x+2)} + \frac{1}{x+2} = 0$;

$\frac{3(x+2)+4(x-2)+(x-2)^2}{(x-2)^2(x+2)} = 0$; $\begin{cases} 3x + 6 + 4x - 8 + x^2 - 4x + 4 = 0, \\ x - 2 \neq 0, \\ x + 2 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0, \\ x \neq 2, \\ x \neq -2; \end{cases}$ $x^2 + 3x + 2 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1 x_2 = 2, \end{cases}$

звідки $\begin{matrix} x_1 = -2, \\ x_2 = -1; \end{matrix}$ $x_1 = -2$ — не задовольняє умові.

Відповідь: -1; $x \neq \pm 2$.

3) $\frac{5}{x^2+10x} + \frac{x+20}{x^2-10x} = \frac{10}{x^2-100}$; $\frac{5}{x(x+10)} + \frac{x+20}{x(x-10)} = \frac{10}{(x-10)(x+10)}$;

$\frac{5(x-10)+(x+20)(x+10)}{x(x+10)(x-10)} = \frac{10x}{x(x-10)(x+10)}$;

$\frac{5x-50+x^2+10x+20x+200}{x(x+10)(x-10)}=\frac{10x}{x(x-10)(x+10)}$; $\begin{cases}x^2+35x+150=0,\\x\neq 0,\\x+10\neq 0,\\x-10\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+25x+150=0,\\x\neq 0,\\x\neq 10,\ x\neq -10;\end{cases}$ $x^2+25x+150=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=-25,\\x_1x_2=150\end{cases}\Leftrightarrow\ \begin{matrix}x_1=-15,\\x_2=-10;\end{matrix}$ $x_2=-10$ — не задовольняє умові.

Корінь рівняння $x=-15$.

Відповідь: -15; $x\neq 0$; $x\neq \pm 10$.

4) $\frac{2x+7}{x+4}-\frac{x-2}{x-1}=\frac{5}{x^2+3x-4}$. Врахуємо, що: $x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$.

$x^2+3x-4=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-3,\\x_1x_2=-4\end{cases}\Leftrightarrow\ \begin{matrix}x_1=-4,\\x_2=1.\end{matrix}$

Маємо: $\frac{2x+7}{x+4}-\frac{x-2}{x-1}=\frac{5}{(x+4)(x-1)}$;

$\frac{(2x+7)(x-1)-(x-2)(x+4)}{(x+4)(x-1)}=\frac{5}{(x+4)(x-1)}$;

$\frac{2x^2-2x+7x-7-x^2-4x+2x+8}{(x+4)(x-1)}=\frac{5}{(x+4)(x-1)}$;

$\begin{cases}x^2+3x+1=5,\\x+4\neq 0,\\x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+3x-4=5,\\x\neq -4,\\x\neq 1;\end{cases}$ $x^2+3x-4=0$;

$\left.\begin{matrix}x_1=-4,\\x_2=1\end{matrix}\right\}$ — не є розв'язками рівняння. Коренів немає.

Відповідь: коренів немає.

950. 1) $\frac{6}{1-x}+\frac{x}{x+2}=\frac{6}{1-x}\cdot\frac{x}{x+2}$; $\frac{6(x+2)+x(1-x)}{(1-x)(x+2)}=\frac{6x}{(1-x)(x+2)}$;

$\frac{6x+12+x-x^2}{(1-x)(x+2)}=\frac{6x}{(1-x)(x+2)}$; $\frac{-x^2+7x+12}{(1-x)(x+2)}=\frac{6x}{(1-x)(x+2)}$;

$\begin{cases}-x^2+7x+12=6x,\\1-x\neq 0,\\x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}-x^2+x+12=0,\\x\neq 1,\\x\neq -2;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-x-12=0,\\x\neq 1,\\x\neq -2;\end{cases}$ $x^2-x-12=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=1,\\x_1x_2=-12\end{cases}\Rightarrow\ \begin{matrix}x_1=4,\\x_2=-3.\end{matrix}$

Відповідь: 4; -3; $x\neq 1$; $x\neq -2$.

2) $\frac{2}{x-3}+\frac{6}{x+3}=\frac{2}{x-3}:\frac{6}{x+3}$; $\frac{2(x+3)+6(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{2(x+3)}{(x-3)\cdot 6_3}$;

$\frac{2x+6+6x-18}{(x-3)(x+3)}=\frac{(x+3)}{3(x-3)}$; $\frac{8x-12}{(x-3)(x+3)}=\frac{(x+3)}{3(x-3)}$; $\frac{4(2x-3)}{(x-3)(x+3)}=\frac{(x+3)}{3(x-3)}$;

$\frac{4(2x-3)}{x+3}=\frac{x+3}{3}$; $\begin{cases}12(2x-3)=(x+3)^2,\\x\neq \pm 3;\end{cases}$ $24x-36=x^2+6x+9$;

$x^2-18x+45=0$; $\begin{cases}x_1+x_2=18,\\x_1x_2=45;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=15,\\x_2=3;\end{cases}$ $x=3$ — не задовольняє умові.

Відповідь: 15; $x\neq 3$.

951. 1) $x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0$; $x^2(x - 2) - 9(x - 2) = 0$; $(x - 2)(x^2 - 9) = 0$;

$(x - 2)(x - 3)(x + 3) = 0$; $\begin{cases} x - 2 = 0, \\ x - 3 = 0, \\ x + 3 = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = 3, \\ x_3 = -3; \end{cases}$

2) $3x^2 + 3x^2 - 4x - 4 = 0$; $3x^2(x + 1) - 4(x + 1) = 0$; $(x + 1)(3x^2 - 4) = 0$;

$(x+2)(\sqrt{3}x-2)(\sqrt{3}x+2)=0$; $\begin{cases} x+1=0, \\ \sqrt{3}x-2=0, \\ \sqrt{3}x+2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-1, \\ x_2=\frac{2}{\sqrt{3}}, \\ x_3=-\frac{2}{\sqrt{3}}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=-1, \\ x_2=\frac{2\sqrt{3}}{3}, \\ x_3=-\frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$

Відповідь: 1) -3; 2; 3; 2) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$; -1; $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

953. 1) $(x^2 + 3)^2 - 3(x^2 + 3) - 4 = 0$. Заміна: $x^2 + 3 = t$. Маємо: $t^2 - 3t - 4 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3, \\ t_1t_2 = -4; \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = 4, \\ t_2 = -1. \end{matrix}$ Обернена заміна:

$\begin{cases} x^2+3=4, \\ x^2+3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=1, \\ x^2=-4; \end{cases}$ $x^2 = 1$; $\left[\begin{matrix} x_1=1, \\ x_2=-1; \end{matrix}\right.$ $x^2 = -4$ — коренів немає.

2) $(x^2 - x)^2 + 2(x^2 - x) - 8 = 0$. Заміна: $x^2 - x = t$. Маємо: $t^2 + 2t - 8 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = -2, \\ t_1t_2 = -8. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} t_1 = -4, \\ t_2 = 2. \end{matrix}$ Обернена заміна:

$\begin{cases} x^2-x=-4, \\ x^2-x=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x+4=0, \\ x^2-x-2=0; \end{cases}$

$x^2 - x + 4 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 4 = -15$; $D < 0$; коренів немає;

$x^2 - x - 2 = 0$; $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ x_1x_2=-2; \end{cases}$ $\begin{matrix} x_1=2, \\ x_2=-1. \end{matrix}$

Відповідь: 1) ±1; 2) 2; -1.

954. 1) $(x^2 + 2)^2 - 2(x^2 + 2) - 3 = 0$. Заміна: $x^2 + 2 = t$. Маємо: $t^2 - 2t - 3 = 0$.

За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1t_2=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} t_1=3, \\ t_2=-1. \end{matrix}$ Обернена заміна: $\begin{cases} x^2+2=3, \\ x^2+2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=1, \\ x^2=-3; \end{cases}$

$x^2 = 1$; $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x^2 = -3$ — коренів не має.

2) $(x^2 + x)^2 - 5(x^2 + x) - 6 = 0$. Заміна: $x^2 + x = t$. Маємо: $t^2 - 5t - 6 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 5, \\ t_1t_2 = -6. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} t_1 = 6, \\ t_2 = -1. \end{matrix}$ Обернена заміна:

$\begin{cases} x^2+x=6, \\ x^2+x=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+x-6=0, \\ x^2+x+1=0; \end{cases}$

$x^2 + x - 6 = 0$; $\begin{cases} x_1+x_2=-1, \\ x_1x_2=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1=-3, \\ x_2=2; \end{matrix}$

$x^2 + x + 1 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 1 = -3$; $D < 0$; коренів немає.

Відповідь: 1) ±1; 2) -3; 2.

955. 1) $\frac{1}{2(x^2+3)} - \frac{1}{3(x+4)} = \frac{1}{x^3+4x^2+3x+12}$. Врахуємо, що

$x^3 + 4x^2 + 3x + 12 = x^2(x + 4) + 3(x + 4) = (x + 4)(x^2 + 3)$. Маємо:

$$\frac{1}{2(x^2+3)}-\frac{1}{3(x+4)}=\frac{1}{(x+4)(x^2+3)};\quad \frac{3(x+4)-2(x^2+3)}{6(x^2+3)(x+4)}=\frac{6}{6(x+4)(x^2+3)};$$

$$\begin{cases}3x+12-2x^2-6=6,\\ x^2+3\neq 0,\\ x+4\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}2x^2-3x=0,\\ x^2\neq -3,\\ x\neq -4;\end{cases}\quad x(2x-3)=0;\ x_1=0;\ x_2=1{,}5;\ x\neq -4.$$

Відповідь: 1) 0; 1,5; $x \neq -4$.

2) $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x^2+3x+2}=\frac{32}{x^3+2x^2-x-2}$. Врахуємо, що $x^2+3x+2=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-3,\\ x_1x_2=2\end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l}x_1=-2,\\ x_2=-1.\end{array}$ Тобто $x^2+3x+2=$ $=(x+2)(x+1)$; $x^3+2x^2-x-2=x^2(x+2)-(x+2)=(x+2)(x^2-1)=$ $=(x+2)(x-1)(x+1)$. Маємо: $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{(x+2)(x+1)}=\frac{32}{(x+2)(x-1)(x+1)}$;

$$\frac{(x+2)(x+1)+(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+1)}=\frac{32}{(x+2)(x-1)(x+1)};\quad \begin{cases}x^2+3x+2+x-1=32,\\ x-1\neq 0,\\ x+2\neq 0,\\ x+1\neq 0;\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2+4x-31=0,\\ x\neq 1,\\ x\neq -2,\ x\neq -1.\end{cases}\quad x^2+4x-31=0;\ D=4^2-4\cdot(-31)=16+124=140;$$

$D>0$; $x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{140}}{2}=\frac{-4\pm 2\sqrt{35}}{2}=-2\pm\sqrt{35}$.

Відповідь: 2) $-2\pm\sqrt{35}$.

956. $\frac{1}{x-3}-\frac{14}{x^3-x^2-9x+9}=\frac{1}{x^2+2x-3}$.

Спростимо знаменник другого і третього дробу, тобто: $x^3-x^2-9x+9=$ $=x^2(x-1)-9(x-1)=(x-1)(x^2-9)=(x-1)(x-3)(x+3)$; $x^2+2x-3=$ $=(x+3)(x-1)$. Маємо: $\frac{1}{x-3}-\frac{14}{(x-1)(x-3)(x+3)}=\frac{1}{(x+3)(x-1)}$;

$$\frac{(x-1)(x+3)-14}{(x-1)(x-3)(x+3)}=\frac{x-3}{(x-3)(x+3)(x-1)};\quad \begin{cases}x^2+3x-x-3-14=x-3,\\ x\neq 1,\\ x\neq 3,\ x\neq -3;\end{cases}$$

$x^2+x-14=0$; $D=1+4\cdot 14=57$; $D>0$; $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{57}}{2}$.

Відповідь: $\frac{-1\pm\sqrt{57}}{2}$.

957. 1) $x^5+x^4-6x^3-6x^2+5x+5=0$; $(x^5+x^4)-(6x^3+6x^2)+(5x+5)=0$; $x^4(x+1)-6x^2(x+1)+5(x+1)=0$; $(x+1)(x^4-6x^2+5)=0$;

$$\begin{cases}x+1=0,\\ x^4-6x^2+5=0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-1,\\ x^4-6x^2+5=0;\end{cases}\quad x^4-6x^2+5=0.\ \text{Заміна: } x^2=t,\ t\geq 0.$$

$t^2-6t+5=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}t_1+t_2=6,\\ t_1t_2=5,\end{cases}$ звідки $\begin{array}{l}t_1=5,\\ t_2=1.\end{array}$

Обернена заміна: $\begin{cases}x^2=5,\\ x^2=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x_{1,2}=\pm\sqrt{5},\\ x_{3,4}=\pm 1.\end{cases}$ *Відповідь*: $\pm\sqrt{5}$; ± 1.

2) $x^3 + 2x^2 - 2x - 1 = 0$; $(x^3 - 1) + (2x^2 - 2x) = 0$; $(x - 1)(x^2 + x + 1) + 2x(x - 1) = 0$; $(x - 1)(x^2 + x + 1 + 2x) = 0$; $(x - 1)(x^2 + 3x + 1) = 0$;
$\begin{cases} x-1=0, \\ x^2+3x+1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ x^2+3x+1=0; \end{cases}$
$x^2 + 3x + 1 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 = 9 - 4 = 5$; $D > 0$;
$x_1 = \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$. Отже, $\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_{2,3} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}. \end{cases}$ *Відповідь*: 1; $\dfrac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

958. 1) $x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 3 = 0$; $x^4(x - 1) - 2x^2(x - 1) - 3(x - 1) = 0$;
$(x - 1)(x^4 - 2x^2 - 3) = 0$; $\begin{cases} x-1=0, \\ x^4-2x^2-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ x^4-2x^2-3=0; \end{cases}$
$x^4 - 2x^2 - 3 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1t_2=-3, \end{cases}$
звідки $\begin{matrix} t_1 = 3, \\ t_2 = -1; \end{matrix}$ $t_1 = -1$ — не задовольняє умові, $t \geq 0$. Обернена заміна:
$x^2 = 3$; $x = \pm\sqrt{3}$. Отже, $\begin{cases} x=1, \\ x=\pm\sqrt{3}. \end{cases}$ *Відповідь*: 1; $\pm\sqrt{3}$.

2) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$; $(x^3 + 8) - 3x(x + 2) = 0$;
$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - 3x(x + 2) = 0$; $(x + 2)(x^2 - 2x + 4 - 3x) = 0$;
$\begin{cases} x+2=0, \\ x^2-5x+4=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-2, \\ x^2-5x+4=0; \end{cases}$ $x^2 - 5x + 4 = 0$.
За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=5, \\ x_1x_2=4, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 4, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$ Отже, $\begin{cases} x_1=-2, \\ x_2=4, \\ x_3=1. \end{cases}$
Відповідь: –2; 1; 4.

959. 1) $x - \sqrt{x} - 6 = 0$. Заміна: $\sqrt{x} = t$, $t \geq 0$. Маємо: $t^2 - t - 6 = 0$.
За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=1, \\ t_1t_2=-6, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = 3, \\ t_2 = -2; \end{matrix}$ $t = -2$ — не задовольняє умові, $t \geq 0$. Обернена заміна: $\sqrt{x} = 3$; $x = 9$.
2) $(x^2 + 2x - 2)(x^2 + 2x - 4) = 8$. Заміна: $x^2 + 2x - 2 = t$. Маємо: $t(t - 2) = 8$;
$t^2 - 2t - 8 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1t_2=-8, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = 4, \\ t_2 = -2. \end{matrix}$
Обернена заміна: $\begin{cases} x^2+2x-2=4, \\ x^2+2x-2=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+2x-6=0, \\ x^2+2x=0; \end{cases}$
$x^2 + 2x - 6 = 0$; $D = 1 + 6 = 7$; $x_1 = -1 + \sqrt{7}$; $x_2 = -1 - \sqrt{7}$;
$x^2 + 2x = 0$; $x(x + 2) = 0$; $x_1 = 0$ або $x_2 = -2$.
Відповідь: 1) 9; 2) $-1 \pm \sqrt{7}$; –2; 0.
3) $(x - 2)^4 - 2(x - 2)^2 - 3 = 0$. Заміна: $(x - 2)^2 = t$, $t \geq 0$.
Маємо: $t^2 - 2t - 3 = 0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1t_2=-3, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = 3, \\ t_2 = -1; \end{matrix}$ $t = -1$ — не задовольняє умові, $t \geq 0$.
Обернена заміна: $(x - 2)^2 = 3$, тобто $\begin{cases} x-2=\sqrt{3}, \\ x-2=-\sqrt{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2+\sqrt{3}, \\ x=2-\sqrt{3}; \end{cases}$

4) $(x^2+x+1)^2-8x^2-8x-1=0$; $(x^2+x+1)^2-8(x^2+x+1)+8-1=0$; $(x^2+x+1)^2-8(x^2+x+1)+7=0$. Заміна: $x^2+x+1=t$, $t\geq 0$.

Маємо: $t^2-8t+7=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=8, \\ t_1t_2=7, \end{cases}$ звідки

$\begin{matrix} t_1=7, \\ t_2=1. \end{matrix}$ Обернена заміна: $\begin{cases} x^2+x+1=7, \\ x^2+x+1=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2+x-6=0, \\ x^2+x=0; \end{cases}$

$x^2+x-6=0$; $\begin{cases} x_1+x_2=-1, \\ x_1x_2=-6, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=-3, \\ x_2=2; \end{matrix}$

$x^2+x=0$; $x(x+1)=0$; $x=0$ або $x=-1$.

Відповідь: 3) $2\pm\sqrt{3}$; 4) -3; -1; 0; 2.

960. 1) $x+2\sqrt{x}-8=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$, $t\geq 0$. Маємо: $t^2+2t-8=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=-2, \\ t_1t_2=-8, \end{cases}$ звідки: $\begin{matrix} t_1=-4, \\ t_2=2; \end{matrix}$ $t=-4$ — не задовольняє умові, $t\geq 0$. Обернена заміна: $\sqrt{x}=2$; $x=4$.

2) $(x^2-2x-1)(x^2-2x-3)=3$. Заміна: $x^2-2x-1=t$, $t\geq 0$. Маємо: $t(t-2)=3$; $t^2-2t-3=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1t_2=-3, \end{cases}$ звідки:

$\begin{matrix} t_1=3, \\ t_2=-1. \end{matrix}$ Обернена заміна: $\begin{cases} x^2-2x-1=3, \\ x^2-2x-1=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-2x-4=0, \\ x^2-2x=0; \end{cases}$

$x^2-2x-4=0$; $D=1+4=5$; $D>0$; $x_1=1+\sqrt{5}$; $x_2=1-\sqrt{5}$;

$x^2-2x=0$; $x(x-2)=0$; $x=0$ або $x=2$. *Відповідь*: 1) 4; 2) $1\pm\sqrt{5}$; 0; 2.

3) $(x+1)^2-4(x+1)^2=0$. Заміна: $(x+1)^2=t$, $t\geq 0$. Маємо:

$t^2-5t-6=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=5, \\ t_1t_2=-6, \end{cases}$ звідки: $\begin{matrix} t_1=6, \\ t_2=-1; \end{matrix}$

$t=-1$ — не задовольняє умові, $t\geq 0$. Обернена заміна: $(x+1)^2=6$;

$\begin{cases} x+1=\sqrt{6}, \\ x+1=-\sqrt{6}; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1=\sqrt{6}-1, \\ x_2=-\sqrt{6}-1. \end{cases}$ *Відповідь*: $\sqrt{6}-1$; $-\sqrt{6}-1$.

960. 4) $(x^2-x-1)^2-4x^2+4x-1=0$; $(x^2-x-1)^2-4(x^2-x-1)-4-1=0$; $(x^2-x-1)^2-4(x^2-x-1)-5=0$. Заміна: $x^2-x-1=t$, $t\geq 0$. Маємо:

$t^2-4t-5=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=4, \\ t_1t_2=-5, \end{cases}$ звідки: $\begin{matrix} t_1=5, \\ t_2=-1. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2-x-1=5, \\ x^2-x-1=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-x-6=0, \\ x^2-x=0; \end{cases}$

$x^2-x-6=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ x_1x_2=-6, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=3, \\ x_2=-2; \end{matrix}$

$x^2-x=0$; $x(x-1)=0$; $x=0$ або $x=1$. *Відповідь*: -2; 3; 1; 0.

961. Враховуючи, що корені квадратного тричлена $3x^2+bx+c$ дорівнюють $x_1=-7$ і $x_2=\dfrac{2}{3}$, знайдемо b і c. Маємо:

$\begin{cases} 3\cdot(-7)^2+b\cdot(-7)+c=0, \\ 3\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^2+b\cdot\dfrac{2}{3}+c=0; \end{cases}$ $\begin{cases} -7b+147+c=0, \\ 3\cdot\dfrac{4}{9}+\dfrac{2}{3}b+c=0; \end{cases}$ $\begin{cases} c=7b-147, \\ \dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}b+7b-147=0; \end{cases}$

$4+2b+21b-441=0$; $23b=437$; $b=437:23$; $b=19$.

То $c=7\cdot 19-147=133-147=-14$.

Маємо квадратний тричлен: $3x^2+19x-14=3(x+7)\left(x-\frac{2}{3}\right)$.

Відповідь: $3(x+7)\left(x-\frac{2}{3}\right)$.

962. Нехай ці числа x і y, за умовою їх сума дорівнює 27, маємо рівняння: $x+y=27$. А сума їх квадратів, тобто x^2+y^2, дорівнює 369. Маємо систему: $\begin{cases}x+y=27,\\x^2+y^2=369.\end{cases}$ Розв'яжемо систему: $\begin{cases}x=27-y,\\(27-y)^2+y^2=369;\end{cases}$

$729-54y+y^2+y^2=369$; $2y^2-54y+729-369=0$;
$2y^2-54y+360=0 \mid :2$; $y^2-27y+180=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}y_1+y_2=27,\\y_1y_2=180,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}y_1=15,\\y_2=12.\end{matrix}$ Тобто $x_1=27-15=12$; $x_2=27-12=15$.

Відповідь: (15; 12) або (12; 15).

963. $\frac{x-2}{3x+2}\cdot\frac{9x^2-4}{2x^2-5x+2}-\frac{x}{1-2x}=$

$2x^2-5x+2=0$; $D=(-5)^2-4\cdot2\cdot2=25-16=9=3^2$; $D>0$;
$x_1=\frac{5+3}{4}=2$; $x_2=\frac{5-3}{4}=\frac{1}{2}$;

$$=\frac{x-2}{3x+2}\cdot\frac{(3x-2)(3x+2)}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)}-\frac{x}{1-2x}=\frac{(x-2)(3x-2)(3x+2)}{(3x+2)(2x-1)(x-2)}+\frac{x}{2x-1}=$$

$$=\frac{3x-2}{2x-1}+\frac{x}{2x-1}=\frac{3x-2+x}{2x-1}=\frac{4x-2}{2x-1}=\frac{2(2x-1)}{(2x-1)}=2.$$ *Відповідь*: 2.

964. Нехай швидкість другого велосипедиста x км/год, тоді першого велосипедиста $(x+4)$ км/год. Враховуючи, що вони зустрілися через 3 год, то перший проїхав $(3x)$ км, а другий — $3(x+4)$ км. Відстань між райцентрами 84 км. Маємо рівняння:
$3x+3(x+4)=84$; $3x+3x+12=84$; $6x=72$; $x=72:6$; $x=12$.
Тобто швидкість другого велосипедиста 12 км/год, а першого 16 км/год.
Відповідь: 12 км/год; 16 км/год.

965. Відомо, що $\frac{y-x}{2x}=\frac{3}{4}$, де $0<x<y$. То маємо: $\frac{1}{2}\cdot\frac{y-x}{2x}=\frac{3}{4}\Big|\cdot2$; $\frac{y-x}{x}=\frac{3}{2}$;

$\frac{y}{x}-1=\frac{3}{2}$; $\frac{y}{x}=\frac{3}{2}+1$; $\frac{y}{x}=\frac{5}{2}$. Тобто y більше x в 2,5 рази.
Відповідь: 2,5 рази.

§ 26. Розв'язування задач за допомогою дробових раціональних рівнянь

966. Нехай перше число x, то друге — $(x+2)$. Сума обернених їх чисел $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}$ дорівнює 5. Маємо рівняння: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{12}$; $\frac{x+2+x}{x(x+2)}=\frac{5}{12}$;

$\frac{2x+2}{x(x+2)}=\frac{5}{12}$; $\begin{cases}12(2x+2)=5x(x+2),\\x\neq0,\\x+2\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}24x+24=5x^2+10x,\\x\neq0,\\x\neq-2;\end{cases}$

$\begin{cases}5x^2-14x-24=0,\\x\neq0,\\x\neq-2.\end{cases}$

Розв'яжемо рівняння: $5x^2 - 14x - 24 = 0$;
$D = (-14)^2 = 4 \cdot 5 \cdot (-24) = 196 + 480 = 676 = 26^2$;
$x_1 = \frac{14 + 26}{2 \cdot 5} = \frac{40}{10} = 4$; $x_2 = \frac{14 - 26}{2 \cdot 5} = \frac{-12}{10} = -1,2$ — не задовольняє умові задачі. Тобто ці числа: 4 і 6. *Відповідь*: 4 і 6.

967. Нехай перше число x, то друге — $(20 - x)$. сума обернених чисел $\frac{1}{x} + \frac{1}{20 - x}$ за умовою дорівнює $\frac{5}{24}$. Маємо рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{20 - x} = \frac{5}{24}$;

$\frac{20 - x + x}{x(20 - x)} = \frac{5}{24}$; $\frac{20}{x(20 - x)} = \frac{5}{24}$; $\begin{cases} 5x(20 - x) = 20 \cdot 24, \\ x \neq 0, \\ 20 - x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 100x - 5x^2 = 480, \\ x \neq 0, \\ x \neq 20; \end{cases}$

$\begin{cases} 5x^2 - 100x + 480 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq 20. \end{cases}$

Розв'яжемо рівняння: $x^2 - 20x + 96 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 20, \\ x_1 x_2 = 96, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 12, \\ x_2 = 8. \end{matrix}$ Тобто ці числа 8 і 12 або 12 і 8.

Відповідь: 8; 12.

968.

	Початкова умова	Змінена дріб	Порівняння
чисельник	$x - 1$	$(x - 1) - 7 = x - 8$	дріб зменшився
знаменник	x	$x - 5$	на $\frac{1}{2}$

Маємо початкова дріб $\frac{x - 1}{x}$; змінена дріб $\frac{x - 8}{x - 5}$. За умовою отримана дріб зменшилася на $\frac{1}{2}$, то маємо: $\frac{x - 1}{x} - \frac{x - 8}{x - 5} = \frac{1}{2}$;

$\frac{(x - 1)(x - 5) - x(x - 8)}{x(x - 5)} = \frac{1}{2}$; $\frac{x^2 - 5x - x + 5 - x^2 + 8x}{x(x - 5)} = \frac{1}{2}$; $\frac{2x + 5}{x(x - 5)} = \frac{1}{2}$;

$\begin{cases} 2(2x + 5) = x(x - 5), \\ x \neq 0, \\ x - 5 \neq 0,\ x \neq 5; \end{cases}$ $4x + 10 = x^2 - 5x$; $x^2 - 9x - 10 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 9, \\ x_1 x_2 = -10, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 10, \\ x_2 = -1. \end{matrix}$

Тобто початкова дріб, якщо $x = 10$, то $\frac{9}{10}$; якщо $x = -1$, то $\frac{-2}{-1} = 2$ — не задовольняє умові. *Відповідь*: $\frac{9}{10}$.

969. Нехай чисельник дробу x, то знаменник $(x + 5)$. За умовою знаменник збільшили на 6, то маємо: $x + 5 + 6 = x + 11$, а чисельник — на 4, то маємо: $x + 4$. Отримали дроби: початкова $\frac{x}{x + 5}$ і $\frac{x + 4}{x + 11}$. За умовою після змін дріб збільшилася на $\frac{1}{4}$, тобто маємо рівняння:

$\frac{x}{x + 5} - \frac{x + 4}{x + 11} = \frac{1}{4}$; $\frac{(x + 4)(x + 5) - x(x + 11)}{(x + 11)(x + 5)} = \frac{1}{4}$;

$\begin{cases} 4(x^2 + 5x + 4x + 20 - x^2 - 11x) = (x + 11)(x + 5), \\ x + 1 \neq 0,\ x + 5 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases}4(-2x+20)=x^2+16x+55,\\ x\neq -1,\ x\neq -5;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+16x+55+8x-80=0,\\ x\neq -1,\ x\neq -5;\end{cases}$ $x^2+24x-25=0.$

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=24,\\ x_1x_2=-25,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=-25,\\ x_2=1.\end{matrix}$

Якщо $x=1$, то маємо дріб $\frac{1}{6}$. Якщо $x=-25$, то маємо дріб $\frac{-25}{-20}=\frac{25}{20}$ — не задовольняє умові задачі. *Відповідь*: $\frac{1}{6}$.

970.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
1 велосипедист	$x+4$	48	$\frac{48}{x+4}$	перший велосипедист прибув на 1 год раніше ніж другий
2 велосипедист	$x,\ x>0$	48	$\frac{48}{x}$	

Маємо рівняння:

$\frac{48}{x}-\frac{48}{x+4}=1;$ $\frac{48(x+4)-48x}{x(x+4)}=1;$ $\frac{48x+192-48x}{x(x+4)}=1;$ $\begin{cases}x(x+4)=192,\\ x\neq 0,\\ x+4\neq 0;\end{cases}$

$x^2+4x-192=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-4,\\ x_1x_2=-192,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=-16,\\ x_2=12.\end{matrix}$

$x=-16$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто 12 км/год — швидкість другого велосипедиста, 16 км/год — швидкість першого велосипедиста. *Відповідь*: 12 км/год; 16 км/год.

971.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
1 легковик	$x+10$	420	$\frac{420}{x+10}$	Перший прибув на 1 год раніше, ніж другий у місто B
2 легковик	$x,\ x>0$	420	$\frac{420}{x}$	

Маємо рівняння: $\frac{420}{x+10}-\frac{420}{x}=1;$ $\frac{420(x+10)-420x}{x(x+10)}=1;$

$\begin{cases}420x-4200-420x=x(x+10),\\ x\neq 0,\\ x+10\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+10x+4200=0,\\ x\neq 0,\\ x\neq -10;\end{cases}$

$x^2+10x+4200=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=-10,\\ x_1x_2=4200\end{cases}$ $\Rightarrow$ звідки $\begin{matrix}x_1=-70,\\ x_2=60.\end{matrix}$ $x=-70$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто 60 км/год — швидкість другого легковика, 70 км/год — першого. *Відповідь*: 70 км/год; 60 км/год.

972.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
початкова умова	$x,\ x>0$	300	$\frac{300}{x}$	40 хв $=\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$ год — різниця часу з розкладом
змінена умова	$x+5$	300	$\frac{300}{x+5}$	

Маємо рівняння: $\frac{300}{x}-\frac{300}{x+5}=\frac{2}{3}$; $\frac{300(x+5)-300x}{x(x+5)}=\frac{2}{3}$;

$\frac{300x+1500-300x}{x(x+5)}=\frac{2}{3}$; $\frac{1500}{x(x+5)}=\frac{2}{3}$; $\begin{cases}3\cdot 1500=2x(x+5),\\ x\neq 0,\\ x+5\neq 0,\ x\neq -5;\end{cases}$

$2x^2+10x-4500=0 \mid :2$; $x^2+5x-2250=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-5,\\ x_1x_2=-2250.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}x_1=-50,\\ x_2=45.\end{matrix}$ $x=-50$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто швидкість поїзда за розкладом 45 км/год. *Відповідь*: 45 км/год.

973.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
рух до зупинки	$x,\ x>0$	$810\cdot\frac{5}{9}=450$	$\frac{450}{x}$	Щоб ліквідувати запізнення $\frac{1}{2}$ год збільшив швидкість, прибув вчасно.
рух після зупинки	$x+10$	$810-450=360$	$\frac{360}{x+10}$	

$30\text{ хв}=\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$ год. Мав витрати часу $\frac{810}{x}$.

Маємо рівняння: $\frac{450}{x}+\frac{1}{2}+\frac{360}{x+10}=\frac{810}{x}$; $\frac{360}{x}-\frac{360}{x+10}=\frac{1}{2}$;

$\frac{360(x+10)-360x}{x(x+10)}=\frac{1}{2}$; $\frac{360x+3600-360x}{x(x+10)}=\frac{1}{2}$; $\begin{cases}x(x+10)=7200,\\ x\neq 0,\\ x+10\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2+10x-7200=0,\\ x\neq 0,\\ x\neq -10;\end{cases}$ $x^2+10x-7200=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=-10,\\ x_1x_2=-7200\end{cases}\Rightarrow \begin{matrix}x_1=-90,\\ x_2=80.\end{matrix}$ $x=-90$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто до зупинки швидкість 80 км/год. *Відповідь*: 80 км/год.

974.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
рух до зупинки	$x,\ x>0$	$320\cdot\frac{3}{8}=120$	$\frac{120}{x}$	До зупинки призначення прибув через 7 год.
рух після зупинки	$x-10$	$320-120=200$	$\frac{200}{x-10}$	

Зупинка 1 год. Маємо рівняння: $\frac{120}{x}+1+\frac{200}{x-10}=7$; $\frac{120}{x}+\frac{200}{x-10}=6$;

$\begin{cases}120(x-10)+200x=6x(x-10),\\ x\neq 0,\ x\neq 10;\end{cases}$ $\begin{cases}120x-1200+200x=6x^2-60x,\\ x\neq 0,\ x\neq 10;\end{cases}$

$6x^2-380x+1200=0 \mid :2$; $3x^2-190x+600=0$;

$D=(-190)^2-4\cdot 3\cdot 600=36\,100-7200=28\,900=170^2$; $D>0$;

$x_1=\frac{190+170}{2\cdot 3}=\frac{360}{6}=60$; $x_2=\frac{190-170}{2\cdot 3}=\frac{20}{6}=\frac{10}{3}$; $x=\frac{10}{3}$ — не задовольняє умові задачі. Тобто до зупинки поїзд рухався зі швидкістю 60 км/год. *Відповідь*: 60 км/год.

975. Нехай x км/год, $x > 0$ — швидкість течії.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
за течією	$18 + x$	40	$\frac{40}{18+x}$	На весь час витратив 3 год.
проти течії	$18 - x$	16	$\frac{16}{18-x}$	

Маємо рівняння: $\frac{40}{18+x} + \frac{16}{18-x} = 3$; $\frac{40(18-x)+16(18+x)}{(18+x)(18-x)} = 3$;

$$\begin{cases} 720 - 40x + 288 + 16x = 3(18 + x)(18 - x), \\ 18 + x \neq 0, x \neq -18, \\ 18 - x \neq 0, x \neq 18; \end{cases}$$

$3 \cdot 324 - 3x^2 = 1008 - 24x$; $3x^2 - 24x + 36 = 0 \mid : 3$; $x^2 - 8x + 12 = 0$.

За теоремою Віста маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 8, \\ x_1x_2 = 12. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 6, \\ x_2 = 2. \end{matrix}$ $x = 6$ — не задовольняє умові задачі, за умовою швидкість течії менше 4 км/год. Тобто швидкість течії 2 км/год. *Відповідь*: 2 км/год.

976. Нехай x км/год — власна швидкість човна, $x > 0$.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
за течією	$x + 2$	48	$\frac{48}{x+2}$	Час на шлях туди і назад 7 год.
проти течії	$x - 2$	48	$\frac{48}{x-2}$	

Маємо рівняння: $\frac{48}{x+2} + \frac{48}{x-2} = 7$; $\frac{48(x-2)+48(x+2)}{(x+2)(x-2)} = 7$;

$$\begin{cases} 48x - 96 + 48x + 96 = 7(x^2 - 4), \\ x + 2 \neq 0, x \neq -2, \\ x - 2 \neq 0, x \neq 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 7x^2 - 28 - 96x = 0, \\ x \neq \pm 2; \end{cases}$$

$7x^2 - 96x - 28 = 0$; $D = 96^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-28) = 9216 - 784 = 10\,000 = 100^2$;

$x_1 = \frac{96+100}{2 \cdot 7} = \frac{196}{14} = 14$; $x_2 = \frac{96-100}{2 \cdot 7} = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}$; $x = -\frac{2}{7}$ — не задовольняє умові задачі. Тобто власна швидкість човна 14 км/год.

Відповідь: 14 км/год.

977. Нехай x км/год власна швидкість човна, $x > 0$.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
за течією	$x + 3$	18	$\frac{18}{x+3}$	Проплив за течією і проти течії за той самий час, що і в стоячій воді 48 км.
проти течії	$x - 3$	28	$\frac{28}{x-3}$	
в стоячій воді	x	48	$\frac{48}{x}$	

Маємо рівняння: $\frac{18}{x+3} + \frac{28}{x-3} = \frac{48}{x}$; $\frac{18(x-3)+28(x+3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{48}{x}$;

$\dfrac{18x-54+28x+84}{(x+3)(x-3)}=\dfrac{48}{x}$; $\dfrac{46x+30}{x^2-9}=\dfrac{48}{x}$; $\begin{cases} x(46x+30)=48(x^2-9), \\ x \neq 0, \\ x \neq \pm 3; \end{cases}$

$46x^2+30x=48x^2-432$; $2x^2-30x-432=0 \mid :2$; $x^2-15x-216=0$;
$D=(-15)^2-4\cdot(-216)=225+864=1089=33^2$; $D>0$;

$x_1=\dfrac{15+33}{2}=\dfrac{48}{2}=24$; $x_2=\dfrac{15-33}{2}=-9$; $x=-9$ — не задовольняє умові задачі. Власна швидкість човна 24 км/год.
Відповідь: 24 км/год.

978. Нехай x км/год швидкість течії річки.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
катер за течією	$18+x$	30	$\dfrac{30}{18+x}$	Час, який потрібен катеру, щоб пропливти за течією і проти течії, дорівнює часу, необхідному плоту пропливти 4 км.
катер проти течії	$18-x$	8	$\dfrac{8}{18-x}$	
пліт	x	48	$\dfrac{4}{x}$	

Маємо рівняння: $\dfrac{30}{18+x}+\dfrac{8}{18-x}=\dfrac{4}{x}$; $\dfrac{30(18-x)+8(18+x)}{(18+x)(18-x)}=\dfrac{4}{x}$;

$\dfrac{540-30x+144+8x}{324-x^2}=\dfrac{4}{x}$; $\dfrac{684-22x}{324-x^2}=\dfrac{4}{x}$; $\begin{cases} x(684-22x)=4(324-x^2), \\ x \neq 0, \\ x \neq \pm 18; \end{cases}$

$684x-22x^2=1296-4x^2$; $18x^2-684x+1296=0 \mid :18$; $x^2-38x+72=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=38, \\ x_1x_2=72. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1=36, \\ x_2=2. \end{matrix}$ $x=36$ — не задовольняє умову задачі. Швидкість течії 2 км/год.
Відповідь: 2 км/год.

979. Нехай x км/год — власна швидкість човна.

	v, км/год	s, км	t, год	Порівняння часу
рух по озеру	x	40	$\dfrac{40}{x}$	Витратив на весь шлях 3 год.
рух проти течії річки	$x-2$	18	$\dfrac{18}{x-2}$	

Маємо рівняння:

$\dfrac{40}{x}+\dfrac{18}{x-2}=3$; $\dfrac{40(x-2)+18x}{x(x-2)}=3$; $\begin{cases} 40x-80+18x=3(x^2-2x), \\ x \neq 0, \\ x \neq 2; \end{cases}$

$3x^2-6x-58x+80=0$; $3x^2-64x+80=0$; $D=(-64)^2-4\cdot 3\cdot 80=$ $=4096-960=3136=56^2$; $x_1=\dfrac{64+56}{2\cdot 3}=\dfrac{120}{6}=20$; $x_2=\dfrac{64-56}{6}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$;

$x=\dfrac{4}{3}$ — не задовольняє умові задачі. Тобто власна швидкість човна 20 км/год. *Відповідь*: 20 км/год.

980.

	Асфальтували в день, м²	Мали заасфальтувати, м²	Асфальтували в день, м²	Порівняння часу
1 бригада	$x+10$	200	$\frac{200}{x+10}$	Перша бригада виконала завдання на 1 день раніше.
2 бригада	x	200	$\frac{200}{x}$	

Маємо рівняння:

$$\frac{200}{x}-\frac{200}{x+10}=1;\quad \frac{200(x+10)-200x}{x(x+10)}=1;\quad \begin{cases}\cancel{200x}+2000-\cancel{200x}=x(x+10),\\ x\neq 0,\\ x\neq -10;\end{cases}$$

$x^2+10x-2000=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-10,\\ x_1x_2=-2000\end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix}x_1=-50,\\ x_2=40.\end{matrix}$

$x=-50$ — не задовольняє умові задачі. Тобто друга бригада асфальтували 40 м² в день, а перша — 50 м² в день.

Відповідь: 50 м²; 40 м².

981.

	Вантажівки	Вантаж, т	Перевозила 1 вантажівка, т	Порівняння вантажу
замовили вантажівок	x	60	$\frac{60}{x}$	На кожну машину вантажили на 1 т більше.
використали вантажівок	$x-3$	60	$\frac{60}{x-3}$	

Маємо рівняння:

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x-3}=1;\quad \frac{60x-60(x-3)}{x(x-3)}=1;\quad \frac{\cancel{60x}-\cancel{60x}+180}{x(x-3)}=1;\quad \begin{cases}180=x(x-3),\\ x\neq 0,\\ x\neq 3;\end{cases}$$

$x^2-3x-180=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\ x_1x_2=-180\end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix}x_1=15,\\ x_2=-12.\end{matrix}$

$x=-12$ — не задовольняє умові задачі. Тобто замовили 15 машин, а використали $15-3=12$ машин.

Відповідь: 12 машин.

982.

	Час на виконання завдання, год	Виконала робота за 1 год	Виконала робота на 16 год	
Майстер	$x-24$	$\frac{1}{x-24}$	$\frac{16}{x-24}$	Виконана вся робота дорівнює 1.
Учень	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{16}{x}$	

Маємо рівняння:

$$\frac{16}{x-24}+\frac{16}{x}=1;\quad \frac{16x+16(x-24)}{x(x-24)}=1;\quad \begin{cases}16x+16x-384=x(x-24),\\ x\neq 0,\\ x\neq 24;\end{cases}$$

$x^2-24x-32x+384=0$; $x^2-56x+384=0$;

$D = (-56)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 384 = 3136 - 1536 = 1600 = 40^2$; $x_1 = \frac{56 + 40}{2} = \frac{96}{2} = 48$;

$x_2 = \frac{56 - 40}{6} = \frac{16}{2} = 8$; $x = 8$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто учню необхідно 48 год, а майстру 24 год. *Відповідь*: 48 год; 24 год.

983.

	Час необхідний маляру, год	Об'єм роботи за год	Об'єм роботи за 20 год	
1 маляр	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{20}{x}$	Виконання всієї роботи 1 год.
2 маляр	$x + 9$	$\frac{1}{x+9}$	$\frac{20}{x+9}$	

Маємо рівняння:

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+9} = 1$; $\frac{20(x+9) + 20x}{x(x+9)} = 1$; $\begin{cases} 20x + 180 + 20x = x^2 + 9x, \\ x \neq 0, \\ x \neq -8; \end{cases}$

$x^2 + 9x - 40x - 180 = 0$; $x^2 - 31x - 180 = 0$; $D = (-31)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-180) =$ $= 961 + 720 = 1681 = 41^2$; $x_1 = \frac{31 + 41}{2} = \frac{72}{2} = 36$; $x_2 = \frac{31 - 41}{6} = -\frac{10}{2} = -5$;

$x = -5$ — не задовольняє умові задачі. Тобто 36 год необхідно першому маляру на виконання всієї роботи, а другому $36 + 9 = 45$ год.

Відповідь: 36 год; 45 год.

984.

	Час наповнення басейну, год	Об'єм наповнення басейну	Об'єм наповнення басейну за 9 хв	Об'єм наповнення басейну за 6 хв	
1 кран	$x + 9$	$\frac{1}{x+9}$	$\frac{9}{x+9}$	$\frac{6}{x+9}$	Заповнили $\frac{1}{2}$ басейну
2 кран	x	$\frac{1}{x}$		$\frac{6}{x}$	

Маємо рівняння: $\frac{9}{x+9} + \frac{6}{x} + \frac{6}{x+9} = \frac{1}{x}$; $\frac{15}{x+9} + \frac{6}{x} = \frac{1}{x}$; $\frac{15x + 6(x+9)}{x(x+9)} = \frac{1}{x}$;

$\frac{15x + 6x + 54}{x(x+9)} = \frac{1}{x}$; $\frac{21x + 54}{x(x+9)} = \frac{1}{x}$; $\begin{cases} 2(21x + 54) = x(x+9), \\ x \neq 0, \\ x \neq -9; \end{cases}$

$42x + 108 = x^2 + 9x$; $x^2 - 33x - 108 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 33, \\ x_1 x_2 = -108, \end{cases}$ звідки маємо: $\begin{array}{l} x_1 = 36, \\ x_2 = -3. \end{array}$ $x = -3$ — не задовольняє умові задачі. Тобто 1 кран $(36 + 9) = 45$ хв, а другий 36 хв.

Відповідь: 45 хв; 36 хв.

985.

	Днів на набор рукописі	За один день набрати рукопис	За 6 днів
1 оператор	x	$\frac{1}{x}$	
2 оператор	$x + 12$	$\frac{1}{x+12}$	$\frac{6}{x+12}$

Разом два оператора за 1 день набирають $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+12}=\frac{x+12+x}{x(x+12)}=\frac{2x+12}{x(x+12)}$;

за 10 днів: $\frac{10(2x+12)}{x(x+12)}=\frac{20x+120}{x(x+12)}$.

Врахуємо, що за умовою вони набрали $\frac{5}{7}$ рукопису, маємо рівняння:

$$\frac{6}{x+12}+\frac{20x+120}{x(x+12)}=\frac{5}{7};\quad \frac{6x+20x+120}{x(x+12)}=\frac{5}{7};\quad \begin{cases}7(26x+120)=5x(x+12),\\ x\neq 0,\\ x\neq -12;\end{cases}$$

$5x^2+60x-182x-840=0$; $5x^2-122x-840=0$;
$D=(-122)^2-4\cdot 5\cdot(-840)=14\ 884+16\ 800=31\ 684=178^2$;

$x_1=\frac{122+178}{10}=30$; $x_2=\frac{122-178}{10}=-\frac{56}{10}=-5,6$ — не є розв'язком задачі.

Тобто перший оператор може набрати рукопис за 30 днів, а другий за $30+12=42$ дні.

Відповідь: 30 днів; 42 дні.

986. Нехай пішохід ішов із села A в село B зі швидкістю x км/год, за 4 год пройшов $4x$ км, Із села B до пункту C $s=10$ км, то відстань з A в C становить $(4x-10)$ км. Час, який він витратив на шлях BC $\frac{10}{x}$ год, а шлях CA — $\frac{4x-10}{x-1}$ год, $(x-1)$ км/год — швидкість на шлях CA. На зворотній шлях він витратив на 30 хв $=\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$ год більше, тобто $4+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$ год. Маємо рівняння:

$$\frac{10}{x}+\frac{4x-10}{x-1}=\frac{9}{2};\quad \frac{10(x-1)+x(4x-10)}{x(x-1)}=\frac{9}{2};\quad \frac{\cancel{10x}-10+4x^2-\cancel{10x}}{x(x-1)}=\frac{9}{2};$$

$$\frac{4x^2-10}{x^2-x}=\frac{9}{2};\quad \begin{cases}2(4x^2-10)=9(x^2-x),\\ x\neq 0,\\ x\neq 1;\end{cases}\quad \begin{cases}8x^2-20=9x^2-9x,\\ x\neq 0,\ x\neq 1;\end{cases}\quad x^2-9x+20=0.$$

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=9,\\ x_1x_2=20,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=5,\\ x_2=4.\end{matrix}$

Якщо $x=5$, то $4\cdot 5=20$ км. Якщо $x=4$, то $4\cdot 4=16$ км. Відстань AB дорівнює 20 км або 16 км. *Відповідь*: 20 км або 16 км.

987. Нехай x км/год — власна швидкість човна.

	v, км/год	t, год	s, км	s, км	t, год
рух за течією	$x+3$	3	$3(x+3)$	$3(x+3)-30$	$\frac{3(x+3)-30}{x+3}$
рух проти течії	$x-3$			$3(x+3)-30$	$\frac{3(x+3)-30}{x-3}$

На весь маршрут витратили $4,5$ год $=\frac{9}{2}$ год.

Маємо рівняння: $\frac{3(x+3)-30}{x+3}+\frac{3(x+3)-30}{x-3}=\frac{9}{2}$;

$$3(x+3-10)\left(\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x-3}\right)=\frac{9}{2};\quad (x-7)\cdot\frac{x-\cancel{3}+x+\cancel{3}}{(x+3)(x-3)}=\frac{9}{2};$$

$\frac{2x(x-7)}{(x+3)(x-3)}=\frac{9}{2}$; $4x(x-7)=3(x^2-9)$; $\begin{cases}4x^2-28x=3x^2-27,\\ x\neq\pm3;\end{cases}$

$x^2-28x+27=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=28,\\ x_1x_2=27,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=27,\\ x_2=1;\end{matrix}$

$x=1$ — не задовольняє умові задачі. Тобто 27 км/год — власна швидкість човна.

Відповідь: 27 км/год.

988. Нехай першого разу відлили x л кислоти, доповнили водою до початкового об'єму, маємо $(6-x)$ л кислоти. Коли другого разу відлили x л кислоти, то в посудині залишилось $(6-x)-\frac{(6-x)x}{6}$ літрів кислоти, що за умовою задачі становить 1,5 л. Маємо рівняння:

$(6-x)-\frac{(6-x)x}{6}=\frac{3}{2}$; $\frac{6(6-x)-(6-x)x}{6}=\frac{3}{2}$; $(6-x)(6-x)=0$;

$(6-x)^2=0$, тобто $6-x=3$, $x=3$ або $6-x=-3$ — не задовольняє умові. Отже, першого разу відлили 3 л кислоти.

Відповідь: 3 л.

989. 1) $2x^4+3x^2-5=0$. Заміна: $x^2=t$, $t\geq0$. Маємо рівняння:

$2t^2+3t-5=0$; $D=3^2-4\cdot2\cdot(-5)=9+40=49=7^2$;

$t_1=\frac{-3+7}{2\cdot2}=\frac{4}{4}=1$; $t_2=\frac{-3-7}{2\cdot2}=\frac{-10}{4}=-2,5$ — не є коренем рівняння, $t>0$.

Обернена заміна: $x^2=1$; $x_{1,2}=\pm1$.

2) $\frac{x^2}{x-6}=\frac{36}{x-6}$; $\begin{cases}x^2=36,\\ x-6\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=6,\ x_2=-6,\\ x\neq6.\end{cases}$ Корінь рівняння $x=-6$.

Відповідь: 1) ±1; 2) -6.

990. 1) $\frac{x^2+3x-10}{x^2-2x}=\frac{(x+5)(x-2)}{x(x-2)}=\frac{x+5}{x}$;

2) $\frac{x^2-9}{2x^2-4x-6}=\frac{(x-3)(x+3)}{2(x-3)(x+1)}=\frac{x+3}{2(x+1)}$;

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$; $\begin{cases}x_1+x_2=-3,\\ x_1x_2=-10\end{cases}\Rightarrow\begin{matrix}x_1=-5,\\ x_2=2,\end{matrix}$

$2x^2-4x-6=2(x-3)(x+1)$; $D=(-4)^2-4\cdot2\cdot(-6)=16+48=64=8^2$;

$x_1=\frac{4+8}{2\cdot2}=\frac{12}{4}=3$; $x_2=\frac{4-8}{2\cdot2}=\frac{-4}{4}=-1$.

991. 1) $x-2\sqrt{x}-8=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$, $t\geq0$, $x\geq0$. Маємо рівняння:

$t^2-2t-8=0$; $\begin{cases}t_1+t_2=2,\\ t_1t_2=-8,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}t_1=4,\\ t_2=-2,\end{matrix}$ $t=-2$ — не задовольняє умові.

Обернена заміна: $\sqrt{x}=4$; $x=16$.

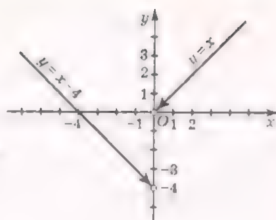
2) $(x+7)^4-5(x+7)^2-6=0$. Заміна: $(x+7)^2=t$, $t\geq0$. Маємо рівняння:

$t^2-5t-6=0$: $\begin{cases}t_1+t_2=5,\\ t_1t_2=-6,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}t_1=6,\\ t_2=-1,\end{matrix}$ $t=-1$ — не задовольняє умові.

Обернена заміна: $(x+7)^2=6$; $\left[\begin{matrix}x+7=\sqrt{6},\\ x+7=-\sqrt{6};\end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix}x=\sqrt{6}-7,\\ x=-\sqrt{6}-7.\end{matrix}\right.$

Відповідь: 1) 16; 2) $\sqrt{6}-7$; $-\sqrt{6}-7$.

992. $y = \frac{x^2 + 2x}{|x|} - 2$. Якщо $x \in (-\infty; 0)$,



то маємо: $y = \frac{x(x+2)}{-x} - 2$; $y = -x - 2 - 2$;

$y = -x - 4$ — пряма на інтервалі $(-\infty; 0)$.

Якщо $x \in (0; +\infty)$, то маємо: $y = \frac{x(x+2)}{x} - 2$;

$y = x + 2 - 2$;

$y = x$ — пряма на інтервалі $(0; +\mu)$.

$y = -x - 4$; $x = 0$, $y = -4$; $x = -2$, $y = -2$;

$y = x$; $x = 0$, $y = 0$; $x = 2$, $y = 2$.

Відповідь: (0; −4); (0; 0).

Домашня самостійна робота № 6

1. *Відповідь*: Б.
2. $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 9 + 56 = 65$, $D > 0$. *Відповідь*: Г.
3. *Відповідь*: Б.
4. $-2x^2 + 3x + 5 = -2(x + 1)(x - 2,5)$; $-2x^2 + 3x + 5 = 0 \mid \cdot (-1)$;
$2x^2 - 3x + 5 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49 = 7^2$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{3+7}{2 \cdot 2} = \frac{10}{4} = 2,5$; $x_1 = \frac{3-7}{4} = -1$. *Відповідь*: А.

4. $\frac{x^2}{x-7} = \frac{49}{x-7}$; $\begin{cases} x^2 = 49, \\ x - 7 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 7, x_2 - -7, \\ x \neq 7. \end{cases}$ Корінь: −7. *Відповідь*: В.

6. $x^3 + 2x^2 - 3x = 0$; $x(x^2 + 2x - 3) = 0$; $\begin{cases} x = 0, \\ x^2 + 2x - 3 = 0. \end{cases}$ За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 x_2 = -3. \end{cases}$ Отже, $\begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$ Корені: 0; −3; 1. *Відповідь*: Г.

7. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-2}{x+3}$. *Відповідь*: Б.

8. $\frac{6}{1+x} + \frac{x}{3-x} = \frac{6}{1+x} \cdot \frac{x}{3-x}$; $\frac{6(3-x) + x(1+x)}{(1+x)(3-x)} = \frac{6x}{(1+x)(3-x)}$;

$\begin{cases} 18 - 6x + x + x^2 = 6x, \\ x + 1 \neq 0, \\ 3 - x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 11x + 18 = 0, \\ x \neq 1, \\ x \neq 3; \end{cases}$ $x^2 - 11x + 18 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11, \\ x_1 x_2 = 18. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = 9, \\ x_2 = 2. \end{matrix}$ *Відповідь*: В.

9.

	v, км/год	s, км	t, год	
1 автомобіль	x	360	$\frac{360}{x}$	Другий автомобіль приїхав в місто B на 30 хв $= \frac{1}{2}$ год раніше.
2 автомобіль	$x + 10$	360	$\frac{360}{x+10}$	

Маємо рівняння: $\frac{360}{x} - \frac{360}{x+10} = \frac{1}{2}$; $\frac{360(x+10) - 360x}{x(x+10)} = \frac{1}{2}$;

$\frac{360x + 3600 - 360x}{x(x+10)} = \frac{1}{2}$; $\frac{3600}{x(x+10)} = \frac{1}{2}$; $\begin{cases} x^2 + 10x - 7200 = 0, \\ x \neq 0, \\ x \neq -10. \end{cases}$

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -10, \\ x_1x_2 = -7200. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = -90, \\ x_2 = 80. \end{matrix}$

$x = -90$ — не задовольняє умові задачі. Швидкість першого автомобіля 80 км/год.

Відповідь: Б.

10. $-\frac{1}{4}x^4 - x^3 + 3x^2 = -\frac{1}{4}x^2(x^2 + 4x - 12) = -\frac{1}{4}x^2(x + 6)(x - 2).$

Відповідь: А,

11. $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$; $(x^3 - 8) + (3x^2 - 6x) = 0$; $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 3x(x - 2) = 0$; $(x - 2)(x^2 + 2x + 4 + 3x) = 0$; $(x - 2)(x^2 + 5x + 4) = 0$;

$(x - 2)(x + 4)(x + 1) = 0$. Отже, $\begin{cases} x - 2 = 0, \\ x + 4 = 0, \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2, \\ x_2 = -4, \\ x_3 = -1. \end{cases}$ *Відповідь*: Б.

12.

	v, км/год	t, год	s, км	s, км	t, год
рух за течією	$x + 2$	3	—	$3(x - 2) - 24$	$\frac{3(x-2)-24}{x+2}$
рух проти течії	$x - 2$	3	$3(x - 2)$	$3(x - 2) - 24$	$\frac{3(x-2)-24}{x-2}$

Витратив на всю дорогу 3 год 18 хв $= 3\frac{18}{60} = 3\frac{3}{10} = \frac{33}{10}$ год.

$\frac{3(x-2)-24}{x+2} + \frac{3(x-2)-24}{x-2} = \frac{33}{10}$; $(3(x-2)-24)\left(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}\right) = \frac{33}{10}$;

$(3(x-2)-24) \cdot \frac{x + \not{2} + x - \not{2}}{(x-2)(x+2)} = \frac{33}{10}$; $\frac{(3x - 6 - 24) \cdot 2x}{x^2 - 4} = \frac{33}{10}$;

$\frac{(3x-30) \cdot 2x}{x^2 - 4} = \frac{33}{10}$; $\frac{(x-10) \cdot 2x}{x^2 - 4} = \frac{11}{10}$; $20x(x - 10) = 11(x^2 - 4)$;

$\begin{cases} 20x^2 - 20x = 11x^2 - 44, \\ x \neq \pm 2; \end{cases}$ $9x^2 - 200x + 44 = 0$;

$D = 40\,000 - 4 \cdot 9 \cdot 44 = 40\,000 - 1584 = 38\,416 = 196^2$, $D > 0$;

$x_1 = \frac{200 + 196}{18} = 22$; $x_2 = \frac{200 - 196}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$. $x = \frac{2}{9}$ — не задовольняє умові задачі. Тобто 22 км/год — власна швидкість човна.

Відповідь: Б.

Завдання для перевірки знань до §§ 24–26

1. 1) $2x^2 - 3x + 7$; 4) $-8 + 2x^2 - 3x$.

Відповідь: 1; 4.

2. 1) $x^2 + 3x - 7$; $D = 3^2 = 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 9 + 28 = 37$, $D > 0$; 2 кореня;

2) $x^2 + x + 9$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 1 - 36 = -35$, $D < 0$; коренів немає.

Відповідь: 1) 2 кореня; 2) коренів немає.

3. 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) так.

4. 1) $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1)$;

2) $-2x^2 + 5x - 2 = -2(x - 2)\left(x - \frac{1}{2}\right)$;

$x^2 + 4x - 5 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4, \\ x_1x_2 = -5. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = -5, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

$-2x^2 + 5x - 2 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2) = 25 - 16 = 9 = 3^2$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{-5+3}{-4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5-3}{-4} = 2$.

Відповідь: 1) $(x + 5)(x - 1)$; 2) $-2(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)$.

5. 1) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \ge 0$. Маємо рівняння: $t^2 + 3t - 4 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} t_1 + t_2 = -3, \\ t_1 t_2 = -4, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = -4, \\ t_2 = 1; \end{matrix}$ $t = -4$ — не задовольняє умові, $t \ge 0$.

Обернена заміна: $x^2 = 1$; $x_1 = 1$ або $x_2 = -1$.

2) $\frac{x^2}{x+4} = \frac{16}{x+4}$; $\begin{cases} x^2 = 16, \\ x + 4 \ne 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4,\ x_2 = -4, \\ x \ne 4. \end{cases}$ Корінь: $x = 4$.

Відповідь: 1) ±1; 2) 4.

6. $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$; $x(x^2 - 5x + 6) = 0$; $x(x - 3)(x - 2) = 0$;

$\left[\begin{matrix} x_1 = 0, \\ x - 3 = 0, \\ x - 2 = 0 \end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} x_1 = 0, \\ x_2 = 3, \\ x_3 = 2. \end{matrix}\right.$

Відповідь: 0; 2; 3.

7. 1) $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 + 4x} = \left| \begin{matrix} x^2 + 2x - 8 = 0, \\ \begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 x_2 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = 2; \end{matrix} \end{matrix} \right| = \frac{(x+4)(x-2)}{x(x+4)} = \frac{x-2}{x}$;

2) $\frac{x^2 - 4}{2x^2 + 7x - 22} = \left| \begin{matrix} 2x^2 + 7x - 22 = 0; \\ D = 49 - 4 \cdot 2(-22) = 49 + 176 = 225 = 15^2; \\ x_1 = \frac{-7+15}{4} = 2;\ x_2 = \frac{-7-15}{4} = -5,5. \end{matrix} \right| =$

$= \frac{(x-2)(x+2)}{2(x-2)(x-5,5)} = \frac{x+2}{2x-11}$.

Відповідь: 1) $\frac{x-2}{x}$; 2) $\frac{x+2}{2x-11}$.

8.

	v, км/год	s, км	t, год	
1 велосипедист	$x + 3$	60	$\frac{60}{x+3}$	Перший велосипедист приїхав до пункту призначення на 1 год раніше.
2 велосипедист	x	60	$\frac{60}{x}$	

Маємо рівняння:

$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$; $\frac{60(x+3) - 60x}{x(x+3)} = 1$; $\frac{60x + 180 - 60x}{x(x+3)} = 1$; $\begin{cases} x(x+3) = 180, \\ x \ne 0, \\ x \ne -3; \end{cases}$

$x^2 + 3x - 180 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1 x_2 = -180. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = -15, \\ x_2 = 12. \end{matrix}$ $x = -15$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто швидкість першого велосипедиста $12 + 3 = 15$ км/год, а другого — 12 км/год.

Відповідь: 15 км/год; 12 км/год.

9. 1) $x+3\sqrt{x}-10=0$. Заміна: $\sqrt{x}=t$, $t\geq 0$, $x\geq 0$. Маємо рівняння: $t^2+3t-10=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=-3, \\ t_1t_2=-10, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1=-5, \\ t_2=2; \end{matrix}$

$t=-5$ — не задовольняє умові, $t\geq 0$. Обернена заміна: $\sqrt{x}=2$; $x=4$.

2) $(x-3)^4-7(x-3)^2-8=0$. Заміна: $(x-3)^2=t$, $t\geq 0$. Маємо рівняння: $t^2-7t-8=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=7, \\ t_1t_2=-8, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1=8, \\ t_2=-1; \end{matrix}$

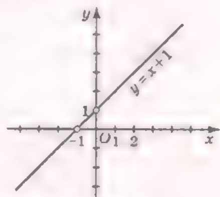
$t=-1$ — не задовольняє умові. Обернена заміна: $(x-3)^2=8$;

$\left[\begin{matrix} x-3=\sqrt{8}, \\ x-3=-\sqrt{8}; \end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix} x_1=3+2\sqrt{2}, \\ x_2=3-2\sqrt{2}. \end{matrix}\right.$ *Відповідь*: 1) 4; 2) $3\pm 2\sqrt{2}$.

10. 1) $x^3-4x^2-5x=x(x^2-4x-5)=x(x-5)(x+1)$;

2) $-\frac{1}{2}x^4+3x^3-4x^2=-\frac{1}{2}x^2(x^2+6x+8)=-\frac{1}{2}x^2(x-4)(x-2)$.

11. $y=\frac{x^3-x^2-2x}{x^2-2x}$. Спростимо вираз:



$\frac{x^3-x^2-2x}{x^2-2x}=\frac{x(x^2-x-2)}{x(x-2)}=\frac{\cancel{x}\cancel{(x-2)}(x+1)}{\cancel{x}\cancel{(x-2)}}=x+1$.

Маємо: $y=x+1$, де $x\neq 0$, $x\neq -1$, це пряма.

Якщо $y=0$, то $x=-1$; якщо $x=0$, то $y=1$.

Відповідь: (–1; 0); (0; 1).

993. 1) $7x^2-3x+5=0$; 2) $-2x^2+1x-4=0$; 3) $3x+1x^2-7=0$;

4) $3x^2=0$; 5) $2x^2-7=0$; 6) $2x+5x^2=0$.

994. 1) $1{,}8x^2=0$; $x^2=0$; $x=0$;

2) $2x^2-32=0$; $2x^2=32$; $x^2=16$; $x_1=4$ або $x_2=-4$;

3) $5x^2-7x=0$; $x(5x-7)=0$; $\left[\begin{matrix} x=0, \\ 5x-7=0; \end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix} x_1=0, \\ x_2=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}; \end{matrix}\right.$

4) $-x^2-9=0$; $-x^2=9$; $x^2=-9$; коренів немає;

5) $\frac{1}{2}x^2+8x=0$; $\frac{1}{2}x(x+16)=0$; $\left[\begin{matrix} x_1=0, \\ x_2=-16; \end{matrix}\right.$

6) $3x^2-15=0$; $3x^2=15$; $x_1=\sqrt{5}$ або $x_2=-\sqrt{5}$.

Відповідь: 1) 0; 2) ±4; 3) 0; 1,4; 4) коренів немає; 5) 0; –16; 6) $\sqrt{5}$; $-\sqrt{5}$.

995. Для перевірки підставимо значення $(1-\sqrt{2})$ і рівняння $x^2-2x-1=0$.

Маємо: $(1-\sqrt{2})^2-2(1-\sqrt{2})-1=\cancel{1}-\cancel{2\sqrt{2}}+\cancel{2}-\cancel{2}+\cancel{2\sqrt{2}}-\cancel{1}=0$,

тобто $0=0$. Звідки $1-\sqrt{2}$ — корінь рівняння.

996. 1) $\frac{x^2+x}{2}+\frac{x-1}{3}=\frac{5x+4}{6}$; $3(x^2+x)+2(x-1)=5x=4$;

$3x^2+3x+2x-2=5x+4$; $3x^2=6$; $x^2=2$; $x_1=\sqrt{2}$ або $x_2=-\sqrt{2}$;

2) $\frac{2x^2-3x}{4}+\frac{x+4}{2}=\frac{x+16}{8}$; $2(2x^2-3x)+4(x+4)=x+16$;

$4x^2-6x+4x+\cancel{16}=x+\cancel{16}$; $4x^2-3x=0$; $x(4x-3)=0$;

$\left[\begin{matrix} x_1=0, \\ 4x-3=0; \end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix} x_1=0, \\ x_2=\frac{3}{4}. \end{matrix}\right.$ *Відповідь*: 1) $\pm\sqrt{2}$; 2) $\frac{3}{4}=0{,}75$.

997. Нехай ширина x см, $x > 0$, то довжина $1,5x$ (см). За умовою площа дорівнює 54 см^2, маємо рівняння: $1,5x \cdot x = 54$; $x^2 = 36$; $x = 6$ або $x = -6$ — не задовольняє умові задачі. Тобто ширина 6 см, довжина $1,5 \cdot 6 = 9$ см; $P = (6 + 9) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$ см.

Відповідь: 30 см.

998. 1) Нехай $x_1 = 3$ — корінь рівняння. Маємо:

1) $ax^2 - 7a + (a^2 + 21) = 0$; $9a - 21 + a^2 + 21 = 0$; $a^2 + 9a = 0$; $a(a + 9) = 0$;
$\begin{cases} a_1 = 0, \\ a_2 = -9; \end{cases}$

2) $x^2 + (a^2 - 4)x - 9 = 0$; $9 + 3(a^2 - 4) - 9 = 0$; $3(a^2 - 4) = 0$; $a^2 - 4 = 0$; $a^2 = 4$; $a = 2$ або $a = -2$.

Відповідь: 1) −9; 0; 2) −2; 2.

999. 1) Один корінь рівняння має, якщо $x^2 - (4a - 5)x = 0$; $x(x - (4a - 5)) = 0$;
$\begin{cases} x_1 = 0, \\ x_2 = 4a - 5 \end{cases} \Leftrightarrow 4a - 5 = 0$; $4a = 5$; $a = \frac{5}{4}$; $a = 1,25$.

2) Два кореня рівняння має, якщо $a^2x^2 - a = 0$, то $a^2x^2 = a$; $x^2 = \frac{1}{a}$, $\frac{1}{a} > 0$, $a > 0$.

Відповідь: 1) 1,25; 2) $a > 0$.

1000. 1) $x^2 + 2x - 4 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 4 + 16 = 20$, $D > 0$, 2 корені;
2) $3x^2 - 2x + 3 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4 - 36 = -32$, $D < 0$, коренів немає;
3) $x^2 - 2x + 1 = 0$; $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 0$, $D = 0$, 1 корінь;
4) $7x^2 + x - 1 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 7 = 1 + 28 = 29$, $D > 0$, 2 кореня.

1001. 1) $x^2 + 7x - 8 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 49 + 32 = 81 = 9^2$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{-7+9}{2} = 1$; $x_2 = \frac{-7-9}{2} = -8$;

2) $16x^2 - 8x + 1 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 16 = 64 - 64 = 0$; $x = \frac{8}{2 \cdot 16} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$;

3) $2x^2 - x - 3 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 1 + 24 = 25 = 5^2$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{1+5}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$; $x_2 = \frac{1-5}{4} = -1$;

4) $x^2 + 3x - 10 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10) = 49 = 7^2$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{-3+7}{2} = 2$; $x_2 = \frac{-3-7}{2} = -5$;

5) $x^2 + 4x + 7 = 0$; $D = 4^2 - 4 \cdot 7 = 16 - 28 = -12$, $D < 0$; коренів немає;

6) $2x^2 + 5x - 3 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49 = 7^2$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-5+7}{4} = -3$.

Відповідь: 1) 1; −8; 2) $\frac{1}{4}$; 3) −1; 1,5; 4) −5; 2; 5) коренів немає; 6) −3; $\frac{1}{2}$.

1002. 1) $x^2 = 6x - 7$; $x^2 - 6x + 7 = 0$; $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 36 - 28 = 8$, $D > 0$; $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{8}}{2} = 3 \pm \sqrt{2}$;

2) $x^2 + 7x = -12$; $x^2 + 7x + 12 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 49 - 48 = 1$, $D > 0$;
$x_1 = \frac{-7+1}{2} = -3$; $x_2 = \frac{-7-1}{2} = -4$;

3) $10x = 25x^2 + 1$; $25x^2 - 10x + 1 = 0$; $(5x - 1)^2 = 0$; $5x - 1 = 0$; $x = \frac{1}{5}$;

4) $2 - 9x = 5x^2$; $5x^2 + 9x - 2 = 0$; $D = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 81 + 40 = 121 = 11^2$,

$D > 0$; $x_1 = \frac{-9+11}{10} = 0,2$; $x_2 = \frac{-9-11}{10} = -2$.

Відповідь: 1) $3 \pm \sqrt{2}$; 2) -4; -3; 3) 0,2; 4) -2; 0,2.

1003. 1) $x^2 = 3 - 2x$; $x^2 + 2x - 3 = 0$;

$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 = 4^2$,

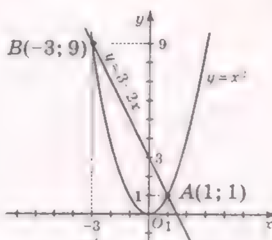
$D > 0$; $x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1$; $x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$.

Побудуємо графіки $y = x^2$ — парабола;

$y = 3 - 2x$ — пряма.

$x_1 = 0$, $y_1 = 3$; $x_2 = 1$, $y_2 = 1$.

Відповідь: -3; -1.



2) $x^2 = 0,5x + 3$; $x^2 - 0,5x - 3 = 0$;

$D = (-0,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 12,25 = 3,5^2$,

$D > 0$; $x_1 = \frac{0,5+3,5}{2} = 2$;

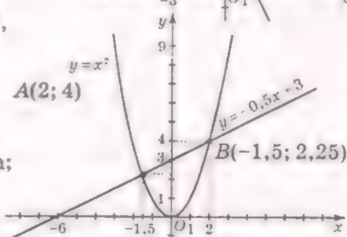
$x_2 = \frac{0,5-3,5}{2} = -1,5$.

Побудуємо графіки $y = x^2$ — парабола;

$y = 0,5x + 3$.

$x_1 = 0$, $y_1 = 3$; $x_2 = 2$, $y_2 = 4$.

Відповідь: 2; $-1,5$.



1004. 1) $5(x - 2) = (3x + 2)(x - 2)$; $5x - 10 = 3x^2 - 6x + 2x - 4$;

$3x^2 - 9x + 6 = 0 \mid : 3$; $x^2 - 3x + 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$,

$D > 0$; $x_1 = \frac{3+1}{2} = 2$; $x_2 = \frac{3-1}{2} = 1$;

2) $\frac{1}{5}x^2 - 3x - 7 = 0 \,\Big|\, \cdot 5$; $x^2 - 10x - 35 = 0$; $D = (-10)^2 - 4 \cdot (-35) =$

$= 100 + 140 = 240$, $D > 0$; $x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{240}}{2} = 5 \pm 2\sqrt{15}$;

3) $x^2 + \sqrt{2}x - 12 = 0$; $D = \left(\sqrt{2}\right)^2 - 4 \cdot (-12) = 2 + 48 = 50$, $D > 0$;

$x_1 = \frac{-\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$; $x_2 = \frac{-\sqrt{2}-5\sqrt{2}}{2} = \frac{-6\sqrt{2}}{2} = -3\sqrt{2}$;

4) $\sqrt{3}x^2 - 2x - \sqrt{3} = 0$; $D = (-2)^2 + 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 4 + 12 = 16 = 4^2$, $D > 0$;

$x_1 = \frac{2+4}{2\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$; $x_2 = \frac{2-4}{2\sqrt{3}} = \frac{-2}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Відповідь: 1) 1; 2; 2) $5 \pm 2\sqrt{15}$; 3) $2\sqrt{2}$; $-3\sqrt{2}$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\sqrt{3}$.

1005. Має один корінь, якщо $D = 0$.

1) $x^2 + 2mx + m = 0$. Якщо $m = 0$, то $x^2 = 0$, $x = 0$;

$D = (2m)^2 - 4m = 4m^2 - 4m$; $4m^2 - 4m = 0$; $4m(m - 1) = 0$; $\begin{cases} m_1 = 0, \\ m_2 = 1; \end{cases}$

2) $mx^2 - 4x + 2 = 0$. Якщо $m = 0$, то $-4x + 2 = 0$, $x = \frac{1}{2}$;

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 2m = 16 - 8m$; $16 - 8m = 0$; $8m = 16$; $m = 2$.
Відповідь: 1) 0; 1; 2) 0; 2.

1006. $2x^2 + ax - 3 = 0$; $D = a^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = a^2 + 24$; $a^2 + 24 > 0$, так як $a^2 \geq 0$, тобто має 2 кореня.

1007. 1) $x^2 - x(3 - 2a) - 6a = 0$; $D = (3 - 2a)^2 - 4 \cdot (-6a) = 9 - 12a + 4a^2 + 24a = 4a^2 + 12a + 9 = (2a + 3)^2$, $D > 0$;

$$x_1 = \frac{(3-2a)+(2a+3)}{2} = \frac{6}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{3-2a-2a-3}{2} = -2a;$$

2) $a^2x^2 - 3ax + 2 = 0$; $D = (-3a)^2 - 4 \cdot 2a^2 = 9a^2 - 8a^2 = a^2$, $D > 0$;

$$x_1 = \frac{3a+a}{2a^2} = \frac{4a}{2a^2} = \frac{2}{a}; \quad x_2 = \frac{3a-a}{2a^2} = \frac{2a}{2a^2} = \frac{1}{a}.$$

Відповідь: 1) $-2a$; 3; 2) $\frac{1}{a}$; $\frac{2}{a}$.

1008. 1) $|x^2 + 5x - 3| = 3$;

$$\begin{cases} x^2+5x-3=3, \\ x^2+5x-3=-3; \end{cases} \begin{cases} x^2+5x-6=0, \\ x^2+5x=0; \end{cases} \begin{cases} x_1=-6, x_2=1, \\ x(x+5)=0; \end{cases} \begin{cases} x_1=-6, x_2=1, \\ x_3=0, x_4=-5; \end{cases}$$

2) $||x^2 - 5x + 1| - 4| = 3$;

$$\begin{cases} |x^2-5x+1|-4=3, \\ |x^2-5x+1|-4=-3; \end{cases} \begin{cases} |x^2-5x+1|=7, \\ |x^2-5x+1|=1; \end{cases} \begin{cases} x^2-5x+1=7, \\ x^2-5x+1=-7, \\ x^2-5x+1=1, \\ x^2-5x+1=-1; \end{cases} \begin{cases} x^2-5x-6=0, \\ x^2-5x+8=0, \\ x^2-5x=0, \\ x^2-5x+2=0; \end{cases}$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$; $x_1 = 6$, $x_2 = -1$;
$x^2 - 5x + 8 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 8 = 25 - 32 = -7$, $D < 0$, коренів немає;
$x^2 + 5x = 0$; $x(x - 5) = 0$; $x = 0$ або $x = 5$;

$x^2 - 5x + 2 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 2 = 25 - 8 = 17$, $D > 0$; $x_{1.2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$.

3) $x^2 + x + \frac{4}{x-2} = \frac{4}{x-2} + 6$; $\begin{cases} x^2+x=6, \\ x \neq 2; \end{cases} \begin{cases} x^2+x-6=0, \\ x \neq 2; \end{cases} \begin{cases} x_1=-3, x_2=2, \\ x \neq 2. \end{cases}$

Корінь рівняння $x_1 = -3$;

4) $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 3\right)(x^2 + 2x) = 0$; $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 = 0, \\ x^2 + 2x = 0; \end{cases} \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{1}{3}, x > 0, \\ x_1 = 0, x_2 = -2; \end{cases}$

$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{9}, \\ x_2 = 0, x_3 = -2, x > 0. \end{cases}$ Корінь рівняння $x_1 = \frac{1}{9}$.

Відповідь: 1) -6; -5; 0; 1; 2) $\frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$; 0; -1; 5; 6; 3) -3; 4) $\frac{1}{9}$.

1009. 1) $x_1 + x_2 = -17$; $x_1 \cdot x_2 = 60$;
2) $x_1 + x_2 = 0$; $x_1 \cdot x_2 = -12$;
3) $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{2}$;
4) $x_1 + x_2 = -4$; $x_2 \cdot x_2 = -5$.

1010. 1) $x_1 = 5$; $x^2 - 7x + 10 = 0$; $x_1 + x_2 = 7$, то $x_2 = 7 - 5 = 2$; $x_2 = 2$;
2) $x_1 = 6$; $x^2 + 3x - 18 = 0$; $x_1 + x_2 = -3$; $x_2 = 3 - x_1$; $x_2 = -3 + 6 = 3$; $x_2 = 3$.
Відповідь: 1) 2; 2) 3.

1011. За умовою $x_1 - x_2 = 6$; $x^2 + 2x + q = 0$. Врахуємо $\oplus \begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 - x_2 = 6, \end{cases}$ $2x_1 = 4$, $x_1 = 2$,
то $x_2 = -4$. Тоді $q = x_1 \cdot x_2$; $q = 2 \cdot (-4) = -8$.
Відповідь: -8; $x_1 = 2$; $x_2 = -4$.

1012. $3x^2 + bx - 7 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3}, & a = 3 \\ & b — ? \\ x_1x_2 = -\frac{7}{3}, & c = -7. \end{cases}$

Так як $x_1 \cdot x_2 < 0$ і $x_1 + x_2 < 0$, $a > 0$, то $x_1 > 0$, $x_2 < 0$. Доведено.

1013. За умовою $x_1 : x_2 = 2 : 3$, $x^2 + px + 54 = 0$. Нехай $x_1 = 2k$, $x_2 = 3k$, то маємо за теоремою Вієта $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1x_2 = 54; \end{cases}$ $2k \cdot 3k = 54$; $6k^2 = 54$; $k^2 = 9$, тобто $k_1 = 3$, $k_2 = -3$.

Тобто корені рівняння, якщо $k = 3$: $x_1 = 6$, $x_2 = 9$; $x_1 + x_2 = 9 + 6 = 15$; $p = -15$.

Якщо $k = -3$, то $x_1 = -6$, $x_2 = -9$; $x_1 + x_2 = -15$, то $p = 15$.

Відповідь: 1) 6; 9; –15; 2) –6; –9; 15.

1014. Нехай $x_1 = 2k$, то $x_2 = k$, рівняння $5x^2 - 6x + c = 0$.

За теоремою Вієта $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{6}{5}, \\ x_1x_2 = \frac{c}{5}; \end{cases}$ то маємо: $2k + k = \frac{6}{5}$; $3k = \frac{6}{5}$; $k = \frac{2}{5}$.

То $x_1 = \frac{4}{5}$; $x_2 = \frac{2}{5}$. $\frac{c}{5} = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{25}$; $c = \frac{8}{5}$.

Відповідь: $\frac{4}{5}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{8}{5} = 1,6$.

1015. Нехай $x_1^2 + x_2^2 = 33$, $3x^2 + bx - 12 = 0$. За теоремою Вієта $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3}, \\ x_1x_2 = -4; \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = 33 + 2x_1x_2$; $(x_1 + x_2)^2 = 33 - 2 \cdot 4$; $(x_1 + x_2)^2 = 33 - 8$;

$(x_1 + x_2)^2 = 25$; $x_1 + x_2 = 5$ або $x_1 + x_2 = -5$, то $-\frac{b}{3} = 5$ або $-\frac{b}{3} = -5$;

$b = -15$ або $b = 15$. *Відповідь*: –15; 15.

1016. За умовою $x_1 + x_2 = x_1^2 + x_2^2$; $x^2 - 2ax + (2a - 1) = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a, \\ x_1x_2 = 2a - 1. \end{cases}$ Звідки: $(x_1 + x_2)^2 = 4a^2$; $x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 4a^2$;

$x_1^2 + x_2^2 = 4a^2 - 2x_1x_2$; $x_1^2 + x_2^2 = 4a^2 - 2(2a - 1)$; $x_1^2 + x_2^2 = 4a^2 - 4a^2 + 2$;

$x_1^2 + x_2^2 = 2$. Маємо: $2a = 2$; $a = 1$. *Відповідь*: 1.

1017. Нехай дано рівняння $5x^2 - 16x + 4 = 0$. За теоремою Вієта

$x_1 + x_2 = \frac{16}{5}$; $x_1x_2 = \frac{4}{5}$. Корені нового рівняння вдвічі менші за відповідні.

$x_1 + x_2 = \frac{16}{5} \Big| : 2$; $\frac{x_1}{2} + \frac{x_2}{2} = \frac{8}{5}$; $\frac{x_1x_2}{2 \cdot 2} = \frac{1}{5}$, тобто маємо $x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{1}{5} = 0 \Big| \cdot 5$;

$5x^2 - 8x + 1 = 0$. *Відповідь*: $5x^2 - 8x + 1 = 0$.

1018. Нехай сторони прямокутника в сумі дають 15 см ($P = 30$ см), тобто одна сторона x, а друга — $15 - x$. За умовою площа — 54 см². Маємо рівняння: $x(15 - x) = 54$; $15x - x^2 = 54$; $x^2 - 15x + 54 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 15, \\ x_1x_2 = 54, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 9, \\ x_2 = 6. \end{matrix}$

Тобто сторони прямокутника 9 см і 6 см. *Відповідь*: 9 см і 6 см.

1019. Нехай ці числа: x, $x+1$, $x+2$. За умовою сума квадратів, тобто $x^2+(x+1)^2+(x+2)^2$ дорівнює 302. Маємо рівняння: тобто
$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=302$; $x^2+x^2+2x+1+x^2+4x+4=302$;
$3x^2+6x-297=0 \mid :3$; $x^2+2x-99=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=-2, \\ x_1x_2=-99, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=-11, \\ x_2=9. \end{matrix}$

Тобто, якщо $x=-11$, то ці числа: -11; -10; -9.

Якщо $x=9$, то ці числа: 9; 10; 11. *Відповідь*: -11; -10; -9 або 9; 10; 11.

1020. Нехай ці числа x, $x+1$, $x+2$, $x+3$, $x+4$. За умовою сума квадратів трьох перших чисел, тобто $x^2+(x+1)^2+(x+2)^2$ дорівнює сумі квадратів двох останніх, тобто $(x+3)^2+(x+4)^2$. Маємо рівняння:
$x^2+(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2+(x+4)^2$;
$\cancel{x^2}+\cancel{x^2}+2x+1+x^2+4x+4=\cancel{x^2}+6x+9+\cancel{x^2}+8x+16$;
$x^2+6x+5=14x+25$; $x^2-8x-20=0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} x_1+x_2=8, \\ x_1x_2=-20, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=10, \\ x_2=-2. \end{matrix}$

Тобто, якщо $x=10$, то ці числа: 10; 11; 12; 13; 14. Якщо $x=-2$, то ці числа: -2; -1; 0; 1; 2. *Відповідь*: 10; 11; 12; 13; 14 або -2; -1; 0; 1; 2.

1021. Нехай один катет прямокутного трикутника x см, другий— $(x-2)$ см. За умовою $P_\Delta=24$ см. То третя сторона, тобто гіпотенуза, дорівнює $24-(x-2+x)=(26-2x)$ см. За теоремою Піфагора маємо:
$(26-2x)^2=x^2+(x-2)^2$; $676-104x+4x^2=x^2+x^2-4x+4$;
$2x^2-100x+672=0 \mid :2$; $x^2-50x+336=0$;
$D=(-50)^2-4\cdot 336=2500-1344=1156=34^2$;

$x_1=\frac{50+34}{2}=\frac{84}{2}=42$ — не задовольняє умові задачі; $x_2=\frac{50-34}{2}=\frac{16}{2}=8$.

Тобто катети прямокутного трикутника: 8 і 6 см. $S=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 6=24$ см^2.

Відповідь: 24 см^2.

1022. Нехай у чемпіонаті України з футболу брали участь x команд, кожна команда зіграла $(x-1)$ матч. Всього було зіграно матчів $\frac{x(x-1)}{2}=\frac{240}{2}$.

Врахували, що кожна команда зіграла по 2 матчі.
$x^2-x=240$; $x^2-x-240=0$; $D=(-1)^2-4\cdot(-240)=961=31^2$, $D>0$;
$x_1=\frac{1+31}{2}=16$; $x_1=\frac{1-31}{2}=-15$ — не задовольняє умові задачі.

Відповідь: 16 команд.

1023. Нехай довжина ящика прямокутної форми x м, то ширина — $1{,}5x$ м. Площа дна $S_{дна}=1{,}5x$ і висота ящика 0,4 м, то площа бічної поверхні $2\cdot x\cdot 0{,}4+2\cdot 1{,}5x\cdot 0{,}4=0{,}8x+1{,}2x=2x$. Враховуючи, що за умовою площа його дна на 0,66 м^2 менша від суми площа усіх бічних стінок, тобто бічної поверхні, маємо рівняння:
$1{,}5x^2+0{,}66=2x$; $1{,}5x^2-2x+0{,}66=0 \mid \cdot 2$; $3x^2-4x+1{,}32=0$;
$D=4-3{,}96=0{,}04=0{,}2^2$, $D>0$; $x_1=\frac{2+0{,}2}{3}=\frac{2{,}2}{3}=0{,}7(3)$ — не задовольняє умові задачі; $x_1=\frac{2-0{,}2}{3}=\frac{1{,}8}{3}=0{,}6$. Тобто довжина 0,6 м; ширина 0,9 м; висота 0,4 м. Маємо: $V=0{,}6\cdot 0{,}9\cdot 0{,}4=0{,}216$ м^3.

Відповідь: 0,216 м^3.

1024. Нехай ширина картону прямокутної форми x см, довжина $2x$ (см). Враховуючи, що за умовою задачі, вирізали з кутів аркуша квадрати зі сторонами 5 см, то маємо розміри дна коробки $(2x - 10)$ см і $(x - 10)$ см. Висота коробки 5 см. За умовою $V = 10\ 500$ см^3. Маємо рівняння: $(2x - 10)(x - 10) \cdot 5 = 10\ 500$; $2x^2 - 20x - 10x + 100 = 2100$; $2x^2 - 30x - 2000 = 0$; $x^2 - 15x - 1000 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 15, \\ x_1 x_2 = -1000, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 40, \\ x_2 = -25; \end{matrix}$

$x_2 = -25$ — не задовольняє умові задачі.

То початкові розміри аркушу 40 см і $40 \cdot 2 = 80$ см.

Відповідь: 40 см і 80 см.

1025. 1) $x^2 + x - 5$; $D = 1 - 4 \cdot (-5) = 21$, $D > 0$, можна розкласти на множники;

2) $x^2 + 2x + 6$; $D = 2^2 - 4 \cdot 7 = 4 - 28 = -24$, $D < 0$, не можна розкласти на множники;

3) $9x^2 + 6x + 1$; $D = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 0$, $D = 0$. можна розкласти на множники.

1026. 1) $x^2 + 5x + 4$; $x^2 + 5x + 4 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -5, \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = -1; \end{matrix}$

2) $x^2 - 4x - 12$; $x^2 - 4x - 12 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4, \\ x_1 x_2 = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 6, \\ x_2 = -2; \end{matrix}$

3) $2x^2 - 12x + 18$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 18 = 144 - 144 = 0$; $x_1 = \dfrac{12}{2 \cdot 2} = 3$;

4) $-4x^2 + 7x + 2$; $4x^2 - 7x - 2 = 0$; $D = 49 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 49 + 32 = 81 = 9^2$, $D > 0$; $x_1 = \dfrac{7+9}{8} = 2$; $x_1 = \dfrac{7-9}{8} = -\dfrac{1}{4}$.

1027. 1) $x^2 + 3x - 4$; $x^2 + 3x - 4 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3, \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = -4, \\ x_2 = 1; \end{matrix}$

2) $2x^2 - 7x - 4$; $2x^2 + 7x - 4 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 49 + 32 = 81 = 9^2$;

$x_1 = \dfrac{-7+9}{4} = \dfrac{1}{2}$; $x_1 = \dfrac{-7-9}{4} = -4$;

3) $-x^2 + 3x + 18$; $x^2 - 3x - 18 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot 18 = 8 + 72 = 81 = 9^2$;

$x_1 = \dfrac{3+9}{2} = 6$; $x_1 = \dfrac{3-9}{2} = -3$;

4) $-4x^2 + 9x - 2$; $-4x^2 + 9x - 2 = 0$; $4x^2 - 9x + 2 = 0$;

$D = 81 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 81 - 32 = 49 = 7^2$; $x_1 = \dfrac{9+7}{8} = 2$; $x_1 = \dfrac{9-7}{8} = \dfrac{1}{4}$.

Відповідь: 1) −4; 1; 2) −4; $\dfrac{1}{2}$; 3) −3; 6; 4) $\dfrac{1}{4}$; 2.

1028. 1) $x^2 + 6x - 7 = x^2 + 6x + 9 - 9 - 7 = (x + 3)^2 - 16$;

2) $x^2 - 8x - 9 = x^2 - 9x + 16 - 16 - 9 = (x - 4)^2 - 25$.

1029. 1) $\dfrac{4x^2 - 81}{2x^2 - 5x - 18} = \dfrac{(2x-9)(2x+9)}{2(x+2)\left(x - \dfrac{9}{2}\right)} = \left| \begin{matrix} 2x^2 - 5x - 18 = 0; \\ D = 25 + 4 \cdot 2 \cdot 18 = 169 = 13^2; \\ x_1 = \dfrac{5+13}{4} = \dfrac{9}{2};\ x_2 = \dfrac{5-13}{4} = -2; \end{matrix} \right| =$

$= \dfrac{\cancel{(2x-9)}(2x+9)}{(x+2)\cancel{(2x-9)}} = \dfrac{2x+9}{x+2}$;

2) $\frac{2x^2+6x-20}{x^3-8}=\left|2x^2+6x-20=2(x^2+3x-10)=2(x+5)(x-2)\right|=$

$=\frac{2(x+5)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}=\frac{2(x+5)}{(x^2+2x+4)};$

3) $\frac{2x^2-12x+18}{2x^2-x-15}=\frac{2(x^2-6x+9)}{2(x-3)(x+2,5)}=\left|\begin{matrix}2x^2-x-15=0;\\ D=1+4\cdot2\cdot15=121=11^2;\\ x_1=\frac{1+11}{4}=3;\ x_2=\frac{1-11}{4}=-2,5\end{matrix}\right|=$

$=\frac{(x-3)^2}{\cancel{(x-3)}(x+2,5)}=\frac{x-3}{x+2,5};$

4) $\frac{4x^2-11x-3}{-3x^2+10x-3}=\left|\begin{matrix}4x^2-11x-3=0;\ D=121+16\cdot3=169=13^2;\\ x_1=\frac{11+13}{8}=3;\ x_2=\frac{1-11}{4}=-\frac{1}{4};\\ x^2-10x+3=0;\ D=25-9=16=4^2;\\ x_1=\frac{5+4}{3}=3;\ x_2=\frac{1}{3};\end{matrix}\right|=$

$=\frac{4\cancel{(x-3)}\left(x+\frac{1}{4}\right)}{-3\cancel{(x-3)}\left(x-\frac{1}{3}\right)}=\frac{4x+1}{1-3x}.$

1030. 1) $\frac{x-1}{x^2+2x-3}+\frac{x+1}{x^2+4x+3}=\frac{\cancel{(x-1)}}{(x+3)\cancel{(x-1)}}+\frac{\cancel{(x+1)}}{(x+3)\cancel{(x+1)}}=$

$=\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+3}=\frac{2}{x+3};$

2) $\frac{2x^2-7}{x^2-3x-4}-\frac{x+1}{x-4}=\frac{2x^2-7}{(x-4)(x+1)}-\frac{x+1}{x-4}=\frac{2x^2-7-(x+1)^2}{(x-4)(x+1)}=$

$=\frac{2x^2-7-x^2-2x-1}{(x-4)(x+1)}=\frac{x^2-2x-8}{(x-4)(x+1)}=\frac{\cancel{(x-4)}(x+2)}{\cancel{(x-4)}(x+1)}=\frac{x+2}{x+1}.$

3) $\frac{x^2-x-20}{2-x}\cdot\frac{2x-x^2}{x+4}=\frac{(x-5)\cancel{(x+4)}x\cancel{(2-x)}}{\cancel{(2-x)}\cancel{(x+4)}}=x(x-5)$. За теоремою Вієта $x^2-x-20=0$ маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=1,\\ x_1x_2=-20\end{cases}\Rightarrow\ \begin{matrix}x_1=5,\\ x_2=-4\end{matrix}\ \Rightarrow\ x^2-x-20=(x-5)(x+4).$

4) $\frac{x+5}{2x-6}:\frac{x^2+11x+30}{x-3}=\frac{\cancel{(x+5)}\cancel{(x-3)}}{2\cancel{(x-3)}\cancel{(x+5)}(x+6)}=\frac{1}{2(x+6)};$

$x^2+11x+30=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=-11,\\ x_1x_2=30\end{cases}\Rightarrow\ \begin{matrix}x_1=-5,\\ x_2=-6\end{matrix}\ \Rightarrow\ x^2+11x+30=(x+5)(x+6).$

1031. Нехай $x_1=-3$, x^2+px+6. Знайти: x_2 і p. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=-p,\\ x_1x_2=6.\end{cases}$ Звідки $x_2=\frac{6}{x_1}$; $x_2=\frac{6}{-3}=-2$, то $-p=-3-2$; $-p=-5$; $p=5$.

Відповідь: $x_2=-2$; $p=5$.

1032. 1) $x^2+\overset{2\cdot\frac{1}{2}x}{x}+1=x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4};$

$2\cdot\frac{3}{4}x$

2) $2x^2+7=2\left(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}\right)=2\left(x^2-\frac{3}{2}x+\frac{9}{16}-\frac{9}{16}+\frac{7}{2}\right)=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{8}+7=$

$=2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+5\frac{7}{8};$

$2\cdot\frac{5}{6}$

3) $3x^2-5x+7=3\left(x^2-\frac{5}{3}x+\frac{7}{3}\right)=3\left(x^2-\frac{5}{3}x+\frac{25}{36}-\frac{25}{36}+\frac{7}{3}\right)=$

$=3\left(x^2-\frac{5}{6}\right)^2-\frac{25}{12}+7=3\left(x-\frac{5}{6}\right)^2+\frac{59}{12};$

$2\cdot\frac{9}{8}$

4) $-4x^2+9x-2=-4\left(x^2-\frac{9}{4}x+\frac{1}{2}\right)=-4\left(x^2-\frac{9}{4}x+\frac{81}{64}-\frac{81}{64}+\frac{1}{2}\right)=$

$=-4\left(x-\frac{9}{8}\right)^2+\frac{81}{16}-2=-4\left(x-\frac{9}{8}\right)^2+\frac{49}{16}.$

1033. 1) x^2+bx+4; $D=0$; $D=b^2-16$; $b^2-16=0$; $b^2=16$; $b=\pm4$.
Якщо $b=\pm4$, то тричлен має один корінь.
2) $ax^2+8x+64$. Якщо $a=0$, то $8x+64=0$; $x=-8$ або $D=64-4a\cdot$
$64=64-256a$; $64-256a=0$; $a=\frac{64}{256}$; $a=\frac{1}{4}$;
2) $x^2-18x+c$; $D=0$; $D=324-4c$; $324-4c=0$; $c=\frac{324}{4}$; $c=81$.
Якщо $c=81$ тричлен має один корінь.
Відповідь: 1) $b\pm4$; 2) $a=0$ або $a=\frac{1}{4}$; 3) $c=81$.

1034. 1) $x^2-5ax+6a^2=(x-6a)(x+a)$; $D=25a^2+4\cdot6a^2=25a^2+24a^2$
$=49a^2=(7a)^2$, $D>0$; $x_1=\frac{5a+7a}{2}=\frac{12a}{2}=6a$; $x_2=\frac{5a-7a}{2}=\frac{-2a}{2}=-a$;
2) $x^2+3bx-10b^2=(x-2b)(x+5b)$; $D=9b^2+40b^2=49b^2=(7b)^2$, $D>0$;
$x_1=\frac{-3b+7b}{2}=\frac{4b}{2}=2b$; $x_2=\frac{-3b-7b}{2}=-5b$.
Відповідь: 1) $(x-6a)(x+a)$; 2) $(x-2b)(x+5b)$.

1035. $x^2-8x+19$ має найменше значення, якщо ми виділимо квадрат двочлена, то $x^2-8x+19=x^2-8x+16-16+19=(x-4)^2+3$, якщо $x=4$, то тричлен дорівнює 3.
Відповідь: 3, $x=4$.

1036. Нехай маємо тричлен $-a^2-4a-17=-(a^2+4a+17)=-(a^2+4a+4+13)=-(a+2)^2-13$. Якщо $a=-2$, то найменше значення функції -13.
Відповідь: -13, якщо $a=-2$.

1037. 1) $2x^4+x^2-3=0$. Біквадратне рівняння. Заміна: $x^2=t$, $t\ge0$. Маємо рівняння: $2t^2+t-3=0$; $D=1^2-4\cdot2\cdot(-3)=1+24=25=5^2$, $D>0$;
$t_1=\frac{-1+5}{2\cdot2}=1$; $t_2=\frac{-1-5}{4}=-\frac{3}{2}$; $t=-\frac{3}{2}$ — не задовольняє умові, $t\ge0$.
Обернена заміна: $x^2=1$, тобто $x_1=1$; $x_2=-1$.
2) $3x^4-2x^2-40=0$. Біквадратне рівняння. Заміна: $x^2=t$, $t\ge0$. Маємо рівняння: $3t^2-2t-40=0$; $D=(-2)^2-4\cdot3\cdot(-40)=4+480=484=22^2$,

$D > 0$; $t_1 = \frac{2+22}{2 \cdot 3} = \frac{24}{6} = 4$; $t_2 = \frac{2-22}{6} = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$; $t = -\frac{10}{3}$ — не задовольняє умові задачі, $t \geq 0$. Обернена заміна: $x^2 = 4$; $x = 2$ або $x = -2$.
3) $x^4 + x^2 + 9 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо рівняння: $t^2 + t + 9 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 9 = -35$, $D < 0$, коренів немає;
4) $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$.
Маємо рівняння: $t^2 - 7t + 10 = 0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} t_1 + t_2 = 7, \\ t_1 t_2 = 10, \end{cases}$ тобто $\begin{matrix} t_1 = 5, \\ t_2 = 2. \end{matrix}$ Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 = 5, \\ x^2 = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x_{1,2} = \pm\sqrt{5}, \\ x_{3,4} = \pm\sqrt{2}. \end{cases}$

Відповідь: 1) ± 1; 2) ± 2; 3) коренів немає; 4) $\pm\sqrt{5}$; $\pm\sqrt{2}$.

1038. 1) $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = 0$; $\begin{cases} x^2 + x - 2 = 0, \\ x \neq 1; \end{cases}$ $x^2 + x - 2 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1 x_2 = -2. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = -2, \\ x_2 = 1; \end{matrix}$ $x = 1$ — не задовольняє умові, $x \neq 1$. Тобто $x = -2$ — корінь рівняння.

2) $\frac{3x^2}{x+2} = \frac{5x}{x+2}$; $\begin{cases} 3x^2 = 5x, \\ x + 2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2 - 5x = 0, \\ x \neq -2; \end{cases}$ $x(3x - 5) = 0$; $\begin{cases} x_1 = 0, \\ x = \frac{5}{3}, \\ x \neq -2. \end{cases}$

3) $\frac{x^2 + 1}{x - 2} = \frac{1 - 3x}{2 - x}$; $\frac{x^2 + 1}{x - 2} = \frac{3x - 1}{x - 2}$; $\begin{cases} x^2 + 1 = 3x - 1, \\ x \neq 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0, \\ x \neq 2. \end{cases}$

$x^2 - 3x + 2 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 x_2 = 2. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} x_1 = 2, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$
$x = 2$ — не задовольняє умові.

4) $\frac{21}{x} = 2x + 1$; $\begin{cases} 2x^2 + x = 21, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $2x^2 + x - 21 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-21) = 169 = 13^2$,
$D > 0$; $x_1 = \frac{-1 + 13}{4} = 3$; $x_2 = \frac{-1 - 13}{4} = -\frac{7}{2} = -3{,}5$.

Відповідь: 1) -2; $x \neq 1$; 2) 0; $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $x \neq -2$; 3) 1; $x \neq 2$; 4) -3; 5; 3; $x \neq 0$.

1039. 1) $x^4 - 16x^2 = 0$; $x^2(x^2 - 16) = 0$; $\begin{cases} x^2 = 0, \\ x^2 - 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x^2 = 16; \end{cases}$ $x_1 = \pm 4$; $x = 0$.
Отже, корені рівняння: -4; 0; 4.

2) $x^3 - x^2 - 6x = 0$; $x(x^2 - x - 6) = 0$; $\begin{cases} x^2 = 0, \\ x^2 - x - 6 = 0; \end{cases}$ $x^2 - x - 6 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 x_2 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = -2. \end{matrix}$
Отже, корені рівняння: -2; 0; 3. *Відповідь*: 1) 4; 0; -2; 2) -2; 0; 3.

1040. Якщо графік функції $y = x^4 - 3x^2 - 4$ перетинає вісь Oy, то $x = 0$. Маємо $y = -4$, тобто $(0; -4)$. Якщо перетинає вісь Ox, то $y = 0$, то маємо $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$. Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. Маємо рівняння: $t^2 - 3t - 4 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 3, \\ t_1 t_2 = 4. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} t_1 = 4, \\ t_2 = -1. \end{matrix}$ $t = -1$ — не задовольняє умові, $t \geq 0$. Обернена заміна: $x^2 = 4$; $x_1 = 2$ або $x_2 = -2$. Тобто $(2; 0)$ і $(-2; 0)$. *Відповідь*: $(0; -4)$; $(2; 0)$; $(-2; 0)$.

1041. 1) $\frac{1}{x+2}-\frac{4}{x+3}=\frac{1}{x}$; $\frac{x+3-4(x+2)}{(x+2)(x+3)}=\frac{1}{x}$; $\frac{x+3-4x-8}{(x+2)(x+3)}=\frac{1}{x}$;

$\frac{-3x-5}{(x+2)(x+3)}=\frac{1}{x}$; $\begin{cases}-3x^2-5x=x^2+5x+6,\\ x\neq-2,\ x\neq-3,\ x\neq0;\end{cases}$

$-4x^2-10x-6=0$; $2x^2+5x+3=0$; $D=25-24=1$, $D>0$;

$x_1=\frac{-5+1}{4}=-1$; $x_2=\frac{-6}{4}=-1,5$;

2) $\frac{1}{2(1-x)}+\frac{1}{2-x}=\frac{3}{3-x}$; $\frac{(2-x)+2(1-x)}{2(1-x)(2-x)}=\frac{3}{3-x}$; $\frac{2-x+2-2x}{2(1-x)(2-x)}=\frac{3}{3-x}$;

$\frac{-3x+4}{2(1-x)(2-x)}=\frac{3}{3-x}$; $\begin{cases}(-3x+4)(3-x)=6(1-x)(2-x),\\ x\neq1,\ x\neq2,\ x\neq3;\end{cases}$

$-9x+3x^2+\cancel{12}-4x=\cancel{12}-6x-12x+6x^2$; $3x^2-5x=0$; $x(3x-5)=0$; $x=0$;

$3x-5=0$; $x=\frac{5}{3}$; $x=1\frac{2}{3}$. *Відповідь*: 1) –1; –1,5; 2) 0; $1\frac{2}{3}$.

3) $\frac{18}{x^2+6x+9}+\frac{7}{x+3}=1$; $\frac{18}{x^2+6x+9}+\frac{7}{x+3}=1$; $\frac{18+7(x+3)}{(x+3)^3}=1$;

$\begin{cases}18+7x+21=x^2+6x+9,\\ x\neq-3;\end{cases}$ $x^2-x-30=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=1,\\ x_1x_2=-30,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=6,\\ x_2=-5;\end{matrix}$

4) $\frac{13x+4}{4x^2+4x+1}-\frac{1}{2x+1}=1$; $\frac{13x+4}{(2x+1)^2}-\frac{1}{2x+1}=1$; $\frac{13x+4+-(2x+1)}{(2x+1)^2}=1$;

$\begin{cases}13x+4-2x-1=4x^2+4x+1,\\ x\neq-\frac{1}{2};\end{cases}$ $4x^2-7x-2=0$; $D=(-7)^2+2\cdot4\cdot2=$

$=49+16=65$, $D>0$; $x_{1,2}=\frac{7\pm\sqrt{65}}{8}$. *Відповідь*: 3) –5; 6; 4) $\frac{7\pm\sqrt{65}}{8}$.

5) $\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{9}{(x-2)^2}=\frac{6}{x^2-4}$; $\frac{(x+2)^2+9(x-2)^2}{((x+2)(x-2))^2}=\frac{6(x^2-4)}{(x^2-4)^2}$;

$\begin{cases}x^2-4x+4+9x^2+36x+36=6x^2-24,\\ x\neq\pm2;\end{cases}$ $4x^2+32x+64=0\ |:4$;

$x^2+8x+16=0$; $(x+4)^2=0$; $x+4=0$; $x=-4$.

6) $\frac{3}{3x^2-x}-\frac{4}{9x^2-1}=\frac{4}{9x^2-6x+1}$; $\frac{3}{x(3x-1)}-\frac{4}{(3x-1)(3x+1)}=\frac{4}{(3x-1)^2}$;

$\frac{3(3x-1)(3x+1)-4x(3x-1)}{x(3x-1)^2(3x+1)}=\frac{4(3x+1)}{x(3x-1)^2(3x+1)}$;

$\begin{cases}27x^2-3-12x^2+\cancel{4x}=12x^2+\cancel{4x},\\ x\neq0,\ x\neq\pm\frac{1}{3};\end{cases}$ $3x^2=3$; $x^2=1$; $x=\pm1$.

Відповідь: 5) –4; $x\neq2$; 6) ±1.

1042. 1) $\frac{1}{2x+x^2}-\frac{1}{x-2}=\frac{8}{4x-x^3}$; $\frac{1}{x(2+x)}+\frac{1}{(2-x)}=\frac{8}{x(4-x^2)}$;

$\frac{2-x+x(2+x)}{x(2+x)(2-x)}=\frac{8}{x(4-x^2)}$; $\begin{cases}2-x+2x+x^2=8,\\ x\neq0,\\ x\neq2,\ x\neq-2;\end{cases}$

$x^2 + x - 6 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1 x_2 = -6, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = 2; \end{matrix}$

$x_2 = 2$ — не задовольняє умові задачі. *Відповідь*: -3.

2) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{x+x^2} = \frac{10}{x-x^3}$; $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{x(1+x)} = \frac{10}{x(1-x^2)}$;

$\frac{x(1+x)+(1-x)}{x(1-x)(1+x)} = \frac{10}{x(1-x)(1+x)}$; $\begin{cases} x + x^2 + 1 - x = 10, \\ x \neq 0, \\ x \neq 1;\ x \neq -1; \end{cases}$

$x^2 = 9$; $x_1 = 3$ або $x = -3$. *Відповідь*: ±3.

3) $\frac{7x+6}{x^3-27} = \frac{1}{x^2+3x+9} + \frac{1}{x-3}$; $\frac{7x+6}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{1}{x^2+3x+9} + \frac{1}{x-3}$;

$\frac{7x+6}{(x-3)(x^2+3x+9)} = \frac{x-3+x^2+3x+9}{(x-3)(x^2+3x+9)}$; $\begin{cases} 7x + \cancel{6} = x^2 + 4x + \cancel{6}, \\ x \neq 3, \\ x^2 + 3x + 9 \neq 0; \end{cases}$ $x^2 - 3x = 0$;

$x(x-3) = 0$; $\begin{cases} x = 0, \\ x = 3, \\ x \neq 3; \end{cases}$ $x = 3$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто $x = 0$ — корінь рівняння. *Відповідь*: 0.

1043. 1) $x^3 - x^2 = x - 1$; $x^2(x-1) - (x-1) = 0$; $(x-1)(x^2-1) = 0$;

$(x-1)(x-1)(x+1) = 0$; $(x-1)^2(x+1) = 0$;

$\begin{cases} (x-1)^2 = 0, \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 0, \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1, \\ x_2 = -1. \end{cases}$ *Відповідь*: ±1.

2) $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$. Заміна: $x^2 + 2x = t$. $t^2 - 2t - 3 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2, \\ t_1 t_2 = -3. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} t_1 = 3, \\ t_2 = -1. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 + 2x = 3, \\ x^2 + 2x = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 2x - 0, \\ x^2 + 2x + 1 = 0. \end{cases}$

$x^2 + 2x - 3 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2, \\ x_1 x_2 = -3, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = -3, \\ x_2 = 1; \end{matrix}$

$x^2 + 2x + 1 = 0$; $(x+1)^2 = 0$; $x + 1 = 0$; $x = -1$. *Відповідь*: -3; 1; -1.

1044. $y = 4x$ і $y = \frac{7}{x+1} - 1$; $4x = \frac{7}{x+1} - 1$; $\begin{cases} 4x(x+1) = 7 - (x+1), \\ x + 1 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2 + 4x = 7 - x - 1, \\ x \neq -1; \end{cases}$

$4x^2 + 5x - 6 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 4 \cdot (-6) = 25 + 96 = 121 = 11^2$, $D > 0$;

$x_1 = \frac{-5+11}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $x_2 = \frac{-5-11}{8} = -2$. Якщо $x = \frac{6}{4}$, то $y = 3$.

Якщо $x = -2$, то $y = -8$. *Відповідь*: $\left(\frac{3}{4}; 3\right)$; $(-2; -8)$.

1045. 1) $\frac{8x+29}{16x^4-1} + \frac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1} = \frac{25}{4x^2+1}$;

$\frac{8x+29}{(4x^2-1)(4x^2+1)} + \frac{18x+5}{(2x+1)(4x^2+1)} = \frac{25}{4x^2+1}$;

$8x^3 + 4x^3 + 2x + 1 = (8x^3 + 1) + (4x^3 + 2x) = (2x+1)(4x^2 - 2x + 1) + 2x(2x+1) =$

$= (2x+1)(4x^2 - \cancel{2x} + 1 + \cancel{2x}) = (2x+1)(4x^2+1)$;

$$\frac{8x+29+(18x+5)(2x-1)-25(4x^2-1)}{(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)}=0;$$

$$\begin{cases} 8x+29+36x^2-18x+10x-5-100x^2+25=0, \\ x \neq \frac{1}{2},\ x \neq -\frac{1}{2}; \end{cases}$$

$-64x^2+49=0$; $x^2=\frac{49}{64}$; $x_1=\frac{7}{8}$ або $x_2=-\frac{7}{8}$. *Відповідь:* $\pm\frac{7}{8}$.

2) $\frac{3x}{27x^3+18x^2-12x-8}-\frac{1}{9x^2+12x+4}=\frac{x-1}{4x-9x^3}$;

$$\frac{3x}{(3x+2)^2(3x-2)}-\frac{1}{(3x+2)^2}=\frac{x-1}{x(4-9x^2)};$$

$(27x^3-8)+(18x^2-12x)=(3x-2)(3x^2+6x+4)+6x(3x-2)=$
$=(3x-2)(9x^2+6x+4+6x)=(3x-2)(9x^2+12x+4)=(3x-2)(3x+2)^2$;

$$\frac{3x^2-x(3x-2)+(x-1)(3x+2)}{(3x+2)^2(3x-2)x}=0; \quad \begin{cases} 3x^2-3x^2+2x+3x^2+2x-3x-2=0, \\ x \neq \frac{2}{3},\ x \neq -\frac{2}{3}, \\ x \neq 0; \end{cases}$$

$3x^2+x-2=0$; $D=1+8\cdot 3=25=5^2$, $D>0$; $x_1=\frac{-1+5}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ — не є розв'язком рівняння; $x_2=\frac{-1-5}{6}=-1$. *Відповідь:* -1.

1046. 1) $(x^2-4x)(x-2)^2+3=0$; $(x^2-4x)(x^2-4x+4)+3=0$. Заміна: $x^2-4x=t$. $t(t+4)+4=0$; $t^2+4t+3=0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} t_1+t_2=-4, \\ t_1t_2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} t_1=-3, \\ t_2=-1. \end{matrix}$ Обернена заміна: $\begin{cases} x^2-4x=-3, \\ x^2-4x=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4x+3=0, \\ x^2-4x+1=0. \end{cases}$

$x^2-4x+3=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1+x_2=4, \\ x_1x_2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x_1=3, \\ x_2=1; \end{matrix}$

$x^2-4x+1=0$; $D=4-2=3$; $x_{1,2}=2\pm\sqrt{3}$. *Відповідь:* 1; 3; $2\pm\sqrt{3}$.

2) $x(x-1)(x-2)(x-3)=24$; $(x(x-3))((x-1)(x-2))=24$; $(x^2-3x)(x^2-3x+2)=24$. Заміна: $x^2-3x=t$. $t(t+2)=24$; $t^2+2t-24=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=-2, \\ t_1t_2=-24; \end{cases} \begin{matrix} t_1=-6, \\ t_2=4. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2-3x=-6, \\ x^2-3x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+6=0, \\ x^2-3x-4=0. \end{cases}$

$x^2-3x+6=0$; $D=(-3)^2-4\cdot 6=9-24=-15$, $D<0$, коренів немає;
$\begin{cases} x_1+x_2=3, \\ x_1x_2=-4, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1=4, \\ x_2=-1. \end{matrix}$ *Відповідь:* -1; 4.

3) $x^2-3x=\frac{8}{x^2-3x-2}$. Заміна: $x^2-3x=t$.

Маємо рівняння: $t=\frac{8}{t-2}$; $\begin{cases} t^2-2t-8=0, \\ t \neq 2; \end{cases}$

$t^2-2t-8=0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1+t_2=2, \\ t_1t_2=-8. \end{cases}$ Звідки $\begin{matrix} t_1=4, \\ t_2=-2. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2-3x=4, \\ x^2-3x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-4=0, \\ x^2-3x+2=0. \end{cases}$

$x^2 - 3x - 4 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ x_1x_2 = -4, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 4, \\ x_2 = -1; \end{matrix}$

$x^2 - 3x + 2 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3, \\ x_1x_2 = 2, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} x_1 = 2, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

Відповідь: 1; –1; 2; 4.

4) $(x+2)(x-7) = \dfrac{19}{(x-1)(x-4)}$; $x^2 - 5x - 14 = \dfrac{19}{(x-1)(x-4)}$.

Заміна: $x^2 - 5x + 4 = t$. $t - 18 = \dfrac{19}{t} \Big| \cdot t$; $t^2 - 18t - 19 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 18, \\ t_1t_2 = -19. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} t_1 = 19, \\ t_2 = -1. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 19, \\ x^2 - 5x + 4 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 15 = 0, \\ x^2 - 5x + 5 = 0. \end{cases}$

$x^2 - 5x - 5 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 25 + 60 = 85$, $D > 0$;

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{85}}{2}$; $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{85}}{2}$.

$x^2 - 5x + 5 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 5 = 25 - 20 = 5$, $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: $\dfrac{5 \pm 5\sqrt{85}}{2}$; $\dfrac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$.

5) $\dfrac{5}{x^2 - x - 1} + \dfrac{1}{x^2 - x - 5} = 2$. Заміна: $x^2 - x - 1 = t$. Маємо рівняння:

$\dfrac{5}{t} + \dfrac{1}{t-4} = 2$; $\dfrac{5(t-4) + t}{t(t-4)} = 2$; $\begin{cases} 5t - 20 + t = 2t^2 - 8t, \\ t \neq 0, \\ t \neq 4; \end{cases}$ $2t^2 - 14t + 20 = 0 \,|\, : 2$;

$t^2 - 7t + 10 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 7, \\ t_1t_2 = 10, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = 5, \\ t_2 = 2. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 - x - 1 = 5, \\ x^2 - x - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 6 = 0, \\ x^2 - x - 3 = 0. \end{cases}$

$x^2 - x - 6 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1x_2 = -6. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = 3, \\ x_2 = -2. \end{matrix}$

$x^2 - x - 3 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot (-3) = 13$; $x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

Відповідь: –2; 3; $\dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

6) $\dfrac{2}{x^2 - 11x + 4} + \dfrac{3}{x^2 - 11x + 1} = \dfrac{8}{x^2 - 11x - 2}$. Заміна: $x^2 - 11x = t$.

Маємо рівняння: $\dfrac{2}{t+4} + \dfrac{3}{t+1} = \dfrac{8}{t-2}$; $\dfrac{2(t+1) + 3(t+4)}{(t+4)(t+1)} = \dfrac{8}{t-2}$;

$\dfrac{2t + 2 + 3t + 12}{(t+4)(t+1)} = \dfrac{8}{t-2}$; $\dfrac{5t + 14}{(t+4)(t+1)} = \dfrac{8}{t-2}$; $\begin{cases} (5t+14)(t-2) = 8(t+4)(t+1), \\ t \neq -4, \\ t \neq -1, \\ t \neq 2; \end{cases}$

$5t^2 - 10t + 14t - 28 = 8t^2 + 8t + 32t + 32$; $3t^2 + 36t + 60 = 0 \,|\, : 3$;

$t^2 + 12t + 20 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = -12, \\ t_1 t_2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} t_1 = -10, \\ t_2 = -2. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 - 11x = -10, \\ x^2 - 11x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 11x + 10 = 0, \\ x^2 - 11x + 2 = 0; \end{cases}$

$x^2 - 11x + 10 = 0$; $\begin{cases} x_1 + x_2 = 11, \\ x_1 x_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = 10, \\ x_2 = 1. \end{matrix}$

$x^2 - 11x + 2 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 2 = 121 - 8 = 113$, $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{11 \pm \sqrt{113}}{2}$.

Відповідь: 10; 1; $\dfrac{11 \pm \sqrt{113}}{2}$.

1047. 1) $\dfrac{x^2 - 13}{x + 1} + \dfrac{x + 1}{x^2 - 13} = 2,5$. Заміна: $\dfrac{x + 1}{x^2 - 13} = t$. Маємо рівняння:

$t + \dfrac{1}{t} = \dfrac{5}{2} \Big| \cdot (2t)$; $2t^2 + 2 = 5t$; $2t^2 - 5t + 2 = 0$;

$D = (-5)^2 = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$; $t_1 = \dfrac{5 + 3}{4} = 2$; $t_1 = \dfrac{5 - 3}{4} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Обернена заміна: $\begin{cases} \dfrac{x + 1}{x^2 - 13} = 2, \\ \dfrac{x + 1}{x^2 - 13} = \dfrac{1}{2}, \\ x \neq -1, \\ x \neq \pm\sqrt{13}; \end{cases}$

$x^2 - 13 = 2x + 2$; $x^2 - 2x - 15 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 x_2 = -15, \end{cases}$ звідки: $\begin{matrix} x_1 = 5, \\ x_2 = -3. \end{matrix}$

$2x^2 - 26 = x + 1$; $2x^2 - x - 27 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-27) = 1 + 216 = 217$;

$x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{217}}{4}$.

Відповідь: -3; 5; $\dfrac{1 \pm \sqrt{217}}{4}$; $x \neq -1$; $x \neq \pm\sqrt{13}$.

2) $\dfrac{x^2 + 3x}{1 - x} + \dfrac{5x - 5}{3x + x^2} = 4$. Заміна: $\dfrac{x^2 + 3x}{1 - x} = t$; $\dfrac{x^2 + 3x}{1 - x} - \dfrac{5(1 - x)}{3x + x^2} = 4$.

Маємо рівняння: $t - \dfrac{5}{t} - 4 = 0 \Big| \cdot t$; $t^2 - 4t - 5 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 4, \\ t_1 t_2 = -5, \end{cases}$ звідки: $\begin{matrix} t_1 = 5, \\ t_2 = -1. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} \dfrac{x^2 + 3x}{1 - x} = 5, \\ \dfrac{x^2 + 3x}{1 - x} = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 3x = 5 - 5x, \\ x^2 + 3x = -1 + x, \\ x \neq 1, x \neq -3, x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 8x - 5 = 0, \\ x^2 + 2x + 1 = 0, \\ x \neq 1; \end{cases}$

$x^2 + 8x - 5 = 0$; $D = 16 + 5 = 21$; $x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{21}$;
$x^2 + 2x + 1 = 0$; $(x + 1)^2 = 0$; $x + 1 = 0$; $x = -1$;
$3x + x^2 \neq 0$; $x(3 = x) \neq 0$; $x_1 \neq 0$; $x_2 \neq -3$.
Відповідь: $-4 \pm \sqrt{21}$; -1; $x \neq 1$; $x \neq 0$; $x \neq -3$.

1048.

	v, км/год	s, км	t, год	
велосипедист	$x + 8$	16	$\frac{16}{x+8}$	Пішохід витратив на дорогу на 2 год 40 хв $= 2\frac{40}{60} = 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ год більше, ніж велосипедист.
пішохід	x, $x > 0$	16	$\frac{16}{x}$	

Маємо рівняння: $\frac{16}{x} - \frac{16}{x+8} = \frac{8}{3}$; $\frac{16(x+8) - 16x}{x(x+8)} = \frac{8}{3}$;

$\frac{\cancel{16x} + 128 - \cancel{16x}}{x(x+8)} = \frac{8}{3}$; $\begin{cases} 3 \cdot 128 = 8(x^2 + 8x), \\ x \neq 0, \\ x + 8 \neq 0, x \neq 8; \end{cases}$

$8x^2 + 64x - 384 = 0 \mid : 8$; $x^2 + 8x - 48 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -8, \\ x_1 x_2 = -48. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = -12, \\ x_2 = 4 \end{matrix}$ $x = -12$ — не задовольняє умові задачі.
Тобто швидкість пішохода 4 км/год, а велосипедиста $4 + 8 = 12$ км/год.
Відповідь: 12 км/год.

1049.

	v, км/год	s, км	t, год	
рух за розкладом	x, $x > 0$	400	$\frac{400}{x}$	Ліквідував запізнення за 2 год.
рух змінений	$x + 10$	400	$\frac{400}{x+10}$	

Маємо рівняння: $\frac{400}{x} - \frac{400}{x+10} = 2$; $\frac{400(x+10-x)}{x(x+10)} = 2$; $\begin{cases} 4000 = 2(x^2 + 10x), \\ x \neq 0, \\ x \neq -10; \end{cases}$

$x^2 + 10x = 2000$; $x^2 + 10x - 2000 = 0$. За теоремою Вієта маємо:
$\begin{cases} x_1 + x_2 = -10, \\ x_1 x_2 = -2000. \end{cases}$ Звідки: $x = -50$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто початкова швидкість поїзда 40 км/год, змінена швидкість 50 км/год. Час, необхідний для подолання перегону в 400 км за розкладом, $400 : 40 = 10$ год. *Відповідь*: 10 год.

1050. Нехай x км/год — власна швидкість катера.

	v, км/год	s, км	t, год	
рух за течією	$x + 2$	45	$\frac{45}{x+2}$	На весь шлях витратив 3 год.
рух проти течії	$x - 2$	7	$\frac{7}{x-2}$	

Маємо рівняння: $\frac{45}{x+2} + \frac{7}{x-2} = 3$; $\frac{45(x-2) + 7(x+2) - 3(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = 0$;

$\begin{cases} 45x - 90 + 7x + 14 - 3(x^2 - 4) = 0, \\ x + 2 \neq 0, \\ x - 2 \neq 0; \end{cases}$

$-3x^2 + 52x - 64 = 0 \mid \cdot (-1)$; $3x^2 - 52x + 64 = 0$;

$D = \left(\frac{5^2}{2}\right)^2 - 3 \cdot 64 = 676 - 192 = 484 = 22^2$, $D > 0$; $x_1 = \frac{26+22}{3} = \frac{48}{3} = 16$;

$x_2 = \frac{26-22}{3} = \frac{4}{3}$ — не задовольняє умові задачі. Тобто 16 км/год — власна швидкість катера. *Відповідь*: 16 км/год.

1051. Нехай x км/год — швидкість течії.

	v, км/год	s, км	t, год	
рух плота	x	20	$\frac{20}{x}$	Різниця в часі, який витратив пліт і човен, 9 год.
човен за течією річки	$x + 18$	20	$\frac{20}{x+18}$	

Маємо рівняння:

$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+18} = 9$; $\frac{20(x+18-x)}{x(x+18)} = 9$; $\frac{20 \cdot 18}{x(x+18)} = 9$; $\begin{cases} 9x(x+18) = 20 \cdot 18, \\ x \neq 0, \\ x \neq -18; \end{cases}$

$9x^2 + 162x - 260 = 0$; $x^2 + 18x - 40 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -18, \\ x_1 x_2 = -40. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = -20, \\ x_2 = 2; \end{matrix}$ $x = -20$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто швидкість течії 2 км/год. Човен витратив на дорогу $20 : (2 + 18) = 1$ год, наздогнав пліт о 18 год. *Відповідь*: 2 км/год, 18 год.

1052. Нехай x км/год — швидкість течії, $x > 0$.

	v, км/год	s, км	t, год	
рух човна проти течії	$12 - x$	5	$\frac{5}{12-x}$	Витратив на всю дорогу 3 год.
рух човна за течією	x	5	$\frac{5}{x}$	

Маємо рівняння:

$\frac{5}{12-x} + \frac{5}{x} = 3$; $\frac{5(x+12-x)}{x(12-x)} = 3$; $\frac{60}{x(12-x)} = 3$; $\begin{cases} 3x(12-x) = 60, \\ x \neq 0, \\ x \neq 12; \end{cases}$

$36x - 3x^2 = 60$; $3x^2 - 36x + 60 = 0 \mid : 3$; $x^2 - 12x + 20 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12, \\ x_1 x_2 = 20. \end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix} x_1 = 10, \\ x_2 = 2; \end{matrix}$ $x = 10$ — не задовольняє умові задачі. *Відповідь*: 2 км/год.

1053.

	Кількість сторінок, набраних в день	Кількість набраних оператором сторінок	Кількість днів	
1 оператор	$x + 4$	120	$\frac{120}{x+4}$	Перший працював на 3 дні менше, ніж другий.
2 оператор	x, $x > 0$	144	$\frac{144}{x}$	

Маємо рівняння: $\frac{144}{x}-\frac{120}{x+4}=3$; $\frac{144(x+4)-120x-3x(x+4)}{x(x+4)}=3$;

$$\begin{cases}144x+576-120x-3x^2-12x=0,\\ x\neq -4,\\ x\neq 0;\end{cases}$$

$3x^2+12x-576=0 \mid :3$; $x^2+4x-192=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=-4,\\ x_1x_2=-192.\end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix}x_1=-16,\\ x_2=12;\end{matrix}$ $x=-16$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто перший оператор набирав щодня 16 сторінок, а другий — 12.
Відповідь: 16; 12.

1054.

	Кількість деталей за робочий день	Кількість деталей за 1 год	Час, необхідний для виготовлення 15 деталей	
Петро	$x+20$	$\frac{1}{x+20}$	$\frac{15}{x+20}$	Петру на виготовлення 15 деталей необхідно на 1 год менше, ніж Степану.
Степан	$x,\ x>0$	$\frac{1}{x}$	$\frac{15}{x}$	

Врахуємо, що робочий день 8 год.

Маємо рівняння: $\frac{8\cdot 15}{x}-\frac{8\cdot 15}{x+20}=1$; $\frac{8\cdot 15(x+20)-8\cdot 15x}{x(x+20)}=1$;

$$\begin{cases}15x+2400-15x=x^2+20x,\\ x\neq 0,\\ x\neq -20;\end{cases}$$

$x^2+20x-2400=0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases}x_1+x_2=-20,\\ x_1x_2=-2400.\end{cases}$ Звідки: $\begin{matrix}x_1=-60,\\ x_2=40;\end{matrix}$ $x=-60$ — не задовольняє умові задачі.

Тобто Петро виготовляє 60 деталей, а Степан — 40 деталей.
Відповідь: 60; 40.

1056.

	Час на виконання роботи	Об'єм виконаної роботи за 1 год	Об'єм виконаної роботи за 4 і 3 год
Майстер	$x-3$	$\frac{1}{x-3}$	$\frac{4}{x-3}$
Учень	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{3}{x}$

Враховуючи, що разом майстер і учень виконали всю роботу, маємо рівняння: $\frac{4}{x-3}+\frac{3}{x}=1$; $\frac{4x+3x-9}{x(x-3)}=1$; $\begin{cases}7x-9=x^2-3x,\\ x\neq 0,\\ x\neq 3;\end{cases}$ $x^2-10x+9=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=10,\\ x_1x_2=9,\end{cases}$ тобто $\begin{matrix}x_1=9,\\ x_2=1;\end{matrix}$ $x=1$ — не задовольняє умові задачі. Учню необхідно 9 год для виконання завдання, майстру — 6 год. *Відповідь*: 9 год; 6 год.

1058.

	v, км/год	t, год	s, км	s, км	t, год
1 велосипедист із A і B	$x - 5$	5	$5(x - 5)$	$10x - 100$	$\frac{10x-100}{x-5}$
2 велосипедист із B в A	x	5	$5x$	75	$\frac{75}{x}$

Відстань між містами A і B $s = 5(x - 5) + 5x = 10x - 25$.

Другий велосипедист витратив на 4,5 год $= \frac{9}{2}$ год менше, ніж перший.

Маємо рівняння: $\frac{10x-100}{x-5} - \frac{75}{x} = \frac{9}{2}$; $\frac{(10x-100)x - 75x}{x(x-5)} = \frac{9}{2}$;

$$\begin{cases} 2(10x^2 - 100x - 75x + 375) = 9x(x-5), \\ x \neq 0, \\ x \neq 5; \end{cases}$$

$20x^2 - 200x - 150x + 750 - 9x^2 + 45x = 0$; $11x^2 - 305x + 750 = 0$;
$D = 305^2 - 4 \cdot 11 \cdot 750 = 93\,025 - 33\,000 = 60\,025 = 245^2$, $D > 0$;

$x_1 = \frac{305+245}{22} = 25$; $x_2 = \frac{305-245}{22} = \frac{60}{22} = \frac{30}{11}$ — не задовольняє умові задачі. Тобто швидкість другого велосипедиста 10 км/год. Відстань між містами $s = 10x - 25 = 10 \cdot 25 - 25 = 250 - 25 = 225$ км. *Відповідь*: 225 км.

1059. Нехай бригада виготовляла x блоків, за 5 днів виготовила $5x$ блоків, потім виготовляла на $(x + 5)$ блоків ніж заплановано. Врахуємо, що заплановано було виготовляти $\frac{800}{x}$ в день. За умовою виготовила 830 блоків.

Маємо рівняння: $5x + \left(\frac{800}{x} - 6\right)(x+5) = 830$;

$$\begin{cases} 5x + 800 + \frac{4000}{x} - 6x - 30 - 830 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases} \quad \frac{4000}{x} - x - 860 + 800 = 0;$$

$4000 - x^2 - 860 + 800 = 0$; $x^2 + 60x - 4000 = 0$. За теоремою Віста маємо:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -60, \\ x_1x_2 = -4000 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 = -100, \\ x_2 = 40; \end{matrix} \quad x = -100 \text{ — не задовольняє умові задачі.}$$

Відповідь: 40.

Задачі підвищеної складності

1060. Для доведення розглянемо нерівність: $\frac{a^2-b^2}{a-b} > \frac{a^2+b^2}{a+b}$;

$\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)} > \frac{a^2+b^2+2ab-2ab}{a+b}$; $(a+b) > \frac{(a+b)^2 - 2ab}{a+b}$;

$(a+b) > (a+b) - \frac{2ab}{a+b}$; $(a+b) - (a+b) > -\frac{2ab}{a+b}$; $0 > -\frac{2ab}{a+b}$.

Враховуючи, що a і b — додатні, $a > 0$, $b > 0$ за умовою, то $-\frac{2ab}{a+b} < 0$, тобто від'ємний. Доведено.

1061. $\frac{m^4 + m^2n^2 + n^4}{m^3 + n^3} = \frac{m^4 + 2m^2n^2 + n^2 - m^2n^2}{(m+n)(m^2 - mn + n^2)} = \frac{(m^2+n^2) - (mn)^2}{(m+n)(m^2 - mn + n^2)} =$

$= \frac{(m^2 + n^2 - mn)(m^2 + n^2 + mn)}{(m+n)(m^2 - mn + n^2)} = \frac{(m^2+n^2+mn)}{(m+n)}$.

1062. 1) $\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y+z}}{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y+z}}\cdot\left(1+\dfrac{y^2+z^2-x^2}{2yz}\right):\dfrac{x-y-z}{xyz}$;

1. $\left(\dfrac{y+z-x}{x(y+z)}\right):\left(\dfrac{y+z+x}{x(y+z)}\right)=\dfrac{y+z-x}{y+z+x}$;

2. $1+\dfrac{y^2+z^2-x^2}{2yz}=\dfrac{2yz+y^2+z^2-x^2}{2yz}=\dfrac{(y+z)^2-x^2}{2yz}=\dfrac{(y+z-x)(y+z+x)}{2yz}$;

3. $\dfrac{(y+z-x)\cdot(y+z-x)(y+z+x)x\,yz}{(y+z+x)\cdot 2\,yz\,(x-y-z)}=\dfrac{(y+z-x)^2\cdot x}{-2(y+z-x)}=-\dfrac{(y+z-x)\cdot x}{2}=$

$=\dfrac{(x-y-z)\cdot x}{2}$;

2) $\dfrac{\dfrac{m-n}{2m-n}-\dfrac{m^2+n^2+m}{2m^2+mn-n^2}}{(4n^4+4mn^2+m^2):(2n^2+m)}\cdot(n^2+n+mn+m)=-\dfrac{n+1}{2m-n}$;

1. $\dfrac{m-n}{(2m-n)}-\dfrac{m^2+n^2+m}{m^2+m^2+mn-n^2}=\dfrac{m-n}{(2m-n)}-\dfrac{m^2+n^2+m}{(m^2-n^2)+m(m+n)}=$

$=\dfrac{m-n}{(2m-n)}-\dfrac{m^2+n^2+m}{(m+n)(m-n+m)}=\dfrac{m-n}{(2m-n)}-\dfrac{m^2+n^2+m}{(m+n)(2m-n)}=$

$=\dfrac{(m-n)(m+n)-m^2-n^2-m}{(2m-n)(m+n)}=\dfrac{m^2-n^2-m^2-n^2-m}{(2m-n)(m+n)}=$

$=\dfrac{-2n^2-m}{(2m-n)(m+n)}=\dfrac{-(2n^2+m)}{(2m-n)(m+n)}$;

2. $\dfrac{4n^4+4mn^2+m^2}{2n^2+m}=\dfrac{(2n^2+m)^2}{(2n^2+m)}=2n^2+m$;

3. $\dfrac{-(2n^2+m)}{(2m-n)(m+n)}:(2n^2+m)=\dfrac{-(2n^2+m)}{(2m-n)(m+n)(2n^2+m)}=$

$=-\dfrac{1}{(2m-n)(m+n)}$;

4. $-\dfrac{1}{(2m-n)(m+n)}\cdot(n(n+1)+m(n+1))=-\dfrac{(n+1)(n+m)}{(2m-n)(m+n)}=-\dfrac{n+1}{2m-n}$.

3) $\dfrac{4}{x+\dfrac{1}{y+\dfrac{1}{z}}}:\dfrac{1}{x+\dfrac{1}{y}}-\dfrac{4}{y(xyz+x+z)}=\dfrac{4}{x+\dfrac{z}{yz+1}}:\dfrac{1}{xy+1}-\dfrac{4}{y(xyz+x+z)}=$

$=\dfrac{4(yz+1)}{xyz+x+z}\cdot\dfrac{(xy+1)}{y}-\dfrac{4}{y(xyz+x+z)}=\dfrac{4(yz+1)(xy+1)-4}{y(xyz+x+z)}=$

$=\dfrac{4(y^2xz+yz+xy+1-1)}{y(xyz+x+z)}=\dfrac{4y\,(xyz+x+z)}{y\,(xyz+x+z)}=4$;

4) $\left(\left(\dfrac{a}{b-a}\right)^{-2}-\dfrac{(a+b)^2-4ab}{a^2-ab}\right)^2\cdot\dfrac{a^4}{a^2b^2-b^4}=$

$=\left(\left(\dfrac{b-a}{a}\right)^2-\dfrac{a^2+b^2+2ab-4ab}{a(a-b)}\right)^2\cdot\dfrac{a^4}{b^2(a^2-b^2)}=$

$$=\left(\frac{(b-a)^2}{a^2}-\frac{(a-b)^2}{a(a-b)}\right)^2\cdot\frac{a^4}{b^2(a^2-b^2)}=\left(\frac{(b-a)^2-a(a-b)}{a^2}\right)^2\cdot\frac{a^4}{b^2(a^2-b^2)}=$$

$$=\left(\frac{(b-a)(a-b-a)}{a^2}\right)^2\cdot\frac{a^4}{b^2(a^2-b^2)}=\left(\frac{(b-a)(a-b-a)}{a^2}\right)^2\cdot\frac{a^4}{b^2(a^2-b^2)}=$$

$$=\frac{(a-b)^2\cdot b^2\cdot a^4}{a^4\,b^2(a^2-b^2)}=\frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{a-b}{a+b};$$

5) $$\frac{p^{-6}-64}{4+2p^{-1}+p^{-2}}\cdot\frac{p^2}{4-4p^{-1}+p^{-2}}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=$$

$$=\frac{(p^{-3}-8)(p^{-3}+8)p^2}{(p^{-2}+2p^{-1}+4)(p^{-2}-4p^{-1}+4)}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=$$

$$=\frac{(p^{-1}-2)(p^{-2}+2p^{-1}+4)(p^{-1}+2)(p^{-2}-2p^{-1}+4)p^2}{(p^{-2}+2p^{-1}+4)(p^{-2}-2p^{-1}+4)(p^{-1}-2)^2}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=$$

$$=\frac{(p^{-3}-8)p^2}{p^{-1}-2}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=\frac{(p^{-3}-8)p^2\;p}{1-2p}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=$$

$$=\frac{1+8p^3-8p^3-4p^2}{1-2p}=\frac{1-4p^2}{1-2p}=\frac{(1-2p)(1+2p)}{(1-2p)}=1+2p.$$

6) $$\frac{x^{-1}-y^{-1}}{x^{-3}+y^{-3}}:\frac{x^2y^2}{(x+y)^2-3xy}\cdot\left(\frac{x^2-y^2}{xy}\right)^{-1}=\frac{(x^{-1}-y^{-1})(x^2+y^2+2xy-3xy)}{(x^{-1}+y^{-1})(x^{-2}+x^{-1}y^{-1}+y^{-2})x^2y^2}\times$$

$$\times\frac{xy}{(x-y)(x+y)}=\frac{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)(x^2+y^2-xy)\cdot xy}{\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{xy}+\frac{1}{y^2}\right)x^2y^2(x-y)(x+y)}=$$

$$=\frac{(y-x)(x^2+y^2-xy)\cdot xy}{(y+x)(y^2-xy+x^2)(x-y)(x+y)}=\frac{-(x-y)xy}{(y+x)^2(x-y)}=-\frac{xy}{(x+y)^2}.$$

1063. 1) $$\frac{\left(x-\frac{1}{y}\right)^x\left(x+\frac{1}{y}\right)^x\cdot\left(y+\frac{1}{x}\right)^y\left(x-\frac{1}{y}\right)^y}{\left(y-\frac{1}{x}\right)^y\left(y+\frac{1}{x}\right)^y\cdot\left(x-\frac{1}{y}\right)^x\left(y+\frac{1}{x}\right)^x}=\frac{\left(x+\frac{1}{y}\right)^x\cdot\left(x-\frac{1}{y}\right)^y}{\left(y-\frac{1}{x}\right)^y\cdot\left(y+\frac{1}{x}\right)^x}=$$

$$=\frac{\frac{(xy+1)^x}{y^x}\cdot\frac{(xy-1)^y}{y^y}}{\frac{(xy-1)^y}{x^y}\cdot\frac{(xy+1)^x}{x^x}}=\frac{(xy+1)^x\cdot(xy-1)^y\cdot x^y\cdot x^x}{(xy-1)^y\cdot(xy+1)^x\cdot y^x\cdot y^y}=\frac{x^{y+x}}{y^{x+y}}=\left(\frac{x}{y}\right)^{x+y}.$$

Тобто ліва частина дорівнює правій, тобто $\left(\frac{x}{y}\right)^{x+y}=\left(\frac{x}{y}\right)^{x+y}$. Доведено.

2) Спростимо ліву частину, маємо:

$$\frac{2bc+b^3+c^2-a^2}{2bc}:\left(\left(\frac{b+c+a}{a(b+c)}\right):\left(\frac{b+c-a}{a(b+c)}\right)\right)=\frac{2bc+b^3+c^2-a^2}{2bc}:$$

$$:\left(\frac{(b+c+a)\cdot a(b+c)}{a(b+c)\cdot(b+c-a)}\right)=\frac{(b+c)^2-c^2}{2bc}:\left(\frac{(b+c+a)\cdot a(b+c)}{a(b+c)\cdot(b+c-a)}\right)=$$

$$=\frac{(b+c-a)(b+c+a)(b+c-a)}{2bc(b+c+a)}=\frac{(b+c-a)^2}{2bc}.$$

Маємо рівність: $\frac{(b+c-a)^2}{2bc}=\frac{(b+c-a)^2}{2bc}$. Доведено.

3) $\frac{(x^2-2xy+y^2+xy)}{(x^2+2xy+y^2-xy)}:\frac{(x^5+x^2y^3)+(y^5+x^3y^2)}{((x^3+y^3)+xy(x+y))(x^3-y^3)}=$

$=\frac{(x^2-xy+y^2)}{(x^2+xy+y^2)}:\frac{x^2(x^3+y^3)+y^2(y^3+x^3)}{((x+y)(x^2-xy+y^2)+xy(x+y))(x^3-y^3)}=$

$=\frac{(x^2-xy+y^2)}{(x^2+xy+y^2)}:\frac{(x^3+y^3)(x^2+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2+xy)(x^3-y^3)}=$

$=\frac{(x^2-xy+y^2)}{(x^2+xy+y^2)}\cdot\frac{(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)(x^2+y^2)}=x-y.$

Маємо: $x-y=x-y$. Доведено.

4) $\frac{(2-y)(x-2)+2(x-1)(y-1)}{(y-1)(x-2)}:\frac{y(x-1)(x-2)+x(2y-1)(y-1)}{(y-1)(x-2)}=$

$=\frac{2x-4-yx+2y+2xy-2x-2y+2}{(y-1)(x-2)}:$

$:\frac{yx^2-2xy-xy+2y+2xy-2x-xy^2+xy}{(y-1)(x-2)}=$

$=\frac{xy-2}{(y-1)(x-2)}\cdot\frac{(y-1)(x-2)}{yx^2-xy^2+2y-2x}=\frac{(xy-2)(y-1)(x-2)}{(y-1)(x-2)(yx(x-y)-2(x-y))}=$

$=\frac{(xy-2)}{(x-y)(yx-2)}=\frac{1}{x-y}$. Маємо: $\frac{1}{x-y}=\frac{1}{x-y}$. Доведено.

5) $\frac{p^{-6}-64}{4+2p^{-1}+p^{-2}}\cdot\frac{p^2}{4-4p^{-1}+p^{-2}}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=\frac{(p^{-2})^3-4^3}{4+2p^{-1}+p^{-2}}\cdot\frac{p^2}{(p^{-1}+p)^2}-$

$-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=\frac{(p^{-2}-4)(p^{-4}+4p^{-2}+16)p^2}{(p^{-2}+2p^{-1}+4)(p^{-1}+2)^2}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=$

$=\frac{(p^{-1}-2)(p^{-1}+2)(p^{-4}+4p^{-2}+16)p^2}{(p^{-2}+2p^{-1}+p^4)(p^{-1}+p)^2}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=$

$=\frac{\left(\frac{1}{p}+2\right)\left(\frac{1}{p^4}+\frac{1}{p^2}+16\right)p^2}{\left(\frac{1}{p^2}+\frac{2}{p}+4\right)\left(\frac{1}{p}-2\right)}-\frac{4p^2(2p+1)}{1-2p}=\frac{(1+2p)(1+4p^2+16p^4)p^2}{p^5\cdot\frac{1+2p+4p^2}{p^2}\cdot\frac{1-2p}{p}}=$

$=\frac{(1+2p)(1+4p^2+16p^4)-4p^2(2p+1)(1+2p+4p^2)}{(1+2p+4p^3)(1-2p)}=$

$=\frac{(1+2p)(1+4p^2+16p^4-4p^2-8p^3-16p^4}{(1+2p+4p^3)(1-2p)}=\frac{(1+2p)(1-8p^3)}{(1+2p+4p^3)(1-2p)}=$

$=\frac{(1+2p)(1-2p)(1+2p+4p^2)}{(1+2p+4p^2)(1-2p)}=1+2p.$

1065. $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}=\frac{1+a+1-a}{(1-a)(1+a)}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+$

$+\frac{8}{1+a^8}=\frac{2}{1-a^2}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}=\frac{2(1+a^2+1-a^2)}{(1-a^2)(1+a^2)}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}=$

$$= \frac{4}{(1-a^4)} + \frac{4}{(1+a^4)} + \frac{8}{1+a^8} = \frac{8}{1-a^8} + \frac{8}{1+a^8} = \frac{4(1+a^4+1-a^4)}{(1-a^4)(1+a^4)} + \frac{8}{1+a^8} =$$

$$= \frac{8(1+a^8+1+a^8)}{1-a^{16}} = \frac{16}{1-a^{16}}.$$

Маємо $16 > 0$, $1 - a^{16} < 0$, якщо $a > 0$, $a^{16} > 1$. Доведено.

1066. За умовою $x + y = 1$, $(x + y)^2 = 1$: $x^2 + y^2 + 2xy = 1$, тобто $x^2y^2 = 1 - 2xy$. Спростимо ліву частину:

$$\frac{x}{y^3-1} - \frac{y}{x^3-1} = \frac{x(x^3-1)-y(y^3-1)}{(y^3-1)(x^3-1)} = \frac{x^4-x-y^4+y}{(y^3-1)(x^3-1)} = \frac{(x^4-y^4)-(x-y)}{(y^3-1)(x^3-1)} =$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)((x^2+y^2)-1)}{(y^3-1)(x^3-1)} = \left|\begin{matrix} x+y=1 \\ x^2+y^2=1-2xy \end{matrix}\right| = \frac{(x-y)1\cdot((1-2xy)-1)}{(y^3-1)(x^3-1)} =$$

$$= \frac{-2xy(x-y)}{(y^3-1)(x^3-1)} = \left|\begin{matrix} x+y=1;\ (x+y)^3=1;\ x^3+y^3+3xy(x+y)=1; \\ x^3+y^3=-\dfrac{3(1-x^2-y^2)}{2}; \end{matrix}\right| =$$

$$= \frac{-2xy(x-y)}{y^3x^3-y^3-x^3+1} = \frac{-2xy(x-y)}{y^3x^3-(1-3xy)+1} = \frac{-2xy(x-y)}{y^3x^3+3xy} =$$

$$= \frac{-2xy(x-y)}{xy(x^2y^2+3)} = \frac{-2(x-y)}{x^2y^2+3}.$$ Доведено.

1067. Якщо $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$ і $\frac{m}{x} + \frac{n}{y} + \frac{p}{z} = 0$, то виконується $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{p^2} = 1$;

$$\left(\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p}\right)^2 = 1^2;\quad \frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{p^2} + 2\cdot\frac{x}{m}\cdot\frac{y}{n} + 2\cdot\frac{x}{m}\cdot\frac{z}{p} + 2\cdot\frac{y}{n}\cdot\frac{z}{p} = 1;$$

$$\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{p^2} + 2\left(\frac{xy}{mn} + \frac{xz}{mp} + \frac{yz}{np}\right) = 1.$$

Врахуємо, що $\frac{m}{x} + \frac{n}{y} + \frac{p}{z} = 0$; $\frac{myz+nxz+pxy}{xyz} = 0$; тобто $myz + nxz + pxy = 0$,

$xyz \neq 0$, то $\frac{xyp+xzn+yzm}{mnp} = 0$. Маємо: $\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} + \frac{z^2}{p^2} = 1$.

Доведено.

1068. Якщо $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = c + \frac{1}{a}$, то $a^2b^2c^2 = 1$ або $a = b = c$.

Із умови маємо: $\begin{cases} a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}, \\ a+\frac{1}{b}=c+\frac{1}{a}, \\ b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a}; \end{cases}$ $\begin{cases} a-b=\frac{b-c}{bc}, \\ c-a=\frac{a-b}{ab}, \\ b-c=\frac{c-a}{ac}. \end{cases}$

Перемножимо утворені рівності: $(a-b)(c-a)(b-c) = \frac{(b-c)(a-b)(c-a)}{a^2b^2c^2}$;

$(a-b)(c-a)(b-c)\left(1-\frac{1}{a^2b^2c^2}\right) = 0$; $\left[\begin{matrix} a-b=0, \\ c-a=0, \\ b-c=0, \\ 1-\frac{1}{a^2b^2c^2}=0; \end{matrix}\right.$ $\Leftrightarrow$ $\left[\begin{matrix} a=b, \\ c=a, \\ b=c, \\ \text{або} \\ a^2b^2c=1. \end{matrix}\right.$

Доведено.

1069. 1) $\frac{x-2}{x-a}=0$; $\begin{cases}x=2,\\x\neq a;\end{cases}$ тобто $a \neq 2$.

Тобто, якщо $a = 2$, коренів немає, $a \neq 2$, $x = 2$.

2) $\frac{x-a}{x^2-1}=0$; $\begin{cases}x=a,\\x\neq \pm1;\end{cases}$ тобто $a \neq \pm1$.

Якщо $a = \pm1$, коренів немає; якщо $a \neq \pm1$, то $x = a$.

3) $(a - 2)x = a^2 - 4$; $(a - 2)(x - a - 2) = 0$; $\begin{cases}a-2=0,\\x=a+2;\end{cases}$ $\begin{cases}a=2,\\x=a+2.\end{cases}$

Якщо $a = 2$, безліч коренів; якщо $a \neq 2$, то $x = a + 2$.

4) $(a^2 - 1)x = a^2 - 2a + 1$; $(a - 1)(a + 1)x = (a - 1)^2$;

$x=\frac{(a-1)^2}{(a-1)(a+1)}$; $x=\frac{a-1}{a+1}$; $\begin{cases}a+1\neq 0,\\x=\frac{a-1}{a+1};\end{cases}$ $a \neq -1$, коренів нема.

Якщо $a = 1$, безліч коренів; якщо $a = -1$, коренів немає; якщо $a \neq \pm1$, то $x=\frac{a-1}{a+1}$.

1070. 1) $\frac{x}{a}-\frac{a}{2x}=\frac{2x+a}{2a}-\frac{a}{x}$; $\frac{2x^2-a^2}{2ax}=\frac{2x^2+a^2-2a^2}{2ax}$; $\frac{2x^2-a^2}{2ax}=\frac{2x^2-a^2}{2ax}$.

Якщо $a \neq 0$, то $x = a$.

2) $\frac{1+x}{1-x}=\frac{a}{b}$; $\begin{cases}(1+x)b=a(1-x),\\1-x\neq 0,\\x\neq 1;\end{cases}$ $b + xb = a - ax$; $xb + ax = a - b$;

$x(a + b) = a - b$; $x=\frac{a-b}{a+b}$.

Якщо $a = -b$, $a \neq 0$, розв'язків немає; якщо $b \neq 0$, $a \neq -b$, то $x=\frac{a-b}{a+b}$.

3) $\frac{x-a}{a}-\frac{x}{x-a}=\frac{x+a}{a}$; $\frac{(x-a)^2-xa}{(x-a)a}=\frac{(x-a)(x+a)}{a(x-a)}$;

$\frac{x^2-2xa+a^2-xa}{a(x-a)}=\frac{x^2-a^2}{a(x-a)}$; $\frac{x^2-3xa+a^2}{a(x-a)}=\frac{x^2-a^2}{a(x-a)}$;

$\begin{cases}x^2-3xa+a^2=x^2-a^2,\\a\neq 0,\\x\neq a;\end{cases}$ $-3ax = -2a^2$; $x=\frac{2a^2}{3a}$; $x=\frac{2a}{3}$,

тобто якщо $a \neq 0$, то $x=\frac{2a}{3}$.

4) $\frac{3}{x-a}+\frac{2}{x+a}=\frac{4x+7a}{x^2-a^2}$; $\frac{3(x+a)+2(x-a)}{(x-a)(x+a)}=\frac{4x+7a}{x^2-a^2}$;

$\frac{3x+3a+2x-2a}{(x-a)(x+a)}=\frac{4x+7a}{x^2-a^2}$; $\frac{5x+a}{(x-a)(x+a)}=\frac{4x+7a}{x^2-a^2}$; $\begin{cases}5x+a=4x+7a,\\x+a\neq 0,\\x-a\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=6a,\\x\neq a,\\x\neq -a.\end{cases}$ Якщо $a \neq 0$, то $x = 6a$; якщо $x = a$, то коренів немає.

1071. Порядок a дорівнює -3. Порядок b дорівнює 5. То:

1) ab, порядок: $-3 + 5 = 2$; від 2 до 3;

2) $\frac{a}{b}$, порядок: $-3 - 4 = -8$; від -9 до -8;

3) $\frac{b}{a}$ порядок: $5 - (-3) = 8$; від 7 до 8. 4) $a + b$, порядок: від 5 до -6.

Відповідь: 1) від 2 до 3; 2) від -9 до -8; 3) від 7 до 8; 4) від 5 до -6.

1072. $\sqrt{x} = a + 3$.

1) $\begin{cases} x \ge 0, \\ a + 3 \ge 0, \\ x = (a+3)^2; \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge 0, \\ a + 3 \ge 0, \\ x = (a+3)^2, \end{cases} \\ \begin{cases} a < -3, \\ \sqrt{x} = a + 3; \end{cases} \end{array}\right.$ розв'язків немає.

Якщо $a \ge -3$, $x \ge 0$, то $x = (x + 3)^2$. Якщо $a < -3$, то розв'язків немає.

2) $a\sqrt{x} = a$; $\sqrt{x} = 1$; $x = 1$. Якщо $a = 0$, $x \ge 0$, безліч коренів. Якщо a — будь-яке число, то $x = 1$.

3) $(a+3)\sqrt{x+2} = a^2 - 9$; $(a+3)\left(\sqrt{x+2} - (a+3)\right) = 0$;

$\left[\begin{array}{l} a + 3 = 0, \\ \sqrt{x+2} = a + 3, \\ x \ge -2, \\ a + 3 \ge 0; \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3, \\ (x+2) = (a+3)^2, \\ x = (a+3)^2 - 2, \\ x \ge -2, \\ a \ge -3. \end{array}\right.$

Тобто, якщо $a = -3$, то $x \ge -2$; якщо $-3 < a < 3$, то немає розв'язків; якщо $a > 3$, то $x = (a + 3)^2 - 2$.

1073. 1) $\left(5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\right)x + 4 = 0$. Маємо оцінку:

$$\begin{array}{c} 1 < \sqrt{2} < 2 \\ 1 < \sqrt{3} < 2 \\ \hline 5 < 5\sqrt{2} < 10 \\ -6 < -3\sqrt{3} < -3 \\ \hline -1 < 5\sqrt{2} - 3\sqrt{3} < 7 \end{array}$$

Маємо: $x = -\frac{4}{5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}$.

Врахуємо оцінку виразу $5\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$. Це значення 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Найближче 2, тобто $x = -\frac{4}{2} = -2$.

2) $\left(5\sqrt{2} + 7\sqrt{5}\right)x = 13 + 2\sqrt{3}$. Маємо оцінку:

$$\begin{array}{c} 1 < \sqrt{2} < 2 \\ 2 < \sqrt{5} < 3 \\ \hline 5 < 5\sqrt{2} < 10 \\ 14 < 7\sqrt{5} < 21 \\ \hline 19 < 5\sqrt{2} + 7\sqrt{5} < 31, \end{array}$$

тобто x = 20, 21, ... 30. Маємо:

$$\begin{array}{c} 1 < \sqrt{3} < 2 \\ 2 < 2\sqrt{3} < 4 \\ \hline 15 < 13 + 2\sqrt{3} < 19. \end{array}$$

Тобто $x = \frac{13 + 2\sqrt{3}}{5\sqrt{2} + 7\sqrt{5}}$. Найближче значення $x = 1$.

Відповідь: 1) -2; 2) 1.

1074. 1) $\sqrt{3 - \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}} = \sqrt{3 - \sqrt{\left(2\sqrt{3} - 1\right)^2}} = \sqrt{3 - \left|2\sqrt{3} - 1\right|} = \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} =$
$= \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{\left(\sqrt{3} - 1\right)^2} = \left|\sqrt{3} - 1\right| = \sqrt{3} - 1$;

2) $\sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{6-\sqrt{25-4\sqrt{6}}}} = \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{6-\sqrt{(2\sqrt{6}-1)^2}}} = \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{6-|2\sqrt{6}-1|}} =$
$= \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{6-2\sqrt{6}+1}} = \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{7-2\sqrt{6}}} = \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{(\sqrt{6}-1)^2}} = \sqrt{\sqrt{6}-|\sqrt{6}-1|} =$
$= \sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{6}+1} = \sqrt{1} = 1.$

3) $\sqrt{|30\sqrt{3}-52|} + \sqrt{52+30\sqrt{3}} = \sqrt{(3\sqrt{3}-5)^2} + \sqrt{(5+3\sqrt{3})^2} =$
$= 5 - 3\sqrt{3} + 5 + 3\sqrt{3} = 10.$

1075. 1) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} =$
$= |\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1|$, якщо $1 \le x \le 2$, то маємо $\sqrt{x-1}+1-\sqrt{x-1}+1 = 2;$

2) $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}} = \sqrt{10+2\sqrt{6}+2\sqrt{10}+2\sqrt{15}} =$
$= \sqrt{5+2+3+2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+2\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}} =$
$= \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{3}.$

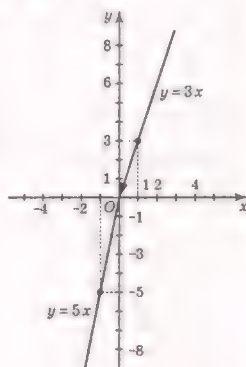
1076. 1) $\dfrac{\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}}{\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}} = \dfrac{\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{15}}}{\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{15}}} = \dfrac{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = 1;$

2) $(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}) =$
$= ((1+\sqrt{2})+\sqrt{3})((1+\sqrt{2})-\sqrt{3})(\sqrt{3}-(\sqrt{2}-1))(\sqrt{3}+(\sqrt{2}+1)) =$
$= ((1+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2)((\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-1)^2) =$
$= (1+2\sqrt{2}+2-3)(3-2-1+2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2} = (2\sqrt{2})^2 = 8.$

1077. 1) $y = 4x - \sqrt{x^2}$; $y = 4x - |x|$.
Якщо $x \le 0$, то $y = 4x + x = 5x$, пряма.
Якщо $x > 0$, то $y = 4x - x = 3x$, пряма.

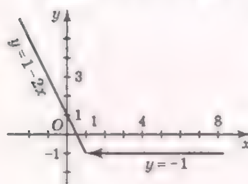
x	-1	0
y	-5	0

x	1
y	3



2) $y = \sqrt{x^2-2x+1} - x$; $y = \sqrt{(x-1)^2} - x$;
$y = |x-1| - x$.
Якщо $x \le 1$, то $y = 1 - x - x = 1 - 2x$.
$y = 1 - 2x$ — пряма.

x	1	0
y	-1	1



Якщо $x > 1$, то
$y = x - 1 - x$; $y = -1$.
$y = -1$ — пряма, паралельні осі Ox.

1078. 1) $\dfrac{\sqrt{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}}{\sqrt{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}} = \dfrac{\sqrt{\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}}{\sqrt{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}} = \dfrac{\sqrt[4]{6}\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{6}\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}} = \dfrac{\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}} =$
$= \dfrac{|\sqrt{3}-\sqrt{2}|}{1} = \sqrt{3}-\sqrt{2};$

2) $\frac{(1+\sqrt{3})^2-7}{\sqrt{7}+\sqrt{3}+1}=\frac{(1+\sqrt{3}+\sqrt{7})(1+\sqrt{3}-\sqrt{7})}{(1+\sqrt{3}+\sqrt{7})}=1+\sqrt{3}-\sqrt{7};$

3) $\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}}=\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{(2+\sqrt{2})^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}+|2+\sqrt{2}|}=\frac{2}{\sqrt{2}+2+\sqrt{2}}=$

$=\frac{2}{2\sqrt{2}+2}=\frac{2}{2(\sqrt{2}+1)}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2})^2-1}=\frac{(\sqrt{2}-1)}{2-1}=\sqrt{2}-1;$

4) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}-1)}=\frac{2+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1)}=$

$=\frac{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}+1)}{(3-1)(2-1)}=\frac{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-1)(\sqrt{2}+1)}{2}=\frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{2}+1)}{2}.$

1079. Знайдемо добуток цих чисел.

$$\sqrt{\frac{7-2\sqrt{10}}{3}}\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{7-2\sqrt{10}}{3}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}}=\sqrt{\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}}=$$

$$=\sqrt{\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}}=\sqrt{\frac{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}{3}}=\sqrt{\frac{5-2}{3}}=\sqrt{\frac{3}{3}}=1.$$

Тобто ці числа взаємно обернені. Доведено.

1080. 1) $\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2-4y}{(x-y):\left(\frac{1}{\sqrt{y}}+\frac{3}{\sqrt{x}}\right)}:\frac{x+9y+6\sqrt{xy}}{\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}}=$

$$=\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y}-2\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}+2\sqrt{y})}{\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})\cdot\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+3\sqrt{y}}}\cdot\frac{\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{xy}}}{(\sqrt{x}+3\sqrt{y})^2}=$$

$$=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+3\sqrt{y})\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+3\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})\cdot\sqrt{xy}\cdot\sqrt{xy}(\sqrt{x}+3\sqrt{y})^2}=\frac{1}{xy}.$$

2) $\frac{2\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)^2}}{\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)}=\frac{2\sqrt{1+\frac{(1-a)^2}{4a}}}{\sqrt{1+\frac{(1-a)^2}{4a}}-\frac{1-a}{2\sqrt{a}}}=$

$$=\frac{2\sqrt{\frac{4a+1-2a+a^2}{4a}}}{\sqrt{\frac{4a+1-2a+a^2}{4a}}-\frac{1-a}{2\sqrt{a}}}=\frac{2\sqrt{\frac{1+2a+a^2}{4a}}}{\sqrt{\frac{1+2a+a^2}{4a}}-\frac{1-a}{2\sqrt{a}}}=\frac{\frac{2\sqrt{(a+1)^2}}{2\sqrt{a}}}{\frac{\sqrt{(a+1)^2}}{2\sqrt{a}}-\frac{1-a}{2\sqrt{a}}}=$$

$$=\frac{\frac{|a+1|}{\sqrt{a}}}{\frac{|a+1|}{2\sqrt{a}}-\frac{1-a}{2\sqrt{a}}}=\frac{2(a+1)}{a+1-1+a}=\frac{2(a+1)}{2a}=\frac{a+1}{a}.$$

1081. 1) $\dfrac{\left(\sqrt{x^2+x\sqrt{x^2-y^2}}-\sqrt{x^2-x\sqrt{x^2-y^2}}\right)^2}{2\sqrt{x^3y}}:\left(\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}-2\right)=$ якщо $x>0,\ y>0$

$$=\frac{x^2+x\sqrt{x^2-y^2}+x^2-x\sqrt{x^2-y^2}-2\sqrt{\left(x^2+x\sqrt{x^2-y^2}\right)\left(x^2+x\sqrt{x^2-y^2}\right)}}{2\sqrt{x^3y}}:$$

$$:\frac{x+y-2\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}=\frac{2x^2-2\sqrt{x^4-x^2(x^2-y^2)}}{2x\sqrt{xy}}\cdot\frac{\sqrt{xy}}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=$$

$$=\frac{2x^2-2\sqrt{x^4-x^4+x^2y^2}}{2x\sqrt{xy}}\cdot\frac{\sqrt{xy}}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=\frac{\left(2x^2-2\sqrt{x^2y^2}\right)\cdot\sqrt{xy}}{2x\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=\frac{(2x^2-2xy)}{2x\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=$$

$$=\frac{2x(x-y)}{2x\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{x-y};$$

2) $\left(\dfrac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{b+a}+\sqrt{b-a}}+\dfrac{b-a}{\sqrt{b^2-a^2}+a-b}\right):\sqrt{\dfrac{b^2}{a^2}-1}$, якщо $b>a>0$, то

$$\left(\frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{b+a}+\sqrt{b-a}}+\frac{b-a}{\sqrt{b-a}\left(\sqrt{b+a}-\sqrt{b-a}\right)}\right):\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}=$$

$$=\left(\frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{b+a}+\sqrt{b-a}}+\frac{\sqrt{b-a}}{\sqrt{b+a}-\sqrt{b-a}}\right)\cdot\frac{a}{\sqrt{b-a}\cdot\sqrt{b+a}}=$$

$$=\frac{\sqrt{b-a}\left(\sqrt{b+a}-\sqrt{b-a}+\sqrt{b+a}+\sqrt{b-a}\right)}{\left(\sqrt{b+a}+\sqrt{b-a}\right)\left(\sqrt{b+a}-\sqrt{b-a}\right)}\cdot\frac{a}{\sqrt{b-a}\cdot\sqrt{b+a}}=$$

$$=\frac{\sqrt{b-a}\cdot2\sqrt{b+a}\cdot a}{(b+a-b+a)\sqrt{b-a}\cdot\sqrt{b+a}}=\frac{2a}{2a}=1.$$

1082. 1) $\dfrac{\sqrt{(a+2)^2-8a}}{\sqrt{a}-\dfrac{2}{\sqrt{a}}}=\dfrac{\sqrt{a^2+4a+4-8a}}{\dfrac{a-2}{\sqrt{a}}}=\dfrac{\sqrt{a^2-4a+4}}{\dfrac{(a-2)}{\sqrt{a}}}=\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{(a-2)^2}}{(a-2)}=$

$$=\frac{\sqrt{a}\,(a-2)}{(a-2)}=\begin{cases}\sqrt{a},\ a>2,\\ -\sqrt{a},\ 0<a<2;\end{cases}$$

2) $\dfrac{x^2+4}{x\sqrt{\left(\dfrac{x^2-4}{2x}\right)^2+4}}=\dfrac{x^2+4}{x\sqrt{\dfrac{(x^2-4)^2+16x^2}{4x^2}}}=\dfrac{x^2+4}{\dfrac{x\sqrt{x^4-8x^2-16+16x^2}}{2x}}=$

$$=\frac{2(x^2+4)}{\sqrt{(x^2+4)^2}}=\frac{2(x^2+4)}{x^2+4}=|2|;\quad\begin{cases}-2,\ \text{якщо } x<0,\\ 2,\ \text{якщо } x>0.\end{cases}$$

Відповідь: 1) $\sqrt{a}$, якщо $a<2$; $-\sqrt{a}$, якщо $0<a<2$; 2) -2, якщо $x<0$; 2, якщо $x>0$.

1083. 1) $\left(1+\sqrt{1-x^2}+\dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\right):\left(\dfrac{1}{1-x^2}+\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)=\sqrt{1-x^2}.$

Спростимо ліву частину тотожності:

$$\frac{\sqrt{1-x^2}+\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2+x^2}{\sqrt{1-x^2}}:\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{1-x^2}=\frac{\sqrt{1-x^2}+1-x^2+x^2}{\sqrt{1-x^2}}\cdot\frac{1-x^2}{1+\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{1-x^2}+1\right)\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2}{\sqrt{1-x^2}\left(\sqrt{1-x^2}+1\right)}=\sqrt{1-x^2}.$$ Маємо: $\sqrt{1-x^2}=\sqrt{1-x^2}$. Доведено.

2) $\frac{a-\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}+\frac{a^2-\frac{ab}{\sqrt{b}}}{a-\sqrt{b}}-\frac{a+\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}+\frac{4a\sqrt{b}}{a^2-b}=a$. Спростимо ліву частину тотожності: $\frac{\left(a-\sqrt{b}\right)^2+a^2-\frac{ab}{\sqrt{b}}\cdot\left(a+\sqrt{b}\right)-\left(a+\sqrt{b}\right)^2}{\left(a-\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{b}\right)}+\frac{4a\sqrt{b}}{a^2-b}=$

$$=\frac{a^2-2a\sqrt{b}+b+\left(a^2-a\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{b}\right)-a^2-2a\sqrt{b}-b}{a^2-b}+\frac{4a\sqrt{b}}{a^2-b}=$$

$$=\frac{-4a\sqrt{b}+a\left(a-\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{b}\right)}{a^2-b}+\frac{4a\sqrt{b}}{a^2-b}=\frac{-4a\sqrt{b}+a(a^2-b)+4a\sqrt{b}}{a^2-b}=$$

$=\frac{a(a^2-b)}{a^2-b}=a$. Тобто $a=a$. Доведено.

1084. За умовою: $\sqrt{3-x}+\sqrt{5+x}=3$; $\left(\sqrt{3-x}+\sqrt{5+x}\right)^2=3^2$;

$3-x+5+x+2\sqrt{(3-x)(5+x)}=9$; $2\sqrt{(3-x)(5+x)}=1$; $\sqrt{(3-x)(5+x)}=\frac{1}{2}$.

Відповідь: $\frac{1}{2}=0,5$.

1085. За умовою: $\begin{cases}\sqrt{24-x^2}-\sqrt{12-x^2}=2,\\ \sqrt{24-x^2}-\sqrt{12-x^2}=m.\end{cases}$ Звідки маємо: $\begin{cases}2\sqrt{24-x^2}=2+m,\\ 2\sqrt{12-x^2}=m-2;\end{cases}$

$\begin{cases}\sqrt{24-x^2}=1+\frac{m}{2},\\ \sqrt{12-x^2}=\frac{m}{2}-1;\end{cases}$ $\begin{cases}24-x^2=\left(1+\frac{m}{2}\right)^2,\\ 12-x^2=\left(\frac{m}{2}-1\right)^2;\end{cases}$ $12=\left(1+\frac{m}{2}\right)^2-\left(\frac{m}{2}-1\right)^2;$

$12=1+m+\frac{m^2}{4}-\frac{m^2}{4}+m-1$. Маємо: $2m=12$; $m=6$.

Тобто: $\sqrt{24-x^2}+\sqrt{12-x^2}=6$. *Відповідь:* 6.

1086. За умовою: $\sqrt{x}+\sqrt{y}=5$, $xy=9$. То маємо: $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2=5^2$;

$x+y+2\sqrt{y}=25$; $x+y=25-2\cdot3=25-6=9$.

1) $x+y=19$;

2) $x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=\left(\sqrt{x}\right)^3+\left(\sqrt{y}\right)^3=\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{xy}+\sqrt{y}\right)=5\cdot(19-3)=$ $=5\cdot16=80$;

3) $(x+y)^2=19^2$; $x^2+y^2+2xy=361$; $x^2+y^2=361-18=343$.

Відповідь: 1) 19; 2) 80; 3) 343.

1087. 1) $(a+4)x^2-(a+5)x+1=0$. Має один корінь, якщо $D=0$.

$D=(a+5)^2-4(a+4)=a^2+10a+25-4a-16=a^2+6a+9=(a+3)^2=0$;

$\sqrt{D}=|a+3|$; тобто $a+3=0$; $a=-3$.

Якщо $a+4=0$, то $a=-4$, маємо теж один корінь: $-x+1=0$; $x=-1$.

2) $(a-4)x^2+(2x-8)x+15=0$. $D=(2a-8)^2-4(a-4)\cdot 15=4a^2+64-$ $-32a-60a+240=4a^2-92a+304$, $D=0$; $4a^2-92a+304=0 \mid :4$;

$a^2-23a+76=0$; $\begin{cases} a_1+a_2=23 \\ a_1a_2=76 \end{cases} \Rightarrow$ звідки $\begin{matrix} a=4, \\ a=19. \end{matrix}$

Якщо $a=4$, то рівняння не має коренів, тобто $a=19$.

Відповідь: 1) -4; -3; 2) 19.

1088. 1) $2(a-1)x^2+(a-1)x+1=0$. Якщо $a=1$, то $2x+1=0$; $x=\frac{1}{2}$;

$D=(a+1)^2-8(a-1)=a^2+2a+1-8a+8=a^2-6a+9=(a-3)^2$;

$x_1=\frac{-(a+1)+(a-3)}{4(a-1)}=\frac{-a-1+a-3}{4(a-1)}=\frac{-1}{a-1}$;

$x_2=\frac{-(a+1)-(a-3)}{4(a-1)}=\frac{-a+1-a+3}{4(a-1)}=\frac{2-2a}{4(a-1)}=\frac{-2(a-1)}{4(a-1)}=-\frac{1}{2}$.

Якщо $a\neq 1$, то $x_1=-\frac{1}{2}$; $x_2=\frac{1}{1-a}$.

Відповідь: 1) якщо $a=1$, то $x=-\frac{1}{2}$; якщо $a\neq 1$, то $x_1=-\frac{1}{2}$; $x_2=\frac{1}{1-a}$.

2) $(a+1)x^2-(a-1)x-2a=0$. Якщо $a=-1$, маємо: $-(-2)x+2=0$;
$2x+2=0$; $x=-1$.
Знайдемо D — ?
$D=(a-1)^2+8a(a+1)=a^2-2a+1+8a^2+8a=9a^2+6a+1=(3a+1)^2$;

$x_1=\frac{a-1+3a+1}{2(a+1)}=\frac{4a}{2(a+1)}=\frac{2a}{a+1}$;

$x_2=\frac{a-1-(3a+1)}{2(a+1)}=\frac{a-1-3a-1}{2(a+1)}=\frac{-2a-2}{2(a+1)}=\frac{-2(a+1)}{2(a+1)}=-1$.

Тобто якщо $a=-1$, то $x=-1$. Якщо $a\neq -1$, то $x_1=\frac{2a}{a+1}$; $x_2=-1$.

Відповідь: 1) якщо $a=-1$, то $x=-1$; якщо $a\neq -1$, то $x_1=\frac{2a}{a+1}$; $x_2=-1$.

1089. 1) $\sqrt{x^2+x}+\sqrt{x^2-2x-3}=0$; $\sqrt{x(x+1)}+\sqrt{(x-3)(x+1)}=0$;

$\sqrt{x+1}+(\sqrt{x}+\sqrt{x-3})=0$; $\begin{cases} \sqrt{x+1}=0, \\ \sqrt{x}+\sqrt{x-3}=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x+1=0, \\ \sqrt{x}=-\sqrt{x-3} \end{cases}$ немає коренів,

не задовольняє умові $\sqrt{x}\geq 0$. Тобто $x=-1$.

2) $x^2-4x+4+|x^2+2x-8|=0$; $x^2+2x-8=0$; $x_1=-4$; $x_2=2$.
$x^2-4x+4+|(x+4)(x-2)|=0$; $x^2-4x+4+|x+4||x-2|=0$.
Якщо $x\leq -4$, то маємо $x^2-4x+4+x^2+2x-8=0$;
$2x^2-2x-4=0$; $x^2-x-2=0$.
За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ x_1x_2=-2, \end{cases}$ тобто $\left.\begin{matrix} x_1=2 \\ x_2=-1 \end{matrix}\right\}$ не задовольняють умові.

Якщо $-4<x\leq 2$, то маємо рівняння: $x^2-4x+4-x^2-2x+8=0$;
$-6x=-12$; $x=2$ — є корінь рівняння.
Маємо $x>2$, то маємо: $x^2-4x+4+x^2+2x-8=0$;
$2x^2-2x-4=0 \mid :2$; $x^2-x-2=0$.
За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1+x_2=1, \\ x_1x_2=-2, \end{cases}$ звідки $\left.\begin{matrix} x_1=2 \\ x_2=-1 \end{matrix}\right\}$ не задовольняють умові.

Тобто корінь рівняння $x = 2$.

3) $\left|x - \sqrt{x} - 6\right| + \sqrt{x^2 - 4x} = 0$; $\left|\left(\sqrt{x} - 3\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)\right| + \sqrt{x(x-4)} = 0$;

$\left|\left(\sqrt{x} - 3\right)\left(\sqrt{x} + 2\right)\right| = -\sqrt{x(x-4)}$; $x \ge 0$.

Розв'язків немає, так як модуль не може дорівнювати від'ємному числу.

Відповідь: 1) –1; 2) 2; 3) немає розв'язків.

1090. Нехай дано що $D = 3$ для рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Тобто $D = b^2 - 4ac$; $b^2 - 4ac = 3$; $b^2 = 3 - 4ac$. Права частина $3 - 4ac$ непарне число, отже, $b = 2k + 1$, $k \in Z$. Тоді дістанемо $2(k^2 + k - ac) = 1$, що неможливо. Доведено.

1091. Дано рівняння: $x^2 - (a + 2)x + a - 3 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = a + 2, \\ x_1 x_2 = a - 3; \end{cases}$

$(x_1 + x_2)^2 = (a+2)^2$; $x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = a^2 + 4a + 4$; $x_1^2 + x_2^2 = a^2 + 4a + 4 - 2(a - 3)$;

$x_1^2 + x_2^2 = a^2 + 4a + 4 - 2a + 6$; $x_1^2 + x_2^2 = a^2 + 2a + 10$; $x_1^2 + x_2^2 = (a+1)^2 + 9$.

Якщо $a = -1$, то $x_1^2 + x_2^2 = 9$ — найменше значення.

Відповідь: –1.

1092. Маємо рівняння: $x^2 + (b + 1)x + b^2 - 1{,}5 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -(b+1), \\ x_1 x_2 = b^2 + 1{,}5; \end{cases}$ $(x_1 + x_2)^2 = (-(b + 1))^2$;

$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 = (b+1)^2$; $x_1^2 + x_2^2 = b^2 + 2b + 1 - 2 \cdot (b^2 - 1{,}5)$;

$x_1^2 + x_2^2 = b^2 + 2b + 1 - b^2 + 3$; $x_1^2 + x_2^2 = 4 + 2b - b^2$; $x_1^2 + x_2^2 = 5 - (1 - 2b + b^2)$;

$x_1^2 + x_2^2 = 5 - (1 - b)^2$. Якщо $b = 1$, то $x_1^2 + x_2^2 = 5$, це найбільше значення.

Відповідь: 1.

1093. Маємо рівняння: $x^2 + \sqrt{a-4}x - 5 = 0$. Корені задовольняють умові $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{18}{25}$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\sqrt{a-4}, \\ x_1 x_2 = -5. \end{cases}$ Із умови маємо: $\frac{x_2^2 + x_1^2}{(x_1x_2)^2} = \frac{18}{25}$; $x_2^2 + x_1^2 = \frac{18}{25}(x_1x_2)^2$; $x_1^2 + x_2^2 = \frac{18}{25} \cdot 25$; $x_1^2 + x_2^2 = 18$.

То маємо: $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 18 - 10 = 8$, то $(x_1 + x_2)^2 = 8$.

$(x_1 + x_2)^2 = |a - 4|$; $a - 4 = 8$; $a = 12$. *Відповідь*: 12.

1094. Нехай дано рівняння $2x^2 + 7x - 1 = 0$. За теоремою Вієта маємо:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -3{,}5, \\ x_1 x_2 = -0{,}5; \end{cases}$ $x_1^2 + x_2^2 = 12{,}25 + 2 \cdot 0{,}5 = 13{,}25$.

1) $\frac{1}{x_1}$ і $\frac{1}{x_2}$ — корені нового рівняння, то $\frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \frac{-3{,}5}{-0{,}5} = 7$;

$\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1x_2} = \frac{1}{-0{,}5} = -2$, тобто $x^2 - 7x - 2 = 0$;

2) $\frac{x_1}{x_2} - 3$ і $\frac{x_2}{x_1} - 3$. Маємо:

$\frac{x_1}{x_2} - 3 + \frac{x_2}{x_1} - 3 = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1x_2} - 6 = \frac{13{,}25}{-0{,}5} - 6 = -26{,}5 - 6 = -32{,}5$;

$\left(\frac{x_1}{x_2} - 3\right)\left(\frac{x_2}{x_1} - 3\right) = 1 - 3\frac{x_1}{x_2} - 3\frac{x_2}{x_1} + 9 = 10 - 3\left(\frac{x_2^2 + x_1^2}{x_1x_2}\right) =$

$= 10 - 3 \cdot (-32{,}5) = 10 + 97{,}5 = 107{,}5$.

$x^2 + 32{,}5x + 107{,}5 = 0$; $2x^2 + 65x + 215 = 0$.

3) $x_1x_2^3$ і $x_2x_1^3$. Маємо:

$$x_1x_2^3 + x_2x_1^3 = x_1x_2(x_1 + x_2) = -0,5 \cdot 13,25 = -\frac{1}{2} \cdot 13\frac{1}{4} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{53}{4} = -\frac{53}{8};$$

$$x_1x_2^3 \cdot x_2x_1^3 = (x_1x_2)^4 = (-0,5)^4 = \frac{1}{16}; \quad x^2 + \frac{53}{8}x + \frac{1}{16} = 0 \;\Big|\cdot 16;$$

$16x^2 + 106x + 1 = 0.$

Маємо рівняння: $16x^2 + 106x + 1 = 0.$

1095. Розглянемо рівняння: $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0;$

$D = (b^2 + c^2 + a^2)^2 - 4b^2c^2 = (b^2 + c^2 - a^2 - 2bc)(b^2 + c^2 - a^2 + 2bc) =$
$= ((b^2 - 2bc + c^2) - a^2)((b^2 + 2bc + c^2) - a^2) = ((b - c)^2 - a^2)((b + c)^2 - a^2) =$
$= (b - c - a)(b - c + a)(b + c - a)(b + c + a).$

Якір $D = 0$, то маємо $b - c = a$ або $b + c = a$, не виконується нерівність трикутника.

Якщо $D > 0$, то не виконується нерівність трикутника, сума будь-яких двох сторін більша третій. Тобто коли a, b і c — сторони трикутника, то рівняння корнів не має.

1096. $5x^2 - 2(5a + 3)x + 5a^2 + 6a + 1 = 0.$

$D = 2^2 \cdot (5a + 3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (5a^2 + 6a + 1) = 4 \cdot (25a^2 + 30a + 9) - 20 \cdot (5a^2 +$
$+ 6a + 1) = \cancel{100a^2} + \cancel{120a} + 36 - \cancel{100a^2} - \cancel{120a} - 20 = 16 = 4^2; \quad D > 0;$

$$x_1 = \frac{2(5a+3)+4}{2\cdot 5} = \frac{10a+6+4}{10} = a+1;$$

$$x_1 = \frac{2(5a+3)-4}{2\cdot 5} = \frac{10a+6-4}{10} = \frac{10a+2}{10} = a+\frac{1}{5};$$

$$|x_1 - x_2| = \left|(a+1) - \left(a - \frac{1}{5}\right)\right| = \left|a + 1 - a + \frac{1}{5}\right| = \left|1\frac{1}{5}\right|. \text{ Тобто } |x_1 - x_2| = \left|1\frac{1}{5}\right| = 1\frac{1}{5}$$

і не залежить від a. Доведено.

1097. 1) $x^3 - 7x + 6 = 0$; $x^3 - x - 6x + 6 = 0$; $x(x^2 - 1) - 6(x - 1) = 0$;

$x(x - 1)(x + 1) - 6(x - 1) = 0$; $(x - 1)(x^2 + x - 6) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x-1=0, \\ x^2+x-6=0; \end{array}\right.$

$x = 1$ або $x^2 + x - 6 = 0.$

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1, \\ x_1x_2 = -6, \end{cases}$ звідки $\begin{array}{l} x_1 = -3, \\ x_2 = 2. \end{array}$

Корені рівняння: $\left[\begin{array}{l} x_1 = 1, \\ x_2 = 2, \\ x_3 = -3. \end{array}\right.$

2) $x^3 - 6x^2 + 5 = 0$; $x^3 - x^2 - 5x^2 + 5 = 0$; $x^2(x - 1) - 5(x^2 - 1) = 0$;

$x^2(x - 1) - 5(x - 1)(x + 1) = 0$; $(x - 1)(x^2 - 5x - 5) = 0$; $\left[\begin{array}{l} x-1=0, \\ x^2-5x-5=0; \end{array}\right.$

$x = 1$ або $x^2 - 5x - 5 = 0$; $D = 25 + 20 = 45$, $D > 0$;

$x_{1,2} = \dfrac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$. Корені рівняння: $\left[\begin{array}{l} x_1 = 1, \\ x_2 = \dfrac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$

3) $x^3 - 5x^2 + 6 = 0$; $x^3 + 6x^2 + x^2 + 6 = 0$; $(x^3 + x^2) - 6(x^2 - 1) = 0$;
$x^2(x - 1) - 6(x - 1)(x + 1) = 0$; $(x + 1)(x^2 - 6x + 6) = 0$;

$\left[\begin{array}{l} x+1=0,\ x=-1, \\ x^2-6x+6=0; \end{array}\right.$ $D = 36 - 24 = 12$; $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}.$

Отже, корені рівняння: $\begin{cases} x_1 = -1, \\ x_{2,3} = 3 \pm \sqrt{3}. \end{cases}$

4) $x^4 - 2x^3 - 3x^2 - 4x - 1 = 0$; $x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x^2 - 4x - 1 = 0$; $(x^4 - 2x^3 + x^2) + (4x^2 + 4x + 1) = (x^2 - x)^2 - (2x + 1)^2$. Тобто $(x^2 - x)^2 = (2x + 1)^2$.

$\begin{cases} x^2 - x = 2x + 1, \\ x^2 - x = -2x - 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0, \\ x^2 - x - 1 = 0. \end{cases}$ Тобто

$x^2 - 3x - 1 = 0$; $D = 9 + 4 = 13$; $x_1 = \dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$;

$x^2 + x + 1 = 0$; $D = 1 - 4 = -3$; $D < 0$; коренів немає.

Тобто корені рівняння: $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.

Відповідь: 1) 1; 2; –3; 2) 1; $\dfrac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$; 3) –1; $3 \pm \sqrt{3}$; 4) $\dfrac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$.

1098. 1) $(a^2 + a - 2)x = a - 1$; $x = \dfrac{a - 1}{(a + 2)(a - 1)}$; $x = \dfrac{1}{a + 2}$.

Тобто, якщо $a = 1$, то x — будь-яке число; якщо $a = -2$, то коренів немає; якщо $a \neq 1$, $a \neq -2$, то $x = \dfrac{1}{a + 2}$.

2) $\dfrac{x^2 - 5x + 4}{x - a} = 0$; $\dfrac{(x - 4)(x - 1)}{x - a} = 0$; $\begin{cases} x - 4 = 0, \\ x = 1, \\ x - a \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4, \\ x = 1, \\ x \neq a. \end{cases}$

Тобто якщо $a = 1$, то $x = 4$; якщо $a = 4$, то $x = 1$; якщо $a \neq -1$, $a \neq 4$, то $x_1 = 1$, $x_2 = 4$.

3) $\dfrac{x - a}{x^2 - 4x + 3} = 0$; $\dfrac{x - a}{(x - 3)(x - 1)} = 0$; $\begin{cases} x - a = 0, \\ x - 3 \neq 0, \\ x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, \\ x \neq 3, \\ x \neq 1. \end{cases}$

Тобто якщо $a = 1$ або $a = 3$, коренів немає; якщо $a \neq 1$і $a \neq 3$, то $x = a$.

4) $\dfrac{x^2 - (3a + 4)x + 12a}{(x - 3)} = 0$; $\begin{cases} x^2(3a + 4)x + 12a = 0, \\ x - 3 \neq 0, x \neq 3. \end{cases}$

$D = (3a + 4)^2 - 4 \cdot 12a = 9a^2 + 24a + 16 - 48a = (9a^2 - 24a + 16) = (3a - 4)^2$;

$x_1 = \dfrac{3a + 4 + 3a - 4}{2} = 3a$; $x_2 = \dfrac{3a + 4 - 3a - 4}{2} = 4$; $3a \neq 3 \Rightarrow a \neq 1$.

Якщо $a \neq 1$, то $x_1 = 3a$, $x_2 = 4$; якщо $a = 1$, то $x = 4$.

5) $\dfrac{a(x - a)}{(x + 7)} = 0$; $\begin{cases} a(x - a) = 0, \\ x + 7 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} a = 0, \\ x = a, \\ x \neq -7. \end{cases}$

Тобто якщо $a = 0$, то x — будь-яке число, крім $x \neq -7$; якщо $a = -7$, то коренів немає;
якщо $a \neq 0$ і $a \neq -7$, то $x = a$.

6) $\dfrac{a^2 - 1}{ax - 1} = \dfrac{x}{a}$; $\begin{cases} (ax - 1)x = a(a^2 - 1), \\ a \neq 0, \\ x \neq \dfrac{1}{a}; \end{cases}$ $ax^2 - x - a(a^2 - 1) = 0$;

$D = 1 - 4a^2 \cdot (a^2 - 1) = 4a^4 - 4a^2 + 1 = (2a^2 - 1)^2$, $D > 0$;

$x_1 = \dfrac{1 + 2a^2 - 1}{2a} = a$; $x_2 = \dfrac{1 + 2a^2 + 1}{2a} = \dfrac{2 - 2a^2}{2a} = \dfrac{1 - a^2}{a}$.

Тобто якщо $a = 1$ або $a = -1$, то $x = 0$; якщо $a \neq 0$, $a \neq \pm1$, то $x_1 = a$ і $x_2 = \frac{1-a^2}{a}$.

1099. $\frac{x^2+ax+9}{x+1} = 0$. Маємо: $\begin{cases} x^2+ax+9=0, \\ x+1 \neq 0; \end{cases}$ $x \neq -1$; $x^2 + ax + 9 = 0$; $D = a^2 - 36$, $D = 0$; $a^2 - 36 = 0$; $a^2 = 36$; $a_1 = 6$ або $a_2 = -6$. Звідки $x = \frac{-a}{2}$; $-\frac{a}{2} \neq -1$; $a \neq 2$. Якщо $a = 2$, коренів немає.

Якщо $a = 10$, то $\frac{x^2+10x+9}{x+1} = 0$; $\frac{(x+9)(x+1)}{x+1} = 0$;

$x = -9$ — один корінь. Тобто $a = \pm6$; $a = 10$. *Відповідь*: ±6; 10.

1100. $\frac{38}{x^4-x^2+20x-100} + \frac{x+10}{x^2-x+10} = \frac{x+10}{x^2+x-10}$. Врахуємо, що

Маємо: $\frac{38}{(x^2-x+10)(x^2+x-10)} = \frac{x+10}{x^2+x-10} - \frac{x+10}{x^2-x+10}$;

$\frac{38}{(x^2-x+10)(x^2+x-10)} = \frac{(x+10)(x^2-x+10-x^2-x+10)}{(x^2+x-10)(x^2-x+10)}$;

$\begin{cases} 38=(x+10)(20-2x), \\ x^2-x+10 \neq 0, \\ x^2+x-10 \neq 0; \end{cases}$ $(x + 10)(10 - x) = 9$; $100 - x^2 = 19$; $x^2 = 81$; $x = \pm9$.

Відповідь: ±9.

1101. За умовою $4x^2 + 36x + (a + b)$, що $a - b = 3$.

$4x^2 + 36x + (a + b) = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 9 + (a + b)$, то маємо:

$\begin{cases} \sqrt{a+b}=9, \\ a-b=3, \end{cases}$ звідки $\begin{cases} a+b=81, \\ a-b=3, \end{cases}$ $\overline{2a=84;}$ $a=42,$ то $b = 81 - a$; $b = 81 - 42$; $b = 39$.

Відповідь: $a = 42$; $b = 39$.

1102. 1) $\left(\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2x}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+5x+6}\right)^2 \cdot \frac{(x-3)^2+12x}{2} =$

$\left(\frac{1}{(x+2)(x+1)} + \frac{2x}{(x+3)(x+1)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}\right)^2 \cdot \frac{x^2-6x+9+12x}{2} =$

$= \frac{(2x+4+2x^2+4x)^2 \cdot (x+3)^2}{(x+2)^2(x+1)^2 4(x+3)^2 \cdot 2} = \frac{(2x^2+6x+4)^2}{(x+2)^2(x+1)^2 \cdot 2} =$

$= \frac{{}^2 4 \cdot (x^2+3x+2)^2}{(x+2)^2(x+1)^2 \cdot 2} = \frac{2(x+2)^2(x+1)^2}{(x+2)^2(x+1)^2} = 2.$

2) $\frac{3a^2+2ab-b^2}{a^2+4ab+3b^2} - 2 + \frac{10(ab-3b^2)}{a^2-9b^2} = \frac{3a^2+2ab-b^2}{(a+3b)(a+b)} + \frac{10b(a-3b)}{(a-3b)(a+3b)} - 2 =$

$= \left| \begin{array}{l} 3a^2+2ab-b^2=0;\ D=4b^2+12b^2=16b^2=(4b)^2; \\ a_1 = \frac{-2b+4b}{3} = \frac{2}{3}b;\ a_2 = \frac{-2b-4b}{3} = -2b; \end{array} \right| =$

$= \frac{3\left(a-\frac{2}{3}b\right)(a+2b)}{(a+3b)(a+b)} + \frac{10b}{(a+3b)} - 2 = \frac{(3a-b)(a+2b)}{(a+3b)(a+b)} + \frac{10b(a+b)}{(a+3b)(a+b)} -$

$$-\frac{2(a+3b)(a+b)}{(a+3b)(a+b)}=\frac{3a^2+2ab-b^2+10ab+10b^2-2a^2-2ab-6ab-6b^2}{(a+3b)(a+b)}=$$

$$=\frac{a^2+4ab+3b^2}{(a+3b)(a+b)}=\frac{(a+3b)(a+b)}{(a+3b)(a+b)}=1.$$

Відповідь: 1) 2; 2) 1.

1103. 1) $\frac{x^2+1}{a^2x-2a}-\frac{1}{2-ax}=\frac{x}{a}$; $\frac{x^2+1}{a(ax-2)}-\frac{a}{(ax-2)a}=\frac{x(ax-2)}{a(ax-2)}$;

$\frac{x^2+1+a}{a(ax-2)}=\frac{ax^2-2x}{a(ax-2)}$; $\begin{cases}x^2+1+a=ax^2-2x,\\ a\neq 0,\\ ax-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2(1-a)+2x+(1+a)=0,\\ (1-a)x^2+2x+(1+a)=0,\\ a\neq 0,\\ x\neq \frac{2}{a}.\end{cases}$

Якщо $a=1$, то $2x+2=0$, $x=-1$. Якщо $a=-2$, то $x=\frac{1}{3}$.

$D=1-(1-a)(1+a)=1-1+a^2=a^2$; $x_1=\frac{-1+a}{1-a}=-1$; $x_2=\frac{-1-a}{1-a}=\frac{a+1}{a-1}$.

Якщо $a\neq 0$, $a\neq 1$, $a\neq -2$, то $x_1=\frac{a+1}{a-1}$; $x_2=-1$.

2) $\frac{x+2}{3x-a}+\frac{3-x}{3x^2+2xa-a^2}=\frac{3x+2a}{x+a}$. Врахуємо, що $3x^2+2xa-a^2=0$;

$D=a^2+3a^2=4a^2=(2a)^2$, $D>0$; $x_1=\frac{-a+2a}{3}=\frac{a}{3}$; $x_2=\frac{-a-2a}{3}=-a$,

тобто маємо: $3x^2+2xa-a^2=3\left(x-\frac{a}{3}\right)(x+a)=(3x-a)(x+a)$.

Звідки маємо: $\frac{x+2}{3x-a}+\frac{3-x}{(3x-a)(x+a)}-\frac{3x+2}{x+a}=0$;

$$\frac{(x+2)(x+a)+3-x-(3x+2)(3x-a)}{(3x-a)(x+a)}=0;$$

$$\begin{cases}x^2+ax+2x+2a+3-x-9x^2+3ax-6x+2a=0,\\ 3x-a\neq 0,\\ x+a\neq 0;\end{cases}$$

$$\begin{cases}-8x^2+4ax-5x+4a+3=0,\\ x\neq\frac{a}{3},\\ x\neq -a;\end{cases}\qquad 8x^2-(4a+5)x-(4a+3)=0;$$

$D=(4a-5)^2+32\cdot(4a+3)=16a^2-40a+25+128a+96=$
$=16a^2+88a+121=(4a+11)^2$, $D>0$;

$x_1=\frac{4a-5+4a+11}{16}=\frac{8a+6}{16}=\frac{4a+3}{8}$; $x_2=\frac{4a-5-4a-11}{16}=-1$.

Маємо: $\frac{4a+3}{8}=\frac{a}{3}$; $12a+9=8a$; $4a=-9$; $a=-\frac{9}{4}$;

$\frac{4a+3}{8}=-a$; $4a+3=-8a$; $12a=-3$; $a=-\frac{1}{4}$.

Тобто якщо $a=-\frac{9}{4}$ або $a=-\frac{1}{4}$, то $x=-1$.

Якщо $a = -3$, то $x = -\frac{9}{8}$. Якщо $a = -1$, то $x = \frac{7}{8}$.

Якщо $a \neq -3$, $a \neq -\frac{9}{4}$; $a \neq -\frac{1}{4}$; $a \neq 1$, то $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{4a+3}{8}$.

1104. 1) $\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+6}{x+2} + \frac{x-6}{x-2}$;

$\frac{(x-3)(x+1)+(x+3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+6)(x-2)+(x-6)(x+2)}{(x+2)(x-2)}$;

$\frac{x^2 - \cancel{2x} - 3 + x^2 + \cancel{2x} - 3}{x^2 - 1} = \frac{x^2 + \cancel{4x} - 12 + x^2 - \cancel{4x} - 12}{x^2 - 4}$; $\frac{2x^2 - 6}{x^2 - 1} = \frac{2x^2 - 24}{x^2 - 4}$;

$\frac{x^2 - 3}{x^2 - 1} = \frac{x^2 - 12}{x^2 - 4}$; $\begin{cases} (x^2-3)(x^2-4) = (x^2-1)(x^2-12), \\ x \neq \pm 1, \\ x \neq \pm 2. \end{cases}$

Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$. $(t-3)(t-4) = (t-1)(t-12)$;

$\cancel{t^2} - 4t - 3t + \cancel{12} = \cancel{t^2} - 12t - t + \cancel{12}$; $-7t + 13t = 0$; $6t = 0$; $t = 0$.

Обернена заміна: $x^2 = 0$; $x = 0$. Корінь рівняння: 0.

2) $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x+2}{x+1} + \frac{28}{15} = \frac{x-4}{x-3} + \frac{x+4}{x+3}$;

$\frac{(x-2)(x+1)+(x+2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{28}{15} = \frac{(x-4)(x+3)+(x+4)(x-3)}{(x-3)(x+3)}$;

$\frac{x^2 - \cancel{x} - 2 + x^2 + \cancel{x} - 2}{x^2 - 1} + \frac{28}{15} = \frac{x^2 - x - 12 + x^2 + x - 12}{x^2 - 9}$;

$\frac{2x^2 - 4}{x^2 - 1} + \frac{28}{15} = \frac{2x^2 - 24}{x^2 - 9}$; $\frac{x^2 - 2}{x^2 - 1} + \frac{14}{15} = \frac{x^2 - 12}{x^2 - 9}$.

Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$.

$\frac{t-2}{t-1} + \frac{14}{15} = \frac{t-12}{t-9}$; $\frac{15(t-2)(t-9)+14(t-1)(t-9)-15(t-12)(t-1)}{15(t-1)(t-9)} = 0$;

$\begin{cases} 15t^2 - 135t - 30t + 270 + 14t^2 - 126t - 14t + \\ +126 - 15t^2 + 15t + 180t - 180 = 0, \\ t \neq 1, \\ t \neq 9; \end{cases}$ $14t^2 - 110t + 216 = 0 \mid : 2$;

$7t^2 - 55t + 108 = 0$; $D = (-55)^2 - 4 \cdot 7 \cdot 108 = 3025 - 3024 = 1$, $D > 0$;

$t_1 = \frac{55+1}{14} = \frac{56}{14} = 4$; $t_2 = \frac{55-1}{14} = \frac{54}{14} = \frac{27}{7}$.

Обернена заміна: $x^2 = 0$, то $x_1 = 2$ і $x_2 = -2$; $x^2 = \frac{27}{7}$, то $x = \pm\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \pm\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

Відповідь: ± 2; $\pm\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \pm\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

1105. 1) $\sqrt{x-5} = x - 11$; $\begin{cases} x \geq 5, \\ x \geq 11; \end{cases}$ $x \in [11; +\mu)$; $x - 5 = x^2 - 22x + 121$;

$x^2 - 23x + 126 = 0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 23, & x_1 = 9, \\ x_1 x_2 = 126; & x_2 = 14. \end{cases}$ $x = 9$ — не є розв'язком рівняння. Отже, корінь рівняння $x = 14$.

2) $\sqrt{x^2 + 20} = 22 - x^2$; $x^2 + 20 = 484 - 44x^2 + x^4$; $x^4 - 45x^2 + 464 = 0$.

Заміна: $x^2 = t$, $t \geq 0$.

$t^2 - 45t + 464 = 0$. За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 45, \\ t_1 t_2 = 464, \end{cases}$ звідки $\begin{matrix} t_1 = 16, \\ t_2 = 29. \end{matrix}$

Обернена заміна: $\begin{cases} x^2 = 16, \\ x^2 = 29; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 4, \\ x = \pm\sqrt{29}; \end{cases}$ $x = \pm\sqrt{29}$ — не є розв'язком рівняння, так як $22 - 29 = -7$. *Відповідь*: 1) 14; 2) ±4.

1106. 1) $|2x^2 + 4x - 5| = |x^2 + x|$; $\begin{cases} 2x^2 + 4x - 5 = x^2 + x, \\ 2x^2 + 4x - 5 = -x^2 - x; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + 3x - 5 = 0, \\ 3x^2 + 5x - 5 = 0; \end{cases}$

$x^2 + 3x - 5 = 0$; $D = 9 + 20 = 29$; $x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$;

$3x^2 + 5x - 5 = 0$; $D = 25 + 60 = 85$; $x_{1,2} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{85}}{6}$.

Відповідь: $\dfrac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$; $\dfrac{-5 \pm \sqrt{85}}{6}$.

2) $3x^2 - 4 = 5|x - 1|$. Якщо $x \le 1$, то $3x^2 - 4 = -5(x - 1)$; $3x^2 - 4 = -5x + 5$; $3x^2 + 5x - 9 = 0$;

$D = 25 + 12 \cdot 9 = 25 + 108 = 133$, $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{133}}{6}$; $x_1 = \dfrac{-5 - \sqrt{133}}{6}$;

$x_2 = \dfrac{-5 + \sqrt{133}}{6}$ — не є розв'язком рівняння.

Якщо $x > 1$, то $3x^2 - 4 = 5(x - 1)$; $3x^2 - 4 - 5x + 5 = 0$; $3x^2 - 5x + 1 = 0$;

$S = 25 - 12 = 13$; $D > 0$; $x_{1,2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$; $x_1 = \dfrac{5 + \sqrt{13}}{6}$; $x_2 = \dfrac{5 - \sqrt{13}}{6}$ — не є розв'язком рівняння.

Відповідь: 1) $\dfrac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$; $\dfrac{-5 \pm \sqrt{85}}{6}$; 20 $\dfrac{-5 - \sqrt{133}}{6}$; $\dfrac{5 + \sqrt{13}}{6}$.

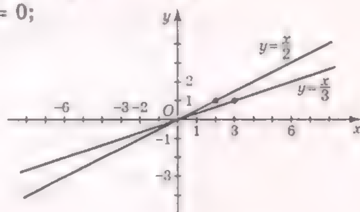
1107. $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$; $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$;

$D = 25y^2 - 24y^2 = y^2$;

$x_1 = \dfrac{5y + y}{2} = 3y$; $x_2 = \dfrac{5y - y}{2} = 2y$.

Тобто маємо: $(x - 3y)(x - 2y) = 0$;

$\begin{cases} x - 3y = 0, \\ x - 2y = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{x}{3}, \\ y = \dfrac{x}{2}. \end{cases}$



Тобто будуємо дві прямі: $y = \dfrac{x}{3}$, якщо $x = 3$, то $y = 1$; $y = \dfrac{x}{2}$, якщо $x = 2$, то $y = 1$. *Відповідь*: (0; 0).

2) $\left(\dfrac{5x-6}{2-7x}\right)^2 + \left(\dfrac{7x-2}{5x-6}\right)^2 = 4,25$; $\left(\dfrac{5x-6}{2-7x}\right)^2 + \left(\dfrac{2-7x}{5x-6}\right)^2 = 4\dfrac{1}{4}$.

Заміна: $\left(\dfrac{5x-6}{2-7x}\right)^2 = t$, $t \ge 0$.

$t + \dfrac{1}{t} = \dfrac{17}{4} \Big| \cdot (4t)$; $4t^2 - 17t + 4 = 0$; $D = (-17)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 4 = 289 - 64 = 225 = 15^2$;

$t_1 = \dfrac{17 + 15}{8} = \dfrac{32}{8} = 4$; $t_2 = \dfrac{17 - 15}{8} = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$.

Обернена заміна: $\begin{cases} \left(\dfrac{5x-6}{2-7x}\right)^2 = 4, \\ \left(\dfrac{5x-6}{2-7x}\right)^2 = \dfrac{1}{4}, \\ x \neq \dfrac{2}{7}, \\ x \neq \dfrac{6}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5x-6}{2-7x} = 2, \\ \dfrac{5x-6}{2-7x} = -2, \\ \dfrac{5x-6}{2-7x} = \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{5x-6}{2-7x} = -\dfrac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 5x-6=4-14x, \\ 5x-6=-4+14x, \\ 10x-12=2-7x, \\ 10x-12=-2+7x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19x=10, \\ 9x=-2, \\ 17x=14, \\ 3x=10; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{10}{19}, \\ x=-\dfrac{2}{9}, \\ x=\dfrac{14}{17}, \\ x=3\dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

1108. 1) $\left(\dfrac{2x+1}{3x-4}\right)^2 + \left(\dfrac{3x-4}{2x+1}\right)^2 = 2.$ Нехай $\left(\dfrac{2x+1}{3x-4}\right)^2 = t,\ t \geq 0,$ то $\left(\dfrac{3x-4}{2x+1}\right)^2 = \dfrac{1}{t}.$

Маємо рівняння: $t + \dfrac{1}{t} = 2 \,|\cdot t;\ t^2 - 2t + 1 = 0;\ (t-1)^2 = 0;\ t - 1 = 0;\ t = 1.$

Обернена заміна:

$$\left(\dfrac{2x+1}{3x-4}\right)^2 = 1; \quad \begin{cases} \dfrac{2x+1}{3x-4} = 1, \\ \dfrac{3x-4}{2x+1} = -1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=3x-4, \\ 2x+1=-3x+4, \\ x \neq \dfrac{4}{3}, \\ x \neq -\dfrac{1}{2}; \end{cases} \begin{cases} x=5, \\ x=\dfrac{3}{5}, \\ x \neq \dfrac{4}{3}, \\ x \neq -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Отже, корені рівняння: $x_1 = 5;\ x_2 = \dfrac{3}{5} = 0,6.$

3) $7\left(x - \dfrac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \dfrac{1}{x^2}\right) = 9.$

Заміна: $\left(x + \dfrac{1}{x}\right) = t;\quad x^2 + 2 + \dfrac{1}{x^2} = t^2;\quad x^2 + \dfrac{1}{x^2} = t^2 - 2.$

Тобто маємо: $7t - 2(t^2 - 2) - 9 = 0;\ 7t - 2t^2 + 4 - 9 = 0;\ 2t^2 - 7t + 5 = 0;$

$D = 49 - 40 = 9 = 3^2;\ t_1 = \dfrac{7+3}{4} = \dfrac{10}{4} = \dfrac{5}{2};\quad t_2 = \dfrac{7-3}{4} = \dfrac{4}{4} = 1.$

Обернена заміна: $\begin{cases} x + \dfrac{1}{x} = \dfrac{5}{2} & |\cdot(2x) \\ x + \dfrac{1}{x} = 1 & |\cdot(x) \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 + 2 = 5x, \\ x^2 + 1 = x; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0, \\ x^2 - x + 1 = 0; \end{cases}$

$x^2 - 5x + 2 = 0;\ D = 25 - 16 = 9;\ x_1 = \dfrac{5+3}{4} = 2;\quad x_2 = \dfrac{5-3}{4} = \dfrac{1}{2};$

$x^2 - x + 1 = 0;\ D = 1 - 4 = -3,\ D < 0,$ коренів немає.

Отже, корені рівняння: $\dfrac{1}{2};\ 2.$

4) $3\left(\frac{4}{x^2}+\frac{x^2}{9}\right)+4\left(\frac{x}{3}-\frac{2}{x}\right)+8=0.$

Заміна: $\frac{x}{3}-\frac{2}{x}=t;\quad \left(\frac{x}{3}-\frac{2}{x}\right)^2=t^2;\quad \frac{x^2}{9}+\frac{4}{x^2}-\frac{4}{3}=t^2;\quad \frac{x^2}{9}+\frac{4}{x^2}=t^2+\frac{4}{3}.$

Отже, маємо: $3\left(t^2+\frac{4}{3}\right)+4t+8=0;\ 3t^2+4+4t+8=0;\ 3t^2+4t+12=0;$

$D=16-12\cdot 12=16-144=-128;\ D<0,$ коренів немає.

Відповідь: 1) 5; 0,6; 2) $1\frac{1}{9};\ -\frac{2}{9};\ \frac{14}{17};\ 3\frac{1}{3};$ 3) $\frac{1}{2};$ 2; 4) коренів немає.

Завдання для перевірки знань за курс алгебри

1. 1) $\frac{3m-4}{a}+\frac{4}{a}=\frac{3m-4+4}{a}=\frac{3m}{a};$ 2) $\frac{2}{b}:\frac{6}{b^2}=\frac{2\cdot b^2}{b\cdot 6_3}=\frac{b}{3}.$

Відповідь: 1) $\frac{3m}{a}$; 2) $\frac{b}{3}$.

2. 1) $a^{-7}:a^{-3}=a^{-7-(-3)}=a^{-7+3}=a^{-4};$ 2) $(a^{-2})^5=a^{-10}$. *Відповідь*: 1) a^{-4}; 2) a^{-10}.

3. $y(3)=\sqrt{9}=3;\quad y(36)=\sqrt{36}=6.$ *Відповідь*: 3; 6.

4. 1) $\sqrt{2\frac{7}{9}}+10\sqrt{0,16}=\sqrt{\frac{25}{9}}+10\cdot 0,4=\frac{5}{3}+4=1\frac{2}{3}+4=5\frac{2}{3};$

2) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{0,5}+\left(-\sqrt{7}\right)^2=\sqrt{2,5}+7=\sqrt{1}+7=1+7=8.$

Відповідь: 1) $5\frac{2}{3}$; 2) 8.

5. $-\frac{5}{7}a^{-2}b^{7}\cdot 2\frac{1}{10}a^{-5}b^{-5}=\frac{5\cdot 21^{3}}{7\cdot 10^{2}}a^{-5}b^{2}=\frac{3}{2}a^{-5}b^{2}.$ *Відповідь*: $\frac{3}{2}a^{-3}b^{2}$.

6. 1) $2x^2+13x+6=0;\ D=13^2-4\cdot 2\cdot 6=169-48=121=11^2;$

$x_1=\frac{-13+11}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2};\quad x_2=\frac{-13-11}{4}=-\frac{24}{4}=-6.$ *Відповідь*: $-\frac{1}{2}$; -6.

2) $\frac{x^2}{x-1}=\frac{3x-2}{x-1};\ \begin{cases}x^2=3x-2,\\ x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-3x+2=0,\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2,\\ x=1,\\ x\neq 1;\end{cases}\ x^2-3x+2=0.$

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}x_1+x_2=3,\\ x_1x_2=2,\end{cases}$ звідки $\begin{matrix}x_1=2,\\ x_2=1.\end{matrix}$ *Відповідь*: 2.

7. $\frac{2x}{x-4}-\frac{x+3}{3x-12}\cdot\frac{96}{x^2+3x}=\frac{2x}{x-4}-\frac{(x+3)\cdot 96^{32}}{3(x-4)x(x+3)}=\frac{2x^{\cdot x}}{x-4}-\frac{32}{x(x-4)}=$

$=\frac{2x^2-32}{x(x-4)}=\frac{2(x^2-16)}{x(x-4)}=\frac{2(x-4)(x+4)}{x(x-4)}=\frac{2(x+4)}{x}.$

8. Нехай x км/год — власна швидкість човна.

	v, км/год	s, км	t, год	
за течією	$x+3$	36	$\frac{36}{x+3}$	На весь шлях витратив 5 год.
проти течії	$x-3$	36	$\frac{36}{x-3}$	

Маємо рівняння: $\frac{36}{x+3}-\frac{36}{x-3}=5$; $\frac{36(x-3)+36(x+3)-5(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-3)}=0$;

$\frac{36(x-\not{3}+x+\not{3})-5(x^2-9)}{(x+3)(x-3)}=0$; $\frac{36\cdot 2x-5x^2+45}{(x+3)(x-3)}=0$;

$\begin{cases}-5x^2+72x+45=0,\\ x+3\neq 0,\\ x-3\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5x^2-72x-45=0,\\ x\neq \pm 3.\end{cases}$

$5x^2-72x-45=0$; $D=(-72)^2+4\cdot 5\cdot 45=5184+900=6084=78^2$;

$x_1=\frac{72+78}{10}=\frac{50}{10}=15$; $x_2=\frac{72-78}{10}=-\frac{6}{10}=-0,6$ — не є розв'язком задачі.

Тобто маємо: власна швидкість човна — 15 км/год.

Відповідь: 15 км/год.

9. $y=\frac{8x-32}{4x-x^2}$. Спростимо вираз:

$\frac{8x-32}{4x-x^2}=\frac{8(x-4)}{-x(x-4)}=-\frac{8}{x}$.

Маємо: $y=-\frac{8}{x}$,

$4x-x^2\neq 0$; $x(4-x)\neq 0$;

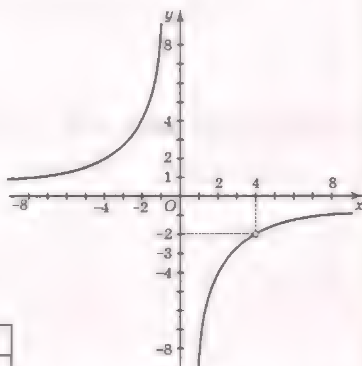
$x\neq 0$ і $x\neq 4$.

Графіком є гіпербола $y=-\frac{8}{x}$,

$x\neq 0$, $x\neq 4$. $k=-8$, $k<0$,

знаходиться у II і IV чвертях.

x	−8	−4	−2	−1	1	2	4	8
y	1	2	4	8	−8	−4	−2	−1



10. $(x^2+4x)(x^2+4x+3)=10$. Введемо заміну: $x^2+4x=t$. Маємо рівняння: $t(t+3)=10$; $t^2+3t-10=0$.

За теоремою Вієта маємо: $\begin{cases}t_1+t_2=-3,\\ t_1t_2=-10.\end{cases}$ Звідки $\begin{matrix}t_1=-5,\\ t_2=2.\end{matrix}$

Обернена заміна: $\left[\begin{matrix}x^2+4x=-5,\\ x^2+4x=2;\end{matrix}\right.$ $\left[\begin{matrix}x^2+4x+5=0,\\ x^2+4x-2=0;\end{matrix}\right.$

$x^2+4x+5=0$; $D=16-4\cdot 5=16-20=-4$; $D>0$, коренів немає.

$x^2+4x-2=0$; $D=4^2+4\cdot 2-16+8=24$; $x_1=\frac{-4+\sqrt{24}}{2}=\frac{-4+2\sqrt{6}}{2}=-2+\sqrt{6}$;

$x_2=\frac{-4-\sqrt{24}}{2}=\frac{-4-2\sqrt{6}}{2}=-2-\sqrt{6}$.

Відповідь: $-2\pm\sqrt{6}$.

11. $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{11}-\sqrt{7}}{\sqrt{11}+\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{11}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2}{(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})}=$

$\frac{11+2\sqrt{11}\cdot\sqrt{7}+7+11-2\sqrt{11}\cdot\sqrt{7}+7}{(\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2}=\frac{22+14}{11-7}=\frac{36}{4}=9$.

Значення виразу дорівнює 9, тобто натуральному числу. Доведено.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

АЛГЕБРА

Бевз Г. П., Бевз В. Г.

7. а) $2^8 : 2^4 = 2^{8-4} = 2^4 = 16$; б) $\left(1\frac{1}{2}\right)^5 : \left(1\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 : \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-4} = \frac{3}{2} = 1,5$;

в) $3,75^8 : 3,75^7 = 3,75^{8-7} = 3,75$; г) $3^{10} : 9 = 3^{10} : 3^2 = 3^{10-2} = 3^8 = 6561$;

ґ) $\left(-\frac{2}{3}\right)^6 : \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{6-4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$; д) $\left(\frac{3}{5}\right)^7 : \frac{81}{625} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 : \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$.

8. а) $0,6^9 : 0,6^6 = 0,6^{9-6} = 0,6^3 = 0,216$; б) $(-0,2)^{10} : (-0,2)^7 = (-0,2)^{10-7} = (-0,2)^3 = -0,008$;

в) $3,3^{11} : 3,3^9 = 3,3^2 = 10,89$; г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^5 : \left(1\frac{1}{3}\right)^4 = \left(1\frac{1}{3}\right)^{5-4} = \left(1\frac{1}{3}\right)^1 = 1\frac{1}{3}$;

ґ) $(-875)^7 : (-875)^6 = (-875)^{7-6} = -875$; д) $\left(-\frac{2}{5}\right)^8 : \left(-\frac{2}{5}\right)^5 = \left(-\frac{2}{5}\right)^{8-5} = \left(-\frac{2}{5}\right)^3 = -\frac{8}{125}$;

9. а) $5^4 : 5^2 - 2^5 = 5^2 - 32 = 25 - 32 = -7$;

б) $(-2)^5 : (-2)^2 + 2^3 = (-2)^3 + 2^3 = -8 + 8 = 0$; в) $1 + 3^7 : 3^5 = 1 + 3^2 = 1 + 9 = 10$;

г) $100 + 19^3 : 19^3 = 100 + 19^0 = 100 + 1 = 101$;

ґ) $2^3 \cdot 2 - 3^2 : 3 = 8 \cdot 2 - 9 : 3 = 16 - 3 = 13$; д) $0^4 : 4^0 - 44^0 = 0 : 1 - 1 = 0 - 1 = -1$.

10. а) $x^8 : x^3 = x^{8-3} = x^5$; б) $m^{10} : m^4 = m^{10-4} = m^6$; в) $n^5 : n = n^{5-1} = n^4$;

г) $p^{12} : p = p^{12-1} = p^{11}$; ґ) $x^{10} : x^9 = x^{10-9} = x$; д) $c^5 : c^5 = c^{5-5} = c^0 = 1$.

11. а) $(3x)^{20} : (3x)^{16} = (3x)^4 = 81x^4$; б) $(2y)^{34} : (2y)^{29} = (2y)^5 = 32y^5$;

в) $(-5a)^{17} : (-5a)^{14} = (-5a)^3 = -125a^3$; г) $(10m^2)^{23} : (10m^2)^{19} = (10m^2)^4 = 10\,000m^8$.

12. а) $(x+4)^8 : (x+4)^6 = (x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$;

б) $(6-2a)^9 : (6-2a)^8 = (6-2a)^{9-8} = 6 - 2a$;

в) $(3b-2)^{12} : (2-3b)^2 = (3b-2)^{12} : (3b-2)^2 = (3b-2)^{10}$;

г) $(x-y)^{10} : (y-x)^5 = (y-x)^{10} : (y-x)^5 = (y-x)^{10-5} = (y-x)^5$.

13. а) $18a^4x : 9a = 2a^3x$; б) $-9a^2cx^4 : (-3ax^2) = 3acx^2$;

в) $20x^4y^3z^2 : 4x^2y = 5x^2y^2z^2$; г) $-15a^5b^2c : (-5a^3c) = 3a^2b^2$.

14. а) $12x^4y^3 : 3xy^2 = 4x^3y$; б) $16x^2y^2 : 8x^2y = 2y$;

в) $9a^3b^2 : (-3a^2b) = -3ab$; г) $-18m^6n^3 : 3mn^2 = -6m^5n$.

15. а) $3a^5 : a^2 = 3a^3$; б) $6m^8 : 3m^3 = 2m^5$; в) $2a^{10} : 2a = a^9$; г) $\frac{2}{3}a^2z^3 : \frac{1}{3}az^3 = 2az^0 = 2a$;

ґ) $0,8x^2yz : 0,2xy = 4xz$; д) $-2\frac{1}{5}abcx : 2,2ax = -2\frac{1}{5}abcx : 2\frac{1}{5}ax = -bc$.

16. а) $(3^5 - 7)^0 = 1$; б) $17^0 + 15 = 1 + 15 = 16$; в) $(8^0 - 2) \cdot (2,5^7 - 3)^0 = (1 - 2) \cdot 1 = -1$;

г) $9^{10} : 9^8 \cdot (3^2 - 10)^0 = 9^2 \cdot 1 = 81$; ґ) $6^4 : 6^3 - (5 : 125)^0 = 6^1 - 1 = 6 - 1 = 5$;

д) $(143 + 341)^0 - 1^{43} = 1 - 1 = 0$.

17. 1) $16^0 + 4 = 1 + 4 = 5$; б) $(128 - 8^2)^0 = 1$; в) $(7^0 - 12) \cdot (3 + 14^0) = -11 \cdot 4 = -44$;

г) $(2^6 - 14)^0 + (5^2 - 13 \cdot 2)^3 = 1 + (25 - 26)^3 = 1 + (-1)^3 = 1 - 1 = 0$.

18. $27^6 : 2,7^6 = 27^6 : (27 : 10)^6 = \frac{27^6}{27^6 : 10^6} = 10^6 = 1\,000\,000$.

$\left[\text{Інакше: } \frac{27^6}{2,7^6} = \left(\frac{27}{2,7}\right)^6 = 10^6 = 1\,000\,000\right]$.

19. Вираз.

20. а) $-36a^8 : 9a^5 = -4a^3$. При $a = 7$ маємо: $-4 \cdot (7^3) = -1372$;

б) $x^9 : 0,5x^3 = 2x^6$. При $x = \frac{1}{2}$ маємо: $2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32} = 0,03125$;

в) $0,03x^{16}y^8 : 10x^{10}y^5 = 0,003x^6y^3$.

При $x = 2$ і $y = 10$ маємо: $0,003 \cdot 2^6 \cdot 10^3 = 3 \cdot 64 = 192$.

21. а) $12m^5 : 6m^3 = 2m^2$. Якщо $m = -5$, то $2 \cdot (-5)^2 = 2 \cdot 25 = 50$;

б) $x^4 : 2x^3 = 0,5x$. Якщо $x = 0,8$ то $0,5 \cdot 0,8 = 0,4$;

в) $0{,}01a^3b^7 : 4a^2b^4 = 0{,}0025ab^3$.

Якщо $a = 1000$, $b = 3$, то $0{,}0025 \cdot 1000 \cdot 3^3 = 2{,}5 \cdot 27 = 67{,}5$.

22. а) $4^5 : 16 + (7{,}6 - 11{,}6)^3 = 4^5 : 4^2 + (-4)^3 = 4^3 - 4^3 = 0$;

б) $6^8 : 36 - 6^7 : 6^4 = 6^8 : 6^2 - 6^3 = 6^6 - 6^3 = 6^3 \cdot (6^3 - 1) = 216 \cdot 215 = 46\ 440$;

в) $\left(4 - 3\frac{1}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$;

г) $\left(\frac{7}{8}\right)^{12} : \left(2\frac{1}{8} - 1\frac{1}{4}\right)^{10} = \left(\frac{7}{8}\right)^{12} : \left(\frac{7}{8}\right)^{10} = \left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$;

ґ) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 : 0{,}5^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^6 : \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

д) $0{,}25^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right) + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 =$

$= \frac{1}{16}(1 + 15) = \frac{1}{16} \cdot 16 = 1$.

23. а) $6a^2x^5 : 3ax^3 = 2ax^2$, на $2ax^2$; б) $12a^5x^7 : 3ax^3 = 4a^4x^4$, на $4a^4x^4$;

в) $-a^6x^3 : 3ax^3 = -\frac{1}{3}a^5$, на $-\frac{1}{3}a^5$.

24. а) $a^3x^5 : a^2x^4 = ax$; б) $n^7x^3 : n^5x^2 = n^2x$; в) $x^6m : x^5m = x$; г) $ab^2c^3 : abc = bc^2$;

ґ) $6ac^3 : 2ac^2 = 3c$; д) $10ax^7 : 5ax^5 = 2x^2$; е) $24c^5x^6 : 8c^4x = 3cx^5$;

є) $20m^2x^7 : 4mx^5 = 5mx^2$.

25. а) $-2{,}5a^2x^3 : 0{,}5ax = -5ax^2$; б) $-3{,}2c^5x^4 : 0{,}4cx^4 = -8c^4$; в) $6a^3xz^2 : (-3az) = -2a^2xz$;

г) $16n^5xy^4 : (-4nx) = -4n^4y^4$; ґ) $\frac{3}{5}abx^5 : \frac{1}{5}ax^4 = 3bx$; д) $\frac{3}{7}a^2x^3y^4 : \frac{1}{14}ax^3y = 6ay^3$.

26. а) $7(x-7)^5 : (x-7)^4 = 7(x-7) = 7x - 49$; б) $(3 + 2{,}5x)^{10} : (3 + 2{,}5x)^9 = 3 + 2{,}5x$;

в) $ac(a-2c)^7 : (a-2c)^5 = ac(a-2c)^2$; г) $(1 + 2ax^2)^{15} : (2ax^2 + 1)^{13} = (2ax^2 + 1)^2$;

ґ) $2{,}5a^2(x+2)^4 : (x+2)^3 = 2{,}5a^2(x+2)$; д) $2a^6(2a+3)^8 : (2a+3)^6 = 2a^6(2a+3)^2$.

27. а) $(4-x)^5 : (4-x)^3 + 8(x-2) = (4-x)^2 + 8(x-2) = 16 - 8x + x^2 + 8x - 16 = x^2$;

б) $4a(a+3) - (2a+3)^{10} : (2a+3)^8 = 4a^2 + 12a - (2a+3)^2 =$

$= 4a^2 + 12a - 4a^2 - 12a - 9 = -9$;

в) $(x+1)^7 : (x+1)^4 - 3x(x+1) = (x+1)^3 - 3x(x+1) = (x+1)((x+1)^2 - 3x) =$

$= (x+1)(x^2 + 2x + 1 - 3x) = (x+1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1$;

г) $6a(2-a) - (a-2)^{11} : (a-2)^8 = -6a(a-2) - (a-2)^3 =$

$= -6a^2 + 12a - a^3 + 6a^2 - 12a + 8 = -a^3 + 8 = 8 - a^3$.

28. а) $x^8 : x^5 = -1$; $x^3 = -1$; $x = -1$; б) $4x^5 : 2x^4 = 6$; $2x = 6$; $x = 3$;

в) $(z-3)^7 : (z-3)^6 = 5$; $z - 3 = 5$; $z = 8$;

г) $(x-2)^5 : (x-2)^2 = -1$; $(x-2)^3 = -1$; $x - 2 = -1$; $x = -1 + 2$; $x = 1$.

29. а) $* : (-5x^8) = 4x^2$; $* = 4x^2 \cdot (-5x^8)$; $* = -20x^{10}$;

б) $* : 3n^5 = 12n^5$; $* = 12n^5 \cdot 3n^5$; $* = 36n^{10}$;

в) $0{,}6a^4 : * = 0{,}2$; $0{,}6a^4 : 0{,}2 = *$; $3a^4 = *$;

г) $* = -x^{11} : 5x^3$; $* = -0{,}2x^8$; ґ) $* = -8n \cdot \frac{1}{2}m^2n^6$; $* = -4n^7m^2$;

д) $\frac{3}{4}x^{12}y^3 : \frac{1}{2}xy^2 = *$; $1{,}5x^{11}y = *$.

30. а) $\frac{1}{3}m^3n^2p^2 : \left(-\frac{2}{3}m^2n^2p^2\right) = -\frac{1}{2}m$. Якщо $m = 4$, то $-\frac{1}{2} \cdot 4 = -2$;

б) $\left(-1\frac{1}{2}a^4b^3c^2\right) : \left(-\frac{2}{3}a^3bc^2\right) = \frac{9}{4}ab^2$.

Якщо $a = \frac{1}{10}$, $b = 10$, то $\frac{9}{4} \cdot \frac{1}{10} \cdot 10^2 = \frac{90}{4} = 22{,}5$;

в) $(-4,5x^5y^5z^5):(-1,5x^5y^4z)=3yz^4$.

Якщо $y=0,5$, $z=2$, то $3\cdot 0,5\cdot 2^4=1,5\cdot 8\cdot 2=3\cdot 8=24$;

г) $(-1,7p^2q^2r^3):28,9p^2qr=-\frac{1}{17}qr^2$.

Якщо $p=28,9$; $q=1,7$; $r=-1$, то $-\frac{1}{17}\cdot 1,7\cdot(-1)^2=-0,1$.

31. а) $a^{m+3}:a^m=a^3$; б) $b^{n+2}:b^{n-2}=b^{n+2-n+2}=b^4$; в) $x^{2m+5}:x^{2m}=x^5$; г) $y^{2n+1}:y^{n+1}=y^n$;

ґ) $m^{5k}:m^{3k+1}=m^{5k-3k-1}=m^{2k-1}$; д) $n^{6k-2}:n^{2(k+1)}=n^{6k-2-2k-2}=n^{4k-4}$.

32. а) $16x^{n+2}y^{n-3}:8x^{n+1}y^{3-n}=2xy^{2n}$; б) $36x^{1-n}y^{2n}:3x^{1-2n}y^n=12x^ny^n$;

в) $-2ab^{m+1}c^m:(-5a^{1-m}b)=0,4b^mc^ma^m=0,4(abc)^m$;

г) $2,7a^mb^{m-1}c^{m-2}:0,3b^{m-2}c^{m-3}=9a^mbc$.

33. а) $7x^2-2x+(5+11x-6x^2)=7x^2-2x+5+11x-6x^2=x^2+9x+5$;

б) $8ab+7b-(4ab+7b-3)=8ab+7b-4ab-7b+3=4ab+3$;

в) $2a^3(4a^2+3a)=8a^5+6a^4$;

г) $(x-1)(x^2-2x+2)=x^3-2x^2+2x-x^2+2x-2=x^3-3x^2+4x-2$;

ґ) $(x-2)(x+2)=x^2-4$;

д) $(3a-b)(3a+b)(9a^2+b^2)=(9a^2-b^2)(9a^2+b^2)=81a^4-b^4$.

34. а) $7x^2-2x(3x-y)=7x^2-6x^2+2xy=x^2+2xy$;

б) $(a+2)(a-5)+3a=a^2-5a+2a-10+3a=a^2-10$;

в) $3x(x-6)+(2x^2+18x-4)=3x^2-18x+2x^2+18x-4=5x^2-4$;

г) $(a-2)(a+3)+2a(1-a)=a^2+3a-2a-6+2a-2a^2=-a^2+3a-6$.

35. а) $(x-y)(x+y)-x(x-3)=x^2-y^2-x^2+3x=3x-y^2$;

б) $(b+1)^2+3b(2b-1)=b^2+2b+1+6b^2-3b=7b^2-b+1$;

в) $y(y+2x)-(x+y)^2=y^2+2xy-x^2-2xy-y^2=-x^2$;

г) $(b+4)^2-(b-3)(b+3)=b^2+8b+16-b^2+9=8b+25$.

36. а) $x^2-16=(x-4)(x+4)$; б) $x^2-9y^4=(x-3y^2)(x+3y^2)$;

в) $x^2-6x+9=(x-3)^2=(x-3)(x-3)$; г) $a^3-4a=a(a^2-4)=a(a-2)(a+2)$;

ґ) $3a^2-6ab+3b^2=3(a^2-2ab+b^2)=3(a-b)^2=3(a-b)(a-b)$;

д) $2x+2y-ax-ay=2(x+y)-a(x+y)=(x+y)(2-a)$.

37. а) $3,5-3x=x-4,5$; $-4x=-8$; $x=2$;

б) $3x-(x+2)=5$; $2x-2=5$; $2x=7$; $x=3,5$;

в) $5-3(x+1,5)=2(x+3)$; $5-3x-4,5=2x+6$; $-5x=5,5$; $x=-1,1$;

г) $9x-3(x+1,5)=4x+0,5$; $6x-4,5=4x+0,5$; $2x=5$; $x=2,5$.

38. а) $x+\frac{2}{3}x=-\frac{1}{3}$, $1\frac{2}{3}x=-\frac{1}{3}$, $x=-\frac{1}{3}:\frac{5}{3}$, $\underline{x=-\frac{1}{5}}$;

б) $x:\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$, $x=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}$, $\underline{x=\frac{2}{5}}$; в) $\frac{2}{5}x-\frac{3}{8}x=\frac{7}{20}$, $\frac{16x-15x}{40}=\frac{14}{40}$, $x=14$;

г) $5:x=\frac{10}{11}$, $x=5:\frac{10}{11}$, $x=5,5$.

39. а) $3x-1\frac{7}{16}x=\frac{5}{8}$, $\left(2-\frac{7}{16}\right)x=\frac{5}{8}$, $1\frac{9}{16}x=\frac{10}{16}$, $25x=10$, $x=0,4$;

б) $x:\frac{2}{3}=\frac{1}{3}:\frac{18}{19}$, $x=\frac{1}{3}\cdot\frac{19}{18}\cdot\frac{2}{3}$, $\underline{x=\frac{19}{81}}$;

в) $3\frac{4}{9}x+\frac{5}{12}x=1\frac{7}{18}$, $3\frac{16x+15x}{36}=\frac{25}{18}$, $3\frac{31x}{36}=\frac{50}{36}$, $139x=50$, $\underline{x=\frac{50}{139}}$;

г) $\frac{2}{7}:x=\frac{5}{14}$, $x=\frac{2}{7}:\frac{5}{14}$, $x=\frac{2\cdot 14}{7\cdot 5}$, $\underline{x=\frac{4}{5}}$.

40. а) $\begin{cases}x+y=6,\\x-y=2;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=8,\\2y=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\y=2.\end{cases}$ *Відповідь:* (4; 2).

б) $\begin{cases} x+y=7, \\ x-y=3; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=10, \\ 2y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=5, \\ y=2. \end{cases}$ *Відповідь:* (5; 2).

в) $\begin{cases} x-y=0, \\ 3x-y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x=-4, \\ x=y; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ y=2. \end{cases}$ *Відповідь:* (2; 2).

41. а) $\begin{cases} u-2v=1, \\ u+2v=5; \end{cases}$ $\begin{cases} 2u=6, \\ -4v=-4; \end{cases}$ $\begin{cases} u=3, \\ v=1. \end{cases}$ *Відповідь:* (3; 1).

б) $\begin{cases} 2s+t=7, \\ s-2t=1; \end{cases} \Big| : (-2)$ $\begin{cases} 5t=5, \\ s=1+2t; \end{cases}$ $\begin{cases} t=1, \\ s=3. \end{cases}$ *Відповідь:* (3; 1).

в) $\begin{cases} m=n, \\ 4m=n+6; \end{cases}$ $\begin{cases} m=n, \\ 3m=6; \end{cases}$ $\begin{cases} n=2, \\ m=2. \end{cases}$ *Відповідь:* (2; 2).

42. Нехай x осіб з вищою освітою (на 1000 осіб) у 1970 році, тоді $(x+96)$ осіб з вищою освітою (на 1000 осіб) у 2001 році. Разом їх 176 осіб, тоді $x+x+96=176$; $2x=80$; $x=40$. Отже, на 1000 осіб з вищою освітою у 1970 році було 40 осіб, а у 2001 році — $(40+96)=136$ осіб.

43. а) Нехай дівчинка виготовила x крашанок, а хлопчик — y крашанок, тоді $\begin{cases} y-x=30, \\ x+y=210; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y=240, \\ 2x=180; \end{cases}$ $\begin{cases} y=120, \\ x=90. \end{cases}$

Дівчинка виготовила 90 крашанок, хлопчик — 120.

б) Дівчинка виготовила x крашанок, а хлопчик — $(x+30)$ крашанки, разом вони виготовили 210 крашанок, отже, $x+x+30=210$; $2x=180$; $x=90$. Дівчинка виготовила 90 крашанок, а хлопчик — 120 крашанок.

в) $(210-30):2=180:2=90$. Дівчинка виготовила 90 крашанок, а хлопчик — 120.

45. Нехай x г — маса оселедця, тоді маса солі складає $0{,}1x$ г, тобто $5<0{,}1x<6$, $50<x<60$ — стільки грам оселедця можна вжити за день.

46. 1 — Г; 2 — Д; 3 — Б; 4 — В.

51. а) $\frac{2}{7}$; б) $\frac{x}{y}$; в) $\frac{3m}{c}$; г) $\frac{2x}{3y}$; ґ) $\frac{x^2}{1+x}$; д) $\frac{4ab}{(a+b)^2}$.

52. а) $\frac{2c}{3p}$; б) $\frac{1}{x-y}$; в) $\frac{z^2}{2+z^2}$.

53. а) $\frac{6m}{6m-5}$; б) $\frac{6m}{6m}$; в) $\frac{6m}{3m}$; г) $\frac{6m}{(6m)^2-1}$.

54. а) $\frac{5^8}{5^5}=5^3=125$; б) $\frac{0,3^{10}}{0,3^{11}}=\frac{1}{0,3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$; в) $\frac{(-3)^{12}}{5\cdot(-3)^9}=\frac{(-3)^3}{5}=-\frac{27}{5}=-5\frac{2}{5}$;

г) $\frac{-0,5^8}{(-0,5)^9}=\frac{-0,5^8}{-0,5^8\cdot(-0,5)}=-\frac{1}{0,5}=-2$; ґ) $\frac{3,4^0}{2^5-5^2}=\frac{1}{32-25}=\frac{1}{7}$.

55. а) $\frac{8^9}{8^6\cdot 8^4}=\frac{8^3}{8^4}=\frac{1}{8}$; б) $\frac{7^2\cdot(-7)^3}{(-7)^6}=\frac{-7^5}{(-7)^4}=-7$; в) $\frac{0,2^7}{0,2^8\cdot 10}=\frac{1}{0,2\cdot 10}=\frac{1}{2}$;

г) $\frac{2,4^4}{8^4\cdot 0,3^4}=\frac{8^4\cdot 0,3^4}{8^4\cdot 0,3^4}=1$.

56. Дріб не має змісту: а) якщо $n=0$; б) якщо $a=3$; в) якщо $x=-4$;

г) якщо $c=-2\frac{2}{3}$.

57. а) Дріб не має змісту, якщо: а) $x=5$; б) $a=-9$; в) $m=2$; г) $z=5$.

58. Дріб не має змісту, якщо: а) $a^2-16=0$; $(a-4)(a+4)=0$; $a=4$ або $a=-4$;

б) $x(x^2-9)=0$, тобто $x=0$ або $x=3$ або $x=-3$;

в) $(m^2-1)(m^2-4)=0$, тобто $m=\pm1$, $m=\pm2$;

г) таких значень змінної a немає, бо $a^2 + 1 > 0$ при будь-яких значеннях a.

59. а) $\frac{5}{x-5}$; б) $\frac{12-a}{z+1}$; в) $\frac{mn}{5t}$; г) $\frac{(5+a)^2}{x(x+3)}$.

60. Допустимі значення змінної для дробу:
а) $x \neq 5$; б) $x \neq 5$; в) $x \neq \pm 2$; г) x — будь-яке число.

61. Для дробу допустимі значення: а) всі, крім $x = -5$; б) всі, крім $x = 1$; в) всі, крім $x = -3$; г) всі, крім $x = 0$; ґ) всі; д) всі, крім $x = 2,5$.

62. а) $\frac{36}{x(3-x)}$, якщо $x = -3$, то $\frac{36}{-3 \cdot 6} = \frac{6}{-3} = -2$; б) якщо $a = \frac{1}{2}$, то $\frac{\frac{1}{2}+4}{6 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{4,5}{3} = 1,5$;

в) якщо $c = -3$, то $\frac{1}{9+9} = \frac{1}{18}$; г) якщо $m = -5$, то $\frac{-5}{|-5|} = \frac{-5}{5} = -1$.

63.

a	-2	-1	0	1	2	3	4	10
$\frac{2}{a-3}$	$-0,4$	$-0,5$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	—	2	$\frac{2}{7}$
$\frac{2a}{a^2-3a}$	$-0,4$	$-0,5$	—	-1	-2	—	2	$\frac{2}{7}$

Допустимі значення для дробу $\frac{2}{a-3}$ є всі значення a, крім 3.

Допустимі значення для дробу $\frac{2a}{a^3-3a} = \frac{2a}{a(a-3)}$ є всі значення a, крім 0 і 3.

Якщо $a = 100$, то $\frac{2}{a-3} = \frac{2a}{a(a-3)}$, це число $\frac{2}{97}$.

64. а) Так, якщо $a \neq 0$; б) ні, бо $m^1 \neq m^3$; в) ні.

65. а) Ні; б) ні; в) так, якщо $x \neq 0$; г) ні.

66. а) $\frac{2a \cdot 3b}{a+b} = \frac{6ab}{a+b}$; $\frac{6ab}{a+b} = \frac{6ab}{a+b}$. Тотожність доведено.

б) $\frac{15a^3b^2}{5a^2b} = 3ab$; $3ab = 3ab$. Тотожність доведено.

в) $\frac{2a+5a}{3a+4a} = \frac{3a+4a}{2a+5a}$; $\frac{7a}{7a} = \frac{7a}{7a}$. Тотожність доведено.

г) $\left(\frac{2ab^2}{6a}\right)^3 = 3 \cdot \left(\frac{b^3}{9}\right)^2$; $\frac{b^6}{27} = 3 \cdot \frac{b^6}{81}$; $\frac{b^6}{27} = \frac{b^6}{27}$. Тотожність доведено.

67. а) $\frac{a^6}{a^3} = a^2 \cdot a$; $a^3 = a^3$. Тотожність доведено.

б) $\frac{(m-1)^7}{(m-1)^5} = \frac{(m-1)^5}{(m-1)^3}$; $(m-1)^2 = (m-1)^2$. Тотожність доведено.

в) $\frac{3a^5+2a^5}{a^5} = \frac{15a^5}{2a^5+a^5}$; $\frac{5a^5}{a^5} = \frac{15a^5}{3a^5}$; $5 = 5$. Тотожність доведено.

г) $x + y = \frac{(x+y)^2}{x+y}$; $x + y = x + y$. Тотожність доведено.

68. а) $-8x^4 : 2a = -\frac{4x^4}{a}$; б) $-6x^4 : 3x^5 = -\frac{2}{x}$; в) $-9x^7 : 9x^7 = -1$;

г) $32ac^2 : 8a^3c = \frac{4c}{a^2}$; ґ) $2,5x^7 : 0,5x^3 = 5x^4$; д) $\frac{1,2}{-0,3xy^3} = -\frac{4}{xy^3}$.

69. а) $\frac{6ac}{-3a}=-2c$; б) $\frac{6xy}{-3xz}=-\frac{2y}{z}$; в) $\frac{4a^2}{-2a^3}=\frac{-2}{a}$;

г) $\frac{-3}{21x}=-\frac{1}{7x}$; ґ) $\frac{3,3a^5c^3}{11a^3}=0,3a^2c^3$; д) $\frac{1,8p^2}{6q^2}=\frac{3p^2}{10q^2}$.

70. а) Якщо $a=3$ і $x=2,5$, то $\frac{2,5^2}{9-10}=-6,25$;

б) якщо $x=-12$ і $y=13$, то $\frac{2\cdot(-12)}{(-12-13)(-12+13)}=\frac{-24}{-25\cdot 1}=\frac{24}{25}$;

в) якщо $a=9$ і $b=-7$, то $\frac{2\cdot(9-7)}{9+7}=\frac{2\cdot 2}{16}=\frac{1}{4}$;

г) якщо $x=6$ і $y=\frac{1}{3}$, то $\frac{6}{\frac{1}{3}\cdot(6-2)}=\frac{6\cdot 3}{4}=\frac{9}{2}=4,5$.

71. а) $\frac{2\cdot(2,75)^2+3}{3\cdot 2,75}=\frac{18,125}{8,25}=\frac{1812,5}{825}=2,1969696$;

б) $\frac{2\cdot(21,8)^2+3}{3\cdot 21,8}=\frac{953,48}{65,4}=14,579204$.

72. а)

	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$\frac{2a}{2+a}$	$3\frac{1}{3}$	4	6	—	−2	0	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}$	$1\frac{3}{7}$
$\frac{a}{1+0,5a}$	$3\frac{1}{3}$	4	6	—	−2	0	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}$	$1\frac{3}{7}$
$\frac{2a^2}{2a+a^2}$	$3\frac{1}{3}$	4	6	—	−2	—	$\frac{2}{3}$	1	$1\frac{1}{5}$	$\frac{4}{3}$	$1\frac{3}{7}$

Якщо $a\neq-2$ або $a\neq 0$, то вирази тотожні, тому їх значення рівні між собою.

73. а) так; б) ні, бо якщо $x=\frac{1}{2}$, то дріб не має значення;

в) так; г) ні, бо якщо $x=1$, то дріб не має значення.

74. а) $\frac{5}{x^2+3}>0$ при будь-якому значенні змінної x, бо $5>0$ і $x^2+3>0$;

б) $\frac{(-3)^2}{-3-x^2}=\frac{9}{-(x^2+3)}<0$, бо $9>0$, а $-(x^2+3)<0$.

75. а) Вираз $x^2+1>0$ при будь-яких значеннях змінної x, тому даний дріб завжди має зміст;

б) вираз $(x-1)^2+3>0$ при будь-яких значеннях змінної x, тому даний дріб завжди має зміст;

в) вираз $4x^2-4x+3=(2x-1)^2+2>0$ при будь-яких значеннях змінної x, тому даний дріб завжди має зміст.

76. а) При $x(1+x)=0$, $x=0$ або $x=-1$; б) при $1-x^2=0$, $x=\pm1$;

в) при $4x^2-100=0$, $(2x-10)(2x+10)=0$, $x=5$ або $x=-5$;

г) при будь-яких, тому що $x^2+1\neq0$;

ґ) при $x^3-x^2=0$, $x^2(x-1)=0$, $x=0$ або $x=1$;

д) при $9x-x^3=x(3-x)(3+x)$, $x=0$ або $x=3$ або $x=-3$.

77. Допустимі значення для дробу:

а) $x\neq0$ або $x\neq1$ або $x\neq-2$; б) $x\neq\frac{1}{2}$, $x\neq\pm4$; в) $x\neq-\frac{1}{2}$, $x\neq7$;

г) всі значення x;

ґ) $x\neq2$, $x\neq-2$, $x\neq1$, $x\neq-1$; д) $x^2-4x+4=(x-2)^2$, $x\neq2$.

78. а) $x \neq -7$; б) $x \neq \frac{1}{2}$; в) усі; г) $m \neq -4$, $m \neq 4$; ґ) $y \neq 1$, $y \neq -6$; д) $x \neq 0$; е) усі; є) $a \neq 0$, $a \neq 5$.

79. а) $\frac{x}{x-3}$; б) $\frac{2}{y+1}$; в) $\frac{12-y}{y(y+4)}$; г) $\frac{13+a}{a(a-0,5)}$; ґ) $\frac{2m}{(m-1)(m+5)}$;

д) $\frac{x^2+1}{x(x+2)(x-2)} = \frac{x^2+1}{x(x^2-4)}$.

80. а) $ax - 2 = 2x + 3$; $ax - 2x = 5$; $x(a-2) = 5$. Якщо $a = 2$, то $0 \cdot x = 5$, рівняння не має коренів; якщо $a \neq 2$, тоді $x = \frac{5}{a-2}$ — корінь рівняння.

Відповідь: $x = \frac{5}{a-2}$, якщо $a \neq 2$.

б) $ax - a = 7x - 4$; $ax - 7x = a - 4$; $x(a-7) = a - 4$. Якщо $a = 7$, то $0 \cdot x = 3$ — рівняння не має коренів; якщо $a \neq 7$, тоді $x = \frac{a-4}{a-7}$.

Відповідь: $x = \frac{a-4}{a-7}$, якщо $a \neq 7$.

в) $4(a^2x - 3) = a + x$; $4a^2x - x = a + 12$; $x(4a^2 - 1) = a + 12$. Якщо $4a^2 - 1 = 0$, тобто $a = \frac{1}{2}$ або $a = -\frac{1}{2}$, то $0 \cdot x = 12\frac{1}{2}$ або $0 \cdot x = 11,5$ — обидва рівняння не мають коренів; якщо $a \neq \frac{1}{2}$, $a \neq -\frac{1}{2}$, тоді $x = \frac{a+12}{4a^2-1}$.

Відповідь: $x = \frac{a+12}{4a^2-1}$ при $a \neq \frac{1}{2}$, $a \neq -\frac{1}{2}$.

г) $9x - 5 = a(ax - 2)$; $9x - a^2x = 5 - 2a$; $x(9 - a^2) = 5 - 2a$. Якщо $a = 3$ або $a = -3$, то $0 \cdot x = -1$ або $0 \cdot x = 11$ — обидва рівняння не мають коренів; якщо $a \neq 3$, $a \neq -3$, тоді $x = \frac{5-2a}{9-a^2}$.

Відповідь: $x = \frac{5-2a}{9-a^2}$, якщо $a \neq 3$, $a \neq -3$.

81. а) $\frac{c+2}{5} = 1$; $c + 2 = 5$, $c = 3$; б) $\frac{c+2}{5} = 0$; $c + 2 = 0$, $x = -2$;

в) $\frac{c+2}{5} = -1$; $c + 2 = -5$; $c = -7$; г) $\frac{c+2}{5} = 2$; $c + 2 = 10$; $c = 8$;

ґ) $\frac{c+2}{5} = -100$; $c + 2 = -500$; $c = -502$.

82. а) $\frac{3x-12}{4} = -3$; $3x - 12 = -12$; $3x = 0$; $x = 0$;

б) $\frac{3x-12}{4} = 0$; $3x - 12 = 0$; $3x = 12$; $x = 4$;

в) $\frac{3x-12}{4} = 1$; $3x - 12 = 4$; $3x = 16$; $x = 5\frac{1}{3}$;

г) $\frac{3x-12}{4} = 3$; $3x - 12 = 12$; $3x = 24$; $x = 8$.

83. а) $\frac{4x+1}{3} = 3$; $4x + 1 = 9$; $4x = 8$; $x = 2$;

б) $\frac{2x-3}{7} = 9$; $2x - 3 = 63$; $2x = 66$; $x = 33$;

в) $\frac{2x+3}{5} = 7$; $2x + 3 = 35$; $2x = 32$; $x = 16$.

84. а) $\frac{x+4}{3}=\frac{2x-1}{5}$; $5x+20=6x-3$; $-x=-23$; $x=23$;

б) $\frac{x+1}{3}=\frac{2x+1}{9}$; $9x+9=6x+3$; $3x=-6$; $x=-2$;

в) $\frac{x-3}{4}=\frac{2-3x}{5}$; $5x-15=8-12x$; $17x=23$; $\underline{x=\frac{23}{17}}$;

г) $\frac{7+3x^2}{3}=\frac{2x^2+5x-2}{2}$; $14+6x^2=6x^2+15x-6$; $15x-20=0$; $15x=20$; $\underline{x=1\frac{1}{3}}$;

г) $12x^2-3x+27=12x^2+6$; $-3x=-21$; $x=7$.

85. а) $\frac{2x}{3}-\frac{3x}{5}=6 \,\Big|\cdot 15$; $10x-9x=90$; $x=90$; б) $5x+10=3x-6$; $2x=-16$; $x=-8$;

в) $3x+4x=84$; $7x=84$; $x=12$; г) $6x-3=25-5x$; $11x=28$; $\underline{x=2\frac{6}{11}}$;

г) $25x=3x-30$; $22x=-30$; $\underline{x=-1\frac{4}{11}}$; д) $9x+3-10x=90$; $-x=87$; $x=-87$.

86. а) Ні; б) ні.

87. а) Ні; б) так; в) ні; г) ні.

88. $\frac{58}{77}=\frac{4}{7}+\frac{2}{11}$.

89. а)
$$\begin{array}{r|l} -\,x^3-6x^2+11x-6 & x-1 \\ \underline{x^3-x^2} & \overline{x^2-5x+6} \\ -\,-5x^2+11x & \\ \underline{-5x^2+5x} & \\ -\,6x-6 & \\ \underline{6x-6} & \\ 0 & \end{array}$$

$x^2-5x+6=x^2-5x+6$.

Тотожність доведено.

б)
$$\begin{array}{r|l} -\,x^3-6x^2+11x-6 & x-2 \\ \underline{x^3-2x^2} & \overline{x^2-4x+3} \\ -\,-4x^2+11x & \\ \underline{-4x^2+8x} & \\ -\,3x-6 & \\ \underline{3x-6} & \\ 0 & \end{array}$$

$x^2-4x+3=x^2-4x+3$.

Тотожність доведено.

в)
$$\begin{array}{r|l} -\,x^3-6x^2+11x-6 & x-3 \\ \underline{x^3-3x^2} & \overline{x^2-3x+2} \\ -\,-3x^2+11x & \\ \underline{-3x^2+9x} & \\ -\,2x-6 & \\ \underline{2x-6} & \\ 0 & \end{array}$$

$x^2-3x+2=x^2-3x+2$.

Тотожність доведено.

90. а) $(x-3)(x+4)=x^2+4x-3x-12=x^2+x-12$.

$$\begin{array}{r|l} -\,x^4+2x^3-13x^2-14x+24 & x^2+x-12 \\ \underline{x^4+x^3-12x^2} & \overline{x^2+x-2} \\ -\,x^3-x^2-14x & \\ \underline{x^3+x^2-12x} & \\ -\,-2x^2-2x+24 & \\ \underline{-2x^2-2x+24} & \\ 0 & \end{array}$$

Отже, $x^2+x-2=x^2+x-2$.

Тотожність доведено.

б) $(x-1)(x+2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2.$

$$\begin{array}{r|l} -\,x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 & x^2 + x - 2 \\ x^4 + x^3 - 2x^2 \quad\quad\quad\quad\quad & \overline{x^2 + x - 12} \\ \hline -\,x^3 - 11x^2 - 14x \quad\quad & \\ x^3 + x^2 - 2x \quad\quad & \\ \hline -\,-12x^2 - 12x + 24 & \\ -12x^2 - 12x + 24 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Отже, $x^2 + x - 12 = x^2 + x - 12$. Тотожність доведено.

91. а) $\frac{35}{56} = \frac{5}{8}$; б) $\frac{144}{441} = \frac{12 \cdot 12}{21 \cdot 21} = \frac{4 \cdot 4}{7 \cdot 7} = \frac{16}{49}$;

в) $\frac{5120}{2520} = \frac{512}{252} = \frac{256}{126} = \frac{128}{63} = 2\frac{2}{63}$; г) $\frac{693}{825} = \frac{231}{275}$.

92.

Ділене	Дільник				
	a^2	ac	$2a^3c$	$-2ac^3$	$-12c^2$
$6a^5c^4$	$6a^3c^4$	$6a^4c^3$	$3a^2c^3$	$-3a^4c$	$-0{,}5a^5c^2$
$12a^3c^5$	$12ac^5$	$12a^2c^4$	$6c^4$	$-6a^2c^2$	$-a^3c^3$
$-6a^4c^3x$	$-6a^2c^3x$	$-6a^3c^2x$	$-3ac^2x$	$3a^3x$	$0{,}5a^4cx$
$0{,}5a^3c^2$	$0{,}5ac^2$	$0{,}5a^2c$	$0{,}25c$	$-\frac{0{,}25a^2}{c}$	$-\frac{a^3}{24}$

93. а) $y = 4$; б) $y = \frac{1}{2}x$.

99. а) $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$; б) $\frac{120}{40} = 3$; в) $\frac{15}{15} = 1$; г) $\frac{3,6}{12} = 0,3$.

100. а) $\frac{2a}{4b} = \frac{a}{2b}$; б) $\frac{a^5}{a^7} = \frac{1}{a^2}$; в) $\frac{x}{x^4} = \frac{1}{x^3}$; г) $\frac{4a}{a} = 4$.

101. а) $\frac{6a^2}{12a^3} = \frac{1}{2a}$; б) $\frac{3c}{15c^4} = \frac{1}{5c^3}$; в) $\frac{7b^3}{14b^3} = \frac{1}{2}$; г) $\frac{18}{9a^2x} = \frac{2}{a^2x}$.

102. а) $\frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$; б) $\frac{130}{-70} = -\frac{13}{7}$; в) $\frac{-25}{-30} = \frac{5}{6}$; г) $\frac{0,5}{0,2} = \frac{5}{2}$.

103. а) $\frac{a^3}{-a^5} = -\frac{1}{a^2}$; б) $\frac{-c^3}{c^5} = -\frac{1}{c^2}$; в) $\frac{-x}{-xa} = \frac{1}{a}$; г) $\frac{-2a^2}{-a} = 2a$.

104. а) $\frac{12^{10}}{12^{12}} = \frac{1}{12^2} = \frac{1}{144}$; б) $\frac{35^5}{-35^4} = -35$; в) $\frac{0,3^8}{0,3^{11}} = \frac{1}{0,3^3} = \frac{1}{0,027}$; г) $\frac{(-0,4)^4}{-0,4^4} = \frac{0,4^4}{-0,4^4} = -1$.

105. а) $\frac{x(a-2)}{x(b+2)} = \frac{a-2}{b+2}$; б) $\frac{mp(m-p)}{m^2p(m+p)} = \frac{m-p}{m(m+p)}$; в) $\frac{27x^2(x+1)}{9x(x+1)} = 3x$.

106. а) $\frac{x(a+b)^2}{y(a+b)} = \frac{x(a+b)}{y}$; б) $\frac{(a-x)^2c}{(a-x)^2m} = \frac{c}{m}$; в) $\frac{4x(x-y)}{7y(x-y)^2} = \frac{4x}{7y(x-y)}$.

107. а) $\frac{2a(x+3)}{a^2(x+3)} = \frac{2}{a}$; б) $\frac{m^2(m-n)^2}{n^2(m-n)^2} = \frac{m^2}{n^2}$; в) $\frac{6a(2-x)}{3a^2(2-x)} = \frac{2}{a}$.

108. а) $\frac{a(b-x)}{xb-x^2} = \frac{a(b-x)}{x(b-x)} = \frac{a}{x}$; б) $\frac{a(4a-3)}{4a^2-3a} = \frac{a(4a-3)}{a(4a-3)} = 1$; в) $\frac{x^2(5x-1)}{5xy^2-y^2} = \frac{x^2(5x-1)}{y^2(5x-1)} = \frac{x^2}{y^2}$;

г) $\frac{xc-mc}{ax-am} = \frac{c(x-m)}{a(x-m)} = \frac{c}{a}$; г) $\frac{ax^2-x^3}{ax-x^2} = \frac{x^2(a-x)}{x(a-x)} = x$; д) $\frac{2x-x^4}{2y-x^3y} = \frac{x(2-x^3)}{y(2-x^3)} = \frac{x}{y}$.

109. а) $\frac{8a-8b}{16b}=\frac{8(a-b)}{16b}=\frac{a-b}{2b}$; б) $\frac{xy}{x+xy}=\frac{xy}{x(1+y)}=\frac{y}{1+y}$; в) $\frac{m-n}{3m-3n}=\frac{m-n}{3(m-n)}=\frac{1}{3}$;

г) $\frac{a+1}{a^2+a}=\frac{a+1}{a(a+1)}=\frac{1}{a}$; г) $\frac{ax-ay}{bx-by}=\frac{a(x-y)}{b(x-y)}=\frac{a}{b}$; д) $\frac{6a-3b}{6b-12a}=\frac{3(2a-b)}{-6(2a-b)}=-\frac{1}{2}$.

110. а) $\frac{5-x}{(x-5)^2}=\frac{5-x}{(5-x)^2}=\frac{1}{5-x}$; б) $\frac{7a^3+a^4}{a^3+7a^2}=\frac{a^3(7+a)}{a^2(a+7)}=a$; в) $\frac{a^5-ma^2}{a^3b^2-mb^2}=\frac{(a^3-m)a^2}{b^2(a^3-m)}=\frac{a^2}{b^2}$.

111. а) $\frac{2c^2-4c}{2a-ac}=\frac{2c(c-2)}{a(2-c)}=-\frac{2c}{a}$; б) $\frac{b-a}{(a-b)^2}=\frac{b-a}{(b-a)^2}=\frac{1}{b-a}$; в) $\frac{m^4-m}{1-m^3}=\frac{m(m^3-1)}{-(m^3-1)}=-m$.

112. а) $24p^2x:48px^2=\frac{p}{2x}$; б) $\frac{-3ax}{12a^2x^3}=-\frac{1}{4ax^2}$; в) $\frac{a^2c+bc}{xa^2+xb}=\frac{c(a^2+b)}{x(a^2+b)}=\frac{c}{x}$;

г) $\frac{c^2-n^2}{n-c}=\frac{(c-n)(c+n)}{n-c}=-c-n$.

113. а) $\frac{2}{a}=\frac{6a^3}{3a^4}$; б) $\frac{2}{a}=\frac{10a(a-3)}{5a^2(a-3)}$.

114. а) $\frac{2a}{xa}$ і $\frac{x}{xa}$; б) $\frac{3am}{6m^2}=\frac{2b}{6m^2}$; в) $\frac{2(a-b)}{c(a-b)}$ і $\frac{c}{c(a-b)}$; г) $\frac{8(x-a)}{x(x-a)}$ і $\frac{7}{x(x-a)}$;

г) $\frac{x+a}{x^2-a}$ і $\frac{x-a}{x^2-a}$; д) $\frac{a-b}{(a+b)^2(a-b)}$ і $\frac{2a(a+b)^2}{(a-b)(a+b)^2}$.

115. а) $\frac{5x^2y}{xy}=\frac{10xy}{2y}$; $5x=5x$. Тотожність доведено.

б) $\frac{6ab}{2b^2c}=\frac{3ac}{bc^2}$; $\frac{3a}{bc}=\frac{3a}{bc}$. Тотожність доведено.

в) $\frac{4b(a+b)}{12b}=\frac{5a(a+b)}{15a}$; $\frac{a+b}{3}=\frac{a+b}{3}$. Тотожність доведено.

г) $\frac{2(x-y)}{xy-y^2}=\frac{4(x-y)}{2y(x-y)}$; $\frac{2(x-y)}{y(x-y)}=\frac{2(x-y)}{y(x-y)}$. Тотожність доведено.

116. а) $\frac{a^2-1}{a-1}=a+1$; $\frac{(a-1)(a+1)}{a-1}=a+1$; $a+1=a+1$. Тотожність доведено.

б) $\frac{a^2-1}{a+1}=a-1$; $\frac{(a-1)(a+1)}{a+1}=a-1$; $a-1=a-1$. Тотожність доведено.

в) $\frac{4a^2-x^2}{2a+x}=2a-x$; $\frac{(2a-x)(2a+x)}{2a+x}=2a-x$; $2a-x=2a-x$. Тотожність доведено.

г) $\frac{4a^2-x^2}{2a-x}=2a+x$; $\frac{(2a-x)(2a+x)}{2a-x}=2a+x$; $2a+x=2a+x$. Тотожність доведено.

117. а) $\frac{(a+c)^2}{a+c}=a+c$; $a+c=a+c$. Тотожність доведено.

б) $\frac{(a+c)^3}{a+c}=(a+c)^2$; $(a+c)^2=(a+c)^2$. Тотожність доведено.

в) $\frac{x^2+2x+1}{x+1}=x+1$; $\frac{(x+1)^2}{x+1}=x+1$; $x+1=x+1$. Тотожність доведено.

г) $\frac{x^2-2x+1}{x-1}=x-1$; $\frac{(x-1)^2}{x-1}=x-1$; $x-1=x-1$. Тотожність доведено.

118. а) $\frac{x^3-c^3}{x^2+xc+c^2}=x-c$; $\frac{(x-c)(x^2+xc+c^2)}{x^2+xc+c^2}=x-c$;

$x-c=x-c$. Тотожність доведено.

б) $\frac{x^3+c^3}{x+c}=x^2-xc+c^2$; $\frac{(x+c)(x^2-xc+c^2)}{x+c}=x^2-xc+c^2$;

$x^2-xc+c^2=x^2-xc+c^2$. Тотожність доведено.

119. а) $*=\frac{5x^3\cdot 2}{x}=10x^2$; б) $*=\frac{2x^2y\cdot 3}{xy}=6x$; в) $*=\frac{3xy\cdot 7y^2}{3}=7xy^3$;

г) $*=\frac{10a^4x\cdot 4x^3}{5a^2}=2a^2x\cdot 4x^3=8a^2x^4$;

ґ) $*=\frac{16m^7\cdot 3n}{4m}=4m^6\cdot 3n=12m^6n$; д) $*=\frac{5a^2\cdot 8ax^4}{4x^3}=10a^3x$.

120. а) $\frac{120(a-b)x}{4(a-b)^2x^2}=\frac{30}{(a-b)x}$; б) $\frac{x^2-2^2}{x^2-2x}=\frac{x+2}{x}$.

121. а) $\frac{6a^3c^2}{3a^2c^3}=\frac{2a}{c}$; якщо $a=8$, $c=16$, то $\frac{2\cdot 8}{16}=1$;

б) $\frac{x^2-9}{x+3}=x-3$; якщо $x=3{,}25$, то $3{,}25-3=0{,}25$.

122. а) $\frac{7a^2b}{21b}=\frac{a}{3}$; б) $\frac{35xz^5}{7xz^5}=5$; в) $\frac{25ax^2}{75a^8x}=\frac{x}{3a^7}$; г) $\frac{5^3cm}{5^0c^2m}=\frac{125}{c}$.

123. а) $\frac{(x-a)(x+a)}{3x(x^2-a^2)}=\frac{1}{3x}$; б) $\frac{5x(x-y)}{5(x-y)^2}=\frac{x}{x-y}$; в) $\frac{3xc(x-2c)}{xc(x-2c)}=3$.

124. а) $\frac{(a-c)^2}{(a-c)^2}=1$; б) $\frac{(x+z)^4}{(x+z)^2}=(x+z)^2$; в) $\frac{(a-n)(a+n)}{(a-n)^2}=\frac{a+n}{a-n}$.

125. а) $\frac{a(x+y-z)}{c(x+y-z)}=\frac{a}{c}$; б) $\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}=a-1$; в) $\frac{x^2-xz+z^2}{(x+z)(x^2-xz+z^2)}=\frac{1}{x+z}$.

126. а) $\frac{8a^2c^3}{4a^3c^2}=\frac{2c}{a}$; б) $\frac{5a^3x^5}{-25a^2x^4}=-\frac{ax}{5}$; в) $\frac{nx^2+mx^2}{m+n}=\frac{x^2(n+m)}{m+n}=x^2$;

г) $\frac{a^2-36}{36-a^2}=-1$; ґ) $\frac{xa^3-x}{a-1}=\frac{x(a^3-1)}{a-1}=\frac{x(a-1)(a^2+a+1)}{a-1}=x(a^2+a+1)$;

д) $\frac{nx^3+n^4}{nx+n^2}=\frac{n(x^3+n^3)}{n(x+n)}=\frac{n(x+n)(x^2-xn+n^2)}{n(x+n)}=x^2-xn+n^2$.

127. а) $\frac{4ab}{(a+b)^2-(a-b)^2}=1$; $\frac{4ab}{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}=1$; $\frac{4ab}{4ab}=1$;

$1=1$. Тотожність доведено.

б) $\frac{a^2+b^2}{(a+b)^2+(a-b)^2}=\frac{1}{2}$; $\frac{a^2+b^2}{a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2}=\frac{1}{2}$; $\frac{a^2+b^2}{2a^2+2b^2}=\frac{1}{2}$;

$\frac{a^2+b^2}{2(a^2+b^2)}=\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. Тотожність доведено.

в) $\frac{x+y}{x^2-y^2}=\frac{x-y}{x^2-2xy+y^2}$; $\frac{x+y}{(x-y)(x+y)}=\frac{x-y}{(x-y)^2}$; $\frac{1}{x-y}=\frac{1}{x-y}$.

Тотожність доведено.

г) $\frac{a^2+ab}{a+b}=\frac{a^3-a}{(a-1)(a+1)}$; $\frac{a(a+b)}{a+b}=\frac{a(a^2-1)}{(a-1)(a+1)}$; $a=a$. Тотожність доведено.

128. а) $\frac{3a^2+2a}{6+9a}=\frac{2(a^3+a)}{6+6a^2}$; $\frac{a(3a+2)}{3(2+3a)}=\frac{2a(a^2+1)}{6(1+a^2)}$; $\frac{a}{3}=\frac{a}{3}$. Тотожність доведено.

б) $\frac{x^3-1}{(x+1)^2-x}=\frac{x-2x^2+x^3}{x^2-x}$; $\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+2x+1-x}=\frac{x(1-2x+x^2)}{x(x-1)}$;

$(x-1)=\frac{(1-x)^2}{x-1}$; $x-1=\frac{(x-1)^2}{x-1}$; $x-1=x-1$. Тотожність доведено.

в) $\frac{a^4-2a^2+1}{a^3-a^2-a+1}=a+1$; $\frac{(a^2-1)^2}{a^2(a-1)-(a-1)}=a+1$; $\frac{(a^2-1)^2}{(a-1)(a^2-1)}=a+1$;

$\frac{a^2-1}{a-1}=a+1$; $a+1=a+1$. Тотожність доведено.

г) $\frac{a^6-2a^3+1}{(a^2+a+1)^2}=(a-1)^2$; $\frac{(a^3-1)^2}{(a^2+a+1)^2}=(a-1)^2$; $\frac{(a-1)^2(a^2+a+1)^2}{(a^2+a+1)^2}=(a-1)^2$;

$(a-1)^2=(a-1)^2$. Тотожність доведено.

129. а) $\frac{3x+2+3xy+2y}{2y-2+3xy-3x}=\frac{(3x+2)+y(3x+2)}{2(y-1)+3x(y-1)}=\frac{(3x+2)(1+y)}{(y-1)(2+3x)}=\frac{y+1}{y-1}$;

б) $\frac{6a^2+15ab-8ac-20bc}{12a^2-9ab-16ac+12bc}=\frac{3a(2a+5b)-4c(2a+5b)}{3a(4a-3b)-4c(4a-3b)}=\frac{(2a+5b)(3a-4c)}{(4a-3b)(3a-4c)}=\frac{2a+5b}{4a-3b}$.

130. а) $\frac{(x+2)(x-1)}{x^2+3x+2}=\frac{(x+2)(x-1)}{(x+2)(x+1)}=\frac{x-1}{x+1}$;

б) $\frac{2a^2-18}{a^2+2a-15}=\frac{2(a-3)(a+3)}{a^2+2a+1-16}=\frac{2(a-3)(a+3)}{(a+1)^2-16}=\frac{2(a-3)(a+3)}{(a+1+4)(a+1-4)}=$

$=\frac{2(a-3)(a+3)}{(a+5)(a-3)}=\frac{2(a+3)}{a+5}$;

в) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-2x-3}=\frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)}=\frac{x-1}{x+1}$.

131. а) $\frac{x(y+1)^2-y(x+1)^2}{x(y+1)-y(x+1)}=\frac{xy^2+2xy+x-yx^2-2xy-y}{xy+x-yx-y}=\frac{-xy(x-y)+(x-y)}{x-y}=$

$=\frac{(x-y)(1-xy)}{x-y}=1-xy$;

б) $\frac{3p^3-81q^3}{2p^2q+6q^2p+18q^3}=\frac{3(p^3-27q^3)}{2q(p^2+3qp+9q^2)}=\frac{3(p-3q)(p^2+3pq+9q^2)}{2q(p^2+3qp+9q^2)}=\frac{3(p-3q)}{2q}$.

132. а) Ні; б) ні; в) ні, бо $\frac{10x-10y}{3\cdot10\cdot x}=\frac{10(x-y)}{10\cdot3x}=\frac{x-y}{3x}$;

г) ні, бо $\frac{10x-10y}{10x+10y}=\frac{10(x-y)}{10(x+y)}=\frac{x-y}{x+y}$; ґ) так, бо $\frac{10x+10y}{10^2y^2}=\frac{10(x+y)}{10\cdot10y^2}=\frac{x+y}{10y}$;

д) так, бо $\frac{10\cdot10x}{(10x)^2+(10y)^2}=\frac{10\cdot10x}{100(x^2+y^2)}=\frac{10x}{10(x^2+y^2)}=\frac{x}{x^2+y^2}$;

е) так, бо $\frac{10x-5}{10y+5}=\frac{5(2x-1)}{5(2y+1)}=\frac{2x-1}{2y+1}$;

є) ні, бо $\frac{(10x)^2-(10y)^2}{(10x)^2+(10y)^2}=\frac{100(x^2-y^2)}{100(x^2+y^2)}=\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$.

133. а) $\frac{3a}{3c+1}<\frac{3a}{3c-1}$; $\frac{a}{c+1}<\frac{a}{c-1}$; $\frac{a}{c+1}=\frac{2a}{2c+2}=\frac{2a}{2c+1+1}<\frac{2a}{2c+1}<\frac{2a}{2c-1}$;

$\frac{a}{c+1}=\frac{3a}{3c+3}=\frac{3a}{3c+1+2}<\frac{3a}{3c+1}<\frac{3a}{3c-1}$. Отже, дріб $\frac{a}{c+1}$ — найменший.

б) $\frac{a}{c-1} > \frac{a}{c+1}$; $\frac{a}{c-1} = \frac{2a}{2c-2} = \frac{2a}{2c-1-1} > \frac{2a}{2c-1} > \frac{2a}{2c+1}$;

$\frac{a}{c-1} = \frac{3a}{3c-3} = \frac{3a}{3c-1-2} > \frac{3a}{3c-1} > \frac{3a}{3c+1}$. Отже, дріб $\frac{a}{c-1}$ — найбільший.

134. а) $\frac{15(x-y)^2x^2}{21x(x-y)^3} = \frac{5x}{7(x-y)}$; б) $\frac{4(x^2-y^2)}{24(x-y)x} = \frac{x+y}{6x}$.

135. а) $\frac{x+y}{3x} = \frac{3xy(x+y)}{9x^2y}$; б) $\frac{x+y}{3x} = \frac{4y^2(x+y)}{12xy^2}$;

в) $\frac{x+y}{3x} = \frac{(x+y)(x-y)}{3x(x-y)} = \frac{x^2-y^2}{3x(x-y)}$; г) $\frac{x+y}{3x} = \frac{(x+y)\cdot 2(x-y)}{6x^2-6xy} = \frac{2(x^2-y^2)}{6x(x-y)}$.

136. а) $\frac{3}{a-2} = \frac{3(a-2)}{(a-2)^2}$; $\frac{2}{(2-a)^2} = \frac{2}{(a-2)^2}$; б) $\frac{5}{3x-4}$; $\frac{7}{4-3x} = -\frac{7}{3x-4}$;

в) $\frac{4z}{3-z} = \frac{4z(3-z)}{(3-z)^2}$; $\frac{1}{(z-3)^2} = \frac{1}{(3-z)^2}$.

137. а) $\frac{x+3}{x(x-5)} = \frac{(x+3)(x+5)}{x(x-5)(x+5)}$; $\frac{x}{x^2-25} = \frac{x}{(x-5)(x+5)} = \frac{x^2}{x(x-5)(x+5)}$;

б) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)(a+b)}$; $\frac{a+2}{a^2-b^2} = \frac{a+2}{(a-b)(a+b)}$;

в) $\frac{a+2}{a^3-8} = \frac{a+2}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{a(a+2)}{a(a-2)(a^2+2a+4)}$;

$\frac{1}{a^2-2a} = \frac{1}{a(a-2)} = \frac{a^2-2a+4}{a(a-2)(a^2+2a+4)}$.

138. а) $\frac{m^2-2m}{m^3-8} = \frac{m(m-2)}{(m-2)(m^2+2m+4)} = \frac{m}{m^2+2m+4}$;

б) $\frac{8y-x^3y}{x^2y^2-4y^2} = \frac{y(8-x^3)}{y^2(x^2-4)} = \frac{y(2-x)(4+2x+x^2)}{y^2(x-2)(x+2)} = -\frac{y(4+2x+x^2)}{y^2(x+2)} = -\frac{4+2x+x^2}{y(x+2)}$.

139. а) $\frac{ac+bx+ax+bc}{ay+2bx+2ax+by} = \frac{c(a+b)+x(a+b)}{y(a+b)+2x(a+b)} = \frac{(a+b)(c+x)}{(a+b)(y+2x)} = \frac{c+x}{y+2x}$;

б) $\frac{x-xy+z-zy}{1-3y+3y^2-y^3} = \frac{x(1-y)+z(1-y)}{(1-y^3)-3y(1-y)} = \frac{(1-y)(x+z)}{(1-y)(1+y+y^2-3y)} = \frac{x+z}{(1-y)^2}$.

140. а) $\frac{x^2-(a-b)x-ab}{x^3+bx^2+ax+ab} = \frac{x^2-ax+bx-ab}{x^2(x+b)+a(x+b)} = \frac{x(x-a)+b(x-a)}{(x+b)(x^2+a)} = \frac{(x-a)(x+b)}{(x+b)(x^2+a)} =$

$= \frac{x-a}{x^2+a}$;

б) $\frac{(x+a)^2-(z+c)^2}{(x+z)^2-(a+c)^2} = \frac{(x+a-z-c)(x+a+z+c)}{(x+z-a-c)(x+z+a+c)} = \frac{x+a-z-c}{x+z-a-c}$.

141. а) $\frac{x^4+(2c^2-a^2)x^2+c^4}{x^4+2ax^3+a^2x^2-c^4} = \frac{x^4+2x^2c^2-a^2x^2+c^4}{x^2(x^2+2ax+a^2)-c^4} = \frac{(x^4+2x^2c^2+c^4)-a^2x^2}{x^2(x+a)^2-c^4} =$

$= \frac{(x^2+c^2)^2-a^2x^2}{x^2(x+a)^2-c^4} = \frac{(x^2+c^2-ax)(x^2+c^2+ax)}{(x(x+a)-c^2)(x(x+a)+c^2)} = \frac{(x^2+c^2-ax)(x^2+c^2+ax)}{(x^2+ax-c^2)(x^2+ax+c^2)} =$

$= \frac{x^2+c^2-ax}{x^2+ax-c^2}$;

б) $\frac{a^3c-2a^2c^2+ac^3-ab^2c}{(a^2+c^2-b^2)^2-4a^2c^2} = \frac{a^3c+ac^3-ab^2c-2a^2c^2}{(a^2+c^2-b^2-2ac)(a^2+c^2-b^2+2ac)} =$

$$= \frac{ac(a^2 + c^2 - b^2) - 2a^2c^2}{(a^2 + c^2 - b^2 - 2ac)(a^2 + c^2 - b^2 + 2ac)} = \frac{ac(a^2 + c^2 - b^2 - 2ac)}{(a^2 + c^2 - b^2 - 2ac)(a^2 + c^2 - b^2 + 2ac)} =$$

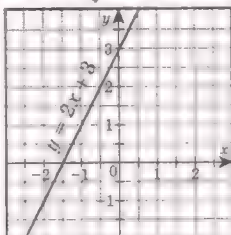
$$= \frac{ac}{(a^2 + c^2 - b^2 + 2ac)}.$$

142. а) $3 \cdot 10^5 = 300\ 000$; б) $2{,}7 \cdot 10^7 = 27\ 000\ 000$; в) $1{,}43 \cdot 10^6 = 1\ 430\ 000$.

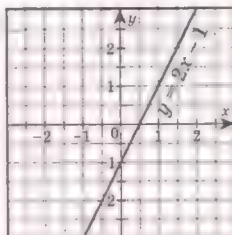
143. $5 - 2x(3x - 2) = x(x + 4) - 7x(x - 5)$; $5 - 6x^2 + 4x = x^2 + 4x - 7x^2 + 35x$; $35x = 5$; $x = \frac{1}{7}$.

144. а) $S_ф = a^2 - \frac{1}{2}\pi x^2$; б) $S_ф = a^2 - \pi x^2$.

145. а) $y = 2x + 3$;



б) $y = 2x - 1$



150. Цілі вирази: б), в). Дробові вирази: а), г).

151. а) $7{,}5 - 2{,}5^2 = 2{,}5 \cdot 3 - 2{,}5^2 = 2{,}5 \cdot (3 - 2{,}5) = 2{,}5 \cdot 0{,}5 = 1{,}25$;

б) $1\frac{1}{2} - 2{,}5 = 1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = -1$; в) $\frac{3{,}5}{2{,}3 + 4{,}7} = \frac{3{,}5}{7} = 0{,}5$; г) $(1 + 51)^0 = 1$.

152. а) Якщо $x = 1$, то $\frac{10}{1} + \frac{1}{10} = 10\frac{1}{10} = 10{,}1$;

б) якщо $x = 2$, то $\frac{10}{2} + \frac{2}{10} = 5 + \frac{1}{5} = 5\frac{1}{5} = 5{,}2$;

в) якщо $x = 5$, то $\frac{10}{5} + \frac{5}{10} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} = 2{,}5$;

г) якщо $x = 10$, то $\frac{10}{10} + \frac{10}{10} = 1 + 1 = 2$.

153. а) При $x = 0$ вираз $\frac{9}{x}$ не має змісту; б) при $x = 0$; в) при $x = 0$; г) при $x = 0$.

154. а) При $x + 3 = 0$, тобто $x = -3$; б) при $x - 2 = 0$, тобто $x = 2$;
в) при $x + 1 = 0$, тобто $x = -1$; г) при $x - 3 = 0$, тобто $x = 3$.

155. а) Якщо $x - 3 = 0$, тобто $x = 3$, значення дробу $\frac{x - 3}{8}$ дорівнює нулю;
б) якщо $x + 5 = 0$, тобто $x = -5$; в) якщо $2x + 3 = 0$, тобто $x = -\frac{3}{2}$, $x = -1{,}5$;
г) якщо $x(x - 3) = 0$, тобто $x = 0$ або $x = 3$.

156. а) $\frac{3x - 9}{5}$; б) $\frac{y + 1}{7}$; в) $\frac{x - 0{,}5}{x}$; г) $\frac{2y + 3}{y + 1}$.

157. а) Ні, бо чисельник ні при яких значеннях змінної не дорівнює нулю;
б) ні; в) так, бо при $x = 1$ чисельник $x - 1 = 0$;
г) так, бо при $x = -1$ чисельник дорівнює нулю.

158. а) Так, бо $\frac{30}{15} = 2$; б) так, бо $\frac{1}{15 - 8} = \frac{1}{7}$; в) ні, бо $15 - 15 = 0$, а на нуль ділить неможна (знаменник дробу не повинен дорівнювати нулю).

159. Коренем рівняння є число 0, бо якщо $x = \pm 2$, тоді знаменник дробу дорівнює нулю, що неможливо, а якщо $x = \pm 1$, тоді чисельник не дорівнює нулю, тому і дріб не дорівнює нулю.

160. а) $\frac{x+3}{3-x}=0;$ $\begin{cases}x+3=0,\\3-x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\x\neq 3;\end{cases}$ $x=-3;$

б) $\frac{2x-10}{x+5}=0;$ $\begin{cases}2x-10=0,\\x+5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\x\neq -5;\end{cases}$ $x=5;$

в) $\frac{x^2}{x+2}=0;$ $\begin{cases}x^2=0,\\x+2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\x\neq -2;\end{cases}$ $x=0;$

г) $\frac{x-1}{x^2+1}=0,$ оскільки $x^2+1\neq 0$ при будь-якому значенні x, то $x-1=0;$ $x=1.$

161. а) $\frac{x(x+1)}{x^2-1}=0;$ $\begin{cases}x(x+1)=0,\\(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0 \text{ або } x=-1,\\x\neq 1,\ x\neq -1;\end{cases}$ $x=0;$

б) $\frac{x^2-4}{x^2+4}=0;$ оскільки $x^2+4\neq 0$ при будь-якому значенні змінної x, то $x^2-4=0;$ $x=\pm 2;$

в) $\frac{x^2-25}{(x+5)^2}=0;$ $\begin{cases}(x-5)(x+5)=0,\\(x+5)^2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5 \text{ або } x=-5,\\x\neq -5;\end{cases}$ $x=5;$

г) $\frac{2x^2-10x}{x(x+5)}=0;$ $\begin{cases}2x(x-5)=0,\\x(x+5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0 \text{ або } x=5,\\x\neq 0,\ x\neq -5;\end{cases}$ $x=5.$

162.

Раціональні вирази	
Цілі	Дробові
$4a^2b;\ 4+a^2b;\ 4a^2+\lvert b\rvert;\ (4+a^2)b;$ $\frac{a^2b}{4};\ \left(\frac{a}{4}\right)^2+b$	$\frac{a^2}{4b};\ 4:a^2b;\ (4+a)^2:b;\ \frac{\lvert b\rvert}{4a};\ \frac{4+a^2}{b}$

163. а) Ні; б) ні; в) ні; г) ні — всі вирази не є дробовими, бо не містять ділення на змінну.

164. а) Якщо $a=0{,}75;$ $y=-7{,}25$, то $|0{,}75|+|-7{,}25|=0{,}75+7{,}25=8.$

б) Якщо $x=1{,}331;$ $y=-1{,}331$, то $|1{,}331|+|-1{,}331|=1{,}331+1{,}331=2{,}662.$

165. а) $\frac{1{,}5}{4{,}5-1\frac{1}{2}}=\frac{1{,}5}{3}=0{,}5;$ б) $\frac{15^2-5^2}{20}=\frac{(15-5)(15+5)}{20}=\frac{10\cdot 20}{20}=10;$

в) $\frac{144}{12^2}+\left(\frac{144}{12}\right)^2=\frac{144}{144}+(12)^2=1+144=145.$

166. а) $x^2+2x+1-\frac{1}{x^2+2x+1}=(x+1)^2-\frac{1}{(x+1)^2}$. Якщо $x=0$, то $1-1=0;$

якщо $x=1$, то $4-\frac{1}{4}=3\frac{3}{4};$ якщо $x=9$, то $100-\frac{1}{100}=\frac{9999}{100}=99{,}99;$

б) $4a^2-4a+1+\frac{1}{4a^2-4a+1}=(2a-1)^2-\frac{1}{(2a-1)^2}.$

Якщо $a=-\frac{1}{2}$, то $\left(2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1\right)^2+\frac{1}{(-2)^2}=4+\frac{1}{4}=4\frac{1}{4};$

якщо $a=5\frac{1}{2}$, то $\left(2\cdot\frac{11}{2}-1\right)^2+\frac{1}{10^2}=100+\frac{1}{100}=100{,}01.$

167. а) $1+\frac{|a|}{a}=1+1=2,$ $a>0;$ $1+\frac{|a|}{a}=1-1=0,$ $a<0.$

Якщо $a=0$, то вираз не має змісту.

б) $\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}.$ 1) $a>0,\ b>0.$ $1+1=2;$ 2) $a>0,\ b<0.$ $1-1=0;$
3) $a<0,\ b>0.$ $-1+1=0;$ 4) $a<0,\ b<0.$ $-1-1=-2;$
5) $a=0,\ b=0$ — вираз не має змісту;

в) $\frac{a|b|}{ab}$. 1) $b > 0$, $a \neq 0$. $\frac{ab}{ab} = 1$; 2) $b < 0$, $a \neq 0$. $\frac{-ab}{ab} = -1$;
3) $a = 0$, $b = 0$ — вираз не має змісту.

168. а) Швидкість човна за течією дорівнює $(v + 2)$ км/год, тоді 100 км він подолає за $\frac{100}{v+2}$ години.

б) Швидкість човна проти течії дорівнює $(v - 2)$ км/год, тоді 100 км він подолає за $\frac{100}{v-2}$ години.

169. а) Швидкість катера за течією дорівнює $(50 + v)$ км/год, тоді 50 км він подолає за $\frac{50}{50+v}$ годин.

б) Швидкість катера проти течії $(50 - v)$ км/год, тоді 50 км він подолає за $\frac{50}{50-v}$ годин.

170. Перший кухар за 1 годину виліпив $96 : \frac{n}{60} = \frac{96 \cdot 60}{n}$ вареників, а другий за 1 годину виліпив $105 : \frac{m}{60} = \frac{105 \cdot 60}{m}$ вареників.

За 1 годину вони виліпили $\frac{96 \cdot 60}{n} + \frac{105 \cdot 60}{m} = \frac{60(96m + 105n)}{nm}$ вареників.

171. Перший розчин містить $0{,}1m$ г солі, другий — $0{,}15n$ г солі. Усього в новому розчину $(0{,}1m + 0{,}15n)$ г солі, а маса цього розчину дорівнює $(m + n)$ г. Концентрація солі утвореного розчину дорівнює $\frac{0{,}1m + 0{,}15n}{m+n}$.

172. а) $\frac{8}{2+c^2} > 0$; б) $\frac{n^2+2}{(n-1)^2+2} > 0$; в) $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^4+2} > 0$. Значення даних дробів не може бути від'ємним. Якщо $x = -y$, то значення дробу $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^4+2} = 0$.

173. а) Значення дробу $\frac{2x+3}{x^2+5} = 0$, якщо $2x + 3 = 0$, $x = -1{,}5$.

б) Значення дробу $\frac{x^2-4x}{x+3} = 0$, якщо $x(x-4) = 0$, $x = 0$ або $x = 4$, при цих значеннях вираз $x + 3 \neq 0$.

в) $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$, якщо $\begin{cases} x^2 - 9 = 0, \\ x - 3 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} (x-3)(x+3) = 0, \\ x \neq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \text{ або } x = -3, \\ x \neq 3; \end{cases}$ отже, $x = -3$;

г) $\frac{x}{x^2-3x} = 0$, якщо $\begin{cases} x = 0, \\ x(x-3) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, \\ x \neq 0,\ x \neq 3; \end{cases}$
немає значень змінної x, при яких значення дробу дорівнює нулю.

174. а) $\frac{x+3}{6-2x} = 0$, якщо $\begin{cases} x + 3 = 0, \\ 2(3-x) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3, \\ x \neq 3; \end{cases}$ $x = -3$;

б) $\frac{2y-1}{y^2-1} = 0$, якщо $\begin{cases} 2y - 1 = 0, \\ (y-1)(y+1) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 0{,}5, \\ y \neq 1,\ y \neq -1; \end{cases}$ $y = 0{,}5$;

в) $\frac{x(x-4)}{12+x} = 0$, якщо $\begin{cases} x(x-4) = 0, \\ 12 + x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \text{ або } x = 4, \\ x \neq -12; \end{cases}$ $x = 0$ або $x = 4$;

г) $\frac{12m}{m+m^2} = 0$, якщо $\begin{cases} m = 0, \\ m(1+m) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} m = 0, \\ m \neq 0,\ m \neq -1; \end{cases}$ таких значень немає.

175. а) $\frac{x}{25-x^2}$; б) $\frac{(m+4)(m-4)}{m+6}$; в) $\frac{y(y+2)}{y-1}$; г) $\frac{x-5}{x}$;

ґ) $\frac{(z-3)(z+4)}{z+10}$; г) $\frac{(3a+1)(3a-2)}{a^2+9}$.

176. а) $\frac{12}{4}=3$, так; б) $\frac{36-1}{5}=\frac{35}{5}=7$, так; в) $\frac{12+12}{12-12}$, ні;

г) $\frac{12-2}{2-12}=\frac{10}{-10}=-1$, ні; ґ) $\frac{12-4}{4}=\frac{12}{6}$, так, бо $2=2$;

д) $\frac{12(12-9)}{4}=12-3$, так, бо $3\cdot3=9$ і $12-3=9$.

177. а) $\frac{5}{x-3}=0$, ні, бо $5\neq0$; б) $\frac{z^2+10}{z-5}=0$, ні, бо $z^2+10>0$;

в) $\frac{x-7}{x^2-7x}=0$, ні, бо при $x=7$ знаменник $x^2-7x=0$, що неможливо.

178. а) $\frac{2x-3}{5x}=0$; $\begin{cases}2x-3=0,\\x\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,5,\\x\neq0;\end{cases}$ $x=1,5$;

б) $\frac{15-3x}{x+4}=0$; $\begin{cases}15-3x=0,\\x+4\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}3x=15,\\x\neq-4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\x\neq-4;\end{cases}$ $x=5$;

в) $\frac{0,5+2x}{x^2-1}=0$; $\begin{cases}0,5+2x=0,\\(x-1)(x+1)\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}2x=-0,5,\\x\neq1,\ x\neq-1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-0,25,\\x\neq1,\ x\neq-1;\end{cases}$ $x=-0,25$.

179. а) $\frac{3x}{x^2-1}=0$; $\begin{cases}x=0,\\(x-1)(x+1)\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\x\neq1,\ x\neq-1;\end{cases}$ $x=0$;

б) $\frac{x^2-2x+1}{1-x^3}=0$; $\frac{(x-1)^2}{(1-x)(1+x+x^2)}=0$; $\begin{cases}x-1=0,\\1-x\neq0,\ (1+x+x^2)\neq0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=1,\\x\neq1,\ (1+x+x^2)\neq0;\end{cases}$ рівняння розв'язків не має;

в) $\frac{x^2-1}{x^2+4}=0$; якщо $(x-1)(x+1)=0$ (знаменник $x^2+4>0$), $x=1$ або $x=-1$.

180. а) $\frac{x^2+4}{x-1}=0$, оскільки $x^2+4>0$, то рівняння не має розв'язків;

б) $\frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}=0$; $\frac{x(x-3)}{(x-3)^2}=0$; $\begin{cases}x(x-3)=0,\\x-3\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0\text{ або }x=3,\\x\neq3;\end{cases}$ отже, $x=0$;

в) $\frac{4-4x+x^2}{4-x^2}=0$; $\frac{(2-x)^2}{(2-x)(2+x)}=0$; $\begin{cases}2-x=0,\\(2-x)(2+x)\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq2,\ x\neq-2;\end{cases}$

рівняння не має розв'язків.

181. а) $1\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{5}{3}+\frac{5}{3}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$; б) $\frac{2^{\backslash2}}{3}+\frac{5}{6}=\frac{4+5}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}=1,5$;

в) $7-\frac{9}{11}=6\frac{11}{11}-\frac{9}{11}=6\frac{2}{11}$; г) $\frac{5}{21}-1\frac{1}{35}=\frac{5^{\backslash5}}{21}-\frac{36^{\backslash3}}{35}=\frac{25-108}{105}=-\frac{83}{105}$.

182. а) $\frac{a}{4(a-b)}=\frac{5a}{20(a-b)}$ і $\frac{b}{20(a-b)}$; б) $\frac{x+y}{xyz}=\frac{z(x+y)}{xyz^2}$ і $\frac{6y}{xz^2}=\frac{6y^2}{xyz^2}$;

в) $\frac{3}{x^2-a^2}=\frac{3}{(x-a)(x+a)}=\frac{3(x+a)}{(x-a)(x+a)^2}$ і $\frac{x+1}{(x+a)^2}=\frac{(x-a)(x+1)}{(x-a)(x+a)^2}$.

183. а) $\frac{x}{2(x-1)}=\frac{x^2}{2x(x-1)}$ і $\frac{2}{x(x-1)}=\frac{4}{2x(x-1)}$;

б) $\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{x+1}{x(x+1)^2}$ і $\frac{1}{x^2+2x+1}=\frac{1}{(x+1)^2}=\frac{x}{(x+1)^2x}$;

в) $\frac{2a}{a^2-b^2}=\frac{2a\cdot18a}{18a(a^2-b^2)}=\frac{36a^2}{(a^2-b^2)18a}$ і $\frac{b}{18a}=\frac{b(a^2-b^2)}{18a(a^2-b^2)}$.

184. а) $6x^2 - 6y^2 = 6(x^2 - y^2) = 6(x - y)(x + y)$; б) $5 - 5m^2 = 5(1 - m^2) = 5(1 - m)(1 + m)$;
в) $ax^2 - a^3 = a(x^2 - a^2) = a(x - a)(x + a)$;
г) $3x^4 - 12x^2 = 3x^2(x^2 - 4) = 3x^2(x - 2)(x + 2)$;
ґ) $20x^2 - 45b^2 = 5(4x^2 - 9b^2) = 5(2x - 3b)(2x + 3b)$;
д) $48x^2 - 75y^2 = 3(16x^2 - 25y^2) = 3(4x - 5y)(4x + 5y)$.

185. 1. Дріб $\frac{x^2 - 2x + 3}{2x(x^2 + 1)}$ не має змісту, якщо $x = 0$.

Б. Дріб $\frac{x^2 - 1}{2x + 3} = \frac{1 - 1}{2 + 3} = \frac{0}{5} = 0$, 1 — Б.

2. Дріб $\frac{x}{3x - 6}$ не має змісту, якщо $x = 2$.

В. Дріб $\frac{2(x + 3)}{(x + 1)^2} = \frac{2(1 + 3)}{(1 + 1)^2} = 2$, 2 — Б. 3 — А; 4 — Д.

192. а) $\frac{2a}{a - c} - \frac{a}{a - c} - \frac{c}{a - c} = \frac{2a - a - c}{a - c} = \frac{a - c}{a - c} = 1$;

б) $\frac{3a}{a^2 - 1} - \frac{2a}{a^2 - 1} + \frac{1}{a^2 - 1} = \frac{3a - 2a + 1}{a^2 - 1} = \frac{a + 1}{(a - 1)(a + 1)} = \frac{1}{a - 1}$;

в) $\frac{3x + y}{x + y + z} + \frac{z - 2x}{x + y + z} = \frac{3x + y + z - 2x}{x + y + z} = \frac{x + y + z}{x + y + z} = 1$;

г) $\frac{2a - b}{a + b - c} - \frac{a - 2b + c}{a + b - c} = \frac{2a - b - a + 2b - c}{a + b - c} = \frac{a + b - c}{a + b - c} = 1$.

193. а) $\frac{1 - a}{1 - c^2} + \frac{a - 3}{1 - c^2} - \frac{c - 3}{1 - c^2} = \frac{1 - a + a - 3 - c + 3}{1 - c^2} = \frac{1 - c}{(1 - c)(1 + c)} = \frac{1}{1 + c}$;

б) $\frac{a^2 - c^3}{a - c} + \frac{c^2 - a^3}{a - c} + \frac{a^3 - a^2}{a - c} = \frac{a^2 - c^3 + c^2 - a^3 + a^3 - a^2}{a - c} = \frac{c^2 - c^3}{a - c}$.

194. а) $\frac{a + b - c}{3abc} + \frac{a - b + c}{3abc} + \frac{b - a + c}{3abc} = \frac{a + b - c + a - b + c + b - a + c}{3abc} = \frac{a + b + c}{3abc}$;

б) $\frac{x + y - z}{x + y + z} + \frac{x - y + z}{x + y + z} + \frac{-x + y + z}{x + y + z} = \frac{x + y - z + x - y + z - x + y + z}{x + y + z} = \frac{x + y + z}{x + y + z} = 1$.

195. а) $\frac{2}{3a} + \frac{4}{3a} - \frac{6 - a^2}{3a} = \frac{2 + 4 - 6 + a^2}{3a} = \frac{6 - 6 + a^2}{3a} = \frac{a^2}{3a} = \frac{a}{3}$;

б) $\frac{2a + 3}{5b} + \frac{2a - 9}{5b} + \frac{a + 1}{5b} = \frac{2a + 3 + 2a - 9 + a + 1}{5b} = \frac{5a - 5}{5b} = \frac{5(a - 1)}{5b} = \frac{a - 1}{b}$;

в) $\frac{x^2}{x + 1} + \frac{2x - 1}{x + 1} + \frac{1 - x}{x + 1} = \frac{x^2 + 2x - 1 + 1 - x}{x + 1} = \frac{x^2 + x}{x + 1} = \ = \frac{x(x + 1)}{x + 1} = x$;

г) $\frac{2(m + n)}{m - n} - \frac{m}{m - n} - \frac{m}{m - n} = \frac{2m + 2n - m - m}{m - n} = \frac{2n}{m - n}$.

196. а) $\frac{5x}{2y} - \frac{x + y}{2y} + \frac{2x + y}{2y} = \frac{5x - x - y + 2x + y}{2y} = \frac{6x}{2y} = \frac{3x}{y}$;

б) $\frac{2a^2}{a + b} + \frac{ab}{a + b} - \frac{a^2}{a + b} = \frac{2a^2 + ab - a^2}{a + b} = \frac{a^2 + ab}{a + b} = \frac{a(a + b)}{a + b} = a$;

в) $\frac{2a - 5}{2a - 3} + \frac{a - 2}{2a - 3} - \frac{a - 4}{2a - 3} = \frac{2a - 5 + a - 2 - a + 4}{2a - 3} = \frac{2a - 3}{2a - 3} = 1$;

г) $\frac{x^3}{x^2 - 4} - \frac{x^3 - x}{x^2 - 4} - \frac{2}{x^2 - 4} = \frac{x^3 - x^3 + x - 2}{x^2 - 4} = \frac{x - 2}{(x - 2)(x + 2)} = \frac{1}{x + 2}$.

197. а) $\frac{a}{a+c}+\frac{c}{a+c}=1$; $\frac{a+c}{a+c}=1$; $1=1$. Тотожність доведено.

б) $\frac{a}{a-c}-\frac{c}{a-c}=1$; $\frac{a-c}{a-c}=1$; $1=1$. Тотожність доведено.

в) $\frac{x(1+y)}{x-y}-\frac{y(1+x)}{x-y}=1$; $\frac{x+xy-y-yx}{x-y}=1$; $\frac{x-y}{x-y}=1$; $1=1$. Тотожність доведено.

г) $\frac{a(b-1)}{a-b}-\frac{b(a-1)}{a-b}=-1$; $\frac{ab-a-ab+b}{a-b}=-1$; $\frac{b-a}{a-b}=-1$; $-1=-1$.
Тотожність доведено.

198. а) $\frac{a^2}{a+3}-\frac{9}{a+3}=\frac{a^2-9}{a+3}=\frac{(a-3)(a+3)}{a+3}=a-3$;

б) $\frac{2}{m^2-4}+\frac{m}{m^2-4}=\frac{2+m}{(m-2)(m+2)}=\frac{1}{m-2}$;

в) $\frac{5a-1}{a^2-b^2}-\frac{5b-1}{a^2-b^2}=\frac{5a-1-5b+1}{a^2-b^2}=\frac{5(a-b)}{(a-b)(a+b)}=\frac{5}{a+b}$;

г) $\frac{a^2-30}{a-5}+\frac{5}{a-5}=\frac{a^2-30+5}{a-5}=\frac{a^2-25}{a-5}=a+5$.

199. а) $\frac{x}{x+5}-\frac{3}{x+5}=0$; $\frac{x-3}{x+5}=0$; $\begin{cases}x-3=0,\\x+5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\neq -5;\end{cases}$ $x=3$;

б) $\frac{2x+3}{5x}+\frac{3x+2}{5x}=0$; $\frac{5x+5}{5x}=0$; $\frac{5(x+1)}{5x}=0$; $\frac{x+1}{x}=0$; $\begin{cases}x+1=0,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\x\neq 0;\end{cases}$ $x=-1$;

в) $\frac{2x}{x+3}+\frac{6}{x+3}=0$; $\frac{2x+6}{x+3}=0$; $\frac{2(x+3)}{x+3}=0$; $\begin{cases}x+3=0,\\x+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3,\\x\neq -3;\end{cases}$
рівняння не має коренів.

200. а) $\frac{8}{3x}+\frac{2x}{3x}=0$; $\frac{8+2x}{3x}=0$; $\begin{cases}8+2x=0,\\x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-4,\\x\neq 0;\end{cases}$ $x=-4$;

б) $\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x-2}=0$; $\frac{x-2}{x-2}=0$; $\begin{cases}x-2=0,\\x-2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq 2;\end{cases}$ рівняння не має коренів;

в) $\frac{x-5}{x^2-25}-\frac{x}{x^2-25}=0$; $\frac{x-5-x}{x^2-25}=0$; $\frac{-5}{x^2-25}=0$; рівняння не має коренів;

г) $\frac{5x-1}{2x+5}+\frac{2x+15}{2x+5}=0$; $\frac{5x-1+2x+15}{2x+5}=0$; $\frac{7x+14}{2x+5}=0$; $\begin{cases}7x+14=0,\\2x+5\neq 0;\end{cases}$
$\begin{cases}x=-2,\\x\neq -2,5;\end{cases}$ $x=-2$.

201. а) $\frac{3}{2x}=\frac{9}{6x}$ і $\frac{1}{3x}=\frac{2}{6x}$; б) $\frac{a}{4c}=\frac{a^2}{4ac}$ і $\frac{c}{4a}=\frac{c^2}{4ac}$;

в) $\frac{35}{9a^2}=\frac{140}{36a^2}$ і $\frac{7}{12a}=\frac{21a}{36a^2}$; г) $\frac{4}{a^3}=\frac{4b}{a^3b}$ і $\frac{7}{a^2b}=\frac{7a}{a^3b}$;

ґ) $\frac{1}{x^2y}=\frac{yz}{x^2y^2z}$ і $\frac{1}{y^2z}=\frac{x^2}{x^2y^2z}$; д) $\frac{2}{3ax^2}=\frac{4b}{6abx^2}$ і $\frac{a}{6bx^2}=\frac{a^2}{6abx^2}$.

202. 1) $\frac{1}{a^2-x^2}$ і $\frac{2(a-x)}{a^2-x^2}$; б) $\frac{a(a+c)}{a^2-c^2}$ і $\frac{c}{a^2-c^2}$; в) $\frac{a}{45b}=\frac{2a^2}{90ab}$ і $\frac{b}{18a}=\frac{5b^2}{90ab}$;

г) $\frac{2c}{c^3-cz^2}=\frac{2c}{c(c^2-z^2)}$ і $\frac{3z}{c^2+cz}=\frac{3z}{c(c+z)}=\frac{3z(c-z)}{c(c^2-z^2)}$;

г) $\dfrac{x}{a(x+a)^2}=\dfrac{x^2}{ax(x+a)^2}$ і $\dfrac{a}{x(x+a)}=\dfrac{a\cdot a\cdot(x+a)}{ax(x+a)^2}=\dfrac{a^2(x+a)}{ax(x+a)^2}$;

д) $\dfrac{3x}{56a^2}=\dfrac{9\cdot 3x}{504a^2}=\dfrac{27x}{504a^2}$ і $\dfrac{x^2}{63a}=\dfrac{x^2\cdot a\cdot 8}{504a^2}=\dfrac{8ax^2}{504a^2}$.

203. а) $\dfrac{1}{a-c}$ і $\dfrac{3}{c-a}=-\dfrac{3}{a-c}$; б) $\dfrac{x}{x-y}$ і $\dfrac{1-y}{y-x}=\dfrac{y-1}{x-y}$; в) $\dfrac{-5}{a^2-4}=\dfrac{5}{4-a^2}$ і $\dfrac{a}{4-a^2}$.

204. а) $\dfrac{4ax}{a+x}=\dfrac{4ax(x-a)}{x^2-a^2}$ і $\dfrac{5x}{x^2-a^2}$; б) $\dfrac{3x}{x-1}=\dfrac{3x(x-1)}{(x-1)^2}$ і $\dfrac{1}{(1-x)^2}=\dfrac{1}{(x-1)^2}$;

в) $\dfrac{4}{35(x-2)}$ і $\dfrac{x}{14-7x}=-\dfrac{x}{7(x-2)}=-\dfrac{5x}{35(x-2)}$.

205. а) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{2x}=\dfrac{2+3}{2x}=\dfrac{5}{2x}$; б) $\dfrac{a}{c}+\dfrac{3-a}{4c}=\dfrac{4a+3-a}{4c}=\dfrac{3a+3}{4c}$;

в) $\dfrac{a+x^{\backslash 3}}{2x}+\dfrac{x-a^{\backslash 2}}{3x}=\dfrac{3a+3x+2x-2a}{6x}=\dfrac{a+5x}{6x}$; г) $\dfrac{1^{\backslash x}}{a+b}+\dfrac{3^{\backslash 1}}{x(a+b)}=\dfrac{x+3}{x(a+b)}$;

г) $\dfrac{a-c}{c}+\dfrac{-a^2}{c(a-c)}=\dfrac{(a-c)(a-c)-a^2}{c(a-c)}=\dfrac{a^2-2ac+c^2-a^2}{c(a-c)}=\dfrac{c^2-2ac}{c(a-c)}$;

д) $\dfrac{1^{\backslash 3x}}{2a^2bx^3}+\dfrac{5^{\backslash 2ba}}{3ax^4}=\dfrac{3x+10ba}{6a^2bx^4}$.

206. а) $\dfrac{4}{ax^2}-\dfrac{5}{ax}=\dfrac{4-5x}{ax^2}$; б) $\dfrac{1}{c}-\dfrac{1}{a-c}=\dfrac{a-c-c}{c(a-c)}=\dfrac{a-2c}{c(a-c)}$;

в) $\dfrac{x^2-m}{m(x+m)}-\dfrac{x}{m}=\dfrac{x^2-m-x(x+m)}{m(x+m)}=\dfrac{x^2-m-x^2-xm}{m(x+m)}=\dfrac{-m(1+x)}{m(x+m)}=\dfrac{-1-x}{x+m}$;

г) $\dfrac{3}{a-b}-\dfrac{2}{a+b}=\dfrac{3a+3b-2a+2b}{(a-b)(a+b)}=\dfrac{a+5b}{a^2-b^2}$;

г) $\dfrac{x^2}{(a+x)^2}-\dfrac{x}{a+x}=\dfrac{x^2-x(a+x)}{(a+x)^2}=\dfrac{x^2-ax-x^2}{(a+x)^2}=\dfrac{-ax}{(a+x)^2}$;

д) $\dfrac{x^{\backslash 5c^2}}{3a^2b^3c}-\dfrac{2^{\backslash 3ab^2}}{5abc^3}=\dfrac{5xc^2-6ab^2}{15a^2b^3c^3}$.

207. а) $\dfrac{1^{\backslash c}}{3cx}-\dfrac{c-x^{\backslash 1}}{3c^2x}=\dfrac{c-c+x}{3c^2x}=\dfrac{x}{3c^2x}=\dfrac{1}{3c^2}$; $\dfrac{1}{3cx}+\dfrac{c-x}{3c^2x}=\dfrac{c+c-x}{3c^2x}=\dfrac{2c-x}{3c^2x}$;

б) $\dfrac{a^2}{(a-b)^2}+\dfrac{a}{a-b}=\dfrac{a^2+a(a-b)}{(a-b)^2}=\dfrac{a^2+a^2-ab}{(a-b)^2}=\dfrac{2a^2-ab}{(a-b)^2}$;

$\dfrac{a^2}{(a-b)^2}-\dfrac{a}{a-b}=\dfrac{a^2-a(a-b)}{(a-b)^2}=\dfrac{a^2-a^2+ab}{(a-b)^2}=\dfrac{ab}{(a-b)^2}$;

в) $\dfrac{3}{c(x-y)}+\dfrac{2}{x^2-xy}=\dfrac{3}{c(x-y)}+\dfrac{2}{x(x-y)}=\dfrac{3x+2c}{cx(x-y)}$;

$\dfrac{3}{c(x-y)}-\dfrac{2}{x(x-y)}=\dfrac{3x-2c}{cx(x-y)}$.

208. а) $\dfrac{1}{2x}+\dfrac{4}{x+2}=\dfrac{x+2+4\cdot 2x}{2x(x+2)}=\dfrac{x+2+8x}{2x(x+2)}=\dfrac{9x+2}{2x(x+2)}$;

б) $\dfrac{2}{3c}-\dfrac{1}{c-3}=\dfrac{2(c-3)-3c}{3c(c-3)}=\dfrac{2c-6-3c}{3c(c-3)}=\dfrac{-c-6}{3c(c-3)}=\dfrac{c+6}{3c(3-c)}$;

в) $\dfrac{2}{a-x}-\dfrac{1}{ax}=\dfrac{2ax-(a-x)}{ax(a-x)}=\dfrac{2ax-a+x}{ax(a-x)}$.

209. а) $\frac{6}{4x-5y}-\frac{3}{2x}=\frac{12x-3(4x-5y)}{2x(4x-5y)}=\frac{12x-12x+15y}{2x(4x-5y)}=\frac{15y}{2x(4x-5y)}$;

б) $\frac{3}{4}-\frac{x+2}{4-3x}=\frac{3(4-3x)-4(x+2)}{4(4-3x)}=\frac{12-9x-4x-8}{4(4-3x)}=\frac{4-13x}{4(4-3x)}$;

в) $\frac{7+2x}{5-3x}+\frac{2}{3}=\frac{3(7+2x)+2(5-3x)}{3(5-3x)}=\frac{21+6x+10-6x}{3(5-3x)}=\frac{31}{3(5-3x)}$.

210. а) $\frac{a+b}{c}+1=\frac{a+b+c}{c}$;

б) $m+\frac{3c-m^2}{m-c}=\frac{m(m-c)+3c-m^2}{m-c}=\frac{m^2-mc+3c-m^2}{m-c}=\frac{c(3-m)}{m-c}$;

в) $5-\frac{3x^2}{a-x^2}=\frac{5(a-x^2)-3x^2}{a-x^2}=\frac{5a-5x^2-3x^2}{a-x^2}=\frac{5a-8x^2}{a-x^2}$.

211. а) $a+\frac{1-a^2}{a}=\frac{a^2+1-a^2}{a}=\frac{1}{a}$;

б) $2c-\frac{2c}{c-1}=\frac{2c(c-1)-2c}{c-1}=\frac{2c^2-2c-2c}{c-1}=\frac{2c^2-4c}{c-1}$;

в) $x^2-\frac{x^3}{a+x}=\frac{x^2(a+x)-x^3}{a+x}=\frac{ax^2+x^3-x^3}{a+x}=\frac{ax^2}{a+x}$.

212. а) $\frac{5x-3}{4x+4}-\frac{4x-2}{3x+3}=\frac{5x-3^{\backslash 3}}{4(x+1)}-\frac{4x-2^{\backslash 4}}{3(x+1)}=\frac{15x-9-16x+8}{12(x+1)}=\frac{-x-1}{12(x+1)}=-\frac{1}{12}$.

Значення виразу не залежить від значень змінної x.

б) $\frac{3m-2}{8+4m}-\frac{2m-2}{6+3m}=\frac{3m-2^{\backslash 3}}{4(2+m)}-\frac{2m-2^{\backslash 4}}{3(2+m)}=\frac{9m-6-8m+8}{12(2+m)}=\frac{m+2}{12(2+m)}=\frac{1}{12}$.

Значення виразу не залежить від значень змінної x.

213. а) $\frac{5}{2x+1}-\frac{5}{3x-2}=0$; $\frac{5(3x-2)-5(2x+1)}{(2x+1)(3x-2)}=0$; $\frac{5(3x-2-2x-1)}{(2x+1)(3x-2)}=0$;

$\frac{5(x-3)}{(2x+1)(3x-2)}=0$; $\begin{cases}x-3=0,\\(2x+1)(3x-2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\x\neq -0,5,\ x\neq\frac{2}{3};\end{cases}$ $x=3$;

б) $\frac{3}{1+2x}+\frac{2}{1-x}=0$; $\frac{3(1-x)+2(1+2x)}{(1+2x)(1-x)}=0$; $\frac{3-3x+2+4x}{(1+2x)(1-x)}=0$;

$\frac{5+x}{(1+2x)(1-x)}=0$; $\begin{cases}5+x=0,\\(1+2x)(1-x)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-5,\\x\neq -0,5,\ x\neq 1;\end{cases}$ $x=-5$;

в) $\frac{3x-7}{x-5}+\frac{x+3}{5-x}=0$; $\frac{3x-7}{x-5}-\frac{x+3}{x-5}=0$; $\frac{3x-7-x-3}{(x-5)}=0$; $\frac{2x-10}{(x-5)}=0$;

$\frac{2(x-5)}{(x-5)}=0$; $\begin{cases}x-5=0,\\x-5\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=5,\\x\neq 5;\end{cases}$ рівняння не має коренів;

г) $\frac{1}{1+x}-\frac{x}{1-x^2}=0$; $\frac{1-x-x}{1-x^2}=0$; $\frac{1-2x}{1-x^2}=0$; $\begin{cases}1-2x=0,\\1-x^2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,5,\\x\neq -1,\ x\neq 1;\end{cases}$ $x=0,5$.

214. а) $\frac{3a-1^{\backslash 2}}{3a^2}-\frac{2+a}{2a}=0$; $\frac{6a-2-6a-3a^2}{6a^2}=0$; $\frac{-2-3a^2}{6a^2}=0$; $\begin{cases}-2-3a^2=0,\\a^2\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}a^2=-\frac{2}{3},\\a^2\neq 0;\end{cases}$ рівняння не має коренів;

б) $\frac{a}{3a-3}-\frac{5}{2-2a}=0$; $\frac{a}{3(a-1)}-\frac{5}{2(1-a)}=0$; $\frac{a}{3(a-1)}+\frac{5}{2(a-1)}=0$;

$\frac{2a+15}{6(a-1)}=0;$ $\begin{cases}2a+15=0,\\ a-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}a=-7,5,\\ a\neq 1;\end{cases}$ $a=-7{,}5;$

в) $\frac{m}{(m+3)^2}+\frac{2}{m+3}=0;$ $\frac{m+2(m+3)}{(m+3)^2}=0;$ $\frac{m+2m+6}{(m+3)^2}=0;$ $\frac{3(m+2)}{(m+3)^2}=0;$

$\begin{cases}m+2=0,\\ m+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}m=-2,\\ m\neq -3;\end{cases}$ $m=-2;$

г) $\frac{1+m^2}{m-m^2}+\frac{m+5}{m-1}=0;$ $\frac{1+m^2}{m(1-m)}-\frac{m+5}{1-m}=0;$ $\frac{1+m^2-m(m+5)}{m(1-m)}=0;$

$\frac{1+m^2-m^2-5m}{m(1-m)}=0;$ $\frac{1-5m}{m(1-m)}=0;$ $\begin{cases}1-5m=0,\\ m(1-m)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}m=0,2,\\ m\neq 0,\ m\neq 1;\end{cases}$ $m=0{,}2.$

215. а) $\frac{4x-5y+8^{\backslash 5}}{18y}+\frac{7x+3y-5^{\backslash 3}}{30y}+\frac{2x+5y+3^{\backslash 2}}{45y}=$

$=\frac{20x-25y+40+21x+9y-15+4x+10y+6}{90y}=\ =\frac{45x-6y+31}{90y};$

б) $\frac{2a+3b^{\backslash 6}}{4c}-\frac{a+2b^{\backslash 4}}{6c}+\frac{4a-b}{8c}-\frac{3a-4b^{\backslash 2}}{12c}=$

$=\frac{12a+18b-4a-8b+12a-3b-6a+8b}{24c}=\ =\frac{14a+15b}{24c}.$

216. а) $\frac{x-4^{\backslash 10}}{2x}-\frac{5x-7^{\backslash 2}}{10x}-\frac{3x+9^{\backslash 5}}{4x}+\frac{2x+5^{\backslash 4}}{5x}=$

$=\frac{10x-40-10x+14-15x-45+8x+20}{20x}=\frac{-7x-51}{20x};$

б) $\frac{2a-ab+3b^{\backslash 2}}{9ab}-\frac{a-2ab^{\backslash 18}}{ab}-\frac{4a+ab-5b}{6ab}=$

$=\frac{4a-2ab+6b-18a+36ab-12a-3ab+15b}{18ab}=\ =\frac{-26a+31ab+21b}{18ab}.$

217. а) $\frac{x+1}{x-1}-1=\frac{x+1-(x-1)}{x-1}=\frac{x+1-x+1}{x-1}=\frac{2}{x-1};$

б) $\frac{a^{\backslash 5a}}{3bc^2}+\frac{2b^{\backslash 3b}}{5ac^2}-c^{\backslash 15abc^2}=\frac{5a^2+6b^2-15abc^3}{15abc^2};$

в) $1-a+\frac{2a^2}{a+1}=\frac{(1-a)(a+1)+2a^2}{a+1}=\frac{1-a^2+2a^2}{a+1}=\frac{1+a^2}{a+1}.$

218. а) $\frac{2}{3x+6}+\frac{x^2-x-2}{x^2-4}-1=\frac{2}{3(x+2)}+\frac{x^2-x-2}{(x-2)(x+2)}-1=$

$=\frac{2\cdot(x-2)+3(x^2-x-2)-3(x-2)(x+2)}{3(x-2)(x+2)}=$

$=\frac{2x-4+3x^2-3x-6-3x^2+12}{3(x-2)(x+2)}=\frac{-x+2}{3(x^2-4)}=\frac{-(x-2)}{3(x-2)(x+2)}=\frac{-1}{3(x+2)};$

б) $1+\frac{2m+1}{m^3-1}-\frac{m}{m-1}=1+\frac{2m+1}{(m-1)(m^2+m+1)}-\frac{m}{m-1}=$

$=\frac{m^3-1+(2m+1)-m(m^2+m+1)}{m^3-1}=\frac{m^3-1+2m+1-m^3-m^2-m}{m^3-1}=\frac{-m^2+m}{m^3-1}=$

$=\frac{-m(m-1)}{(m-1)(m^2+m+1)}=\frac{-m}{m^2+m+1}.$

219. а) $\frac{9x^2+4y^2}{12x^2y-8xy^2}+\frac{3x}{2xy-3x^2}=\frac{9x^2+4y^2}{4xy(3x-2y)}+\frac{3x}{x(2y-3x)}=\frac{9x^2+4y^2}{4xy(3x-2y)}-$

$-\frac{3x}{x(3x-2y)}=\frac{9x^2+4y^2-12xy}{4x(3x-2y)y}=\frac{(3x-2y)^2}{4x(3x-2y)y}=\frac{3x-2y}{4xy}$;

б) $\frac{2a+1}{6-3a}-\frac{a+3}{6a-12}+\frac{2a+1}{2a-4}=\frac{2a+1}{3(2-a)}-\frac{a+3}{6(a-2)}+\frac{2a+1}{2(a-2)}=$

$=\frac{-4a-2-a-3+6a+3}{6(a-2)}=\frac{a-2}{6(a-2)}=\frac{1}{6}$.

220. а) $\frac{6a-4b}{4ab-2b^2}+\frac{8a-3b}{8a^2-4ab}=\frac{6a-4b}{2b(2a-b)}+\frac{8a-3b}{4a(2a-b)}=\frac{2a(6a-4b)+b(8a-3b)}{4ab(2a-b)}=$

$=\frac{12a^2-8ab+8ab-3b^2}{4ab(2a-b)}=\frac{12a^2-3b^2}{4ab(2a-b)}=\frac{3(4a^2-b^2)}{4ab(2a-b)}=\frac{3(2a+b)}{4ab}$.

221. а) $\frac{5^{\backslash a+1}}{a-1}-\frac{8^{\backslash a-1}}{1+a}+\frac{3a+7^{\backslash 1}}{a^2-1}=\frac{5a+5-8a+8+3a+7}{a^2-1}=\frac{20}{a^2-1}$;

б) $\frac{1}{x}+\frac{x+1}{x^2-x}-\frac{x-1}{x^2-x}=\frac{1}{x}+\frac{x+1}{x(x-1)}-\frac{x-1}{x(x-1)}=\frac{x-1+x+1-x+1}{x(x-1)}=\frac{x+1}{x(x-1)}$.

222. а) $\frac{2}{x+1}+\frac{5}{x-1}-\frac{5}{x+2}=\frac{2(x-1)(x+2)+5(x+1)(x+2)-5(x^2-1)}{(x+1)(x-1)(x+2)}=$

$=\frac{(2x-2)(x+2)+(5x+5)(x+2)-5x^2+5}{(x+1)(x-1)(x+2)}=$

$=\frac{2x^2+4x-2x-4+5x^2+10x+5x+10-5x^2+5}{(x+1)(x-1)(x+2)}=\frac{2x^2+17x+11}{(x^2-1)(x+2)}$;

б) $\frac{2}{(a+1)^2}+\frac{1}{(a+1)^2}-\frac{2}{1-a}=\frac{3(1-a)-2(a+1)^2}{(a+1)^2(1-a)}=\frac{3-3a-2(a^2+2a+1)}{(a+1)^2(1-a)}=$

$=\frac{3-3a-2a^2-4a-2}{(a+1)^2(1-a)}=\frac{-2a^2-7a+1}{(a+1)^2(1-a)}$.

223. а) $\frac{2x-3}{3x-3}-\frac{3x-1}{4x+4}-\frac{x+2}{x^2-1}=\frac{2x-3^{\backslash 4(x+1)}}{3(x-1)}-\frac{3x-1^{\backslash 3(x-1)}}{4(x+1)}-\frac{x+2^{\backslash 12}}{x^2-1}=$

$=\frac{8x^2+8x-12x-12-9x^2+9x+3x-3-12x-24}{12(x^2-1)}=\frac{-x^2-4x-39}{12(x^2-1)}=\frac{x^2+4x+39}{12(1-x^2)}$;

б) $\frac{7}{a+b}+\frac{3a^2-2b^2}{a^2-b^2}-3-\frac{5}{a-b}=\frac{7(a-b)+3a^2-2b^2}{a^2-b^2}-\left(3+\frac{5}{a-b}\right)=$

$=\frac{7a-7b+3a^2-2b^2}{a^2-b^2}-\frac{3a-3b+5}{a-b}=\frac{7a-7b+3a^2-2b^2-(3a-3b+5)(a+b)}{a^2-b^2}=$

$=\frac{7a-7b+3a^2-2b^2-3a^2-3ab+3ab+3b^2-5a-5b}{a^2-b^2}=\frac{2a-12b+b^2}{a^2-b^2}$.

224. а) $\frac{2}{a}+\frac{3}{x-2a}-\frac{2a-3x}{4a^2-x^2}=\frac{2}{a}+\frac{3}{x-2a}+\frac{2a-3x}{x^2-4a^2}=$

$=\frac{2(x^2-4a^2)+3a(x+2a)+a(2a-3x)}{a(x^2-4a^2)}=$

$=\frac{2x^2-8a^2+3ax+6a^2+2a^2-3ax}{a(x^2-4a^2)}=\frac{2x^2}{a(x^2-4a^2)}$;

б) $\frac{1}{a-2}+\frac{3}{a+2}+\frac{2a}{(a+2)^2}=\frac{(a+2)^2+3(a^2-4)+2a(a-2)}{(a-2)(a+2)^2}=$

$$= \frac{a^2+4a+4+3a^2-12+2a^2-4a}{(a-2)(a+2)^2} = \frac{6a^2-8}{(a-2)(a+2)^2}.$$

225. $\frac{2}{x+4} - \frac{x-3}{x^2-4x+16} - \frac{x^2-9x}{x^3+64} = \frac{2}{x+4} - \frac{x-3}{x^2-4x+16} -$

$$- \frac{x^2-9x}{(x+4)(x^2-4x+16)} = \frac{2(x^2-4x+16)-(x-3)(x+4)-x^2+9x}{(x+4)(x^2-4x+16)} =$$

$$= \frac{2x^2-8x+32-x^2-4x+3x+12-x^2+9x}{(x+4)(x^2-4x+16)} = \frac{44}{x^3+64}.$$

226. $\frac{1}{2a-3x} - \frac{2a+3x}{4a^2+6ax+9x^2} - \frac{6ax}{8a^3-27x^3} =$

$$= \frac{4a^2+6ax+9x^2-(2a-3x)(2a+3x)-6ax}{(2a-3x)(4a^2+6ax+9x^2)} =$$

$$= \frac{4a^2+6ax+9x^2-4a^2+9x^2-6ax}{(2a-3x)(4a^2+6ax+9x^2)} = \frac{18x^2}{8a^3-27x^3}.$$

227. а) $\frac{3}{(x-a)(x-c)} + \frac{2}{(x-a)(c-a)} - \frac{2}{(c-x)(a-c)} =$

$$= \frac{3}{(x-a)(x-c)} - \frac{2}{(x-a)(a-c)} + \frac{2}{(x-c)(a-c)} = \frac{3(a-c)-2(x-c)+2(x-a)}{(x-a)(x-c)(a-c)} =$$

$$= \frac{3a-3c-2x+2c+2x-2a}{(x-a)(x-c)(a-c)} = \frac{a-c}{(x-a)(x-c)(a-c)} = \frac{1}{(x-a)(x-c)}.$$

228. $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)} =$

$$= \frac{(a+b)(a-b)+(b+c)(b-c)+(c+a)(c-a)}{(b-c)(c-a)(a-b)} = \frac{a^2-b^2+b^2-c^2+c^2-a^2}{(b-c)(c-a)(a-b)} = 0.$$

229. а) Якщо $a = 3$, то

$$\frac{2\cdot 3}{1-9} + \frac{3+1}{6-2} - \frac{3-1}{12} = \frac{6}{-8} + \frac{4}{4} - \frac{2}{12} = -\frac{3}{4} + 1 - \frac{1}{6} = 1 + \frac{-9-2}{12} = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12};$$

б) якщо $x = \frac{1}{5}$, то $\frac{0,2+2}{0,2} - \frac{0,2}{0,2-2} + \frac{0,2+2}{0,04-0,4} = 11 + \frac{1}{9} + \left(-6\frac{1}{9}\right) = 5;$

в) якщо $x = 2$, $y = 3$, то

$$\frac{1}{x} + \frac{x+2y}{x^2-2xy} - \frac{4x}{x^2-4y^2} = \frac{1}{x} + \frac{x+2y}{x(x-2y)} - \frac{4x}{(x-2y)(x+2y)} =$$

$$= \frac{x^2-4y^2+(x+2y)^2-4x^2}{x(x-2y)(x+2y)} = \frac{x^2-4y^2+x^2+4xy+4y^2-4x^2}{x(x-2y)(x+2y)} =$$

$$= \frac{-2x^2+4xy}{x(x-2y)(x+2y)} = \frac{-2x(x-2y)}{x(x-2y)(x+2y)} = \frac{-2}{x+2y} = \frac{-2}{2+6} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4};$$

г) $\frac{x-3}{x^2+3x} - \frac{x+3}{x^2-3x} - \frac{4x}{x^2-9} = \frac{x-3}{x(x+3)} - \frac{x+3}{x(x-3)} - \frac{4x}{(x-3)(x+3)} =$

$$= \frac{(x-3)^2-(x+3)^2-4x^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x^2-6x+9-x^2-6x-9-4x^2}{x(x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{-4x^2-12x}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-4x(x+3)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{4}{3-x}.$$ Якщо $x = 7$, то $\frac{4}{3-7} = \frac{4}{-4} = -1.$

230. а) $\frac{2x+9}{12x^2} = \frac{2x}{12x^2} + \frac{9}{12x^2} = \frac{1}{6x} + \frac{3}{4x^2}$; б) $\frac{4a^2+5b^2}{10ab} = \frac{4a^2}{10ab} + \frac{5b^2}{10ab} = \frac{2a}{5b} + \frac{b}{2a};$

в) $\frac{6a^2+3b^2+ab}{ab(2a^2+b^2)}=\frac{3(2a^2+b^2)}{ab(2a^2+b^2)}+\frac{ab}{ab(2a^2+b^2)}=\frac{3}{ab}+\frac{1}{2a^2+b^2}$.

231. а) $\frac{10x^2-y^2}{5x^2}=\frac{10x^2}{5x^2}-\frac{y^2}{5x^2}=2-\frac{y^2}{5x^2}$;

б) $\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=\frac{(x^2+2x+1)-1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2-1}{(x+1)^2}=1-\frac{1}{(x+1)^2}$;

в) $\frac{x^3+xy+y^3}{x^2-xy+y^2}=\frac{(x^3+y^3)+xy}{x^2-xy+y^2}=\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)+xy}{x^2-xy+y^2}=x+y+\frac{xy}{x^2-xy+y^2}$.

232. а) $\frac{m}{m+n}+\frac{2mn}{m^2-n^2}-\frac{n}{m-n}=1$; $\frac{m(m-n)+2mn-n(m+n)}{m^2-n^2}-1=0$;

$\frac{m^2-mn+2mn-nm-n^2}{m^2-n^2}-1=0$; $\frac{m^2-n^2}{m^2-n^2}-1=0$; $1-1=0$ або $1=1$.

Тотожність доведено.

б) $\frac{x^3}{x^2-4}-\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x+2}=x-1$; $\frac{x^3-x(x+2)-2(x-2)}{x^2-4}=x-1$;

$\frac{x^3-x^2-2x-2x+4}{x^2-4}=x-1$; $\frac{x^2(x-1)-4(x-1)}{x^2-4}=x-1$;

$\frac{(x-1)(x^2-4)}{x^2-4}=x-1$; $x-1=x-1$. Тотожність доведено.

234. $\frac{7x^2+4}{3x^2+3}-\frac{5x^2+3}{2x^2+2}=\frac{7x^2+4}{3(x^2+1)}-\frac{5x^2+3}{2(x^2+1)}=\frac{14x^2+8-15x^2-9}{6(x^2+1)}=\frac{-(x^2+1)}{6(x^2+1)}=-\frac{1}{6}$.

Значення виразу не залежить від значення змінної x. Наприклад:

$\frac{t}{t+p}-\frac{p}{t-p}+\frac{2tp}{t^2-p^2}$.

235. а) $\frac{2b^2}{a^2+2}-\frac{4b}{a^2+2}+\frac{2}{a^2+2}=\frac{2b^2-4b+2}{a^2+2}=\frac{2(b^2-2b+1)}{a^2+2}=\frac{2(b-1)^2}{a^2+2}\geq 0$.

Значення виразу не може бути від'ємним числом.

б) $\frac{4y^2}{x^2+1}+\frac{12y}{1+x^2}+\frac{9}{x^2+1}=\frac{4y^2+12y+9}{x^2+1}=\frac{(2y+3)^2}{x^2+1}\geq 0$.

Значення виразу не може бути від'ємним числом.

в) $\frac{1}{(1-m)^2}+\frac{3m}{(m-1)^2}+\frac{m}{m-1}=\frac{1+3m+m(m-1)}{(m-1)^2}=\frac{1+3m+m^2-m}{(m-1)^2}=$

$=\frac{1+2m+m^2}{(m-1)^2}=\frac{(1+m)^2}{(m-1)^2}\geq 0$. Значення виразу не може бути від'ємним числом.

г) $\frac{10x}{(x-2)^2}+\frac{6(x+4)}{(2-x)^2}+\frac{x}{x-2}=\frac{10x+6x+24+4x(x-2)}{(x-2)^2}=$

$=\frac{10x+6x+24+4x^2-8x}{(x-2)^2}=\frac{4x^2+8x+24}{(x-2)^2}=\frac{4(x^2+2x+6)}{(x-2)^2}=$

$=\frac{4(x+1)^2+5)}{(x-2)^2}>0$. Значення виразу не може бути від'ємним числом.

236. $\frac{a^3+3a}{a+2}-\frac{3a^2-14a+16}{a^2-4}+2a=\frac{(a^3+3a)(a-2)-3a^2+14a-16}{(a-2)(a+2)}+2a=$

$=\frac{a^4-2a^3+3a^2-6a-3a^2+14a-16+2a(a^2-4)}{(a-2)(a+2)}=$

$$= \frac{a^4 - 2a^3 + 3a^2 - 6a - 3a^2 + 14a - 16 + 2a^3 - 8a}{(a-2)(a+2)} =$$

$$= \frac{a^4 - 2a^3 + 2a^3 - 16}{(a-2)(a+2)} = \frac{a^4 - 16}{(a-2)(a+2)} = \frac{(a^2-4)(a^2+4)}{a^2-4} = a^2 + 4 > 0.$$

Значення виразу є додатне число.

237. а) $\frac{a^2 - x^2}{a - x} = a + x$; $\frac{(a-x)(a+x)}{a-x} = a + x$; $a + x = a + x$. Тотожність доведено.

б) $\frac{a^3 - x^3}{a - x} = a^2 + ax + x^2$; $\frac{(a-x)(a^2+ax+x^2)}{a-x} = a^2 + ax + x^2$;

$a^2 + ax + x^2 = a^2 + ax + x^2$. Тотожність доведено.

в) $\frac{a^4 - x^4}{a - x} = \underbrace{a^3 + a^2x} + \underbrace{ax^2 + x^3}$; $\frac{(a^2-x^2)(a^2+x^2)}{a-x} = a^2(a+x) + x^2(a+x)$;

$\frac{(a-x)(a+x)(a^2+x^2)}{a-x} = (a+x)(a^2+x^2)$; $(a+x)(a^2+x^2) = (a+x)(a^2+x^2)$.

Тотожність доведено.

г) $\frac{a^5 - x^5}{a - x} = a^4 + a^3x + a^2x^2 + ax^3 + x^4$;

$\frac{(a-x)(a^4 + a^3x + a^2x^2 + ax^3 + x^4)}{a-x} = a^4 + a^3x + a^2x^2 + ax^3 + x^4$;

$a^4 + a^3x + a^2x^2 + ax^3 + x^4 = a^4 + a^3x + a^2x^2 + ax^3 + x^4$. Тотожність доведено.

238. а) $\frac{1}{x^2 + 3xy} + \frac{2}{9y^2 - x^2} + \frac{1}{2x - 6y} = \frac{1^{\backslash 6y-2x}}{x(x+3y)} + \frac{2^{\backslash 2x}}{(3y-x)(3y+x)} + \frac{1^{\backslash -x(3y+x)}}{2(x-3y)} =$

$$= \frac{6y - 2x + 4x - x(3y+x)}{2x(3y-x)(3y+x)} = \frac{6y + 2x - 3xy - x^2}{2x(3y-x)(3y+x)} = \frac{2(3y+x) - x(3y+x)}{2x(3y-x)(3y+x)} =$$

$$= \frac{(3y+x)(2-x)}{2x(3y-x)(3y+x)} = \frac{2-x}{2x(3y-x)};$$

б) $\frac{7 - x^2}{x^3 - 1} + \frac{3x+5}{x^2+x+1} + \frac{2}{1-x} = \frac{7-x^2}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{3x+5}{x^2+x+1} + \frac{2}{1-x} =$

$$= \frac{7 - x^2 + (x-1)(3x+5) - 2(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} =$$

$$= \frac{7 - x^2 + 3x^2 + 5x - 3x - 5 - 2x^2 - 2x - 2}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0;$$

в) $\frac{3-b}{b-2} - \frac{b+4}{2b^3 - 8b} + \frac{b+3}{b+2} - \frac{b}{b^2-4} = \frac{3-b}{b-2} - \frac{b+4}{2b(b^2-4)} + \frac{b+3}{b+2} - \frac{b}{(b-2)(b+2)} =$

$$= \frac{(3-b)\cdot 2b(b+2) - (b+4) + (b+3)\cdot 2b\cdot(b-2) - b\cdot 2b}{2b(b-2)(b+2)} =$$

$$= \frac{2b(3b + 6 - b^2 - 2b) - b - 4 + (2b^2 + 6b)(b-2) - 2b^2}{2b(b-2)(b+2)} =$$

$$= \frac{6b^2 + 12b - 2b^3 - 4b^2 - b - 4 + 2b^3 - 4b^2 + 6b^2 - 12b - 2b^2}{2b(b-2)(b+2)} = \frac{2b^2 - b - 4}{2b(b-2)(b+2)};$$

г) $\frac{3a+2}{9a^2 - 6a + 4} - \frac{18a}{27a^3 + 8} - \frac{1}{3a+2} = \frac{3a+2}{9a^2 - 6a + 4} - \frac{18a}{(3a+2)(9a^2 - 6a + 4)} -$

$$- \frac{1}{3a+2} = \frac{(3a+2)^2 - 18a - (9a^2 - 6a + 4)}{(3a+2)(9a^2 - 6a + 4)} = \frac{9a^2 + 12a + 4 - 18a - 9a^2 + 6a - 4}{(3a+2)(9a^2 - 6a + 4)} = 0.$$

239. а) $\frac{1}{1-x}+\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{8}{1-x^8}$; $\frac{1+x+1-x}{(1-x)(1+x)}+\frac{2+2x^4+4+4x^2}{(1+x^2)(1+x^4)}=\frac{8}{1-x^8}$;

$\frac{2(1+x^2)(1+x^4)+(2x^4+4x^2+6)(1-x^2)}{(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)}=\frac{8}{1-x^8}$;

$\frac{2(1+x^4+x^2+x^6)+2x^4-2x^6+4x^2-4x^4+6-6x^2}{(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)}=\frac{8}{1-x^8}$;

$\frac{2+2x^4+2x^2+2x^6+2x^4-2x^6+4x^2-4x^4+6-6x^2}{(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)}=\frac{8}{1-x^8}$; $\frac{8}{1-x^8}=\frac{8}{1-x^8}$.

Тотожність доведено.

б) $\frac{1}{1-2x}+\frac{1}{1+2x}+\frac{2}{1+4x^2}+\frac{4}{1+16x^4}=\frac{8}{1-256x^8}$;

$\frac{1+2x+1-2x}{1-4x^2}+\frac{2}{1+4x^2}+\frac{4}{1+16x^4}=\frac{8}{1-256x^8}$;

$\frac{2(1+4x^2)+2(1-4x^2)}{(1-4x^2)(1+4x^2)}+\frac{4}{1+16x^4}=\frac{8}{1-256x^8}$;

$\frac{2+8x^2+2-8x^2}{1-16x^4}+\frac{4}{1+16x^4}=\frac{8}{1-256x^8}$; $\frac{4(1+16x^4)+4(1-16x^4)}{(1-16x^4)(1+16x^4)}=\frac{8}{1-256x^8}$;

$\frac{4+64x^4+4-64x^4}{1-256x^8}=\frac{8}{1-256x^8}$; $\frac{8}{1-256x^8}=\frac{8}{1-256x^8}$.

Тотожність доведено.

240. а) $\frac{x-25}{5x-25}-\frac{3x+5}{5x-x^2}=0$; $\frac{x-25}{5(x-5)}-\frac{3x+5}{x(5-x)}=0$; $\frac{(x-25)x+5(3x+5)}{5x(x-5)}=0$;

$\frac{x^2-25x+15x+25}{5x(x-5)}=0$; $\frac{x^2-10x+25}{5x(x-5)}=0$; $\frac{(x-5)^2}{5x(x-5)}=0$; $\begin{cases}x-5=0,\\x(x-5)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=5,\\x\neq 0,\ x\neq 5;\end{cases}$ рівняння не має коренів;

б) $\frac{6}{x^2-6x}+\frac{12+x}{6x-36}=0$; $\frac{6}{x(x-6)}+\frac{12+x}{6(x-6)}=0$; $\frac{36+12x+x^2}{6x(x-6)}=0$;

$\frac{(x+6)^2}{6x(x-6)}=0$; $\begin{cases}x+6=0,\\x(x-6)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-6,\\x\neq 0,\ x\neq 6;\end{cases}$ $x=-6$;

в) $\frac{x^2-6x}{x^2-4}+\frac{x}{x-2}=0$; $\frac{x^2-6x+x(x+2)}{x^2-4}=0$; $\frac{x^2-6x+x^2+2x}{x^2-4}=0$;

$\frac{2x^2-4x}{x^2-4}=0$; $\begin{cases}2x(x-2)=0,\\(x-2)(x+2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0 \text{ або } x=2,\\x\neq 2,\ x\neq -2;\end{cases}$ $x=0$;

г) $\frac{x+3}{x^2-1}-\frac{x-1}{x^2+x}=0$; $\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}-\frac{x-1}{x(x+1)}=0$; $\frac{x^2+3x-(x-1)^2}{x(x-1)(x+1)}=0$;

$\frac{x^2+3x-x^2+2x-1}{x(x-1)(x+1)}=0$; $\frac{5x-1}{x(x-1)(x+1)}=0$; $\begin{cases}5x-1=0,\\x(x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=0,2,\\x\neq 0,\ x\neq 1,\ x\neq -1;\end{cases}$ $x=0,2$.

241. а) $\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{x+1}{1-x}=0$; $\frac{1-(1-x)(x+1)}{(1-x)^2}=0$; $\frac{1-1+x^2}{(1-x)^2}=0$; $\frac{x^2}{(1-x)^2}=0$;

$\begin{cases}x=0,\\1-x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\x\neq 1;\end{cases}$ $x=0$;

б) $\frac{1}{2x-1}+\frac{6x}{1-8x^3}=0;$ $\frac{1}{2x-1}+\frac{6x}{(1-2x)(1+2x+4x^2)}=0;$ $\frac{-(1+2x+4x^2)+6x}{(1-2x)(1+2x+4x^2)}=0;$

$\frac{-1-2x-4x^2+6x}{1-8x^3}=0;$ $\frac{-4x^2+4x-1}{1-8x^3}=0;$ $\frac{4x^2-4x+1}{1-8x^3}=0;$ $\frac{(2x-1)^2}{1-8x^3}=0;$

$\begin{cases}2x-1=0,\\1-8x^3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\x\neq\frac{1}{2};\end{cases}$ рівняння не має коренів;

в) $\frac{x^2}{(x-2)^2}-\frac{x+2}{2x-4}=0;$ $\frac{x^2}{(x-2)^2}-\frac{x+2}{2(x-2)}=0;$ $\frac{2x^2-(x+2)(x-2)}{2(x-2)^2}=0;$

$\frac{2x^2-x^2+4}{2(x-2)^2}=0;$ $\frac{x^2+4}{2(x-2)^2}=0.$ Оскільки $x^2+4>0,$ то рівняння не має коренів;

г) $\frac{x^2-8}{x^3+8}-\frac{1}{x+2}=0;$ $\frac{x^2-8-(x^2-2x+4)}{(x+2)(x^2-2x+4)}=0;$ $\frac{x^2-8-x^2+2x-4}{(x+2)(x^2-2x+4)}=0;$

$\frac{2x-12}{(x+2)(x^2-2x+4)}=0;$ $\begin{cases}2x-12=0,\\x^3+8\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6,\\x\neq -2;\end{cases}$ $x=6.$

242. а) $\frac{12x}{4x^2-9}+\frac{2x-3}{4x+6}+\frac{2x+3}{6x-9}=0;$ $\frac{12x}{(2x-3)(2x+3)}+\frac{2x-3}{2(2x+3)}+\frac{2x+3}{3(2x-3)}=0;$

$\frac{72x+3(2x-3)(2x-3)+2(2x+3)(2x+3)}{6(2x-3)(2x+3)}=0;$

$\frac{72x+12x^2+27-36x+8x^2+24x+18}{6(2x-3)(2x+3)}=0;$ $\frac{20x^2+60x+45}{6(2x-3)(2x+3)}=0;$

$\frac{5(4x^2+12x+9)}{6(2x-3)(2x+3)}=0;$ $\frac{5(2x+3)^2}{6(2x-3)(2x+3)}=0;$ $\begin{cases}2x+3=0,\\(2x-3)(2x+3)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-1,5,\\x\neq 1,5 \text{ або } x\neq -1,5.\end{cases}$ Рівняння не має коренів.

б) $\frac{1}{x^2+3x}+\frac{3}{9-x^2}+\frac{1}{2x^2-6x}=0;$ $\frac{1}{x(x+3)}+\frac{3}{(3-x)(3+x)}+\frac{1}{2x(x-3)}=0;$

$\frac{2(3-x)+6x-x-3}{2x(3-x)(3+x)}=0;$ $\frac{6-2x+6x-x-3}{x(3-x)(3+x)}=0;$ $\frac{3x+3}{x(3-x)(3+x)}=0;$

$\begin{cases}3x+3=0,\\x(3-x)(3+x)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\x\neq 0,\ x\neq -3,\ x\neq 3;\end{cases}$ $x=-1.$

243. а) $\frac{1}{x-2}-\frac{x+2}{x^2+2x+4}-\frac{6x}{x^3-8}=0;$ $\frac{x^2+2x+4-x^2+4-6x}{x^3-8}=0;$

$\frac{-4x+8}{x^3-8}=0;$ $\begin{cases}x=2,\\x\neq 2;\end{cases}$ рівняння не має коренів;

б) $\frac{3x^2+7x+3}{x^3-1}-\frac{2x-1}{x^2+x+1}-\frac{1}{x-1}=0;$ $\frac{3x^2+7x+3-(2x-1)(x-1)-(x^2+x+1)}{x^3-1}=0;$

$\frac{3x^2+7x+3-2x^2+2x+x-1-x^2-x-1}{x^3-1}=0;$ $\frac{9x-1}{x^3-1}=0;$ $\begin{cases}9x-1=0,\\x\neq 1;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{1}{9},\\x\neq 1;\end{cases}$ $x=\frac{1}{9}.$

244. $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2}+\frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2}+\frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}=1;$

$$\frac{(x-y+z)(x+y-z)}{(x+z-y)(x+z+y)}+\frac{(y-x+z)(y+x-z)}{(x+y-z)(x+y+z)}+\frac{(z-x+y)(z+x-y)}{(y+z-x)(y+z+x)}=1;$$

$$\frac{x+y-z}{x+y+z}+\frac{y-x+z}{x+y+z}+\frac{z+x-y}{y+z+x}=1;\quad \frac{x+y-z+y-x+z+z+x-y}{x+y+z}=1;$$

$\frac{x+y+z}{x+y+z}=1;$ $1=1$. Тотожність доведено.

245. $$\frac{x^2-yz}{(x-y)(x-z)}+\frac{y^2+xz}{(y+z)(y-x)}+\frac{z^2+xy}{(z-x)(z+y)}=0;$$

$$\frac{x^2-yz}{(x-y)(x-z)}-\frac{y^2+xz}{(y+z)(x-y)}-\frac{z^2+xy}{(x-z)(z+y)}=0;$$

$$\frac{(x^2-yz)(y+z)-(y^2+xz)(x-z)-(z^2+xy)(x-y)}{(x-y)(x-z)(y+z)}=0;$$

$$\frac{x^2y-x^2z-y^2z-yz^2-y^2x+y^2z-x^2z+xz^2-xz^2+yz^2-x^2y+xy^2}{(x-y)(x-z)(y+z)}=0;$$

$0=0$. Тотожність доведено.

246. $$\frac{(y-b)(z-b)}{b(b-c)}+\frac{(y-c)(z-c)}{c(c-b)}+\frac{yz}{bc}=1;\quad \frac{(y-b)(z-b)}{b(b-c)}-\frac{(y-c)(z-c)}{c(b-c)}+\frac{yz}{bc}=1;$$

$$\frac{c(yz-yb-bz+b^2)-b(yz-yc-cz+c^2)+yz(b-c)}{bc(b-c)}=1;$$

$$\frac{cyz-cyb-cbz+cb^2-byz+byc+bcz-bc^2+yzb-yzc}{bc(b-c)}=1;\quad \frac{b^2c-bc^2}{b^2c-bc^2}=1;$$

$1=1$. Тотожність доведено.

247. $y^3-8y^2-y+8=0$; $y^2(y-8)-(y-8)=0$; $(y-8)(y^2-1)=0$;
$y-8=0$ або $y^2-1=0$. Тоді $y=8$ або $y=1$ або $y=-1$.

248.

8	8	10
14	2	10
4	16	6

249. а) $5^{30}\cdot 3^{30}-(15^{15}-1)(15^{15}+1)=$
$=(15)^{30}-(15^{30}-1)=15^{30}-15^{30}+1=1;$
б) $7^{24}\cdot 8^{24}+(1-56^{12})(1+56^{12})=56^{24}+1-56^{24}=1.$

250. а) $2+\frac{8}{15}\cdot 1\frac{9}{16}=2+\frac{8\cdot 25}{15\cdot 16}=2+\frac{1\cdot 5}{3\cdot 2}=2+\frac{5}{6}=2\frac{5}{6};$

б) $2\frac{2}{11}\cdot\frac{7}{8}-6\cdot\frac{1}{5}=\frac{24\cdot 7}{11\cdot 8}-\frac{6\cdot 1}{5}=\frac{21}{11}-\frac{6}{5}=\frac{105-66}{55}=\frac{39}{55};$

в) $1\frac{5}{12}\cdot 2+4\cdot 1\frac{1}{18}+1\frac{1}{9}\cdot 1\frac{1}{4}=\frac{17\cdot 2}{12}+\frac{4\cdot 19}{18}+\frac{10\cdot 5}{9\cdot 4}=\frac{17}{6}+\frac{38}{9}+\frac{25}{18}=$
$=\frac{51+76+25}{18}=\frac{152}{18}=\frac{76}{9}=8\frac{4}{9};$

г) $2\frac{1}{10}\cdot 4\frac{1}{6}+6\cdot\frac{3}{8}-\frac{9}{20}\cdot 6=\frac{21\cdot 25}{10\cdot 6}+\frac{6\cdot 3}{8}-\frac{9\cdot 6}{20}=\frac{7\cdot 5}{2\cdot 2}+\frac{9}{4}-\frac{27}{10}=$
$=\frac{35+9}{4}-\frac{27}{10}=\frac{44}{4}-2,7=11-2,7=8,3.$

255. а) $\frac{2,7}{2x^2}\cdot\frac{20}{9x^3}=\frac{0,3\cdot 10}{x^5}=\frac{3}{x^5};$ б) $\frac{1}{4a^3}\cdot\frac{(-2)\cdot a}{7c}=-\frac{1}{14a^2c};$

в) $\frac{2ab}{-5a^2}\cdot\frac{5c^2}{4a^2b^2}=\frac{c^2}{2ab(-a^2)}=\frac{-c^2}{2a^3b};$ г) $2m^2\cdot\frac{n}{8m}=\frac{2m^2n}{8m}=\frac{mn}{4};$

г) $\frac{-b}{12ac}\cdot 4ac^2=\frac{-bc}{3}$; д) $\frac{5a^2}{3bc^2}\cdot(-6ac^3)=\frac{-10a^3c}{b}$.

256. а) $\frac{15n^6}{-8m^3}\cdot\frac{4m^2}{5n}=\frac{3n^5}{-2m}=-\frac{3n^5}{2m}$; б) $\frac{3a^3}{-x^4}\cdot\frac{5x}{4a}=\frac{-15a^2}{4x^3}$; в) $\frac{1}{2cx}\cdot\frac{-4c^2}{3x^2}=-\frac{2c}{3x^3}$;

г) $2ax^2\cdot\frac{3a}{x^3}=\frac{6a^2}{x}$; ґ) $-\frac{7a^2m}{8xn}\cdot 4x^2n=-\frac{7a^2xm}{2}$; д) $\frac{-1}{2a^2c}\cdot(-3a^4)=\frac{3a^2}{2c}$.

257. а) $\frac{a+b}{x}\cdot\frac{3x^2}{2(a+b)}=\frac{(a+b)\cdot 3x^2}{2x(a+b)}=\frac{3x}{2}$;

б) $\frac{1}{x^2-y^2}\cdot\frac{x-y}{4xy}=\frac{x-y}{(x-y)(x+y)4xy}=\frac{1}{4xy(x+y)}$;

в) $\frac{3}{x^2-y^2}\cdot\frac{(x+y)^2}{3}=\frac{x+y}{x-y}$; г) $\frac{a^2-ab}{m}\cdot\frac{m^2}{a-b}=\frac{a(a-b)m^2}{m(a-b)}=am$;

ґ) $\frac{3ax}{ax+ac}\cdot\frac{cx+c^2}{9x}=\frac{3ax\cdot c(x+c)}{a(x+c)\cdot 9x}=\frac{c}{3}$; д) $\frac{6m}{a^2-a}\cdot\frac{2a-2}{9m^2}=\frac{6m\cdot 2(a-1)}{a(a-1)\cdot 9m^2}=\frac{4}{3ma}$.

258. а) $\frac{a-b}{3}\cdot\frac{15}{a^2-b^2}=\frac{(a-b)\cdot 15}{3\cdot(a-b)(a+b)}=\frac{5}{a+b}$;

б) $\frac{a-x}{4m^2}\cdot\frac{16am}{(a-x)^2}=\frac{(a-x)\cdot 16am}{4m^2(a-x)^2}=\frac{4a}{m(a-x)}$;

в) $\frac{a^2-c^2}{2ac}\cdot\frac{8}{(a+c)^2}=\frac{(a-c)(a+c)\cdot 8}{2ac(a+c)(a+c)}=\frac{4(a-c)}{ac(a+c)}$;

г) $\frac{3a-3b}{4a+4c}\cdot\frac{(a+c)^2}{a^2-b^2}=\frac{3(a-b)\cdot(a+c)^2}{4(a+c)\cdot(a-b)(a+b)}=\frac{3(a+c)}{4(a+b)}$;

ґ) $\frac{3a+9}{(a+3)^2}\cdot\frac{2a-4}{a^2-4}=\frac{3(a+3)\cdot 2(a-2)}{(a+3)(a+3)(a-2)(a+2)}=\frac{6}{(a+3)(a+2)}$;

д) $\frac{x^2-y^2}{12}\cdot\frac{0,6}{(x-y)}=\frac{0,1(x+y)}{2}=\frac{x+y}{20}$.

259. а) $\frac{(x-y)^2}{(x+y)y}\cdot\frac{y^2}{x^2-y^2}=\frac{(x-y)^2\cdot y^2}{y(x+y)(x-y)(x+y)}=\frac{y(x-y)}{(x+y)^2}$;

б) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)\cdot b}\cdot\frac{b}{a^2-b^2}=\frac{a+b}{(a-b)^2}$;

в) $\frac{a^2+ab}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{a(a+b)}=\frac{a(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)\cdot a(a+b)}=\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}$;

г) $\frac{x^2-xy}{y(x+y)}\cdot\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}=\frac{x(x-y)(x+y)^2}{y(x+y)(x+y)(x-y)}=\frac{x}{y}$.

260. а) $\frac{x^2-c^2}{x^2-a^2}\cdot\frac{a+x}{c+x}=\frac{(x-c)(x+c)(a+x)}{(x-a)(x+a)(x+c)}=\frac{x-c}{x-a}$;

б) $\frac{a^2-4}{a^2+4}\cdot\frac{a+2}{a-2}=\frac{(a-2)(a+2)(a+2)}{(a^2+4)(a-2)}=\frac{(a+2)^2}{a^2+4}$;

в) $\frac{a^3-1}{a+1}\cdot\frac{a^3+1}{a-1}=\frac{(a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1)}{(a+1)(a-1)}=$
$(a^2+a+1)(a^2-a+1)=(a^2+1)^2-a^2$;

г) $\frac{x^2-1}{x^3-1}\cdot\frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)(x+1)}=1$.

261. а) $\left(\frac{5a}{4x}\right)^2=\frac{25a^2}{16x^2}$; б) $\left(\frac{x}{a+x}\right)^2=\frac{x^2}{(a+x)^2}$;

в) $\left(\frac{-m}{2ac^2}\right)^2=\frac{m^2}{4a^2c^4}$; г) $\left(\frac{3xz}{2a+z}\right)^2=\frac{9x^2z^2}{(2a+z)^2}$.

262. $\left(\frac{2a}{3cx^2}\right)^2=\frac{4a^2}{9c^2x^4}$; $\left(\frac{2a}{3cx^2}\right)^3=\frac{8a^3}{27c^3x^6}$; $\left(\frac{2a}{3cx^2}\right)^4=\frac{16a^4}{81c^4x^8}$.

263. а) $\left(\frac{m}{3n}\right)^2=\frac{m^2}{9n^2}$; б) $\left(\frac{a}{2dx}\right)^3=\frac{a^3}{8d^3x^3}$;

в) $\left(-\frac{3c}{1-a^2}\right)^2=\frac{9c^2}{(1-a^2)^2}$; г) $\left(\frac{-2x}{3abc}\right)^4=\frac{16x^4}{81a^4b^4c^4}$.

264. а) $\left(\frac{a-x}{a+x}\right)^2=\frac{(a-x)^2}{(a+x)^2}$; б) $\left(\frac{2a}{c-3}\right)^0=1$; в) $\left(\frac{2ab}{3c}\right)^2=\frac{4a^2b^2}{9c^2}$; г) $\left(\frac{x^2z}{2a^3}\right)^3=\frac{x^6z^3}{8a^9}$.

265. а) $\frac{x^2-9y^2}{a^2+8ab+16b^2}\cdot\frac{a^2-16b^2}{3y-x}=\frac{(x-3y)(x+3y)\cdot(a-4b)(a+4b)}{(a+4b)^2(3y-x)}=$

$=\frac{-(x+3y)(a-4b)}{(a+4b)}=\frac{(x+3y)(4b-a)}{(a+4b)}$;

б) $\frac{x^2+6x+9}{2x-4}\cdot\frac{x^2-4}{3x+9}=\frac{(x+3)^2\cdot(x-2)(x+2)}{2(x-2)\cdot3(x+3)}=\frac{(x+3)(x+2)}{6}$;

в) $\frac{2x-6}{x^2+2xy+y^2}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^2-3x}=\frac{2(x-3)}{(x+y)^2}\cdot\frac{(x-y)(x+y)}{x(x-3)}=\frac{2(x-y)}{x(x+y)}$;

г) $\frac{x^2-10x+25}{6x+3y}\cdot\frac{2xy+y^2}{25-x^2}=\frac{(x-5)^2\cdot y(2x+y)}{3(2x+y)\cdot(5-x)(5+x)}=\frac{(5-x)y}{3(5+x)}$.

266. а) $\frac{(x+2)^2}{a^2(x-2)x}\cdot\frac{ax^2}{x+2}=\frac{x(x+2)}{a(x-2)}$; б) $\frac{(x-y)}{(x+y)2xy}\cdot\frac{2x^2y^2}{(x-y)}=\frac{xy}{x+y}$.

267. а) $\frac{4a^2-9}{3+2a}\cdot\frac{6a}{3-2a}=\frac{(2a-3)(2a+3)\cdot6a}{(3+2a)(3-2a)}=-6a$;

б) $\frac{1-9x^4}{3x^2-1}\cdot\frac{x-1}{3x^2+1}=\frac{(1-3x^2)(1+3x^2)(x-1)}{(3x^2-1)(1+3x^2)}=1-x$;

в) $\frac{a^3+x^3}{a-x}\cdot\frac{a^2-2ax+x^2}{a^2-ax+x^2}=\frac{(a+x)(a^2-ax+x^2)(a-x)^2}{(a-x)(a^2-ax+x^2)}=a^2-x^2$;

г) $\frac{a^6-1}{a^2+1}\cdot\frac{1+a^2}{a^4+1+a^2}=\frac{(a^2-1)(a^4+a^2+1)(1+a^2)}{(1+a^2)(a^4+a^2+1)}=a^2-1$.

268. а) $\frac{2x}{y^2}\cdot\frac{y^4}{6x^3}\cdot\frac{9x}{y}\cdot\left(-\frac{5y^3}{3x^2}\right)=\frac{y^2\cdot9x\cdot(-5y^3)}{3x^2\cdot y\cdot3x^2}=\frac{-5y^4}{x^3}$; б) $\frac{3}{a}\cdot\frac{b^2}{4a}\cdot\frac{a^3}{9b^3}\cdot\frac{8a}{b}=\frac{2a^2}{3b^2}$.

269. а) $\frac{a+3}{10a^2}\cdot\frac{6-2a}{a}\cdot\frac{5a^3}{3-a}=\frac{(a+3)\cdot(-2)(a-3)\cdot5a^3}{10a^2\cdot a\cdot(-1)(a-3)}=a+3$;

б) $\frac{0,2}{x}\cdot\frac{x^2-1}{2x}\cdot\frac{5x}{x+1}=\frac{0,2\cdot5\cdot x(x-1)(x+1)}{x\cdot2x\cdot(x+1)}=\frac{x-1}{2x}$;

в) $\frac{-6x^4}{35y^6z^3}\cdot\frac{5y^4z^7}{42x^6}\cdot\left(-\frac{49x^3y^2}{z^4}\right)=\frac{-6\cdot5\cdot(-49)x^7y^6z^7}{35\cdot42y^6z^7x^6}=x$;

г) $\frac{a^3b^2}{-20c^4}\cdot\frac{-5a^4c}{24b^5}\cdot\frac{16b^3c^3}{-30a^6}=\frac{-5\cdot16a^7b^5c^4}{-20\cdot24\cdot(-30)c^4b^5a^6}=-\frac{2a}{24\cdot15}=\frac{-a}{12\cdot15}=-\frac{a}{180}$.

270.

x	Новий вираз	–3	–2	–1	0	1	2	3
$\frac{x+1}{x}\cdot\frac{2x}{x^2-1}$	$\frac{2}{x-1}$, $x\neq-1,\ x\neq0,\ x\neq1$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	—	—	—	2	1
$\frac{x^2-4}{x}\cdot\frac{x^2-2x}{x+1}$	$\frac{(x^2-4)(x-2)}{x+1}$, $x\neq0,\ x\neq-1$	12,5	0	—	—	1,5	0	$\frac{5}{4}=1,25$

271. а) $\frac{ax^2-a}{x^2+ax+a^2}\cdot\frac{a^3-x^3}{4+4x}=\frac{a(x^2-1)(a-x)(x^2+ax+a^2)}{(x^2+ax+a^2)\cdot4(1+x)}=\frac{a(x-1)(a-x)}{4}$.

Якщо $a=4,\ x=3$, то $\frac{4\cdot2\cdot1}{4}=2$.

б) $\frac{y^2-16x^2}{4x^2+10x+25}\cdot\frac{(2x-5)(4x^2+10x+25)}{4x-y}=\frac{(y-4x)(y+4x)(2x-5)}{4x-y}=$

$=-(y+4x)(2x-5)$. Якщо $x=\frac{1}{4},\ y=3$, то $-(3+1)\left(\frac{1}{2}-5\right)=-4\cdot(-4,5)=18$.

272. $\frac{(a-b)^2c^3}{(a^2-b^2)}\cdot\frac{1}{c^4}=\frac{a-b}{(a+b)c}$; $\frac{2x+3}{2x-1}\cdot\frac{3}{2x+1}=\frac{6x+9}{4x^2-1}$.

273. а) $\frac{x+3}{24x^2}\cdot\frac{9+x^2}{9-x^2}\cdot(-4x(x-3))=\frac{(x+3)(9+x^2)\cdot(-4x)\cdot(x-3)}{24x^2(3-x)(3+x)}=\frac{9+x^2}{6x}$;

б) $\frac{4a^2b}{4a^2-b^2}\cdot\frac{6a^2-3ab}{12a^3b^2}\cdot\frac{2ab^2}{2a+b}=\frac{8a^3b^3\cdot3a(2a-b)}{(2a-b)(2a+b)\cdot12a^3b^2(2a+b)}=\frac{2b\cdot3a}{3(2a+b)^2}=\frac{2ab}{(2a+b)^2}$.

274. а) $(-8a^2(a+b))\cdot\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{b-a}{(8a)^2}=\frac{-8a^2(a+b)(a^2+b^2)(b-a)}{(a-b)(a+b)\cdot64a^2}=\frac{a^2+b^2}{8}$;

б) $\frac{x^2-x}{2x+2}\cdot\frac{x^2+2x+1}{x^2+4x}\cdot\frac{x^2-16}{3x-3}=\frac{x(x-1)\cdot(x+1)^2(x-4)(x+4)}{2(x+1)\cdot x\cdot(x+4)\cdot3(x-1)}=$

$=\frac{x(x+1)(x-4)}{6x}=\frac{(x+1)(x-4)}{6}$.

275. а) $\left(-\frac{x^2z}{a^3n}\right)^2=\frac{x^4z^2}{a^6n^2}$; б) $\left(\frac{-3m^2n}{2ac^3}\right)^3=\frac{-27m^6n^3}{8a^3c^9}$; в) $\left(\frac{xy^2z}{-2an^4}\right)^4=\frac{x^4y^8z^4}{16a^4n^{16}}$.

276. а) $\left(\frac{0,2a^2}{3x^2y^3}\right)^3=\frac{0,008a^6}{27x^6y^9}=\frac{a^6}{3375x^6y^9}$; б) $\left(\frac{a-c}{-2x^2z}\right)^3=\frac{(a-c)^3}{-8x^6z^3}=\frac{(c-a)^3}{8x^6z^3}$;

в) $\left(\frac{0,3ax^5}{2x-1}\right)^0=1$.

277. а) $\frac{a^{15}x^{30}}{(a+x)^{15}}=\left(\frac{ax^2}{a+x}\right)^{15}$; б) $\frac{(x-y)^{10}\cdot(x+y)^{20}}{(2x+y)^{20}}=\left(\frac{(x-y)(x+y)^2}{(2x+y)^2}\right)^{10}$.

278. а) $\left(-\frac{3a^2}{2a^2b^3}\right)^2\cdot12a^4b^6=\frac{9a^4\cdot12a^4b^6}{4a^4b^6}=27a^4$; б) $\left(\frac{x^2}{-2y^3}\right)^2\cdot\left(\frac{-2y^2}{x^3}\right)^3=\frac{x^4\cdot(-8)y^6}{4y^6\cdot x^9}=\frac{-2}{x^5}$;

в) $(-8x^6y^3)\cdot\left(\frac{3z^4}{2x^2y}\right)^3=\frac{-8x^6y^3 27z^{12}}{8x^6y^3}=-27z^{12}$; г) $\left(\frac{a^2}{3b^3}\right)^3\cdot\left(\frac{9b^4}{a^3}\right)^2=\frac{a^6}{27b^9}\cdot\frac{81b^8}{a^6}=\frac{3}{b}$.

279. а) $\frac{ax^3}{5-5a}\cdot\frac{a^2-2a+1}{0,2ax^3}=\frac{(a-1)^2\cdot5}{-5(a-1)}=-a+1$;

б) $\left(\frac{2a-1}{a-1}\right)^2 \cdot \frac{a^3-1}{4a^2-4a+1} = \frac{(2a-1)^2(a-1)(a^2+a+1)}{(a-1)^2(2a-1)^2} = \frac{a^2+a+1}{a-1}$;

в) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} \cdot \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2 = \frac{(x-2)^2 \cdot (x+2)^2}{(x-2)(x+2)(x-2)^2} = \frac{x+2}{x-2}$;

г) $\frac{1}{a+c} \cdot \left(\frac{a^2}{c} + \frac{c^2}{a}\right) + 1 = \frac{1}{a+c} \cdot \frac{a^3+c^3}{ac} + 1 = \frac{a^2-ac+c^2}{ac} + 1 = \frac{a^2-ac+c^2+ac}{ac} = \frac{a^2+c^2}{ac}$.

280. а) $\frac{25+10a}{a-1} \cdot \left(\frac{3a+4}{4a^2-25} - \frac{1}{2a-5}\right) = \frac{5}{2a-5}$;

1. $\frac{3a+4}{(2a-5)(2a+5)} - \frac{1}{2a-5} = \frac{3a+4-2a-5}{(2a-5)(2a+5)} = \frac{a-1}{(2a-5)(2a+5)}$;

2. $\frac{25+10a}{a-1} \cdot \frac{a-1}{(2a-5)(2a+5)} = \frac{5}{2a-5}$.

б) $\left(\frac{x+y}{x} - \frac{2x}{x-y}\right) \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2} = \frac{x^2-y^2-2x^2}{x(x-y)} \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2} = \frac{-x^2-y^2}{x(x-y)} \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2} =$

$= \frac{x^2+y^2}{x(y-x)} \cdot \frac{y-x}{x^2+y^2} = \frac{1}{x}$;

в) $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2} \cdot \frac{x+x^2}{1-x} = \frac{(1-a^2) \cdot x \cdot (x+1)}{(1+ax-a-x)(1+ax+a+x)(1-x)} =$

$= \frac{(1-a^2) \cdot x \cdot (x+1)}{((1-a)-x(1-a))((1+a)+x(1+a))(1-x)} =$

$= \frac{(1-a^2) \cdot x \cdot (x+1)}{(1-a)(1-x)(1+a)(1+x)(1-x)} = \frac{x}{(1-x)^2}$;

г) $\left(\frac{a^2+3a}{9a^2-1} - \frac{1}{3a+1}\right) \cdot \frac{9a^2+3a}{a^2+1} = \frac{a^2+3a-3a+1}{9a^3-1} \cdot \frac{3a(3a+1)}{a^2+1} =$

$= \frac{(a^2+1) \cdot 3a}{(3a-1)(a^2+1)} = \frac{3a}{3a-1}$.

281. $\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc}\right) \cdot \frac{ab}{a^2-(b+c)^2} = \frac{c+b+a}{abc} \cdot \frac{ab}{(a-b-c)(a+b+c)} = = \frac{1}{c(a-b-c)}$.

282. а) $\frac{2x+4}{(x-2)^2} \cdot \frac{x^2-4}{(x+2)^2} = \frac{2(x+2) \cdot (x-2)(x+2)}{(x-2)^2(x+2)^2} = \frac{2}{x-2}$.

Якщо $x = 3,2$, то $\frac{2}{3,2-2} = \frac{2}{1,2} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

б) $\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 \cdot \frac{3m^2}{2m^2+4m+2} = \frac{(m+1)^2 3m^2}{m^2 \cdot 2(m^2+2m+1)} = \frac{3}{2} = 1,5$.

283. 1. $2,5 \cdot \frac{3}{5} = 0,5 \cdot 3 = 1,5$; 2. $(-1)^2 : \frac{1}{12} = 1 \cdot 12 = 12$; 3. $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-8}{27} \cdot \frac{9}{4} = \frac{-2}{3}$;

4. $7\frac{1}{2} \cdot \left(1\frac{7}{5} - \frac{7}{3}\right) = \frac{15}{2} \cdot \left(\frac{12 \cdot 3 - 7 \cdot 5}{15}\right) = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{2}$.

А. $\left(\frac{4}{m} - \frac{m}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{4-m} - \frac{1}{4+m}\right) = \frac{16-m^2}{4m} \cdot \left(\frac{4+m-4+m}{16-m^2}\right) = \frac{1}{2}$.

Б. $\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{2}\right) = \frac{1-x}{2} \cdot \frac{2-x}{2} = \frac{(1-x)(2-x)}{4}$. Якщо $x = 4$, то $\frac{-3 \cdot (-2)}{4} = 1,5$.

В. $\frac{x^2-4}{2} \cdot \frac{x}{x+2} = \frac{x(x-2)}{2}$. Якщо $x = -4$, то $\frac{-4 \cdot (-6)}{2} = 12$.

Г. $\frac{a-3}{2}\cdot\left(\frac{2}{a}-\frac{3}{2a}\right)=\frac{a-3}{2}\cdot\frac{4-3}{2a}=\frac{a-3}{4a}$. Якщо $a=11$, то $\frac{8}{44}=\frac{2}{11}$.

Д. $\frac{2a}{a-2}\cdot\frac{a^2-4a+4}{3}=\frac{2a(a-2)^2}{(a-2)\cdot 3}=\frac{2a(a-2)}{3}$. Якщо $a=1$, то $\frac{2^5\cdot(-1)}{3}=-\frac{2}{3}$.

1 — Б; 2 — В; 3 — Д; 4 — А.

284. $p^3=\left(p^3\cdot\frac{p^3-2q^3}{p^3+q^3}\right)+\left(q^3\cdot\frac{2p^3-q^3}{p^3+q^3}\right)+q^3$; $p^3=\frac{p^6-2p^3q^3}{p^3+q^3}+\frac{2q^3p^3-q^6}{p^3+q^3}+q^3$;

$p^3=\frac{p^6-2p^3q^3+2q^3p^3-q^6}{p^3+q^3}+q^3$; $p^3=\frac{p^6-q^6}{p^3+q^3}+q^3$; $p^3=p^3-q^3+q^3$;

$p^3=p^3$. Тотожність доведено.

285. а) $\frac{1-a^2}{1+b}\cdot\frac{1-b^2}{1+a}\cdot\left(1+\frac{a}{1-a}\right)=1-b$; $(1-a)(1-b)\cdot\left(\frac{1-a+a}{1-a}\right)=1-b$;

$(1-a)(1-b)\cdot\frac{1}{1-a}=1-b$; $1-b=1-b$. Тотожність доведено.

б) $\left(1-\frac{3-a}{a+2}\right)\left(\frac{a^2+1}{2a-1}-\frac{a}{2}\right)=\frac{1}{2}$; $\frac{a+2-3+a}{a+2}\cdot\frac{2a^2+2-2a^2+a}{2(2a-1)}=\frac{1}{2}$;

$\frac{2a-1}{a+2}\cdot\frac{2+a}{2(2a-1)}=\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. Тотожність доведено.

286. а) $\frac{1}{5x}-\frac{1}{x+y}\cdot\left(\frac{x+y}{5x}-x-y\right)=1$; $\frac{1}{5x}-\frac{1}{x+y}\cdot\frac{x+y-5x^2-5xy}{5x}=1$;

$\frac{1}{5x}-\frac{1}{x+y}\cdot\frac{(x+y)(1-5x)}{5x}=1$; $\frac{1}{5x}-\frac{1-5x}{5x}=1$; $\frac{1-1+5x}{5x}=1$;

$1=1$. Тотожність доведено.

б) $\frac{a^2-x^2}{a+1}\cdot\frac{a^2-1}{a+x}\cdot\left(a+\frac{ax}{a-x}\right)=a^3-a^2$; $(a-x)(a-1)\cdot\left(\frac{a^2-ax+ax}{a-x}\right)=a^3-a^2$;

$(a-1)\cdot a^2=a^3-a^2$; $a^3-a^2=a^3-a^2$. Тотожність доведено.

287. Нехай $\frac{a}{b}$ і $\frac{b}{a}$ — взаємно обернені дроби. Квадрат суми цих чисел дорівнює: $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2=\left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)^2=\frac{a^4+2a^2b^2+b^4}{a^2b^2}=\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}+2$.

Сума квадратів цих чисел дорівнює: $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}=\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}$.

Знайдемо різницю: $\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}+2-\frac{a^4+b^4}{a^2b^2}=2$. Отже, квадрат суми двох взаємно обернених дробів на 2 більший від суми їх квадратів.

288. $n\in N$. $\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}\right)(n^2+n)=\frac{n+1+n}{n(n+1)}\cdot n(n+1)=\frac{(2n+1)\cdot n(n+1)}{n(n+1)}=2n+1$ — це натуральне число.

289. а) $\frac{2x^2}{x-3}\cdot\frac{x^2-9}{x}=0$; $\begin{cases}2x(x+3)=0,\\ x(x-3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=-3,\\ x\neq 0,\ x\neq 3;\end{cases}$ $x=-3$;

б) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}\cdot\frac{x+2}{x}=0$; $\frac{(x-2)^2(x+2)}{(x-2)(x+2)x}=0$; $\frac{x-2}{x}=0$; $x\neq -2$, $x\neq 2$.

Дріб $\frac{x-2}{x}=0$, якщо $x=2$, але $x\neq 2$, тому рівняння не має коренів.

в) $\frac{3x+2}{2x-3}\cdot\frac{5x-7}{7x-5}=0;$ $\frac{(3x+2)(5x-7)}{(2x-3)(7x-5)}=0;$ $\begin{cases}(3x+2)(5x-7)=0,\\(2x-3)(7x-5)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=-\frac{2}{3},\ x=\frac{7}{5},\\x\neq\frac{3}{2},\ x\neq\frac{5}{7};\end{cases}$ $x=-\frac{2}{3};$ $x=1,4;$

г) $\frac{(x-1)^2}{x^4-16}\cdot\frac{x-2}{x^2+1}=0;$ $\frac{(x-1)^2(x-2)}{(x^4-16)(x^2+1)}=0;$ $\begin{cases}(x-1)^2(x-2)=0,\\(x^4-16)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=1,\ x=2,\\x\neq-2,\ x\neq 2;\end{cases}$ $x=1.$ (Але $x^4-16=(x^2-4)(x^2+4)=(x-2)(x+2)(x^2+4)$.)

290. а) $\left(\frac{x^2}{2}+x+0,5\right)\frac{x^2-9}{(x-1)(x+3)}=0;$ $\frac{x^2+2x+1}{2}\cdot\frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x+3)}=\frac{(x+1)^2(x-3)}{2(x-1)}=0;$

$\begin{cases}(x+1)^2(x-3)=0,\\x-1\neq 0;x+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\ x=3,\\x\neq 1;\ x\neq-3;\end{cases}$ $x=-1,\ x=3;$

б) $\frac{3x^2-12}{x-3}\left(3-2x+\frac{x^2}{3}\right)=0;$ $\frac{3(x^2-4)}{x-3}\cdot\frac{9-6x+x^2}{3}=0;$ $\frac{3(x^2-4)(x-3)^2}{x-3}=0;$

$\begin{cases}x^2-4=0 \text{ або } x-3=0,\\x\neq 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2,\ x=2,\ x=3,\\x\neq 3;\end{cases}$ $x=-2,\ x=2;$

в) $\left(\frac{x+10}{5x+25}-\frac{1}{x+5}\right)\frac{5}{x-5}-\frac{10}{x^2-25}=0;$ $\left(\frac{x+10}{5(x+5)}-\frac{1}{x+5}\right)\frac{5}{x-5}-\frac{10}{x^2-25}=0;$

$\frac{(x+5)\cdot 5}{5(x+5)(x-5)}-\frac{10}{x^2-25}=0;$ $\frac{x+5-10}{x^2-25}=0;$ $\frac{x-5}{x^2-25}=0;$ $\begin{cases}x=5,\\x\neq-5,\ x\neq 5;\end{cases}$

рівняння не має коренів.

292. 15 г.

293. а) $6x^2-6y^2=6(x^2-y^2)=6(x-y)(x+y);$

б) $5-5m^2=5(1-m^2)=5(1-m)(1+m);$

в) $ax^2-a^3=a(x^2-a^2)=a(x-a)(x+a);$

г) $3x^4-12x^2=3x^2(x^2-4)=3x^2(x-2)(x+2);$

ґ) $20a^2-45b^2=5(4a^2-9b^2)=5(2a-3b)(2a+3b);$

д) $48x^2-75y^2=3(16x^2-25y^2)=3(4x-5y)(4x+5y).$

294. а) $\left(1\frac{8}{13}\overset{1}{:}3\frac{3}{13}\overset{3}{+}\frac{5}{7}\overset{2}{:}\frac{8}{21}\right)\overset{5}{:}\left(8\frac{1}{8}\overset{4}{+}3\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{93};$

1. $\frac{21}{13}:\frac{42}{13}=\frac{21\cdot 13}{13\cdot 42}=\frac{1}{2};$ 2. $\frac{5}{7}:\frac{8}{21}=\frac{5\cdot 21}{7\cdot 8}=\frac{15}{8};$ 3. $\frac{1}{2}+\frac{15}{8}=\frac{4+15}{8}=\frac{19}{8};$

4. $8\frac{1}{8}+3\frac{4}{8}=11\frac{5}{8}=\frac{93}{8};$ 5. $\frac{19}{8}:\frac{93}{8}=\frac{19\cdot 8}{8\cdot 93}=\frac{19}{93};$

б) $\left(28\frac{4}{5}\overset{1}{:}13\frac{5}{7}\overset{3}{+}6\frac{3}{5}\overset{2}{:}\frac{2}{3}\right)\overset{5}{:}\left(1\frac{11}{16}\overset{4}{:}2\frac{1}{4}\right)=16;$

1. $\frac{144}{5}:\frac{96}{7}=\frac{144\cdot 7}{5\cdot 96}=\frac{12\cdot 7}{5\cdot 8}=\frac{3\cdot 7}{5\cdot 2}=\frac{21}{10}=2,1;$ 2. $\frac{33}{5}:\frac{2}{3}=\frac{33\cdot 3}{5\cdot 2}=9,9;$

3. $2,1+9,9=12;$ 4. $\frac{27}{16}:\frac{9}{4}=\frac{27\cdot 4}{16\cdot 9}=\frac{3\cdot 1}{4\cdot 1}=0,75=\frac{3}{4};$ 5. $12:\frac{3}{4}=\frac{12\cdot 4}{3}=16;$

295. $480\cdot 0,15=72;$ $480\cdot 0,07=33,6;$ $480\cdot 0,1=48;$

$480\cdot 0,25=120;$ $480\cdot 0,4=192;$ $480\cdot 0,02=9,6;$

$480\cdot 0,9=432;$ $480\cdot 0,2=96;$ $480\cdot 1,5=720;$

$480 \cdot 0,75 = 360;$ $480 \cdot 0,3 = 144;$ $480 \cdot 0,005 = 2,4;$
$480 \cdot 1,25 = 600.$ ТАРАС ШЕВЧЕНКО

300. а) $\frac{4}{7} : \frac{2}{21} = \frac{4 \cdot 21}{7 \cdot 2} = 2 \cdot 3 = 6;$ б) $-15 : \frac{5}{7} = \frac{-15 \cdot 7}{5} = -21;$

в) $\frac{3,5}{4} : \frac{-7}{16} = \frac{3,5 \cdot 16}{4 \cdot (-7)} = -0,5 \cdot 4 = -2;$ г) $\frac{5x}{3y} : \frac{10x}{6y} = \frac{5x \cdot 6y}{3y \cdot 10x} = 1;$

ґ) $\frac{3a}{8b^2} : \frac{1}{4b^2} = \frac{3a \cdot 4b^2}{8b^2} = \frac{3a}{2};$ д) $\frac{4m^2}{n^3} : \frac{12m^3}{n^4} = \frac{4m^2 \cdot n^4}{n^3 \cdot 12m^3} = \frac{n}{3m}.$

301. а) $\frac{1}{3ax^2} : \frac{1}{9a^2x} = \frac{1}{3ax^2} \cdot \frac{9a^2x}{1} = \frac{3a}{x};$ б) $\frac{6x^2}{y} : \frac{1,5x^3}{y^2} = \frac{6x^2 \cdot y^2}{y \cdot 1,5x^3} = \frac{4y}{x};$

в) $\frac{14}{5x^3} : \frac{7x}{2y^2} = \frac{14 \cdot 2y^2}{5x^3 \cdot 7x} = \frac{4y^2}{5x^4};$ г) $\frac{2a}{3x} : \frac{4a^2}{9x} = \frac{2a \cdot 9x}{3x \cdot 4a^2} = \frac{3}{2a};$

ґ) $\frac{18c^2}{5xy} : \frac{9c^3}{15x^2} = \frac{18c^2 \cdot 15x^2}{5xy \cdot 9c^3} = \frac{2 \cdot 3x}{cy} = \frac{6x}{cy};$ д) $\frac{1,8z^3}{xy^2} : \frac{9z^3}{x^2y} = \frac{1,8z^3 \cdot x^2y}{xy^2 \cdot 9z^3} = \frac{x}{5y};$

302. а) $\frac{34ab^2}{17b^2} : \frac{1}{ac^2} = 2a \cdot ac^2 = 2a^2c^2;$ б) $\frac{3m^2n^3}{4ap} : 9mn^4 = \frac{3m^2n^3}{4ap \cdot 9mn^4} = \frac{m}{12nap};$

в) $3x^2 : \frac{1}{9x^2} = 3x^2 \cdot 9x^2 = 27x^4;$ г) $-\frac{2ab}{3xy} : \frac{8a^2b^2}{9x^2y^2} = \frac{-2ab \cdot 9x^2y^2}{3xy \cdot 8a^2b^2} = \frac{-3xy}{4ab};$

ґ) $\frac{5}{5cz} : \left(-\frac{1}{15z^2}\right) = \frac{5 \cdot (-15z^2)}{5cz} = \frac{-15z}{c};$ д) $1 : \frac{2xy}{x^0} = \frac{1}{2xy}.$

303. а) $\frac{1}{x+y} : \frac{1}{(x+y)^2} = \frac{(x+y)^2}{x+y} = x+y;$ б) $\frac{(a+b)^2}{3c} : \frac{a+b}{6c} = \frac{(a+b)^2 \cdot 6c}{3c \cdot (a+b)} = 2(a+b);$

в) $\frac{x}{x+y} : \frac{x+y}{x} = \frac{x \cdot x}{(x+y) \cdot (x+y)} = \frac{x^2}{(x+y)^2}.$

304. а) $\frac{a^3+a^2}{11c^2} : \frac{4a+4}{c^3} = \frac{a^2(a+1) \cdot c^3}{11c^2 \cdot 4(a+1)} = \frac{a^2c}{44};$ б) $\frac{8cx}{c^2-2c} : \frac{4cx}{3c-6} = \frac{8cx \cdot 3 \cdot (c-2)}{c(c-2) \cdot 4cx} = \frac{6}{c};$

в) $\frac{mc^2}{m^2-1} : \frac{3c}{m^3-m^2} = \frac{mc^2 \cdot m^2(m-1)}{(m-1)(m+1) \cdot 3c} = \frac{m^3c}{3(m+1)}.$

305. а) $\frac{3a}{x-y} : \frac{6a^2(x^2-y^2)}{(x-y)^2xy} = \frac{3a \cdot (x-y)^2xy}{(x-y) \cdot 6a^2(x-y)(x+y)} = \frac{xy}{2a(x+y)};$

б) $\frac{x^2-2x+1}{3x^2} : \frac{(x-1)^2}{3x^3} = \frac{(x-1)^2 \cdot 3x^3}{3x^2 \cdot (x-1)^2} = x;$

в) $(a^2-b^2) : \frac{a+b}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)(a-b)}{a+b} = (a-b)^2;$

г) $\frac{2x+1}{2x-1} : \frac{2x}{2x-1} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x-1) \cdot 2x} = \frac{2x+1}{2x}.$

306. а) $\frac{4c^2-x^2}{3cx} : \frac{2c+x}{6cx^2} = \frac{(2c-x)(2c+x) \cdot 6cx^2}{3cx(2c+x)} = 2x(2c-x);$

б) $2ac^2 : \frac{ac^2}{3a-c} = \frac{2ac^2 \cdot (3a-c)}{ac^2} = 2(3a-c);$

в) $\frac{x^3-3x}{x^2-4} : \frac{x^2-3}{x^2+2x} = \frac{x(x^2-3) \cdot x(x+2)}{(x-2)(x+2)(x^2-3)} = \frac{x^2}{x-2};$

г) $\frac{(a+c)^2}{a-c} : \frac{a^2-c^2}{2a} = \frac{(a+c)^2 \cdot 2a}{(a-c)(a-c)(a+c)} = \frac{2a(a+c)}{(a-c)^2}.$

307. а) $\frac{ab^3}{6-6a} : \frac{ab^2}{a^2-2a+1} = \frac{ab^3(a-1)^2}{6(1-a)\cdot ab^2} = \frac{b(1-a)}{6}$;

б) $\frac{5a^2-5}{3a^2} : \frac{(a+1)^2}{5a} = \frac{5(a^2-1)\cdot 5a}{3a^2\cdot(a+1)^2} = \frac{25(a-1)}{3a(a+1)}$;

в) $(a^2-4c^2) : \frac{a-2c}{3ac} = \frac{(a-2c)(a+2c)\ 3ac}{a-2c} = 3ac(a+2c)$;

г) $(x^6-1) : \frac{1}{x^6+1} = (x^6-1)(x^6+1) = x^{12}-1$.

308. а) $(x^2+x+1):(x^3-1) = \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{x-1}$;

б) $\frac{9-25x^2}{15x} : (5x+3) = \frac{(3-5x)(3+5x)}{15x(5x+3)} = \frac{3-5x}{15x}$;

в) $(a-4x^2):(16x^4-a^2) = \frac{a-4x^2}{(4x^2-a)(4x^2+a)} = \frac{-1}{4x^2+a}$;

г) $\frac{x^2-y^2z^2}{yz+x} : (yz-x) = \frac{(x-yz)(x+yz)}{(yz+x)(yz-x)} = -1$.

309. а) $\frac{3x}{8a} : \left(\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{4c}\right) = \frac{3x}{8a} : \frac{xy}{4yc} = \frac{3x\cdot 4yc}{8a\cdot xy} = \frac{3c}{2a}$; б) $\left(\frac{2x}{m}\right)^2 : \frac{6x^3}{m^2} = \frac{4x^2\cdot m^2}{m^2\cdot 6x^3} = \frac{2}{3x}$.

310. а) $\frac{-5a^2}{4c^3} : \left(\frac{a^3}{2c^3} : \frac{m}{c^2}\right) = \frac{-5a^2}{4c^3} : \frac{a^3c^2}{2c^3m} = \frac{-5a^2\cdot 2c^3m}{4c^3\cdot a^3c^2} = \frac{-5m}{2ac^2}$;

б) $\frac{-9c^2}{5a} : \left(\frac{3c}{10a^2}\right)^2 = \frac{-9c^2}{5a} : \frac{9c^2}{100a^4} = \frac{-9c^2\cdot 100a^4}{5a\cdot 9c^2} = -20a^3$.

311. а) $\frac{(t-2)^2}{t-1} : (t^2-4) = \frac{(t-2)(t-2)}{(t-1)(t-2)(t+2)} = \frac{t-2}{(t-1)(t+2)}$.

Якщо $t=0{,}5$, то $\frac{0{,}5-2}{(0{,}5-1)(0{,}5+2)} = \frac{-1{,}5}{-0{,}5\cdot 2{,}5} = \frac{3}{2{,}5} = \frac{30}{25} = \frac{6}{5} = 1{,}2$;

б) $(2a-4b) : \frac{3(a^2-4b^2)}{a+2b} = \frac{2\cdot(a-2b)(a+2b)}{3(a^2-4b^2)} = \frac{2}{3}$.

312. Якщо $x=0$, $x=-1$, то рівняння не має змісту.

$\frac{x-1}{x} : \frac{x}{x+1} = \frac{x^4-1}{5x^2}$; $\frac{(x-1)(x+1)}{x^2} - \frac{x^4-1}{5x^2} = 0$; $\frac{x^2-1}{x^2} - \frac{x^4-1}{5x^2} = 0$;

$\frac{5x^2-5-x^4+1}{5x^2} = 0$; $\frac{-x^4+5x^2-4}{5x^2} = 0$.

Якщо $x=-2$, то $\frac{-16+20-4}{20} = 0$, число -2 є коренем рівняння.

Якщо $x=1$, то $\frac{-1+5-4}{5} = 0$, $x=1$ — корінь рівняння.

Якщо $x=2$, то $\frac{-16+20-4}{20} = 0$, число 2 є коренем рівняння.

313. а) $x : \frac{2x}{x-2} = 3$; $\frac{x(x-2)}{2x} - 3 = 0$; $\frac{x-2-6}{2} = 0$; $\frac{1}{2}(x-8) = 0$; $x = 8$.

Число 8 є корінь рівняння. Тотожні перетворення виконували за умовою $x \neq 0$, $x \neq 2$.

б) $\frac{3x-2}{2x}:\frac{4}{x}=2$. Якщо $x\neq 0$, то $\frac{(3x-2)\cdot x}{2x\cdot 4}=0$; $\frac{3x-2}{8}=0$; $3x-2=0$; $x=\frac{2}{3}$.

в) $\frac{2x+6}{x}:\frac{2}{x}=3$. Якщо $x\neq 0$, то $\frac{2(x+3)\cdot x}{2x}=3$; $x+3=3$; $x=0$.

Отже, рівняння не має коренів.

г) $6x:\frac{18x}{3x+2}=\frac{5}{3}$; $\frac{6x(3x+2)}{18x}-\frac{5}{3}=0$; $\frac{3x+2}{3}-\frac{5}{3}=0$ за умову, що $x\neq 0$.

Маємо $3x-3=0$; $x=1$ — це корінь даного рівняння.

314. а) $\frac{x^2-xy}{x^2+xy}:\frac{xy}{x^2y+xy^2}=\frac{x(x-y)\cdot xy(x+y)}{x(x+y)\cdot yx}=x-y$;

б) $\frac{a^2b-4b^3}{3ab^2}:\frac{a^2-2ab}{a^2b}=\frac{b(a^2-4b^2)\cdot a^2b}{3ab^2\cdot a(a-2b)}=\frac{a(a+2b)}{3a}=\frac{a+2b}{3}$;

в) $\frac{4x^2-16x+16}{x^2-9}:\frac{x-2}{x-3}=\frac{(2x-4)^2(x-3)}{(x-3)(x+3)(x-2)}=\frac{(2x-4)^2}{(x+3)(x-2)}=\frac{4(x-2)}{x+3}$;

г) $\frac{a^2+6a+9}{36-a^2}:\frac{a+3}{a+6}=\frac{(a+3)^2\cdot(a+6)}{(6-a)(6+a)(a+3)}=\frac{a+3}{6-a}$.

315. а) $\frac{16xy^2-x^3}{x^2-2xy+y^2}:\frac{x^2y-16y^3}{x^2-y^2}=\frac{x(16y^2-x^2)(x^2-y^2)}{(x-y)^2\cdot y\cdot(x^2-16y^2)}=\frac{-x(x+y)}{y(x-y)}=\frac{x(x+y)}{y(y-x)}$;

б) $\frac{x^2+2xy+y^2}{y^2x-9x^3}:\frac{x^2-y^2}{9x^2y-y^3}=\frac{(x+y)^2\cdot y\cdot(9x^2-y^2)}{x(y^2-9x^2)\cdot(x^2-y^2)}=\frac{-y(x+y)}{x(x-y)}=\frac{y(x+y)}{x(y-x)}$;

в) $\frac{x^2+xy}{5x^2-5y^2}:\frac{x^2-xy}{x^3+y^3}=\frac{x(x+y)}{5(x^2-y^2)}\cdot\frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x(x-y)}=\frac{x^3+y^3}{5(x-y)^2}$;

г) $\frac{x^2-2xy}{x^2+4y^2}:\frac{(x-2y)^2}{x^4-16y^4}=\frac{x(x-2y)\cdot(x^2-4y^2)(x^2+4y^2)}{(x^2+4y^2)\cdot(x-2y)^2}=\frac{x(x^2-4y^2)}{x-2y}=x(x+2y)$.

316. а) $\frac{a^2-2a+1}{a^2+2a+1}:\frac{5a-5}{3a^3+3}=\frac{(a-1)^2\cdot 3(a^3+1)}{(a+1)^2\cdot 5(a-1)}=\frac{3(a-1)(a^2-a+1)}{5(a+1)}$;

б) $\frac{1-x^2y^2}{1+xy}:\frac{xy-1}{xy^2+y}=\frac{(1-xy)\cdot y(xy+1)}{xy-1}=-y(1+xy)$;

в) $(4a^2-1):\frac{1+2a}{1-2a}=\frac{(2a-1)(2a+1)\cdot(1-2a)}{1+2a}=-(2a-1)^2$;

г) $\frac{3-x}{3+x}:(x^2-9)=\frac{(3-x)}{(x-3)(3+x)(x+3)}=-\frac{1}{(x+3)^2}$.

317. а) $\frac{a^2-3ab}{3b}:(4a-12b)=\frac{a(a-3b)\cdot 1}{3b\cdot 4(a-3b)}=\frac{a}{12b}$;

б) $(8x-12y):\frac{(2x-3y)^2}{xy}=\frac{4(2x-3y)xy}{(2x-3y)^2}=\frac{4xy}{2x-3y}$;

в) $(4x^2-y^2):\frac{10x+5y}{x-y}=\frac{(2x-y)(2x+y)(x-y)}{5(2x+y)}=\frac{1}{5}\cdot(2x-y)(x-y)$;

г) $\frac{9a^3-ab^2}{2b}:(3a^2+ab)=\frac{a(3a-b)(3a+b)}{2b\cdot a(3a+b)}=\frac{3a-b}{2b}$.

318. а) $\frac{x^2-6x+9}{4x^2-6x+9}:\frac{6-2x}{27+8x^3}=\frac{(x-3)^2(3+2x)(9-6x+4x^2)}{(4x^2-6x+9)(3-x)\cdot 2}=-0{,}5(x-3)(3+2x)$;

б) $\frac{a^2+ax+x^2}{x-1}:\frac{a^3-x^3}{x^2-1}=\frac{(a^2+ax+x^2)(x-1)(x+1)}{(x-1)(a-x)(a^2+ax+x^2)}=\frac{x+1}{a-x}$;

в) $\dfrac{2a^3+16}{a^2+3a+9}:\dfrac{a^2-2a+4}{2a^3-54}=\dfrac{2(a^3+8)\cdot 2(a^3-27)}{(a^2+3a+9)(a^2-2a+4)}=4(a+2)(a-3);$

г) $\dfrac{64a^3-b^3}{16a^2-8ab+b^2}:\dfrac{16a^2+4ab+b^2}{b^2-16}=\dfrac{(4a-b)(16a^2+4ab+b^2)(b^2-16)}{(4a-b)^2(16a^2+4ab+b^2)}=\dfrac{b^2-16}{4a-b}.$

319. а) $\dfrac{ab+4b-5a-20}{b^2-1}:\dfrac{2b-10}{b+1}=\dfrac{a(b-5)+4(b-5)}{b^2-1}\cdot\dfrac{b+1}{2(b-5)}=$

$=\dfrac{(b-5)(a+4)(b+1)}{(b-1)(b+1)\cdot 2(b-5)}=\dfrac{a+4}{2(b-1)}$. Якщо $a=4,\ b=\dfrac{3}{4}$, то

$\dfrac{4+4}{2\cdot\left(\dfrac{3}{4}-1\right)}=\dfrac{8}{2\cdot\left(-\dfrac{1}{4}\right)}=4\cdot(-4)=-16;$

б) $\dfrac{9-(a+x)^2}{6a+6x}:\dfrac{a^2+3a-x^2-3x}{a^2+ax}=\dfrac{9-(a+x)^2}{6(a+x)}\cdot\dfrac{a(a+x)}{(a^2-x^2)+3(a-x)}=$

$=\dfrac{a\cdot(3-a-x)(3+a+x)}{6(a-x)(a+x+3)}=\dfrac{a(3-a-x)}{6(a-x)}.$

При $a=\dfrac{3}{2},\ \ x=\dfrac{1}{2}$ маємо: $\dfrac{\dfrac{3}{2}\left(3-\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}\right)}{6\cdot\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}\right)}=\dfrac{3\cdot 1}{12\cdot 1}=\dfrac{1}{4}=0,25.$

320. а) $\dfrac{xy+2x+y+2}{4y^2-16}:\dfrac{xy+2x}{4-2y}=\dfrac{(xy+y)+(2x+2)}{(2y-4)(2y+4)}\cdot\dfrac{2(2-y)}{x(y+2)}=$

$=\dfrac{((x+1)y+(x+1)\cdot 2)\cdot 2(2-y)}{2(y-2)\cdot 2(y+2)\cdot x(y+2)}=\dfrac{(x+1)(y+2)\cdot(-2)}{4(y+2)\cdot x(y+2)}=\dfrac{-(x+1)}{2x(y+2)}.$

Якщо $x=\dfrac{1}{2},\ y=3$, то $\dfrac{-\left(\dfrac{1}{2}+1\right)}{2\cdot\dfrac{1}{2}(3+2)}=\dfrac{-1,5}{5}=-0,3.$

б) $\dfrac{(a-n)^2-16}{a^2-an}:\dfrac{a^2-n^2+4a+4n}{5n-5a}=\dfrac{(a-n)^2-16}{a(a-n)}\cdot\dfrac{5(n-a)}{(a^2-n^2)+4(a+n)}=$

$=\dfrac{((a-n)^2-16)\cdot(-5)}{a(a+n)(a-n+4)}=\dfrac{(a-n-4)(a-n+4)\cdot(-5)}{a(a+n)(a-n+4)}=\dfrac{-5(a-n-4)}{a(a+n)}.$

Якщо $a=\dfrac{5}{8},\ \ n=\dfrac{3}{8}$, то $\dfrac{-5\cdot\left(\dfrac{5}{8}-\dfrac{3}{8}-4\right)}{\dfrac{5}{8}\cdot\left(\dfrac{5}{8}+\dfrac{3}{8}\right)}=-8\left(\dfrac{1}{4}-4\right)=-2+32=30.$

321.

x	–4	–3	–1	0	1	2	3
$\dfrac{x^2-2x+1}{x+1}:\dfrac{x-1}{(x+1)^2}=\dfrac{(x-1)^2(x+1)^2}{(x+1)(x-1)}$ (1)	15	8	—	–1	—	3	8
$\dfrac{3x^2-48}{x-1}:\dfrac{12+3x}{1-x}=\dfrac{3(x^2-16)(1-x)}{(x-1)\cdot 3(4+x)}$ (2)	—	7	5	4	—	2	1

Зауваження. Тотожні перетворення можна виконати, якщо у випадку (1) $x\ne-1$ і $x\ne 1$, бо $0:0$ не можна, тоді будемо мати новий вираз $(x-1)(x+1)=x^2-1$, у випадку (2) $x\ne 1$, $x\ne -4$, бо $0:0$ не можна, тоді будемо мати новий вираз $-(x-4)=4-x$.

322. а) $\dfrac{3y-9}{x^2-xy+x-y}:\dfrac{xy-3x+2y-6}{x^2-y^2}=\dfrac{3(y-3)}{x(x-y)+(x-y)}\cdot\dfrac{(x-y)(x+y)}{x(y-3)+2(y-3)}=$

$=\dfrac{3(y-3)(x-y)(x+y)}{(x-y)(x+1)(y-3)(x+2)}=\dfrac{3(x+y)}{(x+1)(x+2)}$;

б) $\dfrac{a^2-2ab+a-2b}{ab^2+a^2b}:\dfrac{a^2-4b^2}{a^2+ab+a+b}=\dfrac{a(a-2b)+(a-2b)}{ab(b+a)}\cdot\dfrac{a(a+b)+(a+b)}{(a-2b)(a+2b)}=$

$=\dfrac{(a-2b)(a+1)\cdot(a+b)(a+1)}{ab(a+b)\cdot(a-2b)(a+2b)}=\dfrac{(a+1)^2}{ab(a+2b)}$.

323. а) $\dfrac{a-2}{3a}:\dfrac{3a}{a-2}=\dfrac{(a-2)^2}{9a^4}$. Дріб $\dfrac{3a}{a-2}$ треба помножити на дріб $\dfrac{(a-2)^2}{9a^4}$.

б) $\dfrac{a-2}{3a}:\dfrac{3a}{a-2}=\dfrac{(a+2)(a-2)}{3a(a-2)}=\dfrac{a^2-4}{3a(a-2)}$.

Дріб $\dfrac{3a}{a-2}$ треба помножити на дріб $\dfrac{a^2-4}{3a(a-2)}$.

в) $3a(a-2):\dfrac{3a}{a-2}=\dfrac{3a(a-2)^2}{3a}$.

Дріб $\dfrac{3a}{a-2}$ треба помножити на дріб $\dfrac{3a(a-2)^2}{3a}$.

324. а) $\left(\dfrac{2a}{3b}\cdot\dfrac{6ab}{5c^2}\right):\dfrac{4ab^2}{9c^2}=\dfrac{4a^2}{5c^2}\cdot\dfrac{9c^2}{4ab^2}=\dfrac{9a}{5b^2}$;

б) $\dfrac{-3xy}{25ac^3}:\left(\dfrac{-2cx}{5a}\cdot\dfrac{3}{-2c^3}\right)=\dfrac{-3xy}{25ac^3}:\dfrac{3x}{5c^2a}=\dfrac{-3xy\cdot5ac^2}{25ac^3\cdot3x}=-\dfrac{y}{5c}$.

325. а) $\left(\dfrac{2a}{m^2c}\right)^3:\left(\dfrac{4a^2}{3mc^2}\right)^2=\dfrac{8a^3}{m^6c^3}:\dfrac{16a^4}{9m^2c^4}=\dfrac{8a^3\cdot9m^2c^4}{m^6c^3\cdot16a^4}=\dfrac{9c}{2am^4}$;

б) $\left(\dfrac{-a}{9c^2x}\right)^3:\left(\dfrac{2a}{3cx^2}\right)^4=\dfrac{-a^3}{729c^6x^3}:\dfrac{16a^4}{81c^4x^8}=\dfrac{-a^3\cdot81c^4x^8}{729c^6x^3\cdot16a^4}=\dfrac{-x^5}{9ac^2\cdot16}=-\dfrac{x^5}{144ac^2}$.

326. а) $\dfrac{8mn}{9ax^2}:\left(\dfrac{6m}{5x}:\dfrac{3x^2}{2n}\right)=\dfrac{8mn}{9ax^2}:\dfrac{6m\cdot2n}{5x\cdot3x^2}=\dfrac{8mn\cdot15x^3}{9ax^2\cdot12mn}=\dfrac{2\cdot5x}{3\cdot3}=\dfrac{10x}{9}$;

б) $\left(\dfrac{0,5ax}{2m}:\dfrac{x}{4m^2}\right):\dfrac{m}{a}=\left(\dfrac{0,5ax}{2m}\cdot\dfrac{4m^2}{x}\right):\dfrac{m}{a}=\dfrac{am\cdot a}{m}=a^2$.

327. а) $\left(\dfrac{a+x}{a}-\dfrac{x-y}{x}\right):\dfrac{x^2+ay}{a^2}=\dfrac{x(a+x)-a(x-y)}{ax}\cdot\dfrac{a^2}{x^2+ay}=$

$=\dfrac{ax+x^2-ax+ay}{ax}\cdot\dfrac{a^2}{x^2+ay}=\dfrac{(x^2+ay)\cdot a^2}{ax\cdot(x^2+ay)}=\dfrac{a}{x}$;

б) $\left(\dfrac{x}{x-y}-\dfrac{y}{x+y}\right):\dfrac{x^2+y^2}{x^2+xy}=\dfrac{x^2+xy-xy+y^2}{(x-y)(x+y)}\cdot\dfrac{x(x+y)}{x^2+y^2}=\dfrac{(x^2+y^2)x}{(x-y)(x^2+y^2)}=\dfrac{x}{x-y}$;

328. а) $\left(\dfrac{a}{a+1}+1\right):\left(1-\dfrac{3a^2}{1-a^2}\right)=\dfrac{2a+1}{a+1}:\dfrac{1-a^2-3a^2}{1-a^2}=\dfrac{2a+1}{a+1}\cdot\dfrac{(1-a^2)}{(1-4a^2)}=\dfrac{1-a}{1-2a}$;

б) $\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}-\dfrac{2x+1}{2x-1}\right):\dfrac{4x}{5-10x}=\dfrac{(2x-1)^2-(2x+1)^2}{(2x-1)(2x+1)}\cdot\dfrac{5(1-2x)}{4x}=$

$=\dfrac{(2x-1-2x-1)(2x-1+2x+1)\cdot(-5)}{(2x+1)\cdot4x}=\dfrac{-2\cdot(-5)\cdot4x}{(2x+1)\cdot4x}=\dfrac{10}{2x+1}$.

329. а) $\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b}{a}\right):\left(\frac{a}{b^2}-\frac{1}{b}+\frac{1}{a}\right)=\frac{a^3+b^3}{ab^2}:\frac{a^2-ab+b^2}{ab^2}=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)ab^2}{ab^2(a^2-ab+b^2)}=a+b;$

б) $\left(1+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right):\frac{1}{x^2-1}=\frac{x^2-1+x+1-x+1}{x^2-1}\cdot\frac{x^2-1}{1}=\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1}=x^2+1.$

330. а) $(a+b):\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)-ab\cdot\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-2\right)=(a+b):\frac{a+b}{ab}-ab\cdot\frac{a^2+b^2-2ab}{ab}=$

$=\frac{(a+b)\cdot ab}{a+b}-\frac{ab\cdot(a-b)^2}{ab}=ab-(a-b)^2=3ab-a^2-b^2;$

б) $\left(1-\frac{b}{a+b}\right):\left(a+b-\frac{b^2}{a+b}\right)=\frac{a+b-b}{a+b}:\frac{a^2+2ab+b^2-b^2}{a+b}=$

$=\frac{a}{a+b}\cdot\frac{a+b}{a(a+2b)}=\frac{1}{a+2b}.$

331. а) $\left(\frac{1}{a+b}+\frac{b^2}{a^3-ab^2}\right):\left(\frac{a-b}{a^2+ab}-\frac{a}{ab+b^2}\right)=\left(\frac{1}{a+b}+\frac{b^2}{a^2(a^2-b^2)}\right):$

$\left(\frac{a-b}{a(a+b)}-\frac{a}{b(a+b)}\right)=\frac{a^2-ab+b^2}{a(a^2-b^2)}:\frac{ab-b^2-a^2}{ab(a+b)}=\frac{(a^2-ab+b^2)\cdot ab(a+b)}{-a(a^2-b^2)(a^2-ab+b^2)}=$

$=\frac{b}{-(a-b)}=\frac{b}{b-a};$

б) $\left(\frac{1}{1-x}-1\right):\left(1+x-\frac{1-2x^2}{1-x}\right)=\frac{1-1+x}{1-x}:\frac{1-x^2-1+2x^2}{1-x}=\frac{x}{1-x}\cdot\frac{1-x}{x^2}=\frac{1}{x}.$

332. а) $\left(\frac{c-x}{c^2+cx}-\frac{c}{cx+x^2}\right):\left(\frac{x^2}{c^3-cx^2}+\frac{1}{c+x}\right)=\left(\frac{c-x}{c(c+x)}-\frac{c}{x(c+x)}\right):$

$:\left(\frac{x^2}{c(c^2-x^2)}+\frac{1}{c+x}\right)=\frac{cx-x^2-c^2}{cx(c+x)}:\frac{x^2+c^2-cx}{c(c^2-x^2)}=\frac{-(x^2-cx+c^2)}{cx(c+x)}\times$

$\times\frac{c(c^2-x^2)}{x^2+c^2-cx}=\frac{-(c-x)}{x}=\frac{x-c}{x};$

б) $\frac{a+b}{ab}:\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)+\frac{1}{b-a}=\frac{a+b}{ab}:\frac{a^2-b^2}{ab}+\frac{1}{b-a}=\frac{(a+b)ab}{ab(a^2-b^2)}+\frac{1}{b-a}=$

$=\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a-b}=0.$

333. а) $\frac{x^2-2x+1}{4x+8}:\frac{x-1}{x+2}=6;\quad\frac{(x-1)^2}{4(x+2)}\cdot\frac{x+2}{x-1}-6=0;\quad\frac{x-1}{4}-6=0,$

якщо $x\neq1$, $x\neq-2$; $\frac{x-1-24}{4}=0;$ $x-25=0;$ $x=25.$

б) $\frac{4x^2-1}{3-x}:\frac{2x+1}{6-2x}=10;\quad\frac{(4x^2-1)\cdot2(3-x)}{(3-x)\cdot(2x+1)}-10=0;$ $2(2x-1)-10=0,$ якщо $x\neq3$, $x\neq-0{,}5$; $4x-2-10=0;$ $4x=12;$ $x=3.$ Рівняння не має коренів.

в) $\frac{x^2-9}{x^2+4}:\frac{x+3}{x-2}=0;\quad\frac{(x^2-9)(x-2)}{(x^2+4)(x+3)}=0;\quad\frac{(x-3)(x-2)}{(x^2+4)}=0,$ якщо $x\neq-3.$ $(x-3)(x-2)=0;$ $x=3$ або $x=2$, але якщо $x=2$, то дріб $\frac{x+3}{x-2}$ не має змісту, тому корінь рівняння $x=3.$

г) $\frac{16-x^2}{3x}:\frac{16+x^2}{6x^2}=0;\quad\frac{(16-x^2)6x^2}{3x(16+x^2)}=0;\quad\frac{2x(16-x^2)}{16+x^2}=0;$ $2x(16-x^2)=0,$

якщо $x \neq 0$. Отже, $x = 0$ — сторонній корінь, $x = 4$ або $x = -4$ — корені рівняння.

334. а) $\frac{a^5 - a}{a^2 - 1} = \frac{a(a^4 - 1)}{a^2 - 1} = \frac{a(a^2 - 1)(a^2 + 1)}{a^2 - 1} = a(a^2 + 1);$

б) $\frac{z^6 - z^2}{z^2 - 1} = \frac{z^2(z^4 - 1)}{z^2 - 1} = \frac{z^2(z^2 - 1)(z^2 + 1)}{z^2 - 1} = z^2(z^2 + 1);$

в) $\frac{2a + 8b}{16b^2 - a^2} = \frac{2(a + 4b)}{(4b - a)(4b + a)} = \frac{2}{4b - a};$

г) $\frac{4x^2 - 4xy + y^2}{y^2 - 4x^2} = \frac{(2x - y)^2}{(y - 2x)(y + 2x)} = \frac{y - 2x}{y + 2x};$

335. а) $\frac{c^6 - c^2}{c^3 - c} = \frac{c^2(c^4 - 1)}{c(c^2 - 1)} = \frac{c(c^2 - 1)(c^2 + 1)}{c^2 - 1} = c(c^2 + 1);$ б) $\frac{c^4 + c}{c^2 + c} = \frac{c(c^3 + 1)}{c(c + 1)} = c^2 - c + 1;$

в) $\frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2 + 2x} = \frac{x(x^2 + 4x + 4)}{x(x + 2)} = \frac{(x + 2)^2}{x + 2} = x + 2;$ г) $\frac{x^4 + x}{x^2 - x + 1} = \frac{x(x^3 + 1)}{x^2 - x + 1} = x(x + 1).$

336. а) $\frac{ac + ax + bc + bx}{c + x} = \frac{a(c + x) + b(c + x)}{c + x} = \frac{(c + x)(a + b)}{c + x} = a + b;$

б) $\frac{a^3 - 2a^2 + 2a - 4}{a^2 + 2} = \frac{a^2(a - 2) + 2(a - 2)}{a^2 + 2} = \frac{(a - 2)(a^2 + 2)}{a^2 + 2} = a - 2;$

в) $\frac{ac - ax + bc - bx}{a + b} = \frac{a(c - x) + b(c - x)}{a + b} = \frac{(c - x)(a + b)}{a + b} = c - x;$

г) $\frac{a^3 + 2a^2 - 2a - 4}{a + 2} = \frac{a^2(a + 2) - 2(a + 2)}{a + 2} = \frac{(a + 2)(a^2 - 2)}{a + 2} = a^2 - 2.$

337. а) $\frac{2a^3b^2 + 3abc^2x - 2a^2bcx - 3c^3x^2}{ab - cx} = \frac{2a^2b(ab - cx) + 3c^2x(ab - cx)}{ab - cx} =$

$= \frac{(ab - cx)(2a^2b + 3c^2x)}{ab - cx} = 2a^2b + 3c^2x;$

б) $\frac{32ac^2 + 15cx^2 - 48ax^2 - 10c^3}{2c^2 - 3x^2} = \frac{16a(2c^2 - 3x^2) - 5c(2c^2 - 3x^2)}{2c^2 - 3x^2} =$

$= \frac{(2c^2 - 3x^2)(16a - 5c)}{2c^2 - 3x^2} = 16a - 5c.$

338. а) $\frac{4x^2}{3x^3} + \frac{3}{2}x = \frac{4}{3x} + \frac{3x}{2} = \frac{8 + 9x^2}{6x};$

б) $\frac{9x^4 + 8x^2}{6x^3} - \frac{3}{2}x = \frac{x^2(9x^2 + 8)}{6x^3} - \frac{3x}{2} = \frac{9x^2 + 8}{6x} - \frac{3x}{2} = \frac{9x^2 + 8 - 9x}{6x} = \frac{9x^2 - 9x + 8}{6x};$

в) $\frac{9x^4 + 8x^2}{6x^3} \cdot \frac{3}{2}x = \frac{x^2(9x^2 + 8) \cdot 3x}{6x^3 \cdot 2} = \frac{9x^2 + 8}{4};$

г) $\frac{27x^5 + 24x^3}{12x^3} : \frac{3}{2}x = \frac{3x^3(9x^2 + 8)}{12x^3} \cdot \frac{2}{3x} = \frac{9x^2 + 8}{6x}.$

339. а) $\left(\frac{a - 1}{a + 1}\right)^2 : \frac{a^2 - 2a + 1}{a^2 + 2a + 1} = \frac{(a - 1)^2 \cdot (a + 1)^2}{(a + 1)^2 \cdot (a - 1)^2} = 1;$

б) $\left(\frac{x + z}{2x}\right)^2 : \frac{x^2 + z^2 + 2xz}{8x^4} = \frac{(x + z)^2 \cdot 8x^4}{4x^2 \cdot (x + z)^2} = 2x^2;$

в) $\left(1 - \frac{a}{c}\right)^2 : \frac{a^2 - 2ac + c^2}{6c^3} = \frac{(c - a)^2 \cdot 6c^3}{c^2 \cdot (a - c)^2} = 6c;$

г) $\left(2+\frac{x}{a}\right)^3 : \frac{x^2+4a^2+4ax}{8a^3} = \frac{(2a+x)^3}{a^3}\cdot\frac{8a^3}{x^2+4ax+4a^2} = \frac{8(2a+x)^3}{(x+2a)^2} = 8(2a+x).$

340. а) $\left(1-\frac{2c}{a+c}\right)^2 : \left(\frac{a-c}{a+c}\right)^2 = \left(\frac{a+c-2c}{a-c}\right)^2 : \frac{(a-c)^2}{(a+c)^2} = \frac{(a-c)^2\cdot(a+c)^2}{(a+c)^2(a-c)^2} = 1;$

б) $\frac{3a^4}{a^2+x^2-2ax} : \left(1+\frac{x}{a-x}\right)^2 = \frac{3a^4}{(a-x)^2} : \left(\frac{a-x+x}{a-x}\right)^2 = \frac{3a^4(a-x)^2}{(a-x)^2a^2} = 3a^2;$

в) $\left(\frac{a^2+b^2}{2b}-a\right):\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)+\frac{ba}{2} = \frac{a^2+b^2-2ab}{2b} : \frac{a-b}{ab}+\frac{ba}{2} = \frac{(a-b)^2\cdot ab}{2b(a-b)}+\frac{ba}{2} =$

$= \frac{(a-b)a}{2}+\frac{ba}{2} = \frac{a^2-ba+ba}{2} = \frac{a^2}{2};$

г) $\left(\frac{a^2+b^2}{a}-2b\right):\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{a^2+b^2-2ab}{a} : \frac{b-a}{ab} = \frac{(a-b)^2\cdot ab}{a\cdot(b-a)} = (b-a)b.$

341. а) $\left(1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right): \frac{a+b+c}{2abc}+a^2 = \frac{2bc+b^2+c^2-a^2}{2bc}\cdot\frac{2bca}{a+b+c} =$

$= \frac{((b+c)^2-a^2)\cdot a}{a+b+c} = \frac{a(b+c-a)(b+c+a)}{a+b+c} = a(b+c-a);$

б) $\left(1-\frac{b^2-a^2-c^2}{2ac}\right):\left(\frac{a+c}{b}-1\right)-\frac{b^2}{2ac} = \frac{2ac-b^2+a^2+c^2}{2ac} : \frac{a+c-b}{b}-\frac{b^2}{2ac} =$

$= \frac{(a+c)^2-b^2}{2ac}\cdot\frac{b}{a+c-b}-\frac{b^2}{2ac} = \frac{(a+c-b)(a+c+b)b}{2ac(a+c-b)}-\frac{b^2}{2ac} =$

$= \frac{(a+c+b)b}{2ac}-\frac{b^2}{2ac} = \frac{ab+bc+b^2-b^2}{2ac} = \frac{b(a+c)}{2ac}.$

342. а) $\begin{cases}8(2x-3y-3)=6x(4y-3)-3y(8x-5),\\3(10x+3y)=9y(4x+7)-6x(6y+1);\end{cases}$ $\begin{cases}16x-24y-24=\underline{24xy}-18x-\underline{24xy}+15y,\\30x+9y=\underline{\underline{36xy}}+63y-\underline{\underline{36xy}}-6x;\end{cases}$

$\begin{cases}34x-39y=24,\\36x-54y=0;\end{cases}$ $\begin{cases}34\cdot\frac{3y}{2}-39y=24,\\x=\frac{3y}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}51y-39y=24,\\x=\frac{3y}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}12y=24,\\x=\frac{3y}{2};\end{cases}$ $\begin{cases}y=2,\\x=3;\end{cases}$

(3; 2) — розв'язок системи;

б) $\begin{cases}(x-2)^2-(x+3)^2=(y-3)^2-(y+2)^2,\\(x+2)^2+(x-3)^2=2x(x-4)+13y;\end{cases}$

$\begin{cases}\underline{x^2}-\underline{\underline{4x}}+4-\underline{x^2}-\underline{\underline{6x}}-9=y^2-6y+9-y^2-4y-4,\\\underline{x^2}+\underline{\underline{4x}}+4+\underline{x^2}-\underline{\underline{6x}}+9=\underline{2x^2}-\underline{\underline{8x}}+13y;\end{cases}$ $\begin{cases}-10x+10y=10,\\6x-13y=-13;\end{cases}$

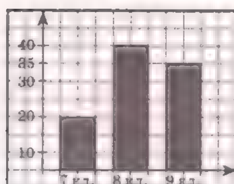
$+\begin{cases}-x+y=1,\\6x-13y=-13;\end{cases}\Big|\cdot 6$ $+\begin{cases}-6x+6y=6,\\6x-13y=-13;\end{cases}$

$-7y=-7$; $y=1$, тоді $-x+1=1$; $x=0$; (0; 1) – розв'язок системи.

343. а) $3x+2y=6$. Якщо $x=0$, то $2y=6$, $y=3$. Якщо $y=0$, то $3x=6$, $x=2$. Отже, графік даного рівняння перетинає вісь Ox у точці (2; 0), а вісь Oy у точці (0; 3).

б) $x-5y=12$. Якщо $x=0$, то $y=-2{,}4$; якщо $y=0$, то $x=12$. Точка (12; 0) — точка перетину графіка даного рівняння з віссю Ox, а точка (0; –2,4) — точка перетину графіка даного рівняння з віссю Oy.

344. У 7 класі — 20 учнів;
у 8 класі — 40 учнів;
тоді у 9 класі —
(95 – 60 = 35) учнів.



349. а) $\frac{a}{a-1}\cdot(a-1)^2+1=\frac{a\cdot(a-1)^2}{a-1}+1=$
$=a(a-1)+1=a^2-a+1;$

б) $(x+2)\cdot\frac{1}{x^2-4}+\frac{1}{x}=\frac{x+2}{(x-2)(x+2)}+\frac{1}{x}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x}=\frac{x+x-2}{x(x-2)}=\frac{2x-2}{x(x-2)};$

в) $\frac{1}{x}-\frac{x-2}{x}:(x-2)^2=\frac{1}{x}-\frac{x-2}{x(x-2)^2}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x(x-2)}=\frac{x-2-1}{x(x-2)}=\frac{x-3}{x(x-2)};$

г) $\frac{3}{a^2-16}\cdot(a+4)+\frac{a}{2}=\frac{3(a+4)}{a^2-16}+\frac{a}{2}=\frac{3}{a-4}+\frac{a}{2}=\frac{6+a^2-4a}{2(a-4)}.$

350. а) $(x-3)\cdot\frac{5}{9-x^2}+\frac{4}{x}=\frac{-5}{3+x}+\frac{4}{x}=\frac{-5x+12+4x}{x(3+x)}=\frac{12-x}{x(3+x)};$

б) $\frac{a+6}{a}:(a+6)^2+\frac{1}{a}=\frac{a+6}{a(a+6)^2}+\frac{1}{a}=\frac{1}{a(a+6)}+\frac{1}{a}=\frac{1+a+6}{a(a+6)}=\frac{a+7}{a(a+6)};$

в) $\frac{2}{x+3}\cdot(x^2-9)+\frac{6}{x+3}=\frac{2\cdot(x^2-9)}{x+3}+\frac{6}{x+3}=2(x-3)+\frac{6}{x+3}=$
$=\frac{2(x^2-9)+6}{x+3}=\frac{2x^2-18+6}{x+3}=\frac{2x^2-12}{x+3};$

г) $\frac{5}{a^2-4}\cdot(a+2)^2-\frac{10}{a-2}=\frac{5\cdot(a+2)^2}{a^2-4}-\frac{10}{a-2}=\frac{5\cdot(a+2)}{a-2}-\frac{10}{a-2}=$
$=\frac{5a+10-10}{a-2}=\frac{5a}{a-2}.$

351. а) $\frac{x+2}{x+3}:\frac{5x+10}{9-x^2}-\frac{2x-1}{15}=\frac{(x+2)\cdot(9-x^2)}{(x+3)\cdot5(x+2)}-\frac{2x-1}{15}=\frac{(3-x)}{5}-\frac{2x-1}{15}=$
$=\frac{9-3x-2x+1}{15}=\frac{10-5x}{15}=\frac{5(2-x)}{15}=\frac{2-x}{3};$

б) $\left(\frac{6y}{y-4}-3y\right):\frac{6-y}{y-4}=\frac{6y-3y^2+12y}{y-4}\cdot\frac{y-4}{6-y}=\frac{18y-3y^2}{6-y}=\frac{3y(6-y)}{6-y}=3y;$

в) $\frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}\cdot\frac{x^2}{x+y}+\frac{1-x^2}{x-y}=\frac{x+y}{x-y}\cdot\frac{x^2}{x-y}+\frac{1-x^2}{x-y}=\frac{x^2}{x-y}+\frac{1-x^2}{x-y}=$
$=\frac{x^2+1-x^2}{x-y}=\frac{1}{x-y};$

г) $\frac{m-5}{m+5}\cdot\left(m+\frac{2m^2}{5-m}\right)=\frac{m-5}{m+5}\cdot\left(\frac{5m-m^2+2m^2}{5-m}\right)=\frac{(m-5)\cdot(5m+m^2)}{(m+5)\cdot(5-m)}=$
$=\frac{-m(5+m)}{m+5}=-m.$

352. а) $\frac{a^2-4}{9-a^2}:\frac{a-2}{3+a}-\frac{2}{3-a}=\frac{(a-2)(a+2)(3+a)}{(3-a)(3+a)(a-2)}-\frac{2}{3-a}=\frac{a+2}{3-a}-\frac{2}{3-a}=$
$=\frac{a+2-2}{3-a}=\frac{a}{3-a};$

б) $\left(x-\frac{5x}{x+3}\right):\frac{x-2}{x+3}=\frac{x^2+3x-5x}{x+3}\cdot\frac{x+3}{x-2}=\frac{x^2-2x}{x-2}=\frac{x(x-2)}{x-2}=x;$

в) $\frac{a^2-b^2}{4a+4}\cdot\frac{a+1}{a-b}+\frac{a+b}{4}=\frac{(a+b)(a+1)}{4(a+1)}+\frac{a+b}{4}=\frac{a+b}{4}+\frac{a+b}{4}=\frac{a+b}{2}$;

г) $\left(\frac{2a}{2a-1}+1\right)\cdot\frac{6a-3}{4a^2-a}=\frac{2a+2a-1}{2a-1}\cdot\frac{3(2a-1)}{a(4a-1)}=\frac{(4a-1)\cdot3(2a-1)}{(2a-1)\cdot a(4a-1)}=\frac{3}{a}$.

353. а) $\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)\cdot\frac{xy}{x+y}=\frac{x^2-y^2}{xy}\cdot\frac{xy}{x+y}=x-y$;

б) $\frac{a-b}{ab}:\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)=\frac{a-b}{ab}:\frac{a^2-b^2}{ab}=\frac{(a-b)\cdot ab}{ab\cdot(a^2-b^2)}=\frac{1}{a+b}$;

в) $\left(1+\frac{a}{b}\right):\left(1-\frac{a}{b}\right)=\frac{a+b}{b}:\frac{b-a}{b}=\frac{(a+b)b}{b(b-a)}=\frac{a+b}{b-a}$;

г) $\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{y}\right):\left(\frac{1}{xy}-\frac{1}{y}\right)=\frac{1+x}{xy}:\frac{1-x}{xy}=\frac{(1+x)xy}{xy(1-x)}=\frac{1+x}{1-x}$.

354. а) $\left(\frac{x}{y^2}-\frac{1}{x}\right):\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{x^2-y^2}{xy^2}:\frac{x+y}{xy}=\frac{(x^2-y^2)xy}{xy^2(x+y)}=\frac{(x-y)}{y}$;

б) $\left(\frac{a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right):\left(\frac{b^2}{a^2}+\frac{b}{a}\right)=\frac{ab+a^2}{b^2}:\frac{b^2+ab}{a^2}=\frac{a(b+a)\cdot a^2}{b^2(b+a)b}=\frac{a^3}{b^3}$;

в) $\left(\frac{m}{m+1}+1\right):\left(1-\frac{3m^2}{1-m^2}\right)=\frac{m+m+1}{m+1}:\frac{1-m^2-3m^2}{1-m^2}=\frac{2m+1}{m+1}\cdot\frac{1-m^2}{1-4m^2}=\frac{1-m}{1-2m}$;

г) $\left(\frac{3a+1}{3a-1}-\frac{3a-1}{3a+1}\right):\frac{12a}{15a-5}=\frac{(3a+1)^2-(3a-1)^2}{9a^2-1}\cdot\frac{5(3a-1)}{12a}=$

$=\frac{(3a+1-3a+1)(3a+1+3a-1)\cdot5(3a-1)}{(3a-1)(3a+1)\cdot12a}=\frac{5\cdot2\cdot6a}{12a(3a+1)}=\frac{5}{3a+1}$.

355. а) $\frac{a-b}{a}\cdot\left(\frac{a}{a-b}+\frac{a}{b}\right)=\frac{a-b}{a}\cdot\frac{ab+a^2-ab}{b(a-b)}=\frac{a-b}{a}\cdot\frac{a^2}{(a-b)b}=\frac{a}{b}$;

б) $\left(\frac{x}{y}-\frac{x}{x+y}\right)\cdot\frac{x+y}{x}=\frac{x^2+xy-xy}{y(x+y)}\cdot\frac{x+y}{x}=\frac{x^2}{y}\cdot\frac{1}{x}=\frac{x}{y}$;

в) $\left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right):\frac{2}{x^2-y^2}=\frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{x^2-y^2}\cdot\frac{x^2-y^2}{2}=$

$=\frac{x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2}{1}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2x^2+2y^2}{2}=x^2+y^2$;

г) $\left(\frac{a-b}{a+b}-\frac{a+b}{a-b}\right):\frac{4}{a^2-b^2}=\frac{(a-b)^2-(a+b)^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^2-b^2}{4}=$

$=\frac{a^2-2ab+b^2-a^2-2ab-b^2}{4}=-ab$.

356. а) $\frac{a^2-2a+1}{a^2-1}\cdot\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^2=\frac{(a-1)^2\cdot(a+1)^2}{(a^2-1)(a-1)^2}=\frac{a+1}{a-1}$;

б) $\frac{1-4x^2}{4x^2+4x+1}\cdot\frac{3x}{2x-1}=\frac{-(1+2x)\cdot3x}{(2x+1)^2}=\frac{-3x}{2x+1}$.

357. а) $\frac{x^3-a^3}{x^2-a^2}\cdot\frac{x+a}{a^2+ax+x^2}=\frac{(x-a)(a^2+ax+x^2)(x+a)}{(x-a)(x+a)(a^2+ax+x^2)}=1$;

б) $\left(\frac{2a}{a-x}\right)^2\cdot\frac{a^2-2ax+x^2}{6a^2}=\frac{4a^2\cdot(a-x)^2}{(a-x)^2\cdot6a^2}=\frac{2}{3}$.

358. а) $\frac{(2a+1)^2}{(2a-1)^2+8a}=1$; $\frac{(2a+1)^2}{4a^2-4a+1+8a}=1$; $\frac{(2a+1)^2}{4a^2+4a+1}=1$; $\frac{(2a+1)^2}{(2a+1)^2}=1$;

$1=1$. Тотожність доведено.

б) $\frac{(2a-1)^2}{(2a+1)^2-8a}=1$; $\frac{(2a-1)^2}{4a^2+4a+1-8a}=1$; $\frac{4a^2-4a+1}{4a^2-4a+1}=1$;

$1=1$. Тотожність доведено.

359. а) $\frac{8c}{(2c+1)^2-(2c-1)^2}=1$; $\frac{8c}{(2c+1-2c+1)(2c-1+2c-1)}=1$; $\frac{8c}{2\cdot 4c}=1$;

$1=1$. Тотожність доведено.

б) $\frac{8a^2+2}{(2a+1)^2+(2a-1)^2}=1$; $\frac{8a^2+2}{4a^2+4a+1+4a^2-4a+1}=1$; $\frac{8a^2+2}{8a^2+2}=1$;

$1=1$. Тотожність доведено.

360. а) $\left(\frac{4}{x}-\frac{x}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{4-x}-\frac{1}{4+x}\right)=\frac{16-x^2}{4x}\cdot\frac{4+x-4+x}{16-x^2}=\frac{2x}{4x}=\frac{1}{2}$.

Значення виразу не залежить від значень змінної.

б) $\left(\frac{2}{3a}-\frac{3a}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3a-2}+\frac{1}{3a+2}\right)=\frac{4-9a^2}{6a}\cdot\frac{3a+2+3a-2}{9a^2-4}=-\frac{6a}{6a}=-1$.

Значення виразу не залежить від значень змінної.

в) $\left(\frac{2a}{b}-\frac{8b}{a}\right)\cdot\left(\frac{a}{a-2b}-\frac{a}{a+2b}\right)=\frac{2a^2-8b^2}{ab}\cdot\frac{a^2+2ab-a^2+2ab}{a^2-4b^2}=\frac{2(a^2-4b^2)\cdot 4ab}{ab\cdot(a^2-4b^2)}=8$.

Значення виразу не залежить від значень змінної.

г) $\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}\right)\cdot\left(\frac{x^2y}{y-x}+\frac{x^2y}{y+x}\right)=\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}\cdot\frac{x^2y^2+x^3y+x^2y^2-x^3y}{y^2-x^2}=\frac{2x^2y^2}{x^2y^2}=2$.

Значення виразу не залежить від значень змінної.

361. а) $\left(\frac{x+y}{y}-\frac{2y}{y-x}\right)\cdot\frac{y-x}{x^2+y^2}=\frac{xy-x^2+y^2-xy-2y^2}{y(y-x)}\cdot\frac{y-x}{x^2+y^2}=\frac{-(x^2+y^2)}{y(x^2+y^2)}=-\frac{1}{y}$;

б) $\left(\frac{2a}{a+x}+\frac{x-a}{a}\right):\frac{x^2+a^2}{x+a}=\frac{2a^2+x^2-a^2}{a(a+x)}\cdot\frac{x+a}{x^2+a^2}=\frac{x^2+a^2}{a(x^2+a^2)}=\frac{1}{a}$;

в) $\left(a+x-\frac{2ax}{a+x}\right):\left(\frac{a-x}{a+x}+\frac{x}{a}\right)=\frac{(a+x)^2-2ax}{a+x}:\frac{a^2-ax+ax+x^2}{a(a+x)}=$

$=\frac{(a^2+x^2)\cdot a(a+x)}{(a+x)(a^2+x^2)}=a$;

г) $\left(\frac{y}{x}-\frac{2y}{x+y}\right)\cdot\left(y+\frac{x^2+y^2}{x-y}\right)=\frac{yx+y^2-2xy}{x(x+y)}\cdot\frac{yx-y^2+x^2+y^2}{x-y}=$

$=\frac{y(y-x)}{x(x+y)}\cdot\frac{x(x+y)}{x-y}=-y$.

362. а) $\frac{a}{a+1}\cdot\left(a-\frac{1}{a}\right)=\frac{a}{a+1}\cdot\frac{a^2-1}{a}=a-1$. Якщо $a=2{,}37$, то $2{,}37-1=1{,}37$.

б) $\left(\frac{x+1}{x}-\frac{2x}{x-1}\right)\cdot\frac{1-x}{x^2+1}=\frac{x^2-1-2x^2}{x(x-1)}\cdot\frac{1-x}{x^2+1}=\frac{-(x^2+1)\cdot(1-x)}{x(x-1)\cdot(x^2+1)}=\frac{1}{x}$.

Якщо $x=-0{,}25$, то $\frac{1}{-0{,}25}=-\frac{100}{25}=-4$.

в) $\left(\frac{a+x}{a}-\frac{x-1}{x}\right)\cdot\frac{a^2x}{x^4-a^2}=\frac{ax+x^2-ax+a}{ax}\cdot\frac{a^2x}{x^4-a^2}=\frac{(x^2+a)\cdot a}{(x^2+a)(x^2-a)}=\frac{a}{x^2-a}$.

Якщо $a = 2{,}25$; $x = 3{,}5$ то $\frac{2,25}{(3,5)^2 - 2,25} = \frac{2,25}{12,25 - 2,25} = \frac{2,25}{10} = 0,225.$

363. а) $ab + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$; $ab + \left(\frac{a+b-2b}{2}\right)^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$;

$\frac{4ab + (a-b)^2}{4} = \frac{(a+b)^2}{4}$; $\frac{(a+b)^2}{4} = \frac{(a+b)^2}{4}$. Тотожність доведено.

б) $a^2 + b^2 = 2\left(\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b}{2} - b\right)^2\right)$; $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + b^2 + (a+b-2b)^2)$;

$a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(\underline{a^2} + 2ab + b^2 + \underline{a^2} + b^2 - 2ab)$; $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2)$;

$a^2 + b^2 = a^2 + b^2$. Тотожність доведено.

364. а) $\dfrac{\frac{a}{n} + \frac{c}{n}}{\frac{a}{n}} = \frac{(a+c)n}{n \cdot a} = \frac{a+c}{a}$; б) $\dfrac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}} = \dfrac{\frac{a^2+b^2}{ab}}{\frac{a^2-b^2}{ab}} = \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$;

в) $\dfrac{m + \frac{mn}{m-n}}{m - \frac{mn}{m-n}} = \dfrac{\frac{m^2 - mn + mn}{m-n}}{\frac{m^2 - mn - mn}{m-n}} = \frac{m^2}{m^2 - 2mn} = \frac{m}{m-2n}.$

365. а) $\dfrac{a - \frac{b^2}{a+b}}{b - \frac{a^2}{a+b}} = \dfrac{\frac{a^2 + ab - b^2}{a+b}}{\frac{ab + b^2 - a^2}{a+b}} = \frac{a^2 + ab - b^2}{ab + b^2 - a^2}$;

б) $\dfrac{x - \frac{yz}{y-z}}{y - \frac{xz}{x-z}} = \dfrac{\frac{xy - xz - yz}{y-z}}{\frac{yx - yz - xz}{x-z}} = \frac{(xy - xz - yz)(x-z)}{(yx - yz - xz)(y-z)} = \frac{x-z}{y-z}$;

в) $\dfrac{x + 2 - \frac{1}{x+2}}{x + 2 + \frac{x}{x+2}} = \dfrac{\frac{x^2 + 4x + 4 - 1}{x+2}}{\frac{x^2 + 4x + 4 + x}{x+2}} = \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 5x + 4}.$

366. а) $\dfrac{a(a-x) - x(a+x)}{\frac{a}{a+x} - \frac{x}{a-x}} = \dfrac{a^2 - ax - ax - x^2}{\frac{a^2 - ax - ax - x^2}{(a+x)(a-x)}} = \frac{(a^2 - 2ax - x^2)(a+x)(a-x)}{(a^2 - 2ax - x^2)} = a^2 - x^2$;

б) $\left(\frac{a^2}{4b^2} + \frac{9b^2}{a^2} + \frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{a}{2b} - \frac{3b}{a}\right) = \frac{a^4 + 36b^4 + 6a^2b^2}{4a^2b^2} \cdot \frac{a^2 - 6b^2}{2ab} = \frac{a^6 - 216b^6}{8a^3b^3}.$

367. а) $1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{3 + \frac{1}{x}}} = 1 + \dfrac{1}{2 + \frac{x}{3x+1}} = 1 + \frac{1 \cdot (3x+1)}{6x + 2 + x} = 1 + \frac{3x+1}{7x+2} =$

$= \frac{7x + 2 + 3x + 1}{7x+2} = \frac{10x+3}{7x+2}$;

б) $\dfrac{n}{n - \dfrac{1}{n - \frac{n}{1-n}}} = \dfrac{n}{n - \dfrac{1}{\frac{n - n^2 - n}{1-n}}} = \dfrac{n}{n - \frac{1-n}{-n^2}} = \dfrac{n}{n + \frac{1-n}{n^2}} = \frac{n \cdot n^2}{n^3 + 1 - n} = \frac{n^3}{n^3 - n + 1}.$

368. а) $\frac{n^2-1}{n^2+n}\cdot\left(1-\frac{1}{1-\frac{1}{n}}\right)=\frac{n^2-1}{n^2+n}\cdot\left(1-\frac{n}{n-1}\right)=\frac{n^2-1}{n^2+n}\cdot\frac{n-1-n}{n-1}=\frac{(n+1)\cdot(-1)}{n(n+1)}=-\frac{1}{n}$;

б) $\frac{a^4+c^4}{(a-c)^2}-\frac{2}{\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)^2}=\frac{a^4+c^4}{(a-c)^2}-\frac{2a^2c^2}{(a-c)^2}=\frac{a^4+c^4-2a^2c^2}{(a-c)^2}=\frac{(a^2-c^2)^2}{(a-c)^2}=$

$=\frac{(a-c)^2(a+c)^2}{(a-c)^2}=(a+c)^2.$

369. а) $\left(\frac{2c}{3c+1}+\frac{3c}{1-2c}\right)\cdot\frac{9c^2+6c+1}{10c^2+10c}=\frac{2c-4c^2+9c^2+3c}{(3c+1)(1-2c)}\cdot\frac{(3c+1)^2}{10c(c+1)}=$

$=\frac{5c^2+5c}{(3c+1)(1-2c)}\cdot\frac{(3c+1)^2}{10c(c+1)}=\frac{5c(c+1)(3c+1)}{(1-2c)(c+1)10c}=\frac{3c+1}{2(1-2c)}$;

б) $\frac{1-\frac{2x}{a}+\frac{x^2}{a^2}}{1-\frac{x}{a}}=\frac{\frac{a^2-2ax+x^2}{a^2}}{\frac{a-x}{a}}=\frac{(a-x)^2\cdot a}{a^2\cdot(a-x)}=\frac{a-x}{a}.$

370. а) $\frac{\frac{1}{a+c}-\frac{1}{x}}{a+c-x}\cdot\left(\frac{a}{c}-\frac{c}{a}\right)=\frac{\frac{x-a-c}{x(a+c)}}{a+c-x}\cdot\frac{a^2-c^2}{ac}=\frac{(x-a-c)(a-c)(a+c)}{x(a+c)(a+c-x)ac}=$

$=\frac{(x-a-c)(a-c)}{acx(a+c-x)}=\frac{c-a}{acx}$;

б) $\frac{\frac{1}{a+c}-\frac{2}{x}}{a+c-\frac{x}{2}}:2=\frac{\frac{x-2a-2c}{x(a+c)}}{\frac{2a+2c-x}{2}}:2=\frac{-(2a+2c-x)\cdot 2}{(2a+2c-x)x(a+c)\cdot 2}=\frac{-1}{x(a+c)}$;

в) $\left(n-\frac{1}{1-n}\right)\cdot\frac{n^2-2n+1}{n^2-n+1}=\frac{n-n^2-1}{1-n}\cdot\frac{(n-1)^2}{n^2-n+1}=\frac{-1\cdot(n-1)}{-1\cdot 1}=n-1$;

г) $\left(\frac{xy}{ab}+\frac{ax}{b^2}-\frac{by}{a^2}\right):\left(\frac{xy}{ab}-\frac{ax}{b^2}+\frac{by}{a^2}\right)=\frac{xyab+a^3x-b^3y}{a^2b^2}:\frac{xyab-a^3x+b^3y}{a^2b^2}=$

$=\frac{xyab+a^3x-b^3y}{a^2b^2}\cdot\frac{a^2b^2}{xyab-a^3x+b^3y}=\frac{xyab+a^3x-b^3y}{xyab-a^3x+b^3y}.$

371. а) $\left(1+x+\frac{1}{x}\right)\left(1+x-\frac{1}{x}\right)=(1+x)^2-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2(1+x)^2-1}{x^2}=\frac{(x+x^2-1)(x+x^2+1)}{x^2}$;

б) $\left(x+1-\frac{1}{1-x}\right):\left(x-\frac{x^2}{x-1}\right)=\frac{-x^2+1-1}{1-x}:\frac{x^2-x-x^2}{x-1}==\frac{x^2}{x-1}\cdot\frac{x-1}{-x}=-x.$

372. а) $(a^2-1)\left(\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a+1}-1\right)=\frac{(a^2-1)(a+1-a+1-a^2+1)}{(a^2-1)}=3-a^2$;

б) $\left(\frac{a^2}{c^2}+\frac{c}{a}\right):\left(\frac{a}{c^2}-\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)=\frac{a^3+c^3}{ac^2}:\frac{a^2-ac+c^2}{ac^2}=\frac{(a+c)(a^2-ac+c^2)\cdot ac^2}{ac^2(a^2-ac+c^2)}=a+c.$

373. а) $\left(1\overset{1}{-}\frac{2x-3y}{2x+3y}\right)\overset{3}{:}\left(\frac{2xy}{4x^2-9y^2}\overset{2}{+}\frac{y}{3y-2x}\right)=\frac{2(3y-2x)}{y}$;

1. $1-\frac{2x-3y}{2x+3y}=\frac{2x+3y-2x+3y}{2x+3y}=\frac{6y}{2x+3y}$;

2. $\frac{2xy}{(2x-3y)(2x+3y)}+\frac{y}{3y-2x}=\frac{2xy-2xy-3y^2}{(2x-3y)(2x+3y)}=\frac{-3y^2}{(2x-3y)(2x+3y)}$;

3. $\frac{6y}{2x+3y}:\frac{(-3)y^2}{(2x-3y)(2x+3y)}=\frac{6y(3y-2x)(2x+3y)}{(2x+3y)\cdot 3y^2}=\frac{2(3y-2x)}{y}$;

б) $1-\frac{x^2-c^2}{x}:\frac{c-x}{x^2}=1-\frac{(x-c)(x+c)\cdot x^2}{x(c-x)}=1+(x+c)x=1+x^2+cx$;

в) $\left(\frac{a^2+ab}{a^3+a^2b+ab^2+b^3}+\frac{b}{a^2+b^2}\right):\left(\frac{1}{a-b}-\frac{2ab}{a^3-a^2b+ab^2-b^3}\right)=$

$=\left(\frac{a^2+ab}{a^2(a+b)+b^2(a+b)}+\frac{b}{a^2+b^2}\right):\left(\frac{1}{a-b}-\frac{2ab}{a^2(a-b)+b^2(a-b)}\right)=$

$=\left(\frac{a(a+b)}{(a^2+b^2)(a+b)}+\frac{b}{a^2+b^2}\right):\left(\frac{1}{a-b}-\frac{2ab}{(a-b)(a^2+b^2)}\right)=$

$=\frac{a+b}{a^2+b^2}:\frac{a^2+b^2-2ab}{(a-b)(a^2+b^2)}=\frac{(a+b)(a-b)(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)(a-b)^2}=\frac{a+b}{a-b}$.

374. а) $\left(\frac{3}{a-1}\overset{2}{-}\frac{3a^2+6a+3}{a^2-1}\overset{1}{:}\frac{a^4+a}{a^3+1}\right)\overset{3}{\cdot}\frac{a+a^2}{-3}=\frac{a+1}{a-1}$;

1. $\frac{3(a+1)^2}{(a-1)(a+1)}\cdot\frac{a^3+1}{a(a^3+1)}=\frac{3(a+1)\cdot 1}{(a-1)\cdot a}=\frac{3(a+1)}{a(a-1)}$;

2. $\frac{3}{a-1}-\frac{3a+3}{a(a-1)}=\frac{3a-3a-3}{a(a-1)}=\frac{-3}{a(a-1)}=\frac{3}{a(1-a)}$;

3. $\frac{3}{a(1-a)}\cdot\frac{a(a+1)}{-3}=\frac{a+1}{a-1}$;

б) $\left(\frac{4a}{a+2}\overset{2}{-}\frac{a^3-8}{a^3+8}\overset{1}{:}\frac{a^2-4}{4a^2-16a+16}\right)\overset{3}{\cdot}\frac{a+2}{16}=\frac{a^3+8a-8}{2(a^3+8)}$;

1. $\frac{a^3-8}{a^3+8}\cdot\frac{4(a^2-4a+4)}{a^2-4}=\frac{(a^3-8)\cdot 4\cdot(a-2)^2}{(a^3+8)(a-2)(a+2)}=\frac{4(a^3-8)(a-2)}{(a^3+8)(a+2)}$;

2. $\frac{4a}{a+2}-\frac{4(a^3-8)(a-2)}{(a^3+8)(a+2)}=\frac{4a(a^3+8)-(a^3-8)(4a-8)}{(a^3+8)(a+2)}=$

$=\frac{4a^4+32a-4a^4+8a^3+32a-64}{(a^3+8)(a+2)}=\frac{8a^3+64a-64}{(a^3+8)(a+2)}$;

3. $\frac{8a^3+64a-64}{(a^3+8)(a+2)}\cdot\frac{a+2}{16}=\frac{a^3+8a-8}{(a^3+8)\cdot 2}$.

375. а) $\frac{4ab}{b^2-a^2}:\left(\frac{1}{b^2-a^2}+\frac{1}{b^2+2ab+a^2}\right)=\frac{4ab}{b^2-a^2}:\left(\frac{1}{b^2-a^2}+\frac{1}{(a+b)^2}\right)=$

$=\frac{4ab}{b^2-a^2}:\frac{a+b+b-a}{(b-a)(a+b)^2}=\frac{4ab}{b^2-a^2}\cdot\frac{(b-a)(a+b)^2}{2b}=2a(a+b)$;

б) $\frac{3c-3}{c^2-4}\cdot\frac{c+2}{c^2-2c+1}-\frac{3(c+2)}{c^2-4}=\frac{3(c-1)}{(c-2)(c+2)}\cdot\frac{c+2}{(c-1)^2}-\frac{3(c+2)}{(c-2)(c+2)}=$

$=\frac{3}{(c-1)(c-2)}-\frac{3}{c-2}=\frac{3-3c+3}{(c-1)(c-2)}=\frac{6-3c}{(c-1)(c-2)}=\frac{-3(c-2)}{(c-1)(c-2)}=\frac{3}{1-c}$.

376. а) $\left(\frac{x^2}{x+a}\overset{1}{-}\frac{x^3}{x^2+2ax+a^2}\right)\overset{3}{:}\left(\frac{x}{x+a}\overset{2}{-}\frac{x^2}{x^2-a^2}\right)=\frac{x(a-x)}{x+a}$;

1. $\frac{x^2}{x+a}-\frac{x^3}{(x+a)^2}=\frac{x^2(x+a)-x^3}{(x+a)^2}=\frac{x^3+ax^2-x^3}{(x+a)^2}=\frac{ax^2}{(x+a)^2}$;

2. $\frac{x}{x+a}-\frac{x^2}{(x-a)(x+a)}=\frac{x(x-a)-x^2}{(x-a)(x+a)}=\frac{x^2-ax-x^2}{(x-a)(x+a)}=\frac{-ax}{x^2-a^2}=\frac{ax}{a^2-x^2}$;

3. $\frac{ax^2}{(x+a)^2} : \frac{ax}{a^2-x^2} = \frac{ax^2(a-x)(a+x)}{(x+a)^2\cdot ax} = \frac{x(a-x)}{x+a}$;

б) $\frac{4a^2+16+16a}{a-2}\cdot\left(\frac{a}{2a-4}-\frac{a^2+4}{2a^2-8}-\frac{2}{a^2+2a}\right)=\frac{4(a+2)}{a}$;

1. $\frac{a}{2a-4}-\frac{a^2+4}{2a^2-8}-\frac{2}{a^2+2a}=\frac{a}{2(a-2)}-\frac{a^2+4}{2(a^2-4)}-\frac{2}{a(a+2)}=\frac{a^3+2a^2-a^3-4a-4a+8}{2a(a-2)(a+2)}=$

$=\frac{2a^2-8a+8}{2a(a-2)(a+2)}=\frac{2(a^2-4a+4)}{2a(a-2)(a+2)}=\frac{2(a-2)^2}{2a(a-2)(a+2)}=\frac{a-2}{a(a+2)}$;

2. $\frac{4a^2+16+16a}{a-2}\cdot\frac{a-2}{a(a+2)}=\frac{4(a+2)^2}{a(a+2)}=\frac{4(a+2)}{a}$.

377. а) $\left(\frac{2x-1}{x+1}-x\right)\left(\frac{3}{x^3+1}-\frac{1}{x+1}-\frac{3}{x^2-x+1}\right)=\frac{2x-1-x^2-x}{x+1}\cdot\frac{3-x^2+x-1-3x-3}{x^3+1}=$

$=\frac{-(x^2-x+1)}{x+1}\cdot\frac{-(x+1)^2}{x^3+1}=\frac{x+1}{x+1}=1$;

б) $\frac{3x^2}{a^2-x^2}-3a\cdot\left(\frac{1}{a-x}-\frac{x}{a^3-x^3}\cdot\frac{a^2+ax+x^2}{a+x}\right)=-3$;

1. $\frac{x}{(a-x)(a^2+ax+x^2)}\cdot\frac{a^2+ax+x^2}{a+x}=\frac{x}{a^2-x^2}$;

2. $\frac{1}{a-x}-\frac{x}{a^2-x^2}=\frac{a+x-x}{a^2-x^2}=\frac{a}{a^2-x^2}$;

3. $3a\cdot\frac{a}{a^2-x^2}=\frac{3a^2}{a^2-x^2}$; 4. $\frac{3x^2}{a^2-x^2}-\frac{3a^2}{a^2-x^2}=\frac{3(x^2-a^2)}{a^2-x^2}=-3$;

в) $\frac{xy^2-x^3}{x^2+y^2}\cdot\left(\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{y}{x^2-y^2}\right)+\frac{y}{x+y}=\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$;

1. $\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{y}{(x-y)(x+y)}=\frac{x(x+y)-y(x-y)}{(x-y)^2(x+y)}=\frac{x^2+xy-yx+y^2}{(x-y)^2(x+y)}=\frac{x^2+y^2}{(x-y)^2(x+y)}$;

2. $\frac{x(y^2-x^2)}{x^2+y^2}\cdot\frac{x^2+y^2}{(x-y)^2(x+y)}=\frac{x(y-x)(y+x)}{(x-y)^2(x+y)}=\frac{x}{y-x}$;

3. $\frac{x}{y-x}+\frac{y}{x+y}=\frac{x^2+xy+y^2-xy}{(y-x)(y+x)}=\frac{x^2+y^2}{y^2-x^2}$.

378. а) $\frac{2a-b}{ab}-\frac{1}{a+b}\cdot\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)=\frac{1}{b}$; $\frac{2a-b}{ab}-\frac{1}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ab}=\frac{1}{b}$; $\frac{2a-b}{ab}-\frac{a-b}{ab}=\frac{1}{b}$;

$\frac{2a-b-a+b}{ab}=\frac{1}{b}$; $\frac{a}{ab}=\frac{1}{b}$; $\frac{1}{b}=\frac{1}{b}$. Тотожність доведено.

б) $\left(\frac{2a+2}{a-1}+a+1\right)\cdot\left(1-\frac{2}{a+1}\right)=a+1$; $\frac{2a+2+a^2-1}{a-1}\cdot\frac{a+1-2}{a+1}=a+1$;

$\frac{a^2+2a+1}{a-1}\cdot\frac{a-1}{a+1}=a+1$; $\frac{(a+1)^2}{a+1}=a+1$; $a+1=a+1$. Тотожність доведено.

380. а) $\frac{1}{xy}+\left(x^2-xy-\frac{x-y}{xy+y^2}\right):\frac{x^2-xy}{x+y}=x+y$;

$\frac{1}{xy}+\left(\frac{x^3y-x^2y^2+x^2y^2-xy^3-x+y}{y(x+y)}\right):\frac{x(x-y)}{x+y}=x+y$;

$\frac{1}{xy}+\frac{xy(x^2-y^2)-(x-y)}{y(x+y)}:\frac{x(x-y)}{x+y}=x+y$;

$$\frac{1}{xy}+\frac{(x-y)(xy(x+y)-1)}{y(x+y)}\cdot\frac{x+y}{x(x-y)}=x+y;\quad \frac{1}{xy}+\frac{xy(x+y)-1}{xy}=x+y;$$

$$\frac{1+xy(x+y)-1}{xy}=x+y;\quad \frac{xy(x+y)}{xy}=x+y;\quad x+y=x+y.$$ Тотожність доведено.

б) $\frac{1}{x+y}\cdot\left(\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}\right)+1=\frac{x^2+y^2}{xy};\quad \frac{1}{x+y}\cdot\frac{x^3+y^3}{xy}+1=\frac{x^2+y^2}{xy};$

$$\frac{x^2+y^2-xy}{xy}+1=\frac{x^2+y^2}{xy};\quad \frac{x^2+y^2-xy+xy}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy};\quad \frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{x^2+y^2}{xy}.$$

Тотожність доведено.

381. а) $A_1=\frac{2}{mn}:\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right)^2=\frac{2}{mn}:\left(\frac{n-m}{mn}\right)^2=\frac{2\cdot m^2n^2}{mn(n-m)^2}=\frac{2mn}{(n-m)^2};$

$$A_2=\frac{m^2+n^2}{(m-n)^2}-1=\frac{m^2+n^2-m^2+2mn-n^2}{(m-n)^2}=\frac{2mn}{(m-n)^2}.$$

Вирази A_1 і A_2 тотожно рівні.

б) $A_1=\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2-\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)^2=\left(\frac{x}{y}\right)^2-2\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}+\left(\frac{y}{x}\right)^2-\left(\frac{x}{y}\right)^2+2\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}-\left(\frac{y}{x}\right)^2=4;$

$$A_2=\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\frac{xy}{x^2-y^2}=\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}:\frac{xy}{x^2-y^2}=$$

$$=\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{(x-y)(x+y)}\cdot\frac{(x-y)(x+y)}{xy}=\frac{4xy}{xy}=4.$$

Вирази A_1 і A_2 тотожно рівні.

в) $A_1=\left(a-\frac{a^2+b^2}{a+b}\right)\cdot\left(\frac{1}{b}+\frac{2}{a-b}\right)=\frac{a^2+ab-a^2-b^2}{a+b}\cdot\frac{a-b+2b}{(a-b)b}=\frac{b(a-b)\cdot(a+b)}{(a+b)(a-b)b}=1;$

$$A_2=\left(1+\frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}\right)\cdot\left(\frac{2a+b}{a}-\frac{3a}{2a-b}\right)=\frac{a^2-b^2+a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}\times$$

$$\times\frac{4a^2-b^2-3a^2}{a(2a-b)}=\frac{2a^2-ab}{a^2-b^2}\cdot\frac{a^2-b^2}{a(2a-b)}=\frac{2a^2-ab}{2a^2-ab}=1.$$

Вирази A_1 і A_2 тотожно рівні.

382. Якщо $x=3$, то $\frac{3a+15}{a}=8$, тобто $3a+15=8a$; $a\neq 0$; $-5a=-15$; $a\neq 0$; $a=3$.

Якщо $a=3$, то $\frac{3x+15}{3}=18$, $3x+15=54$; $3x=39$; $x=13$.

383. $\frac{7x+9}{x+1}=\frac{7x+7+2}{x+1}=\frac{7(x+1)+2}{x+1}=7+\frac{2}{x+1}.$

384. $\frac{2n+5}{n+1}=\frac{2n+2+3}{n+1}=2+\frac{3}{n+1}$. За умовою n — ціле число.

Вираз $2+\frac{3}{n+1}$ має ціле значення, якщо $n+1$ — це дільник числа 3, тобто $n+1=1$, тоді $n=0$ або $n+1=3$, тоді $n=2$, або $n+1=-3$, тоді $n=-4$, або $n+1=-1$, $n=-2$. *Відповідь:* $n=0$, $n=2$, $n=-4$, $n=-2$.

385. a, b, c, d, f — натуральні числа, за умовою $ab=2$, $bc=3$, $cd=4$, $df=5$.

Знайдемо значення дробу $\frac{f}{a}$. Оскільки $ab=2$, то $b=\frac{2}{a}$, тоді $\frac{2}{a}\cdot c=3$, тобто $c=\frac{3a}{2}$, тоді $\frac{3a}{2}\cdot d=4$, $d=\frac{8}{3a}$, тоді $\frac{8}{3a}\cdot f=5$, $f=\frac{15a}{8}$.

Отже, $\frac{f}{a}=\frac{15a}{8\cdot a}=\frac{15}{8}$.

386. n — натуральне число. Знайдемо значення n, при яких число $\frac{4n^2-12n+21}{n-3}$ є натуральним. $\frac{4n^2-12n+21}{n-3}=4n+\frac{21}{n-3}$.

Отримане число буде натуральним, якщо $(n-3)$ — натуральний дільник числа 21. 1) $n-3=1$, $n=4$; 2) $n-3=3$, $n=6$; 3) $n-3=7$, $n=10$; 4) $n-3=21$, $n=24$. *Відповідь:* $n=4$, $n=6$, $n=10$, $n=24$.

387. $\frac{n^3}{6}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{3}=\frac{n^3+3n^2+2n}{6}=\frac{n(n^2+3n+2)}{6}$, $n\in N$;

$\frac{n(n(n+1)+2(n+1))}{6}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$.

Добуток трьох послідовних натуральних чисел завжди націло ділиться на 6. Отже, при будь-якому значенні n ($n\in N$) даний вираз є число натуральне.

388. $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}=\frac{1+a+1-a}{1-a^2}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+$

$+\frac{8}{1+a^8}=\frac{2(1+a^2)+2(1-a^2)}{1-a^4}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}=\frac{4}{1-a^4}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}=$

$=\frac{4+4a^4+4-4a^4}{1-a^8}+\frac{8}{1+a^8}=\frac{8}{1-a^8}+\frac{8}{1+a^8}=\frac{8+8a^8+8-8a^8}{1-a^{16}}=\frac{16}{1-a^{16}}$.

Оскільки $a>1$ за умовою, то $\frac{16}{1-a^{16}}<0$.

389. $\frac{18x}{27x^3+8}+\frac{1}{3x+2}-\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}=\frac{18x+9x^2-6x+4}{27x^3+8}-\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}=$

$=\frac{9x^2+12x+4}{27x^3+8}-\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}=\frac{(3x+2)^2}{(3x+2)(9x^2-6x+4)}-\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}=$

$=\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}-\frac{3x+2}{9x^2-6x+4}=0$.

390. а) $\left(\frac{1}{x+1}-\frac{3}{x^3+1}+\frac{3}{x^2-x+1}\right)\cdot\left(x-\frac{2x-1}{x+1}\right)=1$;

1. $\frac{1}{x+1}-\frac{3}{x^3+1}+\frac{3}{x^2-x+1}=\frac{x^2-x+1-3+3x+3}{(x+1)(x^2-x+1)}=\frac{x^2+2x+1}{x^3+1}=\frac{(x+1)^2}{x^3+1}$;

2. $x-\frac{2x-1}{x+1}=\frac{x^2+x-2x+1}{x+1}=\frac{x^2-x+1}{x+1}$; 3. $\frac{(x+1)^2}{x^3+1}\cdot\frac{x^2-x+1}{x+1}=1$.

При всіх допустимих значеннях x значення даного виразу не залежить від значень x.

391. $\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}-\frac{1}{bc}\right)\cdot\frac{a^2b^2}{a^2-(b+c)^2}+\frac{ab}{c}:(a+b+c)=$

$=\left(\frac{c+b-a}{abc}\right)\cdot\frac{a^2b^2}{(a-b-c)(a+b+c)}+\frac{ab}{c(a+b+c)}=\frac{(c+b-a)ab}{c(a-b-c)(a+b+c)}+\frac{ab}{c(a+b+c)}=$

$=\frac{ab}{c(a+b+c)}\left(\frac{c+b-a+a-b-c}{a-b-c}\right)=\frac{ab}{c(a+b+c)}\cdot\frac{0}{(a-b-c)}=0$.

392. а) $\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right):\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{x}\right)=\frac{x^2+y^2-2xy}{xy}:\frac{x-y}{yx}=\frac{(x-y)^2\cdot xy}{yx(x-y)}=x-y$.

Якщо $x=3{,}7$; $y=-1{,}3$, то $3{,}7+1{,}3=5$.

б) $\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b}{a}\right):\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}+\frac{a}{b^2}\right)=\frac{a^3+b^3}{ab^2}:\frac{b^2-ab+a^2}{ab^2}=\frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)ab^2}{ab^2(a^2-ab+b^2)}=a+b$.

Якщо $a=12$, $b=8$, то $12+8=20$.

в) $\left(\frac{xy}{x^2-y^2}+\frac{y}{2y-2x}\right)\cdot\left(\frac{x^2}{2y}-\frac{y}{2}\right)=\left(\frac{xy}{x^2-y^2}+\frac{y}{2(y-x)}\right)\cdot\left(\frac{x^2-y^2}{2y}\right)=$

$=\left(\frac{2xy-y(x+y)}{x^2-y^2}\right)\cdot\frac{x^2-y^2}{2y}=\frac{2xy-yx-y^2}{2y}=\frac{xy-y^2}{2y}=\frac{y(x-y)}{2y}=\frac{x-y}{2}.$

Якщо $x=5{,}6$; $y=-2{,}4$, то $\frac{5,6+2,4}{2}=\frac{8}{2}=4.$

г) $\left(\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right)=\frac{x^2-y^2}{y^2x^2}\cdot\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{x^2-y^2}=\frac{4xy}{y^2x^2}=\frac{4}{xy}.$

Якщо $x=\frac{1}{3}$, $y=12$, то $4:\left(\frac{1}{3}\cdot 12\right)=4:4=1.$

394. а) $\frac{x-a}{x-b}=\frac{\frac{ab}{a+b}-a}{\frac{ab}{a+b}-b}=\frac{\frac{ab-a^2-ab}{a+b}}{\frac{ab-ab-b^2}{a+b}}=\frac{-a^2}{-b^2}=\frac{a^2}{b^2};$

б) $\frac{\frac{a}{b}-x}{\frac{a}{b}+x}=\frac{\frac{a}{b}-\frac{a-b}{a+b}}{\frac{a}{b}+\frac{a-b}{a+b}}=\frac{\frac{a^2+ab-ab+b^2}{b(a+b)}}{\frac{a^2+ab+ab-b^2}{b(a+b)}}=\frac{a^2+b^2}{a^2+2ab-b^2};$

в) $\frac{ax}{a+x}-\frac{bx}{b-x}=\frac{a\cdot\frac{ab}{a+b}}{a+\frac{ab}{a+b}}-\frac{b\cdot\frac{ab}{a+b}}{b-\frac{ab}{a+b}}=\frac{a^2b(a+b)}{(a+b)(a^2+ab+ab)}-$

$\frac{ab^2(a+b)}{(a+b)(ab+b^2-ab)}=\frac{a^2b}{a^2+2ab}-\frac{ab^2}{b^2}=\frac{a^2b}{a^2+2ab}-a=\frac{a^2b-a^3-2a^2b}{a^2+2ab}=$

$=\frac{a(ab-a^2-2ab)}{a^2+2ab}=\frac{-(a^2+ab)\cdot a}{(a^2+2ab)}=\frac{-a^2(a+b)}{a(a+2b)}=\frac{-a(a+b)}{a+2b};$

г) $\left(\frac{x+2b}{x-2b}+\frac{x+2a}{x-2a}\right):\frac{x}{2}=\frac{(x+2b)(x-2a)+(x+2a)(x-2b)}{(x-2b)(x-2a)}\cdot\frac{2}{x}=$

$=\frac{x^2-2ax+2xb-4ab+x^2-2bx+2ax-4ab}{(x-2b)(x-2a)}\cdot\frac{2}{x}=\frac{2x^2-8ab}{(x-2b)(x-2a)}\cdot\frac{2}{x}=$

$=\frac{4(x^2-4ab)}{x(x-2b)(x-2a)}.$

Якщо $x=\frac{4ab}{a+b}$, то $\frac{4\cdot\left(\frac{16a^2b^2}{(a+b)^2}-4ab\right)}{\frac{4ab}{a+b}\cdot\left(\frac{4ab}{a+b}-2b\right)\left(\frac{4ab}{a+b}-2a\right)}=$

$=\frac{\frac{16(4a^2b^2-a^3b-2a^2b^2-ab^3)}{(a+b)^2}}{\frac{4ab}{a+b}\cdot\left(\frac{4ab-2ab-2b^2}{a+b}\right)\left(\frac{4ab-2a^2-2ab}{a+b}\right)}=$

$=\frac{16(4a^2b^2-a^3b-2a^2b^2-ab^3)(a+b)^3}{(a+b)^2\cdot 4ab(2ab-2b^2)(2ab-2a^2)}=\frac{16(b-a)(a^2b-ab^2)(a+b)}{4ab\cdot 4b\cdot a(a-b)(b-a)}=$

$=\frac{ab(b-a)(a-b)(a+b)}{ab\cdot ab(a-b)(b-a)}=\frac{a+b}{ab}.$

395. а) $\frac{1}{(a-b)(b-c)}+\frac{1}{(c-a)(a-b)}+\frac{1}{(b-c)(c-a)}=\frac{c-a+b-c}{(a-b)(b-c)(c-a)}+$

$+\frac{1}{(b-c)(c-a)}=\frac{b-a}{(a-b)(b-c)(c-a)}+\frac{1}{(b-c)(c-a)}=\frac{-1}{(b-c)(c-a)}+$

$+\frac{1}{(b-c)(c-a)}=0;$

б) $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)}+\frac{y^2}{(y-x)(y-z)}+\frac{z^2}{(z-x)(z-y)}=\frac{x^2y-x^2z-xy^2+y^2z}{(x-y)(x-z)(y-z)}+$

$+\frac{z^2}{(z-x)(z-y)}=\frac{x^2y-x^2z-xy^2+y^2z}{(x-y)(x-z)(y-z)}+\frac{z^2}{(z-x)(z-y)}=$

$=\frac{x^2y-x^2z-xy^2+y^2z+xz^2-yz^2}{(x-y)(x-z)(y-z)}=\frac{xy(x-y)-z(x^2-y^2)+z^2(x-y)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=$

$=\frac{(x-y)(xy-zx-zy+z^2)}{(x-y)(x-z)(y-z)}=\frac{x(y-z)-z(y-z)}{(x-z)(y-z)}=\frac{(y-z)(x-z)}{(x-z)(y-z)}=1.$

396. а) $0,36x^4-(1-0,4x^2)^2=(0,6x^2-1+0,4x^2)(0,6x^2+1-0,4x^2)=$
$=(x^2-1)(0,2x^2+1)=(x-1)(x+1)(0,2x^2+1);$

б) $(3+0,1y^3)^2-0,81y^6=(3+0,1y^3-0,9y^3)(3+0,1y^3+0,9y^3)=(3-0,8y^3)(3+y^3);$

в) $(2x-1)^2-(4-5x)^2=(2x-1-4+5x)(2x-1+4-5x)=$
$=(7x-5)(3-3x)=3(7x-5)(1-x);$

г) $(a-2b)^2-(3a+b)^2=(a-2b-3a-b)(a-2b+3a+b)=-(4a+3b)(4a-b).$

397. Функція, рівняння, вираз, степінь.

398. 1) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right):(-2)-16\frac{1}{4}:(-4)=\frac{3}{8}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{65}{4}\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{16}+\frac{65}{16}=\frac{62}{16}=\frac{31}{8}=3\frac{7}{8};$

б) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right):(-3)+\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right):(-2)=-\frac{5}{4}\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{5}{12}+\frac{4}{12}-\frac{1}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}.$

399. а) $\frac{x+1}{6}-\frac{2x}{9}=5;\ \frac{6x+6-8x-180}{36}=0;\ -2x=174;\ x=-87;$

б) $\frac{x-2}{3}-\frac{5x+1}{4}=\frac{11x}{12};\ 4x-8-15x-3-11x=0;\ -22x=11;\ x=-0,5;$

в) $\frac{3x}{4}+\frac{2(x-1)}{5}=\frac{111}{10};\ 15x+8x-8-222=0;\ 23x=230;\ x=10;$

г) $\frac{2x+3}{5}+\frac{15-3x}{3}=\frac{4}{5};\ 6x+9+75-15x-12=0;\ -9x=-72;\ x=8.$

404. а) $\frac{x+3}{x}-2=0,\ \frac{x+3-2x}{x}=0,\ \frac{3-x}{x}=0,\ \begin{cases}3-x=0,\\x\neq 0;\end{cases}\ x=3;$

б) $\frac{2x-1}{3x}=0,\ \begin{cases}2x-1=0,\\x\neq 0;\end{cases}\ x=0,5;$

в) $\frac{x}{x+2}-2=0,\ \frac{x-2x-4}{x+2}=0,\ \frac{-x-4}{x+2}=0,\ \begin{cases}-x-4=0,\\x+2\neq 0;\end{cases}\ x=-4;$

г) $\frac{x-8}{x}=3,\ \frac{x-8-3x}{x}=0,\ \frac{-2x-8}{x}=0,\ \begin{cases}-2x-8=0,\\x\neq 0;\end{cases}\ x=-4;$

г) $\frac{5-x}{x}=6,\ \frac{5-x-6x}{x}=0,\ \frac{5-7x}{x}=0,\ \begin{cases}5-7x=0,\\x\neq 0;\end{cases}\ x=\frac{5}{7};$

д) $\frac{x}{x-2}=2,\ \frac{x-2x+4}{x-2}=0,\ \frac{-x+4}{x-2}=0,\ \begin{cases}-x+4=0,\\x-2\neq 0;\end{cases}\ x=4.$

405. а) $\frac{x-5}{x}-2=0,\quad \frac{x-5-2x}{x}=0,\quad \frac{-x-5}{x}=0,\quad \begin{cases}-x-5=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad x=-5;$

б) $\frac{x}{x+6}+2=0,\quad \frac{x+2x+12}{x+6}=0,\quad \frac{3x+12}{x+6}=0,\quad \begin{cases}3x+12=0,\\ x+6\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-4,\\ x\neq -6;\end{cases}\quad x=-4;$

в) $\frac{3x-7}{x}+4=0,\quad \frac{3x-7+4x}{x}=0,\quad \frac{7x-7}{x}=0,\quad \begin{cases}7x-7=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad x=1;$

г) $\frac{3x-4}{x}=2,\quad \frac{3x-4-2x}{x}=0,\quad \frac{x-4}{x}=0,\quad \begin{cases}x-4=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad x=4;$

ґ) $\frac{5-2x}{x}=3,\quad \frac{5-2x-3x}{x}=0,\quad \frac{5-5x}{x}=0,\quad \begin{cases}5-5x=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad x=1;$

д) $\frac{2x}{x+3}=1,\quad \frac{2x-x-3}{x+3}=0,\quad \frac{x-3}{x+3}=0,\quad \begin{cases}x-3=0,\\ x+3\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=3,\\ x\neq -3;\end{cases}\quad x=3.$

406. а) $\frac{5x^2+1}{3x}=2x,\quad \frac{5x^2+1-6x^2}{3x}=0,\quad \frac{1-x^2}{3x}=0,\quad \begin{cases}1-x^2=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}(1-x)(1+x)=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$

$x=1$ або $x=-1;$

б) $\frac{3x^2-4}{x}=2x,\quad \frac{3x^2-4-2x^2}{x}=0,\quad \frac{x^2-4}{x}=0,\quad \begin{cases}(x-2)(x+2)=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad x=2$ або $x=-2;$

в) $\frac{x^2-1}{x}=2x,\quad \frac{x^2-1-2x^2}{x}=0,\quad \frac{-1-x^2}{x}=0,\quad \begin{cases}-(1+x^2)=0,\\ x\neq 0.\end{cases}$

Рівняння не має коренів.

г) $\frac{2x+3}{x-1}-3=0,\quad \frac{2x+3-3x+3}{x-1}=0,\quad \frac{6-x}{x-1}=0,\quad \begin{cases}6-x=0,\\ x-1\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=6,\\ x\neq 1;\end{cases}\quad x=6;$

д) $\frac{4-3x}{1-2x}-5=0,\quad \frac{4-3x-5+10x}{1-2x}=0,\quad \frac{7x-1}{1-2x}=0,\quad \begin{cases}7x-1=0\\ 1-2x\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{1}{7},\\ x\neq 0{,}5;\end{cases}\quad \underline{x=\frac{1}{7}}.$

407. а) $\frac{3x}{x+2}=-5,\quad \frac{3x+5x+10}{x+2}=0,\quad \frac{8x+10}{x+2}=0,\quad \begin{cases}8x+10=0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=1\frac{1}{4},\\ x\neq -2;\end{cases}\quad x=1{,}25;$

б) $\frac{2x+5}{x+2}=3,\quad \frac{2x+5-3x-6}{x+2}=0,\quad \frac{-x-1}{x+2}=0,\quad \begin{cases}-x-1=0,\\ x+2\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-1,\\ x\neq -2;\end{cases}\quad x=-1;$

в) $\frac{x-6}{3x-1}=5,\quad \frac{x-6-15x+5}{3x-1}=0,\quad \frac{-14x-1}{3x-1}=0,\quad \begin{cases}-14x-1=0,\\ 3x-1\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=-\frac{1}{14},\\ x\neq \frac{1}{3};\end{cases}\quad \underline{x=-\frac{1}{14}};$

г) $\frac{4+x}{3x}=\frac{1}{3},\quad \frac{4+x-x}{3x}=0,\quad \frac{4}{3x}=0.$ Рівняння не має коренів.

ґ) $\frac{7-2x}{x+1}=\frac{2}{3},\quad \frac{(7-2x)3-2(x+1)}{3(x+1)}=0,\quad \frac{21-6x-2x-2}{3(x+1)}=0,\quad \frac{-8x+19}{3(x+1)}=0,$

$\begin{cases}-8x+19=0,\\ x+1\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x=\frac{19}{8},\\ x\neq -1;\end{cases}\quad \underline{x=2\frac{3}{8}};$

д) $\frac{x+5}{x-3}=\frac{3}{4},\quad \frac{(x+5)\cdot 4-3(x-3)}{4(x-3)}=0,\quad \frac{4x+20-3x+9}{4(x-3)}=0,\quad \frac{x+29}{4(x-3)}=0,\quad \begin{cases}x+29=0,\\ x-3\neq 0;\end{cases}$

$x=-29.$

408. а) $\frac{7x^2+1}{2x}=4x,\quad \frac{7x^2+1-8x^2}{2x}=0,\quad \frac{1-x^2}{2x}=0,\quad \begin{cases}(1-x)(1+x)=0,\\ x\neq 0;\end{cases}\quad x=1$ або $x=-1;$

б) $\frac{5x^2+4}{2x}=3x$, $\frac{5x^2+4-6x^2}{2x}=0$, $\frac{4-x^2}{2x}=0$, $\begin{cases}(2-x)(2+x)=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$

$x=2$ або $x=-2$;

в) $\frac{x^2+3}{x^2+1}=2$, $\frac{x^2+3-2x^2-2}{x^2+1}=0$, $\frac{1-x^2}{x^2+1}=0$, $\begin{cases}(1-x)(1+x)=0,\\ x^2+1\neq 0;\end{cases}$

$x=1$ або $x=-1$;

г) $\frac{3x^2-4}{2x}=x$, $\frac{3x^2-4-2x^2}{2x}=0$, $\frac{x^2-4}{2x}=0$, $\begin{cases}(x-2)(x+2)=0\\ x\neq 0;\end{cases}$

$x=2$ або $x=-2$;

ґ) $\frac{3x^2+5}{x^2-1}=4$, $\frac{3x^2+5-4x^2+4}{x^2-1}=0$, $\frac{9-x^2}{x^2-1}=0$, $\begin{cases}(3-x)(3+x)=0,\\ (x-1)(x+1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\ x=-3,\\ x\neq 1,\ x\neq -1;\end{cases}$

$x=3$ або $x=-3$;

д) $\frac{9-4x^2}{3x}=-x$, $\frac{9-4x^2+3x^2}{3x}=0$, $\frac{9-x^2}{3x}=0$, $\begin{cases}9-x^2=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=-3$ або $x=3$.

409. а) $\frac{1}{23-3x}=\frac{1}{2}$, $23-3x=2$, $-3x=-21$, $x=7$, $x\neq\frac{23}{3}$, $x\neq 7\frac{2}{3}$;

б) $\frac{1}{29}=\frac{1}{34y-5}$, $34y-5=29$, $34y=34$, $y=1$, $y\neq\frac{5}{34}$;

в) $\frac{x}{x+1}=\frac{2}{3}$, $3x=2x+2$, $x=2$, $x\neq -1$.

410. а) $\frac{0,5}{18-x}=\frac{1}{4}$, $2=18-x$, $x=16$, $x\neq 18$;

б) $\frac{5}{7x-2}=\frac{13}{0,2}$, $1=91x-26$, $91x=27$, $x=\frac{27}{91}$, $x\neq\frac{2}{7}$;

в) $\frac{2}{x-1}=\frac{5}{x}$, $2x=5x-5$, $-3x=-5$, $x=\frac{5}{3}$, $\underline{x=1\frac{2}{3}}$, $x\neq 1$, $x\neq 0$.

411. а) $\frac{1}{x^2+4}=\frac{1}{4}$, $x^2+4=4$, $x^2=0$, $x=0$;

б) $\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{12}$, $24=x^2-1$, $x^2=25$, $x=5$ або $x=-5$, $x\neq 1$, $x\neq -1$;

в) $\frac{5x^2-16}{12x}=\frac{x}{3}$, $\begin{cases}15x^2-48=12x^2,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $3x^2=48$, $x^2=16$, $x=\pm 4$.

412. а) $\frac{4}{x-1}=\frac{x+1}{6}$; $x^2-1=24$; $x^2=25$; $x=5$ або $x=-5$; $x\neq 1$;

б) $\frac{3z-1}{2}=\frac{1}{3z+1}$; $9z^2-1=2$; $9z^2=3$; $z=-\frac{1}{3}$ або $z=\frac{1}{3}$; але $z\neq-\frac{1}{3}$. Отже, $z=\frac{1}{3}$;

в) $\frac{2x^2+8}{6x}=\frac{2x}{3}$; $6x^2+24=12x^2$; $6x^2=24$; $x^2=4$; $x=2$ або $x=-2$; $x\neq 0$.

413. $\frac{11+x}{17+x}=\frac{3}{4}$; $44+4x=51+3x$; $x=7$; $x\neq -17$.

414. Нехай x — чисельник, $x\neq 0$, тоді знаменник $(x+2)$, $\frac{x}{x+2}$ — початковий дріб. Нехай чисельник $3x$, тоді знаменник $(x+2)+67=x+69$. Новий дріб $\frac{3x}{x+69}$. За умовою $\frac{3x}{x+69}=\frac{1}{8}$; $24x=x+69$; $23x=69$; $x=3$. Даний дріб — $\frac{3}{5}$. *Відповідь:* $\frac{3}{5}$.

415. Нехай x — чисельник, $x \neq 0$, тоді $(x+5)$ — знаменник, початковий дріб $\frac{x}{x+5}$. Новий чисельник $(x+11)$, новий знаменник — $(x+5-2=x+3)$, новий дріб $\frac{x+11}{x+3}$. За умовою новий дріб, обернений до даного, тобто

$\frac{x}{x+5} \cdot \frac{x+11}{x+3} = 1$; $\frac{x^2+11x-x^2-3x-5x-15}{(x+5)(x+3)} = 0$; $\frac{3x-15}{(x+5)(x+3)} = 0$;

$\begin{cases} 3x-15=0, \\ (x+5)(x+3) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x=15, \\ x \neq -5,\ x \neq -3; \end{cases}$ $x=5$. Даний дріб: $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

416. а) $\frac{3x^2-5}{x+2} = 3x+1$; $\frac{3x^2-5-3x^2-x-6x-2}{x+2} = 0$; $\frac{-7x-7}{x+2} = 0$; $\begin{cases} -(x+1)=0, \\ x+2 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} x=-1, \\ x \neq -2; \end{cases}$ $x=-1$;

б) $\frac{6x^2+5}{3x+2} = 2x-1$; $\frac{6x^2+5-(2x-1)(3x+2)}{3x+2} = 0$; $\frac{6x^2+5-6x^2-4x+3x+2}{3x+2} = 0$;

$\frac{-x+7}{3x+2} = 0$; $\begin{cases} -x+7=0, \\ 3x+2 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=7, \\ x \neq -\frac{2}{3}; \end{cases}$ $\underline{x=7}$;

в) $\frac{4x^2-x}{2x+3} + 3 = 2x$; $\frac{4x^2-x}{2x+3} + 3 - 2x = 0$; $\frac{4x^2-x+(2x+3)(3-2x)}{2x+3} = 0$;

$\frac{4x^2-x+9-4x^2}{2x+3} = 0$; $\frac{9-x}{2x+3} = 0$; $\begin{cases} x=9, \\ x \neq -1,5; \end{cases}$ $x=9$;

г) $\frac{2-x}{3x^2} = \frac{1}{x+2}$; $\begin{cases} (2-x)(x+2)=3x^2, \\ x \neq 0,\ x \neq -2; \end{cases}$ $\begin{cases} 4-x^2-3x^2=0, \\ x \neq 0,\ x \neq -2; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x^2=4, \\ x \neq 0,\ x \neq -2; \end{cases}$

$x^2=1$; $x=-1$ або $x=1$;

ґ) $\frac{2}{x+3} = \frac{3-x}{4x^2}$; $\begin{cases} 8x^2=9-x^2, \\ x \neq -3,\ x \neq 0; \end{cases}$ $9x^2=9$; $x^2=1$; $x=-1$ або $x=1$;

д) $\frac{x+1}{5} = \frac{3}{x-1}$; $\begin{cases} x^2-1=15, \\ x-1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2=16, \\ x \neq 1; \end{cases}$ $x=-4$ або $x=4$.

417. а) $\frac{3x^2-4}{x} = 3x+1$; $\begin{cases} x(3x+1)=3x^2-4, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x^2+x=3x^2-4, \\ x \neq 0; \end{cases}$ $x=-4$;

б) $\frac{2x^2-3}{2x+1} = x+1$; $\begin{cases} (2x+1)(x+1)=2x^2-3, \\ 2x+1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2+2x+x+1=2x^2-3, \\ x \neq -0,5; \end{cases}$

$3x=-4$; $\underline{x=-1\frac{1}{3}}$;

в) $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1}$; $\begin{cases} x+1=2x-2, \\ x \neq 1,\ x \neq -1; \end{cases}$ $x=3$; г) $\frac{2}{z-3} = \frac{3}{z-2}$; $\begin{cases} 2z-4=3z-9, \\ z \neq 3,\ z \neq 2; \end{cases}$ $z=5$;

ґ) $\frac{y-2}{y-6} = \frac{y}{y-5}$; $\begin{cases} (y-2)(y-5)=y(y-6), \\ y \neq 6,\ y \neq 5; \end{cases}$ $\begin{cases} y^2-5y-2y+10=y^2-6y, \\ y \neq 6,\ y \neq 5; \end{cases}$

$-y=-10$; $y=10$;

д) $\frac{c+1}{c-1} = \frac{c-5}{c-3}$; $\begin{cases} (c+1)(c-3)=(c-1)(c-5), \\ c \neq 1,\ c \neq 3; \end{cases}$ $\begin{cases} c^2-3c+c-3=c^2-5c-c+5, \\ c \neq 1,\ c \neq 3; \end{cases}$

$4c=8$; $c=2$.

418. а) $\frac{x-2}{x+2} = \frac{x+3}{x-4}$; $\begin{cases} (x-2)(x-4)=(x+3)(x+2), \\ x \neq -2,\ x \neq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-4x-2x+8=x^2+2x+3x+6, \\ x \neq -2,\ x \neq 4; \end{cases}$

$-11x=-2$; $\underline{x=\frac{2}{11}}$;

б) $\frac{x}{x-3}=\frac{x+4}{x+5}$; $\begin{cases}x^2+5x=x^2+4x-3x-12,\\ x\neq 3,\ x\neq -5;\end{cases}$ $4x=-12$; $x=-3$;

в) $\frac{y-5}{y-3}=\frac{y+1}{y-1}$; $\begin{cases}y^2-y-5y+5=y^2+y-3y-3,\\ y\neq 3,\ y\neq 1;\end{cases}$ $-4y=-8$; $y=2$;

г) $\frac{2x+3}{2x-1}=\frac{x-5}{x+3}$; $\begin{cases}2x^2+6x+3x+9=2x^2-10x-x+5,\\ x\neq 0,5,\ x\neq -3;\end{cases}$ $20x=-4$; $x=-0,2$;

ґ) $\frac{1+3x}{1-2x}=\frac{5-3x}{1+2x}$; $\begin{cases}1+2x+3x+6x^2=5-3x-10x+6x^2,\\ x\neq 0,5,\ x\neq -0,5;\end{cases}$ $18x=4$; $\underline{x=\frac{2}{9}}$;

д) $\frac{5y+1}{y-2}=\frac{5y-2}{y-3}$; $\begin{cases}(5y+1)(y-3)=(y-2)(5y-2),\\ y-2\neq 0,\ y-3\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}5y^2-15y+y-3=5y^2-2y-10y+4,\\ y\neq 2,\ y\neq 3;\end{cases}$ $-2y=7$; $y=-3,5$.

419. а) $\frac{6}{x^2-9}+\frac{2}{x+3}=\frac{3}{x-3}$; $\frac{6+2(x-3)-3(x+3)}{x^2-9}=0$; $\frac{6+2x-6-3x-9}{x^2-9}=0$;

$\frac{-(x+9)}{x^2-9}=0$; $\begin{cases}x+9=0,\\ (x-3))x+3)x\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-9,\\ x\neq 3,\ x\neq -3;\end{cases}$ $x=-9$;

б) $\frac{7x}{4-x^2}+\frac{5}{2+x}=\frac{3}{2-x}$; $\frac{7x+5(2-x)-3(2+x)}{4-x^2}=0$; $\frac{7x+10-5x-6-3x}{4-x^2}=0$;

$\frac{-x+4}{4-x^2}=0$; $\begin{cases}-x+4=0,\\ 4-x^2\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=4,\\ x\neq 2,\ x\neq -2;\end{cases}$ $x=4$.

420. а) $\frac{2x+4}{3-x}+1=\frac{5-x}{x+2}$; $\frac{(2x+4)(x+2)+(3-x)(x+2)-(5-x)(3-x)}{(3-x)(x+2)}=0$;

$\frac{2x^2+4x+4x+8+3x+6-x^2-2x-15+5x+3x-x^2}{(3-x)(x+2)}=0$;

$\frac{17x-1}{(3-x)(x+2)}=0$; $\begin{cases}17x-1=0,\\ x\neq 3,\ x\neq -2;\end{cases}$ $\underline{x=\frac{1}{17}}$;

б) $\frac{3x-5}{x+1}-\frac{x+5}{x-3}=2$; $\frac{(3x-5)(x-3)-(x+5)(x+1)-2(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-3)}=0$;

$\frac{3x^2-9x-5x+15-x^2-x-5x-5-2x^2+6x-2x+6}{(x+1)(x-3)}=0$;

$\frac{-16x+16}{(x+1)(x-3)}=0$; $\begin{cases}-16x+16=0,\\ x+1\neq 0,\ x-3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\ x\neq -1,\ x\neq 3;\end{cases}$ $x=1$.

421. а) $\frac{2x^2+8x-5}{x+3}-2x=1$; $\frac{2x^2+8x-5-2x(x+3)-(x+3)}{x+3}=0$;

$\frac{2x^2+8x-5-2x^2-6x-x-3}{x+3}=0$; $\frac{x-8}{x+3}=0$; $\begin{cases}x-8=0,\\ x+3\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=8,\\ x\neq -3;\end{cases}$ $x=8$;

б) $2x-\frac{4x^2+3}{2x-1}=5$; $\frac{4x^2-2x-4x^2-3}{2x-1}-\frac{5(2x-1)}{2x-1}=0$; $\frac{-2x-3-10x+5}{2x-1}=0$;

$\frac{-12x+2}{2x-1}=0$; $\begin{cases}-12x+2=0,\\ 2x-1\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{1}{6},\\ x\neq 0,5;\end{cases}$ $\underline{x=\frac{1}{6}}$.

422 а) $\frac{4}{1+x}-\frac{x+1}{x-1}=\frac{x^2-3}{1-x^2}$; $\frac{4}{1+x}-\frac{x+1}{x-1}-\frac{x^2-3}{1-x^2}=0$; $\frac{4(1-x)+(x+1)(x+1)-x^2+3}{1-x^2}=0$;

$\frac{4-4x+x^2+2x+1-x^2+3}{1-x^2}=0$; $\frac{-2x+8}{1-x^2}=0$; $\begin{cases}-2x+8=0,\\ (1-x)(1+x)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases} x = 4, \\ x \neq 1,\ x \neq -1; \end{cases}$ $x = 4;$

б) $\frac{2z-1}{2z+1} - \frac{2z+1}{2z-1} = \frac{8}{1-4z^2}$; $\frac{2z-1}{2z+1} - \frac{2z+1}{2z-1} - \frac{8}{1-4z^2} = 0;$

$\frac{(2z-1)(1-2z)+(2z+1)(2z+1)-8}{1-4z^2} = 0;$ $\frac{2z-4z^2-1+2z+4z^2+4z+1-8}{1-4z^2} = 0;$

$\frac{8z-8}{1-4z^2} = 0;$ $\begin{cases} 8z-8=0, \\ (1-2z)(1+2z) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} z=1, \\ z \neq 0,5,\ z \neq -0,5; \end{cases}$ $z = 1.$

423. а) $\frac{3}{(x+2)^2} + \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{5}{x^2-4}$; $\frac{3}{(x+2)^2} + \frac{2}{(x-2)^2} - \frac{5}{x^2-4} = 0;$

$\frac{3(x-2)^2+2(x+2)^2-5(x^2-4)}{(x+2)^2(x-2)^2} = 0;$ $\frac{3x^2-12x+12+2x^2+8x+8-5x^2+20}{(x+2)^2(x-2)^2} = 0;$

$\frac{-4x+40}{(x+2)^2(x-2)^2} = 0;$ $\begin{cases} -4x+40=0, \\ (x+2)(x-2) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10, \\ x \neq -2,\ x \neq 2; \end{cases}$ $x = 10.$

б) $\frac{1}{(x+5)^2} - \frac{3}{(x-5)^2} = \frac{2}{25-x^2}$; $\frac{1}{(x+5)^2} - \frac{3}{(x-5)^2} - \frac{2}{25-x^2} = 0;$

$\frac{x^2-10x+25-3x^2-30x-75+2(x^2-25)}{(x+5)^2(x-5)^2} = 0;$

$\frac{-2x^2-40x-50+2x^2-50}{(x+5)^2(x-5)^2} = 0;$ $\begin{cases} -40x-100=0, \\ (x+5)(x-5) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} -4x=10, \\ x \neq -5,\ x \neq 5; \end{cases}$ $x = -2{,}5.$

424. а) $\frac{8+9x}{36x^2-1} + \frac{1}{1-6x} = \frac{2}{6x+1}$; $\frac{8+9x}{36x^2-1} - \frac{1}{6x-1} - \frac{2}{6x+1} = 0;$

$\frac{8+9x-6x-1-12x+2}{36x^2-1} = 0;$ $\frac{-9x+9}{36x^2-1} = 0;$ $\begin{cases} -9x+9=0, \\ 36x^2-1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ x \neq \frac{1}{6},\ x \neq -\frac{1}{6}; \end{cases}$ $x = 1;$

б) $\frac{1-2x}{1+2x} = \frac{1+2x}{1-2x} + \frac{16}{4x^2-1}$; $\frac{1-2x}{1+2x} + \frac{1+2x}{2x-1} - \frac{16}{4x^2-1} = 0;$

$\frac{-(4x^2-4x+1)+1+4x+4x^2-16}{(2x+1)(2x-1)} = 0;$ $\frac{-4x^2+4x-1+1+4x+4x^2-16}{(2x+1)(2x-1)} = 0;$

$\frac{8x-16}{(2x+1)(2x-1)} = 0;$ $\begin{cases} 8x-16=0, \\ (2x+1)(2x-1) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ x \neq -0,5,\ x \neq 0,5; \end{cases}$ $x = 2.$

425. а) $\frac{5}{2-2t} - \frac{5}{18} = \frac{8}{3t-3} - \frac{2+t}{t-1}$; $\frac{5}{2(1-t)} - \frac{5}{18} + \frac{8}{3(1-t)} - \frac{2+t}{1-t} = 0;$

$\frac{45-5+5t+48-36-18t}{18(1-t)} = 0;$ $\frac{-13t+52}{18(1-t)} = 0;$ $\begin{cases} -13t+52=0, \\ 1-t \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} t=4, \\ t \neq 1; \end{cases}$ $t = 4;$

б) $\frac{3}{8-2x} - \frac{5}{6} = \frac{14}{3x-12} - \frac{2+x}{x-4}$; $\frac{3}{8-2x} - \frac{5}{6} - \frac{14}{3x-12} + \frac{2+x}{x-4} = 0;$

$-\frac{3}{2(x-4)} - \frac{5}{6} - \frac{14}{3(x-4)} + \frac{2+x}{x-4} = 0;$ $\frac{-9-5x+20-28+12+6x}{6(x-4)} = 0;$

$\frac{x-5}{6(x-4)} = 0;$ $\begin{cases} x-5=0, \\ x-4 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=5 \\ x \neq 4; \end{cases}$ $x = 5.$

426. а) $\frac{2z-1}{z+4} - \frac{3z-1}{4-z} - \frac{96}{z^2-16} = 5$; $\frac{2z-1}{z+4} + \frac{3z-1}{z-4} - \frac{96}{z^2-16} - 5 = 0;$

$2z^2-8z-z+4+3z^2+12z-z-4-96-5z^2+80=0;$ $z \neq -4,$ $z \neq 4;$

$2z-16=0;$ $x \neq -4,$ $z \neq 4;$ $z = 8;$

б) $\frac{6n+5}{4n+3}+\frac{3n-7}{3-4n}+\frac{12n^2+30n+7}{9-16n^2}=0;\quad n\neq\frac{3}{4},\quad n\neq-\frac{3}{4}.$

$18n-24n^2+15-20n+12n^2-28n+9n-21+12n^2+30n+7=0;\ 9n+1=0;\ n=-\frac{1}{9}.$

427. $\frac{7}{(5+2x)(1+2x)}=\frac{3}{(5+2x)^2}+\frac{4}{(1+2x)^2};$

$7(5+2x)(1+2x)=3(1+2x)^2+4(5+2x)^2,\ x\neq-0{,}5;\ x\neq-2{,}5;$

$(35+14x)(1+2x)=3+12x+12x^2+100+80x+16x^2;$

$35+70x+14x+28x^2=28x^2+92x+103;\ 84x-92x=103-35;\ -8x=68;\ x=-8{,}5.$

429. $\begin{cases}\frac{x+y}{z-x}=4\frac{1}{2},\\ \frac{y+z}{y-x}=5,\\ x=10\frac{3}{4};\end{cases}\quad \begin{cases}x+y=\frac{9}{2}z-\frac{9}{2}x,\\ y+z=5y-5x,\\ x=\frac{43}{4};\end{cases}\quad \begin{cases}y=\frac{9}{2}z-\frac{11}{2}x,\\ z=4y-5x\\ x=\frac{43}{4};\end{cases}\quad \begin{cases}y=\frac{9}{2}(4y-5x)-\frac{11}{2}x,\\ z=4y-5x,\\ x=\frac{43}{4}.\end{cases}$

Отже, $y=18y-\frac{45}{2}x-\frac{11}{2}x;\quad -17y=-\frac{56}{2}x;\quad y=\frac{28}{17}x;$

$y=\frac{28}{17}\cdot\frac{43}{x}=\frac{7\cdot43}{17}=\frac{301}{17}=17\frac{12}{17};$

$z=4\cdot\frac{301}{17}-5\cdot\frac{43}{4}=\frac{1204}{17}-\frac{215}{4}=\frac{4816-3655}{68}=\frac{1161}{68}=17\frac{5}{68}.$

Відповідь: $\left(10\frac{3}{4};17\frac{12}{17};17\frac{5}{68}\right).$

430. а) $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{4},\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{4};\end{cases}$ ОДЗ: $x\neq0,\ y\neq0.$ $\begin{cases}\frac{x+y}{xy}=\frac{3}{4},\\ \frac{y-x}{xy}=\frac{1}{4};\end{cases}\quad \begin{cases}xy=\frac{4(x+y)}{3},\\ \frac{3(y-x)}{4(x+y)}=\frac{1}{4};\end{cases}\quad \begin{cases}xy=\frac{4(x+y)}{3},\\ \frac{3(y-x)}{x+y}=1;\end{cases}$

$\begin{cases}xy=\frac{4(x+y)}{3},\\ 3y-3x=x+y;\end{cases}\quad \begin{cases}2x^2=\frac{4\cdot3x}{3},\\ y=2x;\end{cases}\quad \begin{cases}2x^2-4x=0,\\ y=2x;\end{cases}\quad \begin{cases}2x(x-2)=0,\\ y=2x;\end{cases}$

$x=0$ або $x=2$, тоді $y=0$ або $y=4$. Але $x\neq0$ і $y\neq0$, тому розв'язком системи є пара (2; 4).

б) $\begin{cases}\frac{5}{x}+\frac{2}{y}=2,\\ \frac{10}{x}-\frac{6}{y}=-1;\end{cases}\quad \begin{cases}\frac{5y+2x}{xy}=2,\\ \frac{10y-6x}{xy}=-1;\end{cases}\quad \begin{cases}xy=\frac{5y+2x}{2},\\ xy=-10y+6x.\end{cases}$ Отже, $\frac{5y+2x}{2}=-10y+6x;$

$5y+2x=-20y+12x;\ 25y=10x;\ x=2{,}5y,$ тоді $2{,}5y^2=\frac{5y+5y}{2};\quad 5y^2=10y;$

$5y(y-2)=0;\ y=0$ або $y=2$. Якщо $y=0$, то вираз $\frac{2}{y}$ не має змісту, тоді система несумісна. Якщо $y=2$, то $x=5$, тому розв'язком системи є пара (5; 2).

431. а) $\begin{cases}\frac{5}{x}+\frac{4}{y}=51,\\ \frac{1}{x}-\frac{8}{y}=8.\end{cases}$ Заміна: $\frac{1}{x}=a,\ x\neq0;\ \frac{1}{y}=b,\ y\neq0.\ +\begin{cases}5a+4b=51,\\ a-8b=8;\end{cases}\Big|\cdot(-5)$

$44b=11;\ b=\frac{1}{4},$ тоді $a=8+8\cdot\frac{1}{4}=8+2=10.$ Отже, $\frac{1}{x}=10,\quad x=\frac{1}{10},$

$\frac{1}{y}=\frac{1}{4},\ y=4.$ Розв'язком системи є пара $\left(\frac{1}{10};4\right).$

б) $\begin{cases} \frac{4}{x}+\frac{9}{y}=35, \\ \frac{15}{x}-\frac{7}{y}=9. \end{cases}$ Заміна: $\frac{1}{x}=a, x\ne 0; \frac{1}{y}=b, y\ne 0.$ $\begin{cases} 4a+9b=35, \\ 15a-7b=9; \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{35-9b}{4}, \\ a=\frac{9+7b}{15}. \end{cases}$

Отже, $\frac{35-9b}{4}=\frac{9+7b}{15}$; $15(35-9b)=4(9+7b)$; $525-135b=36+28b$; $b=3$,

тоді $a=\frac{9+21}{15}=\frac{30}{15}=2$. Отже, $x=\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$; $y=\frac{1}{b}=\frac{1}{3}$.

Розв'язком системи є пара $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

432. а) $\begin{cases} \frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}=\frac{5}{8}, \\ \frac{1}{x-y}-\frac{1}{x+y}=\frac{3}{8}. \end{cases}$ Заміна: $\frac{1}{x-y}=a$, $x\ne y$; $\frac{1}{x+y}=b$, $x\ne -y$.

$+\begin{cases} 8a+8b=5, \\ 8a-8b=3; \end{cases}$ $16a=8$; $a=\frac{1}{2}$, тоді $8\cdot\frac{1}{2}-8b=3$; $4-8b=3$; $-8b=-1$;

$b=\frac{1}{8}$. Отже, $x-y=2$; $x+y=8$, маємо $\begin{cases} x-y=2, \\ x+y=8; \end{cases}$ $\begin{cases} x=5, \\ y=3; \end{cases}$ $x=5$, $y=3$ задовольняють умову $x\ne y$ і $x\ne -y$. Розв'язком системи є пара (5; 3).

б) $\begin{cases} \frac{10}{z-5}+\frac{1}{x+2}=1, \\ \frac{25}{z-5}+\frac{3}{x+2}=2. \end{cases}$ Заміна: $\frac{1}{z-5}=a$, $z\ne 5$; $\frac{1}{x+2}=b$, $x\ne -2$.

$+\begin{cases} 10a+b=1, \\ 25a+3b=2 \end{cases}\Big|\cdot(-3)$ $\begin{cases} -5a=-1, \\ 5\cdot 1+3b=2; \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{1}{5} \\ b=-1. \end{cases}$ Отже, $\frac{1}{z-5}=\frac{1}{5}$, $z-5=5$,

$z=10$; $\frac{1}{x+2}=-1$, $x+2=-1$, $x=-3$. Пара (–3; 10) є розв'язком системи.

433. а) $\begin{cases} 1+\frac{x}{1-x}=\frac{y}{1-x^2}, \\ \frac{x-5}{3-y}=\frac{1}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1-x+x}{1-x}=\frac{y}{(1-x)(1+x)}, \\ 2x-10=3-y; \end{cases}$ ОДЗ: $x\ne 1$, $x\ne -1$, $y\ne 3$.

$\begin{cases} \frac{1}{1-x}=\frac{y}{(1-x)(1+x)}, \\ 2x+y=13; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{1-x}=\frac{13-2x}{(1-x)(1+x)}, (1) \\ y=13-2x; \end{cases}$

Розв'яжемо рівняння (1): $1-x^2=13-2x-13x+12x^2$; $3x^2-15x+12=0$; $x^2-5x+4=0$; $x=1$ або $x=4$, бо $1\cdot 4=4$, а $1+4=5$, 5 — число протилежне числу –5 коефіцієнту при x. За вимогою $x\ne 1$, тому $x=1$ — сторонній корінь. Якщо $x=4$, то $y=13-8=5$. Пара (4; 5) є розв'язком системи.

б) $\begin{cases} \frac{3y}{9-x^2}+\frac{x}{x-3}=1, \\ \frac{5-y}{x-5}=2; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{3y+x(x+3)}{9-x^2}=1, \\ 5-y=2x-10; \end{cases}$ ОДЗ: $x\ne 3$, $x\ne -3$, $x\ne 5$.

$\begin{cases} 3y+x^2+3x=9-x^2, \\ y=15-2x; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(15-2x)+2x^2+3x-9=0, (1) \\ y=15-2x. \end{cases}$

Розв'яжемо рівняння (1): $45-6x+2x^2+3x-9=0$; $2x^2-3x+36=0$; $D=9-4\cdot 2\cdot 36=9-288=-279<0$, рівняння не має розв'язків, тому й система несумісна.

434. а) $\begin{cases} x - \dfrac{xy+13}{y+6} = 2, \\ y - \dfrac{xy-13}{x+4} = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{xy+6x-xy-13}{y+6} = 2, \\ \dfrac{xy+4y-xy+13}{x+4} = 2; \end{cases}$ ОДЗ: $y \neq -6,\ x \neq -4.$

$\begin{cases} 6x-13 = 2y+12, \\ 4y+13 = 2x+8; \end{cases}$ $+\begin{cases} 6x-2y = 25, \\ -2x+4y = -5; \end{cases}\Big| \cdot 2$ $\begin{cases} 10x = 45, \\ -2 \cdot 4,5 + 4y = -5; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4,5, \\ 4y = -5+9; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 4,5, \\ y = 1. \end{cases}$ **Пара (4,5 ; 1) є розв'язком системи.**

б) $\begin{cases} \dfrac{11-xy}{y+2} + x = 2\dfrac{1}{7}, \\ \dfrac{13-xy}{x-1} + y = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{11-xy+xy+2x}{y+2} = \dfrac{15}{7}, \\ \dfrac{13-xy+xy-y}{x-1} = 8; \end{cases}$ ОДЗ: $y \neq -2,\ x \neq 1.$

$\begin{cases} 77+14x = 15y+30, \\ 13-y = 8x-8; \end{cases}$ $\begin{cases} 14x-15y = -47, \\ -8x-y = -21; \end{cases}$ $\begin{cases} 14x-15(21-8x) = -47, \\ y = 21-8x; \end{cases}$

$\begin{cases} 14x+120x-315 = -47, \\ y = 21-8x; \end{cases}$ $\begin{cases} 134x = 268, \\ y = 21-8x; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = 5. \end{cases}$ Пара (2; 5) є розв'язком системи.

435. Нехай більше число x, а менше — y, тоді $\begin{cases} x+y = 50, \\ x = 3y+2; \end{cases}$ $\begin{cases} 3y+2+y = 50, \\ x = 3y+2; \end{cases}$

$\begin{cases} 4y = 48, \\ x = 3y+2; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 12, \\ x = 38. \end{cases}$ Дані числа — це 38 і 12.

436. Нехай вік журавля $\overline{xy}$. за умовою $x > y$ на 4, тобто $x - y = 4$ (1), а $10x + y = (x+y) \cdot 7 + 6$, тобто $10x + y = 7x + 7y + 6$; $3x - 6y = 6$; $x - 2y = 2$ (2).

Маємо систему: $\begin{cases} x-y = 4, \\ x-2y = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x-y = 4, \\ y = 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 6, \\ y = 2. \end{cases}$ Вік журавля 62 роки.

437. Нехай x м — довжина стрічки. Коли від неї відрізали 4 м, то залишилося $(x-4)$ м. За умовою $4 : (x-4) = 2 : 7$. За властивістю пропорції маємо: $28 = 2x - 8$; $2x = 36$; $x = 18$. Отже, довжина стрічки була 18 м.

438. Нехай молодшому брату x років, а старшому $(x+6)$ років, три роки тому молодшому було $(x-3)$ років, а старшому $(x+6-3) = x+3$ років. За умовою $(x+3) : (x-3) = 4 : 3$. За властивістю пропорції маємо: $3x + 9 = 4x - 12$; $x = 21$, а $x + 6 = 21 + 6 = 27$. Старшому 27 років, молодшому — 21 рік.

439. Нехай час легкового автомобіля x год, а час автобуса $x + \dfrac{40}{60} = \left(x + \dfrac{2}{3}\right)$ годин, тоді швидкість легкового автомобіля $\dfrac{160}{x}$ км/год, а швидкість автобуса $\dfrac{160}{x+\dfrac{2}{3}} = \dfrac{480}{3x+2}$ км/год.

За умовою $v_а : v_л = 3 : 4$, тобто $\dfrac{480}{3x+2} : \dfrac{160}{x} = 3 : 4$. За властивістю пропорції $\dfrac{1920}{3x+2} = \dfrac{480}{x}$; $1920x = 1440x + 960$; $480x = 960$; $x = 2$, тоді швидкість легкового автомобіля $\dfrac{160}{2} = 80$ (км/год), а швидкість автобуса $\dfrac{3v_{легкового}}{4} = \dfrac{3}{4} \cdot 80 = 60$ (км/год). Отже, швидкість легкового автомобіля 80 км/год, а швидкість автобуса 60 км/год.

440.

I тр.	за 6 год виконують всю роботу	за 10 год виконує роботу;
II тр.		?

Нехай за x годин зможе зорати поле II тракторист, працюючи один.

За одну годину він виконує $\frac{A}{x}$ (де A — робота), I тракторист за 1 годину виконує $\frac{A}{10}$. Разом за 1 годину вони виконують $\frac{A}{x}+\frac{A}{10}=\frac{A(10+x)}{10x}$, тоді за 6 годин, працюючи разом, можуть зорати поле, виконати всю роботу A, тобто $\frac{A(10+x)}{10x}\cdot 6=A$, $\frac{3(10+x)}{5x}=1$, $30+3x=5x$, $2x=30$, $x=15$. За 15 годин може зорати поле другий тракторист.

441. Нехай V — об'єм басейна. За 1 годину перша труба заповнює $\frac{V}{4}$, а друга — $\frac{V}{2}$. За 1 годину, працюючи разом, дві труби заповнюють $\frac{V}{4}+\frac{V}{2}=\frac{3V}{4}$, тоді $V:\frac{3V}{4}$ — час, за який вони заповнюють басейн, працюючи разом, тобто $1:\frac{3}{4}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$ години. *Відповідь:* за 1 годину 20 хвилин.

442. *I спосіб.* Нехай продуктивність праці II групи — x, тоді II групи — $1{,}5x$ (продуктивність праці — частина роботи, що може бути виконана за 1 годину). За одну годину, працюючи разом, дві групи студентів виконують $1{,}5x+x=2{,}5x$, тоді за 4 години вони виконають всю роботу: $2{,}5x\cdot 4=10x$. Якщо 1 — вся робота, то $10x=1$, $x=\frac{1}{10}$. За 10 годин друга група студентів самостійно виконає всю роботу, а перша група — за $\frac{20}{3}$ години.

II спосіб.

I гр. II гр.	}	4 години	$A=1$ — вся робота	t_1 — час, витрачений на всю роботу	$\frac{1}{t_1}$ — продуктивність праці
				t_2 — час, витрачений на всю роботу	$\frac{1}{t_2}$ — продуктивність праці

За умовою $\frac{1}{t_1}>\frac{1}{t_2}$ в 1,5 рази, тобто $\frac{1}{t_1}:\frac{1}{t_2}=\frac{3}{2}$, $\frac{t_2}{t_1}=\frac{3}{2}$, $t_2=1{,}5t_1$.

За 4 години, працюючи разом, дві групи виконують всю роботу, тобто $\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}\right)\cdot 4=1$, $\frac{t_1+t_2}{t_1t_2}=\frac{1}{4}$, $\frac{1{,}5t_1+t_2}{1{,}5t_1t_2}=\frac{1}{4}$, $\frac{2{,}5t_1}{1{,}5t_1t_2}=\frac{1}{4}$, $\frac{2{,}5}{1{,}5t_1}=\frac{1}{4}$,

$t_1=\frac{10}{1{,}5}$, $\underline{t_1=\frac{20}{3}}$. Отже, $t_2=1{,}5\cdot\frac{20}{3}=0{,}5\cdot 20=10$ (годин).

Таким чином, перша група виконує роботу за $\frac{20}{3}=6\frac{2}{3}$ години, працюючи окремо, а друга — за 10 годин.

443. чоловік 14 днів, жінка ? днів } 10 днів — барильце квасу (Б)

Нехай жінка за x днів випиває барильце квасу, а за один день вона випиває $\frac{Б}{x}$, а чоловік за один день — $\frac{Б}{14}$. За 10 днів вони разом випивають $\left(\frac{Б}{x}+\frac{Б}{14}\right)\cdot 10=Б$, тобто $\frac{14+x}{14x}=\frac{1}{10}$; $5x+70=7x$; $2x=70$; $x=35$.

Жінка випиває барильце квасу за 35 днів.

444. Тато — x поросят за 48 тижнів, Мама — y поросят за 48 тижнів } 10 поросят за 48 тижнів.

Отже, $x+y=10$.

Тата — x поросят за 48 тижнів
Син — z поросят за 48 тижнів } 8 поросят за 48 тижнів.
Отже, $x + z = 8$.
Мама — y поросят за 48 тижнів
Син — z поросят за 48 тижнів } 6 поросят за 48 тижнів.
Отже, $y + z = 6$. Маємо систему:

$\begin{cases} x+y=10, \\ x+z=8, \\ y+z=6; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-y, \\ 10-y+z=8, \\ z=6-y; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-y, \\ 1-y+6-y=8, \\ z=6-y; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-y, \\ -2y=-8, \\ z=6-y; \end{cases}$ $\begin{cases} x=6, \\ y=4, \\ z=2. \end{cases}$

Тата упорався з поросям за $\frac{48 \cdot 10}{6} = 80$ тижнів, мама — за $\frac{48 \cdot 10}{4} = 120$ тижнів, а син — за $\frac{48 \cdot 8}{2} = 192$ тижня.

445. Нехай x — кількість банків в систему ТЧХУ, за умовою $150 : x = 5 : 16$.
За властивістю пропорції $x = \frac{150 \cdot 16}{5} = 30 \cdot 16 = 480$.
Сьогодні діє 480 банків в системі ТЧХУ.

446.

Сплав	I	Мідь	II
Маса сплаву (кг)	16 кг	x кг	$(16 + x)$ кг
Маса міді (%)	55 %	—	60 %
Маса міді (кг)	$16 \cdot 0,55 = 8,8$ кг	x кг	$0,6(16 + x)$ кг або $(8,8 + x)$ кг

Маємо рівняння: $8,8 + x = 9,6 + 0,6x$; $0,4x = 0,8$; $x = 2$.
Отже, треба додати 2 кг міді.

447.

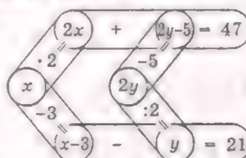
I к. t_1 — ? II к. t_2 — ? } 10 год	$A = 1$ — робота	$\frac{1}{t_1}$ — потужність (125 %) $\frac{1}{t_2}$ — потужність (100 %)

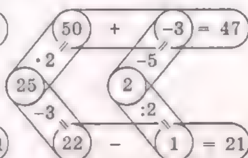
Нехай I комбайн може зібрати урожай картоплі самостійно за t_1 годин, а II — за t_2 годин. Потужність I комбайна $\frac{1}{t_1}$, що на 25 % більше, ніж потужність $\frac{1}{t_2}$ II комбайна за умовою, що вся робота – це 1. Фактично I комбайн працював $(t_1 - 4)$ год. Маємо рівняння:
$\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right) \cdot 10 = 1$ і $\frac{1}{t_1} : \frac{1}{t_2} = 125 : 100$; $\frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2} = \frac{1}{10}$ і $\frac{125}{t_2} = \frac{100}{t_1}$; $10(t_2 + t_1) = t_1 t_2$ і $125t_1 = 100t_2$. Отже, якщо $t_2 = 1,25t_1$, то $10(1,25t_1 + t_1) = t_1 \cdot 1,25t_1$, тобто $22,5t_1 = 1,25t_1^2$; $t_1(1,25t_1 - 22,5) = 0$; $t_1 = 0$ (сторонній корінь) або $t_1 = 22,5 : 1,25$; $t_1 = 18$.
Фактично, час виконання роботи I комбайна $18 - 4 = 14$ (год), тоді $t_2 = 1,25 \cdot 14 = 17,5$ (год). Отже, I комбайн може зібрати урожай за 14 годин, а другий — за 17 год 30 хв.

448. 1) $\begin{cases} x-3-y=21, \\ 2x+2y-5=47; \end{cases}$

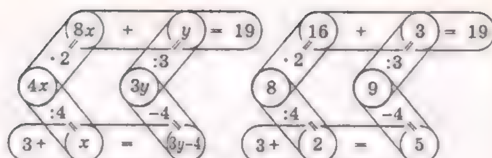
$+\begin{cases} x-y=24, \\ 2x+2y=52; \end{cases} \Big| \cdot 2$

$4x = 100$, $y = x - 24$,
$x = 25$; $y = 1$.





2. $\begin{cases} 8x + y = 19, \\ 3 + x = 3y - 4; \end{cases}$



$+\begin{cases} 8x + y = 19, \\ x - 3y = -7; \end{cases}\Big| \cdot 3$

$25x = 50,\quad y = 19 - 8x,$
$x = 2;\qquad y = 3.$

449.

Потяг	Швидкість	Час	Відстань AB
пасажирський	$(v + 20)$ км/год	$(t - 3)$ год	$(v + 20)(t - 3)$ км
товарний	v км/год	t год	vt км
швидкий	$(v + 40)$ км/год	$\frac{t}{2}$ год	$(v + 40) \cdot \frac{t}{2}$ км

Нехай v км/год — швидкість товарного потягу. а t год — час, який він витрачає на проїзд від станції A до станції B, тоді $(v + 20)$ км/год — швидкість пасажирського потягу, а $(t - 3)$ год — час, затрачений на шлях $A \to B$, $(v + 40)$ км/год — швидкість швидкого потягу, а $\frac{t}{2}$ год — його час, затрачений на шлях $A \to B$. Маємо систему рівнянь:

$\begin{cases} (t - 3)(v + 20) = vt, \\ \frac{t}{2}(v + 40) = vt; \end{cases}\quad (t - 3)(v + 20) = \frac{t}{2}(v + 40);\; (2t - 6)(v + 20) = tv + 40t;$

$2tv + 40t - 6v - 120 = tv + 40t;\; tv - 6v - 120 = 0;\; v = \frac{120}{t - 6}.$

Отже, $\frac{t}{2}\left(\frac{120}{t - 6} + 40\right) = \frac{120}{t - 6} \cdot t;\quad \frac{60}{t - 6} + 20 = \frac{120}{t - 6},\quad t \neq 6;$

$60 + 20t - 120 = 120;\; t \neq 0,\; t \neq 6;\; 20t = 180;\; t = 9.$

За 9 годин зі швидкістю $\frac{120}{3} = 40$ (км/год) товарний потяг подолає $40 \cdot 9 = 360$ (км), тоді за 6 годин пасажирський потяг подолає 360 км зі швидкістю $\frac{360}{6} = 60$ (км/год), а швидкий поїзд за 4,5 год подолає 360 км зі швидкістю $\frac{360}{4,5} = 80$ (км/год).

Відповідь: 40 км/год, 60 км/год, 80 км/год, 360 км.

458. а) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; б) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$; в) $77^{-1} = \frac{1}{77}$;

г) $b^{-2} = \frac{1}{b^2}$; ґ) $(xy)^{-2} = \frac{1}{(xy)^2}$; д) $(m - n)^{-2} = \frac{1}{(m - n)^2}$.

459. а) $\frac{1}{5} = 5^{-1}$; б) $\frac{1}{7^2} = 7^{-2}$; в) $\frac{1}{33^2} = 33^{-2}$;

г) $\frac{1}{ab} = (ab)^{-1}$; ґ) $\frac{1}{x^9} = x^{-9}$; д) $\frac{1}{m^2 + n^2} = (m^2 + n^2)^{-1}$.

460. а) $16 = 2^4$; $8 = 2^3$; $4 = 2^2$; $2 = 2^1$; $1 = 2^0$; $\frac{1}{2} = 2^{-1}$; $\frac{1}{4} = 2^{-2}$; $\frac{1}{8} = 2^{-3}$; $\frac{1}{16} = 2^{-4}$;

б) $81 = 3^4$; $27 = 3^3$; $9 = 3^2$; $3 = 3^1$; $1 = 3^0$; $\frac{1}{3} = 3^{-1}$; $\frac{1}{9} = 3^{-2}$; $\frac{1}{27} = 3^{-3}$; $\frac{1}{81} = 3^{-4}$;

в) $625 = 5^4$; $125 = 5^3$; $25 = 5^2$; $1 = 5^0$; $\frac{1}{5} = 5^{-1}$; $\frac{1}{25} = 5^{-2}$; $\frac{1}{125} = 5^{-3}$; $\frac{1}{625} = 5^{-4}$;

г) $10\,000 = 10^4$; $1000 = 10^3$; $100 = 10^2$; $10 = 10^1$; $1 = 10^0$; $\frac{1}{10} = 10^{-1}$; $\frac{1}{100} = 10^{-2}$; $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$; $\frac{1}{10\,000} = 10^{-4}$.

461. а) $3^{-4} \cdot 3^2 = 3^{-2} = \frac{1}{9}$; б) $5^4 \cdot 5^{-4} = 5^0 = 1$; в) $0{,}5^{-3} \cdot 0{,}5^2 = 0{,}5^{-1} = 2$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{7} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$; г) $(-2)^{-3} \cdot (-2)^5 = (-2)^2 = 4$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$;

е) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot 2^2 = 2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$; є) $100 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = 100 \cdot \frac{25}{4} = 625$.

462. а) $7 \cdot 14^{-1} = 7 \cdot \frac{1}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$; б) $-z^{-4} \cdot 48 = -\frac{1}{z^4} \cdot 48 = -\frac{48}{z^4}$;

в) $(-4)^{-3} : \frac{1}{8} = -\frac{1}{64} \cdot \frac{8}{1} = -\frac{1}{8}$; г) $10 : (-5)^{-2} = 10 : \frac{1}{25} = 250$;

г) $-0{,}3^{-4} \cdot 0{,}81 = -\left(\frac{1}{0{,}3}\right)^4 \cdot 0{,}81 = -\frac{10^4 \cdot 0{,}81}{81} = -10^4 \cdot 0{,}01 = -100$;

д) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} : \frac{2}{9} = -\left(\frac{27}{64}\right)^{-1} \cdot \frac{9}{2} = -\frac{64 \cdot 9}{27 \cdot 2} = -\frac{32}{3} = -10\frac{2}{3}$;

е) $0{,}36 \cdot 0{,}3^{-2} = 0{,}36 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{36}{9} = 4$; є) $0{,}1 : (-0{,}5)^{-3} = \frac{1}{10} : (-2)^3 = -\frac{1}{80}$;

ж) $(1{,}5)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)^3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

463. а) $a^{-10} \cdot a^8 = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$; б) $x^5 \cdot x^0 = x^5 \cdot 1 = x^5$; в) $c^{12} \cdot c^{-10} = c^2$; г) $a^3 : a^{-3} = a^{3-(-3)} = a^6$.

464. а) $3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$; б) $a^2c^{-3} = \frac{a^2}{c^3}$; в) $4a^{-2}x^{-2} = \frac{4}{a^2x^2}$; $\frac{2}{3}a^2c^{-5}x^{-3} = \frac{2a^2}{3c^5x^3}$.

465. а) $800a^{-5} = \frac{800}{a^5}$. Якщо $a = 2$, то $\frac{2^3 \cdot 100}{2^3 \cdot 2^2} = \frac{100}{4} = 25$;

б) $0{,}5a^{-2}x^{-5} = \frac{1}{2a^2x^5}$. Якщо $a = 4$, $x = 0{,}5$, то $\frac{1 \cdot 2^5}{2 \cdot 16} = \frac{2^4}{16} = \frac{16}{16} = 1$.

466. а) $6x^{-2}c \cdot 1{,}5xc^{-3} = \frac{6c \cdot 1{,}5x}{x^2c^3} = \frac{9}{xc^2}$; б) $1{,}6x^{-1}y^{-5} \cdot \frac{5}{8}xy = \frac{1{,}6 \cdot 5xy}{8xy^5} = \frac{1}{y^4}$;

в) $\frac{3}{4}a^2n^{-4} \cdot 8a^{-3}n^2 = \frac{3}{4} \cdot 8a^{-1}n^{-2} = 6a^{-1}n^{-2}$; г) $\frac{6x^{-5}}{a^{-6}} \cdot \frac{a}{36x^{-9}} = \frac{x^4a^7}{6}$;

г) $\frac{8x^2}{z} \cdot \frac{z^{-3}}{16x^{-3}} = \frac{x^5z^{-2}}{2} = 0{,}5x^5z^{-2}$; д) $\frac{14c^{-17}}{x^{-8}} \cdot \frac{x}{7c^{-18}} = 2cx^9$.

467. а) $\frac{1}{6}p^2q^{-5} \cdot \frac{1}{2}p^{-1}q^{-3} = \frac{1}{12}pq^{-8}$; б) $15ac^{-2} : a^2c = 15a^{-1}c^{-3}$; в) $3{,}6x^4y^5 : xy^5 = 3{,}6x^3$;

г) $\frac{6x^{-5}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{36x^{-7}} = \frac{x^2y^7}{6}$; г) $\frac{5x^{-1}c}{3} \cdot \frac{9x^5}{c^{-3}} = 15x^4c^4$;

д) $\left(\frac{a^{-2}}{10^4x}\right)^2 \cdot (ax^{-1})^2 = \frac{a^{-4}}{10^8x^2} \cdot a^2x^{-2} = \frac{a^{-2}x^{-4}}{10^8} = \frac{1}{10^8a^2x^4}$.

468. а) $(0{,}5x^{-3}y^2)^{-2} = \frac{1}{0{,}25x^{-6}y^4} = 4x^6y^{-4}$; б) $(6a^2b)^{-1} = \frac{1}{6a^2b}$;

в) $(-0,2m^2n^{-4})^2 = 0,04m^4n^{-8}$; г) $\left(\frac{1}{2}x^3y^{-2}\right)^{-2} = 4x^{-6}y^4 = \frac{4y^4}{x^6}$;

г) $\left(\frac{5}{6}m^{-8}n\right)^{-1} = \frac{6}{5}m^8n^{-1}$; д) $(-0,3x^{-3}y)^2 = \frac{9}{100}x^{-6}y^2 = \frac{0,09y^2}{x^6}$.

469. а) $(xz^{-2})^{-3} = x^{-3}z^6$; б) $(a^3y^{-2})^4 = a^{12}y^{-8}$; в) $(5a^{-2}b)^{-1} = \frac{1}{5}a^2b^{-1}$;

г) $\left(1\frac{1}{3}a^4b^{-2}\right)^2 = \frac{16}{9}a^8b^{-4}$; г) $(-0,1ab)^{-2} = 100a^{-2}b^{-2}$; д) $(-2m^5n^{-1})^{-1} = -\frac{1}{2}m^{-5}n$.

470.

	c		
a	b	a^{-1}	b^{-1}
		c^{-1}	

$a\cdot a^{-1} = a^0 = 1$
$b\cdot b^{-1} = b^0 = 1$
$c\cdot c^{-1} = c^0 = 1$

471. а) $\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4^{-1}\cdot 5 = \frac{9}{4} - \frac{5}{4} = \frac{4}{4} = 1$;

б) $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} + 0,25^2\cdot 11^2 = -\frac{81}{16} + \left(\frac{1}{4}\cdot 11\right)^2 = -\frac{81}{16} + \frac{121}{16} = \frac{40}{16} = \frac{10}{4} = 2,5$;

в) $2\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + 35\cdot 2^{-3} = \frac{5}{2}\cdot\frac{25}{4} + \frac{35}{8} = \frac{125}{8} + \frac{35}{8} = \frac{160}{8} = 20$;

г) $0,6^{-3} : 1\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{125}{27} : \frac{5}{3} - \frac{16}{9} = \frac{25}{9} - \frac{16}{9} = \frac{9}{9} = 1$.

472. а) $1000^{-2} : 0,1^5 + \frac{2}{5} = \frac{1}{10^6} : \frac{1}{10^5} + \frac{2}{5} = \frac{10^5}{10^6} + \frac{2}{5} = \frac{1}{10} + \frac{4}{10} = \frac{5}{10} = 0,5$;

б) $0,1^{-1} - 1,1^0 : 10^{-1} = 10 - 1 : \frac{1}{10} = 10 - 10 = 0$;

в) $\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot(0,05)^{-2} + (-0,2)^{-2} = \frac{1}{4}\cdot 20^2 + 25 = 100 + 25 = 125$;

г) $(-0,8)^3 : \left(-1\frac{1}{4}\right)^{-2} + 2,8 = \left(-\frac{4}{5}\right)^3 : \left(-\frac{5}{4}\right)^{-2} + 2,8 = -\frac{64}{125} : \frac{16}{25} + 2,8 =$

$= -\frac{64\cdot 25}{125\cdot 16} + 2,8 = -\frac{4}{5} + 2,8 = -0,8 + 2,8 = 2.$

473. а) $0,064^2 : 0,16^3 = ((0,4)^3)^2 : ((0,4^2)^3 = 0,4^6 : 0,4^6 = 1$;

б) $0,0081^2\cdot 0,3^{-10} = ((0,3)^4)^2 : 0,3^{-10} = 0,3^8 : 0,3^{-10} = 0,3^{18}$;

в) $\frac{125^5}{25^8\cdot 5^{-2}} = \frac{5^{15}\cdot 5^2}{5^{16}} = 5$; г) $\frac{(6^6)^2\cdot 36^{-2}}{6^{10}} = \frac{6^{12}\cdot 6^{-4}}{6^{10}} = 6^2\cdot 6^{-4} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$;

г) $\frac{0,8^7\cdot 0,16^{-4}}{0,64^3\cdot 0,4^{-7}} = \frac{0,8^7\cdot 0,4^{-8}}{(0,8)^6\cdot 0,4^{-7}} = \frac{0,8}{0,4} = 2$;

д) $\frac{9^{-4}\cdot 27^2}{100^5\cdot 10^{-12}} = \frac{3^{-8}\cdot 3^6}{10^{10}\cdot 10^{-12}} = \frac{3^{-2}}{10^{-2}} = \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$.

474. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$;

б) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^{-9} : \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-10} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-9} : \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} : \frac{2}{3} = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$;

в) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}\cdot\frac{32}{81}-\left(\frac{3^0}{3}\right)^{-1}=\left(\frac{3}{2}\right)^{5}\cdot\frac{32}{81}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}=\frac{3^5\cdot 2^5}{2^5\cdot 3^4}-3=3-3=0;$

г) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)^{-2}:\frac{6}{7}-\left(1\frac{8}{17}\right)^{-1}=\left(\frac{5}{6}\right)^{-2}\cdot\frac{7}{6}-\left(\frac{25}{17}\right)^{-1}=\frac{36}{25}\cdot\frac{7}{6}-\frac{17}{25}=\frac{42}{25}-\frac{17}{25}=\frac{25}{25}=1;$

ґ) $\left(\frac{4}{5}+4^{-2}+0,2:5^{-2}\right)^{-1}=\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{16}+\frac{1}{5}\cdot\frac{25}{1}\right)^{-1}=\left(\frac{69}{80}+5\right)^{-1}=\left(5\frac{69}{80}\right)^{-1}=\frac{80}{469}.$

475. а) $0,2x^{-3}\cdot 5x^2y^3=x^{-1}y^3=\frac{y^3}{x};$ б) $3^{-3}a^{-1}x\cdot 81a^2x=3ax^2;$

в) $0,2c^{-5}x\cdot 5^{-2}\cdot c^3x^{-1}=\frac{2}{10}\cdot\frac{1}{25}c^{-2}x^0=\frac{1}{125c^2};$ г) $0,5x^{-6}y^2\cdot 4x^7y^{-2}=2xy^0=2x;$

ґ) $8a^{-2}b^3\cdot 0,25a^5b^{-1}=2a^3b^2;$ д) $9a^6b^{-2}:(-3a^2b^{-5})=-3a^4b^3.$

476. а) $\frac{27x^{-1}y^2}{10}\cdot\frac{5x^6}{9y^{-4}}=\frac{3x^5y^6}{2}=1,5x^5y^6;$ б) $\frac{12x^2}{7y^7}\cdot\frac{14y^9}{3x^{-2}}=4\cdot 2\cdot x^4y^2=8x^4y^2;$

в) $\frac{16a^4b^6}{c^7}:\frac{8b^6c^{-6}}{3a^{-2}}=\frac{16a^4b^6\cdot 3a^{-2}}{c^7\cdot 8b^6c^{-6}}=2a^2\cdot 3\cdot c^{-1}=6a^2c^{-1};$

г) $\frac{3x^8}{4y^3z^{-2}}:\frac{x^7y^{-4}}{12z^{-2}}=\frac{3x^8\cdot 12z^{-2}}{4y^3z^{-2}\cdot x^7y^{-4}}=9xy.$

477. а) $\left(\frac{x^2y^{-3}}{6z}\right)^{-3}:\left(\frac{x^3y^5}{9z}\right)^{-2}=\frac{x^{-6}y^9}{6^{-3}z^{-3}}:\left(\frac{x^{-6}y^{10}}{9^{-2}z^{-2}}\right)=\frac{x^{-6}y^9\cdot 9^{-2}\cdot z^{-2}}{6^{-3}z^{-3}\cdot x^{-6}y^{10}}=\frac{3^{-4}}{2^{-3}\cdot 3^{-3}yz^{-1}}=\frac{3^{-1}z}{2^{-3}y}=\frac{8z}{3y};$

б) $\left(\frac{a^{-3}b^4}{5}\right)\cdot\left(\frac{10}{a^{-2}b^3}\right)^{-3}=\frac{a^{-3}b^4}{5}\cdot\frac{10^{-3}}{a^6b^{-9}}=\frac{b^4\cdot b^9}{a^3\cdot 5\cdot 10^3a^6}=\frac{b^{13}}{5000a^9};$

в) $(2a^{-2}x^3)^2\cdot\left(\frac{a}{6}\right)^6=\frac{4a^{-4}x^6\cdot a^6}{6^6}=\frac{a^2x^6}{9\cdot 6^4}=\frac{a^2x^6}{11664};$

г) $4a^7c^{-4}\cdot\left(\frac{ac}{5}\right)^{-4}=4a^7c^{-4}\cdot\frac{5^4}{a^4c^4}=\frac{4\cdot 5^4\cdot a^7}{c^4a^4c^4}=\frac{2500a^3}{c^8};$

ґ) $\frac{a^{-2}}{9c^2}:\left(\frac{3a^2}{c^{-2}}\right)^{-3}=\frac{1}{9a^2c^2}:\left(\frac{c^{-2}}{3a^2}\right)^3=\frac{1}{9a^2c^2}:\frac{c^{-6}}{27a^6}=\frac{27a^6}{9a^2c^2c^{-6}}=\frac{3a^4}{c^{-4}}=3a^4c^4;$

д) $(x^{-1}y):\left(\frac{y^2}{2x^2}\right)^{-1}=\left(\frac{y}{x}\right):\left(\frac{2x^2}{y^2}\right)=\frac{y}{x}\cdot\frac{y^2}{2x^2}=\frac{y^3}{2x^3}.$

478. а) $2,2a^{-8}b^5\cdot 5a^{10}b^{-4}=11a^2b.$

Якщо $a=-0,2;\ b=50$, то $11\cdot 0,04\cdot 50=11\cdot 2=22.$

б) $2,8x^9y:(0,7x^{10}y^{-2})=\frac{2,8x^9y}{0,7x^{10}y^{-2}}=4x^{-1}y^3=\frac{4y^3}{x}.$

Якщо $x=0,125;\ y=-0,25$, то $\frac{4\cdot(-0,25)^3}{0,125}=\frac{4\cdot(-0,25)\cdot 0,0625}{0,125}=-1\cdot 0,5=-0,5.$

479. а) $\frac{14a^{-7}}{b^{-3}}\cdot\frac{b^{-2}}{56a^{-5}}=\frac{1\cdot a^{-2}}{4\cdot b^{-1}}=\frac{b}{4a^2}$. Якщо $a=1,5;\ b=45$, то $\frac{45}{4\cdot 2,25}=\frac{45}{9}=5;$

б) $\frac{21x^{15}}{10y^{-5}}:\frac{7x^{12}}{5y^{-2}}=\frac{21x^{15}}{10y^{-5}}\cdot\frac{5y^{-2}}{7x^{12}}=\frac{3x^3y^3}{2}=1,5x^3y^3.$

Якщо $x=\frac{3}{7},\ \ y=2\frac{1}{3}$, то $\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{7}{3}\right)^3=\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{3}\right)^3=\frac{3}{2}\cdot 1=1,5.$

480. а) $\frac{5^{2n+1}}{25^n}=\frac{5^{2n}\cdot 5}{5^{2n}}=5;$ б) $\frac{2^{n-1}\cdot 3^{n+1}}{6^n}=\frac{2^n\cdot 3^n\cdot 3}{2\cdot 3^n\cdot 2^n}=\frac{3}{2}=1,5;$

в) $\frac{4^{n+1}-4^n}{2^{2n}}=\frac{4^n(4-1)}{(2^2)^n}=\frac{4^n\cdot 3}{4^n}=3;$ г) $\frac{2\cdot 3^n+3^n}{2\cdot 3^{n+1}}=\frac{3^n(2+1)}{2\cdot 3\cdot 3^n}=\frac{3}{2\cdot 3}=0,5.$

481. а) $\frac{4^{n+2}-4^n}{15}=\frac{4^n(4^2-1)}{15}=\frac{4^n\cdot 15}{15}=4^n;$ б) $\frac{5^{n+1}+5^{n+3}}{26}=\frac{5^{n+1}(1+5^2)}{26}=\frac{5^{n+1}\cdot 26}{26}=5^{n+1};$

в) $\frac{3^n+1}{3^{-n}+1}=\frac{3^n+1}{\frac{1}{3^n}+1}=\frac{(3^n+1)3^n}{1+3^n}=3^n;$ г) $\frac{6^{-n}+6^n}{36^n+1}=\frac{6^{-n}(1+6^{2n})}{36^n+1}=\frac{1+36^n}{6^n(36^n+1)}=\frac{1}{6^n}.$

482. а) $\frac{x^{6n}y^{n+4}}{x^{2n}y^{n+5}}=\frac{x^{4n}}{y};$ б) $\frac{a^{3n}b^{3n-3}}{a^{2n}b^{n-5}}=a^nb^{2n+2};$ в) $\frac{x^{-2n}+x^n}{x^{-n}}=\frac{x^{-2n}(1+x^{3n})}{x^{-n}}=\frac{1+x^{3n}}{x^n};$

г) $\frac{a^{2n}-a^{-3n}}{a^{-2n}}=\frac{a^{-3n}(a^{5n}-1)}{a^{-2n}}=\frac{a^{5n}-1}{a^n}.$

483. а) $\frac{x^7+x^{12}}{x^{-3}+x^2}=\frac{x^7(1+x^5)}{x^{-3}(1+x^5)}=x^{10};$ б) $\frac{a^8+a^{12}}{a^{-8}+a^{-12}}=\frac{a^8(1+a^4)}{a^{-8}(1+a^4)}=a^{16};$

в) $\frac{x^4+2x^6+x^7}{2+x+x^{-2}}=\frac{x^6(x^{-2}+2+x)}{2+x+x^{-2}}=x^6;$ г) $\frac{x^4+3x^5+x^6}{x^{-4}+3x^{-5}+x^{-6}}=\frac{x^4(1+3x+x^2)}{x^{-6}(x^2+3x+1)}=x^{10}.$

484. а) $(a^{-1}-c^{-1}):\frac{a^2-c^2}{ac}=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\right)\cdot\frac{ac}{a^2-c^2}=\frac{(c-a)ac}{ac(a-c)(a+c)}=\frac{-1}{a+c};$

б) $(x^{-1}-y^{-1})^2\cdot(x-y)^{-2}=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)^2\cdot\frac{1}{(x-y)^2}=\frac{(y-x)^2}{x^2y^2}\cdot\frac{1}{(y-x)^2}=\frac{1}{x^2y^2};$

в) $\frac{1}{a^{-3}-x^{-3}}-\frac{1}{a^{-3}+x^{-3}}=\frac{1}{\frac{1}{a^3}-\frac{1}{x^3}}-\frac{1}{\frac{1}{a^3}+\frac{1}{x^3}}=\frac{a^3x^3}{x^3-a^3}-\frac{a^3x^3}{x^3+a^3}=$

$=\frac{a^3x^3(x^3+a^3-x^3+a^3)}{(x^3-a^3)(x^3+a^3)}=\frac{a^3x^3\cdot 2a^3}{x^6-a^6}=\frac{2a^6x^3}{x^6-a^6};$

г) $(a^{-2}+c^{-2})\cdot(a^2+c^2)^{-1}=\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{c^2}\right)\cdot\frac{1}{a^2+c^2}=\frac{(a^2+c^2)\cdot 1}{a^2c^2(a^2+c^2)}=\frac{1}{a^2c^2}.$

485. а) $(m^{-1}+n^{-1})^2+(m^{-1}-n^{-1})^2=\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{n}\right)^2=\frac{(n+m)^2}{m^2n^2}+\frac{(n-m)^2}{m^2n^2}=$

$=\frac{n^2+2mn+m^2+n^2-2mn+m^2}{m^2n^2}=\frac{2n^2+2m^2}{m^2n^2}.$

486. а) $(x-y)^{-2}(x^2-y^2)=\frac{x^2-y^2}{(x-y)^2}=\frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(x-y)}=\frac{x+y}{x-y};$

б) $(a^{-3}-b^{-3})^{-1}-(a^{-3}+b^{-3})^{-1}=\left(\frac{1}{a^3}-\frac{1}{b^3}\right)^{-1}-\left(\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}\right)^{-1}=\left(\frac{b^3-a^3}{a^3b^3}\right)^{-1}-\left(\frac{b^3+a^3}{a^3b^3}\right)^{-1}=$

$=\frac{a^3b^3}{b^3-a^3}-\frac{a^3b^3}{b^3+a^3}=\frac{a^3b^3(b^3+a^3-b^3+a^3)}{(b^3-a^3)(b^3+a^3)}=\frac{a^3b^3\cdot 2a^3}{b^6-a^6}=\frac{2a^6b^3}{b^6-a^6}.$

487. а) $2x^{-1}-x^{-1}=2;$ $\frac{2}{x}-\frac{1}{x}=2;$ $\frac{1}{x}=2;$ $\underline{x=\frac{1}{2}};$

б) $x^{-2}-x^{-1}=0;$ $\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=0;$ $\frac{1-x}{x}=0;$ $\begin{cases}1-x=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=1;$

в) $x^{-1}-4x^{-3}=2;$ $\frac{1}{x}-\frac{4}{x^3}=0;$ $\frac{x^2-4}{x^3}=0;$ $\begin{cases}x^2-4=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=\pm 2.$

488. а) $x^{-1}+x=2;$ $\frac{1}{x}+x-2=0;$ $\frac{1+x^2-2x}{x}=0;$ $\frac{(x-1)^2}{x}=0;$ $\begin{cases}x-1=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=1;$

б) $(2x-1)x^{-1}=x$; $\frac{2x-1}{x}-x=0$; $\frac{2x-1-x^2}{x}=0$; $\frac{x^2-2x+1}{x}=0$; $\begin{cases}(x-1)^2=0,\\ x\neq 0;\end{cases}$ $x=1$.

489. а) $\frac{c^{-2}}{c^{-2}-1}=\frac{1}{c^2\left(\frac{1}{c^2}-1\right)}=\frac{c^2}{c^2(1-c^2)}=\frac{1}{1-c^2}$.

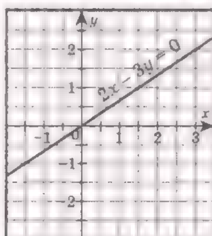
Значення даного виразу не може дорівнювати 0, бо чисельник дробу дорівнює 1. Значення даного виразу може дорівнювати 1, якщо знаменник дорівнює 1 (при $c=0$).

490. а) $(2x-3)(y+1)=2xy+2x-3y-3$; б) $(x-a)(y-b)=xy-xb-ay+ab$;
в) $(m+5)(n-m)=mn-m^2+5n-5m$; г) $(6-a)(2b-a)=12b-6a-2ab+a^2$.

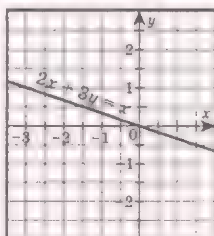
491. а) $16a^4-1=(4a^2-1)(4a^2+1)=(2a-1)(2a+1)(4a^2+1)$;
б) $81-x^{12}=3^4-(x^3)^4=(3^2-(x^3)^2)(3^2+(x^3)^2)=(3-x^3)(3+x^3)(9+x^6)$;
в) $(x^2+xy+y^2)^2-x^2y^2=(x^2+xy+y^2-xy)(x^2+xy+y^2+xy)=$
$=(x^2+y^2)(x+y)^2=(x^2+y^2)(x+y)(x+y)$;
г) $a^2b^2-(a^2+ab-b^2)^2=(ab-a^2-ab+b^2)(ab+a^2+ab+b^2)=$
$=-(a^2-b^2)(2ab+a^2-b^2)=-(a-b)(a+b)(2ab+a^2-b^2)$.

492. Зошитів — 130; блокнотів — 40; альбомів — 20; ручок — 70.

493. а) $2x-3y=0$
$y=\frac{2}{3}x$



б) $2x+3y=x$
$y=-\frac{x}{3}$



497. а) 700 000; б) 230 000 000; в) 47 000 000 000; г) 30 200 000 000 000.

498. а) 0,00000009; б) 0,0000000000035; в) 0,0000000019; г) 0,0000000000983.

499. а) $3{,}7\cdot 10^8$; ю) $4{,}25\cdot 10^9$; в) $1{,}002\cdot 10^9$.

500. а) $5{,}3\cdot 10^{-8}$; б) $2{,}7\cdot 10^{-10}$; в) $3{,}405\cdot 10^{-8}$.

501. 0,05 мм $=0{,}05\cdot 10^{-3}$ м $=5\cdot 10^{-5}$ м; 0,005 мм $=0{,}005\cdot 10^{-3}$ м $=5\cdot 10^{-6}$ м;
0,6 мм² $=0{,}6\cdot 10^{-6}$ м² $=6\cdot 10^{-7}$ м²; 0,0035 мм $=0{,}0035\cdot 10^{-3}$ м $=3{,}5\cdot 10^{-6}$ м;
$\frac{1}{20}$ мм² $=0{,}05$ мм² $=5\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-6}$ м² $=5\cdot 10^{-8}$ м².

502. $m_{землі}=5{,}98\cdot 10^{21}$ т; $m_{місяця}=7{,}35\cdot 10^{19}$ т.
$m_{землі}-m_{місяця}=(598\cdot 10^{19}-7{,}35\cdot 10^{19})$ т $=590{,}65\cdot 10^{19}$ т.

503. а) $2{,}6\cdot 10^3$ т $=2{,}6\cdot 10^3\cdot 10^6$ г $=2{,}6\cdot 10^9$ г;
б) $4{,}75\cdot 10^{12}$ см $=4{,}75\cdot 10^{12}\cdot 10^{-2}$ м $=4{,}75\cdot 10^{10}$ м;
в) $1{,}44\cdot 10^9$ г $=1{,}44\cdot 10^9\cdot 10^{-6}$ т $=1{,}44\cdot 10^3$ т;
г) $9{,}6\cdot 10^5$ см $=9{,}6\cdot 10^5\cdot 10^{-5}$ км $=9{,}6$ км.

504. а) $8\cdot 10^5+4\cdot 10^5=12\cdot 10^5=1{,}2\cdot 10^6$; б) $15\cdot 10^{-8}-8\cdot 10^{-8}=7\cdot 10^{-8}$;
в) $(2\cdot 10^7)\cdot 30=60\cdot 10^7=6\cdot 10^8$; г) $(8\cdot 10^{-9}):400=8:4\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-9}=2\cdot 10^{-11}$.

505. а) $(5{,}2\cdot 10^9)\cdot(5\cdot 10^{-2})=26\cdot 10^7=2{,}6\cdot 10^8$;
б) $8{,}4\cdot 10^6+5{,}6\cdot 10^6=14\cdot 10^6=1{,}4\cdot 10^7$;
в) $(9{,}6\cdot 10^{-12}):(3{,}2\cdot 10^{-16})=3\cdot 10^4$; г) $9{,}5\cdot 10^{-5}-8{,}6\cdot 10^{-5}=0{,}9\cdot 10^{-5}=9\cdot 10^{-6}$.

506. $5\cdot 10^6\cdot 8\cdot 10^9=40\cdot 10^{15}=4\cdot 10^{16}$.

507. а) $(4\cdot 10^{-12})^2=16\cdot 10^{-24}=1{,}6\cdot 10^{-23}$; $(4\cdot 10^{-12})^3=64\cdot 10^{-36}=6{,}4\cdot 10^{-35}$;
б) $(1{,}3\cdot 10^{-6})^2=1{,}69\cdot 10^{-12}$; $(1{,}3\cdot 10^{-6})^3=2{,}197\cdot 10^{-18}$.

508. $m = V \cdot \rho$, де $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3.

а) $m = (0{,}2^3 \cdot 2{,}7 \cdot 10^3)$ кг $= 0{,}0216 \cdot 10^3$ кг $= 21{,}6$ кг;

б) $m = ((10^{-2})^3 \cdot 2{,}7 \cdot 10^3)$ кг $= 2{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг;

в) $m = ((2{,}5 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 2{,}7 \cdot 10^3)$ кг $= 15{,}625 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}7 \cdot 10^3$ кг $=$
$= 42{,}1875 \cdot 10^{-3}$ кг $= 4{,}21875 \cdot 10^{-2}$ кг.

509. а) $3 \cdot 10^5 \cdot 5 = 15 \cdot 10^5 = 1{,}5 \cdot 10^6$;

б) 1 год = 3600 с $= 3{,}6 \cdot 10^3$ с; $3 \cdot 10^5 \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 = 10{,}8 \cdot 10^8 = 1{,}08 \cdot 10^9$.

510. а) $2{,}42 \cdot 10^6 \cdot 2$ м $= 4{,}84 \cdot 10^6$ м $= 4{,}84 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}$ км $= 4{,}84 \cdot 10^3$ км;
$6{,}10 \cdot 10^6 \cdot 2$ м $= 12{,}20 \cdot 10^6$ м $= 12{,}20 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}$ км $= 1{,}220 \cdot 10^4$ км;
$3{,}38 \cdot 10^6 \cdot 2$ м $= 6{,}76 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}$ км $= 6{,}76 \cdot 10^3$ км;
$7{,}13 \cdot 10^7 \cdot 2$ м $= 14{,}26 \cdot 10^7$ м $= 1{,}426 \cdot 10^8$ м $= 1{,}426 \cdot 10^5$ км;
$6{,}04 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-3}$ км $= 12{,}08 \cdot 10^4$ км $= 1{,}208 \cdot 10^5$ км;
$2{,}38 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-3}$ км $= 4{,}76 \cdot 10^4$ км; $2{,}22 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-3}$ км $= 4{,}44 \cdot 10^4$ км;

б) $3{,}26 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-3}$ т $= 3{,}26 \cdot 10^{20}$ т;
$4{,}88 \cdot 10^{24} \cdot 10^{-3}$ т $= 4{,}88 \cdot 10^{21}$ т;
$6{,}43 \cdot 10^{20}$ т; $1{,}90 \cdot 10^{27} \cdot 10^{-3}$ т $= 1{,}90 \cdot 10^{24}$ т;
$5{,}69 \cdot 10^{23}$ т; $8{,}69 \cdot 10^{22}$ т; $1{,}04 \cdot 10^{23}$ т;

в) Меркурій; Марс; Венера; Уран; Нептун; Сатурн; Юпітер;

г) Маса Нептура: $1{,}04 \cdot 10^{26}$ кг ($m_н$);
маса Меркурія: $3{,}26 \cdot 10^{23}$ кг ($m_м$). $1{,}04 \cdot 10^{26} : 3{,}26 \cdot 10^{23} \approx 319$ раз;

г) $2{,}38 \cdot 10^7$ м $= 23{,}8 \cdot 10^6$ м $> 3{,}38 \cdot 10^6$ м; $23{,}8 \cdot 10^6$ м $- 3{,}38 \cdot 10^6$ м $= 20{,}42 \cdot 10^6$ м;

д) $8{,}69 \cdot 10^{25} < 1{,}04 \cdot 10^{26} = 10{,}4 \cdot 10^{25}$; $2{,}38 \cdot 10^7 > 2{,}22 \cdot 10^7$.

511. а) $(1{,}5 \cdot 10^{-2}) \cdot (9{,}2 \cdot 10^{-4}) = 13{,}8 \cdot 10^{-6} = 1{,}38 \cdot 10^{-5}$;

б) $(5{,}7 \cdot 10^4) : (3{,}8 \cdot 10^{-3}) = 1{,}5 \cdot 10^7$;

в) $(1{,}56 \cdot 10^{-2}) : (2{,}6 \cdot 10^{-6}) = 0{,}6 \cdot 10^4 = 6{,}0 \cdot 10^3$;

г) $5{,}1 \cdot 10^5 - 2{,}9 \cdot 10^6 = 5{,}1 \cdot 10^5 - 29 \cdot 10^5 = -23{,}9 \cdot 10^5 = -2{,}39 \cdot 10^6$.

512. а) $1{,}8 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 = 18 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^3 = 24 \cdot 10^3 = 2{,}4 \cdot 10^4$;
$1{,}8 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^3 = 18 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^3 = 12 \cdot 10^3 = 1{,}2 \cdot 10^4$;
$1{,}8 \cdot 10^4 \cdot 6 \cdot 10^3 = 10{,}8 \cdot 10^7 = 1{,}08 \cdot 10^8$;
$1{,}8 \cdot 10^4 : 6 \cdot 10^3 = 0{,}3 \cdot 10 = 3$.

513. а) $6{,}5 \cdot 10^7 + 5 \cdot 10^6 = 65 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6 = 70 \cdot 10^6 = 7{,}0 \cdot 10^7$;
$6{,}5 \cdot 10^7 - 5 \cdot 10^6 = 65 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6 = 60 \cdot 10^6 = 6{,}0 \cdot 10^7$;
$6{,}5 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^6 = 32{,}5 \cdot 10^{13} = 3{,}25 \cdot 10^{14}$;
$6{,}5 \cdot 10^7 : 5 \cdot 10^6 = 1{,}3 \cdot 10$.

514. а) $1427 \approx 1430 = 1{,}43 \cdot 10^3$; б) $155{,}678 \approx 160 = 1{,}60 \cdot 10^2$;

в) $54{,}23 \approx 50{,}0 = 5{,}0 \cdot 10$; г) $4911{,}2 \approx 4910 = 4{,}910 \cdot 10^3$.

515. а) $157{,}415 \approx 157 = 1{,}57 \cdot 10^2$; б) $8901{,}5 \approx 8902 = 8{,}902 \cdot 10^3$;

в) $18{,}9 \approx 19 = 1{,}9 \cdot 10$; г) $315{,}5 \approx = 316 = 3{,}16 \cdot 10^2$.

516. а) $4{,}2 \cdot 10^6 > 3{,}95 \cdot 10^6$; б) $2{,}1 \cdot 10^{-6} > 2 \cdot 10^{-6}$;

в) $5{,}8 \cdot 10^9 = 58 \cdot 10^8 > 7{,}5 \cdot 10^8$; г) $7{,}3 \cdot 10^{-7} = 73 \cdot 10^{-6} > 6{,}4 \cdot 10^{-6}$;

г) $2{,}26 \cdot 10^{20} = 22{,}6 \cdot 10^{19} > 8{,}12 \cdot 10^{19}$; д) $4{,}71 \cdot 10^{-12} > 5 \cdot 10^{-13} = 0{,}5 \cdot 10^{-12}$.

517. а) $1000 \cdot a = a \cdot 10^3$, у числа a порядок -12, тому $3 - 12 = -9$.
Порядок числа $1000a$ дорівнює -9.

б) Порядок числа $0{,}0001a$ дорівнює -16 ($-12 - 4 = -16$).

в) Порядок числа $a \cdot 10^{15}$ дорівнює 3 ($15 - 12 = 3$).

г) Порядок числа $\dfrac{a}{10^{-20}} = a \cdot 10^{20}$ дорівнює 8 ($20 - 12 = 8$).

518. а) $xy = 3{,}7 \cdot 10^{11} \cdot 8{,}5 \cdot 10^{10} = 31{,}45 \cdot 10^{21} = 3{,}145 \cdot 10^{22}$;

б) $x : y = 3{,}7 \cdot 10^{11} : 8{,}5 \cdot 10^{10} = 0{,}44 \cdot 10 = 4{,}4$;

в) $3{,}7 \cdot 10^{11} + 8{,}5 \cdot 10^{10} = 37 \cdot 10^{10} + 8{,}5 \cdot 10^{10} = 45{,}5 \cdot 10^{10} = 4{,}55 \cdot 10^{11}$;

г) $3{,}7 \cdot 10^{11} - 8{,}5 \cdot 10^{10} = 37 \cdot 10^{10} - 8{,}5 \cdot 10^{10} = 28{,}5 \cdot 10^{10} = 2{,}85 \cdot 10^{11}$.

519. а) $2{,}8 \cdot 10^{-10}$ м; $6 \cdot 10^{-10}$ м; $3{,}75 \cdot 10^{-6}$ м; $1{,}7 \cdot 10^{-21}$ мг; $1 \cdot 10^{12}$;
$2{,}99792458 \cdot 10^8 \approx 3 \cdot 10^8$ м/с; $6{,}96 \cdot 10^8$ м; $5{,}10083000 \cdot 10^8$ км$^2 \approx 5{,}1 \cdot 10^8$ км^2;
$3{,}8400000 \cdot 10^8$ м $\approx 3{,}8 \cdot 10^8$ м; $1{,}496 \cdot 10^{11}$ м $\approx = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м;
б) $\approx 300\ 000\ 000$ м/с;
в) $696\ 000\ 000$ м $= 6{,}96 \cdot 10^8$ м;
$384\ 400\ 000$ м $= 3{,}844 \cdot 10^8$ м; $6{,}96 \cdot 10^8$ м $> 3{,}844 \cdot 10^8$ м;
г) $1{,}496 \cdot 10^{11}$ м $- 3{,}84 \cdot 10^8$ м $= 1496 \cdot 10^8 - 3{,}84 \cdot 10^8 = 1492{,}16 \cdot 10^8 =$
$= 1{,}49216 \cdot 10^{11}$, порядок — 11.

520. 1 м $= 10^{-3}$ км; $7{,}9 \cdot 10^3$ м/с $= 7{,}9 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3} = 7{,}9$ км/с;
$1{,}12 \cdot 10^4$ м/с $= 1{,}12 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}$ км/с $= 1{,}12 \cdot 10$ км/с;
$1{,}667 \cdot 10^4$ м/с $= 1{,}667 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3}$ км/с $= 1{,}667 \cdot 10$ км/с.

521. $1\text{ с} = \dfrac{1}{3600}\text{ год} = \dfrac{1}{36} \cdot 10^{-2}$ год; 1 год = 3600 с;

$7{,}9 \cdot 10^3 \cdot 3600 = 28\ 440 \cdot 10^3$ м $\approx 2{,}8 \cdot 10^7$ (м);

522. $v = 3 \cdot 10^8$ м/с, 1 рік — 365 днів, 1 день — 24 год, 1 год — 3600 с.
$s = v \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 946\ 080 \cdot 10^8 \cdot 10^2 \approx = 9{,}5 \cdot 10^{15}$ (м);

$$t = \frac{10 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = \frac{1}{3 \cdot 10^4} \approx 0{,}3 \cdot 10^{-4} = 3 \cdot 10^{-5}\ (\text{с}).$$

523. а) $2{,}5 \cdot 10^3$ м$^2 = 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10^4$ см$^2 = 2{,}5 \cdot 10^7$ см^2;
$2{,}5 \cdot 10^3$ м$^2 = 2{,}5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6}$ км$^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ км^2;
б) $3{,}7 \cdot 10^2$ м$^3 = 3{,}7 \cdot 10^2 \cdot 10^6$ см$^3 = 3{,}7 \cdot 10^8$ см^3;
$3{,}7 \cdot 10^2$ м$^3 = 3{,}7 \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}$ км$^3 = 3{,}7 \cdot 10^{-7}$ км^3.

524. $1{,}90 \cdot 10^{27}$ кг (Юпітер) $> 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг (Земля)
$1{,}90 \cdot 10^{27} : 5{,}98 \cdot 10^{24} \approx 0{,}33 \cdot 10^3 = 3{,}3 \cdot 10^2$ (раз).

525. $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3; $V = 1{,}5 \cdot 8 \cdot 10^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 24 \cdot 10^{-4}$ (м^3) $= 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3;
$m = \rho \cdot V = 7{,}8 \cdot 10^3 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-3} = 18{,}72 \cdot 10^0 = 1{,}872 \cdot 10$ (кг) ≈ 19 кг.

526. а) Нехай x — перше число, y — друге число. За умовою $x + y = 1{,}5$; $x - y = 0{,}5$.

$+\begin{cases} x + y = 1{,}5, \\ x - y = 0{,}5; \end{cases}$ $2x = 2$; $x = 1$, тоді $y = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.

$xy = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$; $x : y = 1 : 0{,}5 = 2$.

б) $\begin{cases} x + y = a, \\ x - y = b; \end{cases}$ $2x = a + b$; $\underline{x = \dfrac{a+b}{2}}$; $\dfrac{a+b}{2} - b = y$; $\underline{y = \dfrac{a-b}{2}}$;

$$xy = \frac{a+b}{2} \cdot \frac{a-b}{2} = \frac{a^2 - b^2}{4}; \quad x : y = \frac{a+b}{2} : \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{a-b}.$$

527. $s = v \cdot t$, 1 год = 3600 с; 1 км = 1000 м;

$$t = \frac{s}{v}; \quad v = 90\text{ км/год} = \frac{90 \cdot 1000}{3600} = \frac{300}{12} = 25\text{ м/с}. \quad t = \frac{50}{25} = 2\ (\text{с}).$$

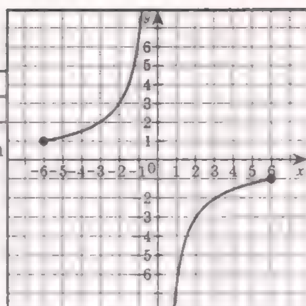
За 2 с він пробіжить 50 км зі швидкістю 90 км/год.

528. а) $|2x - 1| = 5$; $2x - 1 = 5$ або $2x - 1 = -5$; $x = 3$ або $x = -2$;
б) $|6 - x| = 2x$, $x \ge 0$; $6 - x = 2x$ або $6 - x = -2x$; $x = 2$ або $x = -6$, але $x \ge 0$, тому $x = 2$.

529. а) $(x^n + 1)^2 = x^{2n} + 2x^n + 1$;
б) $(x^{n-1} - x)^2 = x^{2n-2} - 2x^{n-1} \cdot x + x^2 = x^{2n-2} - 2x^n + x^2$;
в) $(0{,}5y^m + y^{2m})^2 = 0{,}25y^{2m} + 2 \cdot 0{,}5y^m \cdot y^{2m} + y^{4m} = 0{,}25y^{2m} + y^{3m} + y^{4m}$;
г) $\left(\dfrac{1}{4}b^n - 2b^2\right)^2 = \dfrac{1}{16}b^{2n} - 2 \cdot \dfrac{1}{4}b^n \cdot 2b^2 + 4b^4 = \dfrac{1}{16}b^{2n} - b^{n+2} + 4b^4$.

535. $s = xy$, $y = \dfrac{s}{x}$; $y = \dfrac{60}{x}$. **536.** $U = I \cdot R$, $I = \dfrac{U}{R}$

537. $y = \frac{-6}{x}$, $-6 \le x \le 6$.



x	−6	−3	−2	−1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	−6	−3	−2	−1

Графіком функції $y = \frac{-6}{x}$ є гіпербола, яка розташована у II і IV чвертях.

538. $y = \frac{12}{x}$, $x \in N$, $x < 13$.

x	1	2	3	4	5	6
y	12	6	4	3	2,4	2
x	7	8	9	10	11	12
y	$1\frac{5}{7}$	1,5	$1\frac{1}{3}$	1,2	$1\frac{1}{11}$	1

2 : 3 = 4 : 6;
4 : 5 = 2,4 : 3;
6 : 8 = 1,5 : 2.

539. $y = \frac{16}{x}$

x	−32	−16	−2	−0.5	1	2	4	8
y	$-\frac{1}{2}$	−1	−8	−32	16	8	4	2

540. $y = -\frac{10}{x}$; $x = -1000$, $y = \frac{1}{100}$; $x = -100$, $y = \frac{1}{10}$; $x = 0,1$, $y = -100$; $x = 0,02$, $y = -500$; $x = 50$, $y = -0,2$; $y = -100$, $x = 0,1$; $y = -40$, $x = 0,25$; $y = 2$, $x = -5$; $y = 100$, $x = -0,1$; $y = 200$, $x = -0,05$.

541. $y = \frac{10}{x}$. $x = 0,2$; $y = \frac{10}{0,2} = \frac{100}{2} = 50$; $y = -5$; $x = \frac{10}{-5} = -2$;

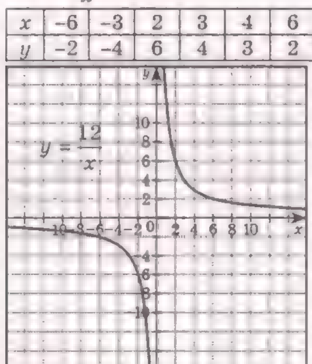
542. $y = -\frac{4}{x}$. а) $x = -5$; $y = -0,8$; $x = -4$; $y = 1$; $x = -1$; $y = 4$; $x = -0,8$; $y = 5$; $x = 1,6$; $y = -2,5$; $x = 2$; $y = -2$; $x = 4$; $y = -1$;

б) $y = -4$; $x = 1$; $y = -2,6$; $x \approx 1,5$; $y = -2$; $x = 2$; $y = 0,8$; $x = -5$; $y = 1$; $x = -4$; $y = 1,6$; $x = -2,5$; $y = 5$; $x = -0,8$.

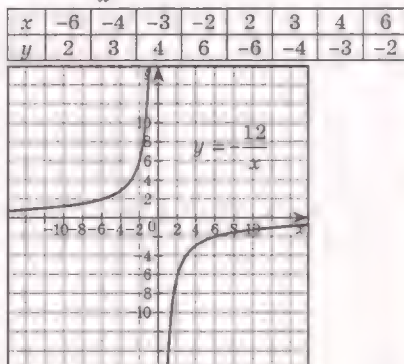
543. $y = -\frac{8}{x}$, $yx = -8$. Графіку даної функції належать точки: $A(-8;\ 1)$, $D(0,01;\ -800)$, $E(-32;\ 0,25)$; $G(100;\ -0,08)$.

544. а) $y = \frac{12}{x}$ б) $y = -\frac{12}{x}$

x	−6	−3	2	3	4	6
y	−2	−4	6	4	3	2

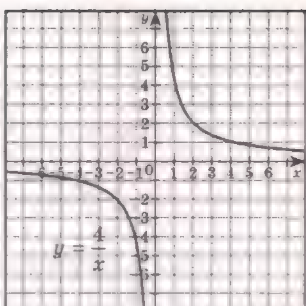


x	−6	−4	−3	−2	2	3	4	6
y	2	3	4	6	−6	−4	−3	−2



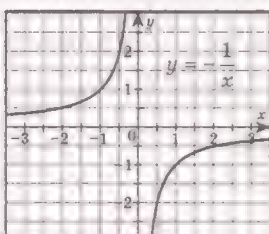
в) $y = \frac{4}{x}$

x	–4	–2	–1	1	2	4	3	–3
y	–1	–2	–4	4	2	1	$1\frac{1}{3}$	$-1\frac{1}{3}$



г) $y = -\frac{1}{x}$

x	0,25	0,2	0,4	0,5	1	–0,5	–0,4	–0,2	–1
y	–4	–5	–2,5	–2	–1	2	2,5	5	1



545. а) $y = \frac{0,5}{x}$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$;

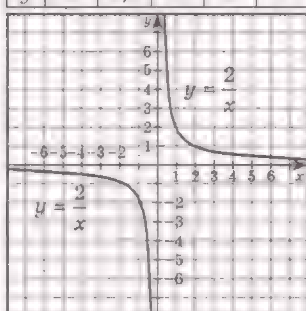
б) $y = \frac{3}{x+1}$, $x + 1 \neq 0$, $x \neq -1$, $x \in (-\infty;\ -1) \cup (-1;\ +\infty)$;

в) $y = -\frac{5}{x-5}$, $x - 5 \neq 0$, $x \neq 5$; $x \in (-\infty;\ 5) \cup (5;\ +\infty)$;

г) $y = \frac{1}{x} - 2$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

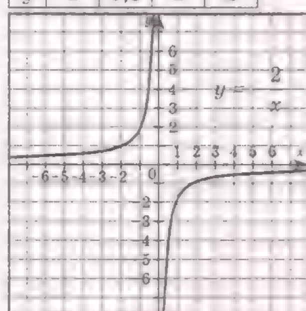
546. а) $y = \frac{2}{x}$

x	–1	–0,8	–0.5	–0,4	–0,2
y	–2	–2,5	–4	–5	–10
x	1	0,8	0,5	0,4	2
y	2	2,5	4	5	1



б) $y = -\frac{2}{x}$

x	2	2,5	1	0,5
y	–1	–0,8	–2	–4
x	–2	–2,5	–1	–0,5
y	1	0,8	2	4



547. а) $y = \frac{1}{2x}$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$; б) $y = \frac{8}{x}$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$;

в) $y = \frac{12}{x - 5x}$, $x - 5x \neq 0$, $x(x-5) \neq 0$, $x \neq 0$ або $x \neq 5$; $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ 5) \cup (5;\ +\infty)$;

г) $y = \frac{4}{3x} - \frac{3}{2x}$; $y = \frac{8-9}{6x}$; $y = \frac{-1}{6x}$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$;

ґ) $y = \frac{3}{x} + 1$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$; д) $y = 2 - \frac{1}{x}$, $x \in (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$;

е) $y = \frac{1}{x-2}$, $x - 2 \neq 0$, $x \neq 2$, $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$;

є) $y = \frac{16}{x+4}$, $x + 4 \neq 0$, $x \neq -4$, $x \in (-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$.

548. $y = \frac{8}{x}$.

x	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
y	1	2	4	8	16	32	64

549. Якщо графік функції перетинає вісь ординат, тоді $x = 0$, що неможливо, бо область визначення функції $y = \frac{8}{x}$ не містить $x = 0$.

Отже, графік даної функції не перетинає вісь ординат.

Якщо графік функції перетинає вісь Ox, тоді $y = 0$, що неможливо, бо $xy = 8$, $x \cdot 0 = 0$, $0 \neq 8$. Отже, графік даної функції не перетинає вісь Ox.

550. $k = xy$; а) $k = 1 \cdot 1 = 1$; б) $k = 2 \cdot 3 = 6$; в) $k = 1 \cdot (-3) = -3$.

551. а) Мал. 29. $2 \cdot 6 = 12$; $3 \cdot 4 = 12$, тобто $xy = 12$, $y = \frac{12}{x}$;

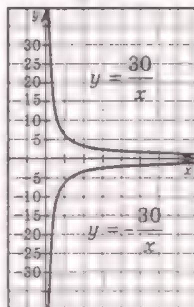
б) Мал. 30. $2 \cdot (-2) = -4$; $4 \cdot (-1) = -4$, тобто $xy = -4$, $y = -\frac{4}{x}$.

552. $y = \frac{k}{x}$, $A(2; 1)$ належить графіку даної функції, тобто $1 = \frac{k}{2}$; $k = 2$, $y = \frac{2}{x}$.

Графік отриманої функції проходить через точки: B, C, K.

553. $y = \frac{k}{x}$, $A(-3; 3)$ належить графіку даної функції, тобто $3 = \frac{k}{-3}$; $k = -9$, $y = \frac{-9}{x}$.

$B(3; -3)$, $-3 = \frac{k}{3}$; $k = -9$, тобто $y = -\frac{9}{x}$, тобто графік функції $y = \frac{-9}{x}$ проходить через точку $B(3; -3)$.



554. $y = \frac{30}{x}$ і $y = -\frac{30}{x}$, $x > 0$.

$y = \frac{30}{x}$, $x > 0$, графік цієї функції належить I чверті, а графік функції $y = -\frac{30}{x}$, $x > 0$, належить IV чверті.

555. $s = v \cdot t$, $t = \frac{s}{v}$. Так, час, який витрачає поїзд за умовою задачі, обернено пропорційний швидкості $\left(t = \frac{10}{v}\right)$.

556. Потужність одного трактора — $\frac{1}{x}$, трьох — $\frac{3}{x}$.

Нехай вся робота — 1, тоді $\left(\frac{3}{x}\right) \cdot 48 = 1$; $\frac{3}{x} = \frac{1}{48}$; $\frac{1}{x} = \frac{1}{144}$. Коли працюють чотири трактори, то маємо рівняння: $\frac{4}{x} \cdot t = 1$; $4 \cdot \frac{1}{144} = \frac{1}{t}$; $t = 36$. Чотири трактори виконають цю роботу за 36 годин.

557. $s = v \cdot t$.

1) $s = 72$ км, 6 год $\cdot$ 12 км/год = 72 км; 36 км/год $\cdot$ 2 год = 72 км;

2) $t_1 = \frac{s}{v_1} = \frac{72 \text{ км}}{6 \text{ км/год}} = 12$ год; $t_2 = \frac{72 \text{ км}}{30 \text{ км/год}} = 2,4$ год; $t_3 = \frac{72 \text{ км}}{60 \text{ км/год}} = 1,2$ год;

3) $v_1 = \frac{s}{t_1} = \frac{72\text{ км}}{1\text{ год}} = 72$ км/год; $v_2 = \frac{s}{t_2} = \frac{72\text{ км}}{2\text{ год}} = 36$ км/год;

$v_3 = \frac{s}{t_3} = \frac{72\text{ км}}{10\text{ год}} = 7,2$ км/год.

558. $P = \frac{F}{S}$, так.

560. $m_1 = m_2 = m$; $\gamma_1 = \frac{m_1}{V_1}$; $\gamma_2 = \frac{m_2}{V_2}$;

$\gamma_1 = 8,6$ г/см²; $\gamma_2 = 2,6$ г/см³;

$V_1 = \frac{m_1}{\gamma_1} = \frac{m\text{ г}}{8,6\text{ г/см}^3}$;

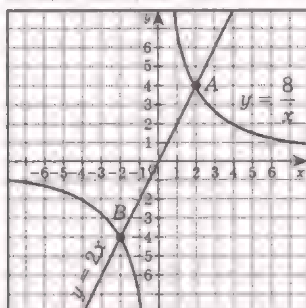
$V_2 = \frac{m_2}{\gamma_2} = \frac{m\text{ г}}{2,6\text{ г/см}^3}$; $V_1 < V_2$.

$\frac{m}{2,6} : \frac{m}{8,6} = \frac{m \cdot 8,6}{m \cdot 2,6} = \frac{86}{26} \approx 3,3.$

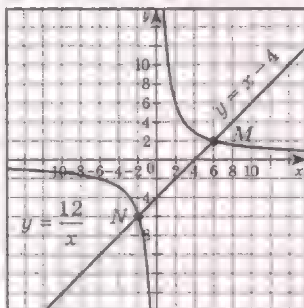
Отже, $V_2 > V_1$ в 3,3 рази.

561. $\frac{6}{x} = 5 - x$, якщо $x = 2$, $x = 3$.

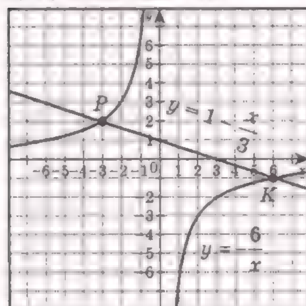
562. а) $A(2; 4)$, $B(-2; -4)$.



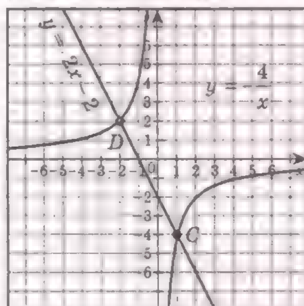
б) $M(6; 2)$, $N(-2; -6)$.



в) $P(-3; 2)$, $K)6; -1)$.

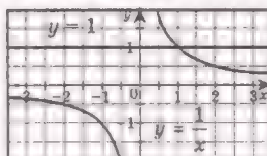


г) $D(-2; 2)$, $C(1; -4)$.



563. $\begin{cases} y = \frac{?}{x}, \\ y = ?; \end{cases}$ $\begin{cases} 1 = \frac{?}{1}, \\ y = 1; \end{cases}$

$? \to 1$, $y = \frac{1}{x}$.



564. а) $\begin{cases} 4 = \frac{k}{3}, \\ 4 = k \cdot 3 + b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = 12, \\ 4 = 36 + b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = 12, \\ b = -32. \end{cases}$ Отже, $k = 12$, $b = -32$.

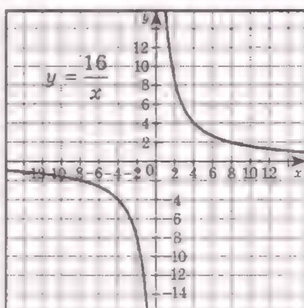
б) $\begin{cases} 6 = \frac{k}{-4}, \\ 6 = -4k + b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = -24, \\ 6 = 96 + b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = -24, \\ b = -90. \end{cases}$

Отже, $k = -24$, $b = -90$.

в) $\begin{cases} -8 = \frac{k}{-1}, \\ -8 = -k + b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = 8, \\ -8 = -8 + b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = 8, \\ b = 0. \end{cases}$

Отже, $k = 8$, $b = 0$.

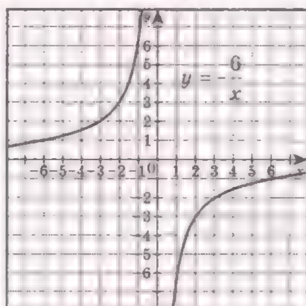
г) $-2 = \frac{k}{2}$; $k = -4$; $-2 = -4 \cdot 2 + b$; $b = 6$.

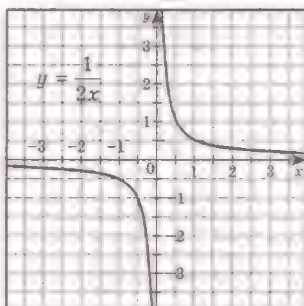


565. а) $\frac{1}{4}xy = 4$, $x \neq 0$, $y \neq 0$; $xy = 16$, $y = \frac{16}{x}$;

б) $xy = -6$, $y = -\frac{6}{x}$;

в) $2xy = 1$, $y = \frac{1}{2x}$;





566. а) $y = \frac{32}{(2-x)^2 - (2+x)^2}$.

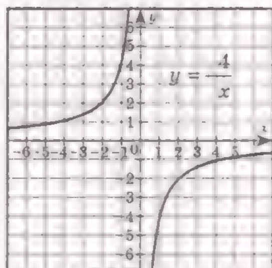
Виконаємо тотожні перетворення у лівій частині рівності:

$\frac{32}{(2-x)^2 - (2+x)^2} = \frac{32}{(2-x-2-x)(2-x+2+x)} =$

$= \frac{32}{-2x \cdot 4} = -\frac{4}{x}$,

тобто $y = -\frac{4}{x}$; $D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

Графіком заданої функції є гіпербола (II і IV чверті).

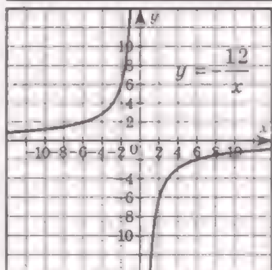


б) $y = \frac{48}{(x-1)^2 - (x+1)^2}$; $(x-1)^2 - (x+1)^2 \neq 0$;

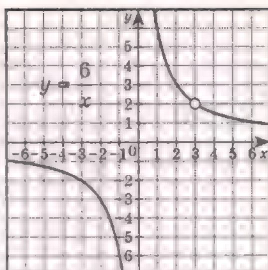
$(x - 1 - x - 1)(x - 1 + x + 1) \neq 0$;

$-2 \cdot 2x \neq 0$; $x \neq 0$; $D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

$y = \frac{48}{-4x}$; $y = -\frac{12}{x}$. Графіком заданої функції є гіпербола (II і IV чверті).



567. а) $y = \dfrac{3x(x+2) - 3x^2 - 18}{x(x-3)}$; $x(x-3) \neq 0$; $x \neq 0$

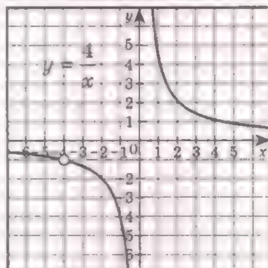


або $x \neq 3$; $D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ 3) \cup (3;\ +\infty)$.

$y = \dfrac{3x^2 + 6x - 3x^2 - 18}{x(x-3)}$; $y = \dfrac{6x - 18}{x(x-3)}$;

$y = \dfrac{6(x-3)}{x(x-3)} = \dfrac{6}{x}$. Графіком заданої функції є гіпербола (I і III чверті), причому при $x = 0$ і $x = 3$ значень функції не існує.

б) $y = \dfrac{16 + 7x}{x^2 + 4x} - \dfrac{3}{x+4}$; $x(x+4) \neq 0$; $x \neq 0$



або $x \neq -4$; $D(y) = (-\infty;\ -4) \cup (-4;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

$y = \dfrac{16 + 7x - 3x}{x(x+4)}$; $y = \dfrac{4x + 16}{x(x+4)}$; $y = \dfrac{4}{x}$.

Графіком заданої функції є гіпербола (I і III чверті), причому при $x = 0$ і $x = -4$ значень y не існує.

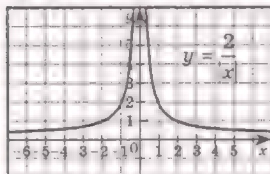
568.

а) $y = \dfrac{2}{|x|}$.

Якщо $x > 0$, то $y = \dfrac{2}{x}$.

Якщо $x < 0$, $y = -\dfrac{2}{x}$.

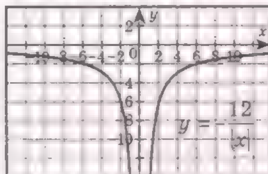
Графік симетричен відносно осі Oy.



б) $y = -\dfrac{12}{|x|}$.

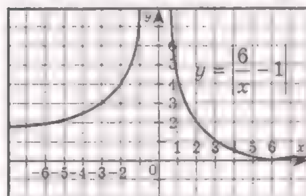
Якщо $x > 0$, то $y = -\dfrac{12}{x}$. Якщо $x < 0$, то $y = \dfrac{12}{x}$.

Графік симетричен відносно осі Oy.



в) $y = \left|\dfrac{6}{x} - 1\right|$, $x \neq 0$, $y \geq 0$.

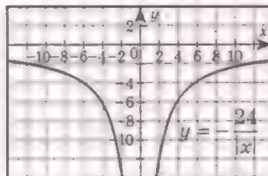
$y = \dfrac{6}{x} \to$ $y = \dfrac{6}{x} - 1 \to$ $y = \left|\dfrac{6}{x} - 1\right|$;



г) $y = -\dfrac{24}{|x|}$, $x \neq 0$, $y \leq 0$.

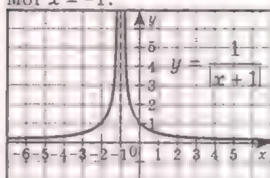
1) $x > 0$, $y = -\dfrac{24}{x}$; 2) $x < 0$, $y = \dfrac{24}{x}$.

Графік симетричен відносно осі Oy.



ґ) $y = \frac{1}{|x+1|}$; $x \neq -1$.

Графік симетричен відносно прямої $x = -1$.

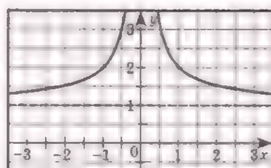


д) $y = \frac{1}{|x|} + 1$; $x \neq 0$.

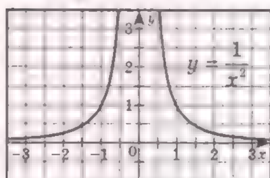
$y = \frac{1}{x} \to \ y = \frac{1}{|x|} \to \ y = \frac{1}{|x|} + 1$;

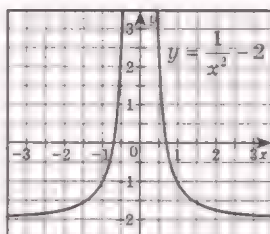
$x > 0,\ y = \frac{1}{x} + 1$; $x < 0,\ y = -\frac{1}{x} + 1$.

Графік симетричен відносно осі Oy.



е) $y = \frac{1}{x^2}$; $x \neq 0$.

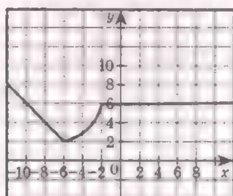




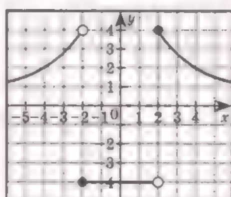
є) $y = x^{-2} - 2$, $x \neq 0$.

$y = \frac{1}{x^2} - 2$.

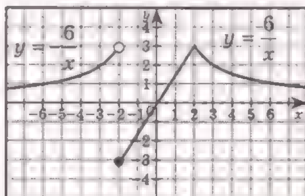
569. а) $y = \begin{cases} -x - 4, & x < -6, \\ -\frac{12}{x}, & -6 \le x < -2, \\ 6, & x \ge -2. \end{cases}$



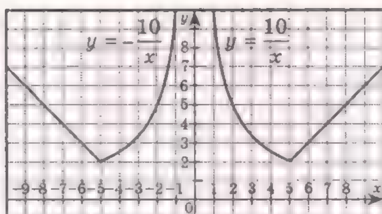
б) $y = \begin{cases} -\frac{8}{x}, & x < -2, \\ -4, & -2 \le x < 2, \\ \frac{8}{x}, & x \ge 2. \end{cases}$



570 а) $\begin{cases} -\frac{6}{x}, & x < -2, \\ 1,5x, & -2 \le x < 2, \\ \frac{6}{x}, & x \ge 2. \end{cases}$



б) $\begin{cases} -x-3, \ x < -5, \\ -\dfrac{10}{x}, \ -5 \le x < 0, \\ \dfrac{10}{x}, \ 0 < x \le 5, \\ x-3, \ x \ge 5. \end{cases}$



571. а) $3^3 + 2^3 = 27 + 8 = 35$; $(3 + 2)^3 = 5^3 = 125$; $(3 + 2)^3 > 3^3 + 2^3$;

б) $5^3 - 2^3 = 125 - 8 = 117$; $(5 - 2)^3 = 3^3 = 27$; $5^3 - 2^3 > (5 - 2)^3$;

в) $\frac{7^3 + 5^3}{2} = \frac{343 + 125}{2} = \frac{468}{2} = 234$; $\left(\frac{7+5}{2}\right)^3 = 6^3 = 216$; $\left(\frac{7+5}{2}\right)^3 < \frac{7^3 + 5^3}{2}$.

572. а) $-4x(x^2 - x - 3) + 2x(2x^2 + x - 5) = -4x^3 + 4x^2 + 12x + 4x^3 + 2x^2 - 10x =$
$= 6x^2 + 2x = 2x(3x + 1)$.

Якщо $x = -3$, то $2 \cdot (-3) \cdot (3 \cdot (-3) + 1) = -6 \cdot (-9 + 1) = 48$;

б) $3a(4a^2 - 3a) - 6(4 + 2a^3) - 5a(2 - 5a) = 12a^3 - 9a^2 - 24 - 12a^3 - 10a + 25a^2 =$
$= 16a^2 - 10a - 24 = 4(4a^2 - 2{,}5a - 6)$.

Якщо $a = \frac{1}{2}$, то $4 \cdot \left(4 \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} - 6\right) = 4 \cdot \left(1 - 1\frac{1}{4} - 6\right) = 4 \cdot \left(-6\frac{1}{4}\right) = -25$;

д) $(5a(a - 4b) + 12ab) \cdot 2b + 16ab^2 = (5a^2 - 20ab + 12ab) \cdot 2b + 16ab^2 =$
$= 10a^2b - 40ab^2 + 24ab^2 + 16ab^2 = 10a^2b$.

Якщо $a = 3$, $b = 1{,}2$ то $10 \cdot 9 \cdot 1{,}2 = 12 \cdot 9 = 108$.

573. Складемо пропорцію: 60 т/га — 4,3 т біоетанолу;
x т/га — 5 т біоетанолу;

$x = \frac{60 \cdot 5}{4{,}3} = \frac{3000}{43} \approx 70$ (т/га). *Відповідь:* 70 т/га.

574. 4,5 млн т $= 4{,}5 \cdot 10^6$ т, 7 % = 0,07.

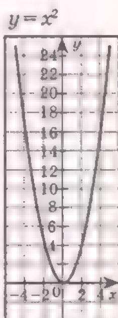
Знайдемо, який кількості біоетанолу відповідають 7 %:

$4{,}5 \cdot 10^6 \cdot 0{,}07 = 4{,}5 \cdot 10^4 \cdot 7 = 31{,}5 \cdot 10^4 = 315\ 000$ (т).

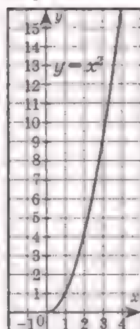
Відповідь: 315 000 т.

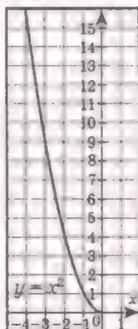
580. $y = x^2$

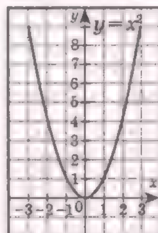
x	–5	–4,5	–3	–1,5	–1	0
y	25	20,25	9	2,25	1	0
x	0,5	2	2,5	3,5	4	5
y	0,25	4	6,25	12,25	16	25



581. а) $y = x^2$, $0 \le x \le 4$ б) $y = x^2$, $-4 \le x \le 0$ в) $y = x^2$, $-3 \le x \le 3$







582. а)

x	$-2,6$	$-1,7$	$-0,9$	$1,4$
y	$\approx 6,8$	$\approx 2,9$	$\approx 0,8$	$\approx 1,9$

б)

x	$\approx 1,4$	$\approx 1,7$	2	$\approx 2,24$	$\approx 2,5$
y	2	3	4	5	6

583. а)

x	$1,2$	$3,1$	$2,3$
y	$\approx 1,4$	$\approx 9,1$	$\approx 5,3$

б)

x	2	$\approx 2,2$	$\approx 2,5$
y	4	5	6

в) $y < 5$, x: -2; -1; 0; 1; 2;

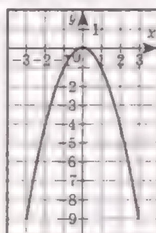
г)

x	$\approx 2,6$	$\approx 2,5$	$\approx 2,2$	2	$\approx 1,7$	$\approx 1,4$	1	0
y	7	6	5	4	3	2	1	0

584. $y = x^2$, $A(5;\ 25)$ — так; $B(-5;\ 25)$ — так; $C(5;\ -25)$ — ні.

585. $y = x^2$. Графіку функції належать точки:

$A(0,1;\ 0,01)$, $C(-10;\ 100)$, $D(-1,1;\ 1,21)$, $E\left(1\frac{1}{2};\ 2\frac{1}{4}\right)$.



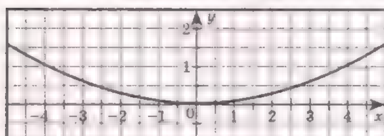
586.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y=-x^2$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9

587. $S_{\text{кв.}} = a^2$, $P = 4a$, $a = \frac{P}{4}$, тоді $S = \left(\frac{P}{4}\right)^2 = \frac{P^2}{16} = \frac{1}{16}P^2$,

тобто $y = \frac{1}{16}x^2$.

x	0	1	4	-1	-4	2	-2
y	0	$\frac{1}{16}$	1	$\frac{1}{16}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$



588. Якщо одна сторона прямокутника x, то друга $2x$, тоді $S = 2x \cdot x = 2x^2$, $S = 2x^2$.

589. $S = \frac{1}{2}a^2$.

a	1	2	3	4	5	6	7	8
S	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	$\frac{25}{2}$	18	$\frac{49}{2}$	32

590. а) $y = x^2$ і $y = x + 2$, $x^2 = x + 2$, $x^2 - x - 2 = 0$, $x = 2$, $x = -1$.
У двох точках перетинаються графіки даних функцій: $A(-1;\ 1)$ і $B(2;\ 4)$.

б) $y = x^2$ і $y = -2x + 4$, $x^2 -= 2x + 4$, $x^2 - 2x - 4 = 0$, $D = 4 - 4 \cdot (-4) \cdot 1 = 4 + 16 = 20$, $20 > 0$. У двох точках перетинаються графіки даних функцій.

в) $y = x^2$ і $y = x^{-1}$. Графіки функцій $y = x^2$ і $y = \frac{1}{x}$ мають одну спільну точку у I чверті, $A(1;\ 1)$.

г) $y = x^2$ і $y = -3x$, $x^2 = -3x$, $x^2 + 3x = 0$, $x(x + 3) = 0$, $x = 0$, $x = -3$. У двох точках перетинаються графіки даних функцій: $A(0;\ 0)$ і $B(-3;\ 9)$.

591. $x^2 = 2x + 3$, $x^2 - 2x - 3 = 0$, $x = 3$, $x = -1$.

592. $x^2 = \frac{8}{x}$, $x = 2$. Графіки функцій $y = x^2$ і $y = 8x^{-1}$ перетинаються у точці $A(2;\ 4)$.

593. а) $y = 1$ і $y\ \ x^2$, їх графіки перетинаються у точках $(-1;\ 1)$ і $(1;\ 1)$;

б) $y = -1$ і $y = -x^2$, їх графіки перетинаються у точках $(-1;\ -1)$ і $(1;\ -1)$;

в) $y = 8$ і $y = x^2$, їх графіки перетинаються у точках $\left(-\sqrt{8};\ 8\right)$ і $\left(\sqrt{8};\ 8\right)$;

г) $y = -8$ і $y = -x^2$, їх графіки перетинаються у точках $\left(-\sqrt{8};\ -8\right)$ і $\left(\sqrt{8};\ -8\right)$;

ґ) $y = 1000$ і $y = x^2$, їх графіки перетинаються у точках
$(-10\sqrt{10}; 1000)$ і $(10\sqrt{10}; 1000)$;

д) $y = -1000$ і $y = -x^2$, їх графіки перетинаються у точках
$(-10\sqrt{10}; -1000)$ і $(10\sqrt{10}; -1000)$.

594. $y = x^2$, для будь-якого значення x завжди знайдеться значення y, бо $D(y) = (-\infty; +\infty)$, тому пряма $x = a$ перетинає графік функції, якщо $a \in (-\infty; +\infty)$. Якщо маємо пряму $y = m$, то для $m < 0$ ця пряма не перетинає графік функції $y = x^2$, бо $E(y) = [0; +\infty)$.

595. $y = x^2$, $y < 9$, якщо $x^2 < 9$, тобто $|x| < 3$, $-3 < x < 3$. $y > 9$, якщо $x^2 > 9$, тобто $|x| > 3$, $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$.

596. $y = x^2$, $y = c$, $x^2 = c$. Якщо $x = 5$, то $c = 25$.
Друга точка — $(-5; 25)$.

597. $y(1) = 1$, $y(2) = 4$, $y(3) = 9$, $y(4) = 16$. Отже, $4 - 1 = 3$, $16 - 9 = 7$, тому на проміжку від 3 до 4 функції зростає швидше.

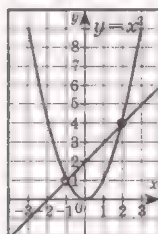
598. $y = x^2$ — графіком функції є парабола; $y = |x|$ — графіком функції є сукупність двох променів, які мають спільну точку $(0; 0)$ — початок.
Обидва графіки симетричні відносно осі Oy.
Якщо $x \in (-\infty; +\infty)$, то $y \geq 0$ і для $y = x^2$ і $y = |x|$, точка $(0; 0)$ належить цим графікам.
Функція $y = x^2$ для $x \geq 0$ зростає швидше, ніж функція $y = |x|$. Функція $y = x^2$ для $x < 0$ спадає швидше, ніж функція $y = |x|$.

599. $S_{кр.} = \pi R^2$, $R > 0$. Нехай $\pi \approx 3$.

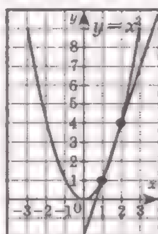
R	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
S	0,03	0,12	0,27	0,48	0,75	1,08

600. а) $x^2 = -\frac{1}{3}x - 1$, ні; 2) $x^2 + 3 = x$, ні; в) $\frac{4}{x} = x^2$, так.

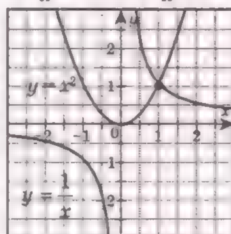
601. а) $x^2 = x + 2$;
$x = -1$; $x = 2$



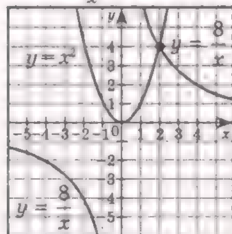
б) $x^2 = 3x - 2$;
$x = 1$; $x = 2$



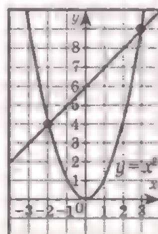
в) $\frac{1}{x} - x^2 = 0$; $\frac{1}{x} = x^2$; $x = 1$



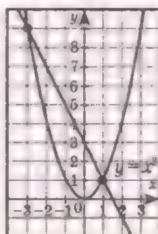
г) $x^2 = \frac{8}{x}$; $x = 2$



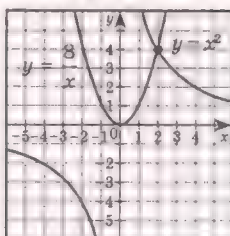
ґ) $x^2 - x = 6$, $x^2 = x + 6$;
$x = -2$, $x = 3$



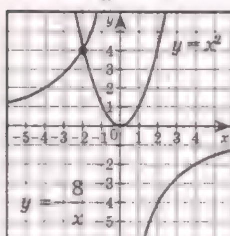
д) $x^2 + 2x - 3 = 0$,
$x^2 - 3 - 2x$; $x = -3$, $x = 1$



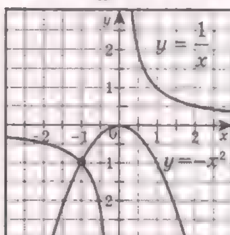
602. а) $x^2 = \frac{8}{x}$; $x = 2$;



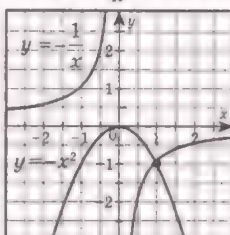
б) $x^2 = -\frac{8}{x}$; (рис.) $x = -2$



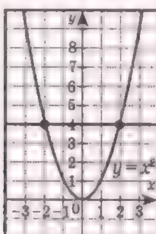
в) $-x^2 = \frac{1}{x}$; $x = -1$;



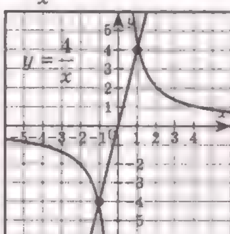
г) $-x^2 = -\frac{1}{x}$; $x = 1$.



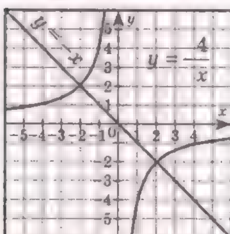
603. а) $x^2 - 4 = 0$, $x^2 = 4$;
$x = -2$, $x = 2$



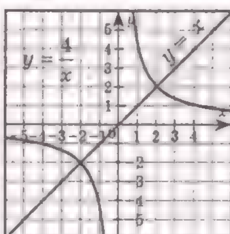
б) $\frac{4}{x} = 4x$; $x = 1$, $x = -$;



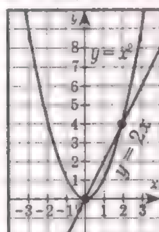
в) $-\frac{4}{x} = -x$; $x = -2$, $x = 2$



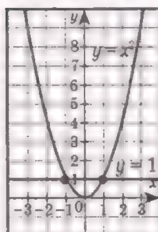
г) $\frac{4}{x} = x$; (рис.) $x = -2$, $x = 2$



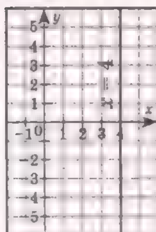
604. а) $x^2 - 2x = 0$; $x^2 = 2x$; $x = 0$ і $x = 2$;



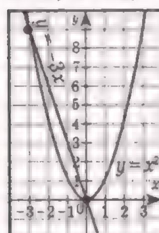
б) $x^2 - 1 = 0$; $x^2 = 1$; $x = 1$, $x = -1$;



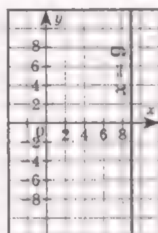
в) $x - 4 = 0$; $x = 4$;



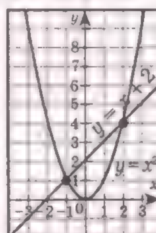
г) $x^2 + 3x = 0$; $x^2 = -3x$; $x = 0$, $x = -3$;



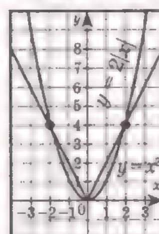
ґ) $x - 9 = 0$; $x = 9$;



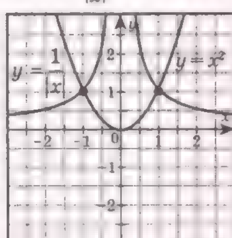
д) $(x + 1)(x - 2) = 0$; $x^2 - x - 2 = 0$; $x^2 = x + 2$; $x = -1$, $x = 2$.



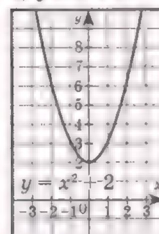
605. а) $x^2 = 2|x|$; $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$



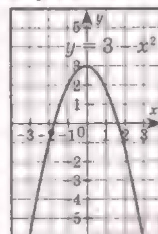
б) $x^2 = \frac{1}{|x|}$; $x = -1$, $x = 1$



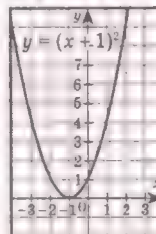
606. а) $y = x^2 + 2$;



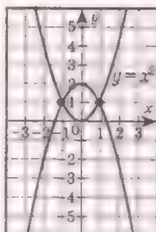
б) $y = 3 - x^2$;



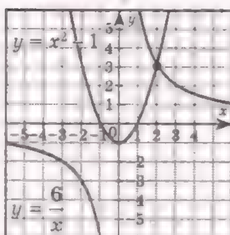
в) $y = (x + 1)^2$;



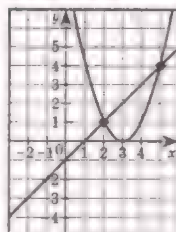
607. а) $x^2 = 2 - x^2$;
$x = -1,\ x = 1$



б) $x^2 - 1 = \dfrac{6}{x}$; $x = 2$



в) $(x-3)^2 = x - 1$;
$x = 2,\ x = 5$



608. а) $4{,}7 \cdot 10^7$; б) $3{,}08 \cdot 10^8$; в) $3{,}9 \cdot 10^{-8}$; г) $4{,}07 \cdot 10^{-6}$; ґ) $8{,}03 \cdot 10^{11}$;
д) $6{,}?77 \cdot 10^5$; е) $3{,}7 \cdot 10^{10}$; є) $4{,}2 \cdot 10^{-8}$; ж) $(2 \cdot 10^3)^5 = 32 \cdot 10^{15} = 3{,}2 \cdot 10^{16}$.

609. а) 8; б) –12.

610. а) $2a^2 + 3 - ((a^2 - 5ab) - (7 - 3ab)) = 2a^2 + 3 - (a^2 - 5ab - 7 + 3ab) =$
$= 2a^2 + 3 - a^2 + 2ab + 7 = a^2 + 2ab + 10$;

б) $-(1 - 6xy) + (7 + x^4 - (4xy + 6 - 2x^4)) = -1 + 6xy + (7 + x^4 - 4xy - 6 + 2x^4) =$
$= -1 + 6xy + 7 - 3x^4 - 4xy - 6 = 2xy + 3x^4$;

в) $4a^3 + b^3 - (a^3 - 5ab + (3a^3 - (3b^3 - 4ab - a^3))) = 4a^3 + b^3 - a^3 + 5ab - (3a^3 - 3b^3 -$
$- 4ab + a^3) = 4a^3 + b^3 - a^3 + 5ab - 3a^3 + 3b^3 + 4ab - a^3 = -a^3 + 4b^3 + 9ab$.

611. а) $\dfrac{6^n - 1}{5}$. Якщо n — натуральне число, то 6^n завжди закінчується на цифру 6, а $6^n - 1$ закінчується на цифру 5, тому $(6^n - 1)\,\vdots\,5$, тобто $\dfrac{6^n - 1}{5}$ є натуральне число.

б) $\dfrac{10^n + 5}{3}$. Остача від ділення числа 10^n ($n \in N$) на число 3 дорівнює 1, а остача від ділення числа 5 на число 3 дорівнює 2, тому остача від ділення числа $10^n + 5$ дорівнює 3, а $3 : 3 = 1$. Отже, число $\dfrac{10^n + 5}{3}$ є натуральним числом.

в) $\dfrac{10^n - 1}{9}$. Остача від ділення числа 10 на число 9 дорівнює 1, а остача від ділення числа $10^n - 1$ ($n \in N$) дорівнює 0, тому число $\dfrac{10^n - 1}{9}$ є натуральним числом, якщо $n \in N$.

г) $\dfrac{3^{4n} + 4}{5}$. Остача від ділення числа $3^{4n} = (81)^n$ на 5 дорівнює 1, а числа $3^{4n} + 4$ дорівнює 5, тому число $(3^{4n} + 4)\,\vdots\,5$, а число $\dfrac{3^{4n} + 4}{5}$ є натуральним числом при $n \in N$.

ґ) $\dfrac{7^{4n} - 1}{10}$. Остача від ділення числа $7^{4n} = (7^4)^n = (2401)^n$ на 10 дорівнює 1, а числа $7^{4n} - 1$ дорівнює нулю, тому число $(7^{4n} - 1)\,\vdots\,10$, а число $\dfrac{7^{4n} - 1}{10}$ є натуральним при $n \in N$.

д) $\dfrac{9^{2n-1} + 1}{10}$. Остача від ділення числа $9^{2n-1} + 1$ на 10 дорівнює 0, тому число $\dfrac{9^{2n-1} + 1}{10}$ є натуральним числом при $n \in N$.

612. а) Якщо $x = 5$, то значення виразу $|x - 5| + 9$ є найменшим.
б) Якщо $x = -1{,}5$, то значення виразу $13 - |2x + 3|$ буде найбільшим.

613. а) $|x-5|=8$; $x-5=8$ або $x-5=-8$; $x=13$ або $x=-3$;

б) $|2x-3|=2{,}5$; $2x-3=2{,}5$ або $2x-3=-2{,}5$; $2x=5{,}5$ або $2x=0{,}5$; $x=2{,}75$ або $x=0{,}25$;

в) $|x-3|=x$; $\begin{cases}x-3=x,\\ x\ge 3;\end{cases}$ або $\begin{cases}3-x=x,\\ 0\le x\le 3;\end{cases}$ $0\cdot x=3$ не має коренів, система не сумісна або $2x=3$, $x=1{,}5$.

617. $8^2=64$, тому $\sqrt{64}=8$. Число (-8) є квадратним коренем з числа 64, бо $(-8)^2=64$.

618. а) $5{,}4^2=29{,}16$, тому 5,4 — квадратний корінь з числа 29,16;

б) $0{,}99^2=0{,}9801$, тому 0,99 — квадратний корінь з числа 0,9801.

619. $-\sqrt{29{,}16}=-5{,}4$; $-\sqrt{0{,}9801}=-0{,}99$.

620. -37 не є арифметичним значенням квадратного кореня з числа 1369, бо $-37<0$, а число $37>0$ і $37^2=1368$, тому 37 — арифметичне значення квадратного кореня з числа 1369.

621. а) $\sqrt{169}=13$; б) $\sqrt{256}=16$; в) $\sqrt{324}=18$; г) $\sqrt{361}=19$;

ґ) $\sqrt{400}=20$; д) $\sqrt{900}=30$; е) $\sqrt{2500}=50$; є) $\sqrt{3600}=60$.

622. а) $\sqrt{0,04}=0,2$; б) $\sqrt{0,09}=0,3$; в) $\sqrt{0,16}=0,4$; г) $\sqrt{0,64}=0,8$;

ґ) $\sqrt{1,21}=1,1$; д) $\sqrt{1,44}=1,2$; е) $\sqrt{2,89}=1,7$; є) $\sqrt{3,24}=1,8$.

623. а) $\sqrt{121}=11$; б) $\sqrt{196}=14$; в) $\sqrt{225}=15$; г) $\sqrt{625}=25$; ґ) $\sqrt{100}=10$;

д) $\sqrt{10\,000}=100$; е) $\sqrt{1600}=40$; є) $\sqrt{2500}=50$.

624. а) $\sqrt{0,01}=0,1$; б) $\sqrt{0,49}=0,7$; в) $\sqrt{1,44}=1,2$; г) $\sqrt{1,69}=1,3$;

ґ) $\sqrt{4,84}=2,2$; д) $\sqrt{2,25}=1,5$; е) $\sqrt{0,0004}=0,02$; є) $\sqrt{0,0036}=0,06$.

625. а) $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$; б) $2\cdot\sqrt{49}=2\cdot 7=14$; в) $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$; г) $7\cdot\sqrt{100}=7\cdot 10=70$;

ґ) $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$; д) $4\cdot\sqrt{64}=4\cdot 8=32$; е) $\sqrt{\frac{25}{49}}=\frac{5}{7}$; є) $5\cdot\sqrt{144}=5\cdot 12=60$.

626. а) $\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{8}$; б) $16:\sqrt{16}=16:4=4$; в) $\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$; г) $90:\sqrt{81}=90:9=10$;

ґ) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{3}{5}$; д) $25:\sqrt{25}=25:5=5$; е) $\sqrt{\frac{4}{49}}=\frac{2}{7}$; є) $\sqrt{36}:4=6:4=1,5$.

627. а) $-5\sqrt{36}=-5\cdot 6=-30$; б) $\frac{1}{5}\cdot\sqrt{225}=\frac{1}{5}\cdot 15=3$; в) $0\cdot\sqrt{47}=0$;

г) $\frac{2}{8}\cdot\sqrt{81}=\frac{2}{3}\cdot 9=6$; ґ) $-4,7\cdot\sqrt{0}=0$; д) $-\frac{3}{4}\cdot\sqrt{196}=-\frac{3}{4}\cdot 14=-\frac{21}{2}=-10,5$.

628. а) $\sqrt{25}+\sqrt{49}=5+7=12$; б) $8+\sqrt{16}=8+4=12$; в) $\sqrt{36}-4=6-4=2$;

г) $5\sqrt{36}+\sqrt{16}=5\cdot 6+4=30+4=34$; ґ) $\sqrt{49}-7\sqrt{25}=7-7\cdot 5=7-35=-28$;

д) $3\sqrt{16}-2\sqrt{36}=3\cdot 4-2\cdot 6=12-12=0$.

629. а) $3\sqrt{0,01}+\sqrt{0,09}=3\cdot 0,1+0,3=0,3+0,3=0,6$;

б) $\sqrt{0,04}-0,5\sqrt{1}=0,2-0,5=-0,3$;

в) $\sqrt{2,25}-\frac{1}{7}\cdot\sqrt{1,96}=1,5-\frac{1}{7}\cdot 1,4=1,5-0,2=1,3$;

г) $2\sqrt{0,16}+\sqrt{1,44}=2\cdot 0,4+1,2=0,8+1,2=2$.

630. а) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{25}=6\cdot 5=30$; б) $\sqrt{0,49}\cdot\sqrt{49}=0,7\cdot 7=4,9$;

в) $\sqrt{81}\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{16}=9\cdot 5\cdot 4=180$; г) $\sqrt{64}\cdot\sqrt{0,25}=8\cdot 0,5=4$.

631. 4. Піфагор. 7. Вісь. 8. Ідея; доданок.
1. Мільйон. 2. Радікал. 4. Поліном. 5. Сім. 6. Зет.

632. а) $\sqrt{529}=23$; б) $\sqrt{729}=27$; в) $\sqrt{841}=29$; г) $\sqrt{961}=31$.

633. а) $\sqrt{1089}=33$; б) $\sqrt{2601}=51$; в) $\sqrt{2916}=54$; г) $\sqrt{3364}=58$.

634. а) $-\sqrt{5014}=-71$; б) $-\sqrt{7396}=-86$; в) $-\sqrt{8464}=-92$; г) $\sqrt{5776}=76$.

635. а) $-\sqrt{48\,400}=-220$; б) $-32,25\cdot\sqrt{0}=0$; в) $24\sqrt{325}\cdot 0=0$.

636. а) $169:\sqrt{169}=169:13=13$; б) $576:\sqrt{576}=576:24=24$;
в) $24:\sqrt{144}=24:12=2$.

637. а) $\frac{2}{3}\sqrt{36}=\frac{2}{3}\cdot 6=4$; б) $\frac{3}{4}\sqrt{1600}=\frac{3}{4}\cdot 40=30$; в) $-\frac{2}{5}\sqrt{1225}=-\frac{2}{5}\cdot 35=-14$.

638. а) $\sqrt{121}\neq -11$; б) $\sqrt{47^2}=47$; в) $\sqrt{(-12)^2}\neq -12$. *Відповідь:* а), в) — ні, б) так.

639. а) $\sqrt{624}\approx 25$; б) $\sqrt{840}\approx 39$; в) $\sqrt{5775}\approx 76$; г) $-\sqrt{6725}\approx -82$.

640. а) $\sqrt{2}\approx 1,414$; б) $\sqrt{3}\approx 1,73$; в) $\sqrt{5}\approx 2,,24$; г) $\sqrt{10}\approx 3,16$.

641. а) $\sqrt{37}\approx 6,08$; б) $\sqrt{3,7}\approx 1,92$; в) $\sqrt{30,7}\approx 5,54$; г) $\sqrt{54,76}=7,4$.

642. а) $\sqrt{48}$ — так; б) $\sqrt{-49}$ — ні; в) $-\sqrt{64}$ — так; г) $\sqrt{(-5)^2}$ — так;
ґ) $\sqrt{(-4)^3}$ — ні; д) $\sqrt{8\cdot(-4)}$ — ні; е) $-\sqrt{-17}$ — ні; є) $\sqrt{(-6)\cdot(-12)}$ — так.

643. $\sqrt{0}=0$; $\sqrt{1}=1$; $\sqrt{4}=2$; $\sqrt{16}=4$; $\sqrt{25}=5$; $\sqrt{36}=6$.

644. а) $\sqrt{2x+3}$, якщо $x=11$, то $\sqrt{2\cdot 11+3}=\sqrt{25}=5$; якщо $x=-1$,
то $\sqrt{2\cdot(-1)+3}=\sqrt{1}=1$; якщо $x=83$, то $\sqrt{2\cdot 83+3}=\sqrt{169}=13$;
б) $\sqrt{14-m}$, якщо $m=5$, то $\sqrt{14-5}=\sqrt{9}=3$; якщо $m=-2$,
то $\sqrt{14-(-2)}=\sqrt{16}=4$; якщо $m=14$, то $\sqrt{14-14}=\sqrt{0}=0$;
в) $\sqrt{a+2c}$, якщо $a=6$ і $c=5$, то $\sqrt{6+2\cdot 5}=\sqrt{16}=4$; якщо $a=0$ і $c=8$,
то $\sqrt{0+2\cdot 8}=\sqrt{16}=4$.

645. а) $\sqrt{64\text{ см}^2}=8$ см; б) $\sqrt{25\text{ дм}^2}=\sqrt{2500\text{ см}^2}=50$ см;
в) $\sqrt{0,36\text{ дм}}=\sqrt{36\text{ см}^2}=6$ см; г) $\sqrt{16\text{ м}^2}=\sqrt{160\,000\text{ см}^2}=400$ см;
ґ) $\sqrt{0,49\text{ м}^2}=\sqrt{4900\text{ см}^2}=70$ см; д) $\sqrt{6,25\text{ м}^2}=\sqrt{62500\text{ см}^2}=250$ см.

646. $\sqrt{0}=0$; $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$; $\sqrt{49}=7$; $\sqrt{144}=12$.
Якщо $\sqrt{a}=0,5$, то $a=0,25$; якщо $\sqrt{a}=1$, то $a=1$; якщо $\sqrt{a}=4$, то $a=16$; якщо $\sqrt{a}=15$, то $a=225$; якщо $\sqrt{a}=16$, то $a=256$.

647. а) $\sqrt{\frac{121}{64}}=\frac{11}{8}=1\frac{3}{8}$; б) $\sqrt{\frac{225}{81}}=\frac{15}{9}=1\frac{2}{3}$; в) $\sqrt{1\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$;
г) $\sqrt{6\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$; ґ) $\sqrt{11\frac{1}{9}}=\sqrt{\frac{100}{9}}=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$; д) $\sqrt{6\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$;
е) $\sqrt{6\frac{19}{25}}=\sqrt{\frac{169}{25}}=\frac{13}{5}=2\frac{3}{5}$; є) $\sqrt{5\frac{1}{16}}=\sqrt{\frac{81}{16}}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$.

648. а) $\sqrt{0,0001}=0,01$; б) $\sqrt{0,0025}=0,05$; в) $\sqrt{0,0081}=0,09$; г) $\sqrt{0,0169}=0,13$;
ґ) $\sqrt{10,24}=3,2$; д) $\sqrt{10,89}=3,3$; е) $\sqrt{12,25}=3,5$; є) $\sqrt{98,01}=9,9$.

649. а) $\sqrt{225}-\sqrt{196}=15-14=1$; б) $\sqrt{676}+\sqrt{196}=26+14=40$;
в) $\sqrt{2025}+\sqrt{2704}=45+52=97$; г) $\sqrt{1681}-\sqrt{5929}=41-77=-36$.

650. а) $2\sqrt{256}+3\sqrt{169}=2\cdot16+3\cdot13=32+39=71;$

б) $4\cdot\sqrt{225}-3\sqrt{169}=4\cdot15-3\cdot13=60-39=21;$

в) $0,5\sqrt{1936}-0,1\sqrt{256}=0,5\cdot44-0,1\cdot16=22-1,6=20,4;$

г) $2,5\sqrt{676}+1,2\sqrt{625}=2,5\cdot26+1,2\cdot25=65+30=95.$

651. а) $\frac{2}{3}\sqrt{784}-\frac{3}{4}\sqrt{676}=\frac{2}{3}\cdot28-\frac{3}{4}\cdot26=\frac{56}{3}-\frac{39}{2}=\frac{112-117}{6}=-\frac{5}{6};$

б) $\frac{3}{5}\sqrt{3025}-29\sqrt{0,01}=\frac{3}{5}\cdot55-29\cdot0.1=33-2,9=30,1;$

в) $\frac{1}{2}\sqrt{1156}+17\sqrt{0,04}=\frac{1}{2}\cdot34+17\cdot0,2=17+3,4=20,4;$

г) $\frac{1}{4}\sqrt{576}+\sqrt{1,96}:0,35=\frac{1}{4}\cdot24+1,4:0,35=6+4=10.$

652. а) $\sqrt{1296}-0,2\sqrt{2025}=36-0,2\cdot45=36-9=27;$

б) $0,4\sqrt{1225}+\sqrt{256}=0,4\cdot35+16=14+16=30;$

в) $5,4:\sqrt{3,24}-\frac{1}{3}\sqrt{144}=5,4:1,8-\frac{1}{3}\cdot12=3-4=-1;$

г) $-\sqrt{7056}-380\sqrt{0,25}=-84-380\cdot0,5=-84-190=-274.$

653. а) $\sqrt{a+b}$, якщо $a=102$, $b=19$, то $\sqrt{102+19}=\sqrt{121}=11;$
якщо $a=-4$, $b=85$, то $\sqrt{-4+85}=\sqrt{81}=9;$ якщо $a=1{,}21$, $b=0{,}75$,
то $\sqrt{1,21+0,75}=\sqrt{1,96}=1,4.$

б) $\sqrt{2x+y}$, якщо $x=32$, $y=0$, то $\sqrt{2\cdot32+0}=\sqrt{64}=8;$ якщо $x=17$,
$y=-18$, то $\sqrt{2\cdot17+(-18)}=\sqrt{34-18}=\sqrt{16}=4;$ якщо $x=\frac{1}{8}$, $y=2$,
то $\sqrt{2\cdot\frac{1}{8}+2}=\sqrt{\frac{1}{4}+2}=\sqrt{2\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}=1,5.$

654. а) $27\sqrt{321}-15\sqrt{105}\approx27\cdot18-15\cdot10,25=486-153,75=332,25\approx330;$

б) $32\sqrt{635}+15\sqrt{483}\approx32\cdot25,2+15\cdot22=806,4+330=1136,4\approx1136;$

в) $(\sqrt{353}-\sqrt{187}):12\approx(19-13,7):12=5,3:12\approx0,44;$

г) $(\sqrt{879}+\sqrt{1125})\cdot0,5\approx(29,6+33,54)\cdot0,5=63,14\cdot0,5=31,57\approx32.$

655. а) $34:\sqrt{127}+127=34:11,27+127\approx3+127=130;$

б) $85:\sqrt{325}-12\approx85:18-12=4,7-12=-7,3;$

в) $0,24:\sqrt{0,15}+2,4\approx0,24:0,39+2,4\approx0,6+2,4=3;$

г) $1,37:\sqrt{0,2}-73,8\approx1,37:0,45-73,8\approx3-73,8=-70,8.$

656. а) $\sqrt{x}=48;$ $x=2304;$ б) $\sqrt{x}=-37;$ такого числа не існує;

в) $\sqrt{x}=0,07;$ $x=0{,}0049;$ г) $\sqrt{x}=-0,0004;$ такого числа не існує.

657. а) $\sqrt{x^2-2x+1}$, якщо $x=3{,}5$, то $\sqrt{3,5^2-2\cdot3,5+1}=2,5;$

б) $\sqrt{x^2+2x+1}$, якщо $x=-2{,}8$, то $\sqrt{(-2,8)^2+2\cdot(-2,8)+1}=1,8;$

в) $\sqrt{4x^2-4x+1}$, якщо $x=0{,}25$, то $\sqrt{4\cdot0,25^2-4\cdot0,25+1}=0,5.$

658. а) $\sqrt{x}=4$, так, існує; б) $\sqrt{x}=0$, так; в) $\sqrt{x}=-2$, ні, не існує;

г) $5+\sqrt{x}=0$, $\sqrt{x}=-5$, ні, не існує; ґ) $\sqrt{x}=100$, так;

д) $\sqrt{x}=360$, так; е) $\sqrt{x-3}=5$, так; є) $\sqrt{-x}=2$, так.

659. а) $\sqrt{x}=7;\ x=49$; б) $3-\sqrt{x}=0;\ \sqrt{x}=3;\ x=9$; в) $2\sqrt{x}=12;\ \sqrt{x}=6;\ x=36$;
г) $5\sqrt{y}=10;\ \sqrt{y}=2;\ y=4$; ґ) $-3+\sqrt{y}=0;\ y=3^2;\ y=9$; д) $z\sqrt{z}=0;\ z=0$.

660. а) $\sqrt{x+3}=5;\ x+3=25;\ x=22$;
б) $\sqrt{11-y}=7;\ 11-y=49;\ y=11-49;\ y=-38$;
в) $\sqrt{2+x}=-3$; коренів не має; г) $\sqrt{1+x^2}=1;\ 1+x^2=1;\ x^2=0;\ x=0$;
ґ) $\sqrt{5x-1}=3;\ 5x-1=9;\ 5x=10;\ x=2$;
д) $1+\sqrt{1-x}=0;\ \sqrt{1-x}=-1$, коренів немає.

661. а) $\sqrt{x+2}=3;\ x+2=9;\ x=7$; б) $\dfrac{36}{\sqrt{x-5}}=4;\ \sqrt{x-5}=9;\ x-5=81;\ x=86$;
в) $\sqrt{x-12}=8;\ x-12=64;\ x=76$; г) $\dfrac{15}{\sqrt{x}-3}=3;\ \sqrt{x}-3=5;\ \sqrt{x}=8;\ x=64$;
ґ) $\sqrt{14+5x}=8;\ 14+5x=64;\ 5x=50;\ x=10$;
д) $\sqrt{6-\sqrt{x}}=3;\ 6-\sqrt{x}=9;\ \sqrt{x}=6-9;\ \sqrt{x}=-3$; коренів немає.

662. а) $\sqrt{\sqrt{x}+5}=4;\ \sqrt{x}+5=16;\ \sqrt{x}=11;\ x=121$;
б) $\sqrt{x^2+20}=6;\ x^2+20=36;\ x^2=16;\ x=4$ або $x=-4$;
в) $\sqrt{58-x^2}=7;\ 58-x^2=49;\ x^2=58-49;\ x^2=9;\ x=3$ або $x=-3$;
г) $\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{x}}}=2;\ 2+\sqrt{3+\sqrt{x}}=4;\ \sqrt{3+\sqrt{x}}=2;\ 3+\sqrt{x}=4;\ \sqrt{x}=1;\ x=1$;
ґ) $\sqrt{7+\sqrt{6-\sqrt{x}}}=3;\ 7+\sqrt{6-\sqrt{x}}=9;\ \sqrt{6-\sqrt{x}}=2;\ 6-\sqrt{x}=4;\ \sqrt{x}=2;\ x=4$.

663. $\sqrt{0}=0$; $\sqrt{0,01}=0,1$;
$\sqrt{0,04}=0,2$; $\sqrt{0,09}=0,3$;
$\sqrt{0,16}=0,4$; $\sqrt{0,25}=0,5$;
$\sqrt{0,36}=0,6$; $\sqrt{0,49}=0,7$;
$\sqrt{0,64}=0,8$; $\sqrt{0,81}=0,9$;
$\sqrt{1}=1$.

664. а) $a^3-3a^2+3a-1=(a-3)^3$;
б) $8y^3-36y^2+54y-27=(2y)^3-3\cdot(2y)^2\cdot 3+3\cdot 2y\cdot 3^2-3^3=(2y-3)^3$.

665. а) $(x+5)(x^2-2x-3)-(5x+x^2)(x-2)+3(x+5)=x^3-2x^2-3x+5x^2-10x-$
$-15-(5x^2-10x+x^3-2x^3)++3x+15=x^3+3x^2-13x-5x^2+10x-$
$-x^3+2x^2+3x=0$, отже, не залежить від значення змінної, доведено.
б) $(2x^2-3x+6)(x+4)-(x+4x+3)(2x-3)=2x^3+8x^2-3x^2-12x+$
$+6x+24-2x^3+3x^2-8x^2+12x-6x+9=33$, отже, не залежить від значення змінної, доведено.

666. а) $(3x-7y)^2-(7x-3y)^2=9x^2-42xy+49y^2-49x^2+42xy-9y^2=$
$=40y^2-40x^2=40(y^2-x^2)$, якщо $x=2,8$, $y=2,2$,
то $40\cdot(2,8^2-2,2^2)=40\cdot(2,8-2,2)(2,8+2,2)=40\cdot 0,6\cdot 5=120$;
б) $(3x-4y)^2+(4x+3y)^2=9x^2-24xy+16y^2+16x^2+24xy+9y^2=$
$=25x^2+25y^2=25(x^2+y^2)$, якщо $x=1,8$, $y=2,6$,
то $25\cdot(1,8^2+2,6^2)=25\cdot(3,24+6,76)=25\cdot 10=250$.

667. 1) 2 : 2 = 1 (дм/с) — швидкість жука; 2) 6 : 1 = 6 (с) — жук подолає 6 дм з тією самою швидкістю. *Відповідь:* 6 с.

674. а) Цілі: 5; –32; $-\sqrt{49}$; $\frac{12}{3}$; $2\sqrt{\frac{25}{4}}$; б) ірраціональні: $\sqrt{3}$.

675. Раціональні: –3,5; 6; $\frac{2}{3}$; $-\sqrt{1024}$; $5\frac{1}{3}$.

676. а) Натуральні: 49; 1; 3; $3\sqrt{4}$; б) цілі: 49; 1; $-2,5\sqrt{100}$; 3; 0; $3\sqrt{4}$;

в) ірраціональні: $\sqrt{17}$; $\sqrt{1000}$; $4\sqrt{3}$; $5+\sqrt{2}$; –0,30033000333...; π; –2π;

г) дійсні: $\sqrt{17}$; $\sqrt{17,64}$; 49; –1,21; 1; $-2,5\sqrt{100}$; 3; 0; $\sqrt{1000}$; $4\sqrt{3}$;

$3\sqrt{4}$; $\sqrt{2\frac{7}{9}}$; $5+\sqrt{2}$; –0,30033000333...; π; –2π.

677. а) $A=\{-\sqrt{3}; -\sqrt{5}; -\sqrt{7}\}$; A M R; б) $A=\{-3; -5; -7\}$; A M Z, A M R, A M Q;
в) $A=\{3; 5; 7\}$; A M N, A M Z, A M Q; A M R.

678. а) $0,7=\frac{7}{10}$; б) $0,53=\frac{53}{100}$; в) $3=\frac{3}{1}$; г) $1,25=1\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$.

679. а) $\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}=2,25$; б) $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=0,4$; в) $\frac{13}{25}=\frac{52}{100}=0,52$;

г) $\frac{17}{16}=1\frac{1}{16}=1,0625$; ґ) $\frac{1}{125}=\frac{8}{1000}=0,008$.

680. а) $\frac{2}{3}=0,66\ldots=0,(6)$; б) $\frac{5}{6}=0,833\ldots=0,8(3)$; в) $\frac{16}{15}=1,066\ldots=1,0(6)$;

г) $\frac{38}{12}=3,166\ldots=3,1(6)$; ґ) $\frac{1}{7}=0,1428571\ldots=0,(142857)$.

681. а) $0,3754<1,2$; б) $2,0379<2,0401$; в) $2,333\ldots>2,327$; г) $13,777\ldots>12,888$.

682. а) $\frac{5}{6}<\frac{6}{7}$; б) $\frac{8}{3}>\frac{9}{4}$; в) $-\frac{3}{8}>-\frac{4}{9}$.

683. а) $\frac{2}{3}>0,66$; б) $\frac{2}{3}<0,67$; $\frac{2}{3}=0,666\ldots$

684. а) $\sqrt{2}>1,41$; б) $\sqrt{2}<1,42$; в) $\sqrt{2}>1,14141\ldots$

685. а) π > 3,14; б) $\pi<\frac{27}{7}$; в) $\pi<\sqrt{10}$.

686. а) $\frac{2}{3}+\sqrt{15}=0,666\ldots+3,8729\ldots\approx0,667+3,873=4,54$;

б) $4,13-\sqrt{10}=4,13-3,1622\ldots\approx4,13-3,162=0,968$;

в) $\sqrt{23}+\pi=4,7958\ldots+3,14159\ldots\approx4,796+3,142=7,938$;

г) $\sqrt{36}\cdot\sqrt{10}=5,916\ldots\cdot3,1622\ldots\approx5,916\cdot3,162=18,706392\approx18,706$;

ґ) $\sqrt{45}\cdot\sqrt{20}=6,708\ldots\cdot4,472\ldots\approx29,998$;

д) $\pi:\sqrt{5,7}\approx3,1416:2,387\approx1,316$.

687. а) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{50}\approx4,24\cdot7,07\approx30$; б) $\frac{2}{3}+2\sqrt{3}\approx0,667+2\cdot1,732\approx4,131\approx4,13$;

в) $\pi+\sqrt{18}\approx3,142+4,243=7,385\approx7,4$;

г) $3\sqrt{30}-\frac{2}{3}\approx3\cdot5,477-0,667\approx15,764\approx15,76$;

ґ) $\sqrt{40}+\sqrt{90}\approx6,325+9,487\approx15,812\approx15,81$;

д) $\pi\cdot\sqrt{10}-\frac{2}{7}\approx3,142\cdot3,1623-0,2857\approx9,08$.

688. а) 0,(6) > 0,(58); 0,(58) < 0,6 < 0,(6).

691. 1) $a \in N$, $b \in N$, тоді $a+b \in N$, $a-b \in Z$, $ab \in N$, $\frac{a}{b} \in Q$;

2) $a \in Z$, $b \in Z$, тоді $a+b \in Z$, $a-b \in Z$, $ab \in Z$, $\frac{a}{b} \in Q$;

3) $a \in Q$, $b \in Q$, $a+b \in Q$, $a-b \in Q$, $ab \in Q$, $\frac{a}{b} \in Q$.

692. $2{,}001001001... \in Q$.

693. 2,010010001... є число ірраціональне.

694. а) $3{,}5+\sqrt{2} > \sqrt{10}\cdot\sqrt{2}$; б) $\frac{1}{3}+\sqrt{10} < \sqrt{10}+0{,}4$; в) $\pi+\sqrt{2} > \sqrt{2}\cdot\pi$;

г) $3:\pi > \pi:\sqrt{10}$.

695. У порядку зростання:

$\pi-\sqrt{37}$; $5{,}74-\sqrt{74}$; $\sqrt{50}-\sqrt{30}$; $\sqrt{37}-1{,}5$; $2\sqrt{13}+\sqrt{3}$; $3\sqrt{20}$.

696. Нехай раціональні числа $\frac{m_1}{n_1}$ і $\frac{m_2}{n_2}$, де m_1, $m_2 \in Z$, n_1, $n_2 \in N$, тоді $\frac{m_1}{n_1}+\frac{m_2}{n_2}=\frac{m_1n_2+n_1m_2}{n_1n_2}$; $n_1\cdot n_2 \in N$, $m_1n_2+n_1m_2 \in Z$, тому сума двох раціональних чисел є числом раціональним, доведено.

697. Нехай раціональні числа $\frac{m_1}{n_1}$ і $\frac{m_2}{n_2}$, де m_1, $m_2 \in Z$, n_1, $n_2 \in N$, тоді $\frac{m_1}{n_1}\cdot\frac{m_2}{n_2}=\frac{m_1\cdot m_2}{n_1\cdot n_2}$, $m_1m_2 \in Z$, $n_1n_2 \subset N$, добуток є раціональним, доведено.

698. Різниця раціональних чисел є числом раціональним. Частка не завжди є числом раціональним, наприклад, при діленні на нуль.

699. Так. $\sqrt{3}+\left(-\sqrt{3}\right)=0$, якщо ірраціональні числа — протилежні.

700. $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=5$, якщо множники однакові.

701. Припустимо, що сума раціонального та ірраціонального чисел є числом раціональним, тоді маємо: якщо x — ірраціональне, то $\frac{m_1}{n_1}+x=\frac{m_2}{n_2}$, де m_1, $m_2 \in Z$, n_1, $n_2 \in Z$, отже, $x=\frac{m_2}{n_2}-\frac{m_1}{n_1}=\frac{m_2n_1-m_1n_2}{n_2n_1}$, $m_2n_1-m_1n_2 \in Z$, $n_1n_2 \in N$, тоді x — раціональне, протиріччя умові, отже, припущення не правильне. Сума раціонального та ірраціонального чисел є числом ірраціональним.

702. а) Припустимо що $\sqrt{2}$ — число раціональне, тоді $\sqrt{2}=\frac{m}{n}$, де $\frac{m}{n}$ — нескоротний дріб, $m \in Z$, $n \in N$, тоді $2=\frac{m^2}{n^2}$, $2n^2=m^2$, тоді m — парне, $m=2m_1$, тому $n^2=2m_1^2$, тому n — парне, отже, дріб $\frac{m}{n}$ — скоротний, протиріччя. Висновок: $\sqrt{2}$ — число ірраціональне.

б) Припустимо, що $\sqrt{3}$ — число раціональне, тоді $\sqrt{3}=\frac{m}{n}$, де $\frac{m}{n}$ — нескоротний дріб, $3=\frac{m^2}{n^2}$, $3n^2=m^2$, число m — ділиться на 3, отже, $m=3m_1$, тому $n^2=3m_1^2$, тому n — ділиться на 3. Отже, $\frac{m}{n}$ — скоротний, протиріччя, $\sqrt{3}$ — ірраціональне число.

в) $\sqrt{6}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$, $\sqrt{2}\neq 0$, $\sqrt{3}\neq 0$. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ — числа ірраціональні, тому $\sqrt{6}$ — ірраціональне, доведено.

703. а) $(x+4)(2x^4-x^3+3x^2)=2x^5-x^4+3x^3+8x^4-4x^3+12x^2=2x^5+7x^4-x^3+12x^2$;

б) $(a^3+a^2+a+1)(a-1)=a^4+\cancel{a^3}+\cancel{a^2}+\cancel{a}-\cancel{a^3}-\cancel{a^2}-\cancel{a}-1=a^4-1$.

704. $200 - 2,5 \cdot x$, x може набувати значення: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ..., 80.

705. а) $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$; б) $\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100-34} = \sqrt{36} = 6$;

в) $\sqrt{0,7^2 + 2,4^2} = \sqrt{0,49 + 5,76} = \sqrt{6,25} = 2,5$.

706. а) $2,4 \cdot 10^3$ т $= 2,4 \cdot 10^3 \cdot 10^3$ кг $= 2,4 \cdot 10^6 \cdot 10^3$ г $= 2,4 \cdot 10^9$ г;

б) $6,23 \cdot 10^{12}$ кг $= 6,23 \cdot 10^9$ т;

в) $5,4 \cdot 10^{-6}$ км $= 5,4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3$ м $= 5,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3$ мм $= 5,4$ мм;

г) $3,8 \cdot 10^{-10}$ см $= 3,8 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-2}$ м $= 3,8 \cdot 10^{-12}$ м.

707. а) $8 \cdot 10^9 + 4 \cdot 10^9 = 12 \cdot 10^9 = 1,2 \cdot 10^{10}$; $8 \cdot 10^9 - 4 \cdot 10^9 = 4 \cdot 10^9$;

$8 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^9 = 22 \cdot 10^{18} = 3,2 \cdot 10^{19}$; $\dfrac{8 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^9} = 2$;

б) $4,8 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 = 48 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^6 = 52 \cdot 10^6 = 5,2 \cdot 10^7$;
$4,8 \cdot 10^7 - 4 \cdot 10^6 = 44 \cdot 10^6 = 4,4 \cdot 10^7$;
$4,8 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 10^6 = 19,2 \cdot 10^{13} = 1,92 \cdot 10^{14}$; $\dfrac{4,8 \cdot 10^7}{4 \cdot 10^6} = 12$;

в) $6 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-5}$; $6 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-5}$;

$6 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-10} = 1,8 \cdot 10^{-9}$; $\dfrac{6 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-5}} = 2$;

г) $4,5 \cdot 10^{-6} + 1,5 \cdot 10^{-7} = 45 \cdot 10^{-7} + 1,5 \cdot 10^{-7} = 46,5 \cdot 10^{-7} = 4,65 \cdot 10^{-6}$;
$4,5 \cdot 10^{-6} - 1,5 \cdot 10^{-7} = 45 \cdot 10^{-7} - 1,5 \cdot 10^{-7} = 43,5 \cdot 10^{-7} = 4,35 \cdot 10^{-6}$;
$4,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} = 6,75 \cdot 10^{-13}$;

$\dfrac{4,5 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 10^{-7}} = \dfrac{6,75}{10^{-1}} = 67,5 = 6,75 \cdot 10$.

708.

	2		15	
1	10	12	6	13
	9		7	
14	5	8	11	4
	16		3	

Сума дорівнює 42.

715. а) $\sqrt{64 \cdot 100} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{100} = 80$; б) $\sqrt{49 \cdot 144} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{144} = 7 \cdot 12 = 84$;

в) $\sqrt{25 \cdot 121} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{121} = 5 \cdot 11 = 55$; г) $\sqrt{36 \cdot 900} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{900} = 6 \cdot 30 = 180$;

ґ) $\sqrt{121 \cdot 64} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{64} = 11 \cdot 8 = 88$; д) $\sqrt{900 \cdot 81} = \sqrt{900} \cdot \sqrt{81} = 30 \cdot 9 = 270$.

716. а) $\sqrt{0,01 \cdot 25} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{25} = 0,1 \cdot 5 = 0,5$;

б) $\sqrt{0,04 \cdot 144} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{144} = 0,2 \cdot 12 = 2,4$;

в) $\sqrt{0,25 \cdot 0,01} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{0,01} = 0,5 \cdot 0,1 = 0,05$;

г) $\sqrt{0,16 \cdot 49} = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{49} = 0,4 \cdot 7 = 2,8$;

ґ) $\sqrt{0,01 \cdot 0,04} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,04} = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02$;

д) $\sqrt{0,16 \cdot 0,09} = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{0,09} = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$.

717. а) $\sqrt{\dfrac{16}{25}} = \dfrac{4}{5}$; б) $\sqrt{\dfrac{9}{144}} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$; в) $\sqrt{\dfrac{121}{144}} = \dfrac{11}{12}$; г) $\sqrt{\dfrac{0,04}{0,49}} = \dfrac{0,2}{0,7} = \dfrac{2}{7}$.

718. а) $\sqrt{2\dfrac{1}{4}} = \sqrt{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{3}{2} = 1\dfrac{1}{2}$; б) $\sqrt{2\dfrac{7}{9}} = \sqrt{\dfrac{25}{9}} = \dfrac{5}{3} = 1\dfrac{2}{3}$; в) $\sqrt{3\dfrac{6}{25}} = \sqrt{\dfrac{81}{25}} = \dfrac{9}{5} = 1\dfrac{4}{5}$;

г) $\sqrt{11\dfrac{1}{9}} = \sqrt{\dfrac{100}{9}} = \dfrac{10}{3} = 3\dfrac{1}{3}$.

719. а) $\sqrt{8\cdot50}=\sqrt{400}=20$; б) $\sqrt{40\cdot90}=\sqrt{3600}=60$; в) $\sqrt{20\cdot45}=\sqrt{900}=30$;
г) $\sqrt{7\cdot63}=\sqrt{441}=21$; ґ) $\sqrt{72\cdot72}=\sqrt{72^2}=72$;
д) $\sqrt{18\cdot98}=\sqrt{9\cdot2\cdot98}=\sqrt{9\cdot196}=3\cdot14=42$; е) $\sqrt{2,5\cdot6,4}=\sqrt{0,25\cdot64}=0,5\cdot8=4$;
є) $\sqrt{9,8\cdot7,2}=\sqrt{196\cdot0,36}=14\cdot0,6=8,4$.

720. а) $\sqrt{10\cdot490}=\sqrt{100\cdot49}=10\cdot7=70$; б) $\sqrt{360\cdot40}=\sqrt{3600\cdot4}=60\cdot2=120$;
в) $\sqrt{7\cdot700}=\sqrt{49\cdot100}=7\cdot10=70$; г) $\sqrt{12\cdot48}=\sqrt{12\cdot12\cdot4}=12\cdot2=24$;
ґ) $\sqrt{72\cdot32}=\sqrt{2304}=48$; д) $\sqrt{80\cdot45}=\sqrt{3600}=60$; е) $\sqrt{1,6\cdot90}=4\cdot3=12$;
є) $\sqrt{6,4\cdot250}=8\cdot5=40$.

721. а) $\sqrt{4\cdot9\cdot25}=2\cdot3\cdot5=30$; б) $\sqrt{36\cdot225\cdot144}=6\cdot15\cdot12=1080$;
в) $\sqrt{144\cdot36\cdot25\cdot9}=12\cdot6\cdot5\cdot3=1080$; г) $\sqrt{64\cdot100\cdot9}=8\cdot10\cdot3=240$;
ґ) $\sqrt{25\cdot16\cdot81}=5\cdot4\cdot9=180$; д) $\sqrt{1,69\cdot0,0001\cdot0,16}=1,3\cdot0,01\cdot0,4=0,0052$.

722. а) $\sqrt{2\frac{7}{9}\cdot\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{25}{9}\cdot\frac{1}{4}}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$; б) $\sqrt{5\frac{1}{16}\cdot9}=\frac{9}{4}\cdot3=\frac{27}{4}=6\frac{3}{4}$;
в) $\sqrt{12\frac{1}{4}\cdot10\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{49}{4}\cdot\frac{256}{25}}=\frac{7}{2}\cdot\frac{16}{5}=\frac{56}{5}=11\frac{1}{5}$; г) $\sqrt{\frac{9}{4}\cdot\frac{25}{49}\cdot\frac{81}{121}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{9}{11}=\frac{135}{154}$;
ґ) $\sqrt{\frac{8\cdot50\cdot49}{27\cdot81\cdot3}}=\sqrt{\frac{4\cdot100\cdot49}{81\cdot81}}=\frac{2\cdot10\cdot7}{9\cdot9}=\frac{140}{81}=1\frac{59}{81}$; д) $\sqrt{\frac{16}{25}\cdot\frac{49}{36}\cdot\frac{64}{81}}=\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{8}{9}=\frac{112}{135}$.

723. а) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}=\sqrt{2\cdot32}=\sqrt{64}=8$; б) $\sqrt{14\cdot56}=\sqrt{14\cdot14\cdot4}=14\cdot2=28$;
в) $\sqrt{75}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{75\cdot3}=\sqrt{225}=15$; г) $\sqrt{11}\cdot\sqrt{44}=\sqrt{11\cdot11\cdot4}=11\cdot2=22$;
ґ) $\sqrt{15}\cdot\sqrt{60}=\sqrt{15\cdot15\cdot4}=15\cdot2=30$; д) $\sqrt{135}\cdot\sqrt{15}=\sqrt{15\cdot9\cdot15}=15\cdot3=45$;
е) $\sqrt{200}\cdot\sqrt{0,18}=\sqrt{2\cdot100\cdot0,18}=\sqrt{36}=6$;
є) $\sqrt{12,5}\cdot\sqrt{24,5}=\sqrt{25\cdot0,5\cdot24,5}=\sqrt{25\cdot12,25}=5\cdot3,5=17,5$;
ж) $\sqrt{3,2}\cdot\sqrt{80}=\sqrt{3,2\cdot80}=\sqrt{16\cdot16}=16$.

724. а) $\sqrt{50}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{50\cdot8}=\sqrt{400}=20$; б) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{3\cdot12}=\sqrt{36}=6$;
в) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{242}=\sqrt{2\cdot242}=\sqrt{484}=22$; г) $\sqrt{11\cdot99}=\sqrt{11\cdot11\cdot9}=33$;
ґ) $\sqrt{37}\cdot\sqrt{37\cdot100}=\sqrt{37\cdot37\cdot100}=370$; д) $\sqrt{444}\cdot\sqrt{111}=\sqrt{444\cdot111}=222$;
е) $\sqrt{1,2}\cdot\sqrt{120}=\sqrt{1,2\cdot120}=12$; є) $\sqrt{40}\cdot\sqrt{62,5}=\sqrt{40\cdot62,5}=2\cdot25=50$;
ж) $\sqrt{1,44}\cdot\sqrt{0,49}=1,2\cdot0,7=0,84$.

725. а) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{2\cdot6}{3\cdot25}}=\frac{2}{5}$; б) $\sqrt{\frac{5}{9}}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{\frac{5\cdot5}{9}}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$; в) $\sqrt{\frac{3}{8}}\cdot\sqrt{6}=\sqrt{\frac{3\cdot6}{8}}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$.

726. а) $\sqrt{41}\cdot\sqrt{\frac{1}{41}}=\sqrt{\frac{41\cdot1}{41}}=1$; б) $\sqrt{3\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{1\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{10\cdot6}{3\cdot5}}=\sqrt{4}=2$;
в) $\sqrt{3\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{8}{7}}=\sqrt{\frac{7\cdot8}{2\cdot7}}=\sqrt{4}=2$.

727. а) $\sqrt{1\frac{4}{9}}\cdot\sqrt{1\frac{3}{13}}=\sqrt{\frac{13\cdot16}{9\cdot13}}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$; б) $\sqrt{1\frac{1}{16}}\cdot\sqrt{1\frac{8}{17}}=\sqrt{\frac{17\cdot25}{16\cdot17}}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$;
в) $\sqrt{3\frac{1}{5}}\cdot\sqrt{1\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{16\cdot5}{5\cdot4}}=\sqrt{4}=2$.

728. а) $\sqrt{202500}=450$; б) $\sqrt{4840000}=2200$; в) $\sqrt{33,64}=5,8$; г) $-\sqrt{152100}=-390$;

г) $2 \cdot \sqrt{230\,500} = 2 \cdot 480 = 960$; д) $\frac{1}{2}\sqrt{7\,290\,000} = \frac{1}{2} \cdot 2700 = 1350$.

729. а) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{32}{50}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$; б) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{112}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$; в) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{108}} = \sqrt{\frac{12}{108}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$;

г) $\frac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{52}{13}} = \sqrt{4} = 2$.

730. а) $\frac{\sqrt{2,5}}{\sqrt{90}} = \sqrt{\frac{2,5}{90}} = \sqrt{\frac{25}{900}} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$; б) $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{1,5}} = \sqrt{\frac{96}{1,5}} = \sqrt{64} = 8$;

в) $\frac{\sqrt{4,8}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{4,8}{0,3}} = \sqrt{16} = 4$; г) $\frac{\sqrt{2,7}}{\sqrt{4,8}} = \sqrt{\frac{2,7}{4,8}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$.

731. а) $\sqrt{3^4} = 3^2 = 9$; б) $\sqrt{975^2} = 975$; в) $\sqrt{0,2^6} = 0,2^3 = 0,008$;

г) $\sqrt{1,2^4} = 1,2^2 = 1,44$; ґ) $5 \cdot \sqrt{12^2} = 5 \cdot 12 = 60$;

д) $3 \cdot \sqrt{(-2)^8} = 3 \cdot (-2)^4 = 3 \cdot 16 = 48$; е) $-0,4 \cdot \sqrt{(-10)^6} = -0,4 \cdot 1000 = -400$;

є) $-0,1 \cdot \sqrt{3^6} = -0,1 \cdot 3^3 = -2,7$.

732. а) $3\sqrt{5^2} = 3 \cdot 5 = 15$; б) $-\sqrt{4^4} = -4^2 = -16$; в) $4 \cdot \sqrt{0,1^4} = 4 \cdot 0,1^2 = 0,04$;

г) $-8 \cdot \sqrt{0,2^4} = -8 \cdot 0,2^2 = -0,32$; ґ) $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$; д) $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$;

е) $-\sqrt{(-7)^2} = -|-7| = -7$; є) $-2\sqrt{(-4)^2} = -2 \cdot |-4| = -2 \cdot 4 - 8$.

733. а) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{36} + \sqrt{100} = 6 + 10 = 16$;

б) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{135} - \sqrt{24} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{15^2 \cdot 9} - \sqrt{6^2 \cdot 4} = 45 - 12 = 33$.

734. а) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}} + \sqrt{\frac{3}{8}} \cdot \sqrt{\frac{2}{27}} = \sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$;

б) $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{9} - \sqrt{0,1} \cdot \sqrt{4} = 15\sqrt{0,1} - 2\sqrt{0,1} = 13\sqrt{0,1}$.

735. а) $\sqrt{20^2 - 16^2} = \sqrt{(20+16)(20-16)} = \sqrt{36 \cdot 4} = 12$;

б) $\sqrt{29^2 - 20^2} = \sqrt{(29-20)(29+20)} = \sqrt{9 \cdot 49} = 3 \cdot 7 = 21$;

в) $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17-8)(17+8)} = \sqrt{9 \cdot 25} = 15$;

г) $\sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)(25+24)} = \sqrt{1 \cdot 49} = 7$;

ґ) $\sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{(41-40)(41+40)} = \sqrt{1 \cdot 81} = 9$;

д) $\sqrt{50,5^2 - 49,5^2} = \sqrt{(50,5-49,5)(50,5+49,5)} = \sqrt{1 \cdot 100} = 10$.

736. а) $\sqrt{100^2 - 96^2} = \sqrt{(100-96)(100+96)} = \sqrt{4 \cdot 196} = 2 \cdot 14 = 28$;

б) $\sqrt{61^2 - 60^2} = \sqrt{(61-60)(61+60)} = \sqrt{1 \cdot 121} = 11$;

в) $\sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{(37-12)(37+12)} = \sqrt{25 \cdot 49} = 35$;

г) $\sqrt{6,8^2 - 3,2^2} = \sqrt{(6,8-3,2)(6,8+3,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 10} = \sqrt{36} = 6$;

ґ) $\sqrt{13^2 - 6,6^2} = \sqrt{(13-6,6)(13+6,6)} = \sqrt{6,4 \cdot 19,6} = 0,8 \cdot 14 = 11,2$;

д) $\sqrt{3,73^2 - 2,52^2} = \sqrt{(3,73-2,52)(3,73+2,52)} = \sqrt{1,21 \cdot 6,25} = 1,1 \cdot 2,5 = 2,75$.

737. а) $\sqrt{660^2 + 880^2} = \sqrt{220^2 \cdot 3^2 + 220^2 \cdot 4^2} = \sqrt{220^2 \cdot (3^2 + 4^2)} = 220 \cdot 5 = 1100$;

б) $\sqrt{333^2 + 444^2} = \sqrt{111^2 \cdot 3^2 + 111^2 \cdot 4^2} = \sqrt{111^2 \cdot (3^2 + 4^2)} = 111 \cdot 5 = 555$;

в) $\sqrt{666^2 + 888^2} = \sqrt{222^2 \cdot 3^2 + 222^2 \cdot 4^2} = \sqrt{222^2 \cdot (3^2 + 4^2)} = 222 \cdot 5 = 1110$.

738. $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.

а) Якщо $c = 13$ см, $a = 12$ см, то $b = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{1 \cdot 25} = 5$ (см);

б) якщо $c = 8{,}2$ м, $a = 1{,}8$ м,

то $b = \sqrt{8,2^2 - 1,8^2} = \sqrt{(8,2-1,8)(8,2+1,8)} = \sqrt{6,4 \cdot 10} = \sqrt{64} = 8$ (м);

в) якщо $c = 21{,}8$ дм, $a = 18{,}2$ дм,

то $b = \sqrt{21,8^2 - 18,2^2} = \sqrt{(21,8-18,2)(21,8+18,2)} = \sqrt{3,6 \cdot 40} = 6 \cdot 2 = 12$ (дм);

г) якщо $c = 45{,}8$ км, $a = 44{,}2$ км,

то $b = \sqrt{45,8^2 - 44,2^2} = \sqrt{(45,8-44,2)(45,8+44,2)} = \sqrt{1,6 \cdot 90} = 4 \cdot 3 = 12$ (км).

739. а) $\sqrt{640\,000} = \sqrt{64 \cdot 10\,000} = 8 \cdot 100 = 800$;

б) $\sqrt{6\,250\,000} = \sqrt{625 \cdot 10\,000} = 25 \cdot 100 = 2500$;

в) $\sqrt{20\,736} = \sqrt{3^4 \cdot 2^8} = 3^2 \cdot 2^4 = 9 \cdot 16 = 144$; г) $\sqrt{50\,625} = \sqrt{25 \cdot 2025} = 5 \cdot 45 = 225$;

ґ) $\sqrt{30\,976} = \sqrt{64 \cdot 484} = 8 \cdot 22 = 176$; д) $\sqrt{86\,436} = \sqrt{4 \cdot 9 \cdot 49^2} = 2 \cdot 3 \cdot 49 = 6 \cdot 49 = 294$;

е) $\sqrt{213\,444} = \sqrt{36 \cdot 49 \cdot 121} = 6 \cdot 7 \cdot 11 = 42 \cdot 11 = 462$;

є) $\sqrt{104\,976} = \sqrt{16 \cdot 6561} = 4 \cdot 81 = 324$.

740. а) $\sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{4 \cdot 81} = 2 \cdot 9 = 18$; б) $\sqrt{80 \cdot 45} = \sqrt{80 \cdot 5 \cdot 9} = \sqrt{400 \cdot 9} = 20 \cdot 3 = 60$;

в) $\sqrt{297 \cdot 33} = \sqrt{11 \cdot 27 \cdot 3 \cdot 11} = 11 \cdot 9 = 99$;

г) $\sqrt{48 \cdot 768} = \sqrt{16 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 256} = 4 \cdot 3 \cdot 16 = 192$;

ґ) $\sqrt{250 \cdot 160} = \sqrt{25 \cdot 16 \cdot 100} = 5 \cdot 4 \cdot 10 = 200$;

д) $\sqrt{600 \cdot 150} = \sqrt{100 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 25} = 10 \cdot 6 \cdot 5 = 300$;

е) $\sqrt{243 \cdot 108} = \sqrt{81 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 36} = 9 \cdot 3 \cdot 6 = 108$;

є) $\sqrt{125 \cdot 245} = \sqrt{25 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 49} = 5 \cdot 5 \cdot 7 = 175$.

741. а) $\sqrt{5\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{6\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{27}{5} \cdot \frac{20}{3}} = \sqrt{9 \cdot 4} = 6$;

б) $\sqrt{4\frac{9}{24}} \cdot \sqrt{1\frac{23}{40}} = \sqrt{\frac{{}^{21}\cancel{105} \cdot \cancel{63}^{21}}{{}_{8}\cancel{24} \cdot \cancel{40}_{8}}} = \sqrt{\frac{21 \cdot 21}{8 \cdot 8}} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$;

в) $\sqrt{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{1\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 6}{5 \cdot 1 \cdot 5}} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$;

г) $\sqrt{3\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{\frac{9}{14}} = \sqrt{\frac{{}^{13}\cancel{26} \cdot 13 \cdot 9}{7 \cdot \cancel{14}_{7}}} = \frac{13 \cdot 3}{7} = \frac{39}{7} = 5\frac{4}{7}$;

ґ) $\sqrt{\frac{4}{15}} \cdot \sqrt{1\frac{7}{8}} \cdot \sqrt{2\frac{13}{18}} = \sqrt{\frac{\cancel{4} \cdot \cancel{15} \cdot 49}{\cancel{15} \cdot \cancel{8}_{2} \cdot 18}} = \sqrt{\frac{49}{36}} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$;

д) $\sqrt{10\frac{5}{7}} \cdot \sqrt{\frac{8}{11}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{21}} = \sqrt{\frac{{}^{25}\cancel{75} \cdot 8 \cdot \cancel{22}^{2}}{7 \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{21}_{7}}} = \sqrt{\frac{25 \cdot 16}{49}} = \frac{5 \cdot 4}{7} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$.

742. а) $\sqrt{a^4} = |a^2| = a^2$, a — будь-яке число; б) $\sqrt{a^6} = |a^3| = a^3$, якщо $a \ge 0$;

в) $\sqrt{a^4} = |a|\sqrt{a^2} = a\sqrt{a^2}$, якщо $a \ge 0$.

743. а) $(\sqrt{x})^2 = x$; б) $5\sqrt{a^2} = 5|a|$; в) $b\sqrt{b^2} = b|b|$; г) $-\sqrt{m^2} = -|m|$.

744. а) $\sqrt{x^2} = |x| = x$, якщо $x \ge 0$; б) $(\sqrt{a})^2 = a$, якщо $a \ge 0$;

в) $m\sqrt{m^2} = m \cdot |m| = m^2$, якщо $m \ge 0$.

745. а) $\sqrt{9n^2} = 3|n|$, якщо $n < 0$, то $-3n$; б) $x\sqrt{x^2} = x \cdot |x|$, якщо $x < 0$, то $-x^2$.

746. а) $(\sqrt{a-1})^2 = a - 1$; б) $\sqrt{(a-1)^2} = |a-1|$; в) $-\sqrt{(a-1)^2} = -|a-1|$.

747. а) $\sqrt{(-x)^2}=|-x|=|x|$, якщо $x>0$, то $|x|=x$;

б) $\sqrt{(x-1)^2}=|x-1|$, якщо $x<1$, то $|x-1|=1-x$;

в) $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|$, якщо $a<b$, то $|a-b|=b-a$;

г) $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|$, якщо $a>b$, то $|a-b|=a-b$.

748. а) $\sqrt{4m^2}=2|m|$, якщо $m=-3$, то $2\cdot|-3|=2\cdot3=6$;

б) $\sqrt{(-4m)^2}=|-4m|$, якщо $m=-3$, то $|-4\cdot(-3)|=|6\cdot2|=6\cdot2=12$;

в) $\sqrt{\left(\frac{a}{a-1}\right)^4}=\left|\left(\frac{a}{a-1}\right)^2\right|=\left(\frac{a}{a-1}\right)^2$, якщо $a=2$, то $\left(\frac{2}{2-1}\right)^2=\frac{4}{1}=4$;

г) $\sqrt{\left(\frac{a}{1-a}\right)^4}=\left|\left(\frac{a}{1-a}\right)^2\right|=\left(\frac{a}{1-a}\right)^2$, якщо $a=2$, то $\left(\frac{2}{1-2}\right)^2=4$.

749. $\sqrt{b^2-4ac}$.

а) Якщо $a=3$, $b=5$, $c=-2$, то $\sqrt{25-4\cdot3\cdot(-2)}=\sqrt{25+24}=\sqrt{49}=7$;

б) якщо $a=100$, $b=160$, $c=63$, то $\sqrt{160^2-4\cdot100\cdot63}=\sqrt{25\,600-25\,200}=\sqrt{400}=20$.

750. а) $\sqrt{c^2}=|c|$, якщо $c=3$, то $|3|=3$; якщо $c=-6$, то $|-6|=6$; якщо $c=-12$, то $|-12|=12$;

б) $x\sqrt{x^2}=x|x|$, якщо $x=5$, то $5\cdot|5|=25$; якщо $x=-5$, то $-5\cdot|-5|=-25$; якщо $x=-7$, то $-7\cdot|-7|=-49$.

751. а) $\sqrt{9a^4b^2c^6}=|3a^2bc^3|=3a^2bc^3$; б) $\sqrt{0,25a^2b^6c^{10}}=|0,5ab^3c^5|=0,5ab^3c^5$;

в) $-\sqrt{16a^4b^4c^6}=-|4a^2b^2c^3|=-4a^2b^2c^3$; г) $-\sqrt{2,25a^2b^2c^8}=-|1,5abc^4|=-1,5abc^4$.

752. а) $\sqrt{x^2y^2z^2}=|x|\cdot|y|\cdot|z|=-x\cdot(-y)\cdot(-z)=-xyz$;

б) $\sqrt{x^2y^2z^4}=|x|\cdot|y|\cdot|z^2|=-x\cdot(-y)\cdot z^2=xyz^2$;

в) $-\sqrt{4x^2y^2z^2}=-2|x|\cdot|y|\cdot|z|=-2\cdot(-x)\cdot(-y)\cdot(-z)=2xyz$;

г) $-\sqrt{0,81x^4y^4z^2}=-0,9\cdot|x^2|\cdot|y^2|\cdot|z|=-0,9x^2y^2\cdot(-z)=0,9x^2y^2z$.

753. а) $\sqrt{a^2+2ab+b^2}=\sqrt{(a+b)^2}=|a+b|$;

б) $\sqrt{(a+1)^2(a^2+1)^2}=|a+1|\cdot|a^2+1|=(a^2+1)\cdot|a+1|$;

в) $\sqrt{(2n-1)^2\cdot(n^4+1)^2}=|2n-1|\cdot|n^4+1|=(n^4+1)\cdot|2n-1|$.

754. а) $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=|1-\sqrt{3}|+|\sqrt{3}-2|=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}=1$;

б) $\sqrt{(2-\sqrt{5}^2)}-\sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}=|2-\sqrt{5}|-|\sqrt{5}+3|=\sqrt{5}-2-\sqrt{5}-3=-5$;

в) $\sqrt{(\sqrt{17}-3)^2}+\sqrt{(12-\sqrt{17})^2}=|\sqrt{17}-3|+|12-\sqrt{17}|=\sqrt{17}-3+12-\sqrt{17}=9$;

г) $\sqrt{(\sqrt{11}-4)^2}+\sqrt{(3-\sqrt{11})^2}=|\sqrt{11}-4|+|3-\sqrt{11}|=4-\sqrt{11}+\sqrt{11}-3=1$.

755. а) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=|\sqrt{3}-1|=\sqrt{3}-1$;

б) $\sqrt{7+2\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{6}+1}=\sqrt{(\sqrt{6}+1)^2}=|\sqrt{6}+1|=\sqrt{6}+1$;

в) $\sqrt{21-8\sqrt{5}}=\sqrt{16-8\sqrt{5}+5}=\sqrt{(4-\sqrt{5})^2}=|4-\sqrt{5}|=4-\sqrt{5}$;

г) $\sqrt{31+12\sqrt{3}}=\sqrt{27+12\sqrt{3}+4}=\sqrt{(3\sqrt{3}+2)^2}=|3\sqrt{3}+2|=3\sqrt{3}+2$;

г) $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{9-12\sqrt{2}+8} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} = |3-2\sqrt{2}| = 3-2\sqrt{2}$;

д) $\sqrt{67+12\sqrt{7}} = \sqrt{4+12\sqrt{7}+63} = \sqrt{(2+3\sqrt{7})^2} = |2+3\sqrt{7}| = 2+3\sqrt{7}$.

а) $(2b+2a)^2 = 4a^2+8ab+4b^2$; б) $(3x-5y)^2 = 25y^2+9x^2-30xy$;

в) $(4a^2+b^3)^2 = 16a^4+8a^2b^3+b^6$; г) $(5a^4-6b)^2 = 25b^8-60a^4b+36b^2$.

757. а) $-1+4a-4a^2 = -(1-4a+4a^2) = -(1-2a)^2$;

б) $0,36x^2+25y^2-6xy = (0,6x-5y)^2$;

в) $2xy-0,01x^2y^2-100 = -(0,01x^2y^2-2xy+100) = -(0,1xy-10)^2$;

г) $2ab-25a^2b^2-0,04 = -(25a^2b^2-2ab+0,04) = -(5ab-0,2)^2$.

758. а) $x^{2n}-1 = (x^n-1)(x^n+1)$; б) $a^{4p}-4 = (a^{2p}-2)(a^{2p}+2)$;

в) $9x^{2n+2}-y^{6n} = (3x^{n+1}-y^{3n})(3x^{n+1}+y^{3n})$;

г) $a^{4m-2}-49b^2m^{-4} = (a^{2m-1}-7bm^{-2})(a^{2m-1}+7bm^{-2})$.

766. а) $\sqrt{250} = 5\sqrt{10}$; б) $\sqrt{490} = 7\sqrt{10}$; в) $\sqrt{5000} = \sqrt{2500\cdot 2} = 50\sqrt{2}$;

г) $\sqrt{1600} = 40$; ґ) $\sqrt{6000} = \sqrt{400\cdot 15} = 20\sqrt{15}$;

д) $-\sqrt{7200} = -\sqrt{900\cdot 4\cdot 2} = -30\cdot 2\sqrt{2} = -60\sqrt{2}$;

е) $-\sqrt{7500} = -\sqrt{100\cdot 25\cdot 3} = -50\sqrt{3}$; є) $\sqrt{17\,500} = \sqrt{100\cdot 25\cdot 7} = 50\sqrt{7}$.

767. а) $\sqrt{242} = \sqrt{121\cdot 2} = 11\sqrt{2}$; б) $\sqrt{363} = \sqrt{121\cdot 3} = 11\sqrt{3}$;

в) $\sqrt{484} = \sqrt{121\cdot 4} = 11\cdot 2 = 22$; г) $\sqrt{847} = \sqrt{121\cdot 7} = 11\sqrt{7}$;

ґ) $\sqrt{605} = \sqrt{121\cdot 5} = 11\sqrt{5}$; д) $\sqrt{882} = \sqrt{441\cdot 2} = 21\sqrt{2}$;

е) $\sqrt{720} = \sqrt{9\cdot 16\cdot 5} = 12\sqrt{5}$; є) $\sqrt{2178} = \sqrt{121\cdot 9\cdot 2} = 33\sqrt{2}$.

768. а) $\sqrt{2,5} = \sqrt{25\cdot 0,1} = 5\sqrt{0,1}$; б) $\sqrt{12,1} = \sqrt{121\cdot 0,1} = 11\sqrt{0,1}$;

в) $\sqrt{6,75} = \sqrt{0,09\cdot 25\cdot 3} = 0,3\cdot 5\sqrt{3} = 1,5\sqrt{3}$;

г) $\sqrt{28,88} = \sqrt{4\cdot 2\cdot 3,61} = 2\cdot 1,9\sqrt{2} = 3,8\sqrt{2}$.

769. а) $2\sqrt{3} = \sqrt{4\cdot 3} = \sqrt{12}$; б) $3\sqrt{10} = \sqrt{9\cdot 10} = \sqrt{90}$; в) $12\sqrt{2} = \sqrt{144\cdot 2} = \sqrt{288}$;

г) $2\sqrt{21} = \sqrt{4\cdot 21} = \sqrt{84}$; ґ) $0,1\sqrt{10} = \sqrt{0,01\cdot 10} = \sqrt{0,1}$;

д) $0,2\sqrt{5} = \sqrt{0,04\cdot 5} = \sqrt{0,2}$; е) $1,2\sqrt{0,1} = \sqrt{1,44\cdot 0,1} = \sqrt{0,144}$.

770. а) $11\sqrt{11} = \sqrt{121\cdot 11} = \sqrt{1331}$; б) $5\sqrt{3} = \sqrt{25\cdot 3} = \sqrt{75}$;

в) $10\sqrt{7} = \sqrt{100\cdot 7} = \sqrt{700}$; г) $0,1\sqrt{0,1} = \sqrt{0,01\cdot 0,1} = \sqrt{0,001}$;

ґ) $1,5\sqrt{2} = \sqrt{2,25\cdot 2} = \sqrt{4,5}$; д) $2,5\sqrt{10} = \sqrt{6,25\cdot 10} = \sqrt{62,5}$.

771. а) $0,3\sqrt{10} = \sqrt{0,09\cdot 10} = \sqrt{0,9}$; б) $0,2\sqrt{35} = \sqrt{0,04\cdot 35} = \sqrt{1,4}$;

в) $0,04\sqrt{65} = \sqrt{0,0016\cdot 65} = \sqrt{0,104}$; г) $0,5\sqrt{0,2} = \sqrt{0,25\cdot 0.2} = \sqrt{0,05}$;

ґ) $0,2\sqrt{0,5} = \sqrt{0,04\cdot 0,5} = \sqrt{0,02}$; д) $\sqrt{1,2}\cdot 1,5 = \sqrt{1,2\cdot 2,25} = \sqrt{2,7}$.

772. а) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{1}{6}}$; б) $3\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{9\cdot\frac{2}{3}} = \sqrt{6}$; в) $1\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{33}} = \sqrt{\frac{9}{4}\cdot\frac{2}{33}} = \sqrt{\frac{3}{22}}$;

г) $\frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{\frac{1}{4}\cdot 2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$; ґ) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$; д) $\frac{3}{5}\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{9}{25}\cdot\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{27}{125}}$.

773. а) $1\frac{1}{5}\sqrt{2\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{36}{25}\cdot\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{18}{5}} = \sqrt{3\frac{3}{5}}$; б) $2\frac{1}{4}\sqrt{5\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{81}{16}\cdot\frac{16}{3}} = \sqrt{27}$;

в) $3\frac{2}{5}\sqrt{\frac{5}{17}} = \sqrt{\frac{17^2}{25}\cdot\frac{5}{17}} = \sqrt{\frac{17}{5}} = \sqrt{3\frac{2}{5}}$.

774. $a > \sqrt{a}$, якщо $a > 1$; $a < \sqrt{a}$, якщо $0 < a < 1$; $a = \sqrt{a}$, якщо $a = 1$, $a = 0$.

775. а) $2\sqrt{3} < \sqrt{15}$; $\sqrt{12} < \sqrt{15}$; б) $3\sqrt{2} > \sqrt{17}$; $\sqrt{18} > \sqrt{17}$;

в) $\sqrt{26} < 3\sqrt{3}$; $\sqrt{26} < \sqrt{27}$.

776. а) $3\sqrt{5} < 5\sqrt{3}$; $\sqrt{45} < \sqrt{75}$; б) $4\sqrt{10} < 10\sqrt{2}$; $\sqrt{160} < \sqrt{200}$;

в) $1,5\sqrt{1,1} > 1,3\sqrt{1,2}$; $\sqrt{2,475} > \sqrt{2,028}$; г) $3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}$; $\sqrt{63} < \sqrt{72}$.

777. а) $\frac{2}{3}\sqrt{27} < 7\sqrt{\frac{2}{3}}$; $\sqrt{\frac{4}{9}\cdot 27} = \sqrt{12}$; $\sqrt{49\cdot\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{98}{3}} = \sqrt{32\frac{2}{3}}$;

б) $0,2\sqrt{150} = \frac{1}{3}\sqrt{54}$; $0,2\sqrt{150} = \sqrt{0,04\cdot 150} = \sqrt{6}$; $\sqrt{\frac{1}{9}\cdot 54} = \sqrt{6}$.

778. а) $(\sqrt{12}+\sqrt{75})\cdot\sqrt{3} = \sqrt{36}+\sqrt{225} = 6+15 = 21$;

б) $(\sqrt{18}-\sqrt{50})\cdot\sqrt{2} = \sqrt{36}-\sqrt{100} = 6-10 = -4$;

в) $(4\sqrt{3}-\sqrt{24})\cdot\sqrt{12} = 4\sqrt{36}-\sqrt{288} = 24-12\sqrt{2}$;

г) $(2\sqrt{18}+\sqrt{12})\cdot\sqrt{8} = 2\sqrt{144}+\sqrt{96} = 24+4\sqrt{6}$.

779. а) $(\sqrt{20}+\sqrt{45})\cdot\sqrt{5} = \sqrt{100}+\sqrt{225} = 10+15 = 25$;

б) $(\sqrt{63}-\sqrt{28})\cdot\sqrt{7} = \sqrt{441}-\sqrt{196} = 21-14 = 7$;

в) $(7\sqrt{3}+5\sqrt{2})\cdot\sqrt{6} = 7\sqrt{9\cdot 2}+5\sqrt{4\cdot 3} = 21\sqrt{2}+10\sqrt{3}$;

г) $(5\sqrt{12}-3\sqrt{3})\cdot 2\sqrt{3} = 10\sqrt{36}-6\sqrt{9} = 60-18 = 42$.

780. а) $(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+3) = 7+3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-6 = 1+\sqrt{7}$;

б) $(2-\sqrt{3})(5-2\sqrt{3}) = 10-4\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6 = 16-9\sqrt{3}$;

в) $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5}) = 9-5 = 4$; г) $(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2) = 7-4 = 3$.

781. а) $(2-\sqrt{3})(4+2\sqrt{3}) = 8+\cancel{4\sqrt{3}}-\cancel{4\sqrt{3}}-6 = 2$;

б) $(6-3\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) = 12-6\sqrt{2}-6\sqrt{2}+6 = 18-12\sqrt{2}$;

в) $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1) = 12-1 = 11$; г) $(4+3\sqrt{7})(3\sqrt{7}-4) = (3\sqrt{7})^2-4^2 = 63-16 = 47$.

782. а) $(1+\sqrt{3})^2 = 1+2\sqrt{3}+3 = 4+2\sqrt{3}$; б) $(3-\sqrt{5})^2 = 9-6\sqrt{5}+5 = 14-6\sqrt{5}$;

в) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2-2\sqrt{6} = 3+2\sqrt{6}+2-2\sqrt{6} = 5$;

г) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2+2\sqrt{10} = 5-2\sqrt{10}+2+2\sqrt{10} = 7$.

783. а) $(2\sqrt{3}-\sqrt{5})^2 = 12-4\sqrt{15}+5 = 17-4\sqrt{15}$;

б) $(3\sqrt{2}+5\sqrt{3})^2 = 18-30\sqrt{6}+75 = 93-30\sqrt{6}$;

в) $(\sqrt{5}-1)^2+\sqrt{20} = 5-2\sqrt{5}+1+2\sqrt{5} = 6$;

г) $(1+\sqrt{3})^2-\sqrt{12} = 1+2\sqrt{3}+3-2\sqrt{3} = 4$.

784. а) $\sqrt{2a^2} = |a|\sqrt{2} = a\sqrt{2}$; б) $\sqrt{12a^2} = 2|a|\sqrt{3} = 2a\sqrt{3}$;

в) $3\sqrt{a^3} = 3|a|\sqrt{a} = 3a\sqrt{a}$; г) $\sqrt{8a^4} = 2a^2\sqrt{2}$.

785. а) $\sqrt{3x^2} = |x|\sqrt{3} = x\sqrt{3}$; б) $\sqrt{7y^4} = y^2\sqrt{7}$; в) $\sqrt{2x^3} = |x|\sqrt{2x} = x\sqrt{2x}$;

г) $\sqrt{9x^5} = 3x^2\sqrt{x}$.

786. а) $2x\sqrt{3} = \sqrt{4x^2\cdot 3} = \sqrt{12x^2}$; б) $x\sqrt{2x} = \sqrt{x^2\cdot 2x} = \sqrt{2x^3}$;

в) $x^2\sqrt{5} = \sqrt{x^4\cdot 5} = \sqrt{5x^4}$; г) $3x^3\sqrt{x} = \sqrt{9x^6\cdot x} = \sqrt{9x^7}$.

787. а) $x\sqrt{2} = \sqrt{2x^2}$; б) $y\sqrt{3} = \sqrt{3y^2}$; в) $2x^2\sqrt{x} = \sqrt{4x^4\cdot x} = \sqrt{4x^5}$;

г) $3y\sqrt{x} = \sqrt{9y^2x}$.

788. а) $\frac{x}{\sqrt{5}}=\frac{x\sqrt{5}}{5}$; б) $\frac{3}{\sqrt{a}}=\frac{3\sqrt{a}}{a}$; в) $\frac{7}{3\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{6}$; г) $\frac{6}{5\sqrt{12}}=\frac{6\sqrt{12}}{5\cdot 12}=\frac{\sqrt{12}}{10}$.

789. а) $\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}}{x}$; в) $\frac{a}{\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}$; г) $\frac{3}{2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

790. а) $\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}=-2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$; б) $\frac{c}{1-\sqrt{3}}=\frac{c(1+\sqrt{3})}{1-3}=-\frac{c}{2}(1+\sqrt{3})$;

в) $\frac{1}{\sqrt{2}+x}=\frac{\sqrt{2}-x}{2-x^2}$; г) $\frac{x}{1-\sqrt{x}}=\frac{x(1+\sqrt{x})}{1-x}$.

791. а) $\frac{m}{1-\sqrt{5}}=\frac{m(1+\sqrt{5})}{1-5}=-\frac{m}{4}(1+\sqrt{5})$;

б) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3-5}=-\frac{1}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{5})=\frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})$;

в) $\frac{a}{1+\sqrt{c}}=\frac{a(1-\sqrt{c})}{1-c}$; г) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$.

792. а) $-3\sqrt{10}<2\sqrt{22}$; б) $-1,5\sqrt{10}<-2\sqrt{5}$; $-\sqrt{22,5}<-\sqrt{20}$.

793. а) $-1,5\sqrt{2}<-2\sqrt{1,1}$; $-\sqrt{4,5}<-\sqrt{4,4}$;

б) $-0,2\sqrt{0,1}<-0,1\sqrt{0,2}$; $-\sqrt{0,004}<-\sqrt{0,002}$.

794. а) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{235}\cdot\sqrt{6}<\sqrt{3}\cdot 237\cdot\sqrt{10}$; $\sqrt{30}\cdot\sqrt{235}<\sqrt{30}\cdot\sqrt{237}$;

б) $\sqrt{0,2}\cdot\sqrt{0,03}\cdot\sqrt{0,006}=\sqrt{0,3}\cdot\sqrt{0,06}\cdot\sqrt{0,002}$.

795. $\underbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\ldots+\sqrt{2}}_{10}=10\sqrt{2}$; $\underbrace{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\ldots\cdot\sqrt{2}}_{10}=(\sqrt{2})^{10}=2^5=32$. більше добуток.

796. а) $\sqrt{48}-\sqrt{300}+\sqrt{75}=\sqrt{16\cdot 3}-\sqrt{100\cdot 3}+\sqrt{25\cdot 3}=4\sqrt{3}-10\sqrt{3}+5\sqrt{3}=-\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{72}\cdot\sqrt{50}+2\sqrt{18}=\sqrt{36\cdot 100}+2\sqrt{9\cdot 2}=60+6\sqrt{2}$;

в) $\sqrt{200}+\sqrt{8}-\sqrt{32}=10\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$;

г) $3\sqrt{8}+\sqrt{98}-\sqrt{2}=6\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\sqrt{2}=12\sqrt{2}$.

797. а) $\sqrt{12}-\sqrt{75}+\sqrt{48}=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}=\sqrt{3}$;

б) $\sqrt{150}-\sqrt{54}+\sqrt{24}=5\sqrt{6}-3\sqrt{6}+2\sqrt{6}=4\sqrt{6}$;

в) $\sqrt{2}(\sqrt{50}+\sqrt{32})=\sqrt{100}+\sqrt{64}=10+8=18$;

г) $2\sqrt{10}(\sqrt{45}+\sqrt{80})=2\sqrt{450}-2\sqrt{800}=2\cdot 15\sqrt{2}-2\cdot 20\sqrt{2}=30\sqrt{2}-40\sqrt{2}=-10\sqrt{2}$.

798. а) $(\sqrt{30}+\sqrt{24})\cdot\sqrt{6}=\sqrt{180}+\sqrt{144}=6\sqrt{5}+12$;

б) $(\sqrt{60}-\sqrt{15})\cdot\sqrt{15}=\sqrt{900}-\sqrt{225}=30-15=15$;

в) $(\sqrt{125}-2\sqrt{5})\cdot\sqrt{10}+\sqrt{32}=\sqrt{25\cdot 25\cdot 2}-2\sqrt{25\cdot 2}+\sqrt{16\cdot 2}=$

$=25\sqrt{2}-10\sqrt{2}+4\sqrt{2}=19\sqrt{2}$;

г) $(7\sqrt{3}+\sqrt{6})\cdot\sqrt{6}-\sqrt{800}=7\sqrt{9\cdot 2}+6-20\sqrt{2}=21\sqrt{2}+6-20\sqrt{2}=6+\sqrt{2}$.

799. а) $(\sqrt{45}-\sqrt{20}):\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=1$;

б) $(\sqrt{28}+\sqrt{63}):\sqrt{7}=\frac{2\sqrt{7}+3\sqrt{7}}{\sqrt{7}}=5$; в) $\frac{3\sqrt{28}+2\sqrt{175}}{2\sqrt{112}}=\frac{6\sqrt{7}+10\sqrt{7}}{4\sqrt{7}}=\frac{16\sqrt{7}}{4\sqrt{7}}=4$;

г) $\frac{7\sqrt{108}-\sqrt{12}}{2\sqrt{75}}=\frac{42\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}=\frac{40\sqrt{3}}{10\sqrt{3}}=4$.

800. а) $\left(3\sqrt{32}+\sqrt{162}-2\sqrt{288}\right)\cdot\sqrt{2}+15=3\cdot\sqrt{64}+\sqrt{324}-2\sqrt{576}+15=$
$=24+18-48+15=9;$

б) $\left(4\sqrt{12}-6\sqrt{48}+5\sqrt{27}\right)\sqrt{3}-12=4\sqrt{36}-6\sqrt{144}+5\sqrt{81}-12=$
$=24-72+45-12=-15.$

801. а) $\left(2\sqrt{320}-7\sqrt{20}-\sqrt{45}\right)^2+20=\left(2\cdot 8\sqrt{5}-7\cdot 2\sqrt{5}-3\sqrt{5}\right)^2+20=$
$=\left(16\sqrt{5}-14\sqrt{5}-3\sqrt{5}\right)^2+20=\left(-\sqrt{5}\right)^2+20=25;$

б) $\left(4\sqrt{150}-6\sqrt{54}+2\sqrt{96}\right)^2-20=\left(4\cdot 5\sqrt{6}-6\cdot 3\sqrt{6}+2\cdot 4\sqrt{6}\right)^2-20=$
$=\left(20\sqrt{6}-18\sqrt{6}+8\sqrt{6}\right)^2-20=\left(10\sqrt{6}\right)^2-20=600-20=580.$

802. а) $37{,}5:6=6{,}25$ (дм^2) — площа однієї грані куба;

б) $\sqrt{6{,}25}=2{,}5$ (дм) — довжина ребра куба. *Відповідь:* 2,5 дм.

803. а) $480:30=16$ (см^2) — площа однієї грані куба;

б) $\sqrt{16}=4$ (см) — довжина ребра куба. *Відповідь:* 4 см.

804. а) $\sqrt{2x^2}\doteq|x|\sqrt{2}=-x\sqrt{2}$; б) $\sqrt{20x^4}=2x^2\sqrt{5}$;

в) $\frac{2}{x}\sqrt{x^2c}=\frac{2}{x}|x|\sqrt{c}=-\frac{2}{x}x\sqrt{c}=-2\sqrt{c}$; г) $\sqrt{x^6m}=|x^3|\sqrt{m}=-x^3\sqrt{m}$.

805. а) $\sqrt{12a^4}=2a^2\sqrt{3}$; б) $\sqrt{3c^{10}}=|c^5|\sqrt{3}=-c^5\sqrt{3}$; в) $-\sqrt{-18a^7}=-3|a^3|\sqrt{-2a}=3a^3\sqrt{-2a}$;

г) $-\sqrt{32c^8}=-4|c^4|\sqrt{2}=-4c^4\sqrt{2}$; ґ) $\sqrt{-48a^{11}c^2}=4|a^5|\cdot|c|\sqrt{-3a}=4a^5c\sqrt{-3a}$;

д) $\sqrt{60a^7c^9}=2|a^3|\cdot|c^4|\sqrt{15ac}=-2a^3c^4\sqrt{15ac}$;

е) $\sqrt{\frac{20a^4}{-9c}}=\frac{2|a^2|}{3}\sqrt{\frac{5}{-c}}=\frac{2}{3}a^2\sqrt{-\frac{5}{c}}$; є) $\sqrt{\frac{27a^{16}}{16c^6}}=\frac{3|a^8|}{4|c^3|}\sqrt{3}=-\frac{3a^8}{4c}\sqrt{3}$.

806. а) $c\sqrt{a}=-\sqrt{ac^2}$; б) $c^2\sqrt{a}=\sqrt{ac^4}$; в) $c^3\sqrt{x}=-\sqrt{c^6x}$; г) $c^4\sqrt{p}=\sqrt{c^8p}$.

807. а) $m\sqrt{m^2}=-\sqrt{m^4}$; б) $2m\sqrt{\frac{1}{m^2}}=-\sqrt{\frac{4m^2}{m^2}}=-2$; в) $m^2\sqrt{\frac{3}{m^4}}=\sqrt{\frac{3m^4}{m^4}}=\sqrt{3}$;

г) $m^3\sqrt{\frac{1}{m^8}}=-\sqrt{\frac{m^6}{m^8}}=-\sqrt{\frac{1}{m^2}}$.

808. а) $2\sqrt{a}+3\sqrt{a}-4\sqrt{a}=\sqrt{a}$; б) $2\sqrt{x}+y\sqrt{x}-\sqrt{4x}=2\sqrt{x}+y\sqrt{x}-2\sqrt{x}=y\sqrt{x}$.

809. а) $\sqrt{25a}-\sqrt{64a}+\sqrt{9a}=5\sqrt{a}-8\sqrt{a}+3\sqrt{a}=0$;

б) $9\sqrt{p}-\sqrt{9p}+\sqrt{16p}=9\sqrt{p}-3\sqrt{p}+4\sqrt{p}=10\sqrt{p}$.

810. а) $2\sqrt{20x}-\sqrt{5x}-\sqrt{45x}=4\sqrt{5x}-\sqrt{5x}-3\sqrt{5x}=0$;

б) $\sqrt{18p}-\sqrt{8p}+\sqrt{81}=3\sqrt{2p}-2\sqrt{2p}+9=\sqrt{2p}+9$.

811. а) $\left(\sqrt{a}-1\right)\left(\sqrt{a}+2\right)=a+2\sqrt{a}-\sqrt{a}-2=a+\sqrt{a}-2$;

б) $\left(\sqrt{x}+2\right)\left(3+\sqrt{x}\right)=3\sqrt{x}+x+6+2\sqrt{x}=5\sqrt{x}+x+6$.

812. а) $\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-2\right)+2\sqrt{a}=a-2\sqrt{a}+2\sqrt{a}=a$;

б) $\left(3-2\sqrt{x}\right)\sqrt{x}-3\sqrt{x}=3\sqrt{x}-2x-3\sqrt{x}=-2x$.

813. а) $\left(-b+\sqrt{x}\right)\left(-b-\sqrt{x}\right)=\left(b-\sqrt{x}\right)\left(b+\sqrt{x}\right)=b^2-x$;

б) $\left(b-\sqrt{b^2-4ac}\right)\left(b+\sqrt{b^2-4ac}\right)=b^2-\left(b^2-4ac\right)=b^2-b^2+4ac=4ac$.

814. а) $\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{x}\right)+\sqrt{ax}=a-\sqrt{ax}+\sqrt{ax}=a$;

б) $\sqrt{xy}-\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)=\sqrt{xy}-x-\sqrt{xy}=-x$.

815. а) $(a-b):\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$;

б) $(x-y):(\sqrt{x}+\sqrt{y})=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})}=\sqrt{x}-\sqrt{y}$.

816. а) $(4a^2-x):(2a-\sqrt{x})=\frac{(2a-\sqrt{x})(2a+\sqrt{x})}{2a-\sqrt{x}}=2a+\sqrt{x}$;

б) $(x^4-9z):(x^2+3\sqrt{z})=\frac{(x^2-3\sqrt{z})(x^2+3\sqrt{z})}{x^2+3\sqrt{z}}=x^2-3\sqrt{z}$.

817. а) $\sqrt{35}-\sqrt{5}=\sqrt{5}(\sqrt{7}-1)$; б) $\sqrt{35}-\sqrt{7}=\sqrt{7}(\sqrt{5}-1)$; в) $7-\sqrt{7}=\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)$.

818. а) $a+\sqrt{a}=\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)$; б) $x\sqrt{y}-\sqrt{x}=\sqrt{x}(\sqrt{xy}-1)$;

в) $a\sqrt{c}-c\sqrt{a}=\sqrt{ca}(\sqrt{a}-\sqrt{c})$.

819. а) $a^2-c=(a-\sqrt{c})(a+\sqrt{c})$; б) $a-c=(\sqrt{a}-\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c})$;

в) $x-2=(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})$.

820. а) $\frac{\sqrt{a}-1}{a-1}=\frac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}=\frac{1}{\sqrt{a}+1}$; б) $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{z}}{x-z}=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{z}}{(\sqrt{x}-\sqrt{z})(\sqrt{x}+\sqrt{z})}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{z}}$;

в) $\frac{a+\sqrt{2}}{a^2-2}=\frac{a+\sqrt{2}}{(a-\sqrt{2})(a+\sqrt{2})}=\frac{1}{a-\sqrt{2}}$.

821. а) $\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+a}=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(1+\sqrt{a})}=\frac{1}{\sqrt{a}}$; б) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{a\sqrt{x}+x\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{ax}(\sqrt{a}+\sqrt{x})}=\frac{1}{\sqrt{ax}}$;

в) $\frac{a+2\sqrt{a}+1}{a-1}=\frac{(\sqrt{a}+1)^2}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$.

822. а) $\frac{x-6\sqrt{x}+9}{x-9}=\frac{(\sqrt{x}-3)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$;

б) $\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2+\sqrt{3}}=\frac{3+2\sqrt{3}+1}{2+\sqrt{3}}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}=2$;

в) $\frac{(\sqrt{7}-1)^2}{\sqrt{7}-4}=\frac{7-2\sqrt{7}+1}{\sqrt{7}-4}=\frac{8-2\sqrt{7}}{\sqrt{7}-4}=\frac{-2(\sqrt{7}-4)}{\sqrt{7}-4}=-2$.

823. а) $\frac{2a}{\sqrt{2ax}}=\frac{2a\sqrt{2ax}}{2ax}=\frac{\sqrt{2ax}}{x}$; б) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$;

в) $\frac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{c}}=\frac{a(\sqrt{a}+\sqrt{c})}{a-c}$; г) $\frac{3}{\sqrt{11}+\sqrt{2}}=\frac{3(\sqrt{11}-\sqrt{2})}{11-2}=\frac{3(\sqrt{11}-\sqrt{2})}{9}=\frac{\sqrt{11}-\sqrt{2}}{3}$.

824. а) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}=2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$;

б) $\frac{a+1}{\sqrt{a+3}-2}=\frac{(a+1)(\sqrt{a+3}+2)}{a+3-2}=\frac{(a+1)(\sqrt{a+3}+2)}{a+1}=\sqrt{a+3}+2$;

в) $\frac{x}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1-2x}}=\frac{x(\sqrt{1-x}+\sqrt{1-2x})}{1-x-(1-2x)}=\frac{x(\sqrt{1-x}+\sqrt{1-2x})}{\cancel{1}-x-\cancel{1}+2x}=$

$=\frac{x(\sqrt{1-x}+\sqrt{1-2x})}{x}=\sqrt{1-x}+\sqrt{1-2x}$;

г) $\frac{10}{\sqrt{6}+1}=\frac{10(\sqrt{6}-1)}{6-1}=\frac{10(\sqrt{6}-1)}{5}=2(\sqrt{6}-1)$.

825. а) $\dfrac{5}{\sqrt{x+3}}=\dfrac{5\sqrt{x+3}}{x+3}$; б) $\dfrac{a}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}=\dfrac{a\left(\sqrt{a}+\sqrt{x}\right)}{a-x}$;

в) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\dfrac{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2}{2-5}=\dfrac{5+2\sqrt{10}+2}{-3}=-\dfrac{7+2\sqrt{10}}{3}$;

г) $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{8}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=2\left(3-2\sqrt{6}+2\right)=2\left(5-2\sqrt{6}\right)$.

826. а) $\left(\sqrt{5+\sqrt{24}}+\sqrt{5-\sqrt{24}}\right)^2=5+\sqrt{24}+2\sqrt{\left(5+\sqrt{24}\right)\left(5-\sqrt{24}\right)}+5+\sqrt{24}=$
$=10+2\sqrt{25-24}=10+2=12$, доведено;

б) $\left(\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}\right)^2=6+\sqrt{20}-2\sqrt{\left(6+\sqrt{20}\right)\left(6-\sqrt{20}\right)}+6-\sqrt{20}=$
$=12-2\sqrt{36-20}=12-2\cdot\sqrt{16}=12-8=4$, доведено.

827. а) $\sqrt{7}+\sqrt{3}>\sqrt{19}$; $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2=7+2\sqrt{21}+3=10+\sqrt{4\cdot 21}=10+\sqrt{84}$;
$\left(\sqrt{19}\right)^2=19=10+9=10+\sqrt{81}$;

б) $6-\sqrt{15}<\sqrt{37}-\sqrt{14}$; $\left(6-\sqrt{15}\right)^2=36-12\sqrt{15}+15=51-12\sqrt{15}=51-2\sqrt{540}$;
$\left(\sqrt{37}-\sqrt{14}\right)^2=37-2\sqrt{37\cdot 14}+14=51-2\sqrt{37\cdot 14}=51-2\sqrt{518}$; $2\sqrt{540}>2\sqrt{518}$;

в) $\sqrt{3}+\sqrt{19}>\sqrt{7}+\sqrt{10}$; $\left(\sqrt{3}+\sqrt{19}\right)^2=3+\sqrt{57}+19=22+2\sqrt{57}=17+\sqrt{25}+2\sqrt{57}$;
$\left(\sqrt{7}+\sqrt{10}\right)^2=7+2\sqrt{70}+10=17+2\sqrt{70}$; $5+2\sqrt{57}>2\sqrt{70}$;

г) $\sqrt{7}-\sqrt{5}>\sqrt{17}-\sqrt{15}$.

828. $\sqrt{2017}-\sqrt{2015}>\sqrt{2018}-\sqrt{2016}$, тому що $\sqrt{2017}+\sqrt{2016}>\sqrt{2015}+\sqrt{2018}$.

829. $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=-\dfrac{b}{a}$;

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}-\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{2\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}}{a}$;

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\cdot\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{b^2-b^2+4ac}{4a^2}=\dfrac{c}{a}$;

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}:\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{-b-\sqrt{b^2-4ac}}=-\dfrac{\sqrt{b^2-4ac}-b}{\sqrt{b^2-4ac}+b}=\dfrac{b-\sqrt{b^2-4ac}}{b+\sqrt{b^2-4ac}}$.

830. а) $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)\cdot\dfrac{(b-a)^2}{\sqrt{ab}}=\dfrac{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}\cdot\dfrac{(b-a)^2}{\sqrt{ab}}=$

$=\dfrac{a+\sqrt{ab}-a+\sqrt{ab}}{a-b}\cdot\dfrac{(b-a)^2}{\sqrt{ab}}=\dfrac{2\sqrt{ab}\,(a-b)^2}{(a-b)\cdot\sqrt{ab}}=2(a-b)$;

б) $\left(\dfrac{1}{x+x\sqrt{y}}+\dfrac{1}{x-x\sqrt{y}}\right):\dfrac{2}{y-1}=\dfrac{1-\sqrt{y}+1+\sqrt{y}}{x\left(1+\sqrt{y}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}\cdot\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{2(y-1)}{(1-y)\cdot 2x}=-\dfrac{1}{x}$.

831. Для доведення перетворимо ліву частину рівності:

а) $\sqrt{5+\sqrt{24}}=\sqrt{3+2\sqrt{6}+2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2+2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}=$

$=\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}=\left|\sqrt{3}+\sqrt{2}\right|=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, що й треба було довести;

б) $\frac{\sqrt{9}+\sqrt{54}+\sqrt{450}+\sqrt{75}}{5+\sqrt{3}}=\frac{3+3\sqrt{6}+15\sqrt{2}+5\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}=\frac{(3+5\sqrt{3})+(3\sqrt{6}+15\sqrt{2})}{5+\sqrt{3}}=$

$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+5)+3\sqrt{2}(\sqrt{3}+5)}{5+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}+3\sqrt{2})}{(5+\sqrt{3})}=\sqrt{3}+3\sqrt{2},$

ліва частина дорівнює правій, доведено;

в) $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}$, за формулою $a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc=(a+b+c)^2$:

$\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2+2\sqrt{2\cdot3}+2\sqrt{3\cdot5}+2\sqrt{5\cdot2}}=\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2}=$

$=|\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}|=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$, ліва частина дорівнює правій, доведено.

832. $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2};$

$\frac{(2+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}})}{(\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}})}+\frac{(2-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{3}})}{(\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}})(\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{3}})}=\sqrt{2};$

$\frac{(2+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{3}})}{2-2-\sqrt{3}}+\frac{(2-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{3}})}{2-2+\sqrt{3}}=\sqrt{2};$

$(2+\sqrt{3})(\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{3}})=\sqrt{6};$

$2\sqrt{2+\sqrt{3}}-2\sqrt{2}+\sqrt{3}\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{6}+2\sqrt{2}+2\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{6}-\sqrt{3}\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{6};$

$\sqrt{2+\sqrt{3}}(2+\sqrt{3})+\sqrt{2-\sqrt{3}}(2-\sqrt{3})-2\sqrt{6}=\sqrt{6};$

$\sqrt{(2+\sqrt{3})^3}+\sqrt{(2-\sqrt{3})^3}=3\sqrt{6};\ \ (2+\sqrt{3})^3+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^3}+(2-\sqrt{3})^3=9\cdot6;$

$8+3\cdot4\cdot\sqrt{3}+3\cdot2\cdot3+3\sqrt{3}+2+8-3\cdot4\sqrt{3}+3\cdot2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=54;\ \ 54=54.$

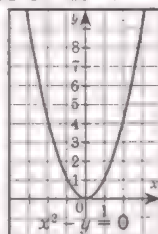
Тотожність доведено.

833. а) $(2{,}1\cdot10^6)^2=4{,}41\cdot10^{12}$; $(2{,}1\cdot10^6)^3=9{,}261\cdot10^{18}$;

б) $(8{,}3\cdot10^{-5})^2=68{,}89\cdot10^{-10}$; $(8{,}3\cdot10^{-5})^3=571{,}787\cdot10^{-15}=5{,}71787\cdot10^{-13}$.

834. $x^2-y=0$, $y=x^2$. Графік — парабола, яка проходить через точки:

x	0	1	–1	2	–2
y	0	1	1	4	4



835. а) $\begin{cases}\frac{x+y}{3}+x=15,\\ y-\frac{y-x}{5}=6;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y+3x=45,\\ 5y-y+x=30;\end{cases}$ $\begin{cases}4x+y=45,\\ x+4y=30;\end{cases}$

$\begin{cases}-4x-y=-45,\\ 4x+16y=120;\end{cases}$ $\begin{cases}15y=75,\\ x=30-4y;\end{cases}$ $\begin{cases}y=5,\\ x=10.\end{cases}$ *Відповідь:* (10; 5).

б) $\begin{cases}\frac{x-y}{2}+y=4,\\ x-\frac{y-x}{3}=9;\end{cases}$ $\begin{cases}x-y+2y=8,\\ 3x-y+x=27;\end{cases}$ $\begin{cases}x+y=8,\\ 4x-y=27;\end{cases}$ $\begin{cases}5x=35,\\ x+y=8;\end{cases}$ $\begin{cases}x=7,\\ y=1.\end{cases}$

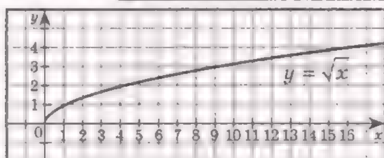
Відповідь: (7; 1).

в) $\begin{cases}x+y=7,\\ |x-y|=5;\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=7,\\ x-y=5;\end{cases}\\ \begin{cases}x+y=7,\\ y-x=5;\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x=12,\\ x+y=5;\end{cases}\\ \begin{cases}2y=12,\\ x+y=7;\end{cases}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=6,\\ y=1.\end{cases}\\ \begin{cases}y=6,\\ x=1.\end{cases}\end{array}\right.$ *Відповідь:* (6; 1) і (1; 6).

836. Нехай один з кутів трикутника $x°$, тоді другий $(x + 50)°$. При умові, що третій кут $50°$, а сума кутів трикутника $180°$, складаємо і розв'язуємо рівняння: $x + x + 50 + 50 = 180$; $2x = 80$; $x = 40$. 1) $40 + 50 = 90°$ — II кут трикутника. *Відповідь:* $40°$, $90°$, $50°$.

841. $y = \sqrt{x}$

x	0	0,25	1	2,25	4	6,25	7,84	9	12,25	14,41	16
y	0	0,5	1	1,5	2	2,5	2,8	3	3,5	3,8	4



842. а) $x = 0,8$, то $y \approx 0,9$; $x = 1,2$, то $y \approx 1,1$; $x = 2$, то $y \approx 1,4$; $x = 2,3$ то $y \approx 1,5$; $x = 5$, то $y \approx 2,2$;

б) $y = 0,5$, то $x \approx 0,3$; $y = 1,3$, то $x \approx 1,7$; $y = 1,7$, то $x \approx 2,9$; $y = 2$, то $x = 4$; $y = 2,4$, то $x \approx 5,8$.

843. $y = \sqrt{x}$ $A(0,01; 0,1)$, то $0,1 = \sqrt{0,01}$, A належить графіку;

$B(0,16; -0,4)$, то $-0,4 \neq \sqrt{0,16}$, B не належить графіку;

$C(0,4; 0,2)$, то $0,2 \neq \sqrt{0,4}$, C не належить графіку;

$D(0,09; 0,3)$, то $0,3 = \sqrt{0,09}$, D належить графіку;

$E\left(2\frac{7}{9}; 1\frac{2}{3}\right)$, то $\frac{5}{3} = \sqrt{\frac{25}{9}}$, E належить графіку;

$F\left(-\frac{4}{9}; -\frac{2}{3}\right)$, то $-\frac{2}{3} \neq \sqrt{-\frac{4}{9}}$, F не належить графіку.

Відповідь: A, D, E — належать графіку $y = \sqrt{x}$.

844. $y = \sqrt{x}$ $A(16; 4)$, то $4 = \sqrt{16}$, правильно, проходить;

$B(16; -4)$, то $-4 \neq \sqrt{16}$, не проходить;

$C(-5; 25)$, то $25 \neq \sqrt{-5}$, не проходить;

$K(10; \sqrt{10})$, то $\sqrt{10} = \sqrt{10}$, правильно, проходить.

Відповідь: графік $y = \sqrt{x}$ проходить через точки A і K.

845. а) $x = 0,5$, то $y \approx 0,7$; $x = 1$, то $y = 1$; $x = 3$, то $y \approx 1,7$; $x = 4,5$, то $y \approx 2,1$;

б) $y = 0,5$, то $x \approx 0,3$; $y = 1$, то $x = 1$; $y = 1,5$ то $x \approx 2,3$; $y = 2$, то $x = 4$;

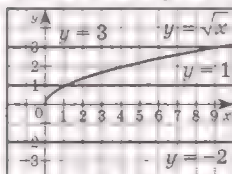
в) $y < 3$; якщо: $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, $x = 4$, $x = 5$, $x = 6$, $x = 7$, $x = 8$.

846. *Відповідь:* Чеботарьов.

847. а) $\sqrt{x} = 3$; $y = \sqrt{x}$, $y = 3$;

б) $\sqrt{x} - 1 = 0$; $y = \sqrt{x}$, $y = 1$;

в) $\sqrt{x} + 2 = 0$; $y = \sqrt{x}$, $y = -2$.

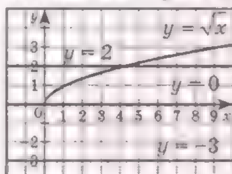


Відповідь: а) $x = 9$; б) $x = 1$; в) коренів немає.

848. а) $\sqrt{x} = 0$; $y = \sqrt{x}$, $y = 0$;

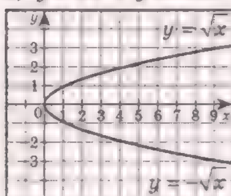
б) $\sqrt{x} + 3 = 0$; $y = \sqrt{x}$; $y = -3$;

в) $\sqrt{x} - 2 = 0$; $y = \sqrt{x}$; $y = 2$.

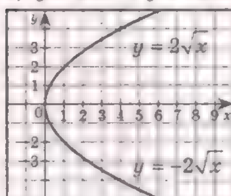


Відповідь: а) $x = 0$; б) коренів немає; в) $x = 4$.

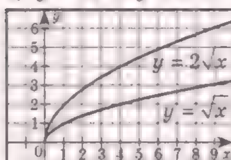
849. а) $y = \sqrt{x}$ і $y = -\sqrt{x}$;



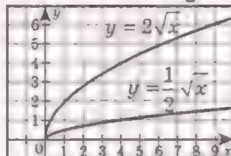
б) $y = 2\sqrt{x}$ і $y = -2\sqrt{x}$;



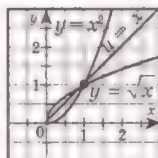
в) $y = \sqrt{x}$ і $y = 2\sqrt{x}$;



г) $y = 2\sqrt{x}$ і $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$.



850. а) $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$, якщо $x \geq 0$.
Відповідь: графіки симетричні відносно прямої $y = x$.



851. 1) $y = x^2$; 2) $y = \sqrt{x}$.
Перетинає: а) $y = 1$; б) $y = 4$; ґ) $y = 100$.
Не перетинає: б) $y = -1$; г) $y = -4$; д) $y = -100$.
1) а) (1; 1), (–1; 1); б) (2; 4), (–2; 4); ґ) (10; 100), (–10; 100);
2) а) (1; 1); б) (16; 4), (10 000; 100).

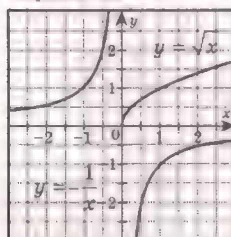
852. а) $0{,}7^2 < 0{,}7$; б) $0{,}2 < \sqrt{0{,}2}$; в) $2 > \sqrt{2}$; г) $1{,}3 > \sqrt{1{,}3}$;

ґ) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 < \sqrt{\frac{4}{5}}$; д) $0{,}26 < \sqrt{0{,}26}$; е) $\left(\frac{5}{3}\right)^2 > \sqrt{\frac{5}{3}}$.

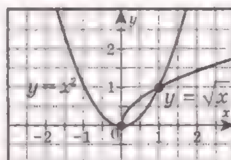
853. а) У порядку зростання: $0{,}32^2$; $0{,}32$; $\sqrt{0{,}32}$;
б) у порядку зростання: $\sqrt{1{,}74}$; $1{,}74$; $1{,}74^2$.

854. В одній системі координат побудуємо графіки:

а) $\sqrt{x} + \frac{1}{x} = 0$;
$\sqrt{x} = -\frac{1}{x}$; $y = \sqrt{x}$;
$y = -\frac{1}{x}$.
Коренів немає.

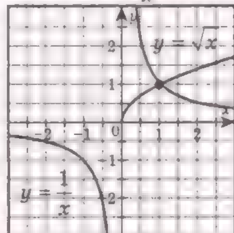


б) $x^2 - \sqrt{x} = 0$;
$x^2 = \sqrt{x}$;
$y = x^2$; $y = \sqrt{x}$.



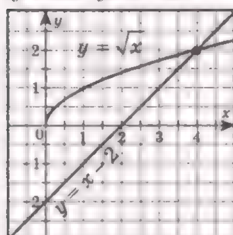
Відповідь: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

в) $\sqrt{x} - \frac{1}{x} = 0$; $\sqrt{x} = \frac{1}{x}$;
$y = \sqrt{x}$; $y = \frac{1}{x}$.



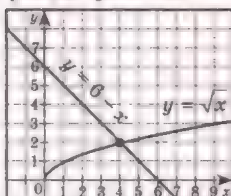
Відповідь: $x = 1$.

г) $\sqrt{x} + 2 = x$;
$\sqrt{x} = x - 2$;
$y = \sqrt{x}$; $y = x - 2$.



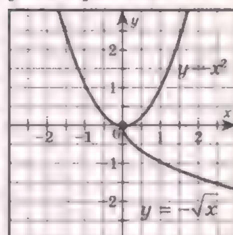
Відповідь: $x = 4$.

ґ) $x + \sqrt{x} = 6$;
$\sqrt{x} = 6 - x$;
$y = \sqrt{x}$; $y = 6 - x$.



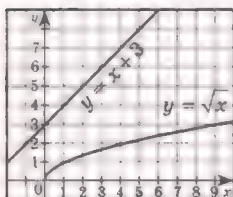
Відповідь: $x = 4$.

д) $x^2 + \sqrt{x} = 0$;
$x^2 = -\sqrt{x}$;
$y = x^2$; $y = -\sqrt{x}$.



Відповідь: $x = 0$.

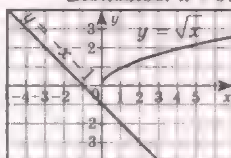
855. а) $\sqrt{x} = x + 3$;
$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x + 3. \end{cases}$



Відповідь: ні, немає.

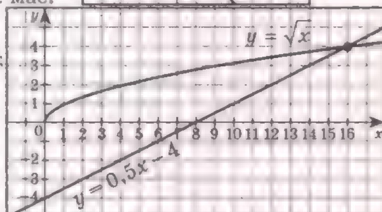
б) $x + \sqrt{x} + 1 = 0$;
$\sqrt{x} = -x - 1$;
$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = -x - 1. \end{cases}$

Відповідь: ні, не має.

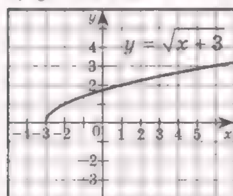


в) $\sqrt{x} = 0,5x - 4$;
$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 0,5x - 4. \end{cases}$

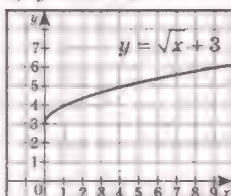
Відповідь: так.



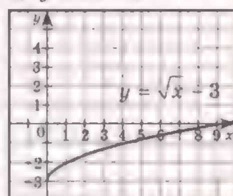
856. а) $y = \sqrt{x + 3}$;



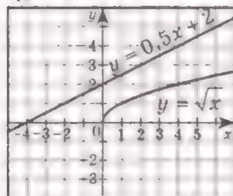
б) $y = \sqrt{x} + 3$;



в) $y = \sqrt{x} - 3$.

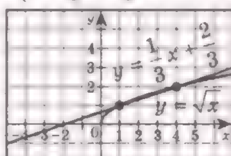


857. а) $\sqrt{x} = 0,5x + 2$;
$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 0,5x + 2. \end{cases}$



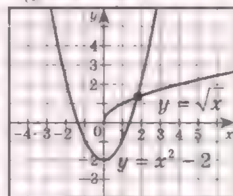
Відповідь: коренів немає.

б) $\sqrt{x} = \frac{1}{3}(x + 2)$;
$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}. \end{cases}$



Відповідь: 2 кореня.

в) $\sqrt{x} = x^2 - 2$;
$\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x^2 - 2. \end{cases}$



Відповідь: 1 корінь.

858. а) $0,2x^{-2}y \cdot 5x^2y^{-2} = 1 \cdot x^0y^{-1} = \frac{1}{y}$;

б) $\left(\frac{m^4n^{-2}}{9p}\right)^2 \cdot \left(\frac{m^2n^{-3}}{3p}\right)^{-3} = \frac{m^8n^{-4}}{81p^2} \cdot \frac{m^{-6}n^9}{3^{-3}p^{-3}} = \frac{m^8n^9 \cdot 27p^3}{{}_3 81p^2n^4m^6} = \frac{m^2n^5p}{3}$;

в) $(a^{-1} + b^{-1}) \cdot (a+b)^{-1} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{b+a}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{1}{ab}$;

г) $\left(\frac{a^4b^{-3}}{c^5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{c^8}{ab^3}\right)^2 = \frac{a^{-12}b^9}{c^{-15}} \cdot \frac{c^{16}}{a^2b^6} = \frac{b^3 \cdot c^{31}}{a^{14}}$.

859. 114 : ((45 – 3) + (15 + 3)) = 114 : (42 + 48) = 114 : 60 = 1,9 (год)

або 114 : ((45 + 3) + (15 – 3)) = 114 : (48 + 12) = 114 : 60 = 1,9 (год).

Відповідь: човен і катер зустрінуться через 1,9 години.

860. *Відповідь:* більше 7 балів одержали 8 учнів або 40 %.

867. а) Квадратні рівняння: $3x - 7 = x^2$, $a = 1$, $b = -3$, $c = 7$;

$-2x^2 + \sqrt{3x} = 4$; $a = -2$, $b = \sqrt{3}$, $c = -4$;

$(x+4)^2 = 8x$; $x^2 + 8x + 16 - 8x = 0$; $x^2 + 16 = 0$; $a = 1$, $b = 0$, $c = 16$;

$\frac{1}{3}x^2 + 2x = 0$; $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$, $c = 0$;

$x^2 - 25 = x$; $x^2 - x - 25 = 0$; $a = 1$, $b = -1$, $c = -25$;

$9x^2 = 0$; $a = 9$, $b = c = 0$.

б) Неповні квадратні рівняння: $(x+4)^2 = 8x$; $x^2 + 16 = 0$; $a = 1$, $b = 0$, $c = 16$;

$\frac{1}{3}x^2 + 2x = 0$; $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$, $c = 0$; $9x^2 = 0$; $a = 9$, $b = c = 0$.

868. а) $2x(x-3) = 50$; $2x^2 - 6x - 50 = 0$; $x^2 - 3x - 25 = 0$;

б) $(x-y)y = 5y^2 - 4$; $xy - y^2 = 5y^2 - 4$; $6y^2 - xy - 4 = 0$;

в) $4z^2 = 2z(3z+5)$; $4z^2 = 6z^2 + 10z$; $2z^2 + 10z = 0$; $z^2 + 5z = 0$;

г) $(1-x)(3x-2) = 2x + x^2$; $3x - 2 - 3x^2 + 2x = 2x + x^2$; $4x^2 - 3x + 2 = 0$;

ґ) $(x-1)(x-2) = 4x$; $x^2 - 2x - x + 2 = 4x$; $x^2 - 7x + 2 = 0$;

д) $3(x+5) - 8 = -5x(x+2)$; $3x + 15 - 8 = -5x^2 - 10x$; $5x^2 + 13x + 7 = 0$.

869. а) $3x^2 + 27 = 0$; $x^2 = -9$; коренів немає;

б) $3x^2 - 27 = 0$; $x^2 = 9$; $x = 3$ або $x = -3$;

в) $0,5y^2 + y = 0$; $y(0,5y+1) = 0$; $y_1 = 0$ або $0,5y + 1 = 0$; $y_2 = -2$;

г) $z - 2z^2 = 0$; $z(1-2z) = 0$; $z_1 = 0$ або $1 - 2z = 0$; $z_2 = 0,5$;

ґ) $\frac{1}{3}x^2 = 0$; $x = 0$; д) $(5 - 0,5)x^2 = 0$; $4,5x^2 = 0$; $x = 0$.

870. а) $16x^2 = 0$; $x = 0$; б) $-4y^2 = 0$; $y = 0$; в) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})x^2 = 0$; $x = 0$.

871. а) $2x^2 - 8x = 0$; $2x(x-4) = 0$; $x = 0$ або $x = 4$;

б) $x^2 + 3x = 0$; $x(x+3) = 0$; $x = 0$ або $x = -3$;

в) $7x^2 = \frac{1}{2}x$; $x\left(7x - \frac{1}{2}\right) = 0$; $x_1 = 0$ або $7x - \frac{1}{2} = 0$; $x_2 = \frac{1}{14}$;

г) $12x = 0,24x^2$; $0,24x^2 - 12x = 0$; $12x(0,02x - 1) = 0$; $x_1 = 0$ або $0,02x = 1$; $x_2 = 50$;

ґ) $x - x^2 = 0$; $x(1-x) = 0$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$;

д) $0,5x + 9x^2 = 0$; $x(0,5 + 9x) = 0$; $x_1 = 0$ або $9x = -0,5$; $x_2 = -\frac{1}{18}$.

872. а) $x^2 - 144 = 0$; $(x-12)(x+12) = 0$; $x = 12$ або $x = -12$;

б) $9x^2 = 64$; $(3x-8)(3x+8) = 0$; $x = \frac{8}{3}$; $x = -\frac{8}{3}$; $x = 2\frac{2}{3}$; $x = -2\frac{2}{3}$;

в) $-2x^2 + 50 = 0$; $-2(x-5)(x+5) = 0$; $x_1 = 5$, $x_2 = -5$;

г) $0,16x^2 + 100 = 0$; $0,16x^2 = -100$; $x^2 = -\frac{100}{0,16}$; коренів немає;

г) $100x^2 - 225 = 0$; $(10x - 15)(10x + 15) = 0$; $x = 1{,}5$ або $x = -1{,}5$;

д) $x^2 + 162 = 652$; $x^2 = 490$; $x_1 = 7\sqrt{10}$ або $x_2 = -7\sqrt{10}$.

873. а) $(x - 1)x + x = 0$; $x^2 - x + x = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$;

б) $2y(y + 3) = 6y$; $2y^2 + 6y - 6y = 0$; $2y^2 = 0$; $y = 0$;

в) $(z + 2)(z - 2) = 0$; $z = -2$ або $z = 2$;

г) $(x + 2)(x - 2) = 4$; $x^2 - 4 = 4$; $x^2 = 8$; $x = \pm\sqrt{8}$; $x = \pm 2\sqrt{2}$.

874. а) $2x(x + 5) = 7x$; $2x^2 + 10x - 7x = 0$; $2x^2 + 3x = 0$; $x(2x + 3) = 0$; $x = 0$ або $x = -1{,}5$;

б) $-x(2x + 3) = 8x$; $-2x^2 - 3x - 8x = 0$; $2x^2 + 11x = 0$; $x(2x + 11) = 0$; $x = 0$ або $x = -5{,}5$;

в) $4x^2 - 2x = x(x - 2)$; $4x^2 - 2x = x^2 - 2x$; $4x^2 - 2x - x^2 + 2x = 0$; $3x^2 = 0$; $x = 0$;

г) $8 - 6z = 2z(z - 3)$; $8 - 6z = 2z^2 - 6z$; $2z^2 - 6z + 6z - 8 = 0$; $z^2 - 4 = 0$; $z = 2$ або $z = -2$.

875. а) $5x^2 + 3x + 7 = 7(x + 1)$; $5x^2 + 3x + \cancel{7} - 7x - \cancel{7} = 0$; $5x^2 - 4x = 0$; $x(5x - 4) = 0$; $x = 0$ або $x = \frac{4}{5}$;

б) $-2x^2 + 6 = 3(x^2 + x + 2)$; $-2x^2 + 6 = 3x^2 + 3x + 6$; $-2x^2 + \cancel{6} - 3x^2 - 3x - \cancel{6} = 0$; $-5x^2 - 3x = 0$; $-x(5x + 3) = 0$; $x = 0$ або $x = -\frac{3}{5}$;

в) $15 - 2y = 8y^2 + 3(y + 5)$; $8y^2 + 3y + \cancel{15} - \cancel{15} + 2y = 0$; $8y^2 + 5y = 0$; $y(8y + 5) = 0$; $y = 0$ або $y = -\frac{5}{8}$;

г) $3(x^2 + 5) = 4x^2 + x(1 - x)$; $\cancel{4x^2} + x - \cancel{x^2} - \cancel{3x^2} - 15 = 0$; $x = 15$.

876. а) $2(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$; $2x^2 - 2 = x^2 - 1$; $2x^2 - x^2 = -1 + 2$; $x^2 = 1$; $x = 1$ або $x = -1$;

б) $(x + 3)^2 = (x - 3)(x + 3)$; $x^2 + 6x + 9 = x^2 - 9$; $\cancel{x^2} + 6x - \cancel{x^2} = -9 - 9$; $6x = -18$; $x = -3$.

877. а) $\frac{5 - x^2}{3} = \frac{3x^2 - 2}{4}$; $4(5 - x^2) = 3(3x^2 - 2)$; $20 - 4x^2 = 9x^2 - 6$; $20 + 6 = 9x^2 + 4x^2$; $26 = 13x^2$; $x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$;

б) $\frac{2z^2}{5} = \frac{3z^2 + 1}{4}$; $8z^2 = 15z^2 + 5$; $8z^2 - 15z^2 = 5$; $-7z^2 = 5$; $z^2 = -\frac{5}{7}$; коренів немає.

878. а) $\frac{x^2 - 1}{7} = \frac{3}{4}$; $4x^2 - 4 = 21$; $4x^2 = 25$; $x^2 = \frac{25}{4}$; $x = \pm\frac{5}{2}$; $x = \pm 2{,}5$;

б) $\frac{2x^2 + 3}{5} = \frac{4}{7}$; $14x^2 + 21 = 20$; $14x^2 = -1$; $x^2 = -\frac{1}{14}$; коренів немає.

879. а) $\frac{z + 1}{8} = \frac{1}{z - 1}$, $z \neq 1$; $(z + 1)(z - 1) = 8$; $z^2 - 1 = 8$; $z^2 = 9$; $z = \pm 3$;

б) $\frac{y - 2}{4} = \frac{-1}{y + 2}$, $y \neq -2$; $(y - 2)(y + 2) = -4$; $y^2 - 4 = -4$; $y^2 = 0$; $y = 0$.

880. а) $(2x + 1) : 13 = 3 : (2x - 1)$, $x \neq \frac{1}{2}$; $(2x + 1)(2x - 1) = 39$; $4x^2 - 1 = 39$; $4x^2 = 40$; $x^2 = 10$; $x = \pm\sqrt{10}$;

б) $(3x^2 - 4) : 5 = 3x^2 : 20$; $20(3x^2 - 4) = 5 \cdot 3x^2$; $60x^2 - 80 = 15x^2$; $60x^2 - 15x^2 = 80$; $45x^2 = 80$; $x^2 = \frac{80}{45}$; $x^2 = \frac{16}{9}$; $x = \pm\frac{4}{3}$; $x = \pm 1\frac{1}{3}$.

881. а) $S = 289$ см², $a = 17$ см, $P = 4 \cdot 17 = 68$ (см);

б) $S = 0{,}81$ м², $a = 0{,}9$ м, $P = 4 \cdot 0{,}9 = 3{,}6$ (м); в) S, $a = \sqrt{S}$, $P = 4\sqrt{S}$.

882. а) $S = 484$ м², $a = \sqrt{S} = \sqrt{484} = 22$ (м);б) S, $a = \sqrt{S}$.

883. 1) $55 + 89 = 144$ (га) $= 1\ 440\ 000$ м² — площа поля;

2) $\sqrt{1440000} = 1200$ (м) — довжина поля;

3) $1200 \cdot 4 = 4800$ (м) — периметр поля. *Відповідь:* 4800 м.

884. а) $3x(x-1) = 12 - 3x$; $3x^2 - 3x - 12 + 3x = 0$; $3x^2 = 12$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$;

б) $5x(x+2) = 10(1+x)$; $5x^2 + 10x = 10 + 10x$; $5x^2 = 10$; $x^2 = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$;

в) $x\left(x+\sqrt{2}\right) = 4 + \sqrt{2}x$; $x^2 + \sqrt{2}x = 4 + \sqrt{2}x$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$;

г) $2x(3-x) = 6x - 8$; $6x - 2x^2 = 6x - 8$; $2x^2 = 8$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$.

885. а) $\frac{1}{3}(x^2+2x) = \frac{1}{4}(2x^2-3x)$; $4(x^2+2x) = 3(2x^2-3x)$; $4x^2+8x = 6x^2-9x$;

$6x^2 - 9x - 4x^2 - 8x = 0$; $2x^2 - 17x = 0$; $x(2x-17) = 0$; $x = 0$ або $x = 8{,}5$;

б) $\frac{1}{5}(x^2+3x) = \frac{1}{2}(5x-x^2)$; $2(x^2+3x) = 5(5x-x^2)$; $2x^2+6x = 25x-5x^2$;

$2x^2 + 6x - 25x + 5x^2 = 0$; $7x^2 - 19x = 0$; $x(7x-19) = 0$; $x_1 = 0$; $x = \frac{19}{7}$; $x_2 = 2\frac{5}{7}$;

в) $5x^2 + 3x = x(x+3) + 32$; $5x^2 + 3x = 3x + x^2 + 32$;

$5x^2 + 3x - 3x - x^2 - 32 = 0$; $4x^2 = 32$; $x^2 = 8$; $x = \pm\sqrt{8}$; $x = \pm 2\sqrt{2}$;

г) $(7x-2)(x+1) = 5(x+4) - 1$; $7x^2 + 7x - 2x - 2 = 5x + 20 - 1$;

$7x^2 + 5x - 2 - 5x - 19 = 0$; $7x^2 = 21$; $x^2 = 3$; $x = \pm\sqrt{3}$.

886. а) $(x+3)(x-3) = 16$; $x^2 - 9 = 16$; $x^2 = 25$; $x = \pm 5$;

б) $(2x+4)^2 = 16x + 20$; $4x^2 + 16x + 16 = 16x^2 + 20$;

$4x^2 + 16x - 16x = 20 - 16$; $4x^2 = 4$; $x^2 = 1$; $x = \pm 1$;

в) $6x - (x+2)^2 = 3x^2 - 4$; $6x - x^2 - 4x - 4 - 3x^2 + 4 = 0$; $-4x^2 + 2x = 0$;

$-2x(2x-1) = 0$; $x = 0$ або $x = \frac{1}{2}$;

г) $(2x+3)(3-2x) = 24x + 9$; $9 - 4x^2 - 24x - 9 = 0$; $4x^2 + 24x = 0$;

$4x(x+6) = 0$; $x = 0$, $x = -6$.

887. а) $1{,}5(x^2-2x) = 0{,}9(2x-x^2)$; $1{,}5(x^2-2x) - 0{,}9(2x-x^2) = 0$;

$1{,}5(x^2-2x) + 0{,}9(x^2-2x) = 0$; $2{,}4(x^2-2x) = 0$; $2{,}4x(x-2) = 0$; $x = 0$ або $x = 2$;

б) $3{,}7(x^2-5x) = 2(5x-x^2)$; $3{,}7(x^2-5x) - 2(5x-x^2) = 0$; $3{,}7(x^2-5x) + 2(x^2-5x) = 0$;

$5{,}7(x^2-5x) = 0$; $5{,}7x(x-5) = 0$; $x = 0$ або $x = 5$.

888. а) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 121; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 121, \\ y = 121; \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 11, \\ x = -11, \end{array}\right. \\ y = 121. \end{cases}$ *Відповідь:* (11; 121) і (–11; 121).

б) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 25{,}6; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 = 25{,}6, \\ y = 25{,}6; \end{cases}$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{25{,}6}, \\ x = -\sqrt{25{,}6}, \end{array}\right. \\ y = 25{,}6. \end{cases}$ *Відповідь:* $\left(\sqrt{25{,}6}; 25{,}6\right)$ і $\left(-\sqrt{25{,}6}; 25{,}6\right)$.

889. а) $3(x-5)^2 = 0$; $(x-5)^2 = 0$; $x = 5$; б) $0{,}7(2-z) = 0$; $2 - z = 0$; $z = 2$;

в) $(x-3)^2 = 1$; $x - 3 = 1$ або $x - 3 = -1$; $x_1 = 4$ або $x_2 = 2$;

г) $(5-y)^2 = 1$; $5 - y = 1$ або $5 - y = -1$; $y_1 = 4$ або $y_2 = 6$.

890. а) $23(3x-2)^2 = 0$; $3x - 2 = 0$; $x = \frac{2}{3}$; б) $78(5z-4)^2 = 0$; $5z - 4 = 0$; $z = \frac{4}{5}$;

в) $2(x-7)^2 = 8$; $(x-7)^2 = 4$; $x - 7 = 2$ або $x - 7 = -2$; $x_1 = 9$ або $x_2 = 5$;

г) $3(5-z)^2 = 12$; $(5-z)^2 = 4$; $5 - z = 2$ або $5 - z = -2$; $z_1 = 3$ або $z_2 = 7$

891. а) $(x+15)^2 + (x+15) = 0$; $(x+15)(x+15+1) = 0$; $(x+15)(x+16) = 0$;

$x = -15$ або $x = -16$;

б) $\left(x+\frac{2}{3}\right)^2 - x - \frac{2}{3} = 0$; $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}-1\right) = 0$; $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right) = 0$; $x = -\frac{2}{3}$ або $x = \frac{1}{3}$.

892. а) $5(3-2x)^2+20(3-2x)=0$; $(3-2x)(5(3-2x)+20)=0$;
$(3-2x)(15-10x+20)=0$; $(3-2x)(35-10x)=0$; $3-2x=0$ або $35-10x=0$;
$x=1{,}5$ або $x=3{,}5$;

б) $6\left(3x-\frac{1}{3}\right)^2+5\left(\frac{1}{3}-3x\right)=0$; $\left(3x-\frac{1}{3}\right)\left(6\left(3x-\frac{1}{3}\right)+5\right)=0$; $\left(3x-\frac{1}{3}\right)(18x-2+5)=0$;
$\left(3x-\frac{1}{3}\right)(18x+3)=0$; $3x-\frac{1}{3}=0$ або $18x+3=0$; $3x=\frac{1}{3}$ або $18x=7$;
$x=\frac{1}{9}$ або $x=-\frac{1}{6}$.

893. а) $x_1=-3$, $x_2=3$; $x^2-9=0$; б) $x_1=\sqrt{2}$, $x_2=-\sqrt{2}$, $x^2-2=0$;
в) $x_1=0$, $x_2=7$; $x^2-7x=0$; г) $x_1=0$, $x_2=-4$; $x^2+4x=0$.

894. а) $2x^2+x-8+*=x^2+2x$; $*=x^2+2x-2x^2-x+8$; $*=-x^2+x+8$;
б) $2x^2+x-8+*=x^2-4$; $*=x^2-4-2x^2-x+8$; $*=-x^2-x+4$;
в) $2x^2+x-8+*=(x-x_1)^2$; $*=(x-x_1)^2-2x^2-x+8$; $*=-x^2-x+8-2xx_1+x_1^2$.

895. а) $x^2-3x+*=x^2-9$; $*=x^2-9-x^2+3x$; $*=3x-9$;
б) $x^2-3x+*=x^2-3x$; $*=x^2-3x-x^2+3x$; $*=0$;
в) $x^2-3x+*=(x-x_1)^2$; $*=(x-x_1)^2-x^2+3x$; $*=3x-2xx_1+x_1^2$.

896. а) $\frac{2x+5}{x-2}=\frac{9(x+2)}{8x-20}$, $x\neq 2$, $x\neq -\frac{5}{2}$; $(2x+5)\cdot 4(2x-5)=9(x-2)(x+2)$;
$4(4x^2-25)=9(x^2-4)$; $16x^2-100=9x^2-36$; $16x^2-9x^2=100-36$; $7x^2=64$;
$x^2=\frac{64}{7}$; $x=\pm\frac{8}{\sqrt{7}}$;

б) $\frac{4x+12}{x-3}=\frac{x-3}{x+3}$, $x\neq 3$, $x\neq -3$; $4(x+3)^2=(x-3)^2$; $4(x^2+6x+9)=x^2-6x+9$;
$4x^2+24x+36-x^2+6x-9=0$; $3x^2+30x+27=0$; $x^2+10x+9=0$;
$(x^2+10x+25)-25+9=0$; $(x+5)^2=16$; $x+5=4$ або $x+5=-4$; $x_1=-1$ або $x_2=-9$.

897. а) $\frac{x}{x+5}-\frac{x}{x-5}=2\frac{2}{3}$; $\frac{x(x-5)+x(x+5)}{(x+5)(x-5)}=\frac{8}{3}$; $\frac{x^2-5x+x^2+5x}{x^2-25}=\frac{8}{3}$; $\frac{2x^2}{x^2-25}=\frac{8}{3}$,
$x\neq\pm 5$; $6x^2=8x^2-200$; $8x^2-6x^2=200$; $x^2=100$; $x=\pm 10$;

б) $\frac{x+2}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}=3\frac{1}{3}$; $\frac{(x+2)^2+(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}=\frac{10}{3}$; $\frac{x^2+4x+4+x^2-4x+4}{x^2-4}=\frac{10}{3}$;
$\frac{2(x^2+4)}{x^2-4}=\frac{10}{3}$, $x\neq\pm 2$; $3(x^2+4)=5(x^2-4)$; $3x^2+12=5x^2-20$;
$12+20=5x^2-3x^2$; $2x^2=32$; $x^2=16$; $x=\pm 4$.

898. а) $\frac{x-1}{x-2}+\frac{x-2}{x-1}=\frac{5}{2}$, $x\neq 2, x\neq 1$; $\frac{(x-1)^2+(x-2)^2}{(x-2)(x-1)}=\frac{5}{2}$; $\frac{x^2-2x+1+x^2-4x+4}{x^2-2x-x+2}=\frac{5}{2}$;
$\frac{2x^2-6x+5}{x^2-3x+2}=\frac{5}{2}$; $2(2x^2-6x+5)=5(x^2-3x+2)$; $4x^2-12x+10=5x^2-15x+10$;
$5x^2-15x+10-4x^2+12x-10=0$; $x^2-3x=0$; $x(x-3)=0$; $x=0$, $x=3$;

б) $\frac{x-3}{x+3}-\frac{x+3}{3-x}=4$, $x\neq 3, x\neq -3$; $\frac{(x-3)^2+(x+3)^2}{(x+3)(x-3)}=4$; $\frac{x^2-6x+9+x^2+6x+9}{x^2-9}=4$;
$\frac{2(x^2+9)}{x^2-9}=4$; $\frac{x^2+9}{x^2-9}=2$; $(x^2-9)\cdot 2=x^2+9$; $2x^2-18=x^2+9$; $x^2=27$; $x=\pm 3\sqrt{3}$.

899. а) $\frac{4}{3+x}=\frac{3-4x^2}{x^2-9}-\frac{5}{x-3}$; $\frac{3-4x^2}{(x-3)(x+3)}-\frac{5}{x-3}-\frac{4}{x+3}=0$;
$\frac{3-4x^2-5(x+3)-4(x-3)}{(x-3)(x+3)}=0$; $\frac{3-4x^2-5x-15-4x+12}{(x-3)(x+3)}=0$;

$\frac{-4x^2-9x}{(x-3)(x+3)}=0;$ $\begin{cases}-x(4x+9)=0,\\(x-3)(x+3)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\ x=-\frac{9}{4}\\x\neq 3,\ x\neq -3.\end{cases}$ *Відповідь:* 0; $-2\frac{1}{4}$.

б) $\frac{5(x+2)}{x^2+6x+9}+\frac{1}{x+3}=1,\ x\neq -3;$ $\frac{5x+10}{(x+3)^2}+\frac{x+3}{(x+3)^2}=1;$ $\frac{6x+13}{(x+3)^2}=1;$

$6x+13=(x+3)^2;$ $x^2+6x+9-6x=13;$ $x^2=13-9;$ $x^2=4;$ $x=\pm 2.$

Відповідь: **–2; 2.**

900. а) $(x^2-2)^2-2(x^2-2)=0;$ $(x^2-2)(x^2-2-2)=0;$ $x^2=2$ або $x^2=4;$

$x=\pm\sqrt{2}$ або $x=\pm 2.$ *Відповідь:* $\pm\sqrt{2};$ $\pm 2.$

б) $(x^2+3)^2-5(x^2+3)=0;$ $(x^2+3)(x^2+3-5)=0;$ $(x^{12}+3)(x^2-2)=0;$ $x^2+3=0,$ коренів немає або $x^2-2=0;$ $x^2=2;$ $x=\pm\sqrt{2}.$ *Відповідь:* $\sqrt{2};$ $-\sqrt{2}.$

901. а) $(x+1):2=4:(x-1),$ $x\neq 1;$ $(x+1)\cdot(x-1)=2\cdot 4;$ $x^2-1=8;$ $x^2=9;$ $x=\pm 3;$

б) $(x-4):3=3:(x+4),$ $x\neq -4;$ $(x-4)\cdot(x+4)=3\cdot 3;$ $x^2-16=9;$ $x^2=25;$ $x=\pm 5;$

в) $(3x-6):x=5x:(3x+6),$ $x\neq 0,$ $x\neq -2;$ $(3x-6)\cdot(3x+6)=5x\cdot x;$

$9x^2-36=5x^2;$ $9x^2-5x^2=36;$ $4x^2=36;$ $x^2=9;$ $x=\pm 3.$

г) $(0{,}2-x):4=(0{,}01+x):(0{,}2+x),$ $x\neq -0{,}2;$ $(0{,}2-x)\cdot(0{,}2+x)=4\cdot(0{,}01+x);$

$0{,}04-x^2=0{,}04+4x;$ $0{,}04-0{,}04=x^2+4x;$ $x^2+4x=0;$ $x(x+4)=0;$ $x=0,$ $x=-4.$

902. Нехай катети прямокутного рівнобедреного трикутника по x дм, тоді площа трикутника дорівнює $\frac{1}{2}x^2$ дм². За умовою задачі 0,72 дм². Рівняння $\frac{1}{2}x^2=0,72;$ $x^2=1,44;$ $x=1,2$ або $x=-1,2$ — сторонній корінь.

Відповідь: **1,2 дм і 1,2 дм.**

903. $S=\pi r^2$.

а) Якщо $S=314$ см², то $314=\pi r^2,$ $r^2=\frac{314}{\pi},$ $r^2=\frac{314}{3,14},$ $r^2=100,$ $r=10$

або $r=-10$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 10 см.

б) Якщо S, то $S=\pi r^2,$ $r^2=\frac{S}{\pi},$ $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ або $r=-\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ — сторонній корінь.

Відповідь: $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}.$

904. $S=\pi\cdot 20^2-\pi x^2,$ за умовою $S=942$ см², тоді $942=\pi(400-x^2);$

$400-x^2=\frac{942}{3,14};$ $400-x^2=300;$ $x^2=400-300;$ $x^2=100;$

$x=10$ або $x=-10$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 10 см.

905. а) $S=a^2-\pi r^2,$ тоді $\pi r^2=a^2-S;$ $r^2=\frac{a^2-S}{\pi};$ $r=\sqrt{\frac{a^2-S}{\pi}}$ або

$r=-\sqrt{\frac{a^2-S}{\pi}}$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $r=\sqrt{\frac{a^2-S}{\pi}}.$

б) $S=\pi r^2-a^2;$ $\pi r^2=S+a^2;$ $r=\pm\sqrt{\frac{S+a^2}{\pi}},$ $r<0$ — сторонній корінь.

Відповідь: $r=\sqrt{\frac{S+a^2}{\pi}}.$

906. Нехай два послідовних натуральних числа дорівнюють n і $n+1$. Добуток чисел дорівнює $n(n+1)$. Складаємо різницю $n(n+1)-n$, за умовою задачі дорівнює 324. Рівняння: $n(n+1)-n=324;$ $n^2+n-n=324;$ $n^2=324;$ $n=18$ або $n=-18,$ $-18\notin N.$

1) $18+1=19$ — друге число. *Відповідь:* 18 і 19.

907. Нехай два послідовних натуральних числа дорівнюють n і $n+1$. Добуток чисел дорівнює $n(n+1)$. Складаємо різницю $n(n+1)-(n+1)$, за умовою задачі дорівнює 224. Рівняння: $n(n+1)-(n+1)=224$; $n^2+\cancel{n}-\cancel{n}-1=224$; $n^2=225$; $n=15$ або $n=-15$, $-15\notin N$.

1) $15+1=16$ — друге число. *Відповідь:* 15 і 16.

908. Нехай три послідовних натуральних числа дорівнюють $n-1$, n, $n+1$. Складаємо суму квадратів чисел: $(n-1)^2+n^2+(n+1)^2$. За умовою задачі вона дорівнює 365. Рівняння: $(n-1)^2+n^2+(n+1)^2=365$; $n^2-\cancel{2n}+1+n^2+n^2+\cancel{2n}+1=365$; $3n^2=365-2$; $3n^2=363$; $n^2=121$; $n=\pm11$, $-11\notin N$. 1) $11-1=10$ — перше число; 2) $11+1=12$ — третє число. *Відповідь:* 10, 11, 12.

909. а) $ax^2+bx+c=0$, якщо $x_1=0$, то $0\cdot a+0\cdot b+c=0$; $c=0$. *Відповідь:* $c=0$.

б) $(x-a)(x+a-b)=0$, якщо $x_1+x_2=0$, то $x_1=a$, $x_2=b-a$ і $x_1+x_2=a+b-a=b$, отже, $b=0$. *Відповідь:* $b=0$.

910. Нехай число x, тоді квадратний корінь з числа — $\sqrt{x}$.

Складаємо частку: $\sqrt{x}:x$, за умовою задачі дорівнює 2,5. Рівняння: $\frac{\sqrt{x}}{x}=2,5$; $\frac{1}{\sqrt{x}}=2,5$; $\sqrt{x}=\frac{1}{2,5}$; $\sqrt{x}=\frac{2}{5}$; $x=\frac{4}{25}$. *Відповідь:* 0,16.

911. Якщо майстру потрібно x год, щоб виконати всю роботу самостійно, то учневі — $(x+8)$ год. Тоді за годину майстер виконає $\frac{1}{x}$ частину роботи, а учень — $\frac{1}{x+8}$ частину роботи. Майстер за 2 год виконає $\frac{2}{x}$ частину роботи, а учень за 6 год — $\frac{6}{x+8}$ частину роботи. За умовою задачі разом виконають всю роботу. Рівняння: $\frac{2}{x}+\frac{6}{x+8}=1$; $\frac{2(x+8)+6x}{x(x+8)}=1$, $x\neq0$, $x\neq-8$; $2x+16+6x=x^2+8x$; $x^2=16$; $x=4$ або $x=-4$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 4 години.

912. Нехай x м припадає на 1 частину, тоді катети прямокутного трикутника дорівнюють $3x$ м і $4x$ м. За теоремою Піфагора $(3x)^2+(4x)^2$ дорівнює 10^2. Рівняння: $9x^2+16x^2=100$; $25x^2=100$; $x^2=4$; $x=\pm2$, -2 — сторонній корінь.
1) $2\cdot3=6$ (м) — один катет; 2) $2\cdot4=8$ (м) — другий катет;

3) $\frac{1}{2}\cdot6\cdot8=24$ (м^2) — площа трикутника. *Відповідь:* 24 м^2.

913. Нехай сторона першого квадрата x см, тоді сторона другого — $\frac{4x-8}{4}$ см $=(x-2)$ см. Площі квадратів дорівнюють x^2 см^2 і $(x-2)^2$ см^2. За умовою площі відносяться як $1:4$. Рівняння: $\frac{(x-2)^2}{x^2}=\frac{1}{4}$, $x\neq0$.

$\frac{x-2}{x}=\frac{1}{2}$ або $\frac{x-2}{x}=-\frac{1}{2}$;

$2(x-2)=x$ $\quad$ $2(x-2)=-x$;

$2x-4=x$ $\quad$ $2x+x=4$;

$x=4$ $\quad$ $3x=4$; $x=1\frac{1}{3}$, але $x>2$, тому $1\frac{1}{3}$ — сторонній корінь.

1) $4-2=2$ (см) — сторона другого квадрата. *Відповідь:* 4 см, 2 см.

914. Нехай сторона меншої серветки x дм, тоді сторона більшої — $(x+3)$ дм. Площі серветок дорівнюють x^2 дм^2 і $(x+3)^2$ дм^2. За умовою задачі відношення площ серветок дорівнює $9:4$. Рівняння: $\frac{(x+3)^2}{x^2}=\frac{9}{4}$, $x\neq0$.

$\frac{x+3}{x}=\frac{3}{2}$ або $\frac{x+3}{x}=-\frac{3}{2}$;

$2x+6=3x$ $-2x-6=3x$;

$x=6$ $5x=-6$; $x=-1{,}2$ — сторонній корінь.

1) $(6\cdot4)\cdot6+((6+3)\cdot4)\cdot2=144+72=216$ (дм) — потрібно мережива для оздоблення 6 маленьких та 2 великих серветок. *Відповідь:* 216 дм.

915. а) $2{,}324x^2=74{,}825$; $x^2=\frac{74,825}{2,324}$; $x=\pm\sqrt{\frac{74,825}{2,324}}$; $x\approx\pm5{,}6742$;

б) $4{,}027y^2-12{,}449=0$; $y^2=\frac{12,449}{4,027}$; $y=\pm\sqrt{\frac{12,449}{4,027}}$; $y\approx1{,}7682$;

в) $4{,}574z^2=48{,}226z$; $z(4{,}574z-48{,}226)=0$; $z_1=0$ або $z=\frac{48,226}{4,574}$; $z_2\approx10{,}5435$;

г) $7{,}467x^2=15{,}22x$; $x(7{,}467x-15{,}227)=0$; $x_1=0$ або $x=\frac{15,227}{7,467}$; $x_2\approx2{,}039$.

916. а) $x^2-7|x|=0$; $|x|^2-7|x|=0$; $|x|(|x|-7)=0$; $x=0$; $|x|-7=0$; $x=\pm7$. *Відповідь:* -7; 0; 7.

б) $2x^2-\frac{8x}{|x|}=0$, $x\neq0$. Якщо $x>0$, то $2x^2-\frac{8x}{x}=0$; $2x^2=8$; $x^2=4$; $x_1=2$; $x_2=-2$, $-2<0$, x_2 — сторонній корінь. Якщо $x<0$, то $2x^2+\frac{8x}{x}=0$; $2x^2+8=0$; $x^2=-4$, коренів немає. *Відповідь:* $x=2$.

в) $x^2+3|x|-x=0$. Якщо $x\geq0$, то $x^2+3x-x=0$; $x^2+2x=0$; $x(x+2)=0$; $x_1=0$; $x_2=-2$; $-2<0$, x_2 — сторонній корінь. Якщо $x<0$, то $x^2-3x-x=0$; $x^2-4x=0$; $x(x-4)=0$; $x_3=0$; $x_4=4$; x_3 і x_4 — сторонні корені. *Відповідь:* $x=0$.

г) $x^2+\frac{5x^2}{|x|}=0$, $x\neq0$. Якщо $x>0$, то $x^2+\frac{5x^2}{x}=0$; $x^2+5x=0$; $x(x+5)=0$; $x_1=0$, $x_2=-5<0$; x_2 — сторонній корінь, x_1 — сторонній корінь. Якщо $x<0$, то $x^2-\frac{5x^2}{x}=0$; $x^2-5x=0$; $x(x-5)=0$; $x=0$, $x=5$ — сторонні корені. *Відповідь:* коренів немає.

917. а) $-12\frac{3}{80}+\left(-\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right):(-0,8)\right):(-2)=-12\frac{3}{80}+\left(-\frac{1}{5}+\frac{1\cdot10^{5}}{2\cdot8}\right):(-2)=$

$=-12\frac{3}{80}+\left(\frac{-8+25}{40}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-12\frac{3}{80}-\frac{17}{80}=-12\frac{20}{80}=-12\frac{1}{4}$;

б) $(3{,}56-(-7{,}92:11)+(-2{,}54+1{,}26)):(-1{,}25)=$
$=(3{,}56+0{,}72-1{,}28):(-1{,}25)=3:(-1{,}25)=-2{,}4$.

918. а) 5^{100} — остання цифра 5; б) 6^{66} — остання цифра 6;

в) 4^{1000} — остання цифра 6; г) 9^{999} — остання цифра 9;

г) $2^{100}=(2^5)^{20}$ — остання цифра $(2^5)^4$, остання цифра 6;

д) 2^{99} — остання цифра 8; е) $3^{101}=(3^4)^{25}\cdot3=81^{25}\cdot3$ — остання цифра 3;

є) $3^{102}=(3^2)^{51}=9^{51}$ — остання цифра 9.

919. а) $(x^2+3xy+2y^2)(x-3y)+6y^2(x+y)=x^3+3x^2y+2xy^2-3x^2y-9xy^2-$
$-6y^3+6xy^2+6y^3=x^3-xy^2$, якщо $x=6$, $y=5$,

то $6^3-6\cdot5^2=216-6\cdot25=216-150=66$;

б) $(a+5b)(a^2-5ab+6b^2)-10b^2(3b-2a)=a^3-5a^2b-6ab^2+5a^2b-25ab^2+$
$+30b^3-30b^3+20ab^2=a^3-11ab^2$,

якщо $a=-8$, $b=6$, то $(-8)^3-11\cdot(-8)\cdot6^2=-512+3168=2658$.

920. а) Графік лінійної функції, який проходить через точки $(0; 2)$ і $(-2; 6)$, $y = kx + b$, $b = 2$, $k = -2$, $y = -2x + 2$.

б) Графік даної функції є гіпербола, яка проходить через точки $(2; -2)$ і $(4; -1)$, $y = \frac{k}{x}$, $-1 = \frac{k}{4}$, $k = -4$, $y = -\frac{4}{x}$.

924. а) $x^2 - 6x + 8 = 0$; $(x^2 - 6x + 9) - 9 + 8 = 0$; $(x - 3)^2 - 1 = 0$; $(x - 3)^2 = 1$;

$\left[\begin{array}{l} x - 3 = 1, \\ x - 3 = -1; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = 4, \\ x = 2. \end{array}\right.$ *Відповідь:* 4; 2.

б) $x^2 - 12x + 35 = 0$; $(x^2 - 2 \cdot 6 \cdot x + 36) - 36 + 35 = 0$; $(x - 6)^2 - 1 = 0$; $(x - 6)^2 = 1$; $x - 6 = 1$ або $x - 6 = -1$; $x = 7$ або $x = 5$.. *Відповідь:* 5; 7.

в) $x^2 - 4x - 12 = 0$; $(x^2 - 2 \cdot 2x + 4) - 4 - 12 = 0$; $(x - 2)^2 - 16 = 0$; $(x - 2)^2 = 16$; $x - 2 = 4$ або $x - 2 = -4$; $x = 6$ або $x = -2$. *Відповідь:* –2; 6.

г) $z^2 + 4z - 12 = 0$; $(z^2 + 2 \cdot 2z + 4) - 4 - 12 = 0$; $(z + 2)^2 - 16 = 0$; $(z + 2)^2 = 16$; $z + 2 = 4$ або $x + 2 = -4$; $z = 2$ або $z = -6$. *Відповідь:* –6; 2.

925. а) $x^2 - 11x + 18 = 0$; $\left(x^2 - 2 \cdot \frac{11}{2}x + \frac{121}{4}\right) - \frac{121}{4} + 18 = 0$; $\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 - 12\frac{1}{4} = 0$;

$\left(x - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$; $x - \frac{11}{2} = \frac{7}{2}$ або $x - \frac{11}{2} = -\frac{7}{2}$; $x = \frac{11}{2} + \frac{7}{2}$ або $x = \frac{11}{2} - \frac{7}{2}$;

$x = 9$ або $x = 2$. *Відповідь:* 2; 9.

б) $y^2 - 5y - 24 = 0$; $\left(y^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}y + \frac{25}{4}\right) - \frac{25}{4} - 24 = 0$; $\left(y - \frac{5}{2}\right)^2 - 30\frac{1}{4} = 0$;

$\left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{121}{4}$; $y - \frac{5}{2} = \frac{11}{2}$ або $y - \frac{5}{2} = -\frac{11}{2}$; $y = \frac{11}{2} + \frac{5}{2}$ або $y = -\frac{11}{2} + \frac{5}{2}$;

$y = 8$ або $y = -3$. *Відповідь:* –3; 8.

в) $m^2 - 12m + 36 = 0$; $(m - 6)^2 = 0$; $m = 6$. *Відповідь:* 6.

г) $x^2 + 14x + 49 = 0$; $(x + 7)^2 = 0$; $x + 7 = 0$; $x = -7$. *Відповідь:* –7.

926. а) $x^2 + 6x - 27 = 0$; $(x^2 + 2 \cdot 3x + 9) - 9 - 27 = 0$; $(x + 3)^2 - 36 = 0$; $(x + 3)^2 = 36$; $x + 3 = 6$ або $x + 3 = -6$; $x = 3$ або $x = -9$. *Відповідь:* 3; –9.

б) $x^2 - 10x + 9 = 0$; $(x^2 - 2 \cdot 5x + 25) - 25 + 9 = 0$; $(x - 5)^2 - 16 = 0$; $(x - 5)^2 = 16$; $x - 5 = 4$ або $x - 5 = -4$; $x = 9$ або $x = 1$. *Відповідь:* 1; 9.

в) $x^2 + 3x - 4 = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{4} - 4 = 0$; $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 6\frac{1}{4} = 0$; $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$;

$x + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ або $x + \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$; $x = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}$ або $x = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$; $x = 1$ або $x = -4$.

Відповідь: 1; –4.

г) $x^2 - 5x + 6 = 0$; $\left(x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4}\right) - \frac{25}{4} + 6 = 0$; $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$; $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$;

$x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$ або $x - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$; $x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$ або $x = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}$; $x = 3$ або $x = 2$.

Відповідь: 2; 3.

927. Знайдемо D у рівняннях:

924. а) $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$; б) $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 35 = 144 - 140 = 4$;
в) $D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64$; г) $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 16 + 48 = 64$.

925. а) $D = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18 = 121 - 72 = 49$; б) $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 25 + 96 = 121$;
в) $D = (-12)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 144 - 144 = 0$; г) $D = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = 196 - 196 = 0$.

926. а) $D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-27) = 36 + 108 = 144$; б) $D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 100 - 36 = 64$;
в) $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$; г) $D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$.

928. а) $x^2 + x + 1 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0$; рівняння коренів не має;

б) $2y^2 - 3y + 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 16 = -7 < 0$; рівняння коренів не має;

в) $0,5x^2 + 2x + 2 = 0$; $D = 2^2 - 4 \cdot 0,5 \cdot 2 = 4 - 4 = 0$; рівняння має один корінь;

г) $8z^2 - z + 4 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 4 = 1 - 128 = -127 < 0$; рівняння коренів не має.

929. а) $x^2 - 7x - 18 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121$; $\sqrt{121} = 11$;

$x = \frac{7 \pm 11}{2}$; $x_1 = \frac{7 + 11}{2} = \frac{18}{2} = 9$; $x_2 = \frac{7 - 11}{2} = -2$; *Відповідь:* -2; 9.

б) $x^2 + 7x - 18 = 0$; $D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 49 + 72 = 121$; $\sqrt{121} = 11$;

$x = \frac{-7 \pm 11}{2}$; $x_1 = \frac{-7 + 11}{2} = \frac{4}{2} = 2$; $x_2 = \frac{-7 - 11}{2} = -9$; *Відповідь:* -9; 2.

в) $x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25$; $\sqrt{25} = 5$;

$x = \frac{-1 \pm 5}{2}$; $x_1 = \frac{-1 + 5}{2} = \frac{4}{2} = 2$; $x_2 = \frac{-1 - 5}{2} = \frac{-6}{2} = -3$. *Відповідь:* -3; 2.

г) $x^2 - x - 42 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-42) = 1 + 168 = 169$; $\sqrt{169} = 13$;

$x = \frac{1 \pm 13}{2}$; $x_1 = \frac{1 + 13}{2} = 7$; $x_2 = \frac{1 - 13}{2} = \frac{-12}{2} = -6$. *Відповідь:* -6; 7.

930. а) $x^2 + 3x - 130 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-130) = 9 + 520 = 529$; $\sqrt{529} = 23$;

$x = \frac{-3 \pm 23}{2}$; $x_1 = \frac{-3 + 23}{2} = \frac{20}{2} = 10$; $x_2 = \frac{-3 - 23}{2} = -13$; *Відповідь:* -13; 10.

б) $x^2 - 7x - 120 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-120) = 49 + 480 = 529$; $\sqrt{529} = 23$;

$x = \frac{7 \pm 23}{2}$; $x_1 = \frac{7 + 23}{2} = \frac{30}{2} = 15$; $x_2 = \frac{7 - 23}{2} = -8$; *Відповідь:* -8; 15.

в) $4x^2 - 4x - 3 = 0$; $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-3) = 16 + 48 = 64$; $\sqrt{64} = 8$;

$x = \frac{4 \pm 8}{4 \cdot 2}$; $x_1 = \frac{4 + 8}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1,5$; $x_2 = \frac{4 - 8}{8} = -0,5$; *Відповідь:* $1,5$; $-0,5$.

г) $4x^2 - 4x - 15 = 0$; $D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-15) = 16 + 250 = 256$; $\sqrt{256} = 16$;

$x = \frac{4 \pm 16}{2 \cdot 4}$; $x_1 = \frac{4 + 16}{8} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2,5$; $x_2 = \frac{4 - 16}{8} = -1,5$; *Відповідь:* $-1,5$; $2,5$.

931. а) $9x^2 - 12x - 5 = 0$; $D = (-12)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-5) = 144 + 180 = 324$; $\sqrt{324} = 18$;

$x = \frac{12 \pm 18}{2 \cdot 9}$; $x_1 = \frac{12 + 18}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{12 - 18}{18} - \frac{1}{3}$; *Відповідь:* $-\frac{1}{3}$; $1\frac{2}{3}$.

б) $9z^2 - 24z - 20 = 0$; $D = (-24)^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-20) = 576 + 720 = 1296$; $\sqrt{1296} = 36$;

$x = \frac{24 \pm 36}{2 \cdot 9}$; $x_1 = \frac{24 + 36}{2 \cdot 9} = \frac{60}{18} = 3\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{24 - 36}{18} = -\frac{2}{3}$; *Відповідь:* $3\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$.

в) $2y^2 - 7y + 3 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25$; $\sqrt{25} = 5$;

$y = \frac{7 \pm 5}{4}$; $y_1 = \frac{7 + 5}{4} = \frac{12}{4} = 3$; $y_2 = \frac{7 - 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. *Відповідь:* $\frac{1}{2}$; 3.

г) $5z^2 - 8z + 3 = 0$; $D = (-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 64 - 60 = 4$; $\sqrt{4} = 2$;

$z = \frac{8 \pm 2}{10}$; $z_1 = \frac{8 + 2}{10} = 1$; $z_2 = \frac{8 - 2}{10} = \frac{6}{10} = 0,6$. *Відповідь:* $0,6$; 1.

932. а) $2x^2 - 7x - 30 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-30) = 49 + 240 = 289$; $\sqrt{289} = 17$;

$x = \frac{7 \pm 17}{4}$; $x_1 = \frac{7 + 17}{4} = \frac{24}{4} = 6$; $x_1 = \frac{7 - 17}{4} = -2,5$; *Відповідь:* $-2,5$; 6.

б) $4x^2 + 3x - 10 = 0$; $D = 3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-10) = 9 + 160 = 169$; $\sqrt{169} = 13$;

$x = \frac{-3 \pm 13}{8}$; $x_1 = \frac{-3 + 13}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; $x_2 = \frac{-3 - 13}{8} = -2$; *Відповідь:* -2; $1\frac{1}{4}$.

в) $9y^2 - 13y + 4 = 0$; $D = (-13)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 169 - 144 = 25$; $\sqrt{25} = 5$;

$y = \frac{13 \pm 5}{18}$; $y_1 = \frac{13+5}{18} = 1$; $y_2 = \frac{13-5}{18} = \frac{4}{9}$; *Відповідь:* $\frac{4}{9}$; 1.

г) $5x^2 + 31x - 28 = 0$; $D = 31^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-28) = 961 + 560 = 1521$; $\sqrt{1521} = 39$;

$x = \frac{-31 \pm 39}{10}$; $x_1 = \frac{-31+39}{10} = 0,8$; $x_2 = \frac{-31-39}{10} = -7$; *Відповідь:* –7; 0,8.

933. а) $16x^2 - 24x + 27 = 0$; $\frac{D}{4} = \left(-\frac{24}{2}\right)^2 - 16 \cdot 27 = 144 - 432 = -288 < 0$, коренів немає;

б) $25c^2 + 15c - 4 = 0$; $D = 15^2 - 4 \cdot 25 \cdot (-4) = 225 + 400 = 625$; $\sqrt{625} = 25$;

$c = \frac{-15 \pm 25}{50}$; $c_1 = \frac{-15+25}{50} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$; $c_2 = \frac{-15-25}{50} = -\frac{4}{5}$; *Відповідь:* $-\frac{4}{5}$; $\frac{1}{5}$.

в) $6x^2 - 5x - 6 = 0$; $D = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-6) = 25 + 144 = 169$; $\sqrt{169} = 13$;

$x = \frac{5 \pm 13}{12}$; $x_1 = \frac{5+13}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,5$; $x_2 = \frac{5-13}{12} = -\frac{2}{3}$; *Відповідь:* $-\frac{2}{3}$; 1,5.

г) $4x^2 - 19x + 12 = 0$; $D = (-19)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 12 = 361 - 192 = 169$; $\sqrt{169} = 13$;

$x = \frac{19 \pm 13}{8}$; $x_1 = \frac{19+13}{8} = \frac{32}{8} = 4$; $x_2 = \frac{19-13}{8} = \frac{3}{4}$; *Відповідь:* $\frac{3}{4}$; 4.

934. а) $2p^2 - 7p + 6 = 0$; $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 6 = 49 - 48 = 1$;

$p = \frac{7 \pm 1}{4}$; $p_1 = \frac{7+1}{4} = 2$; $p_2 = \frac{7-1}{4} = \frac{6}{4} = 1,5$. *Відповідь:* 1,5; 2.

б) $10m^2 - 53m + 15 = 0$; $D = (-53)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 15 = 2809 - 600 = 2209$; $\sqrt{2209} = 47$;

$m = \frac{53 \pm 47}{20}$; $m_1 = \frac{53+47}{20} = \frac{100}{20} = 5$; $m_2 = \frac{53-47}{20} = 0,3$; *Відповідь:* 0,3; 5.

в) $6x^2 - 12,5x + 6 = 0$; $D = (-12,5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 6 = 156,25 - 144 = 12,25$; $\sqrt{12,25} = 3,5$;

$x = \frac{12,5 \pm 3,5}{12}$; $x_1 = \frac{12,5+3,5}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{12,5-3,5}{12} = \frac{3}{4}$; *Відповідь:* $\frac{3}{4}$; $1\frac{1}{3}$.

г) $8x^2 - 8,8x + 2,1 = 0$; $\frac{D}{4} = (-4,4)^2 - 8 \cdot 2,1 = 19,36 - 16,8 = 2,56$; $\sqrt{2,56} = 1,6$;

$x = \frac{4,4 \pm 1,6}{8}$; $x_1 = \frac{4,4+1,6}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$; $x_2 = \frac{4,4-1,6}{8} = \frac{2,8}{8} = 0,35$. *Відповідь:* 0,35; 0,75.

935. а) $10y^2 - 0,8y = 1,92$; $10y^2 - 0,8y - 1,92 = 0$;

$\frac{D}{4} = (-0,4)^2 - 10 \cdot (-1,92) = 0,16 + 19,2 = 19,36$; $\sqrt{19,36} = 4,4$;

$y = \frac{0,4 \pm 4,4}{10}$; $y_1 = \frac{0,4+4,4}{10} = \frac{4,8}{10} = 0,48$; $y_2 = \frac{0,4-4,4}{10} = -0,4$; *Відповідь:* –0,4; 0,48.

б) $6x^2 - \frac{19}{6}x - 1 = 0$; $36x^2 - 19x - 6 = 0$; $D = (-19)^2 - 4 \cdot 36 \cdot (-6) = 361 + 864 = 1225$;

$\sqrt{1225} = 35$; $x = \frac{19 \pm 35}{72}$; $x_1 = \frac{19+35}{72} = \frac{54}{72} = \frac{3}{4}$; $x_2 = \frac{19-35}{72} = -\frac{2}{9}$; *Відповідь:* $-\frac{2}{9}$; $\frac{3}{4}$.

в) $4n^2 + 11n + 7,36 = 0$; $D = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot 7,36 = 121 - 117,76 = 3,24$;

$n = \frac{-11 \pm 1,8}{8}$; $n_1 = \frac{-11+1,8}{8} = -1,15$; $n_1 = \frac{-11-1,8}{8} = -1,6$; *Відповідь:* –1,15; –1,6.

г) $6x^2 - 25\frac{1}{2}x + 26\frac{1}{4} = 0$; $D = \left(-25\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 26\frac{1}{4} = 650,25 - 630 = 20,25$;

$x = \frac{25,5 \pm 4,5}{12}$; $x_1 = \frac{25,5+4,5}{12} = 2,5$; $x_2 = \frac{25,5-4,5}{12} = 1\frac{3}{4}$; *Відповідь:* 2,5; 1,75.

936. а) $5x^2 - 7\frac{1}{6}x + 2\frac{1}{2} = 0$; $30x^2 - 43x + 15 = 0$; $D = 43^2 - 4 \cdot 30 \cdot 15 = 1849 - 1800 = 49$;

$x = \frac{43 \pm 7}{60}$; $x_1 = \frac{43 + 7}{60} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6}$; $x_2 = \frac{43 - 7}{60} = 0,6$; *Відповідь:* $\frac{5}{6}$; 0,6.

б) $\frac{x^2}{2} - 2\frac{1}{2}x - 7 = 0$; $x^2 - 5x - 14 = 0$; $D = 5^2 - 4 \cdot (-14) = 25 + 56 = 81$;

$x = \frac{5 \pm 9}{2}$; $x_1 = \frac{5 + 9}{2} = \frac{14}{2} = 7$; $x_2 = \frac{5 - 9}{2} = -2$; *Відповідь:* 7; –2.

в) $2y^2 + 3\frac{1}{3}y = 18\frac{2}{3}$; $6y^2 + 10y - 56 = 0$; $3y^2 + 5y - 28 = 0$;
$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-28) = 25 + 336 = 361$;

$y = \frac{-5 \pm 19}{6}$; $y_1 = \frac{-5 + 19}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$; $y_2 = \frac{-5 - 19}{6} = -4$; *Відповідь:* $2\frac{1}{3}$; –4.

г) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{9} = 1\frac{2}{9}$; $\frac{{}^{9}\cancel{36} \cdot x^2}{\cancel{4}} + \frac{{}^{4}\cancel{36} \cdot x}{\cancel{9}} = \frac{11 \cdot \cancel{36}^{4}}{\cancel{9}}$; $9x^2 + 4x - 44 = 0$;
$D = 4^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-44) = 16 + 1584 = 1600 = 40^2$;

$x = \frac{-4 \pm 40}{18}$; $x_1 = \frac{-4 + 40}{18} = \frac{36}{18} = 2$; $x_2 = \frac{-4 - 40}{18} = -2\frac{4}{9}$; *Відповідь:* 2; $-2\frac{4}{9}$.

937. а) $4x(x - 1) = 3$; $4x^2 - 4x - 3 = 0$;

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 4 \cdot (-3)}}{8} = \frac{4 \pm 8}{8}$; $x_1 = \frac{4 + 8}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1,5$; $x_2 = \frac{4 - 8}{8} = -\frac{4}{8} = -0,5$.

Відповідь: 1,5; –0,5.

б) $4z(z - 1) = 15$; $4z^2 - 4z - 15 = 0$; $z = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 4 \cdot (-15)}}{8} = \frac{4 \pm 16}{8}$;

$z_1 = \frac{4 + 16}{8} = \frac{20}{8} = 2,5$; $z_2 = \frac{4 - 16}{8} = -\frac{12}{8} = -1,5$. *Відповідь:* 2,5; –1,5.

в) $3x(3x - 8) = 20$; $9x^2 - 24x - 20 = 0$; $x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 9 \cdot (-20)}}{9} = \frac{12 \pm 18}{9}$;

$x_1 = \frac{12 + 18}{9} = \frac{30}{9} = 3\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{12 - 18}{9} = -\frac{2}{3}$; *Відповідь:* $3\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$.

г) $3y(3y - 4) = 3$; $9y^2 - 12y - 5 = 0$; $y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 9 \cdot (-5)}}{9} = \frac{6 \pm 9}{9}$;

$y_1 = \frac{6 + 9}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $y_2 = \frac{6 - 9}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$. *Відповідь:* $1\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{3}$.

938. а) $(2x - 3)^2 = 8x$; $4x^2 - 12x + 9 - 8x = 0$; $4x^2 - 20x + 9 = 0$;

$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{4} = \frac{10 \pm 8}{4}$; $x_1 = \frac{10 + 8}{4} = 4\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{10 - 8}{4} = \frac{1}{2}$;

Відповідь: 4,5; 0,5.

б) $(2x + 1)^2 = 3x + 4$; $4x^2 + 4x + 1 - 3x - 4 = 0$; $4x^2 + x - 3 = 0$;

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{8} = \frac{-1 \pm 7}{8}$; $x_1 = \frac{-1 - 7}{8} = -1$; $x_2 = \frac{-1 + 7}{8} = \frac{3}{4}$; *Відповідь:* –1; $\frac{3}{4}$.

в) $2(3z + 9) = (2z + 5)^2$; $6z + 18 = 4z^2 + 20z + 25$; $4z^2 + 20z + 25 - 6z - 18 = 0$;

$4z^2 + 14z + 7 = 0$; *Відповідь:* $\frac{-7 \pm \sqrt{21}}{4}$.

г) $12(3 - x) = (3x - 1)^2$; $36 - 12x = 9x^2 - 6x + 1$; $9x^2 - 6x + 1 - 36 + 12x = 0$;
$9x^2 + 6x - 35 = 0$;

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+315}}{9} = \frac{-3 \pm 18}{9}$; $x_1 = \frac{-3+18}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{-3-18}{9} = -2\frac{1}{3}$;
Відповідь: $1\frac{2}{3}$; $-2\frac{1}{3}$.

939. а) $x(7-x) = 5x - 8$; $7x - x^2 = 5x - 8$; $x^2 + 5x - 8 - 7x = 0$; $x^2 - 2x - 8 = 0$;
$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{1} = 1 \pm 3$; $x_1 = 4$; $x_2 = -2$. *Відповідь:* –2; 4.
б) $2x(3x+4) = 4x^2 + 5x + 27$; $6x^2 + 8x - 4x^2 - 5x - 27 = 0$; $2x^2 + 3x - 27 = 0$;
$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+216}}{4} = \frac{-3 \pm 15}{4}$; $x_1 = \frac{-3+15}{4} = 3$; $x_2 = \frac{-3-15}{4} = -4{,}5$; *Відповідь:* 3; –4,5.

940. а) $3x(2x-5) = 2(x^2+2)$; $6x^2 - 15x = 2x^2 + 4$; $4x^2 - 15x - 4 = 0$;
$x = \frac{15 \pm \sqrt{225+64}}{8} = \frac{15 \pm 17}{8}$; $x_1 = \frac{15+17}{8} = \frac{32}{8} = 4$; $x_2 = \frac{15-17}{8} = -\frac{1}{4}$; *Відповідь:* 4; $-\frac{1}{4}$.
б) $3x(5x+3) = 2x(6x+5) + 2$; $15x^2 + 9x = 12x^2 + 10x + 2$;
$15x^2 + 9x - 12x^2 - 10x - 2 = 0$; $3x^2 - x - 2 = 0$;
$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6}$; $x_1 = \frac{1+5}{6} = 1$; $x_2 = \frac{1-5}{6} = -\frac{2}{3}$; *Відповідь:* 1; $-\frac{2}{3}$.

941. а) $(x-5)^2 = 3x + 25$; $x^2 - 10x + 25 - 3x - 25 = 0$; $x^2 - 13x = 0$; $x(x-13) = 0$;
$x = 0$ або $x = 13$. *Відповідь:* 0; 13.
б) $(x+4)^2 = 3x^2 - 8$; $x^2 + 8x + 16 - 3x^2 + 8 = 0$; $-2x^2 + 8x + 24 = 0$; $x^2 - 4x - 12 = 0$;
$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{1} = \frac{2 \pm 4}{1}$; $x_1 = 2 + 4 = 6$; $x_2 = 2 - 4 = -2$. *Відповідь:* –2; 6.
в) $(p-3)^2 = 2(p+1)$; $p^2 - 6p + 9 - 2p - 2 = 0$; $p^2 - 8p + 7 = 0$;
$p = \frac{4 \pm \sqrt{16-7}}{1} = 4 \pm 3$; $p_1 = 7$; $p_2 = 1$. *Відповідь:* 7; 1.
г) $(3c-5)^2 = 10c + 9$; $9c^2 - 30c + 25 - 10c - 9 = 0$; $9c^2 - 40c + 16 = 0$;
$c = \frac{20 \pm \sqrt{400-144}}{9} = \frac{20 \pm 16}{9}$; $c_1 = \frac{20+16}{9} = 4$; $c_2 = \frac{20-16}{9} = \frac{4}{9}$; *Відповідь:* 4; $\frac{4}{9}$.

942. а) $(2x+4)^2 = 11x^2 + 1$; $4x^2 + 16x + 16 - 11x^2 - 1 = 0$; $-7x^2 + 16x + 15 = 0$;
$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64+105}}{-7} = \frac{-8 \pm 13}{-7}$; $x_1 = \frac{-8-13}{-7} = \frac{-21}{-7} = 3$; $x_2 = \frac{-8+13}{-7} = -\frac{5}{7}$;
Відповідь: 3; $-\frac{5}{7}$.
б) $(9-4x)^2 = 5(4x+1)$; $81 - 72x + 16x^2 = 20x + 5$; $16x^2 - 92x + 76 = 0$; $4x^2 - 23x + 15 = 0$;
$x = \frac{23 \pm \sqrt{23^2 - 16 \cdot 15}}{8} = \frac{23 \pm 17}{8}$; $x_1 = \frac{23+17}{8} = 5$; $x_2 = \frac{23-17}{8} = \frac{3}{4}$. *Відповідь:* 5; $\frac{3}{4}$.
в) $x^2 + 1 = 625 - 2x$; $x^2 + 2x - 624 = 0$; $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+624}}{1} = -1 \pm 25$;
$x_1 = -26$; $x_2 = 24$. *Відповідь:* –26; 24.
г) $y^2 + 4 = 961 - 4y$; $y^2 + 4y - 957 = 0$; $y = \frac{2 \pm \sqrt{4+957}}{1} = 2 \pm 31$;
$y_1 = 33$; $y_2 = -29$. *Відповідь:* 33; –29.

943. а) $(x+4)(2x-3) - (5x-6)(x-3) = 10$; $2x^2 - 3x + 8x - 12 - 5x^2 + 15x + 6x - 18 - 10 =$
$= 0$; $-3x^2 + 26x - 40 = 0$; $3x^2 - 26x + 40 = 0$;
$x = \frac{13 \pm \sqrt{169-120}}{3} = \frac{13 \pm 7}{3}$; $x_1 = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$; $x_2 = 2$. *Відповідь:* $6\frac{2}{3}$; 2.

б) $(2x-8)(3x+1)=(4x-12)(x-2)+8;\ 6x^2+2x-24x-8=4x^2-8x-12x+24+8;$
$6x^2-22x-8-4x^2+20x-32=0;\ 2x^2-2x-40=0;\ x^2-x-20=0;$
$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+80}}{2}=\dfrac{1\pm9}{2};\ x_1=5;\ x_2=-4..$ *Відповідь:* 5; –4.

944. а) $x+3=\dfrac{x+3}{x},\ x\neq0;\ x(x+3)=x+3;\ x^2+3x-x-3=0;\ x^2+2x-3=0;$
$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\dfrac{-2\pm4}{2};\ x_1=-3;\ x_2=1.$ *Відповідь:* –3; 1.

б) $\dfrac{2c^2}{c-1}=c-2,\ c\neq1;\ 2c^2=(c-2)(c-1);\ 2c^2=c^2-c-2c+2;\ 2c^2-c^2+3c-2=0;$
$c^2+3c-2=0;$ *Відповідь:* $\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$.

945. а) $\dfrac{16}{x+2}=x,\ x\neq-2;\ x(x+2)=16;\ x^2+2x-16=0;\ x=-1\pm\sqrt{1+16}=-1\pm\sqrt{17}.$
Відповідь: $-1\pm\sqrt{17}$.

б) $y=\dfrac{18}{y-3},\ y\neq3;\ y(y-3)=18;\ y^2-3y-18=0;\ y=\dfrac{3\pm\sqrt{9+72}}{2}=\dfrac{3\pm9}{2};$
$y_1=6;\ y_2=-3.$ *Відповідь:* 6; –3.

946. а) $\dfrac{z+2}{z}=\dfrac{5z+1}{z+1},\ z\neq0,\ z\neq-1;\ (z+2)(z+1)=z(5z+1);\ z^2+z+2z+2=5z^2+z;$
$5z^2+\not z-z^2-\not z-2z-2=0;\ 4z^2-2z-2=0;\ 2z^2-z-1=0;\ z=\dfrac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\dfrac{1\pm3}{4};$
$z_1=1;\ z_2=-0{,}5.$ *Відповідь:* 1; –0,5.

б) $\dfrac{5}{5-m}=\dfrac{m^2-6m}{m-5};\quad \dfrac{m^2-6m}{m-5}-\dfrac{5}{5-m}=0;\quad \dfrac{m^2-6m}{m-5}+\dfrac{5}{m-5}=0;$

$\begin{cases}m^2-6m+5=0,\\ m-5\neq0;\end{cases}\quad \begin{cases}m=\dfrac{3\pm\sqrt{9-5}}{1},\\ m\neq5;\end{cases}\quad \begin{cases}m_1=5,\ m_2=1,\\ m\neq5;\end{cases}\quad \begin{cases}m_1=5,\ m_2=1,\\ m\neq5;\end{cases}$

$m_1=5$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $m=1$.

947. а) $\dfrac{x-5}{x+3}=\dfrac{3+2x}{2x-1},\ x\neq-3,\ x\neq\dfrac{1}{2};\ (x-5)(2x-1)=(x+3)(3+2x);$
$2x^2-x-10x+5=3x+2x^2+9+6x;\ \not{2x^2}-\underline{11x}+5-\underline{3x}-\not{2x^2}-9-\underline{6x}=0;$
$-20x-4=0;\ x=-\dfrac{1}{5}.$ *Відповідь:* $-\dfrac{1}{5}$.

б) $\dfrac{2x-1}{3-2x}=\dfrac{x-1}{2x+3},\ x\neq1{,}5;\ x\neq-1{,}5;\ (2x-1)(2x+3)=(x-1)(3-2x);$
$4x^2+6x-2x-3=3x-2x^2-3+2x;\ 4x^2+\underline{4x}-\not3-\underline{3x}+2x^2+\not3-\underline{2x}=0;$
$6x^2-x=0;\ x(6x-1)=0;\ x=0;\ x=\dfrac{1}{6}.$ *Відповідь:* 0; $\dfrac{1}{6}$.

948. а) $x^4-5x^2+4=0.$ Заміна: $x^2=t,\ t\geq0;\ t^2-5t+4=0;$
$t=\dfrac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\dfrac{5\pm3}{2};\ t_1=4;\ t_2=1.$
Отримали 2 рівняння: $x^2=4$ і $x^2=1;\ x=\pm2;\ x=\pm1.$ *Відповідь:* ±1; ±2.

б) $x^4+5x^2+4=0.$ Заміна: $x^2=t,\ t\geq0;\ t^2+5t+4=0;\ t=\dfrac{-5\pm\sqrt{25-16}}{2};$
$t_1=\dfrac{-5-3}{2}=-4;\ t_2=\dfrac{-5+3}{2}=-1;\ t_1<0,\ t_2<0.$ *Відповідь:* коренів немає.

в) $x^4 - x^2 - 6 = 0$. Заміна: $x^2 = t,\ t \ge 0;\ t^2 - t - 6 = 0;\ t = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2};$

$t_1 = 3;\ t_2 = -2;\ t_2 < 0;\ x^2 = 3;\ x = \pm\sqrt{3}$. *Відповідь:* $\sqrt{3};\ -\sqrt{3}$.

г) $x^4 + x^2 - 6 = 0$. Заміна: $x^2 = t,\ t \ge 0;\ t^2 + t - 6 = 0;\ t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2};$

$t_1 = -3;\ t_2 = 2;\ t_1 < 0;\ x^2 = 2;\ x = \pm\sqrt{2};$. *Відповідь:* $\sqrt{2};\ -\sqrt{2}$.

949. а) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$. Заміна: $x^2 = t, t \ge 0; t^2 - 8t - 9 = 0;\ t = \frac{8 \pm \sqrt{64+36}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2};$

$t_1 = 9;\ t_2 = -1;\ t_2 < 0$ — сторонній корінь; $x^2 = 9;\ x = 3$ або $x = -3$.
Відповідь: 3; –3.

б) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$. Заміна: $x^2 = t, t \ge 0; t^2 + 5t + 4 = 0;\ t = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2};$
$t_1 = -4;\ t_2 = -1;\ t_1 < 0,\ t_2 < 0$ — сторонні корені, коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

в) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$. Заміна: $x^2 = t,\ t \ge 0;\ t^2 - 6t + 5 = 0;\ t = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2};$
$t_1 = 5;\ t_2 = 1$. Отримали два рівняння: $x^2 = 5$ або $x^2 = 1;\ x = \pm 5$ або $x \pm 1$.. *Відповідь:* –1; 1; –5; 5.

г) $x^4 + 6x^2 + 5 = 0$. Заміна: $x^2 = t,\ t \ge 0;\ t^2 + 6t + 5 = 0;\ t = \frac{-6 \pm \sqrt{36-20}}{2};$

$t_1 = \frac{-6-4}{2} = -5;\quad t_2 = \frac{-6+4}{2} = -1;\ t_1 < 0,\ t_2 < 0$ — сторонні корені,

коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

950. а) $4x^4 - 3x^2 - 1 = 0$. Заміна: $x^2 = t, t \ge 0; 4t^2 - 3t - 1 = 0;\ t = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{8} = \frac{3 \pm 5}{8};$

$t_1 = 1;\ t_2 = -\frac{1}{4};\ t_2 < 0$; отримали рівняння $x^2 = 1;\ x = 1,\ x = -1$.
Відповідь: –1; 1.

б) $4x^2 + 3x^2 - 1 = 0$. Заміна: $x^2 = t, t \ge 0; 4t^2 + 3t - 1 = 0;\ t = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{8} = \frac{-3 \pm 5}{8};$

$t_1 = -1;\ t_2 = \frac{1}{4};\ t_1 < 0$.

Отримали рівняння $x^2 = \frac{1}{4};\quad x = \frac{1}{2}$ або $x = -\frac{1}{2}$. *Відповідь:* $\frac{1}{2};\ -\frac{1}{2}$.

в) $9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$. Заміна: $x^2 = t,\ t \ge 0;\ 9t^2 - 10t + 1 = 0;$

$t = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{18} = \frac{10 \pm 8}{18};\ t_1 = 1;\ t_2 = \frac{1}{9}$.

Отримали два рівняння: $x^2 = 1$ або $x^2 = \frac{1}{9};\ x_1 = 1,\ x_2 = -1;$

$x_3 = \frac{1}{3};\ x_4 = -\frac{1}{3}$. *Відповідь:* –1; 1; $\frac{1}{3};\ -\frac{1}{3}$.

г) $9x^4 + 10x^2 + 1 = 0$. Заміна: $x^2 = t,\ t \ge 0;\ 9t^2 + 10t + 1 = 0;$

$t = \frac{-10 \pm \sqrt{100-36}}{18} = \frac{-10 \pm 8}{18};\ t_1 = -1;\ t_2 = -\frac{1}{9};\ t_1 < 0,\ t_2 < 0,$

коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

951. а) $x_1 = 2,\ x_2 = 3$, то $(x-2)(x-3) = 0$; б) $x_1 = 1,\ x_2 = 5$, то $(x-1)(x-5) = 0$;
в) $x_1 = 3,\ x_2 = -2$, то $(x-3)(x+2) = 0$; г) $x_1 = -2,\ x_2 = -6$, то $(x+2)(x+6) = 0$.

952. а) Якщо $x_1 = 2,\ x_2 = 5$, то $(x-2)(x-5) = 0;\ x^2 - 7x + 10 = 0;$
б) якщо $x_1 = 3,\ x_2 = -7$, то $(x-3)(x+7) = 0;\ x^2 + 4x - 21 = 0;$
в) якщо $x_1 = 0{,}5,\ x_2 = 4$, то $(x-0{,}5)(x-4) = 0;\ x^2 - 4{,}5x + 2 = 0;$
г) якщо $x_1 = -0{,}2,\ x_2 = -8$, то $(x+8)(x-0{,}2) = 0;\ x^2 + 8{,}2x + 1{,}6 = 0$.

953. $ax^2 + bx + c = 0$, якщо $x = 1$, то $a + b + c = 0$. *Відповідь:* $a + b + c = 0$.

954. а) $4x^2 + 4x - 15 = 0$; $(4x^2 + 4x + 1) - 1 - 15 = 0$; $(2x + 1)^2 = 16$;
$2x + 1 = 4$; $2x = 3$; $x_1 = 1{,}5$ або $2x + 1 = -4$; $2x = -5$; $x_2 = -2{,}5$.
Відповідь: 1,5; –2,5.

б) $9y^2 + 18y + 8 = 0$; $(9y^2 + 2 \cdot 3y \cdot 3 + 9) - 9 + 8 = 0$; $(3y + 3)^2 = 1$;
$3y + 3 = 1$; $3y = -2$; $y_1 = -\frac{2}{3}$ або $3y + 3 = -1$; $3y = -4$; $y_2 = -1\frac{1}{3}$.
Відповідь: $-\frac{2}{3}$; $-1\frac{1}{3}$.

в) $6x^2 - 13x + 6 = 0$; $x^2 - \frac{13}{6}x + 1 = 0$; $\left(x^2 - 2 \cdot \frac{13}{12}x + \left(\frac{13}{12}\right)^2\right) - \frac{169}{144} + 1 = 0$;
$\left(x - \frac{13}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}$;
$x - \frac{13}{12} = \frac{5}{12}$; $x_1 = 1{,}5$; або $x - \frac{13}{12} = -\frac{5}{12}$; $x_2 = \frac{2}{3}$. *Відповідь:* 1,5; $\frac{2}{3}$.

г) $5x^2 + 31x - 28 = 0$; $x^2 + \frac{31}{5}x - \frac{28}{5} = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{31}{10}x + \left(\frac{31}{10}\right)^2\right) - \left(\frac{31}{10}\right)^2 - \frac{28}{5} = 0$;
$\left(x + \frac{31}{10}\right)^2 = 9{,}61 + 5{,}6$; $(x + 3{,}1)^2 = 15{,}21$;
$x + 3{,}1 = 3{,}9$; $x_1 = 0{,}8$; або $x + 3{,}1 = -3{,}9$; $x_2 = -7$. *Відповідь:* 0,8; –7.

955. а) $2z^2 = 9z - 10$; $z^2 - \frac{9}{2}z + 5 = 0$; $\left(z^2 - 2 \cdot \frac{9}{4}z + \left(\frac{9}{4}\right)^2\right) - \frac{81}{16} + 5 = 0$;
$\left(z - \frac{9}{4}\right)^2 = 5{,}0625 - 5$; $(z - 2{,}25) = 0{,}0625$;
$z - 2{,}25 = 0{,}25$; $z_1 = 2{,}5$ або $z - 2{,}25 = -0{,}25$; $z_2 = 2$. *Відповідь:* 2,5; 2.

б) $8 = 3y + 5y^2$; $y^2 + \frac{3}{5}y - \frac{8}{5} = 0$; $\left(y^2 + 2 \cdot \frac{3}{5 \cdot 2}y + \left(\frac{3}{10}\right)^2\right) - \left(\frac{3}{10}\right)^2 - \frac{8}{5} = 0$;
$(y + 0{,}3)^2 = 1{,}69$;
$y + 0{,}3 = 1{,}3$; $y_1 = 1$; або $y + 0{,}3 = -1{,}3$; $y_2 = -1{,}6$. *Відповідь:* 1; –1,6.

в) $3x^2 + 4x - 7 = 0$; $x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{7}{3} = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}x + \frac{4}{9}\right) - \frac{4}{9} - \frac{7^{\,3}}{3} = 0$;
$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$;
$x + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$; $x = 1$ або $x + \frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$; $x = -\frac{7}{3}$; $x = -2\frac{1}{3}$. *Відповідь:* 1; $-2\frac{1}{3}$.

г) $5x^2 + 3x + 2 = 0$; $x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{2}{5} = 0$; $\left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{10}x + \frac{9}{100}\right) - 0{,}09 + 0{,}4 = 0$;
$(x + 0{,}3)^2 = -0{,}31$ — коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

956. а) $x^2 + 5x + 4 = 0$; $x^2 + 4x + x + 4 = 0$; $x(x + 4) + (x + 4) = 0$; $(x + 4)(x + 1) = 0$;
$x + 4 = 0$; $x = -4$; або $x + 1 = 0$; $x = -1$;

б) $x^2 + 5x + 6 = 0$; $x^2 + 3x + 2x + 6 = 0$; $x(x + 3) + 2(x + 3) = 0$; $(x + 3)(x + 2) = 0$;
$x + 3 = 0$; $x = -3$; або $x + 2 = 0$; $x = -2$;

в) $x^2 - 8x + 15 = 0$; $x^2 - 5x - 3x + 15 = 0$; $x(x - 5) - 3(x - 5) = 0$; $(x - 5)(x - 3) = 0$;
$x - 5 = 0$; $x = 5$ або $x - 3 = 0$; $x = 3$;

г) $x^2 - x - 6 = 0$; $x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$; $x(x - 3) + 2(x - 3) = 0$; $(x - 3)(x + 2) = 0$;
$x - 3 = 0$; $x = 3$; або $x + 2 = 0$; $x = -2$.

Відповідь: а) –1; –4; б) –3; –2; в) 3; 5; г) 3; –2.

957. а) $(3x + 1)^2 = 3x + 1$; $(3x + 1)^2 - (3x + 1) = 0$; $(3x + 1)(3x + 1 - 1) = 0$; $(3x + 1) \cdot 3x = 0$;
$3x + 1 = 0$ або $x = 0$; $x = -\frac{1}{3}$;

б) $(3x+1)^2 = 3(x+1)$; $9x^2+6x+1-3x-3=0$; $9x^2+3x-2=0$;

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+72}}{18}$; $x = \frac{-3 \pm 9}{18}$; $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = -\frac{2}{3}$;

в) $4(3x+1)^2 = (6x+2)^2$;

$2(3x+1) = 6x+2$; $6x+2 = 6x+2$; $0 \cdot x = 0$, x — будь-яке число або

$2(3x+1) = -6x-2$; $6x+2=-6x-2$; коренів немає;

г) $(3x+1)^2 = 3x^2+x$; $9x^2+6x+1-3x^2-x=0$; $6x^2+5x+1=0$;

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{12}$; $x = \frac{-5 \pm 1}{12}$; $x_1 = -\frac{1}{2}$; $x_2 = -\frac{1}{3}$.

Відповідь: а) 0; $-\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{3}$; $-\frac{2}{3}$; в) x — будь-яке число; г) $-\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{3}$.

958. а) $(2{,}5x-7)(2x+3)+3x+4=(4x-9)(1{,}5x+1)$;

$5x^2+7{,}5x-14x-21+3x+4=6x^2+4x-13{,}5x-9$;

$5x^2+7{,}5x-14x-21+3x+4-6x^2-4x+13{,}5x+9=0$;

$-x^2+6x-8=0$; $x^2-6x+8=0$; $x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{1} = \frac{3 \pm 1}{1}$; $x_1 = 4$; $x_2 = 2$;

б) $(3z-5)(4z+1)+(2z+3)(5z-4)=6z(3+2z)-11$;

$12z^2+3z-20z-5+10z^2-8z+15z-12=18z+12z^2-11$;

$22z^2-10z-17-18z-12z^2+11=0$; $10z^2-28z-6=0$; $5z^2-14z-3=0$;

$z = \frac{7 \pm \sqrt{49+15}}{5} = \frac{7 \pm 8}{5}$; $z_1 = 3$; $z_2 = -\frac{1}{5}$. *Відповідь:* а) 4; 2; б) 3; $-\frac{1}{5}$.

959. а) $(2t-3)(5t+2)+(3t-1)(4t+2)=10t^2-5$;

$\cancel{10t^2}+\underline{4t}-\underline{15t}-6+12t^2+\underline{6t}-\underline{4t}-2-\cancel{10t^2}+5=0$;

$12t^2-9t-3=0$; $4t^2-3t-1=0$; $t = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{8} = \frac{3 \pm 5}{8}$; $t_1 = 1$; $t_2 = -\frac{1}{4}$;

б) $(3n-2)(3n+2)-(2n-3)^2=3n(n+7)-17$;

$9n^2-4-4n^2+12n-9=3n^2+21n-17$; $5n^2+12n-13-3n^2-21n+17=0$;

$2n^2-9n+4=0$; $n = \frac{9 \pm \sqrt{81-32}}{4} = \frac{9 \pm 7}{4}$; $n_1 = 4$; $n_2 = 0{,}5$.

Відповідь: 1) 1; $-\frac{1}{4}$; б) 4; 0,5.

960. а) $\frac{1+3x}{2+x}+\frac{x-1}{2-x}=1$; $\frac{(1+3x)(2-x)+(x-1)(2+x)-(2+x)(2-x)}{(2+x)(2-x)}=0$;

$\frac{\cancel{2}-x+6x-3x^2+2x+x^2-\cancel{2}-x-4+x^2}{(2+x)(2-x)}=0$; $\frac{-x^2+6x-4}{(2+x)(2-x)}=0$;

$\begin{cases} x^2-6x+4=0, \\ (2+x)(2-x) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{9-4}, \\ x \neq 2,\ x \neq -2; \end{cases}$ *Відповідь:* $3 \pm \sqrt{5}$.

б) $\frac{2y-2}{y+3}-\frac{3y-y}{3-y}=6$; $\frac{(2y-2)(3-y)-2y(y+3)-6(y+3)(3-y)}{(y+3)(3-y)}=0$;

$\frac{\cancel{6y}-2y^2-6+2y-2y^2-\cancel{6y}-54+6y^2}{(y+3)(3-y)}=0$; $\frac{2y^2+2y-60}{(y+3)(3-y)}=0$;

$\begin{cases} y^2+y-30=0, \\ (y+3)(3-y) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+120}}{2}, \\ y \neq -3,\ y \neq 3; \end{cases}$ $y=5$, $y=-6$. *Відповідь:* 5; -6.

961. а) $\frac{c-6}{c+5}-2=\frac{c-4}{5-c}$; $\frac{(c-6)(5-c)-2(c+5)(5-c)-(c-4)(c+5)}{(c+5)(5-c)}=0$;

$$\frac{5c - c^2 - 30 + 6c - 50 + 2c^2 - c^2 - 5c + 4c + 20}{(c+5)(5-c)} = 0; \quad \begin{cases} 10c - 60 = 0, \\ c \neq -5,\ c \neq 5; \end{cases}$$

Відповідь: 6.

б) $\frac{7}{2x-3} + \frac{5}{x-1} = 12; \quad \frac{7(x-1) + 5(2x-3) - 12(2x-3)(x-1)}{(2x-3)(x-1)} = 0;$

$$\frac{7x - 7 + 10x - 15 - 24x^2 + 24x + 36x - 36}{(2x-3)(x-1)} = 0; \quad \begin{cases} -24x^2 + 77x - 58 = 0, \\ (2x-3)(x-1) \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24x^2 - 77x + 58 = 0, \\ x \neq 1,\ x \neq 1,5; \end{cases} \quad D = 5929 - 5568 = 361;$$

$x = \frac{77 \pm 19}{48}; \quad x_1 = \frac{96}{48} = 2; \quad x_2 = \frac{58}{48} = 1\frac{10}{48} = 1\frac{5}{24}.$ *Відповідь:* $2;\ 1\frac{5}{24}$.

962. а) $\frac{7}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{16}{x}; \quad \frac{7x(2-x) - 3x(x+2) - 16(x+2)(2-x)}{x(x+2)(2-x)} = 0;$

$$\frac{14x - 7x^2 - 3x^2 - 6x - 64 + 16x^2}{x(x+2)(2-x)} = 0; \quad \frac{6x^2 + 8x - 64}{x(x+2)(2-x)} = 0;$$

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 32 = 0, \\ x(x+2)(2-x) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+96}}{3} = \frac{-2 \pm 10}{3},\ x_1 = -4, x_2 = 2\frac{2}{3}; \\ x \neq 0,\ x \neq -2,\ x \neq 2; \end{cases}$$

Відповідь: $-4;\ 2\frac{2}{3}$.

б) $\frac{5}{z-2} - \frac{4}{z-3} = \frac{1}{z}; \quad \frac{5z(z-3) - 4z(z-2) - (z-2)(z-3)}{z(z-2)(z-3)} = 0;$

$$\frac{5z^2 - 15z - 4z^2 + 8z - z^2 + 2z + 3z - 6}{z(z-2)(z-3)} = 0; \quad \begin{cases} -2z - 6 = 0, z = -3; \\ z(z-2)(z-3) \neq 0; \end{cases}$$ *Відповідь:* -3.

963. а) $\frac{3}{2x-1} - \frac{39}{2x+1} + \frac{45}{4x^2-1} = 5; \quad \frac{3(2x+1) - 39(2x-1) + 45 - 5(4x^2-1)}{(2x-1)(2x+1)} = 0;$

$$\frac{6x + 3 - 78x + 39 + 45 - 20x^2 + 5}{(2x-1)(2x+1)} = 0; \quad \frac{-20x^2 - 72x + 92}{(2x-1)(2x+1)} = 0; \quad \begin{cases} 5x^2 + 18x - 23 = 0, \\ x \neq \pm 0,5; \end{cases}$$

$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81+115}}{5}; \quad x = \frac{-9 \pm 14}{5}; \quad x = 1; \quad x = -4\frac{3}{5}.$ *Відповідь:* 1; −4,6.

б) $\frac{2(x+7)}{x+1} - \frac{x+11}{x^2-1} + \frac{x-1}{x+1} = 4; \quad \frac{2(x+7)(x-1) - (x+11) + (x-1)^2 - 4(x^2-1)}{(x+1)(x-1)} = 0;$

$$\frac{2x^2 - 2x + 14x - 14 - x - 11 + x^2 - 2x + 1 - 4x^2 + 4}{(x+1)(x-1)} = 0; \quad \frac{-x^2 + 9x - 20}{(x+1)(x-1)} = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 9x + 20 = 0, \\ (x+1)(x-1) \neq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4,\ x = 5, \\ x \neq \pm 1. \end{cases}$$ *Відповідь:* 4; 5.

964. а) $\frac{30}{x^2-1} - \frac{13}{x^2+x+1} - \frac{7+18x}{x^3-1} = 0; \quad \frac{30}{(x+1)(x-1)} - \frac{13}{(x^2+x+1)} - \frac{7+18x}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0;$

$$\frac{30(x^2+x+1) - 13(x^2-1) - (7+18x)(x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)} = 0;$$

$$\frac{30x^2 + 30x + 30 - 13x^2 + 13 - 7x - 7 - 18x^2 - 18x}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)} = 0;$$

$$\frac{-x^2 + 5x + 36}{(x^3-1)(x+1)} = 0; \quad \begin{cases} x^2 - 5x - 36 \\ x \neq 1,\ x \neq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 9,\ x = -4, \\ x \neq \pm 1. \end{cases}$$ *Відповідь:* 9; −4.

б) $\frac{x+6}{x-1} - \frac{x^2-x+16}{x^2+x+1} = \frac{x+36}{x^3-1}; \quad \frac{(x+6)(x^2+x+1) - (x-1)(x^2-x+16) - (x+36)}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0;$

$$\frac{x^3 + x^2 + x + 6x^2 + 6x + 6 - x^3 + x^2 - 16x + x^2 - x + 16 - 36}{(x-1)(x^2+x+1)} = 0;$$

$\begin{cases} 9x^2 - 11x - 14 = 0, \\ x^3 - 1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 504}}{18}, \\ x \neq 1; \end{cases}$ $x = \frac{11 \pm 25}{18}$; $x_1 = 2$; *Відповідь:* $2; -\frac{7}{9}$.

965. а) $\frac{x+1}{4x} - \frac{8-x}{3x^2 - 6x} = \frac{5x-1}{2x-4}$; $\frac{x+1}{4x} - \frac{8-x}{3x(x-2)} - \frac{5x-1}{2(x-2)} = 0$;

$$\frac{3(x+1)(x-2) - 4(8-x) - 6x(5x-1)}{12x(x-2)} = 0;$$

$$\frac{3x^2 - 6x + 3x - 6 - 32 + 4x - 30x^2 + 6x}{12x(x-2)} = 0; \quad \frac{-27x^2 + 7x - 38}{12x(x-2)} = 0;$$

$\begin{cases} 27x^2 - 7x + 38 = 0, \\ 12x(x-2) \neq 0; \end{cases}$ $D = 7^2 - 4 \cdot 27 \cdot 38 < 0$, коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

б) $\frac{3-2x}{5-x} + \frac{3}{3-x} - \frac{x+3}{x+1} = 1$;

$$\frac{(3-2x)(2x-x^2+3) + 3(4x-x^2+5) + (9-x^2)(5-x) - (5-x)(2x-x^2+3)}{(5-x)(3-x)(x+1)} = 0;$$

$$\frac{(3-2x)(2x-x^2+3) + 3(4x-x^2+5) + (9-x^2)(5-x) + (5-x)(2x-x^2+3)}{(5-x)(3-x)(x+1)} = 0;$$

$$\frac{6x - 3x^2 + 9 - 4x^2 + 2x^3 - 6x + 12x - 3x^2 + 15 - 45 + 9x - 5x^2 - x^3 - 10x + 5x^2 - 15 + 2x^2 - x^3 + 3x}{(5-x)(3-x)(x+1)} = 0;$$

$\frac{2x^2 + 14x - 36}{(5-x)(3-x)(x+1)} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 7x - 18 = 0, \\ x \neq 5, x \neq 3, x \neq -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -9, x = 2, \\ x \neq 5, x \neq 3, x \neq -1. \end{cases}$

Відповідь: -9; 2.

966. а) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2x-7}{x^2 - 9x + 14}$; $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2x-7}{x^2 - 7x - 2x + 14}$;

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{2x-7}{(x-7)(x-2)} = 0;$$

$$\frac{(x-2)(x-7) + (x-7) - (2x-7)(x-1)}{(x-1)(x-2)(x-7)} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 9x + 14 + x - 7 - 2x^2 + 2x + 7x - 7}{(x-1)(x-2)(x-7)} = 0; \quad \frac{-x^2 + x}{(x-1)(x-2)(x-7)} = 0;$$

$\begin{cases} x(x-1) = 0, \\ x \neq 1, x \neq 2, x \neq 7; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0, x = 1, \\ x \neq 1, x \neq 2, x \neq 7 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x = 0$. *Відповідь:* 0.

б) $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x^2 + 9x + 18} = \frac{2x+7}{x^2 + 5x - 6}$; $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{(x+3)(x+6)} - \frac{2x+7}{(x+6)(x-1)} = 0$;

$$\frac{x^2 + 9x + 18 + 3(x-1) - (2x+7)(x+3)}{(x+3)(x-1)(x+6)} = 0;$$

$$\frac{x^2 + 9x + 18 + 3x - 3 - 2x^2 - 6x - 7x - 21}{(x+3)(x-1)(x+6)} = 0; \quad \frac{-x^2 - x - 6}{(x+3)(x-1)(x+6)} = 0;$$

$\begin{cases} x^2 + x + 6 = 0, \\ x \neq -3, x \neq 1, x \neq -6; \end{cases}$ $D = 1 - 24 < 0$; коренів немає. *Відповідь:* коренів немає.

967. а) $\frac{5x-7}{9}+\frac{14}{2x-3}=x-1$; $\frac{(5x-7)(2x-3)+14\cdot 9-9x(2x-3)+9(2x-3)}{9(2x-3)}=0$;

$\frac{10x^2-15x-14x+21+126-18x^2+27x+18x-27}{9(2x-3)}=0$; $\begin{cases}-8x^2+16x+120=0,\\ 9(2x-3)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2-2x-15=0,\\ x\neq 1,5;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=5,\ x_2=-3,\\ x\neq 1,5.\end{cases}$ *Відповідь:* 5; –3.

б) $\frac{x-4}{12}+\frac{2x-22}{x-6}=\frac{16-x}{4}$; $\frac{(x-4)(x-6)+12(2x-22)-3(16-x)(x-6)}{12(x-6)}=0$;

$\frac{x^2-6x-4x+24+24x-264-48x+288+3x^2-18x}{12(x-6)}=0$;

$\frac{4x^2-52x+48}{12(x-6)}=0$; $\begin{cases}x^2-13x+12=0,\\ x\neq 6;\end{cases}$ $\begin{cases}x=12,\ x=1.\\ x\neq 6.\end{cases}$ *Відповідь.* 12; 1.

968. а) $\frac{x}{x-2}+\frac{6}{x^2-7x+10}=\frac{2}{x-5}$; $\frac{x}{x-2}+\frac{6}{(x-2)(x-5)}-\frac{2}{x-5}=0$;

$\frac{x(x-5)+6-2(x-2)}{(x-2)(x-5)}=0$; $\frac{x^2-5x+6-2x+4}{(x-2)(x-5)}=0$, $\frac{x^2-7x+10}{(x-2)(x-5)}=0$;

$\begin{cases}x^2-7x+10=0,\\ (x-2)(x-5)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\ x=5,\\ x\neq 2,\ x\neq 5.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

б) $\frac{2}{x-7}=\frac{x}{x-2}+\frac{10}{(x-2)(x-7)}$; $\frac{2(x-2)-x(x-7)-10}{(x-2)(x-7)}=0$;

$\frac{2x-4-x^2+7x-10}{(x-2)(x-7)}=0$; $\frac{-x^2+9x-14}{(x-2)(x-7)}=0$; $\begin{cases}x^2-9x+14=0;\\ (x-2)(x-7)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=7,\ x=2,\\ x\neq 7,\ x\neq 2.\end{cases}$

Відповідь: коренів немає.

969. а) $\frac{2z-3}{z-2}+\frac{z+1}{z-1}=\frac{3z+11}{z+1}$; $\frac{(2z-3)(z-1)(z+1)+(z+1)^2(z-2)-(3z+11)(z-2)(z-1)}{(z-2)(z-1)(z+1)}=0$;

$\frac{(2z-3)(z^2-1)+(z^2+2z+1)(z-2)-(3z+11)(z^2-3z+2)}{(z-2)(z-1)(z+1)}=0$;

$\frac{2z^3-2z-3z^2+3+z^3-2z^2+2z^2-4z+z-2-3z^3+9z^2-6z-11z^2+33z-22}{(z-2)(z-1)(z+1)}=0$;

$\frac{-5z^2+22z-21}{(z-2)(z-1)(z+1)}=0$; $\begin{cases}5z^2-22z+21=0,\\ (z-2)(z-1)(z+1)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}z=\frac{11\pm\sqrt{121-105}}{5}.\\ z\neq 2,\ z\neq 1,\ z\neq -1;\end{cases}$

$z=\frac{11\pm 4}{5}$; $z_1=3$; $z_2=1\frac{2}{5}$.. *Відповідь:* 3; $1\frac{2}{5}$.

б) $\frac{3c+1}{c-3}+\frac{2c-1}{c-2}=\frac{5c-14}{c-4}$;

$\frac{(3c+1)(c-2)(c-4)+(2c-1)(c-3)(c-4)-(5c-14)(c-3)(c-2)}{(c-3)(c-2)(c-4)}=0$;

$\frac{(3c+1)(c^2-6c+8)+(2c-1)(c^2-7c+12)-(5c-14)(c^2-5c+6)}{(c-3)(c-2)(c-4)}=0$;

$\frac{3c^3-18c^2+24c-c^2+6c-8+2c^3-14c^2+24c-c^2+7c-12-5c^3+25c^2-30c+14c^2-70c+84}{(c-3)(c-2)(c-4)}=0$,

$\begin{cases}5c^2-39c+64=0,\\ (c-3)(c-2)(c-4)\neq 0;\end{cases}$ *Відповідь:* $3,9\pm\sqrt{2,41}$.

970. а) $(x+1)^2 = 7918 - 2x$; $x^2 + 2x + 1 - 7918 + 2x = 0$; $x^2 + 4x - 7917 = 0$;

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4+7917}}{1}$; $x = 3 \pm 89$; $x_1 = 91$; $x_2 = 87$.

б) $(x+2)^2 = 3131 - 2x$; $x^2 + 4x + 4 - 3131 + 2x = 0$; $x^2 + 6x - 3127 = 0$;

$x = -3 \pm \sqrt{9 + 3127}$; $x = -3 \pm 56$; $x_1 = 53$; $x_2 = -59$.

Відповідь: а) 91; 87; б) 53; –59.

971. а) $x^2 + 2\sqrt{2} + 1 = 0$; $x = -\sqrt{2} \pm \sqrt{2-1}$; $x = -\sqrt{2} \pm 1$;

б) $x^2 - 3\sqrt{2} + 4 = 0$; $x = \dfrac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18-16}}{2}$; $x = \dfrac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{2}}{2}$; $x_1 = 2\sqrt{2}$; $x_2 = \sqrt{2}$.

Відповідь: а) $1 - \sqrt{2}$; $-1 - \sqrt{2}$; б) $2\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$.

972. а) $\sqrt{2}b^2 - 3b + \sqrt{2} = 0$; $b = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2\sqrt{2}}$; $b_1 = \dfrac{3+1}{2\sqrt{2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$; $b_2 = \dfrac{2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $c^2 - \sqrt{6}c + 2{,}5 = 0$; $D = \left(-\sqrt{6}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2{,}5 = 6 - 10 < 0$; коренів немає.

Відповідь: а) $\sqrt{2}$ і $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; б) коренів немає.

973. а) $\dfrac{1}{x+x^2} + \dfrac{8}{x - 8x^2 + x^3} = \dfrac{6}{1 - 7x - 7x^2 + x^3}$;

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{8}{x(1-8x+x^2)} - \frac{6}{(1+x)(1-x+x^2) - 7x(1+x)} = 0;$$

$$\frac{1}{x(x+1)} + \frac{8}{x(1-8x+x^2)} - \frac{6}{(x+1)(x^2-8x+1)} = 0;$$

$$\frac{x^2 - 8x + 1 + 8x + 8 - 6x}{x(x+1)(x^2-8x+1)} = 0; \quad \frac{x^2 - 6x + 9}{x(x+1)(x^2-8x+1)} = 0;$$

$\begin{cases}(x-3)^2 = 0,\\ x(x+1)(x^2-8x+1) \neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 3,\\ x(x+1)(x^2-8x+1) \neq 0.\end{cases}$ *Відповідь:* $x = 3$.

б) $\dfrac{1}{x^4 - 1} + \dfrac{x-1}{x^3 + 3x^2 + x + 3} = \dfrac{x+2}{x^3 + 3x^2 - x - 3}$;

$$\frac{1}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} + \frac{x-1}{x^2(x+3) + (x+3)} - \frac{x+2}{x^2(x+3) - (x+3)} = 0;$$

$$\frac{1}{(x-1)(x+1)(x^2+1)} + \frac{x-1}{(x+3)(x^2+1)} - \frac{x+2}{(x+3)(x^2-1)} = 0;$$

$$\frac{x + 3 + (x-1)(x^2-1) - (x+2)(x^2+1)}{(x+3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0;$$

$$\frac{x + 3 + x^3 - x - x^2 + 1 - x^3 - x - 2x^2 - 2}{(x+3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0; \quad \frac{-3x^2 - x + 2}{(x+3)(x^2+1)(x^2-1)} = 0;$$

$\begin{cases}3x^2 + x - 2 = 0,\\ (x+3)(x^2+1)(x^2-1) \neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x = \dfrac{-1 \pm 5}{6},\ x = \dfrac{2}{3},\ x = 1,\\ x \neq -3,\ x \neq 1,\ x \neq -1;\end{cases}$ $x = \dfrac{2}{3}$. *Відповідь:* $x = \dfrac{2}{3}$.

974. а) $12 : 6 = 2$; $3 \cdot 6 = 18$; $2 + 18 = 20$; б) $30 : 6 = 5$; $2 + 6 = 8$; $8 - 5 = 3$.

975. а) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; $x^2 = t$; $t^2 - 5t + 4 = 0$; $t_1 = 1$; $t_2 = 4$; $x^2 = 1$; $x^2 = 4$; $x = \pm 1$; $x = \pm 2$;

б) $x^4-8x^2-9=0$; $x^2=t$, $t\ge 0$; $t^2-8y-9=0$; $t_1=9$; $t_2=-1<0$; $x^2=9$; $x=\pm 3$;

в) $x-4\sqrt{x}+3=0$; $\sqrt{x}=t$, $t>0$; $t^2-4t+3=0$; $t_1=3$; $t_2=1$; $\sqrt{x}=3$; $\sqrt{x}=1$; $x=9$; $x=1$;

г) $x-7\sqrt{x}+12=0$; $\sqrt{x}=t$, $t\ge 0$; $t^2-7t+12=0$; $t_1=3$; $t_2=4$; $\sqrt{x}=3$; $\sqrt{x}=4$.

976. а) $x^2-5\left(\sqrt{x}\right)^2-6=0$, $x\ge 0$; $x^2-5x-6=0$; $x_1=6$; $x_2=-1<0$;

б) $x^2+\left(\sqrt{x}\right)^2-12=0$, $x\ge 0$; $x^2+x-12=0$; $x_1=3$; $x_2=-4<0$;

в) $x^2-4\sqrt{x^2}-21=0$; $|x|^2-4|x|-21=0$; $|x|=t$, $t\ge 0$; $t^2-4t-21=0$; $t_1=7$; $t_2=-3<0$; $|x|=7$; $x=\pm 7$;

г) $x^2+2\sqrt{x^2}-3=0$; $|x|^2-2|x|-3=0$; $|x|=t$, $t\ge 0$; $t^2-2t-3=0$; $t_1=1$; $t_2=-3<0$; $|x|=1$; $x=\pm 1$.

Відповідь: а) 6; б) 3; в) 7; –7; г) 1; –1.

977. а) $x+4\sqrt{x}-12=0$; $\sqrt{x}=t$, $t\ge 0$; $t^2+4t-12=0$; $t_1=-6<0$; $t_2=2$; $\sqrt{x}=2$; $x=4$;

б) $x-8\sqrt{x}+15=0$; $\sqrt{x}=t\ge 0$; $t^2-8t+15=0$; $t_1=5$, $\sqrt{x}=5$, $x=25$; $t_2=3$; $\sqrt{x}=3$, $x=9$;

в) $3x-8\sqrt{x}+5=0$; $\sqrt{x}=t$, $t\ge 0$; $3t^2-8t+5=0$; $t=\dfrac{4\pm\sqrt{16-15}}{3}$; $t_1=\dfrac{5}{3}$, $\sqrt{x}=\dfrac{5}{3}$, $x=\dfrac{25}{9}$, $x=2\dfrac{7}{9}$; $t_1=1$, $\sqrt{x}=1$, $x=1$;

г) $2x+3\sqrt{x}+1=0$; $\sqrt{x}=t$, $t\ge 0$; $2t^2+3t+1=0$; $t=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4}$; $t_1=-1$, $-1<0$, коренів немає; $t_2=-\dfrac{1}{2}$, $-\dfrac{1}{2}<0$, коренів немає.

Відповідь: а) 4; б) 25; в) 1; $2\dfrac{7}{9}$; г) коренів немає.

978. а) $x^4-7x^2+12=0$; $x^2=t$; $t^2-7t+12=0$; $t_1=4$, $x^2=4$, $x=\pm 2$; $t_2=3$, $x^2=3$, $x=\pm\sqrt{3}$;

б) $4x^4-5x^2+1=0$; $x^2=t$; $4t^2-5t+1=0$; $t=\dfrac{5\pm\sqrt{25-16}}{8}=\dfrac{5\pm 3}{8}$; $t_1=1$, $x^2=1$, $x=\pm 1$; $t_2=\dfrac{1}{4}$, $x^2=\dfrac{1}{4}$, $x=\pm\dfrac{1}{2}$;

в) $(x+3)^4-(x+3)^2-2=0$; $(x+3)^2=t\ge 0$; $t^2-t-2=0$; $t_1=2$; $t_2=-1<0$; $(x+3)^2=2$; $x+3=\sqrt{2}$; $x_1=-3+\sqrt{2}$; $x+3=-\sqrt{2}$; $x_2=-3-\sqrt{2}$;

г) $(2x-1)^4-10(2x-1)^2+9=0$; $(2x-1)^2=t\ge 0$; $t^2-10t+9=0$;
$t_1=9$; $(2x-1)^2=9$; $2x-1=3$; $2x=4$; $x_1=2$; $2x-1=-2$; $2x=-2$; $x_2=-1$;
$t_2=1$; $(2x-1)^2=1$; $2x-1=1$; $2x=2$; $x_3=1$; $2x-1=-1$; $2x=0$; $x_4=0$.

Відповідь: а) 2; –2; $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$; б) 1; –1; $-\dfrac{1}{2}$; $\dfrac{1}{2}$; б) $-3+\sqrt{2}$; $-3-\sqrt{2}$; г) 2; –1; 2; 0.

979. а) $(x-3)^2-6(x-3)+8=0$; $(x-3)=t$; $t^2-6t+8=0$; $t_1=4$; $x-3=4$; $x_1=7$; $t_2=2$; $x-3=2$; $x_2=5$;

б) $(x+2)^2-(x+2)-6=0$; $(x+2)=t$; $t^2-t-6=0$; $t_1=3$; $x+2=3$; $x_1=1$; $t_2=-2$; $x+2=-2$; $x_2=-4$;

в) $x^2+2x+2(x+1)-23=0$; $(x^2+2x+1)-1+2(x+1)-23=0$;
$(x+1)^2+2(x+1)-24=0$; $(x+1)=t$; $t^2+2t-24=0$;
$t_1=-6$; $x+1=-6$; $x_1=-7$; $t_2=4$; $x+1=4$; $x_2=3$;

г) $4x^2 - 12x - 2(2x - 3) - 6 = 0$; $(4x^2 - 12x + 9) - 9 - 2(2x - 3) - 6 = 0$;
$(2x - 3)^2 - 2(2x - 3) - 15 = 0$; $(2x - 3) = t$; $t^2 - 2t - 15 = 0$; $t_1 = 5$; $2x - 3 = 5$;
$2x = 8$; $x_1 = 4$; $t_2 = -3$; $2x - 3 = -3$; $2x = 0$; $x_2 = 0$.

Відповідь: а) 7; 5; б) 1; –4; в) –7; 3; г) 4; 0.

980. а) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$; $x^3 = t$; $t^2 - 9t + 8 = 0$; $t_1 = 1$; $t_2 = 8$.
Отримали два рівняння: $x^3 = 1$, $x_1 = 1$; $x^3 = 8$, $x_2 = 2$;
б) $x^3 + 7 - 7x^2 = x$; $x^2(x - 7) - (x - 7) = 0$; $(x - 7)(x^2 - 1) = 0$;
$(x - 7)(x - 1)(x + 1) = 0$; $x_1 = 7$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$;
в) $(x^2 + x)(x^2 + x - 7) = 60$. Заміна: $x^2 + x = t$; $t(t - 7) = 60$; $t^2 - 7t - 60 = 0$;
$t_1 = 12$, $t_2 = -5$.
$x^2 + x = 12$; $x^2 + x - 12 = 0$; $x_1 = -4$, $x_2 = 3$; або
$x^2 + x = -5$; $x^2 + x + 5 = 0$; $D = 1 - 20 < 0$, коренів немає;
г) $x^2 + 5 = 3\sqrt{x^2 + 5}$. Заміна: $\sqrt{x^2 + 5} = t$, $t \ge 0$; $t^2 = 3t$; $t(t - 3) = 0$; $t_1 = 0$, $t_2 = 3$.
$\sqrt{x^2 + 5} = 0$; $x^2 + 5 = 0$; $x^2 = -5$, коренів немає;
$\sqrt{x^2 + 5} = 3$; $x^2 + 5 = 9$; $x^2 = 4$; $x = \pm 2$.

Відповідь: 1) 1; 2; б) 7; 1; –1; в) –4; 3; г) –2; 2.

981. $ax^2 + bx + c = 0$. Якщо $a = 0$, то $bx + c = 0$, $x = -\frac{c}{b}$;
якщо $b \ne 0$, за формулою $x_{1,2} = \frac{2c}{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}} = \frac{2c}{-b \pm \sqrt{b^2}} = \frac{2c}{-b \pm |b|}$;
якщо $b \ne 0$, то $x = \frac{2c}{-b - b} = \frac{2c}{-2b} = -\frac{c}{b}$. Що й треба було довести.

982. а) $(x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x + 4) = 10$; $x^2 + 2x + 1 = t$; $t(t + 3) = 10$; $t^2 + 3t - 10 = 0$;
$t_1 = -5$, $t_2 = 2$. Отримали рівняння: $(x + 1)^2 = -5$, коренів немає або
$(x + 1)^2 = 2$; $x + 1 = \pm\sqrt{2}$; $x = -1 \pm \sqrt{2}$;
б) $(2x^2 - 5x - 4)(2x^2 - 5x) = 21$; $2x^2 - 5x = t$; $(t - 4) \cdot t = 21$; $t^2 - 4t - 21 = 0$;
$t_1 = 7$, $t_2 = -3$. Отримали рівняння:
$2x^2 - 5x = 7$; $2x^2 - 5x - 7 = 0$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4} = \frac{5 \pm 9}{4}$; $x_1 = 3{,}5$; $x_2 = -1$;
або $2x^2 - 5x = -3$; $2x^2 - 5x + 3 = 0$; $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$; $x = \frac{5 \pm 1}{4}$; $x_3 = 1{,}5$; $x_4 = 1$.

Відповідь: а) $-1 + \sqrt{2}$; $-1 - \sqrt{2}$; б) 3,5; –1; 1; 1,5.

983. а) $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) = 24$; $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = 24$; $x^2 + 3x = t$;
$t(t + 2) - 24 = 0$; $t^2 + 2t - 24 = 0$; $t_1 = -6$; $t_2 = 4$. Отримали рівняння:
$x^2 + 3x = -6$; $x^2 + 3x + 16 = 0$; $D = 9 - 24 < 0$, коренів немає;
або $x^2 + 3x = 4$; $x^2 + 3x - 4 = 0$; $x_1 = 4$; $x_2 = 1$;
б) $(x - 2)(x + 1)(x + 2)(x + 5) + 20 = 0$; $(x^2 + 5x - 2x - 10)(x^2 + x + 2x + 2) + 20 = 0$;
$(x^2 + 3x - 10)(x^2 + 3x + 2) + 20 = 0$; $x^2 + 3x = t$; $(t - 10)(t + 2) + 20 = 0$;
$t^2 + 2t - 10t - \cancel{20} + \cancel{20} = 0$; $t^2 - 8t = 0$; $t(t - 8) = 0$; $t = 0$ або $t = 8$.
Отримали рівняння: $x^2 + 3x = 0$; $x(x + 3) = 0$; $x = 0$; $x = -3$; або
$x^2 + 3x = 8$; $x^2 + 3x - 8 = 0$; $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 32}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{2}$.

Відповідь: а) 4; 1; б) 0; –3; $\frac{-3 + \sqrt{41}}{2}$; $\frac{-3 - \sqrt{41}}{2}$.

984. а) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0$; $x^2 + 3x = t$; $(t + 1)(t + 3) + 1 = 0$;
$t^2 + 4t + 3 + 1 = 0$; $t^2 + 4t + 4 = 0$; $(t + 2)^2 = 0$; $t = -2$; $x^2 + 3x = -2$;
$x^2 + 3x + 2 = 0$; $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$; $x_1 = -2$; $x_2 = -1$;

б) $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 1) - 28 = 0$. Заміна: $x^2 - 5x = t$; $(t + 2)(t - 1) - 28 = 0$; $t^2 + t - 2 - 28 = 0$; $t^2 + t - 30 = 0$; $t_1 = -6$; $t_2 = 5$. Отримали рівняння: $x^2 - 5x = -6$; $x^2 - 5x + 6 = 0$; $x_1 = 2$; $x_2 = 3$; або

$x^2 - 5x = 5$; $x^2 - 5x - 5 = 0$; $x_{3,4} = \frac{5 \pm \sqrt{25+20}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{5 \pm 3\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: а) –2; 1; б) 2; 3; $\frac{5+3\sqrt{5}}{2}$; $\frac{5-3\sqrt{5}}{2}$.

985. а) $\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 - 6\left(\frac{x+1}{x}\right) = -5$; заміна: $\frac{x+1}{x} = t$; $t^2 - 6t + 5 = 0$; $t_1 = 5$; $t_2 = 1$.

Отримали рівняння:

$\frac{x+1}{x} = 5$; $x + 1 = 5x$; $4x = 1$; $x = \frac{1}{4}$; або $\frac{x+1}{x} = 1$, $x \neq 0$; $x + 1 = x$; коренів немає;

б) $\left(\frac{x}{x-2}\right)^2 - \frac{x}{x-2} = 42$; заміна: $\frac{x}{x-2} = t$; $t^2 - t - 42 = 0$; $t_1 = -6$; $t_2 = 7$.

Отримали рівняння:

$\frac{x}{x-2} = -6$; $-6(x - 2) = x$; $-6x + 12 = x$; $7x = 12$; $x_1 = 1\frac{5}{7}$; або

$\frac{x}{x-2} = 7$, $x \neq 2$; $7(x - 2) = x$; $7x - 14 = x$; $6x = 14$; $x_2 = 2\frac{1}{3}$.

Відповідь: а) $\frac{1}{4}$; б) $1\frac{5}{7}$; $2\frac{1}{3}$.

986. а) $\left(\frac{\sqrt{x}-1}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{x}-1}{2} = 12$; заміна: $\frac{\sqrt{x}-1}{2} = t$; $t^2 - t - 12 = 0$; $t_1 = 4$; $t_2 = -3$.

Отримали рівняння:

$\frac{\sqrt{x}-1}{2} = 4$; $\sqrt{x} - 1 = 8$; $\sqrt{x} = 9$; $x_1 = 81$; або

$\frac{\sqrt{x}-1}{2} = -3$; $\sqrt{x} - 1 = -6$; $\sqrt{x} = -5$; коренів немає.

б) $\left(\frac{\sqrt{x}+1}{x}\right)^2 + \frac{\sqrt{x}+1}{x} = 2$; заміна: $\frac{\sqrt{x}+1}{x} = t$; $t^2 + t - 2 = 0$; $t_1 = -2$; $t_2 = 1$.

Отримали рівняння:

$\frac{\sqrt{x}+1}{x} = -2$; $-2x = \sqrt{x} + 1$; $2x + \sqrt{x} + 1 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0$; коренів немає;

або $\frac{\sqrt{x}+1}{x} = 1$, $x \neq 0$; $x = \sqrt{x} + 1$; $x - \sqrt{x} - 1 = 0$; $\sqrt{x} = a$, $a \geq 0$;

$a^2 - a - 1 = 0$; $a = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $x = \frac{6+2\sqrt{5}}{4}$;

$x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $\sqrt{x} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$; $x = \frac{6-2\sqrt{5}}{4}$; $x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Відповідь: а) 81; б) $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

987. а) $(x - 1)^2(x^2 - 2x) = 12$; $(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x) - 12 = 0$; заміна: $x^2 - 2x = t$; $(t + 1)t - 12 = 0$; $t^2 + t - 12 = 0$; $t_1 = -4$; $t_2 = 3$. Отримали рівняння: $x^2 - 2x = -4$; $x^2 - 2x + 4 = 0$; $D = 4 - 16 < 0$; коренів немає; або $x^2 - 2x = 3$; $x^2 - 2x - 3 = 0$; $x_1 = 3$; $x_2 = -1$.

б) $(x-2)^2(x^2-4x)=-3$; $(x^2-4x+4)(x^2-4x)+3=0$; заміна: $x^2-4x=t$;
$(t+4)\cdot t+3=0$; $t^2+4t+3=0$; $t_1=-1$; $t_2=-3$. Отримали рівняння:
$x^2-4x=-1$; $x^2-4x+1=0$; $x=\frac{4\pm\sqrt{16-4}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{12}}{2}$; $x_{1,2}=2\pm\sqrt{3}$; або
$x^2-4x=-3$; $x^2-4x+3=0$; $x_3=3$; $x_4=1$.
Відповідь: а) 3; –1; б) $2+\sqrt{3}$; $2-\sqrt{3}$; 3; 1.

988. а) $x^2+4x+m=0$, $D=4^2-4\cdot1\cdot m=16-4m$.
Якщо $16-4m=0$, то $m=4$, рівняння має 2 рівні корені $x=-2$; якщо $m>4$, то $D<0$, рівняння коренів не має; якщо $m<4$, то $D>0$, рівняння має 2 кореня $x=-2\pm\sqrt{4-m}$.
Відповідь: рівняння має два рівних корені при $m=4$, $x=-2$; рівняння розв'язків не має, якщо $m>4$; рівняння має два різних корені, якщо $m<4$, $x=-2\pm\sqrt{4-m}$.
б) $x^2+mx+4\ 0$; $D=m^2-4\cdot1\cdot4=m^2-16$.
Рівняння має два рівних корені, якщо $D=0$, отже, $m^2-16=0$; $m=4$, $m=-4$, тоді $x=-\frac{m}{2}$.
Рівняння не має розв'язків, якщо $D<0$, тому $m^2-16<0$,
$(m-4)(m+4)<0$, якщо $-4<m<4$.
Рівняння має два різних корені, якщо $D>0$,
тому $m>4$ або $m<-4$, тоді $x_1=\frac{-m+\sqrt{m^2-16}}{2}$, $x_2=\frac{-m-\sqrt{m^2-16}}{2}$.
Відповідь: рівняння має два рівних корені, якщо $m=4$ або $m=-4$; $x=-\frac{m}{2}$; рівняння не має розв'язків, якщо $-4<m<-4$; рівняння має два корені, якщо $m>4$ або $m<-4$, $x_{1,2}=\frac{-m\pm\sqrt{m^2-16}}{2}$.
в) $mx^2+8x+1=0$; $\frac{D}{4}=16-m$.
Рівняння має два рівних корені, якщо $\frac{D}{4}=0$, отже, $16-m=0$; $m=16$, тоді $x=\frac{-4}{m}$.
Рівняння не має розв'язків, якщо $\frac{D}{4}<0$, тому $16-m<0$, $m>16$.
Рівняння має два різних корені, якщо $\frac{D}{4}>0$, тому $16-m>0$, $m<16$, $x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-m}}{m}$.
Відповідь: рівняння має два однакових корені, якщо $m=16$, $x=-\frac{4}{m}$;
не має розв'язків, якщо $m>16$;
має два різних корені, якщо $m<16$, $x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-m}}{m}$.
г) $mx^2+20x+m=0$; $\frac{D}{4}=\left(\frac{20}{2}\right)^2-m\cdot m=100-m^2$.
Рівняння має два рівних корені, якщо $\frac{D}{4}=0$, отже, $100-m^2=0$; $m^2=100$; $m=\pm10$; $x=\frac{-10}{m}$.
Рівняння не має розв'язків, якщо $\frac{D}{4}<0$, отже, $100-m^2<0$; $-10<m<10$.
Рівняння має 2 різних корені, якщо $m>10$ або $m<-10$, $x_{1,2}=\frac{-10\pm\sqrt{100-m^2}}{m}$.

Відповідь: рівняння має два однакових корені, якщо $m = \pm 10$, $x = -\frac{10}{m}$; рівняння не має розв'язків, якщо $-10 < m < 10$;
рівняння має два різних корені, якщо $m > 10$, $m < -10$,

$x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - m^2}}{m}$.

989. Рівняння має один корінь, якщо $D = 0$ або старший коефіцієнт дорівнює нулю:

а) $5x^2 - 2x + m = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot m = 0$; $4 - 20m = 0$; $m = \frac{1}{5}$;

б) $\frac{1}{2}x^2 + mx + 4 = 0$; $D = m^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 0$; $m^2 - 8 = 0$; $m = \pm\sqrt{8}$, $m = \pm 2\sqrt{2}$;

в) $mx^2 + (m + 1)x + 1 = 0$; $D = (m + 1)^2 - 4m = m^2 + 2m + 1 - 4m =$
$= m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2$; $(m - 1)^2 = 0$; $m = 1$ або $m = 0$;

г) $x^2 + (m + 2)x + 2m + 1 = 0$; $D = (m + 2)^2 - 4 \cdot (2m + 1) = m^2 + 4m + 4 - 8m - 4 =$
$= m^2 - 4m = 0$; $m(m - 4) = 0$; $m_1 = 0$; $m_2 = 4$.

Відповідь: 1) $\frac{1}{5}$; б) $\pm 2\sqrt{2}$; в) 1; 0; г) 0; 4.

990. а) $(5x^2 - 2x - 3)(x^2 - mx + 4) = 0$;
$5x^2 - 2x - 3 = 0$ або $x^2 - mx + 4 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot 5 \cdot (-3) = 4 + 60 = 64$;

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{10}$; $x_1 = 1$; $x_2 = -0{,}6$.

Щоб рівняння мало три корені, потрібно, щоб друге рівняння або матиме один з коренів який дорівнює 1 або $-0{,}6$, або $D = 0$.
$x^2 - mx + 4 = 0$; 1) $D = m^2 - 16 = 0$, якщо $m = \pm 4$, тоді $x^2 - 4x + 4 = 0$, $x_3 = 2$; 2) $x = 1$, тому $1 - m + 4 = 0$; $m = 5$ або $x = -0{,}6$; $0{,}36 + 0{,}6m + 4 = 0$;
$0{,}6m = -4{,}36$; $m = -\frac{4{,}36}{0{,}6}$; $m = -7\frac{4}{15}$.

Відповідь: $m = 4$, $m = -4$, $m = 5$, $m = -7\frac{4}{15}$.

б) $(x^2 + 3x - 10)(mx^2 - 6x + 1) = 0$; $x^2 + 3x - 10 = 0$; $x_1 = -5$, $x_2 = 2$;
або $mx^2 - 6x + 1 = 0$.
Щоб рівняння мало три корені, потрібно, щоб друге рівняння матиме один корінь, або один з коренів співпадав з -5 або 2.
$mx^2 - 4x + 1 = 0$; $D = 36 - 4m = 0$; $36 = 4m$; $m = 9$;

якщо $m = 9$, то $9x^2 - 6x + 1 = 0$; $(3x - 1)^2 = 0$; $x = \frac{1}{3}$

або $x = -5$, то $25m + 30 + 1 = 0$; $m = -\frac{31}{25}$; $m = -1\frac{6}{25}$;

$x = 2$, то $4m - 12 + 1 = 0$; $4m = 11$; $m = 2\frac{3}{4}$;

$m = 0$, то $-6x + 1 = 0$; $x = \frac{1}{6}$. *Відповідь:* 9; $-1\frac{6}{25}$; $2\frac{3}{4}$; 0.

991. а) $x^2 - 7|x| + 6 = 0$; $|x|^2 - 7|x| + 6 = 0$; $|x| = t$, $t \geq 0$; $t^2 - 7t + 6 = 0$; $t_1 = 1$; $t_2 = 6$.
Отримали два рівняння: $|x| = 1$, $|x| = 6$; $x = \pm 1$, $x = \pm 6$.
Відповідь: 1; -1; 6; -6.

б) $x^2 - 4|x| - 21 = 0$; $|x|^2 - 4|x| - 2 = 0$; $|x| = t$, $t \geq 0$; $t^2 - 4t - 21 = 0$; $t_1 = 7$; $t_2 = -3 < 0$.
Отримали одне рівняння: $|x| = 7$, $x = \pm 7$. *Відповідь:* -7; 7.

992. а) $\begin{cases} x^2 + xy = 2, \\ 3x - y = -7; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 + x(3x + 7) = 2, \\ y = 3x + 7; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x^2 + 7x - 2 = 0, \\ y = 3x + 7; \end{cases}$

$\begin{cases} x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{49+32}}{8}, \\ y = 3x+7; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -2,\ x_2 = \dfrac{1}{4}, \\ y_1 = 1,\ y_2 = 7\dfrac{3}{4}. \end{cases}$ *Відповідь:* (–2; 1) або $\left(\dfrac{1}{4}; 7\dfrac{3}{4}\right)$.

б) $\begin{cases} x^2+y^2-6x=0, \\ x+2y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} 4y^2+y^2+12y=0, \\ x=-2y; \end{cases}$ $\begin{cases} 5y^2+12y=0, \\ x=-2y; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1 = 0,\ y_2 = -2\dfrac{2}{5}, \\ x_1 = 0,\ x_2 = 4\dfrac{4}{5}. \end{cases}$

Відповідь: (0; 0); (4,8; –2,4).

993. а) $\begin{cases} \dfrac{3}{x+5} + \dfrac{2}{y-3} = 2, \\ \dfrac{4}{x-2} - \dfrac{1}{y-6} = 0; \end{cases}$ $x \ne -5,\ y \ne 3,\ x \ne 2,\ y \ne 6$, тоді $4(y-6) = x-2$;

$x = 4y-22$, тоді $\dfrac{3}{4y-22+5} + \dfrac{2}{y-3} - 2 = 0$; $\dfrac{3}{4y-17} + \dfrac{2}{y-3} - 2 = 0$;

$\dfrac{3y-9+8y-34-2(y-3)(4y-17)}{(4y-17)(y-3)} = 0$; $\begin{cases} 11y-43-8y^2+58y-102=0, \\ (4y-17)(y-3) \ne 0; \end{cases}$

$\begin{cases} 8y^2-69y+145=0, \\ y \ne 3,\ y \ne \dfrac{17}{4}; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{69 \pm 11}{16}, \\ y \ne 3,\ y \ne \dfrac{17}{4}; \end{cases}$ *Відповідь:* (–2; 5) і $\left(-7,5; 3\dfrac{5}{8}\right)$.

б) $\begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{y^2+y+1} = 3, \\ x+y=6; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{36-12x+x^2+6-x+1} = 3, \\ y=6-x; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{x^2-13x+43} = 3, \\ y=6-x; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+x+1 = 3x^2-39x+129, \\ x^2-13x+43 \ne 0, \\ y=6-x; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-20x+64=0, \\ y=6-x; \end{cases}$ *Відповідь:* (16; –10) і (4; 2).

994. а) $\begin{cases} \dfrac{y+3}{(3x-y)(3y-x)} = 0,5, \\ x-y = 0,4(x+y); \end{cases}$ $\begin{cases} 2y+6 = (7y-y)\left(3y - \dfrac{7y}{3}\right), \\ (3x-y)(3y-x) \ne 0, \\ 3x = 7y,\ x = \dfrac{7y}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y+6 = 6y \cdot \dfrac{2}{3}y, \\ x = \dfrac{7y}{3}; \end{cases}$

$\begin{cases} 4y^2-2y-6=0, \\ x = \dfrac{7y}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} y = \dfrac{1 \pm 5}{4}, \\ x = \dfrac{7y}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} y_1 = 1,5,\ y_2 = -1, \\ x_1 = 3,5,\ x_2 = -2\dfrac{1}{3}; \end{cases}$ *Відповідь:* (3,5; 1,5) і $\left(-2\dfrac{1}{3}; -1\right)$.

б) $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{x-2} + \dfrac{2y-3}{y-1} = 2, \\ 3x-4y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{x-2} + \dfrac{2(0,75x-0,25)-3}{0,75x-0,25-1} = 2, \\ y = 0,75x-0,25; \end{cases}$

$\dfrac{2x-5}{x-2} + \dfrac{1,5x-3,5}{0,75x-1,5} = 2$; $\dfrac{2x-5}{x-2} + \dfrac{3x-7}{1,5x-3} = 2$; $\dfrac{2x-5}{x-2} + \dfrac{3x-7}{1,5(x-2)} = 2$;

$\begin{cases} 1,5(2x-5)+3x-7 = 3(x-2), \\ x-2 \ne 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x-7,5+3x-7 = 3x-6, \\ x \ne 2; \end{cases}$ $3x = 8,5$;

$x = \dfrac{17 \cdot 1}{2 \cdot 3}$; $x = 2\dfrac{5}{6}$; $y = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{17}{6} - \dfrac{1}{4}$; $y = 1\dfrac{7}{8}$. *Відповідь:* $\left(2\dfrac{5}{6}; 1\dfrac{7}{8}\right)$.

995. $7{,}8 \cdot 10^5 < 2{,}4 \cdot 10^6$.
$(2{,}4 \cdot 10^6)^2 - (7{,}8 \cdot 10^5)^2 = 5{,}76 \cdot 10^{12} - 60{,}84 \cdot 10^{10} = 576 \cdot 10^{10} - 60{,}84 \cdot 10^{10} =$
$= 10^{10} \cdot (576 - 60{,}84) = 515{,}16 \cdot 10^{10} = 5{,}1516 \cdot 10^{12}$.

996. а) $4^{20} - 1 = ((4^2)^{10}) - 1 = 16^{10} - 1$, 16^{10} закінчується 6, тому $16^{10} - 1$ закінчується 5, отже, ділиться на 5, доведено.
б) $9^{60} + 5 = (9^2)^{30} + 5 = (81)^{30} + 5$, 81^{30} закінчується на 1, тому остання цифра $(81^{30} + 1)$ дорівнює 6, отже, вираз ділиться на 2, доведено.
в) $17^{16} + 9 = (17^2)^8 + 9 = (289)^8 + 9 = (289^2)^4 + 9$, 289^2 закінчується 1, тому $(289^2)^4 + 9$ вираз має останню цифру 0, отже, ділиться на 10, доведено.
г) $8^{10} - 10^8 = (2^3)^{10} - 2^8 \cdot 5^8 = 2^{30} - 2^8 \cdot 5^8 = 2^8 \cdot (2^{22} - 5^8)$, 2^8 закінчується на $8 = 2^3$, тому і добуток ділиться на 8, доведено.
ґ) $33^{15} - 2 = 3 \cdot (3^{24} \cdot 11^{25} - 1)$, $3^{24} \cdot 11^{25}$ — число непарне, тому $3^{24} \cdot 11^{25} - 1$ — парне, отже, ділиться на 2, але один з множників ділиться на 3, тому вираз ділиться на 6, доведено.
д) $23^{24} + 24^{23} = (23^4)^6 + (24^2)^{11} \cdot 24$, 23^4 закінчується 1, $(23^4)^6$ закінчується 1, $(24^2)^{11}$ закінчується 6, $(24^2)^{11} \cdot 24$ закінчується 4, отже, сума закінчується 5, тому ділиться на 5, доведено.

997. Нехай m — кількість учнів школи, S — площа області, тому частина площі області, збереженої від забруднення, становить $\dfrac{20m}{S}$.

998. $y = x^2 + 1$. $A(3{,}5;\ 13{,}25)$; підставимо значення $13{,}25 = 3{,}5^2 + 1$; $3{,}5^2 = 12{,}25$; $3{,}5^2 + 1 = 13{,}25$; графік проходить через точку A.
Якщо $y = 7{,}25$, то $7{,}25 = x^2 + 1$; $x^2 = 6{,}25$; $x_1 = 2{,}5$; $x_2 = -2{,}5$.
Відповідь: $x = \pm 2{,}5$.

1007. а) $6x^2 - 5x + 1 = 0$; $m = \dfrac{1}{2}$, $n = \dfrac{1}{3}$. Підставимо значення в рівняння:
$6 \cdot \dfrac{1}{4} - 5 \cdot \dfrac{1}{2} + 1 = 1{,}5 - 2{,}5 + 1 = 0$, m — корінь; $6 \cdot \dfrac{1}{9} - 5 \cdot \dfrac{1}{3} + 1 = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{3} + \dfrac{3}{3} = 0$,
n — корінь;
б) $4x^2 - 4x - 3 = 0$; $m = -\dfrac{1}{2}$; $n = 1\dfrac{1}{2}$;
$4 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) - 3 = 4 \cdot \dfrac{1}{4} + 2 - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$, m — корінь;
$4 \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 - 4 \cdot \dfrac{3}{2} - 3 = 4 \cdot \dfrac{9}{4} - 6 - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$, n — корінь.

1008. а) $3x^2 - 8x + 5 = 0$; $m = -1$; $n = -1\dfrac{2}{3}$;
$3 \cdot (-1)^2 - 8 \cdot (-1) + 5 = 3 + 8 + 5 \neq 0$, m — не корінь;
$3 \cdot \left(-\dfrac{5}{3}\right)^2 - 8 \cdot \left(-\dfrac{5}{3}\right) + 5 = 3 \cdot \dfrac{25}{9} + \dfrac{40}{3} + 5 \neq 0$, n — не корінь;
б) $3x^2 + 4x + 1\ 0$; $m = -1$; $n = -\dfrac{1}{3}$;
$3 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 1 = 3 - 4 + 1 = 0$, m — корінь;
$3 \cdot \left(-\dfrac{1}{3}\right)^2 + 4 \cdot \left(-\dfrac{1}{3}\right) + 1 = 3 \cdot \dfrac{1}{9} - \dfrac{4}{3} + 1 = \dfrac{1}{3} - \dfrac{4}{3} + \dfrac{3}{3} = 0$, n — корінь.

1009. Рівняння має рівні корені, якщо $D = 0$.
а) $x^2 - 14x + q = 0$; $D = 14^2 - 4 \cdot q = 0$; $4q = 196$; $q = 49$;
б) $x^2 + 12x + q = 0$; $D = 12^2 - 4 \cdot q = 0$; $4q = 144$; $q = 36$;
в) $x^2 + qx + 25 = 0$; $D = q^2 - 4 \cdot 25 = 0$; $q^2 = 100$; $q = \pm 10$;

г) $x^2 + qx + 121 = 0$; $D = q^2 - 4 \cdot 121 = 0$; $q^2 = 484$; $q = \pm 22$.
Відповідь: а) 49; б) 36; в) 10; –10; г) 22; –22.

1010. а) $x^2 + px + 25 = 0$; $x_2 = 7$; $49 + 7p + 25 = 0$; $7p = -74$; $p = -10\frac{4}{7}$;
$x_1 \cdot x_2 = 26$; $7 \cdot x_1 = 25$; $x_1 = \frac{25}{7}$; $x_1 = 3\frac{4}{7}$;
б) $x^2 + px + 21 = 0$; $x_2 = -3$; $x_1 \cdot x_2 = 21$; $-3x_1 = 21$; $x_1 = -7$; $x_1 + x_2 = -p$;
$-7 + (-3) = -p$; $-10 = -p$; $p = 10$.
Відповідь: а) $p = -10\frac{4}{7}$; $x_1 = 3\frac{4}{7}$; б) $x_1 = -7$; $p = 10$.

1011. а) $x^2 - 11x + q = 0$, $x_2 = 6$; за теоремою: $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 + x_2 = 11$; $x_1 = 11 - 6$;
$x_1 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = q$; $5 \cdot 6 = q$; $q = 30$;
б) $x^2 + 6x + q = 0$, $x_2 = 3$; за теоремою: $x_1 + x_2 = -p$; $x_1 + 3 = -6$; $x_1 = -9$;
$x_1 \cdot x_2 = q$; $-9 \cdot 3 = q$; $q = -27$.
Відповідь: а) $x_1 = 5$, $q = 30$; б) $x_1 = -9$, $q = -27$.

1012. а) $kx^2 + 9x - 2 = 0$, $x_2 = -2$, тоді $k \cdot (-2) + 9 \cdot (-2) - 2 = 0$; $4k - 18 - 2 = 0$;
$4k = 20$; $k = 5$, тоді $x_1 \cdot x_2 = -\frac{2}{k}$; $x_1 \cdot (-2) = -\frac{2}{5}$; $10x_1 = 2$; $x_1 = \frac{1}{5}$;
б) $kx^2 - 4x - 39 = 0$, $x_2 = -3$, тоді $k \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) - 39 = 0$; $9k + 12 - 39 = 0$;
$9k = 27$; $k = 3$, за теоремою $x_1 + x_2 = \frac{4}{k}$; $x_1 - 3 = \frac{4}{3}$; $3x_1 - 9 = 4$; $3x_1 = 13$;
$x_1 = 4\frac{1}{3}$.
Відповідь: а) $k = 5$, $x_1 = \frac{1}{5}$; б) $k = 3$, $x_1 = 4\frac{1}{3}$.

1013. $x^2 + kx + t = 0$; $x_1 = -3$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = t$; $-3 \cdot \frac{1}{3} = t$; $t = -1$; $5t = 5 \cdot (-1) = -5$.
Відповідь: $t = -5$.

1014. а) $x_1 = 2$, $x_2 = 4$; $x_1 + x_2 = 6$; $x_1 \cdot x_2 = 8$; $x^2 - 6x + 8 = 0$;
б) $x_1 = -3$, $x_2 = 5$; $x_1 + x_2 = 2$; $x_1 \cdot x_2 = -15$; $x^2 - 2x - 15 = 0$;
в) $x_1 = 0{,}5$, $x_2 = 4$; $x_1 + x_2 = 4{,}5$; $x_1 \cdot x_2 = 2$; $x^2 - 4{,}5x + 2 = 0$;
г) $x_1 = \frac{1}{7}$, $x_2 = 7$; $x_1 + x_2 = 7\frac{1}{7}$; $x_1 \cdot x_2 = 1$; $x^2 - 7\frac{1}{7}x + 1 = 0$;
г) $x_1 = 2 - \sqrt{3}$, $x_2 = 2 + \sqrt{3}$; $x_1 + x_2 = 1$; $x_1 \cdot x_2 = 4 - 3 = 1$; $x^2 - 4x + 1 = 0$.

1015. $x^2 - 5x + c = 0$; $x_1 = 3$; $x_1 + x_2 = 5$; $3 + x_2 = 5$; $x_2 = 2$; $x_1 \cdot x_2 = c$; $3 \cdot 2 = c$; $c = 6$.
Відповідь: $c = 6$.

1016. $x^2 + mx + 3 = 0$; $x_1 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = 3$; $5 \cdot x_2 = 3$; $x_2 = 0{,}6$; $x_1 + x_2 = -m$;
$5 + 0{,}6 = -m$; $m = -5{,}6$. *Відповідь:* $m = -5{,}6$.

1017. $ax^2 + 7x + 8 = 0$; $x_1 = -2$; $a \cdot (-2)^2 + 7 \cdot (-2) + 8 = 0$; $4a - 14 + 8 = 0$; $4a = 6$;
$a = 1{,}5$. *Відповідь:* $a = 1{,}5$.

1018. $x^2 + 14x + c = 0$; $x_1 = 6$; $x_1 + x_2 = -14$; $7 + x_2 = -14$; $x_2 = -21$; $x_1 \cdot x_2 = c$;
$7 \cdot (-21) = c$; $c = -147$. *Відповідь:* $c = -147$; $x_2 = -21$.

1019. $x^2 + px + 8 = 0$; $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_1 \cdot x_2 = 8$; $\frac{1}{2} \cdot x_2 = 8$; $x_2 = 16$; $x_1 + x_2 = -p$
$\frac{1}{2} + 16 = -p$; $p = -16{,}5$. *Відповідь:* $p = -16{,}5$; $x_2 = 16$.

1020. $ax^2 + bx + c = 0$. а) $x_1 + x_2 = 0$, якщо $b = 0$; б) $x_1 \cdot x_2 = 0$, якщо $c = 0$;
в) $x_1 - x_2 = 0$, якщо $x_1 = x_2$, тому $D = 0$, отже, $b^2 = 4ac$;
г) $x_1^2 + x_2^2 = 0$, якщо $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 = 0 + 2 \cdot \frac{c}{a}$,
тому $\left(-\frac{b}{a}\right)^2 = 2\frac{c}{a}$; $\frac{b^2}{a^2} = 2\frac{c}{a}$; $b^2 = 2ac$.

1021. $x^2 - 8x + c = 0$.

а) $x_1 = 3x_2$; $x_1 + x_2 = 8$; $3x_2 + x_2 = 8$; $x_2 = 2$; $x_1 = 6$;

б) $x_1 = x_2 - 5$; $x_1 + x_2 = 8$; $x_2 - 5 + x_2 = 8$; $2x_2 = 13$; $x_2 = 6{,}5$; $x_1 = 6{,}5 - 5 = 1{,}5$;

в) $x_1 = 0{,}2x_2$; $x_1 + x_2 = 8$; $0{,}2x_2 + x_2 = 8$; $1{,}2x_2 = 8$;

$x_2 = \frac{80}{12} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$; $x_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{20}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

Відповідь: а) 6 і 2; б) 6,5 і 1,5; в) $6\frac{2}{3}$ і $1\frac{1}{3}$.

1022. а) $x_1 = \frac{2}{3}$; $x_2 = 1\frac{1}{2}$; $x_1 + x_2 = \frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} = \frac{4}{6} + 1\frac{3}{6} = 2\frac{1}{6}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$;

$x^2 - 2\frac{1}{6}x + 1 = 0$;

б) $x_1 = \frac{3}{5}$; $x_2 = -1\frac{2}{3}$; $x_1 + x_2 = \frac{3}{5} + \left(-1\frac{2}{3}\right) = -1\frac{10}{15} + \frac{9}{15} = -1\frac{1}{15}$;

$x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{5} \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right) = -1$; $x^2 + 1\frac{1}{15}x - 1 = 0$;

в) $x_1 = 2 - \sqrt{3}$; $x_2 = 2 + \sqrt{3}$; $x_1 + x_2 = 4$; $x_1 \cdot x_2 = 4 - 3 = 1$; $x^2 - 4x + 1 = 0$;

г) $x_1 = \frac{-2 - \sqrt{5}}{3}$; $x_1 = \frac{-2 + \sqrt{5}}{3}$; $x_1 + x_2 = \frac{-2 - \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3}}{3} = -\frac{4}{3}$;

$x_1 \cdot x_2 = \frac{-2 - \sqrt{5}}{3} \cdot \frac{-2 + \sqrt{5}}{3} = \frac{-(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}{9} = -\frac{5 - 4}{9} = -\frac{1}{9}$;

$x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{9} = 0$.

1023. а) $x^2 - 3x - 28 = 0$; $x_1 = -4$; $x_2 = 7$; $2x^2 + x - 10 = 0$; $x_1' = 2$; $x_2' = -2,5$;

1) $x_1 = -4$; $x_2 = 2$; $x^2 + 2x - 8 = 0$; 2) $x_1 = -4$; $x_2 = -2{,}5$; $x^2 + 6{,}5x + 10 = 0$;

3) $x_1 = 7$; $x_2 = 2$; $x_2 - 9x + 14 = 0$; 4) $x_1 = 7$; $x_2 = -2{,}5$; $x^2 - 4{,}5x - 17{,}5 = 0$;

б) $2x^2 + 5x - 3 = 0$; $x_1 = 0{,}5$; $x_2 = -3$; $x^2 - 4x + 4 = 0$; $x = 2$;

1) $x_1 = 2$; $x_2 = 0{,}5$; $x_2 - 2{,}5x + 1 = 0$; 2) $x_1 = 2$; $x_2 = -3$; $x^2 + x - 6 = 0$.

1024. а) $3x^2 + 11x - 4 = 0$; $x_1 + x_2 = -\frac{11}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{4}{3}$; $x_1' = x_1 - 1$;

$x_2' = x_2 - 1$; $x_1' + x_2' = x_1 - 1 + x_2 - 1 = x_1 + x_2 - 2 = -\frac{11}{3} - 2 = -5\frac{2}{3}$;

$x_1' \cdot x_2' = (x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 + 1 = x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 =$

$= -\frac{4}{3} + \frac{11}{3} + 1 = 3\frac{1}{3}$; $x^2 + 5\frac{2}{3}x + 3\frac{1}{3}x = 0$; $3x^2 + 17x + 10 = 0$;

б) $2x^2 - 6x - 3 = 0$; $x_1 + x_2 = 3$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{3}{2}$; $x_1' = x_1 - 1$;

$x_2' = x_2 - 1$; $x_1' + x_2' = x_1 - 1 + x_2 - 1 = x_1 + x_2 - 2 = 3 - 2 = 1$;

$x_1' \cdot x_2' = (x_1 - 1)(x_2 - 1) = x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 + 1 = x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 =$

$= -1,5 - 3 + 1 = -3,5$; $x^2 - x - 3{,}5 = 0$; $2x^2 - 2x - 7 = 0$.

1025. а) $3x^2 + 2x - 85 = 0$; $x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = -\frac{85}{3}$; $x_1' = 3x_1$; $x_2' = 3x_2$;

$x_1' + x_2' = 3x_2 + 3x_2 = 3(x_1 + x_2) = 3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -2$;

$x_1' \cdot x_2' = 3x_2 \cdot 3x_2 = 9(x_1 \cdot x_2) = 9 \cdot \left(-\frac{85}{3}\right) = -255$; $x^2 + 2x - 255 = 0$;

б) $2x^2-6x+3=0$; $x_1+x_2=\frac{6}{2}=3$; $x_1\cdot x_2=\frac{3}{2}$; $x_1'=3x_1$; $x_2'=3x_2$;

$x_1'+x_2'=3x_2+3x_2=3(x_1+x_2)=3\cdot 3=9$; $x_1'\cdot x_2'=3x_2\cdot 3x_2=9\cdot\frac{3}{2}=\frac{27}{2}=13,5$;

$x^2-9x+13,5=0$; $2x^2-18x+27=0$.

1026. а) $x^2-10+q=0$; $x_2-x_1=14$; $x_2=14-x_1$; $x_1+x_2=10$; $x_1+14+x_1=10$; $2x_1=-4$; $x_1=-2$; $x_2=14+(-2)=12$; $x_1\cdot x_2=q$; $-2\cdot 12=q$; $q=-24$.
Відповідь: $x_1=-2$; $x_2=12$; $q=-24$.

б) $x^2+5x+q=0$; $x_2-x_1=9$; $x_2=x_1+9$; $x_2+x_1=-5$; $x_1+9+x_1=-5$; $2x_1=-14$; $x_1=-7$; $x_2=-7+9=2$; $x_2\cdot x_1=q$; $-7\cdot 2=q$; $q=-14$. *Відповідь:* $x_1=-7$; $x_2=2$; $q=-14$.

1027. а) $x^2+kx+10=0$; $x_1:x_2=0,4$; $x_1=0,4x^2$; $x_1\cdot x_2=10$; $0,4x_2\cdot x_2=10$;

$x_2^2=10:0,4$; $x_2^2=25$; $x_2'=5$; $x_2''=-5$; $x_1'=0,4\cdot 5=2$; $x_1''=0,4\cdot(-5)=-2$;

$x_1'+x_2'=-k$; $2+5=-k$; $k_1=-7$, за умовою $x_2>x_1$, тому $x_1=-2$ — сторонній корінь. *Відповідь:* $x_1=2$; $x_2=5$; $k=-7$.

б) $x^2-8x+k=0$; $x_1:x_2=-0,2$; $x_1=-0,2x_2$; $x_1+x_2=8$; $-0,2x_2+x_2=8$; $0,8x_2=8$; $x_2=10$; $x_1=-0,2\cdot 10=-2$; $x_1\times x_2=-2\cdot 10=-20$; $-20=k$.
Відповідь: $x_1=-2$; $x_2=1$; $k=-20$.

1028. $x^2+6x+q=0$; $x_2-x_1=8$; $x_2=x_1+8$; $x_1+x_2=-6$; $x_1+x_1+8=-6$; $2x_1=-14$; $x_2=-7$; $x_2=-7+8=1$; $x_1\cdot x_2=q$; $-7\cdot 1=q$; $q=-7$.
Відповідь: $x_1=-7$; $x_2=1$; $q=-7$.

1029. $2x^2+3x+c=0$; $x_2-x_1=2,5$; $x_2=x_1+2,5$; $x_1+x_2=-\frac{3}{2}$; $x_1+x_1+2,5=-1,5$;

$2x_1=-4$; $x_1=-2$; $x_2=-2+2,5=0,5$; $x_1\cdot x_2=\frac{c}{2}$; $-2\cdot 0,5=\frac{c}{2}$; $c=-2$.
Відповідь: $x_1=-2$; $x_2=0,5$; $c=-2$.

1030. $x^2-81x+q=0$; $x_1+x_2=81$;

а) $x_2=2x_1$; $x_1+2x_1=81$; $3x_1=81$; $x_1=27$; $x_2=2\cdot 27=54$;

б) $x_2=\frac{4}{5}x_1$; $x_1+0,8x_1=81$; $1,8x_1=81$; $x_1=45$; $x_2=0,8\cdot 45=36$.

Відповідь: а) 27; 54; б) 45; 36.

1031. $x^2-4x+c=0$; $x_1+x_2=4$; $x_1\cdot x_2=c$.

а) $x_2=3x_1$; $x_1+3x_1=4$; $x_1=1$; $x_2=3$; $c=3$;

б) $x_2=x_1+1$; $x_1+x_1+1=4$; $2x_1=3$; $x_1=1,5$; $x_2=1,5+1=2,5$; $c=1,5\cdot 2,5=3,75$.
Відповідь: а) $c=3$; б) $c=3,75$.

1032. $x^2-8x+6=0$; $x_1+x_2=8$; $x_1\cdot x_2=6$.

а) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$;

б) $x_1^2+x_2^2=(x_1^2+2x_1\cdot x_2+x_2^2)-2x_1\cdot x_2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=8^2-2\cdot 6=64-12=52$;

в) $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1\cdot x_2+x_2^2)=8\cdot(52-6)=8\cdot 46=368$.

1033. $x^2-2mx+2m^2-2=0$; $x_1+x_2=2m$; $x_1\times x_2=2m^2-2$;

$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1\cdot x_2=(2m)^2-2\cdot(2m^2-2)=4m^2-4m^2+4=4$.

1034. $p^2-4a=0$; $q=\frac{p^2}{4}$; $x^2+px+q=x^2+2\cdot\frac{p}{2}\cdot x+\frac{p^2}{4}=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$, доведено.

Відповідь: $\left(x+\frac{p}{2}\right)^2$.

1035. $x_1'=\frac{1}{x_1}$; $x_2'=\frac{1}{x_2}$; а) $8x^2-14x+5=0$; $x_1+x_2=\frac{14}{8}=\frac{7}{4}$; $x_1\cdot x_2=\frac{5}{8}$;

$$x_1' + x_2' = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{7}{4} : \frac{5}{8} = \frac{7 \cdot 8}{4 \cdot 5} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5};$$

$$x_1' \cdot x_2' = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = 1 : \frac{5}{8} = \frac{8}{5}; \quad x^2 - \frac{14}{5}x + \frac{8}{5} = 0; \quad 5x^2 - 14x + 8 = 0;$$

б) $2x^2 - 7x + 6 = 0;$ $x_1 + x_2 = \frac{7}{2};$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{6}{2} = 3;$ $x_1' + x_2' = \frac{7}{2} : 3 = \frac{7}{6};$

$x_1' \cdot x_2' = 1 : 3 = \frac{1}{3};$ $x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0;$ $6x^2 - 7x + 2 = 0.$

1036. $3x^2 - 2x + 6 = 0;$ $x_1 + x_2 = \frac{2}{3};$ $x_1 \cdot x_2 = 2;$

а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3};$

б) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{(x_1 + x_2) - 2x_1 \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \cdot 2}{2} = \left(\frac{4}{9} - 4\right) : 2 = -3\frac{5}{9} : 2 =$

$= -\frac{32 \cdot 1}{9 \cdot 2} = -\frac{16}{9} = -1\frac{7}{9}.$ *Відповідь:* а) $\frac{1}{3};$ б) $-1\frac{7}{9}.$

1037. $x^2 - 2x - 9 = 0;$ $x_1 + x_2 = 2;$ $x_1 \cdot x_2 = -9.$

а) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2^2 - 2 \cdot (-9) = 4 + 18 = 22;$

б) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_1^2) = 2 \cdot (22 - (-9)) = 2 \cdot 31 = 62.$

Відповідь: а) 22; б) 62.

1038. $x_1 > 0$

1) $x^2 - 3x - 10 = 0;$ $x_1 = 5;$
2) $x^2 + 3x - 10 = 0;$ $x_1 = 2;$
3) $x^2 + 5x - 6 = 0;$ $x_1 = 1;$
4) $x^2 - 5x - 6 = 0;$ $x_1 = 6.$

А. $(25 - 7)^0 = 1;$

Б. $0,5\sqrt{18} \cdot \sqrt{8} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6;$

В. $(-2)^8 : 128 = 2;$ Г. $(5^2 - 5 \cdot 2^2)^1 = 5;$

Д. $0,5 \cdot \sqrt{441} = 21 : 2 = 10,5.$

Відповідь: 1 — Г, 2 — В, 3 — А, 4 — Б.

1039. Нехай сторона прямокутника x, тоді друга — $2x$, площа $2x^2$, периметр $6x$. За умовою $2x^2 = 6x$. $2x(x - 3) = 0;$ $x_1 = 0$ або $x_2 = 3$, x_1 — сторонній корінь, $S = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18.$ *Відповідь:* 18.

1040. а) $(a + b^2)(a^2 + b) = a^3 + ab + a^2b^2 + b^3;$

б) $(x^2 - 3y)(2x^2 + y) = 2x^4 + x^2y - 6x^2y - 3y^2;$

в) $(5a^2 + b^2)(2a^2 - 3b^2) = 10a^4 - 15a^2b^2 + 2a^2b^2 - 3b^4 = 10a^4 - 13a^2b^2 - 3b^4;$

г) $(2m^2 - n)(2n^2 - m) = 4m^2n^2 - 2m^3 - 2n^3 + mn;$

ґ) $(x^3 - 4)(3x^3 + 5) = 3x^6 + 5x^3 - 12x^3 - 20 = 3x^6 - 7x^3 - 20;$

д) $(x^3 - 2x^2)(3x^3 + x^2) = 3x^6 + x^5 - 6x^5 - 2x^4 = 3x^6 - 5x^5 - 2x^4.$

1041. а) $\begin{cases} 0,5x + 0,3y = 8, \\ 1,2x - 0,5y = 7; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 16 - 0,6y, \\ 1,2(16 - 0,6y) - 0,5y = 7; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 16 - 0,6y, \\ 19,2 - 0,72y - 0,5y = 7; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 16 - 0,6y, \\ -1,22y = -12,2; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 10, \\ y = 10. \end{cases}$ *Відповідь:* (10; 10).

б) $\begin{cases} 1,4x - 2,5y = 3,9, \\ 0,8x - 1,3y = 21; \end{cases}$ $\begin{cases} 0,56x - y = 15,6, \ y = 0,56x - 15,6, \\ 0,8x - 1,3(0,56x - 15,6) = 21; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 0,56x - 15,6, \\ 0,8x - 0,728x + 20,28 = 21; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 0,56x - 15,6, \\ 0,072x = 0,72; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 10, \\ y = -10. \end{cases}$ *Відповідь:* (10; -10).

1042. Перший їхав 4 год, перші 2 години їхав зі швидкістю 10 км/год, 1 год тривала зупинка і останній час руху їхав зі швидкістю 10 км/год. Другий рухався 2,5 год. Першу годину велосипедист рухався зі швидкістю 20 км/год, зупинка тривала 1 год і останні 0,5 год їхав зі швидкістю 20 км/год.

1043. $\begin{array}{r} +\text{ДИСК} \\ \text{РИМ} \\ \hline \text{УНАНТ} \end{array}$ І — 1, Д — 9, И — 8, С — 2, К — 3, Р — 6, М — 4, А — 5, Т — 7.

$\begin{array}{r} +9823 \\ 684 \\ \hline 10507 \end{array}$

1045. Корні квадратного тричлена знайдемо, розв'язавши відповідне квадратне рівняння:

а) $x^2 + 8x - 9$; $x_1 = -9$; $x_2 = 1$;

б) $2x^2 - 5x - 7$; $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot (-7)}}{4} = \dfrac{5 \pm 9}{4}$; $x_1 = 3{,}5$; $x_2 = -1$;

в) $5x^2 + 2x - 3$; $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 5 \cdot (-3)}}{10} = \dfrac{-2 \pm 8}{10}$; $x_1 = -1$; $x_2 = 0{,}6$;

г) $y^2 - y = 6$; $y_1 = 3$; $y_2 = -2$;

ґ) $4z^2 - 5z + 1$; $z = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \dfrac{5 \pm 3}{8}$; $z_1 = 1$; $z_2 = 0{,}25$;

д) $3n^2 - n - 2$; $n = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{6} = \dfrac{1 \pm 5}{6}$; $n_1 = 1$; $n_2 = -\dfrac{2}{3}$.

1046. а) $4x^2 + 3x - 1$; $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{8} = \dfrac{-3 \pm 5}{8}$; $x_1 = -1$; $x_2 = 0{,}25$;

б) $6x^2 + 7x - 5$; $x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 6 \cdot (-5)}}{12} = \dfrac{-7 \pm 13}{12}$; $x_1 = \dfrac{-20}{12} = -\dfrac{5}{3} = -1\dfrac{2}{3}$; $x_2 = \dfrac{1}{2}$;

в) $-x^2 - 4x + 5$; $x_1 = -5$; $x_2 = 1$; г) $9x^2 + 6x + 1$; $(3x + 1)^2$; $x = -\dfrac{1}{3}$;

ґ) $-4x^2 + 5x - 2$; $D = 25 - 4 \cdot (-4) \cdot (-2) = 25 - 32 < 0$; коренів немає;

д) $0{,}4x^2 + 0{,}7x - 3$; $x = \dfrac{-0{,}7 \pm \sqrt{0{,}49 + 4{,}8}}{0{,}8} = \dfrac{-0{,}7 \pm 2{,}3}{0{,}8}$; $x_1 = \dfrac{-30}{8} = -3\dfrac{3}{4}$; $x_2 = 2$.

1047. Скористаємось формулою $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, де x_1, x_2 — корені тричлена.

а) $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$; б) $a^2 + 2a - 15 = (a + 5)(a - 3)$;

в) $2x^2 + 5x - 3 = 2(x - 0{,}5)(x + 3) = (2x - 1)(x + 3)$; $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \dfrac{-5 \pm 7}{4}$;

г) $c^2 - 11c - 26 = (c - 13)(c + 2)$;

ґ) $9a^2 + 3a - 2 = 9\left(a - \dfrac{1}{3}\right)\left(a + \dfrac{2}{3}\right) = (3a - 1)(3a + 2)$; $a = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 72}}{18} = \dfrac{-3 \pm 9}{18}$;

$a_1 = \dfrac{1}{3}$; $a_2 = -\dfrac{12}{18} = -\dfrac{2}{3}$;

д) $4c^2 + 25c + 25 = 4(c + 5)\left(c - \dfrac{5}{4}\right) = (c + 5)(4c - 5)$;

$c = \dfrac{-25 \pm \sqrt{625 - 400}}{8} = \dfrac{-25 \pm 15}{8}$; $c_1 = -5$; $c_2 = -\dfrac{10}{8} = -\dfrac{5}{4}$.

1048. а) $9x^2-12x+4=(3x-2)^2$; $x=\frac{6\pm\sqrt{36-36}}{9}=\frac{6}{9}=\frac{12}{3}$;

б) $0{,}5x^2-2x+4$; $D=4-4\cdot0{,}5\cdot4=4-8<0$, розкласти не можливо;

в) $-x^2+5x-6=-(x-2)(x-3)$; г) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$;

г) x^2-3x+5; розкласти неможливо; $D=9-4\cdot1\cdot5=9-20<0$;

д) $y^2-2y=8=(y+4)(y-2)$.

1049. а) $5+4z-z^2=-(z^2-4z-5)=-(z-5)(z+1)$; б) $x^2+10x+25=(x+5)^2$;

в) $2x^2-12x+16=2(x^2-6x+8)=2(x-4)(x-2)$;

г) $2x^2-13x+6=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-6)$; $x=\frac{13\pm\sqrt{169-48}}{4}=\frac{13\pm11}{4}$; $x_1=6$; $x_2=\frac{1}{2}$;

г) $6a^2-5a+1=6\left(a-\frac{1}{2}\right)\left(a-\frac{1}{3}\right)$; $a=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{12}=\frac{5\pm1}{12}$; $a_1=\frac{1}{2}$; $a_2=\frac{1}{3}$;

д) $0{,}2c^2-c+1{,}2=0{,}2(c^2-5c+6)=0{,}2(c-2)(c-3)$.

1050. а) $\frac{x^2-2x-3}{x+1}=\frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)}=x-3$; б) $\frac{x-4}{x^2-x-12}=\frac{x-4}{(x-4)(x+3)}=\frac{1}{x+3}$;

в) $\frac{2x-10}{x^2-3x-10}=\frac{2(x-5)}{(x-5)(x+2)}=\frac{2}{x+2}$.

1051. а) $\frac{x+5}{x^2+7x+10}=\frac{x+5}{(x+5)(x+2)}=\frac{1}{x+2}$; б) $\frac{x-3}{x^2-2x-3}=\frac{x-3}{(x-3)(x+1)}=\frac{1}{x+1}$;

в) $\frac{12+3x}{x^2+5x+4}=\frac{3(x+4)}{(x+4)(x+1)}=\frac{3}{x+1}$.

1052. а) $x^2+6x-4=(x^2+6x+9)-9-4=(x+3)^2-13$;

б) $x^2-4x+5=(x^2-4x+4)-4+5=(x-2)^2+1$;

в) $x^2-8x+15=(x^2-8x+16)-16+15=(x-4)^2-1$.

1053. а) $x^2+4x-18=(x^2+4x+4)-4-18=(x+2)^2-22$;

б) $x^2-6x+8=(x^2-6x+9)-9+8=(x-3)^2-1$;

в) $x^2+8x+7=(x^2+8x+16)-16+7=(x+4)^2-9$.

1054. а) $2x^2-5x+2$; $x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm3}{4}$; $x_1=2$; $x_2=0{,}5$;

б) $-x^2-7x+8=-(x^2+7x-8)$; $x_1=-8$; $x_2=1$;

в) $1{,}5y^2-3y+\frac{4}{3}$; $y=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot1{,}5\cdot\frac{4}{3}}}{3}=\frac{3\pm1}{3}$; $y_1=1\frac{1}{3}$; $y_2=\frac{2}{3}$;

г) $z^2-\sqrt{2}z+0{,}5$; $z=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{2-4\cdot0{,}5}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$;

г) $\frac{4}{49}x^2+1\frac{5}{7}x+9=\left(\frac{2}{7}x\right)^2+2\cdot\frac{2}{7}x\cdot3+3^2=\left(\frac{2}{7}x+3\right)^2$; $\frac{2}{7}x+3=0$;

$\frac{2}{7}x=-3$; $x=-3:\frac{2}{7}$; $x=-10{,}5$;

д) $1\frac{2}{7}x^2-3x+1\frac{17}{28}$; $x=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot\frac{9}{7}\cdot\frac{45}{28}}}{2\cdot\frac{9}{7}}=\frac{3\pm\frac{6}{7}}{\frac{18}{7}}$;

$x_1=\frac{3+\frac{6}{7}}{\frac{18}{7}}=\frac{28\cdot\cancel{7}}{\cancel{7}\cdot18}=\frac{14}{9}=1\frac{5}{9}$; $x_2=\frac{3-\frac{6}{7}}{\frac{18}{7}}=2\frac{1}{7}:\frac{18}{7}=\frac{{}^{5}\cancel{15}\cdot\cancel{7}}{\cancel{7}\cdot\cancel{18}_{6}}=\frac{5}{6}$.

1055. а) $6a^2+a-2=6\left(a+\frac{2}{3}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)=(3a+2)(2a-1);$

$$a=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{12}=\frac{-1\pm7}{12};\quad a_1=-\frac{8}{12}=-\frac{2}{3};\quad a_2=\frac{6}{12}=\frac{1}{2};$$

б) $c^2-\sqrt{2}c-4=\left(c-2\sqrt{2}\right)\left(c+\sqrt{2}\right);\quad c=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{2+16}}{2}=\frac{\sqrt{2}\pm3\sqrt{2}}{2};$

$$c_1=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2};\quad c_2=\frac{-2\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2};$$

в) $0,2n^2+0,8n-12=0,2(n^2+4n-60)=0,2(n+10)(n-6);\ n_1=-10;\ n_2=6;$

г) $m^2-\sqrt{2}m-1=\left(m-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)\left(m-\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}\right);$

$$m=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{2+4}}{2}=\frac{\sqrt{2}\pm\sqrt{6}}{2};\quad m_1=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2};\quad m_2=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}.$$

1056. а) $\frac{x^2+2x}{x^2+7x+10}=\frac{x(x+2)}{(x+2)(x+3)}=\frac{x}{x+5};$ б) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-9}=\frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+3)}=\frac{x-1}{x+3};$

в) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3}=\frac{(x+1)(x+2)}{(x+3)(x+1)}=\frac{x+2}{x+3};$

г) $\frac{2a^2-5a+2}{3a^2-3,5a+1}=\frac{2(a-2)(a-0,5)}{3\left(a-\frac{2}{3}\right)(a-0,5)}=\frac{2a-4}{3a-2};\quad a=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm3}{4};$

$a_1=2;\ a_2=0,5;$

$$a=\frac{3,5\pm\sqrt{12,25-12}}{6}=\frac{3,5\pm0,5}{6};\quad a_1'=\frac{2}{3};\quad a_2'=\frac{1}{2};$$

г) $\frac{x^2-3}{x^2-2\sqrt{3}x+3}=\frac{\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)}{\left(x-\sqrt{3}\right)^2}=\frac{x+\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}};$

д) $\frac{c^2+\sqrt{5}c-10}{c^2-3\sqrt{5}c+10}=\frac{\left(c-\sqrt{5}\right)\left(c+2\sqrt{5}\right)}{\left(c-2\sqrt{5}\right)\left(c-\sqrt{5}\right)}=\frac{c+2\sqrt{5}}{c-2\sqrt{5}};$

$$c=\frac{-\sqrt{5}\pm\sqrt{5+40}}{2}=\frac{-\sqrt{5}\pm3\sqrt{5}}{2};\quad c_1=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5};\quad c_2=\frac{-4\sqrt{5}}{2}=-2\sqrt{5};$$

$$c'=\frac{3\sqrt{5}\pm\sqrt{45-40}}{2}=\frac{3\sqrt{5}\pm\sqrt{5}}{2};\quad c_1'=\frac{4\sqrt{5}}{2}=2\sqrt{5};\quad c_2'=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}.$$

1057. а) $\frac{3x-9}{2x^2-5x-3}=\frac{3(x-3)}{2(x-3)(x+0,5)}=\frac{3}{2x+1};$

б) $\frac{a^2-9}{2a^2+7a+3}=\frac{(a-3)(a+3)}{2(a+3)(a+0,5)}=\frac{a-3}{2a+1};\quad a=\frac{-7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{-7\pm5}{4};\quad a_1=-3;$

$a_2=-0,5;$

в) $\frac{c^2-8x-20}{c^2-11c+10}=\frac{(c-10)(c+2)}{(c-10)(c-1)}=\frac{c+2}{c-1};$ г) $\frac{x^2+2x-15}{x^2+4x-5}=\frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x-1)}=\frac{x-3}{x-1};$

г) $\frac{a^2+9a+14}{a^2+10a+21}=\frac{(a+7)(a+2)}{(a+7)(a+3)}=\frac{a+2}{a+3};$

д) $\frac{2c^2-5c-3}{2c^2+7x+3}=\frac{2(c-3)(c+0,5)}{2(c+3)(c+0,5)}=\frac{c-3}{c+3}.$

1058. а) $\frac{a^2-8a+7}{a^2-9a+14}=\frac{(a-7)(a-1)}{(a-7)(a-2)}=\frac{a-1}{a-2}$; б) $\frac{2-3c+c^2}{c^2-4c+4}=\frac{(c-2)(c-1)}{(c-2)^2}=\frac{c-1}{c-2}$;

в) $\frac{2x^2-3x+1}{3x^2-4x+1}=\frac{2(x-1)(x-0,5)}{3(x-1)\left(x-\frac{1}{3}\right)}=\frac{2x-1}{3x-1}$; $x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\frac{3\pm1}{4}$; $x_1=1$; $x_2=0,5$;

$x'=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{4\pm2}{6}$; $x_1'=1$; $x_2'=\frac{1}{3}$;

г) $\frac{3c^2-5c+2}{3c^2-c-2}=\frac{3(c-1)\left(c-\frac{2}{3}\right)}{3(c-1)\left(c+\frac{2}{3}\right)}=\frac{3c-2}{3c+2}$; $c=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{6}=\frac{5\pm1}{6}$; $c_1=1$; $c_2=\frac{2}{3}$;

$c'=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{6}=\frac{1\pm5}{6}$; $c_1'=1$; $c_2'=-\frac{2}{3}$;

г) $\frac{x^2+2x-15}{35+2x-x^2}=\frac{(x+5)(x-3)}{-(x^2-2x-35)}=\frac{(x+5)(x-3)}{-(x-7)(x+5)}=\frac{x-3}{7-x}$;

д) $\frac{-3x^2+5x-2}{x^2-1}=\frac{-3(x-1)\left(x-\frac{2}{3}\right)}{(x-1)(x+1)}=\frac{2-3x}{x+1}$; $x=\frac{-5\pm\sqrt{25-24}}{-6}=\frac{-5\pm1}{-6}$; $x_1=1$;

$x_2=\frac{2}{3}$.

1059. а) $\frac{1}{2x^2+5x-3}+\frac{1}{2x^2-7x+3}=\frac{1}{(x+3)(2x-1)}+\frac{1}{(x-3)(2x-1)}=$

$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{4}=\frac{-5\pm7}{4}$; $x_1=-3$; $x_2=0,5$; $x'=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm5}{4}$;

$x_1'=3$; $x_2'=0,5$;

$=\frac{x-3+x+3}{(x-3)(x+3)(2x-1)}=\frac{2x}{(x^2-9)(2x-1)}$;

$\frac{1}{2x^2+5x-3}-\frac{1}{2x^2-7x+3}=\frac{1}{(x+3)(2x-1)}-\frac{1}{(x-3)(2x-1)}=\frac{x-3-x-3}{(x^2-9)(2x-1)}=$

$=-\frac{6}{(x^2-9)(2x-1)}$;

б) $\frac{1}{6a^2-13a+6}+\frac{1}{3a^2-11a+6}=\frac{1}{6(a-1,5)\left(a-\frac{2}{3}\right)}+\frac{1}{3(a-3)\left(a-\frac{2}{3}\right)}=$

$a=\frac{13\pm\sqrt{169-144}}{12}=\frac{13\pm5}{12}$; $a_1=\frac{18}{12}=1,5$; $a_2=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$;

$a'=\frac{11\pm\sqrt{121-72}}{12}=\frac{11\pm7}{12}$; $a_1'=\frac{18}{6}=3$; $a_2'=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$;

$=\frac{a-3+2(a-1,5)}{6(a-1,5)\left(a-\frac{2}{3}\right)(a-3)}=\frac{a-3+2a-3}{6(a-1,5)\left(a-\frac{2}{3}\right)(a-3)}=\frac{3a-6}{(2a-3)(3a-2)(a-3)}=$

$=\frac{3(a-2)}{(2a-3)(3a-2)(a-3)}$;

$$\frac{1}{6a^2-13a+6}-\frac{1}{3a^2-11a+6}=\frac{1}{(2a-3)(3a-2)}-\frac{1}{(a-3)(3a-2)}=\frac{a-3-2a+3}{(2a-3)(3a-2)(a-3)}=$$
$$=-\frac{a}{(2a-3)(3a-2)(a-3)}.$$

1060. $ax^2+bx+c=0$; $a+b+c=0$, то $x_1+x_2=\frac{b}{a}$; $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$; $b=-(a+c)$,

тоді $x_1+x_2=\frac{a+c}{a}=1+\frac{c}{a}$; $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\cdot 1$, отже, $x_1=2$; $x_2=\frac{c}{a}$, доведено.

1061. $ax^2+bx+c=0$; $a+c=b$, то $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{a+c}{a}=-1-\frac{c}{a}$

і $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=(-1)\cdot\left(-\frac{c}{a}\right)$, отже, $x_1=-1$; $x_2=-\frac{c}{a}$. Доведено.

1062. а) $x^2-2x+5=(x^2-2x+1)-1+5=(x-2)^2+4$;

б) $a^2-6a+10=(a^2-6a+9)-9+10=(a-3)^2+1$;

в) $2x^2+x-3=2\left(x^2+2\cdot\frac{1}{4}x+\frac{1}{16}\right)-\frac{1}{8}-3=2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-3\frac{1}{8}$;

г) $c^2-\frac{2}{3}c+1=\left(c^2-2\cdot\frac{1}{3}c+\frac{1}{9}\right)-\frac{1}{9}+1=\left(c-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{8}{9}$;

ґ) $n^2-\sqrt{2}n+3,5=\left(n^2-2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}n+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}+3,5=\left(n-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+3$;

д) $-x^2+4x+5=-(x^2-4x+4)+4+5=-(x-2)^2+9$.

1063. а) $2a^2-12a-9=2(a^2-2\cdot 3a+9)-18-9=2(a-3)^2-27$;

б) $3c^2+30c+5=3(c^2+2\cdot 5c+25)-75+5=3(c+5)^2-70$;

в) $3a^2-6a-9=3(a^2-2a+1)-3-9=3(a-1)^2-12$;

г) $10+6x-x^2=-(x^2-6x+9)+9+10=-(x-3)^2+19$;

ґ) $5+4x-x^2=-(x^2-4x+4)+4+5=-(x-2)^2+9$;

д) $-4n^2+4n-3=-(4n^2-4n+1)+1-3=-(2n-1)^2-2$.

1064. $x^2-4x+5=(x^2-4x+4)-4+5=(x-2)^2+1$; $(x-2)^2\geq 0$; $(x-2)^2+1>0$;

$3x^2-12x+17=3(x^2-4x+4)-12+17=3(x-2)^2+5$; $3(x-2)^2\geq 0$; $3(x-2)^2+5>0$;

$\frac{1}{3}x^2-2x+4=\frac{1}{3}(x^2-2\cdot 3x+9)-3+4=\frac{1}{3}(x-3)^2+1$; $\frac{1}{3}(x-3)^2\geq 0$; $\frac{1}{3}(x-3)^2+1>0$

при будь-яких значеннях x, доведено.

1065. а) $\frac{2x^2-6x+4}{2x^2-2x-4}=\frac{2(x^2-3x+2)}{2(x^2-x-2)}=\frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+1)}=\frac{x-1}{x+1}$;

якщо $x=-1,1$, то $\frac{-1,1-1}{-1,1+1}=\frac{-2,1}{-0,1}=21$; якщо $x=9$, то $\frac{9-1}{9+1}=0,8$;

якщо $x=11$, то $\frac{11-1}{11+1}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$; якщо $x=99$, то $\frac{99-1}{99+1}=\frac{98}{100}=0,98$;

б) $\frac{a^3-5a^2+6a}{a^3-6a^2+9a}=\frac{a(a^2-5a+6)}{a(a^2-6a+9)}=\frac{a(a-3)(a-2)}{a(a-3)^2}=\frac{a-2}{a-3}$;

якщо $a=-2$, то $\frac{-2-2}{-2-3}=\frac{4}{5}$; якщо $a=3,5$, то $\frac{3,5-2}{3,5-3}=\frac{1,5}{0,5}=3$;

якщо $a=13$, то $\frac{13-2}{13-3}=\frac{11}{10}=1,1$.

1066. а) $y=x+3$; $y=\frac{x^2-2x-15}{x-5}$; $\frac{x^2-2x-15}{x-5}=\frac{(x-5)(x+3)}{(x-5)}=x+3$.

Графіками функцій є прямі, але другий графік не визначений, якщо $x = 5$, тому відрізняються тим, що у другого графіка не існує точки (5; 8).

б) $y = x - 6$; $y = \dfrac{x^2 - 7x + 6}{x - 1}$; $\dfrac{x^2 - 7x + 6}{x - 1} = \dfrac{(x-1)(x-6)}{x-1} = x - 6$.

Графіками функцій є прямі, але другий графік не визначений при $x = 1$, тому відрізняються тим, що у другого графіка не існує точки (1; –5).

1067. а) $x^2 - 6x + 10 = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 10 = (x-3)^2 + 1 \geq 1$;
найменше значення при $x = 3$;

б) $2x^2 + 16x + 13 = 2(x^2 + 8x + 16) - 32 + 13 = 2(x-4)^2 - 19 \geq -19$;
найменше значення при $x = -4$;

в) $\sqrt{3}x^2 - 6x + 9 = \sqrt{3}\left(x^2 - 2\cdot\sqrt{3}x + 3\right) - 3\sqrt{3} + 9 = \sqrt{3}\left(x - \sqrt{3}\right)^2 - 3\sqrt{3} + 9$;

найменше значення при $x = \sqrt{3}$.

1068. а) $4 - 2x - x^2 = -(x^2 + 2x + 1) + 1 + 4 = -(x+1)^2 + 5$;
найбільше значення тричлена дорівнює 5 при $x = -1$;

б) $1 - 4z - 4z^2 = -(4z^2 + 4z + 1) + 1 + 1 = -(2z+1)^2 + 2$;
найбільше значення тричлена дорівнює 2 при $z = -\dfrac{1}{2}$;

в) $3 + 12c - c^2 = -(c^2 - 12c + 36) + 36 + 3 = -(c-6)^2 + 39$;
найбільше значення тричлена дорівнює 39 при $c = 6$.

1069. а) $f(x) = x^2 - 2x + 2$; $x^2 - 2x + 2 = (x^2 - 2x + 1) - 1 + 2 = (x-1)^2 + 1$; $f(1) = 1$;

б) $f(x) = x^2 - 6x + 11$; $x^2 - 6x + 11 = (x^2 - 6x + 9) - 9 + 11 = (x-3)^2 + 2$; $f(3) = 2$;

в) $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$; $2x^2 - 12x + 19 = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 19 = 2(x-3)^2 + 1$; $f(3) = 1$;

г) $f(x) = 1{,}5x^2 - 3x + 2$; $1{,}5x^2 - 3x + 2 = 1{,}5(x^2 - 2x + 1) - 1{,}5 + 2 = 1{,}5(x-1)^2 + 0{,}5$; $f(1) = 0{,}5$.

1070. $y = x^2 - 2x + 7$; $x^2 - 2x + 7 = (x^2 - 2x + 1) - 1 + 7 = (x-1)^2 + 6$. Відстань між точкою (1; 6) і віссю Ox дорівнює 6.

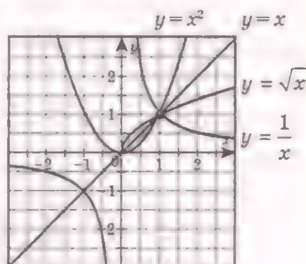
1071. а) $f(x) = 8 + 6x - x^2$; $-x^2 + 6x + 8 = -(x^2 - 6x + 9) + 9 + 8 = -(x-3)^2 = 17$; $f(3) = 17$;

б) $f(x) = x - x^2$; $x - x^2 = -\left(x^2 - x + \dfrac{1}{4}\right) + \dfrac{1}{4} = -\left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{4}$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4}$.

1072. а) $y = -x^4 - 6x^2 + 5$; $-x^4 - 6x^2 + 5 = -(x^4 + 6x^2 + 9) + 9 + 5 = -(x^2 + 3)^2 + 14$; $f(x) \leq 14$;

б) $y = x^4 - 2x^3 + x^2 - 2$; $x^4 - 2x^3 + x^2 - 2 = x^2(x^2 - 2x + 1) - 2 = x^2(x-1)^2 - 2$;
$x^2(x-1)^2 \geq 0$; $x^2(x-1)^2 - 2 \geq -2$; $f(x) \geq -2$.

1073. $y = \sqrt{x}$, (1; 1).
Можливі варіанти: $y = \dfrac{1}{x}$;
$y = x$; $y = x^2$.



1074. а) $\dfrac{x^2 + 2}{x + 3} = \dfrac{x^2 + 4x}{x + 3}$; $\begin{cases} x^2 + 2 = x^2 + 4x, \\ x + 3 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} 4x = 2, \\ x \neq -3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0{,}5, \\ x \neq 3; \end{cases}$

б) $\dfrac{x^2 + 2x}{x - 4} = \dfrac{x^2 - 8}{x - 4}$; $\begin{cases} x^2 + 2x = x^2 - 8, \\ x - 4 \neq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x = -8, \\ x \neq 4; \end{cases}$ $\begin{cases} x = -4, \\ x \neq 4. \end{cases}$ *Відповідь:* а) 0,5; б) –4.

1074. Якщо число закінчується 5, то не завжди корінь з такого числа є цілим, наприклад, $\sqrt{15}$, $\sqrt{45}$ — не є цілими.

1076. *Відповідь:* Густав Вігеланд.

1080. а) $x^2 - 61x + 900 = 0$; $x_1 = 36$; $x_2 = 25$;

б) $24 - 13 = 11$; $24 \cdot 13 = 312$ або $-3 - (-24) = 11$; $-13 \cdot (-24) = 312$.

Відповідь: а) 36; 25; б) 24, і 13 або –24 і –13.

1081. $x(x + 20) = 800$; $x^2 + 20x - 800 = 0$; $x_1 = -40$; $x_2 = 20$; 1) $20 + 20 = 40$ (м) — довжина. *Відповідь:* 20 м і 40 м.

1082. $a + b = 3$ км, тоді $a \cdot (3 - a) = 2$; $a^2 - 3a + 2 = 0$; $a_1 = 2$ або $a_2 = 1$; $b_1 = 1$, $b_2 = 2$. *Відповідь:* 2 км і 1 км.

1083. Два послідовних числа n і $n + 1$, добуток чисел $n(n + 1)$, сума $n + n + 1$. Складаємо різницю добутку та суми чисел $n(n + 1) - (n + n + 1)$. За умовою задачі дорівнює 239. Рівняння: $n^2 + \not{n} - \not{n} - n - 1 = 239$; $n^2 - n - 240 = 0$; $n_1 = 16$; $n_2 = -15$. 1) $16 + 1 = 17$ — II число або 1) $-15 + 1 = -14$.

Відповідь: 16 і 17 або –15 і –14.

1084. Якщо x — дане число, то $x^2 + 108$ за умовою задачі дорівнює $24x$. Рівняння: $x^2 + 108 = 24x$; $x^2 - 24x + 108 = 0$; $x_1 = 6$; $x_2 = 18$. *Відповідь:* 6 або 18.

1085. Нехай шукане число x, тоді:

а) $x^2 - x = 132$; $x^2 - x - 132 = 0$; $x_1 = -11$; $x_2 = 12$;

б) $x - x^2 = 0{,}16$; $x^2 + x - 0{,}16 = 0$; $x_1 = 0{,}8$; $x_2 = 0{,}2$;

в) $2x^2 - x = 435$; $2x^2 - x - 435 = 0$; $x = \frac{1 \pm 59}{4}$; $x_1 = 15$; $x_1 = -14{,}5$;

г) $x - \sqrt{x} = 240$; заміна $\sqrt{x} = t$, $t \geq 0$; $t^2 - t - 240 = 0$; $t_1 = 16$;

$t^2 = -15 < 0$; $\sqrt{x} = 16$; $x = 256$.

Відповідь: а) –11; 12; б) 0,8 і 0,2; в) 15 і –14,5; г) 256.

1086. а) $x + y = 20$; $x \cdot y = 91$, тоді x, y — корені рівняння $x^2 - 20x + 91 = 0$; $x = 13$, $y = 7$;

б) $x - y = 7$; $x \cdot y = 198$, тоді $x - 7 = y$; $x(x - 7) = 198$; $x^2 - 7x - 198 = 0$; $x_1 = 18$; $x_2 = -11$; 1) $18 - 7 = 11$ – друге число або $-11 - 7 = -18$.

в) $x + y = 23$; $x^2 + y^2 = 265$; $y = 23 - x$; $x^2 + (23 - x)^2 = 256$;
$x^2 + 529 - 46x + x^2 - 265 = 0$; $2x^2 - 46x + 264 = 0$; $x^2 - 23x + 132 = 0$;
$x_1 = 11$; $x_2 = 12$; $y_1 = 12$; $y_2 = 11$;

г) $x - y = 16$; $x^2 + y^2 = 267$, тоді $x = 16 - y$; $(16 + y)^2 + y^2 - 257 = 0$;
$256 + 32y + y^2 + y^2 - 257 = 0$; $2y^2 + 32y - 1 = 0$;

$$y = \frac{-16 \pm \sqrt{256 + 2}}{2} = \frac{-16 \pm \sqrt{258}}{2} = -8 \pm \sqrt{64,5}; \quad y_1 = -8 + \sqrt{64,5};$$

$$y_2 = -8 - \sqrt{64,5}; \quad x_1 = 8 + \sqrt{64,5}; \quad x_2 = 8 - \sqrt{64,5}.$$

Відповідь: а) 13; 7; 2) 18, 11 і –11, –18; в) 12, 11;

г) $8 + \sqrt{64,5}$; $-8 + \sqrt{64,5}$ або $8 - \sqrt{64,5}$; $-8 - \sqrt{64,5}$.

1087. Нехай сторони прямокутника a і b, тоді

а) $a + b = 13$ см, а $a \cdot b = 40$ м²; $a^2 - 13a + 40 = 0$; $a_1 = 8$; $a_2 = 5$; $b_1 = 5$; $b_2 = 8$;

б) $a - b = 5$ м; $ab = 66$ м²; $a = 5 + b$, тоді $b(5 + b) = 66$; $b^2 + 5b - 66 = 0$; $b_1 = -11$; $b_2 = 6$; $a_1 = -6$; $a_2 = 11$; a_1, b_1 — сторонні корені за умовою;

в) $2(a + b) = 60$ см, $ab = 221$ м²; $a + b = 30$; $ab = 221$; $a^2 - 30a + 221 = 0$; $a_1 = 13$, $a_2 = 17$; $b_1 = 17$, $b_2 = 13$.

Відповідь: а) 5 м і 8 м; б) 6 м і 11 м; в) 13 м і 17 м.

1088. Нехай два послідовних натуральних числа n і $n + 1$. Сума квадратів дорівнює $n^2 + (n + 1)^2$. За умовою задачі вона дорівнює 545. Рівняння: $n^2 + n^2 + 2n + 1 = 545$; $2n^2 + 2n - 544 = 0$; $n^2 + n - 272 = 0$; $n_1 = -17$; $n_2 = 16$; $n_1 < 0$. 1) $16 + 1 = 17$ — друге число. *Відповідь:* 16 і 17.

1089. Нехай два послідовних парних числа дорівнюють $2n$ і $2n + 2$,

їх добуток $2n \cdot (2n+2)$, а середнє арифметичне $\frac{2n+2n+2}{2}$.

Різниця $2n(2n+2) - \frac{4n+2}{2}$ дорівнює 41. Рівняння: $4n^2 + 4n - 2n - 1 = 41$;

$4n^2 + 2n - 42 = 0$; $2n^2 + n - 21 = 0$; $n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 42 \cdot 4}}{4}$; $n = \frac{-1 \pm 13}{4}$;

$n_1 = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2}$; 1) $-\frac{7}{2} \cdot 2 = -7$ — не задовольняє умові, $n_2 = 3$;

або 1) $3 \cdot 2 = 6$ — I число; 2) $6 + 2 = 8$ — II число. *Відповідь:* 6 і 8.

1090. Нехай послідовні числа n і $n+1$, квадрат суми дорівнює $(n+n+1)^2$, а сума квадратів $n^2 + (n+1)^2$.

Складаємо різницю: $(2n+1)^2 - (n^2 + n^2 + 2n + 1) = (2n+1)^2 - (2n^2 + 2n + 1)$, за умовою це дорівнює 264. $(2n+1)^2 - (2n^2 + 2n + 1) = 264$;

$4n^2 + 4n + \cancel{1} - 2n^2 - 2n - \cancel{1} - 264 = 0$; $2n^2 + 2n - 264 = 0$; $n^2 + n - 132 = 0$;

$n_1 = -12$; $n_2 = 11$, але $-12 \notin N$. або 1) $11 + 1 = 12$ — друге число.

Відповідь: 11 і 12.

1091. Нехай три послідовних числа дорівнюють $n-1$, n і $n+1$.

Сума квадратів $(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2$, за умовою задачі 434.

$(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 434$; $n^2 - \cancel{2n} + 1 + n^2 + n^2 + \cancel{2n} + 1 - 434 = 0$;

$3n^2 - 432 = 0$; $n^2 = 144$; $n_1 = 12$; $n_2 = -12$.

1) $12 - 1 = 11$ — I число; 2) $12 + 1 = 13$ — III число;

або 1) $-12 - 1 = -13$ — I число; 2) $-12 + 1 = -11$ — III число.

Відповідь: 11, 12, 13 або −13, −12, −11.

1092. $P = (x+y) \cdot 2$ см. За умовою $2(x+y) = 26$; $x + y = 13$ см, $x = 13 - y$.

Площі квадратів дорівнюють y^2 і x^2 або y^2 і $(13-y)^2$.

Складаємо суму площ: $y^2 + (13-y)^2$ або 89 см².

$y2 + (13-y)^2 = 89$; $y^2 + y^2 - 26y + 169 - 89 = 0$; $2y^2 - 26y + 80 = 0$;

$y^2 - 13y + 40 = 0$; $y_1 = 5$; $y_2 = 8$; $x_1 = 13 - 5 = 9$; $x_2 = 13 - 8 = 5$.

Відповідь: 8 см і 5 см.

1093. Нехай сторони прямокутника x см і y см, тоді $P = (x+y) \cdot 2$ або $(x+y) \cdot 2 = 32$; $x + y = 16$; $x = 16 - y$ (см). Сума площ квадратів дорівнює $2x^2 + 2y^2 = 2(16-y)^2 + 2y^2$ або 260 см².

$2(16-y)^2 + 2y^2 = 260$; $(16-y)^2 + y^2 = 130$; $256 - 32y + y^2 + y^2 - 130 = 0$;

$2y^2 - 32y + 126 = 0$; $y^2 - 16y + 63 = 0$; $y_1 = 9$; $y_2 = 7$; $x_1 = 16 - 9 = 7$; $x_2 = 16 - 7 = 9$.

Відповідь: 9 см і 7 см.

1094. Нехай кількість рядів дорівнює x, тоді кількість місць у ряду — $\frac{320}{x}$. Після додавання кількість рядів стала $x+1$, а місць у ряду $\frac{420}{x+1}$.

Складаємо різницю $\left(\frac{420}{x+1} - \frac{320}{x}\right)$ місць, за умовою задачі кількість місць збільшилась на 4.

$\frac{420}{x+1} - \frac{320}{x} = 4$; $\frac{105}{x+1} - \frac{80}{x} = 1$; $\frac{105x - 80(x+1) - x(x+1)}{x(x+1)} = 0$;

$\begin{cases} 105x - 80x - 80 - x^2 - x = 0, \\ x(x+1) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2 - 24x + 80 = 0, \\ x \neq 0, x \neq -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 4, x_2 = 20, \\ x \neq 0, x \neq -1; \end{cases}$

$x_1 = 4$ — сторонній корінь. 1) $20 + 1 = 21$ (ряд). *Відповідь:* 21 ряд.

1095. Нехай власна швидкість x км/год, тоді за течією $(x+4)$ км/год, а проти течії $(x-4)$ км/год. На подорож за течією теплохід витратив $\frac{48}{x+4}$ год, а проти течії — $\frac{48}{x-4}$ год. Всього витратив $\left(\frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4}\right)$ год.

За умовою задачі всього 5 годин.

$\frac{48}{x+4}+\frac{48}{x-4}=5;\quad \frac{48(x-4)+48(x+4)-5(x+4)(x-4)}{(x-4)(x+4)}=0;$

$\frac{48x-192+48x+192-5x^2+80}{(x-4)(x+4)}=0;\quad \begin{cases}-5x^2+96x-80=0,\\(x-4)(x+4)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}5x^2-96x-80=0,\\x\neq 4,\ x\neq -4;\end{cases}\quad x=\frac{48\pm\sqrt{2308+400}}{5}=\frac{48\pm 52}{5};\quad x_1=20;$

$x_2=-\frac{4}{5}$ — сторонній корінь. *Відповідь:* 20 км/год — власна швидкість.

1096. Нехай власна швидкість човна x км/год, швидкість за течією $(x+2,5)$ км/год, а проти течії $(x-2,5)$ км/год.

Час руху за течію дорівнює $\frac{28,5}{x+2,5}$ год, а проти течії — $\frac{22,5}{x-2,5}$ год.

Човен затратив на весь шлях $\left(\frac{28,5}{x+2,5}+\frac{22,5}{x-2,5}\right)$ год, за умовою задачі всього 8 годин.

$\frac{28,5}{x+2,5}+\frac{22,5}{x-2,5}=8;\quad \frac{28,5(x-2,5)+22,5(x+2,5)-8(x-2,5)(x+2,5)}{(x-2,5)(x+2,5)}=0;$

$\frac{28,5x-71,25+22,5x+56,25-8x^2+50}{(x-2,5)(x+2,5)}=0;\quad \begin{cases}-8x^2+51x+35=0,\\(x-2,5)(x+2,5)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x=\frac{-51\pm 61}{-16},\\x\neq -2,5,\ x\neq 2,5;\end{cases}\quad \begin{cases}x_1=-\frac{10}{16}<0,\ x_2=7,\\x\neq -2,5,\ x\neq 2,5.\end{cases}$ *Відповідь:* 7 км/год.

1097. Нехай швидкість поїзда була x км/год, тоді за розкладом швидкість $(x-10)$ км/год. Час, витрачений поїздом, дорівнює $\frac{20}{x}$ год, а за розкладом — $\frac{20}{x-10}$ год.

Різниця у часі становить $\left(\frac{20}{x-10}-\frac{20}{x}\right)$ год, що дорівнює 4 хв $=\frac{4}{60}$ год.

Рівняння: $\frac{20}{x-10}-\frac{20}{x}=\frac{1}{15};\quad \frac{300x-300(x-10)-x(x-10)}{15(x-10)\cdot x}=0;$

$\frac{300x-300x+3000-x^2+10x}{15x(x-10)}=0;\quad \begin{cases}x^2-10x-3000=0,\\15x(x-10)\neq 0;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-50,\ x_2=60,\\x\neq 0,\ x\neq 10;\end{cases}\quad x_1<0.$ *Відповідь:* 60 км/год.

1098. Нехай швидкість руху плота x км/год, а човна $(12+x)$ км/год.

Час руху плота $\frac{20}{x}$ год, а човна — $\left(\frac{20}{12+x}\right)$ год. Різниця у часі становить $\left(\frac{20}{x}-\frac{20}{12+x}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює $5\frac{20}{60}$ год $=5\frac{1}{3}$ год.

Рівняння: $\frac{20}{x}-\frac{20}{12+x}=\frac{16}{3};\quad \frac{5}{x}-\frac{5}{12+x}=\frac{4}{3};\quad \frac{15(12+x)-15x-4x(12+x)}{3x(12+x)}=0;$

$\frac{180+15x-15x-48x-4x^2}{3x(12+x)}=0;\quad \begin{cases}x^2+12x-45=0,\\3x(12+x)\neq 0;\end{cases}\quad \begin{cases}x_1=-15,\ x_2=3,\\x\neq 0,\ x\neq -12;\end{cases}\quad x_1<0.$

Відповідь: 3 км/год — швидкість течії річки.

1099. Нехай початкова швидкість поїзда x км/год, а після зупинки $(x+12)$ км/год. Час руху до зупинки складає $\frac{60}{x}$ год, а після зупинки $\frac{60}{x+12}$ год. Всього час руху дорівнює $\frac{120}{x}$ год.

За умовою задачі поїзд був затриманий на 10 хв $=\frac{1}{6}$ год.

Рівняння: $\frac{60}{x}+\frac{1}{6}+\frac{60}{x+12}=\frac{120}{x}$; $\frac{120}{x}-\left(\frac{60}{x}+\frac{1}{6}+\frac{60}{x+12}\right)=0$;

$\frac{60}{x}-\frac{1}{6}-\frac{60}{x+12}=0$; $\frac{360(x+12)-x(x+12)-360x}{6x(x+12)}=0$;

$\frac{360x+4320-x^2-12x-360x}{6x(x+12)}=0$; $\begin{cases}x^2+12x-4320=0,\\6x(x+12)\neq0;\end{cases}$

$\begin{cases}x_1=-72,\ x_2=60,\\x\neq0,\ x\neq-12;\end{cases}$ $x_1<0$.

Відповідь: початкова швидкість поїзда 60 км/год.

1100. Нехай швидкість течії x км/год, тоді швидкість за течією $(55+x)$ км/год, а проти течії $(55-x)$ км/год. Час руху теплохода за течією $\left(\frac{150}{55+x}\right)$ год, а проти течії $\left(\frac{150}{55-x}\right)$ год.

Всього теплохід витратив $\left(\frac{150}{55+x}+\frac{150}{55-x}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює 5,5 годин.

Рівняння: $\frac{150}{55+x}+\frac{150}{55-x}=5,5$; $\frac{30}{55+x}+\frac{30}{55-x}-1,1=0$;

$\frac{30(55-x)+30(55+x)-1,1(55^2-x^2)}{(55+x)(55-x)}=0$;

$\frac{1650-30x+1650+30x-3327,5+1,1x^2}{(55+x)(55-x)}=0$; $\begin{cases}1,1x^2-27,5=0,\\(55+x)(55-x)\neq0;\end{cases}$

$\begin{cases}x^2=25,\\x\neq-55,\ x\neq55;\end{cases}$ $x_1=5$; $x_2=-5<0$. *Відповідь:* швидкість течії 5 км/год.

1101. Нехай швидкість течії x км/год, тоді швидкість проти течії $(12-x)$ км/год. Час руху моторним човном становить $\frac{25}{12-x}$ год, а плотом $\frac{25}{x}$ год.

Різниця часі руху становить $\left(\frac{25}{x}-\frac{25}{12-x}\right)$ год або 10 год.

Рівняння $\frac{25}{x}-\frac{25}{12-x}=10$; $\frac{5}{x}-\frac{5}{12-x}=2$; $\frac{5(12-x)-5x-2x(12-x)}{x(12-x)}=0$;

$\frac{60-5x-5x-24x+2x^2}{x(12-x)}=0$; $\begin{cases}2x^2-34x+60=0,\\x(12-x)\neq0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-17x+30=0,\\x\neq0,\ x\neq12;\end{cases}$

$x_1=15$; $x_2=2$; $x_1>12$ — сторонній корінь за змістом задачі.

Відповідь: 2 км/год.

1102. Нехай велосипедист їхав зі швидкістю x км/год, а планував — $(x-2)$ км/год. Час руху становить $\frac{96}{x}$ год, а планував $\left(\frac{96}{x-2}\right)$ год.

Різниця у часі руху дорівнює $\left(\frac{96}{x-2}-\frac{96}{x}\right)$ год, це складає 1,6 год.

Рівняння: $\frac{96}{x-2}-\frac{96}{x}=1,6$; $\frac{6}{x-2}-\frac{6}{x}=\frac{1}{10}$; $\frac{60x-60(x-2)-x(x-2)}{10x(x-2)}=0$;

$\frac{60x-60x-120-x^2+2x}{10x(x-2)}=0$; $\begin{cases}x^2-2x-120=0,\\10x(x-2)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=12,\ x_2=-10,\\x\neq 0,\ x\neq 2;\end{cases}$ $x_2<0$.

Відповідь: 12 км/год.

1103. Нехай швидкість автобуса x км/год, тоді можлива швидкість $(x-10)$ км/год. Час руху автобуса $\frac{700}{x}$ год, а можливо — $\left(\frac{700}{x-10}\right)$ год.

Різниця у часі становить $\left(\frac{700}{x-10}-\frac{700}{x}\right)$ год, за умовою задачі це дорівнює $1\frac{2}{3}$ год. Рівняння: $\frac{700}{x-10}-\frac{700}{x}=\frac{5}{3}$; $\frac{140}{x-10}-\frac{140}{x}=\frac{1}{3}$;

$\frac{420x-420(x-10)-x(x-10)}{x(x-10)}=0$; $\frac{420x-420x-4200-x^2+10x}{x(x-10)}=0$;

$\begin{cases}x^2-10x-4200=0,\\x(x-10)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=-60,\ x_2=70,\\x\neq 0,\ x\neq 10;\end{cases}$ $x_1<0$.

1) $700:70=10$ (годин) — був автобус у дорозі. *Відповідь:* 10 годин.

1104. Нехай швидкість мотоцикліста x км/год, тоді відстань між містами $4x$ км. Шлях 100 км він подолав за $\frac{100}{x}$ год, а зменшивши швидкість, вона стала $(x-10)$ км/год і шлях $(4x-100)$ км він подолав за $\left(\frac{4x-100}{x-10}\right)$ год.

На зворотній шлях він витратив $\left(\frac{100}{x}+\frac{4x-100}{x-10}\right)$ год або 4,5 год.

Рівняння: $\frac{100}{x}+\frac{4x-100}{x-10}=4\frac{1}{2}$; $\frac{200(x-10)+2x(4x-100)=9x(x-10)}{2x(x-10)}=0$;

$\frac{200x-2000+8x^2-200x-9x^2+90x}{2x(x-10)}=0$; $\frac{-x^2+90x-2000}{2x(x-10)}=0$;

$\begin{cases}x^2-90x+2000=0,\\2x(x-10)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=40,\ x_2=50,\\x\neq 0,\ x\neq 10;\end{cases}$

1) $40\cdot 4=160$ (км) або $50\cdot 4=200$ (км) — відстань між містами.

Відповідь: 160 км або 200 км.

1105. 90 м/хв $=\frac{90\cdot 60}{1000}$ км/год $=5,4$ км/год. Нехай швидкість течії x км/год, тоді швидкість проти течії $(5,4-x)$ км/год. Проти течії рибалка плив $\left(\frac{6}{5,4-x}\right)$ год, а за течією $\frac{6}{x}$ год. Всього у дорозі рибалка був $\left(\frac{6}{5,4-x}+\frac{6}{x}\right)$ год або 4,5 год. Рівняння: $\frac{6}{5,4-x}+\frac{6}{x}=\frac{9}{2}$; $\frac{2}{5,4-x}+\frac{2}{x}=\frac{3}{2}$;

$\frac{4x+4(5,4-x)-3x(5,4-x)}{2x(5,4-x)}=0$; $\frac{4x+21,6-4x-16,2x+3x^2}{2x(5,4-x)}=0$;

$\begin{cases}3x^2-16,2x+21,6=0,\\2x(5,4-x)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2-5,4x+7,2=0,\\x\neq 0,\ x\neq 5,4;\end{cases}$ $\begin{cases}x_1=3,\ x=2,4,\\x\neq 0,\ x\neq 5,4.\end{cases}$

Відповідь: швидкість течії річки 3 км/год або 2,4 км/год.

1106. Нехай довжина кроку сина x м, тоді батька — $(x + 0,2)$ м. Син зробив $\frac{480}{x}$ кроків, а батько — $\frac{480}{x+0,2}$ кроків. Різниця у кількості кроків складає $\left(\frac{480}{x} - \frac{480}{x+0,2}\right)$ або 200 кроків. Рівняння: $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+0,2} = 200$;

$\frac{2,4}{x} - \frac{2,4}{x+0,2} - 1 = 0$; $\frac{2,4(x+0,2) - 2,4x - x(x+0,2)}{x(x+0,2)} = 0$;

$\frac{2,4x + 0,48 - 2,4x - x^2 - 0,2x}{x(x+0,2)} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 0,2x - 0,48 = 0, \\ x(x+0,2) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = -0,8,\ x_2 = 0,6, \\ x \neq 0,\ x \neq -0,2; \end{cases}$

$x_1 < 0$. 1) $0,6 + 0,2 = 0,8$ (м) — довжина кроку батька. *Відповідь:* 60 см, 80 см.

1107. Якщо писанок a, то жовтих крашанок буде $3(a + 1) + 1 = 3a + 4$. Синіх крашанок y, тоді $\frac{3a+4}{y} = \frac{y}{a}$; $y^2 = a(3a + 4)$, отже, якщо $a = 4$, то $4 \cdot (3 \cdot 4 + 4) = 4 \cdot 16 = 64 = 8^2$.

Відповідає умові, 4 — писанки, 16 жовтих крашанок, але жовтих стане $16 - 1 = 15$, писанок — $4 + 1 = 5$, тому у 3 рази менше.

Відповідь: 4 — писанки, 16 жовтих крашанок, 8 синіх крашанок.

1108. Якщо швидкість катера x км/год, а швидкість течії y км/год, то швидкість за течією $(x + y)$ км/год, а проти течії $(x - y)$ км/год.

Час руху за течією $\frac{90}{x+y}$ год, а проти течії $\frac{70}{x-y}$ год. Тому $\frac{90}{x+y} = \frac{70}{x-y}$;

$9x - 9y = 7x + 7y$; $2x = 16y$; $x = 8y$; $\frac{90}{8y+y} = \frac{90}{9y} = \frac{10}{y}$; y — швидкість течії, отже, відстань, яку пропливе пліт, 10 км. *Відповідь:* 10 км.

1109. Нехай одній бригаді потрібно x днів на виконання роботи, а другий — $(x + 6)$ днів. За день перша бригада виконає $\frac{1}{x}$ частину роботи, а II — $\frac{1}{x+6}$ частину, а разом — $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6}\right)$ частину, за умовою це складає $\frac{1}{4}$.

Рівняння: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$; $\frac{(x+6) \cdot 4 + 4x - x(x+6)}{4x(x+6)} = 0$;

$\frac{4x + 24 + 4x - x^2 - 6x}{4x(x+6)} = 0$; $\begin{cases} x^2 - 2x - 24 = 0, \\ 4x(x+6) \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 6,\ x_2 = 4, \\ x \neq 0,\ x \neq -6; \end{cases}$ $x_2 < 0$;

1) $6 + 6 = 12$ (днів) — II бригаді. *Відповідь:* 6 днів, 12 днів.

1110. Нехай I бригаді потрібно x днів, а II — y днів для виконання роботи, тому $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$, тому якщо кожен працював окремо, то $\frac{1}{2} : \frac{1}{x} = \frac{x}{2}$ днів працював I, а $\frac{1}{2} : \frac{1}{y} = \frac{y}{2}$ днів — II, разом — $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{2}\right)$ дня, за умовою 9 днів.

Система: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9; \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{18-y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}, \\ x + y = 18,\ x = 18 - y; \end{cases}$ $4y + 4(18 - y) = y(18 - y)$; $y \neq 0$,

$y \neq 18$; $4y + 72 - 4y - 18y + y^2 = 0$; $y^2 - 18y + 72 = 0$; $y_1 = 6$; $y_2 = 12$; $x_1 = 12$; $x_2 = 6$. *Відповідь:* 12 днів і 6 днів.

1111. Нехай планували засівати x га щодня, а засівала $(x + 5)$ га.

Термін виконання $\frac{200}{x}$ днів. а засіяли за $\frac{200}{x+5}$ днів.

Різниця у часі дорівнює $\left(\frac{200}{x}-\frac{200}{x+5}\right)$ днів, за умовою 2 дні.

$\frac{200}{x}-\frac{200}{x+5}=2$; $\frac{200x+1000-200x-2x(x+5)}{x(x+5)}=0$;

$x \neq 0$, $x \neq -5$; $-2x^2-10x-1000=0$; $x^2+5x-500=0$; $x_1=-25$; $x_2=20$; $x_2<0$.
1) $20+5=25$ (га за день) — засівали; 2) $200:25=8$ (днів).
Відповідь: за 8 днів.

1112. Нехай I муляру потрібно x днів, а II — y днів, тоді разом за день виконають $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ частину роботи або $\frac{1}{12}$ частину. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$.

Перший половину роботи виконає за $\frac{1}{2}:\frac{1}{x}=\frac{x}{2}$ (днів), а другий — за $\frac{1}{2}:\frac{1}{y}=\frac{y}{2}$ днів. Разом за $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{2}\right)$ дні, за умовою 25 днів.

$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=25$; $x+y=50$; $x=50-y$.

Отримали рівняння: $\frac{1}{50-y}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$; $\begin{cases}12y+12(50-y)=y(50-y),\\ y\neq 0,\ y\neq 50;\end{cases}$

$12y+600-12y-50y+y^2=0$; $y^2-50y+600=0$; $y_1=30$, $y_2=20$; $x_1=20$, $x_2=30$.
Відповідь: 20 днів, 30 днів.

1113. Нехай I робітнику потрібно x днів для виконання роботи, а II потрібно $(x-3)$ дні. За 1 день I виконає $\frac{1}{x}$ частину роботи, а II — $\frac{1}{x-3}$ частину. Перший за 7 днів виконає $\frac{7}{x}$ частину, а II за $(7-1,5)$ днів — $\frac{5,5}{x-3}$. За цей час робота виконана повністю. $\frac{7}{x}+\frac{5,5}{x-3}=1$; $7(x-3)+5,5x=x(x-3)$, $x\neq 0$, $x\neq 3$; $7x-21+5,5x-x^2+3x=0$; $-x^2+15,5x-21=0$; $x^2-15,5x+21=0$; $x_1=14$; $x_2=1,5<0$ — не задовольняє умові; 1) $14-3=11$ (днів) — II робітнику потрібно для виконання роботи. *Відповідь:* 11 днів, 14 днів.

1114. Нехай I трубі потрібно x год для наповнення баку, а II — $(x+2)$ год. За годину I труба наповнює $\frac{1}{x}$ частину баку, а II — $\frac{1}{x+2}$ частину.

Разом за 1 год наповнюють $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}\right)$ частину, за умовою

$1:2\frac{55}{60}=1:2\frac{11}{12}=1:\frac{35}{12}=\frac{12}{35}$. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{12}{35}$; $35(x+2)+35x=12x(x+2)$,

$x\neq 0$, $x\neq -2$; $35x+70+35x=12x^2+24x$; $12x^2-46x-70=0$; $6x^2-23x-35=0$;

$x=\frac{23\pm\sqrt{529+840}}{12}=\frac{23\pm 37}{12}$; $x_1=5$; $x_2=-\frac{7}{6}=-1\frac{1}{6}$; $x_2<0$.

1) $5+2=7$ (год) — потрібно II трубі, щоб наповнити бак.
Відповідь: 5 год, 7 год.

1115. Нехай всього мав було x, тоді $\left(\frac{1}{8}x\right)^2+12$ мавп було в гаї. $\frac{1}{64}x^2+12=x$;

$x^2-64x+768=0$; $x_1=16$; $x_2=48$. *Відповідь:* було 16 або 48 мавп.

1116. Нехай розквітло x гілок, тоді на кожній гілці $\frac{200}{x}$ бджілок, якщо розквітло $(x-5)$ гілок, то на кожній було $\frac{200}{x-5}$ бджіл.

Різниця дорівнює $\left(\frac{200}{x-5}-\frac{200}{x}\right)$ бджіл або 2. $\frac{200}{x-5}-\frac{200}{x}=2$; $\frac{100}{x-5}-\frac{100}{x}-1=0$;
$x \neq 0$, $x \neq 5$; $100x-100(x-5)-x(x-5)=0$; $100x - 100x + 500 - x^2 + 5x = 0$;
$x^2+5x-500=0$; $x_1=25$; $x_2=-20<0$.
1) $200:25=8$ (бджілок на гілці). *Відповідь:* 25 гілок, 8 бджіл.

1117. Якщо n — точок, то всього можна провести $\frac{n(n-1)}{2}$ відрізків, за умовою 153 відрізка. Рівняння: $\frac{n(n-1)}{2}=153$; $n^2-n=306$; $n^2-n-306=0$; $n_1=-17$; $n_2=18$; $n_1<0$.
Відповідь: 18 точок.

1118. Нехай учасників було x, тоді було зіграно $\frac{x(x-1)}{2}$ партій, за умовою 66 партії. Рівняння: $\frac{x(x-1)}{2}=66$; $x^2-x=132$; $x^2-x-132=0$; $x_1=12$; $x_2=-11$.
Відповідь: 12 учасників.

1119. Нехай було n команд, тоді було зіграно $n(n-1)$ гра, або 56 матчів. Рівняння: $n(n-1)=56$; $n^2-n-56=0$; $n_1=-7$; $n_2=8$. *Відповідь:* 8 команд.

1120. а) $45:4=9$; $9+3=12$; $5\cdot 4=20$; $20-8=12$;
б) $45:3=15$; $8+3=11$; $11\cdot 3=33$; $18+15=33$.

1121. Нехай ширина x м, а довжина $1,5x$ м. Площа дня $1,5x^2$ м^2. Площа бічних стінок дорівнює $0,5\cdot 5x$ м$^2 = 2,5x$ м^2. Різниця площ дорівнює $(2,5x-1,5x^2)$ м^2, за умовою дорівнює 0,76 м^2. Рівняння: $2,5x-1,5x^2=0,76$.
$15x^2-25x+7,6=0$; $x=\frac{25\pm 13}{30}$; $x_1=\frac{38}{30}$; $x_2=0,4$.
Об'єм дорівнює $1,5x^2\cdot 0,5=0,75x^2$. Якщо $x=0,4$ то $0,75\cdot 0,4^2=0,12$ (м^3);
якщо $x=1\frac{4}{15}$; то $\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{19}{15}\right)^2=\frac{3\cdot 361}{4\cdot 225_{75}}=\frac{361}{300}=1\frac{61}{300}$ (м^3).
Відповідь: 0,12 м^3 або $1\frac{61}{300}$ м^3.

1122. Нехай площа першої ділянки x га, тоді II — $(x-3)$ га. З одного га I ділянки зібрали $\frac{4,8}{x}$ т, а II — $\frac{2}{x-3}$ т. Різниця дорівнює $\left(\frac{4,8}{x}-\frac{2}{x-3}\right)$ т або 0,2 т. Рівняння: $\frac{4,8}{x}-\frac{2}{x-3}=0,2$; $\frac{2,4}{x}-\frac{21}{x-3}-\frac{1}{10}=0$; $x\neq 0$, $x\neq 0$, то $2,4\cdot 10\cdot(x-3)-10\cdot x-x(x-3)=0$; $24x-72-10x-x^2+3x=0$; $x^2-17x+72=0$; $x_1=9$; $x_2=8$. 1) $9-3=6$ (га) — площа II ділянки або $8-3=5$ (га). *Відповідь:* 9 і 6 га або 8 і 5 га.

1123. Нехай швидкість I — x км/год, а II — y км/год, тоді час руху одного кола дорівнює I — $\frac{2}{x}$ год, II — $\frac{2}{y}$ год. Різниця у часі $\left(\frac{2}{y}-\frac{2}{x}\right)$ год складає 1 хв $=\frac{1}{60}$ год. $\frac{2}{y}-\frac{2}{x}=\frac{1}{60}$. Різниця у відстані ковзарів $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y\right)$ км або 2 км.
$\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y=2$; $x-y=6$; $x=6+y$. Рівняння: $\frac{2}{y}-\frac{2}{6+y}=\frac{1}{60}$;
$120(6+y)-120y-y(6+y)=0$; $720+12y-12y-6y-y^2=0$; $y^2+6y-720=0$;
$y_1=-30$; $y_2=24$; $y_1<0$; $x=6+24=30$. *Відповідь:* 30 км/год, 24 км/год.

1124. Нехай води у розчині було x г, тоді маса розчину $(x+40)$ г, відсоток солі дорівнює $\frac{40}{x+40}\cdot 100\,\%$, після додавання води маса розчину $(240+x)$ г,

відсоток солі $\frac{40}{240+x}\cdot 100\ \%$. Різниця у відсотковій концентрації 10 %.

Рівняння: $\frac{40}{x+40}-\frac{40}{240+x}=\frac{1}{10}$; $x\neq -40,\ x\neq -240$;

$400(40+x)-400(x+4)=(x+4)(240+x)$;

$96\,000+\cancel{400x}-\cancel{400x}-16\,000=x^2+280x+9600$; $x^2+280x+9600-80\,000=0$;

$x^2+280\ x-70\ 400=0$; $x_1=160$; $x_2=-440<0$.

1) $\frac{40}{160+40}\cdot 100\ \%=\frac{40}{200}\cdot 100\ \%=20\ \%$. *Відповідь:* 160 г води, 20 %.

1125. Нехай густина II металу x г/см³, а I — $(x+1)$ г/см³. Об'єм I металу $\frac{880}{x+1}$ см³, II — $\frac{858}{x}$ см³. Різниця об'ємів складає $\left(\frac{858}{x}-\frac{880}{x+1}\right)$ см³ або 10 см³.

Рівняння: $\frac{858}{x}-\frac{880}{x+1}=10$; $858\cdot(x+1)-880x=10x(x+1)$;

$858x+858-880x=10x^2+10x$; $10x^2+32x-858=0$; $5x^2+16x-429=0$;

$x=\frac{-8\pm 47}{5}$; $x_1=-11$; $x_2=\frac{39}{5}=7{,}8$; 1) $7{,}8+1=8{,}8$ (г/см³) — густина I металу. *Відповідь:* 7,8 г/см² і 8,8 г/см³.

1126. Нехай маса розчину x г, тоді кислоти в ньому $0{,}2x$ г, після додавання води маса стала $(200+x)$ г, а кислоти $0{,}2x$ г, отже, відсоток кислоти у розчині $\frac{0{,}2x}{200+x}\cdot 100\ \%$. Відсоток зменшився на 10 %.

$20-\frac{0{,}2x}{200+x}\ 100=10$; $0{,}2x=0{,}1x+20$; $x=200$; води у новому розчину $200+200-40=360$ (г), концентрація стала 10 %.

Відповідь: 360 г води, вміст кислоти — 10 % .

1127. Нехай вміст срібла x г, тоді відсоток золота складає $\frac{80}{x+80}\cdot 100\ \%$, а після додавання золота відсоток дорівнює $\frac{180}{x+180}\cdot 100\ \%$.

Різниця складає $\frac{180}{x+180}\cdot 100\ \%-\frac{80}{x+80}\cdot 100\ \%$ або 20 %.

Рівняння: $\frac{180}{x+180}-\frac{80}{x+80}=0{,}2$; $x\neq -80,\ x\neq -180$;

$180(x+80)-80(x+180)=0{,}2(x+180)(x+80)$;

$180x+\cancel{14\,400}-80x-\cancel{14\,400}=0{,}2x^2+52x+2880$;

$0{,}2x^2+52x+2880-100x=0$; $0{,}2x^2-48x+2880=0$; $x^2-240x+14\ 400=0$;

$x=120$. *Відповідь:* 120 г срібла.

1128. Нехай кількість сторін n, тоді кількість діагоналей дорівнює $\frac{n\cdot(n-3)}{2}$ або 135 діагоналей. Рівняння $\frac{n\cdot(n-3)}{2}=135$; $n^2-3n=270$; $n^2-3n-270=0$;

$n_1=18$; $n_2=-15<0$. *Відповідь:* 18 сторін.

1131. а) $7a^3:a^2=7a$; б) $8c^4:c^2=8c^2$; в) $5x^8:x^7=5x$.

1132. а) $12a^5:(3a^4)=4a$; б) $15x^{12}:(5x^7)=3x^5$; в) $4c^{13}:(2c^{10})=2c^3$.

1133. а) $-8c^{10}:(4c^5)=-2c^5$; б) $-25x^{12}:x^{12}=-25$; в) $16n^{18}:16=n^{18}$.

1134. а) $(-8c)^{10}:(8c^5)=8^{10}\cdot c^{10}:(8c^5)=8^9\ c^5$;

б) $36x^{13}:(-3x)^2=\frac{36x^{13}}{9x^2}=4x^{11}$; в) $2x^3:(-2x)^3=\frac{2x^3}{-8x^3}=-\frac{1}{4}$.

1135. а) $1,5x^5 : 0,5x^4 = 3x$; б) $2,4a^7 : 0,3a^5 = 8a^2$; в) $2,1n^5 : 0,3n^3 = 7n^2$.

1136. а) $\frac{a}{x}$, $x \neq 0$; б) $\frac{m}{n^2}$, $n^2 \neq 0$, $n \neq 0$; в) $-\frac{a}{c^2}$, $c \neq 0$.

1137. а) $\frac{1}{a-3}$, $a - 3 \neq 0$, $a \neq 3$; б) $\frac{5}{2a-6}$, $2a - 6 \neq 0$, $a \neq 3$;

в) $\frac{ac^2}{x(x-3)}$, $x(x-3) \neq 0$, $x \neq 0$, $x \neq 3$.

1138. а) $\frac{a+2}{a(3-a)}$, $a(3-a) \neq 0$, $a \neq 0$, $a \neq 3$; б) $\frac{x+1}{(x-2)(x+3)}$, $(x-2)(x+3) \neq 0$, $x \neq 2$, $x \neq -3$;

в) $\frac{x+7}{(x^2-4)(x^2-9)}$, $(x^2-4)(x^2-9) \neq 0$, $(x-2)(x+2)(x-3)(x+3) \neq 0$,

$x \neq 2$, $x \neq -2$, $x \neq 3$, $x \neq -3$.

1139. а) $(3-x)^4 : (3-x)^3 = 3 - x$, якщо $x = 1,4$, то $3 - 1,4 = 1,6$;

б) $(2a-b)^5 : (2a-b)^3 = (2a-b)^2$, якщо $a = 2,3$, $b = 5$,

то $(2 \cdot 2,3 - 5)^2 = (4,6 - 5)^2 = (-0,4)^2 = 0,16$.

1140. а) $\frac{a+1,25}{a^2-0,25}$, якщо $a = 2,5$, то $\frac{2,5+1,25}{2,5^2-0,25} = \frac{3,75}{6} = 0,625$;

б) $\frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{1}{x+y}$, якщо $x = 0,63$, $y = 0,37$, то $\frac{1}{0,63+0,37} = \frac{1}{1} = 1$.

1141. а) $\frac{5a}{10} = \frac{a}{2}$; б) $\frac{3x}{x} = 3$; в) $\frac{8m}{2n} = \frac{4m}{n}$; г) $\frac{7a}{14a} = \frac{1}{2}$.

1142. а) $\frac{ax}{2a} = \frac{x}{2}$; б) $\frac{mn}{3n^2} = \frac{m}{3n}$; в) $\frac{cz^2}{2cz} = \frac{z}{2}$; г) $\frac{6a^2}{12a} = \frac{a}{2}$.

1143. а) $\frac{2a^2b}{6a^3c} = \frac{b}{3ac}$; б) $\frac{3cx^3}{9c^2x} = \frac{x^2}{3c}$; в) $\frac{8a^3z}{6a^2z^9} = \frac{4a}{3z^8}$; г) $\frac{15am^3}{25a^2m} = \frac{3m^2}{5a}$.

1144. а) $-\frac{4ax^3}{12a^2x^5} = -\frac{1}{3ax^2}$; б) $\frac{-5nz^5}{15n^2z^4} = -\frac{z}{3n}$; в) $\frac{8a^2c^3}{-12ac^3} = -\frac{2a}{3}$; г) $\frac{2a^2bc^2}{-a^2bc^3} = -\frac{2}{c}$.

1145. а) $\frac{(a+x)^2}{(a+x)^3} = \frac{1}{a+x}$; б) $\frac{(2-x)^7}{(2-x)^6} = 2 - x$; в) $\frac{(3+c)^5}{(3+c)^4} = 3 + c$; г) $\frac{(a-1)^3}{(a-1)^5} = \frac{1}{(a-1)^2}$.

1146. $\frac{2x^2+7xy-9y^2}{x^2-y^2} + \frac{9x^2-7xy-2y^2}{x^2-y^2} = \frac{2x^2+7xy-9y^2+9x^2-7xy-2y^2}{x^2-y^2} =$

$= \frac{11x^2-11y^2}{x^2-y^2} = \frac{11(x^2-y^2)}{x^2-y^2} = 11$.

1147. $\frac{x+2y}{2x-y} + \frac{2x-2y}{2x-y} + \frac{6x-3y}{2x-y} + \frac{x-2y}{2x-y} = \frac{x+2y+2x-2y+6x-3y+x-2y}{2x-y} =$

$= \frac{10x-5y}{2x-y} = 5$.

1148. $\frac{5x^2+20xy+10y^2}{3x-15y} + \frac{6x^2-30xy}{3x-15y} - \frac{10x^2-5xy+10y^2}{3x-15y} =$

$= \frac{5x^2+20xy+10y^2+6x^2-30xy-10x^2+5xy-10y^2}{3(x-5y)} =$

$= \frac{x^2-5xy}{3(x-5y)} = \frac{x(x-5y)}{3(x-5y)} = \frac{x}{3}$.

1149. Перетворимо ліву частину рівності:

а) $\frac{4a}{a-5}-\frac{20}{a-5}=\frac{4a-20}{a-5}=\frac{4(a-5)}{(a-5)}=4$.

Ліва частина дорівнює правій, доведено.

б) $\frac{x^2}{x^2+1}+\frac{2x^2}{x^2+1}+\frac{3}{x^2+1}=\frac{x^2+2x^2+3}{x^2+1}=\frac{3x^2+3}{x^2+1}=\frac{3(x^2+1)}{(x^2+1)}=3$.

Ліва частина дорівнює правій, доведено.

1150. $\frac{a^2}{a^2+1}-\frac{2a}{a^2+1}+\frac{1}{a^2+1}=\frac{a^2-2a+1}{a^2+1}=\frac{(a-1)^2}{a^2+1}$;

$a^2+1>0$, $(a-1)^2\ge 0$ при будь-яких значеннях a, тоді $\frac{(a-1)^2}{a^2+1}\ge 0$, отже, не може бути від'ємним, доведено.

1151. а) $\frac{1^{\backslash 2}}{a}=\frac{2}{2a}$ і $\frac{3}{2a}$; б) $\frac{x^{\backslash 3}}{a+x}=\frac{3x}{3(a+x)}$ і $\frac{m}{3(a+x)}$; в) $\frac{1^{\backslash 7}}{3c}=\frac{7}{21c}$ і $\frac{5^{\backslash 3}}{7c}=\frac{15}{21c}$.

1152. а) $\frac{1^{\backslash 5x^2}}{3a^2x}=\frac{5x^2}{15a^2x^3}$ і $\frac{1^{\backslash 3a}}{5ax^3}=\frac{3a}{15a^2x^3}$; б) $\frac{c^{\backslash 2az^2}}{5b^3z}=\frac{2acz^2}{10ab^3z^3}$ і $\frac{c^{2\backslash 5b^3}}{2az^3}=\frac{5b^3c^2}{10ab^3z^3}$;

в) $\frac{4^{\backslash 4a^2z^2}}{3b^4z}=\frac{16a^2z^2}{12a^2b^4z^3}$ і $\frac{5^{\backslash 3b^3}}{4a^2bz^3}=\frac{15b^3}{12a^2b^4z^3}$.

1153. а) $\frac{1}{a-x}=\frac{a-x}{(a-x)^2}$ і $\frac{1}{(a-x)^2}$; б) $\frac{m}{a-c}=\frac{m(a+c)}{(a-c)(a+c)}=\frac{m(a+c)}{a^2-c^2}$ і $\frac{n}{a^2-c^2}$;

в) $\frac{1}{x^3-1}=\frac{1}{(x-1)(x^2+x+1)}$ і $\frac{1}{x-1}=\frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)}=\frac{x^2+x+1}{x^3-1}$.

1154. а) $\frac{a}{3m}+\frac{3}{4m}=\frac{4a+9}{12m}$; б) $\frac{a-x^{\backslash 2}}{2ax}+\frac{1+x^{\backslash a}}{4x}=\frac{2a-2x+a-ax}{4ax}=\frac{3a-2x-ax}{4ax}$;

в) $\frac{1^{\backslash 2n}}{2n}+\frac{3-n}{4n^2}=\frac{2n+3-n}{4n^2}=\frac{n+3}{4n^2}$.

1155. а) $\frac{x}{5a}-\frac{1}{a}=\frac{x-5}{5a}$; б) $\frac{2^{\backslash 2}}{c}-\frac{c-2^{\backslash 3}}{2c}=\frac{4-3c+6}{6c}=\frac{10-3c}{6c}$;

в) $\frac{x^2+2}{3x}-\frac{2^{\backslash x}}{3}=\frac{x^2+2-2x}{3x}$.

1156. а) $\frac{1^{\backslash 3}}{3a}+\frac{1}{9a}=\frac{3+1}{9a}=\frac{4}{9a}$; б) $\frac{c^{\backslash 2}}{x}+\frac{5}{2x}=\frac{2c+5}{2x}$; в) $\frac{1}{5c}+\frac{4^{\backslash 5}}{c}=\frac{1+20}{5c}=\frac{21}{5c}$.

1157. а) $\frac{1^{\backslash 4}}{m}-\frac{5}{4m}=\frac{4-5}{4m}=-\frac{1}{4m}$; б) $\frac{a}{2x}-\frac{4a^{\backslash 2}}{x}=\frac{a-8a}{2x}=-\frac{7a}{2x}$; в) $\frac{1}{0,5c}-\frac{2^{\backslash 0,5}}{c}=\frac{1-1}{0,5c}=0$.

1158. а) $\frac{1^{\backslash 5z^2}}{3ax^2}+\frac{2^{\backslash 3x^2}}{5az^2}=\frac{5z^2+6x^2}{15ax^2z^2}$; б) $\frac{4m^{\backslash 5m^2}}{3p^2x}-\frac{1^{\backslash 3p^2}}{5m^2x}=\frac{20m^3-3p^2}{15m^2p^2x}$; в) $\frac{4}{a}-\frac{3}{2ac^2x}=\frac{8c^2x-3}{2ac^2x}$.

1159. а) $\frac{4a}{a-b}+\frac{2b}{a+b}-1=\frac{4a(a+b)+2b(a-b)-(a-b)(a+b)}{(a-b)(a+b)}=$

$=\frac{4a^2+4ab+2ab-2b^2-a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{3a^2+6ab-b^2}{a^2-b^2}$;

1160. $\frac{7}{(x-6)(x+1)}=\frac{m}{(x-6)}+\frac{n}{x+1}$; $\frac{m}{x-6}+\frac{n}{x+1}=\frac{m(x+1)+n(x-6)}{(x-6)(x+1)}=$

$=\frac{mx+m+nx-6n}{(x-6)(x+1)}=\frac{(m+n)x+(m-6n)}{(x-6)(x+1)}$; за умовою $\begin{cases}m+n=0,\\ m-6n=7;\end{cases}$ $\begin{cases}n=-1,\\ m=1.\end{cases}$

Відповідь: $m=1$, $n=-1$

1161. а) $\frac{5ab^2}{3x}\cdot\frac{9x^2}{10a^2}=\frac{5ab^2\cdot 9x^2}{3x\cdot 10\cdot a^2}=\frac{3xb^2}{2a}$; б) $\frac{4an^3}{5c^2x}\cdot\frac{c^3x}{8an^4}=\frac{4an^3\cdot c^3x}{5c^2x\cdot 8an^4}=\frac{c}{10n}$;

в) $\frac{7xz^3}{9ac^2}\cdot\frac{3ac}{14xz}=\frac{7xz^3\cdot 3ac}{9ac^2\cdot 14xz}=\frac{z^2}{6c}$.

1162. а) $\frac{-2x^2}{3ac}\cdot\frac{6a^2}{4x^3}=-\frac{2x^2\cdot 6a^2}{3ac\cdot 4x^3}=-\frac{a}{xc}$; б) $\frac{5an^3}{-4x}\cdot\frac{8x^3}{10an}=-\frac{5an^3\cdot 8x^3}{4x\cdot 10an}=-x^2n^2$;

в) $\frac{-ax^4}{3m^4}\cdot\frac{9m^3}{-2x^5}=\frac{ax^4\cdot 9m^3}{3m^4\cdot 2x^5}=\frac{3a}{2xm}$.

1163. а) $\frac{a+1}{x}\cdot\frac{4x^2}{a^2-1}=\frac{(a+1)\cdot 4x^2}{x(a+1)(a-1)}=\frac{4x}{a-1}$; б) $\frac{1-a}{3x}\cdot\frac{x}{1-a^2}=\frac{(1-a)x}{3x(1-a)(1+a)}=\frac{1}{3(1+a)}$;

в) $\frac{a^2-1}{c}\cdot\frac{3c}{a+1}=\frac{(a-1)(a+1)\cdot 3c}{c(a+1)}=3(a-1)$.

1164. а) $\frac{2a}{3c}\cdot\frac{6ac^2}{5m}\cdot\frac{15m^2}{4a^2}=\frac{2a\cdot 6ac^2\cdot 15m^2}{3c\cdot 5m\cdot 4a^2}=3cm$;

б) $\frac{6n^2}{7c^2}\cdot\frac{14c^3}{15n^3}\cdot\frac{5n^2}{8c^2}=\frac{6n^2\cdot 14c^3\cdot 5n^2}{7c^2\cdot 15n^3\cdot 8c^2}=\frac{nc}{4c^2}=\frac{n}{4c}$.

1165. а) $\frac{a^2-ax}{c^2-cx}\cdot\frac{cx-x^2}{a}=\frac{a(a-x)\cdot x(c-x)}{c(c-x)\cdot a}=\frac{x(a-x)}{c}$;

б) $\frac{a^3+a^2}{c^3-c^2}\cdot\frac{ac-a}{ax+x}=\frac{a^2(a+1)\cdot a(c-1)}{c^2(c-1)\cdot x(a+1)}=\frac{a^3}{c^2x}$.

1166. а) $\frac{2ax}{3c^2}:\frac{4ax^2}{9c^3}=\frac{2ax\cdot 9c^3}{3c^2\cdot 4ax^2}=\frac{3c}{2x}$; б) $\frac{a^3c^2}{5xy}:\frac{2a^2c^3}{3x^2y}=\frac{a^3c^2\cdot 3x^2y}{5xy\cdot 2a^2c^3}=\frac{3ax}{10c}$;

в) $\frac{12mn^3}{5ac^2}:\frac{3mn^2}{10a^2}=\frac{12mn^3\cdot 10a^2}{5ac^2\cdot 3mn^2}=\frac{8n}{c^2}$.

1167. а) $\frac{1,5a}{2x^2}:\frac{3a^2}{4x^3}=\frac{1,5a\cdot 4x^3}{2x^2\cdot 3a^2}=\frac{x}{a}$; б) $-\frac{2ac^2}{3mn}:\frac{4a^2}{15m^3}=-\frac{2ac^2\cdot 15m^3}{3mn\cdot 4a^2}=-\frac{5m^2c^2}{2an}$;

в) $-\frac{4nx}{3ac}:\left(-\frac{4x^2}{9c^2}\right)=\frac{4nx\cdot 9c^2}{3ac\cdot 4x^2}=\frac{3cn}{ax}$.

1168. а) $\frac{a^2-x^2}{a^3-x^3}:\frac{a+x}{a^2-x^2}=\frac{(a-x)(a+x)\cdot(a-x)(a+x)}{(a-x)(a^2+ax+x^2)\cdot(a+x)}=\frac{a^2-x^2}{a^2+ax+x^2}$;

б) $\frac{2a+2n}{3a-3n}:\frac{6a+6n}{5a-5n}=\frac{2(a+n)\cdot 5(a-n)}{3(a-n)\cdot 6(a+n)}=\frac{5}{9}$.

1169. а) $\frac{a^2b-4b^3}{3ab^2}\cdot\frac{a^2b}{a^2-2ab}=\frac{b(a-2b)(a+2b)\cdot a^2b}{3ab^2(a-2b)\cdot a}=\frac{a+2b}{3}$;

б) $\frac{4p^2-9q^2}{p^2q^2}:\frac{2ap+3aq}{2pq}=\frac{(2p-3q)(2p+3q)\cdot 2pq}{p^2q^2\cdot a(2p+3q)}=\frac{2(2p-3q)}{apq}$.

1170. а) $\frac{a^2-b^2}{a^2}\cdot\frac{a^4}{(a+b)^2}=\frac{(a-b)(a+b)\cdot a^4}{a^2(a+b)^2}=\frac{a^2(a-b)}{a+b}$;

б) $\frac{a^2-25}{a^2-3a}:\frac{a^2+5a}{a^2-9}=\frac{(a-5)(a+5)\cdot(a-3)(a+3)}{a(a-3)\cdot a(a+5)}=\frac{(a-5)(a+3)}{a^2}=\frac{a^2-2a-15}{a^2}$.

1171. а) $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}\cdot\frac{3a+3b}{4a-4b}=\frac{(a-b)(a+b)\cdot 3(a+b)}{(a+b)^2\cdot 4(a-b)}=\frac{3}{4}$;

б) $\frac{5-5a}{1+a^2}:\frac{10-10a^2}{3+3a}=\frac{5(1-a)\cdot 3(1+a)}{(1+a)^2\cdot 10(1-a)(1+a)}=\frac{3}{2(1+a)^2}$.

1172. а) $\left(\frac{a}{4b}-\frac{b}{4a}\right)\left(\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}-1\right)=\frac{a^2-b^2}{4ab}\cdot\frac{a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2}{(a-b)^2}=$

$=\frac{(a-b)(a+b)\cdot 4ab}{4ab\cdot(a-b)^2}=\frac{a+b}{a-b}$;

б) $\left(\frac{a^2b^{-3}}{6c}\right)^3:\left(\frac{a^3b^5}{9c}\right)^{-2}=\frac{a^6b^9\cdot 9^{-2}c^{-2}}{6^{-3}c^{-3}\cdot a^6\cdot b^{10}}=\frac{6^3c^3}{9^2c^2b}=\frac{2^3\cdot 3^3\cdot c}{3^2\cdot 3^2b}=\frac{8c}{3b}$.

1173. а) $\frac{m^3-mn^2}{m^2+n^2}\cdot\left(\frac{n^{\backslash m+n}}{m^3-m^2n+mn^2}+\frac{m-2n^{\backslash m}}{m^3+n^3}\right)=\frac{m(m^2-n^2)}{m^2+n^2}\cdot\frac{mn+n^2+m^2-2mn}{m(m^2-mn+n^2)\cdot(m+n)}=$

$=\frac{m(m-n)(m+n)(m^2-mn+n^2)}{(m^2+n^2)\cdot m(m^2-mn+n^2)(m+n)}=\frac{m-n}{m^2+n^2}$.

1174. а) $\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=5\sqrt{2}$; б) $\sqrt{300}=\sqrt{100\cdot 3}=10\sqrt{3}$; в) $\sqrt{405}=\sqrt{81\cdot 5}=9\sqrt{5}$.

1175. а) $\sqrt{1960}=\sqrt{196\cdot 10}=14\sqrt{10}$; б) $\sqrt{2890}=\sqrt{289\cdot 10}=17\sqrt{10}$;

в) $\sqrt{1083}=\sqrt{361\cdot 3}=19\sqrt{3}$.

1176. а) $5\sqrt{10}=\sqrt{25\cdot 10}=\sqrt{250}$; б) $8\sqrt{5}=\sqrt{64\cdot 5}=\sqrt{320}$;

в) $10\sqrt{13}=\sqrt{100\cdot 13}=\sqrt{1300}$; г) $30\sqrt{11}=\sqrt{900\cdot 11}=\sqrt{9900}$.

1177. а) $\sqrt{64\cdot 900}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{900}=8\cdot 30=240$; б) $\sqrt{25\cdot 196}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{196}=5\cdot 14=70$;

в) $\sqrt{49\cdot 676}=\sqrt{49}\cdot\sqrt{676}=7\cdot 26=182$.

1178. а) $\sqrt{0,01\cdot 121}=\sqrt{0,01}\cdot\sqrt{121}=0,1\cdot 11=1,1$;

б) $\sqrt{0,04\cdot 169}=\sqrt{0,04}\cdot\sqrt{169}=0,2\cdot 13=2,6$;

в) $\sqrt{0,09\cdot 441}=\sqrt{0,09}\cdot\sqrt{441}=0,3\cdot 21=6,3$.

1179. а) $\sqrt{10\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{169}{16}}=\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$; б) $\sqrt{10\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{256}{25}}=\frac{16}{5}=3\frac{1}{5}$;

в) $\sqrt{31\frac{93}{121}}=\sqrt{\frac{3844}{121}}=\frac{62}{11}=5\frac{7}{11}$.

1180. а) $\sqrt{6\cdot 10\cdot 15}=\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5^2}=2\cdot 3\cdot 5=30$; б) $\sqrt{15\cdot 21\cdot 35}=\sqrt{5^2\cdot 3^2\cdot 7^2}=5\cdot 3\cdot 7=105$;

в) $\sqrt{20\cdot 28\cdot 35}=\sqrt{4^2\cdot 5^2\cdot 7^2}=4\cdot 5\cdot 7=140$.

1181. а) $\sqrt{\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{15}\cdot\frac{10}{49}}=\sqrt{\frac{1\cdot 4\cdot 10}{6\cdot 15\cdot 49}}=\sqrt{\frac{4}{9\cdot 49}}=\frac{2}{3\cdot 7}=\frac{2}{21}$;

б) $\sqrt{\frac{3}{5}\cdot\frac{7}{36}\cdot\frac{35}{27}}=\sqrt{\frac{3\cdot 7\cdot 35^{7}}{5\cdot 36\cdot 27_{9}}}=\frac{7}{6\cdot 3}=\frac{7}{18}$;

в) $\sqrt{1\frac{1}{5}\cdot 2\frac{7}{10}} = \sqrt{\frac{6}{5}\cdot\frac{27}{10}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$.

1182. а) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt{150} = \sqrt{2\cdot 12\cdot 150} = \sqrt{2^2\cdot 4\cdot 3^2\cdot 5^2} = 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5 = 60$;

б) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{60} = \sqrt{6\cdot 10\cdot 60} = \sqrt{60^2} = 60$.

1183. а) $\sqrt{44,1}\cdot\sqrt{12,1} = \sqrt{44,1\cdot 12,1} = \sqrt{441\cdot 121\cdot 0,01} = 21\cdot 11\cdot 0,1 = 23,1$;

б) $\sqrt{28,9}\cdot\sqrt{32,4} = \sqrt{28,9\cdot 32,4} = \sqrt{289\cdot 324\cdot 0,01} = 17\cdot 18\cdot 0,1 = 30,6$.

1184. а) $\sqrt{\frac{12}{25}}\cdot\sqrt{\frac{80}{135}} = \sqrt{\frac{12\cdot 80}{25\cdot 135}} = \sqrt{\frac{4\cdot 16}{25\cdot 9}} = \frac{2\cdot 4}{5\cdot 3} = \frac{8}{15}$;

б) $\sqrt{8\frac{1}{9}}\cdot\sqrt{1\frac{8}{73}} = \sqrt{\frac{73\cdot 81}{9\cdot 73}} = \sqrt{9} = 3$.

1185. а) $(\sqrt{3}-2)^2 + 4\sqrt{3} = 3 - 4\sqrt{3} + 4 + 4\sqrt{3} = 7$;

б) $(3+\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{5} = 9 + 6\sqrt{5} + 5 - 6\sqrt{5} = 14$.

1186. а) $(\sqrt{17}-\sqrt{2})(\sqrt{17}+\sqrt{2}) = 17 - 2 = 15$;

б) $(\sqrt{23}-\sqrt{19})(\sqrt{19}+\sqrt{23}) = 23 - 19 = 4$.

1187. а) $(2\sqrt{7}-1)(2\sqrt{7}+1) = 4\cdot 7 - 1 = 28 - 1 = 27$;

б) $(3\sqrt{11}-2\sqrt{7})(3\sqrt{11}+2\sqrt{7}) = 99 - 28 = 71$.

1188. а) $8 - (\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 = 8 - (5 - 2\sqrt{15} + 3) = 8 - 8 + 2\sqrt{15} = 2\sqrt{15}$;

б) $10 - (\sqrt{7}+\sqrt{3})^2 = 10 - (7 + 2\sqrt{21} + 3) = 10 - 10 - 2\sqrt{21} = -2\sqrt{21}$.

1189. а) $(\sqrt{6}+\sqrt{3}) : \sqrt{3} = \sqrt{2} + 1$; б) $(\sqrt{15}-\sqrt{5}) : \sqrt{5} = \sqrt{3} - 1$.

1190. а) $(7-5) : (\sqrt{7}-\sqrt{5}) = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \sqrt{7}+\sqrt{5}$;

б) $(13-7) : (\sqrt{13}-\sqrt{7}) = \frac{(\sqrt{13}-\sqrt{7})(\sqrt{13}+\sqrt{7})}{(\sqrt{13}+\sqrt{7})} = \sqrt{13}-\sqrt{7}$.

1191. а) $\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}$; $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}+1$;

б) $\frac{\sqrt{10}-5}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}-\sqrt{5}$.

1192. а) $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$; $\frac{10}{3\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{3\cdot 5} = \frac{2}{3}\sqrt{5}$;

б) $\frac{a}{5-\sqrt{7}} = \frac{a(5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7})} = \frac{a(5+\sqrt{7})}{25-7} = \frac{a(5+\sqrt{7})}{18}$;

в) $\frac{c}{2+\sqrt{15}} = \frac{c(2-\sqrt{15})}{(2+\sqrt{15})(2-\sqrt{15})} = \frac{c(2-\sqrt{15})}{4-15} = -\frac{c(2-\sqrt{15})}{11}$.

1193. а) $x^2 + 3x + 2 = 0$; $x_1 + x_2 = 3$; $x_1\cdot x_2 = 2$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1$;

б) $x^2 - 8x - 20 = 0$; $x_1 + x_2 = 8$; $x_1 \times x_2 = -20$; $x_1 = 10$; $x_2 = -2$;

в) $4z^2 + z - 3 = 0$; $z = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{8} = \frac{-1 \pm 7}{8}$; $z_1 = -1$; $z_2 = \frac{3}{4}$;

г) $3y^2 - 2y - 8 = 0$; $y = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{3} = \frac{1 \pm 5}{3}$; $y_1 = 2$; $y_2 = -1\frac{1}{3}$;

ґ) $0{,}25x^2 - 2x + 3 = 0$; $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 0{,}75}}{0{,}25} = \frac{1 \pm 0{,}5}{0{,}25}$; $x_1 = \frac{1{,}5}{0{,}25} = 6$; $x_2 = \frac{0{,}5}{0{,}25} = 2$;

д) $2z^2 - 3z + 0{,}75 = 0$; $z = \frac{3 \pm \sqrt{9-6}}{4}$; $z_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4}$; $z_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4}$.

Відповідь: а) 1; 2; б) −2; 10; в) −1; 0,75; г) 2; $-1\frac{1}{3}$; ґ) 6; 2; д) $\frac{3 \pm \sqrt{3}}{4}$.

1194. а) $x^2 - 7x + 10 = (x-2)(x-5)$; б) $x^2 - 9x + 18 = (x-6)(x-3)$;
в) $y^2 - 2y - 35 = (y-7)(y+5)$; г) $y^2 - 4y - 60 = (y-10)(y+6)$;
ґ) $a^2 - a - 56 = (a+7)(a-8)$; д) $c^2 - 5c - 24 = (c-8)(c+3)$.

1195. а) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+4x+3} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$; б) $\frac{z^2+z-6}{z^2-2z-15} = \frac{(z+3)(z-2)}{(z-5)(z+3)} = \frac{z-2}{z-5}$;

в) $\frac{a^2-5a+6}{a^2+3a-10} = \frac{(a-3)(a-2)}{(a+5)(a-2)} = \frac{a-3}{a+5}$.

1196. а) $x_1 = 3$; $x_2 = 1$; $x_1 + x_2 = 4$; $x_1 \cdot x_2 = 3$; $x^2 - 4x + 3 = 0$;
б) $x_1 = -2$; $x_2 = 7$; $x_1 + x_2 = 5$; $x_1 \cdot x_2 = -14$; $x^2 - 5x - 14 = 0$;
в) $x_1 = 3$; $x_2 = \frac{2}{3}$; $x_1 + x_2 = 3\frac{2}{3}$; $x_1 \cdot x_2 = 2$; $x^2 - 3\frac{2}{3}x + 2 = 0$;
г) $x_1 = \sqrt{2} - 1$; $x_2 = \sqrt{2} + 1$; $x_1 + x_2 = 2\sqrt{2}$; $x_1 \cdot x_2 = 1$; $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

1197. а) $\frac{x-1}{x+5} + \frac{x-1}{x-5} = 2$; $\frac{(x-1)(x-5)+(x-1)(x+5)}{(x+5)(x-5)} = 2$; $\frac{(x-1)(x-\cancel{5}+x+\cancel{5})}{(x+5)(x-5)} = 2$;
$\frac{(x-1)\cdot 2x}{(x+5)(x-5)} = 2$; $x \neq 5$, $x \neq -5$; $2x(x-1) = 2(x^2-25)$; $x(x-1) = x^2 - 25$;
$\cancel{x^2} - x - \cancel{x^2} = -25$; $x = 25$;

б) $\frac{2x-1}{x+2} = \frac{1-2x}{x-2} + 4$; $\frac{2x-1}{x+2} + \frac{2x-1}{x-2} = 4$; $(2x-1)\left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}\right) = 4$;
$(2x-1)\left(\frac{x-\cancel{2}+x+\cancel{2}}{x^2-4}\right) = 4$; $(2x-1)\cdot 2x = 4(x^2-4)$;
$x \neq 2$, $x \neq -2$; $4x^2 - 2x = 4x^2 - 16$; $2x = 16$; $x = 8$;

в) $\frac{x-1}{x+4} - 2 = \frac{1-x}{x-4}$; $\frac{x-1}{x+4} + \frac{x-1}{x-4} = 2$; $(x-1)\left(\frac{x-4+x+4}{(x-4)(x+4)}\right) = 2$;
$x \neq 4$, $x \neq -4$; $2x(x-1) = 2(x^2-16)$; $2x^2 - 2x = 2x^2 - 32$; $2x = 32$; $x = 16$;

г) $\frac{2x-1}{2x+4} = \frac{1-2x}{2x-4} + 2$; $\frac{2x-1}{2x+4} + \frac{2x-1}{2x-4} = 2$; $(2x-1)\left(\frac{2x-4+2x+4}{4x^2-16}\right) = 2$;
$x \neq 2$, $x \neq -2$, то $4x(2x-1) = 2(4x^2-16)$; $8x^2 - 4x = 8x^2 - 32$; $-4x = -32$; $x = 8$.
Відповідь: а) 25; б) 8; в) 16; г) 8.

1198. а) $\frac{2x+2}{x^2-4} - \frac{x^2+2x+4}{x^3+2x^2+4x+8} = \frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8}$;

$\frac{2x+2}{(x-2)(x+2)} - \frac{x^2+2x+4}{(x^2+4)(x+2)} - \frac{x^2-2x+4}{(x^2+4)(x-2)} = 0$;

$$\frac{(2x+2)(x^2+4)-(x^2+2x+4)(x-2)-(x+2)(x^2-2x+4)}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}=0;$$

$$\frac{2x^3+8x+2x^2+8-x^3+8-x^3-8}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}=0;\quad \frac{2x^2-8x+8}{(x-2)(x+2)(x^2+4)}=0;$$

$\begin{cases}x^2+4x+4=0,\\(x-2)(x+2)(x^2+4)\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2,\\x\neq 2,\ x\neq -2.\end{cases}$ *Відповідь:* коренів немає.

б) $\frac{x+10}{x^2+x-10}-\frac{x+10}{x^2-x-10}=\frac{50}{x^4-21x^2+100};$

$$\frac{(x+10)(x^2-x-10)-(x+10)(x^2+x-10)}{(x^2-x+10)(x^2-x-10)}=\frac{50}{x^4-21x^2+100};$$

$$\frac{x^3-x^2-10x+10x^2-10x-100-x^3-x^2+10x-10x^2-10x+100}{(x^2-10)^2-x^2}=$$

$$=\frac{50}{x^4-21x^2+100};\quad \frac{-2x^2-20x}{x^4-20x^2+100-x^2}=\frac{50}{x^4-21x^2+100};$$

$\begin{cases}2x^2+20x+50=0,\\x^4-21x^2+100\neq 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+10x+25=0,\ x=-5,\\625-525+100\neq 0.\end{cases}$ *Відповідь:* –5.

1199. а) $x^4-5x^2+4=0$; $x^2=t$, $t\geq 0$; $t^2-5t+4=0$; $t_1=4$; $t_2=1$; $x^2=4$; $x^2=1$; $x=\pm 2$; $x=\pm 1$. *Відповідь:* –2; –1; 2; 1.

б) $x^4-10x^2+9=0$; $x^2=t$, $t\geq 0$; $t^2-10t+9=0$; $t_1=1$; $t_2=9$; $x^2=1$; $x^2=9$; $x_{1,2}\pm 1$; $x_{3,4}=\pm 3$. *Відповідь:* 1; –1; 3; –3.

1200. а) $3x^4-2x^2-40=0$; $x^2=t$, $t\geq 0$; $3t^2-2t-40=0$; $t=\frac{1\pm\sqrt{1+120}}{3}=\frac{1\pm 11}{3}$; $t_1=4$; $t_2=-\frac{10}{3}<0$; $x^2=4$; $x=\pm 2$. *Відповідь:* 2; –2.

б) $5y^4+7y^2-12=0$; y^2-t, $t\geq 0$; $5t^2+7t-12=0$; $t=\frac{-7\pm\sqrt{49+240}}{10}=\frac{-7\pm 17}{10}$; $t_1=1$; $t_2=-\frac{24}{10}<0$; $y^2=1$; $y=\pm 1$. *Відповідь:* –1; 1.

1201. а) $x^6-9x^3+8=0$; $x^3=t$; $t^2-9t+8=0$; $t_1=8$; $t_2=1$; $x^3=8$; $x^3=1$; $x_1=2$; $x_2=1$. *Відповідь:* 2; 1.

б) $z^6-19z^3-216=0$; $z^3=t$; $t^2-19t-216=0$; $t_1=27$; $t_2=-8$; $z^3=27$; $z_3=-8$; $z_1=3$; $z_2=-2$. *Відповідь:* –2; 3.

1202. а) $x-6\sqrt{x}+5=0$; $\sqrt{x}=t$, $t\geq 0$; $t^2-6t+5=0$; $t_1=5$; $t_2=1$; $\sqrt{x}=5$; $\sqrt{x}=1$; $x_1=25$; $x_2=1$. *Відповідь:* 25; 1.

б) $2x-3\sqrt{x}-9=0$; $\sqrt{x}=t$, $t\geq 0$; $2t^2-3t-9=0$; $t=\frac{3\pm\sqrt{9+72}}{4}=\frac{3\pm 9}{4}$; $t_1=3$; $t_2=-\frac{6}{4}<0$; $\sqrt{x}=3$; $x=9$. *Відповідь:* 9.

1203. а) $(x^2-x)^2-11(x^2-x)+18=0$; $x^2-x=t$; $t^2-11t+18=0$; $t_1=9$; $t_2=2$; $x^2-x=9$; $x^2-x-9=0$; $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{1+36}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{37}}{2}$; або $x^2-x=2$; $x^2-x-2=0$; $x_3=2$; $x_4=-1$. *Відповідь:* 2; –1; $\frac{1\pm\sqrt{37}}{2}$.

б) $\left(\sqrt{x}-2\right)^2-6\left(\sqrt{x}-2\right)+8=0$; $\sqrt{x}-2=t$; $t^2-6t+8=0$; $t_1=4$; $t_2=2$; $\sqrt{x}-2=4$; $\sqrt{x}=6$; $x_1=36$; або $\sqrt{x}-2=2$; $\sqrt{x}=4$; $x_2=16$. *Відповідь:* 16; 36.

1204. а) $x+2-13\sqrt{x+2}+42=0$; $\sqrt{x+2}=t$, $t\geq 0$; $t^2-13t+42=0$; $t_1=6$; $t_2=7$;

$\sqrt{x+2}=6;\ x+2=36;\ x_1=34;$ або $\sqrt{x+2}=7;\ x+2=49;\ x_2=47.$
Відповідь: 34; 47.

б) $x-3+4\sqrt{x-3}-12=0;\ \sqrt{x-3}=t,\ t\geq 0;\ t^2+4t-12=0;\ t_1=-6;\ t_2=2;$

$t_1<0;\ \sqrt{x-3}=2;\ x-3=4;\ x=7.$ *Відповідь:* 7.

1205. а) $(2x-1)^4-(2x-1)^2-12=0;\ (2x-1)^2=t.\ t\geq 0;\ t^2-t-12=0;$
$t_1=4;\ t_2=-3<0;\ (2x-1)^2=4;$
$2x-1=2;\ 2x=3;\ x_1=1{,}5;$ або $2x-1=-2;\ 2x=-1;\ x_2=-0{,}5.$
Відповідь: 1,5; –0,5.

б) $(x+3)^2-13+\frac{36}{(x+3)^2}=0;\ (x+3)^2=t,\ t\geq 0,\ x\neq -3;\ t-13+\frac{36}{t}=0,\ t\neq 0;$
$t^2-13t+36=0;\ t_1=9;\ t_2=4;$
$(x+3)^2=9;$ або $(x+3)^2=4;$
$x+3=3;$ або $x+3=-3;$ $x+3=2;$ або $x+3=-2;$
$x_1=0;$ $x_2=-6;$ $x_3=-1;$ $x_4=-5.$
Відповідь: 0; –6; –1; –5.

1206. а) $\sqrt{x}+9=11;\ \sqrt{x}=2;\ x=4;$ б) $12-\sqrt{x}=0;\ \sqrt{x}=12;\ x=144.$
Відповідь: а) 4; б) 144.

1207. а) $3+\sqrt{x-2}=7;\ \sqrt{x-2}=4;\ x-2=16;\ x=18;$
б) $\sqrt{x^2-2x+1}=3;\ |x-1|=3;\ x-1=3$ або $x-1=-3;\ x_1=4,\ x_2=-2.$
Відповідь: а) 18; б) 4; –2.

1208. а) $\begin{cases}2x^2-y=2,\\ x-y=1;\end{cases}\ \begin{cases}2x^2-x=1,\\ x-y=1;\end{cases}\ \begin{cases}2x^2-x-1=0,\\ y=x-1;\end{cases}\ x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{4}=\frac{1\pm 3}{4};$

$\begin{cases}x_1=1,\\ y_1=0\end{cases}$ або $\begin{cases}x_2=-0{,}5,\\ y_2=-1{,}5.\end{cases}$ *Відповідь:* (1; 0) і (–0,5; –1,5).

б) $\begin{cases}x+y=8,\\ x^2+y^2=40;\end{cases}\ \begin{cases}x=8-y,\\ (8-y)^2+y^2=40;\end{cases}\ 64-16y+y^2+y^2-40=0;$

$2y^2-16y+24=0;\ y^2-8y+12=0;\ \begin{cases}y_1=6,\\ x_1=2;\end{cases}\ \begin{cases}y_2=2,\\ x_2=6.\end{cases}$ *Відповідь:* (2; 6) і (6; 2).

в) $\begin{cases}x^2-y=14,\\ y+2=x;\end{cases}\ \begin{cases}x^2+2=14+x,\\ y+2=x;\end{cases}\ \begin{cases}x^2-x-12=0,\\ y=x-2;\end{cases}\ \begin{cases}x_1=4,\\ y_1=2;\end{cases}\ \begin{cases}x_2=-3,\\ y_2=-5.\end{cases}$

Відповідь: (4; 2) і (–3; –5).

1209. а) $\frac{203\,203\,203}{405\,405\,405}=\frac{203\cdot 1\,001\,001}{405\cdot 1\,001\,001}=\frac{203}{405};$

б) $\frac{342+127\cdot 341}{342\cdot 127+215}=\frac{342+127\cdot 341}{(341+1)\cdot 127+215}=\frac{342+127\cdot 341}{341\cdot 127+127+215}=$

$=\frac{342+127\cdot 341}{341\cdot 127+342}=1;$

в) $\frac{999\,999}{1\,002\,001}=\frac{1001\cdot 999}{1001\cdot 1001}=\frac{999}{1001}.$

1210. а) $\frac{35+17}{35+18}>\frac{35^2+17^2}{35^2+18^2};$

$\frac{35+17}{35+18}-\frac{35^2+17^2}{35^2+18^2}=\frac{(35+17)(35^2+18^2)-(35^2+17^2)(35+18)}{(35+17)(35^2+17^2)}>0;$

б) $\frac{10^9+1}{10^{10}+1} > \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$;

$$\frac{10^9+1}{10^{10}+1} - \frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} = \frac{(10^9+1)(10^{11}+1)-(10^{10}+1)(10^{10}+1)}{(10^{10}+1)(10^{11}+1)} > 0.$$

1211. Перетворимо праву частину рівності:

$$\frac{a^3+b^3}{a^3+(a-b)^3} = \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a+a-b)(a^2-a(a-b)+(a-b)^2)} =$$

$$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{-b\cdot(a^2-a^2+ab+a^2-2ab+b^2)} = \frac{(a+b)(a^2-ab-b^2)}{-b\cdot(a^2-ab+b^2)} = \frac{a+b}{a-a-b} = \frac{a+b}{a-(a+b)}.$$

1212. $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{999\cdot 1000} = \frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots\frac{1}{999}-\frac{1}{1000} =$

$$= 1-\frac{1}{1000} = \frac{999}{1000} = 0{,}999.$$

1213. а) $\frac{x^4+a^2x^2+a^4}{x^3+a^3} = \frac{(x^4+2a^2x^2+a^4)-a^2x^2}{x^3+a^3} = \frac{(x^2+a^2)^2-(ax)^2}{(x+a)(x^2-ax+a^2)} =$

$$= \frac{(x^2+a^2-ax)(x^2+a^2+ax)}{(x+a)(x^2-ax+a^2)} = \frac{x^2+a^2+ax}{x+a};$$

б) $\frac{8x^4+x}{16x^6+4x^4+x^2} = \frac{x(8x^3+1)}{x^2(16x^4+4x^2+1)} = \frac{(2x+1)(4x^2-2x+1)}{x(16x^4+8x^2+1-4x^2)} =$

$$= \frac{(2x+1)(4x^2-2x+1)}{x((4x^2+1)^2-4x^2)} = \frac{(2x+1)(4x^2-2x+1)}{x(4x^2+1-2x)(4x^2+1+2x)} = \frac{2x+1}{x(4x^2+2x+1)};$$

в) $\frac{a^4+4}{a^2+2a+2} = \frac{(a^4+4a^2+4)-4a^2}{a^2+2a+2} = \frac{(a^2+2)^2-(2a)^2}{a^2+2a+2} =$

$$= \frac{(a^2+2-2a)(a^2+2+2a)}{(a^2+2a+2)} = a^2+2-2a.$$

1214. $\frac{a-b}{1+ab}+\frac{b-c}{1+bc}+\frac{c-a}{1+ca} =$

1) $\frac{a-b}{1+ab}+\frac{b-c}{1+bc} = \frac{(a-b)(1+bc)+(b-c)(1+ab)}{(1+ab)(1+bc)} =$

$$= \frac{a+abc-b-b^2c+b+ab^2-c-abc}{(1+ab)(1+bc)} = \frac{b^2(a-c)+(a-c)}{(1+ab)(1+bc)} =$$

$$= \frac{(a-c)(b^2+1)}{(1+ab)(1+bc)} = \frac{(c-a)(-b^2-1)}{(1+ab)(1+bc)};$$

2) $\frac{(c-a)(-b^2-1)}{(1+ab)(1+bc)}+\frac{(c-a)}{(1+ca)} = \frac{(c-a)}{(1+ca)}\cdot\left(\frac{(-b^2-1)(1+ca)}{(1+ab)(1+bc)}+\frac{(1+ab)(1+bc)}{(1+ab)(1+bc)}\right) =$

$$= \frac{(c-a)}{(1+ca)}\cdot\left(\frac{-b^2-b^2ca-1-ca+1+bc+ab+ab^2c}{(1+ab)(1+bc)}\right) = \frac{(c-a)}{(1+ca)}\cdot\frac{a(b-c)-b(b-c)}{(1+ab)(1+bc)} =$$

$$= \frac{(c-a)}{(1+ca)}\cdot\frac{(b-c)(a-b)}{(1+ab)(1+bc)} = \frac{(c-a)}{(1+ca)}\cdot\frac{(b-c)(a-b)}{(1+ab)(1+bc)} = \frac{c-a}{1+ca}\cdot\frac{b-c}{1+bc}\cdot\frac{a-b}{1+ab}.$$

Отже, сума виразів дорівнює добутку, доведено.

1215. $a^3 + b^3 + \left(\frac{2a^3b + b^4}{a^3 - b^3}\right)^3 = \left(\frac{a^4 + 2ab}{a^3 - b^3}\right)^3$. Перетворимо вирази:

$$a^3 + b^3 + \left(\frac{2a^3b + b^4}{a^3 - b^3}\right)^3 = \left(\frac{a^4 + 2ab^3}{a^3 - b^3}\right)^3;$$

$$\frac{a^3\left(a^3 - b^3\right)^3 + b^3\left(a^3 - b^3\right)^3 + \left(2a^3b + b^4\right)^3}{\left(a^3 - b^3\right)^3} = \frac{\left(a^4 + 2ab^3\right)^3}{\left(a^3 - b^3\right)^3};$$

$$\left(a^3 - b^3\right)^3\left(a^3 + b^3\right) + \left(2a^3b + b^4\right)^3 = \left(a^4 + 2ab^3\right)^3;$$

$$\left(a^6 - b^6\right)\left(a^3 - b^3\right)^2 + b^3\left(2a^3 + b^3\right)^3 = \left(a^4 + 2ab^3\right)^3;$$

$$a^{12} - b^{12} - 2a^3b^3\left(a^6 - b^6\right) + b^3\left(8a^9 + 12a^6b^3 + 6a^3b^6 + b^9\right) = a^{12} + 6a^9b^3 + 12a^6b^6 + 8a^3b^9;$$

$$a^{12} - b^{12} - 2a^9b^3 + 2a^3b^9 + 8a^9b^3 + 12a^6b^6 + 6a^3b^9 + b^{12} = a^{12} + 6a^9b^3 + 12a^6b^6 + 8a^3b^9;$$

$$a^{12} + 6a^9b^3 + 12a^6b^6 + 8a^3b^9 = a^{12} + 6a^9b^3 + 12a^6b^6 + 8a^3b^9.$$

Отже, ліва частина дорівнює правій, тотожність при всіх допустимих значеннях змінної, доведено.

$x^3 + y^3 + z^3 = t^3$, такі числа існують, наприклад,
$1^3 + 6^3 + 8^3 = 9^3$; $1 + 216 + 512 = 729$. *Відповідь:* так, існують.

1216. $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{5 + 2\sqrt{5} + 1} - \sqrt{5} = \sqrt{\left(\sqrt{5} + 1\right)^2} - \sqrt{5} = \left|\sqrt{5} + 1\right| - \sqrt{5} =$

$= \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 1$, є число раціональне, доведено.

1217. $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{3 + 2\sqrt{3} + 1} - \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{\left(\sqrt{3} + 1\right)^2} - \sqrt{\left(\sqrt{3} - 1\right)^2} =$

$= \left|\sqrt{3} + 1\right| - \left|\sqrt{3} - 1\right| = \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1 = 2$, $2 \in N$, доведено.

1218. $\sqrt{1156} = 34$; $\sqrt{111\,556} = 224$; $\sqrt{11\,115\,556} = 3334$.

1219. $\sqrt{2019} - \sqrt{2018} > \sqrt{2020} - \sqrt{2019}$, т ому що $\left(\sqrt{2019} - \sqrt{2018}\right)^2 > \left(\sqrt{2020} - \sqrt{2019}\right)^2$.

1220. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{9999} + \sqrt{10\,000}} =$

$= \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{3 - 4} + \ldots + \frac{\sqrt{9999} - \sqrt{10\,000}}{9999 - 10\,000} =$

$= \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{4} + \ldots + \sqrt{9999} - \sqrt{10\,000}}{-1} = \frac{1 - 100}{-1} = \frac{-99}{-1} = 99.$

Відповідь: 99.

1221. $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}}} < 3$; піднесемо до квадрату, бо ліва і права частина нерівності — додатні числа, тому:

$6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}} < 9$; $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}} < 3$; $6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}} < 9$;

$\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}} < 3$; $6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}} < 9$; $\sqrt{6 + \sqrt{6}} < 3$; $6 + \sqrt{6} < 9$; $\sqrt{6} < 3$; $\sqrt{6} < \sqrt{9}$, доведено.

1222. а) $2008x^2 + 2011x + 3 = 0$;

$$x = \frac{-2011 \pm \sqrt{2011^2 - 4 \cdot 2008 \cdot 3}}{2 \cdot 2008} = \frac{-2011 \pm \sqrt{4\,044\,121 - 24\,096}}{4016} =$$

$= \frac{-2011 \pm 2005}{4016}$; $x_1 = \frac{-4016}{4016} = -1$; $x_2 = \frac{-6}{4016} = -\frac{3}{2008}$.

б) $2010x^2 + 2008x - 2 = 0$;

$x = \frac{-2008 \pm \sqrt{2008^2 + 4 \cdot 2010 \cdot 2}}{2 \cdot 2010} = \frac{-2008 \pm \sqrt{4032064 + 16080}}{4020} =$

$= \frac{-2008 \pm 2012}{4020}$; $x_1 = \frac{-4020}{4020} = -1$; $x_2 = \frac{4}{4020} = \frac{1}{1005}$.

Відповідь: а) -1; $-\frac{3}{2008}$; б) -1; $\frac{1}{1005}$.

1223. а) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; $x^2 = t$, $t \geq 0$; $t^2 - 10t + 9 = 0$; $t_1 = 9$; $t_2 = 1$;
$x^2 = 9$; $x^2 = 1$; $x = \pm 3$; $x = \pm 1$. *Відповідь:* -3; 3; -1; 1.

б) $(x-1)^4 - 5(x-1)^2 + 4 = 0$; $(x-1)^2 = t$, $t \geq 0$; $t^2 - 5t + 4 = 0$; $t_1 = 4$; $t_2 = 1$;
$(x-1)^2 = 4$; $(x-1)^2 = 1$;
$x - 1 = 2$; $x - 1 = -2$; $x - 1 = 1$; $x - 1 = -1$;
$x_1 = 3$; $x_2 = -1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 0$.
Відповідь: 3; –1; 2; 0.

1224. а) $(x+4)(x+5)(x+7)(x+8) = 4$; $((x+4)(x+8))((x+5)(x+7)) = 4$;
$(x^2 + 12x + 32)(x^2 + 12x + 35) = 4$; $x^2 + 12x + 32 = t$; $t(t+3) = 4$; $t^2 + 3t - 4 = 0$;
$t_1 = -4$; $t_2 = 1$;
$x^2 + 12x + 32 = -4$; $x^2 + 12 + 36 = 0$; $(x+6)^2 = 0$; $x = -6$; або
$x^2 + 12x + 32 = 1$; $x^2 + 12x + 31 = 0$; $x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 31}}{1}$; $x = -6 \pm \sqrt{5}$.
Відповідь: -6; $-6 + \sqrt{5}$; $-6 - \sqrt{5}$.

б) $(x^2 - 2x - 1)^2 + (3x^2 - 6x - 13) = 0$; $x^2 - 2x - 1 = t$;
$3x^2 - 6x - 13 = 3(x^2 - 2x - 1) - 10 = 3t - 10$; $t^2 + 3t - 10 = 0$; $t_1 = -5$; $t_2 = 2$;
$x^2 - 2x - 1 = 0$; або $x^2 - 2x - 1 = 2$;
$x^2 - 2x + 4 = 0$; $x^2 - 2x - 3 = 0$;
$D = 4 - 16 < 0$; коренів немає; $x_1 = 3$; $x_2 = -1$. *Відповідь:* 3; –1.

1225. а) $2 - \sqrt{x} = \sqrt{2 - x}$; $x \geq 0$; $x \leq 2$; $4 - 4\sqrt{x} + x = 2 - x$; $2x - 4\sqrt{x} + 2 = 0$;

$x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$; $(\sqrt{x} - 1)^2 = 0$; $\sqrt{x} = 1$; $x = 1$;

б) $x^2 + \sqrt{5} = \sqrt{14 + 6\sqrt{5}}$; $x^2 + \sqrt{5} = \sqrt{9 + 6\sqrt{5} + 5}$; $x^2 + \sqrt{5} = |3 + \sqrt{5}|$;

$x^2 + \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5}$; $x^2 + \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3$; $x^2 = 3$; $x = \pm\sqrt{3}$. *Відповідь:* а) 1; б) $\pm\sqrt{3}$.

1226. $ax^2 + bx + a = 0$; $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = 1$, тому x_1 і x_2 — обернені числа.

1227. $x^2 + mx + 1 = 0$; $x_1 - x_2 = 1$.

$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 = 1; \end{cases}$ $\begin{cases} (1 + x_2) \cdot x_1 = 1, \\ x_1 = 1 + x_2; \end{cases}$

$x_2^2 + x_2 - 1 = 0$;

$x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$; $x_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$;

$x_1 = 1 + \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$;

Відповідь: $\pm\sqrt{5}$.

$x_1 + x_1 = -m$;

$1 + \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} = -m$;

$1 - 1 - \sqrt{5} = -m$; $m = \sqrt{5}$;

або

$1 + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = -m$;

$1 - 1 + \sqrt{5} = -m$; $m = -\sqrt{5}$.

1128. $x^2 - 5mx + 4m^2 = 0$; $x_1^2 + x_2^2 = 68$; $x_1 + x_2 = 5m$; $x_1 \cdot x_2 = 4m^2$;

$(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$; $(5m)^2 = 68 + 8m^2$; $25m^2 - 8m^2 = 68$; $17m^2 = 68$;

$m^2 = 4$; $m = \pm 2$. *Відповідь:* 2; –2.

1229. $x^2 - 12x + 9m^2 = 0$; $x_1 = x_2^2$; $x_1 + x_2 = 12$; $x_1 \cdot x_1 = 9m^2$;

$x_2^2 + x_2 = 12$; $x_2^2 + x_2 - 12 = 0$; $x_1 = -4$ або $x_2' = 3$; $x_1 = 16$; $x_1' = 9$;

$16 \cdot (-4) = 9m^2$; коренів немає; $3 \cdot 9 = 9m^2$; $m^2 = 9$; $m = \pm\sqrt{3}$.

Відповідь: $\pm\sqrt{3}$.

1230. $x^2 + mx + m - 2 = 0$; $x_1^2 + x_2^2$ найменша.

$x1 + x_2 = -m$; $x_1 \cdot x_2 = m - 2$; $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$;

$m^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2(m-2)$; $x_1^2 + x_2^2 = m^2 - 2(m-2)$;

$x_1^2 + x_2^2 = m^2 - 2m + 4 = (m^2 - 2m + 1) + 3 = (m-1)^2 + 3$;

якщо $m = 1$, то $x_1^2 + x_2^2$ найменше значення, яке дорівнює 3.

Відповідь: $m = 1$, $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

1231. $x^2 + px + q = 0$, якщо p, q — цілі непарні числа, то щоб корені даного рівняння були раціональними, то необхідно, щоб виконувалась рівність $p^2 - 4q = m^2$. За умовою p і q — непарні, тому один з коренів парний, другий — непарний. Якщо $D = m^2$ — парний, то обидва корені непарні, тому m^2 — ціле непарне число. Але p^2 — непарне, q — непарне, тому $p^2 - q$ — парне, протиріччя. Тому не існує раціональних коренів у даного рівняння.

1232. Нехай швидкість течії річки x км/год, тоді швидкість катера $(15 + x)$ км/год. Час руху плота $\frac{36}{x}$ год, а катера — $\frac{36}{15+x}$ год. Різниця у часі руху складає $\left(\frac{36}{x} - \frac{36}{15+x}\right)$ год, за умовою це дорівнює 10 год.

$\frac{36}{x} - \frac{36}{15+x} = 10$; $\frac{18}{x} - \frac{18}{15+x} - 5 = 0$; $18(15+x) - 18x - 5x(15+x) = 0$;

$270 + 18x - 18x - 75x - 5x^2 = 0$; $5x^2 + 75x - 270 = 0$; $x^2 + 15x - 54 = 0$; $x_1 = 3$;

$x_2 = -18 < 0$. *Відповідь:* 3 км/год — швидкість течії.

1233. Нехай швидкість човна x км/год, а y км/год — швидкість течії. Відстань між пристанями $5(x + y)$ км або $6(x - y)$ км, тому $5x + 5y = 6x - 6y$; $x = 11y$. Час руху плота $\frac{22}{x}$ год, тоді човен пройшов після зупинки $6 \cdot (11y - y) - 22 = 60y - 22$ (км), отже, час руху човна складає $5 + 1 + \frac{60y - 22}{10y}$ (год). Рівняння: $\frac{22}{y} = 6 + \frac{60y - 22}{10y}$; $\frac{220 + 60y - 22}{10y} = 6$,

$y \neq 0$; $242 - 60y = 60y$; $120y = 242$; $y = \frac{121}{60}$;

1) $60 \cdot \frac{121}{60} = 121$ (км) — відстань між пристанями. *Відповідь:* 121 км.

1234. Нехай x км/год — швидкість юнака, а y км/год — швидкість течії. Відстань, яку проплив юнак проти течії $\frac{1}{3}(x - y)$ км. Фляга плила $\frac{2}{y}$ год,

а юнак — $\frac{1}{3}+\frac{\frac{1}{3}(x-y)+2}{x+y}$ (год). Час руху однаковий. $\frac{1}{3}+\frac{(x-y)+6}{3(x+y)}=\frac{2}{y}$;

$\frac{x+y+x-y+6}{3(x+y)}=\frac{2}{y}$, $y\neq 0$, $x\neq -y$; $(2x+6)\cdot y=6\cdot(x+y)$; $2xy+6y=6x+6xy$;

$2xy=6x+6y-6y$; $2y=6$; $y=3$. *Відповідь:* 3 км/год.

1235. Нехай відстань між A і B дорівнює x км. Час руху від A до B — $\frac{x}{60}$ год, а від B до A — $\frac{x}{70}$ год.

Середня швидкість $\frac{x+x}{\frac{x}{60}+\frac{x}{70}}=\frac{2x\cdot 60\cdot 70}{70x+60x}=\frac{2x\cdot 60\cdot 70}{130x}=\frac{840}{13}\approx 64,62$ (км/год).

Відповідь: ≈64,62 км/год.

1236. При збільшенні на 5 % за рік кількість населення складає $20\ 000+20\ 000\cdot 0,05=21\ 000$ (осіб), а за другий рік $21\ 000+21\ 000\cdot 0,05=22\ 050$ (осіб). *Відповідь:* 5 %.

1237. Нехай B пройшов x бу, тоді час руху $\frac{x}{3}$ бу год, A пройшов $\left(10+\sqrt{x^2+10^2}\right)$ бу, час руху — $\frac{10+\sqrt{x^2+10^2}}{7}$ год. Час руху однаковий. Рівняння: $\frac{x}{3}=\frac{10+\sqrt{x^2+10^2}}{7}$;

$7x=30+3\sqrt{x^2+100}$; $49x^2-420x+900=9x^2+900$; $40x^2-420x=0$;

$x(40x-420)=0$; $x_1=0$; $x_2=\frac{420}{40}=\frac{21}{2}=10,5$ (бу);

1) $10+\sqrt{\left(10\frac{1}{2}\right)^2+100}=10+\sqrt{\frac{21^2+400}{2^2}}=10+\frac{\sqrt{841}}{2}=10+\frac{29}{2}=$

$=10+14,5=24,5$ (бу). *Відповідь:* 10,5 бу і 24,5 бу.

1238. Нехай кінь коштував x пістолів, тоді втратив $(x-24)$ пістолів, відсоток втрати складає $\frac{x-24}{x}\cdot 100\,\%$. За умовою це дорівнює x.

Рівняння: $\frac{x-24}{x}\cdot 100=x$, $x\neq 0$; $100x-2400=x^2$; $x^2-100x+2400=0$;

$x_1=60$ або $x_2=40$. *Відповідь:* 60 пістолів або 40 пістолів.

1239. Нехай шукане число x, тоді $\frac{x^4}{0,5x}+14\frac{1}{4}=100$; $2x^3+\frac{57}{4}=100$;

$2x^3=100-\frac{57}{4}$; $x^3=50-\frac{57}{8}$; $x^3=\frac{343}{8}$; $x=\frac{7}{2}$; $x=3,5$. *Відповідь:* 3,5.

1240. а) $14\cdot\frac{1}{x^2}+2\cdot\frac{1}{x}=1\frac{1}{4}$. Заміна: $\frac{1}{x}=t$; $14t^2+2t-\frac{5}{4}=0$;

$56t^2+8t-5=0$; $t=\frac{-4\pm\sqrt{16+280}}{56}=\frac{-2\pm\sqrt{74}}{28}$;

$x_1=\frac{1}{\frac{-2+\sqrt{74}}{28}}=\frac{28}{-2+\sqrt{74}}=\frac{28\left(\sqrt{74}+2\right)}{74-4}=0,4\left(\sqrt{74}+2\right)$;

$x_2=\frac{1\cdot 28}{-2-\sqrt{74}}=-\frac{28\left(2-\sqrt{74}\right)}{\left(2+\sqrt{74}\right)\left(2-\sqrt{74}\right)}=0,4\left(\sqrt{74}-2\right)$.

б) $x^4 - 2x^2 - 400x = 9999$;
$(x^4 - 11x^3) + (11x^3 - 121x^2) + (119x^2 - 1309x) + 909x - 9999 = 0$;
$x^3(x - 11) + 11x^2(x - 11) + 119x(x - 11) + 909(x - 11) = 0$;
$(x - 11)(x^3 + 11x^2 + 119x + 909) = 0$; $(x - 11)((x^3 - 9x^2) + (2x^2 + 18x) + (101x + 909)) = 0$;
$(x - 11)(x^2(x + 9) + 2x(x + 9) + 101(x + 9)) = 0$; $(x - 11)(x + 9)(x^2 + 2x + 101) = 0$;
$x - 11 = 0$; або $x + 9 = 0$; або $x^2 + 2x + 101 = 0$;
$x_1 = 11$; $x_2 = -9$; коренів немає.
Відповідь: 11, -9.

в) $y^3 - 9y^2 + 26y - 24 = 0$; $(y^3 - 4y^2) - (5y^2 - 20y) + (6y - 24) = 0$;
$y^2(y - 4) - 5y(y - 4) + 6(y - 4) = 0$; $(y - 4)(y^2 - 5y + 6) = 0$; $(y - 4)(y - 2)(y - 3) = 0$;
$y - 4 = 0$; або $y - 2 = 0$; або $y - 3 = 0$;
$y_1 = 4$; $y_2 = 2$; $y_3 = 3$.
Відповідь: 4; 2; 3.

1241. Якщо a — десятки, b — одиниці, то число $(10a + b)$. Якщо між цифрами вписати число, на одиницю менше від нього, то отримаємо число: $1000a + 100a + 10(b - 1) + b = 1100a + 10b - 10 + b$. За умовою нове число більше першого в 91 раз. Рівняння: $(10a + b) \cdot 91 = 1100a + 11b - 10$; $910a + 91b = 1100a + 11b - 10$; $91b - 11b = 1100a - 910a - 10$; $80b = 190a - 10$;

$8b = 19a - 1$; $b = \dfrac{19a - 1}{8}$, отже, може бути тільки непарне число.

Якщо $a = 1$, то $b = \dfrac{18}{8} \notin N$; якщо $a = 3$, то $b = 7$; якщо $a = 5$, то $b = \dfrac{94}{8} \notin N$;

якщо $a = 7$, то $b = 16{,}5 \notin N$; якщо $a = 9$, то $b = 21{,}25$. *Відповідь:* 37.

1242. Нехай число має десятків a, одиниць b, тоді число дорівнює $10a + b$; число, записане тими самими цифрами у зворотному порядку — $10b + a$.

Відношення $\dfrac{10a + b}{10b + a}$ дорівнює $0{,}375 = \dfrac{3}{8}$. Рівняння: $\dfrac{10a + b}{10b + a} = \dfrac{3}{7}$;

$8(10a + b) = 3(10b + a)$; $80a + 8b = 30b + 3a$; $77a = 22b$; $7a = 2b$; $b = \dfrac{7a}{2}$,

отже, a — парна цифра. Якщо $a = 2$, то $b = 7$; якщо $a = 4$, то $b = 14$, це не цифра, а число. *Відповідь:* 27.

1243. Нехай числа a і b, тоді $a + b$ 667, а $\dfrac{\text{НСК}(a, b)}{\text{НСД}(a, b)} = 120$;

$\text{НСК}(a; b) = 120 \cdot \text{НСД}(a; b)$; $b = 667 - a$, тоді за властивістю НСК і НСД

чисел, отримаємо: $\dfrac{ab}{\text{НСД}(a, b)} = \text{НСК}(a, b)$; $ab = 120 \cdot (\text{НСД}(a; b)^2)$.

Нехай $\text{НСД}(a; b) = x$, тоді $\begin{cases} ab = 120x^2, \\ a + b = 667; \end{cases}$ $\begin{cases} a(667 - a) = 120x^2, \\ b = 667 - a; \end{cases}$

$a^2 - 667a + 120x^2 = 0$; $a = \dfrac{667 \pm \sqrt{667^2 - 480 \cdot x^2}}{2}$, де $x \in N$.

Якщо $x = 12$, то $a = \dfrac{667 \pm 613}{2}$; $a_1 = 640$; $b_1 = 27$; $a_2 = 27$; $b_2 = 640$.
Відповідь: 640; 27.

1244. $\dfrac{1}{2003} < x < \dfrac{1}{2002}$; $\dfrac{2}{4006} < x < \dfrac{2}{4004}$, тоді $x = \dfrac{2}{4005}$.. *Відповідь:* $\dfrac{2}{4005}$.

1245. $\dfrac{21n + 4}{14n + 3}$. Нехай k — спільний дільник $(21n + 4)$ і $(14n + 3)$,
тоді $21n + 4 = km$; $14n + 3 = kp$; $m, p \in N$; $\begin{cases} 21n + 4 = km, \\ 14n + 3 = kp; \end{cases} \begin{vmatrix} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{vmatrix}$ $\begin{cases} 42n + 8 = 2km, \\ 42n + 9 = 3kp; \end{cases}$

$1 = k(3p - 2m)$; k, $(3p - 2m) \in Z$, тому $k = 1$, отже, дріб нескоротний при будь-якому значенні n, доведено.

1246. $x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + ac + bc) \cdot x = abc$. Якщо $x = a$, то

$a^3 - (a+b+c) \cdot a^2 + (ab + ac + bc) \cdot a = a^3 - a^3 - a^2b - a^2c + a^2b + a^2c + abc = abc$, отже, a — корінь рівняння.

Якщо $x = b$, то $b^3 - (a + b + c) \cdot b^2 + (ab + ac + bc) \cdot b =$

$= b^3 - ab^2 - b^3 - b^2c + ab^2 + abc + b^2c = abc$, b — корінь рівняння.

Якщо $x = c$, то $c^3 - (a + b + c) \cdot c^2 + (ab + ac + bc) \cdot c =$

$= c^3 - ac^2 - c^3 - bc^2 + abc + ac^2 + bc^2 = abc$, c — корінь рівняння.

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$; $x^3 - (1 + 2 + 3) \cdot x^2 + (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 3) \cdot x - 1 \cdot 2 \cdot 3 = 0$.

Тому:	$a = 1,\ b = 2,\ c = 3,$	або	$a = 1,\ b = 3,\ c = 2;$
	$a = 2,\ b = 1,\ c = 3;$		$a = 2,\ b = 3,\ c = 1;$
	$a = 3,\ b = 1,\ c = 2;$		$a = 3,\ b = 2,\ c = 1.$

Відповідь: 1; 2; 3.

1247. $ac \neq 0$; $\left(a + \dfrac{1}{c + \dfrac{1}{a}}\right) : \left(c + \dfrac{1}{a + \dfrac{1}{c}}\right) = \left(a + \dfrac{a}{ac+1}\right) : \left(c + \dfrac{c}{ac+1}\right) =$

$= \left(\dfrac{a(ac+1) + a}{ac+1}\right) : \left(\dfrac{c(ac+1) + c}{ac+1}\right) = \dfrac{a(ac + 1 + 1) \cdot (ac+1)}{(ac+1) \cdot c(ac+1+1)} = \dfrac{a}{c}$, доведено.

1248. а) $1 + \dfrac{1}{2 + \dfrac{1}{3 + \dfrac{1}{x}}} = \dfrac{13}{9}$; $3 + \dfrac{1}{x} = \dfrac{3x+1}{x}$; $2 + \dfrac{x}{3x+1} = \dfrac{2(3x+1) + x}{3x+1} = \dfrac{7x+2}{3x+1}$;

$1 + \dfrac{1}{\dfrac{7x+2}{3x+1}} = 1 + \dfrac{3x+1}{7x+2} = \dfrac{7x + 2 + 3x + 1}{7x+2} = \dfrac{10x+3}{7x+2}$; $\dfrac{10x+3}{7x+2} = \dfrac{13}{9}$;

$90x + 27 = -91 + 26$; $27 - 26 = 91x - 90x$; $x = 1$. *Відповідь:* 1.

б) $1 + \dfrac{1}{x + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}} = \dfrac{29}{24}$; $1 + \dfrac{1}{x} = \dfrac{x+1}{x}$; $x + \dfrac{1}{\dfrac{x+1}{x}} = x + \dfrac{x}{x+1} = \dfrac{x^2 + x + x}{x+1} = \dfrac{x^2 + 2x}{x+1}$;

$1 + \dfrac{1}{\dfrac{x^2+2x}{x+1}} = 1 + \dfrac{x+1}{x^2+2x} = \dfrac{x^2 + 2x + x + 1}{x^2+2x} = \dfrac{x^2+3x+1}{x^2+2x}$; $\dfrac{x^2+3x+1}{x^2+2x} = \dfrac{29}{24}$;

$24x^2 + 72x + 24 = 29x^2 + 58x$; $5x^2 - 14x - 24 = 0$; $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{5} = \dfrac{7 \pm 13}{5}$;

$x_1 = 4$; $x_2 = -\dfrac{6}{5}$. *Відповідь:* 4; $-1\dfrac{1}{5}$.

1249. Якщо у вівторок парне число, то у понеділок найменше непарне, отже, 1, тому 21 число припадає на неділю. *Відповідь:* неділя.

1250. а) алгебра = лев³; $193^3 = 7\ 189\ 057$;

а — 7, в — 3, е — 9, л — 1, г — 8, б — 0, р — 5;

б) алгебра = ліг⁴; $147^3 = 3\ 176\ 523$;

а — 3, л — 1, г — 7, е — 6, б — 5, р — 2, і — 4;

в) алгебра = бан^к; $2\ 097\ 152 = 128^3$;

а — 2, л — о, г — 9, е — 7, б — 1, р — 5, н — 8, к — 3.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ХІМІЯ

Попель П. П., Крикля Л. С.

РОЗДІЛ 1. ПЕРІОДИЧНИЙ ЗАКОН І ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ. БУДОВА АТОМА

§ 1. Перші спроби класифікації хімічних елементів

2. Класифікація — це поділ об'єктів (предметів, живих організмів, явищ тощо) на групи або класи за певними ознаками.

А.-Л. Лавуазьє поділив прості речовини на метали і неметали за властивостями простих речовин. Хімічні елементи також були поділені на металічні й неметалічні.

В. Деберейнер за основу класифікації хімічних елементів узяв значення їх відносних атомних мас.

Англійський учений Дж. Ньюлендс розмістив відомі тоді хімічні елементи за зростанням відносних атомних мас у ряд і помітив, що в багатьох випадках кожний восьмий елемент є подібним до обраного за перший. Схожими були й відповідні прості речовини.

Німецький хімік Л. Мейер за основу класифікації обрав валентність хімічних елементів. Він розмістив елементи за зростанням відносних атомних мас у таблицю. У її стовпчиках були елементи з однаковою валентністю.

3. В. Деберейнер розподілив частину подібних елементів на трійки або тріади: а) Li, Na, K — елементи головної підгрупи I групи періодичної системи; б) Ca, Sr, Ba — знаходяться у головній підгрупі II групи; в) S, Se, Te — елементи головної підгрупи VI групи; г) Cl, Br, I — розташовані у головній підгрупі VII групи періодичної системи; д) Fe, Co, Ni — елементи побічної підгрупи VIII групи.

4. Обчислимо відносну атомну масу Брому за способом, запропонованим В. Деберейнером: $A_r(\mathrm{Br}) = \dfrac{A_r(\mathrm{Cl}) + A_r(\mathrm{I})}{2} = \dfrac{35,5 + 127}{2} = \dfrac{162,5}{2} = 81,25.$

Отже, значення відносної атомної маси Брому ($A_r(\mathrm{Br})$ = 79,904) дещо менше за півсуму відносних атомних мас Хлору і Йоду.

5. Дж. Ньюлендс розмістив відомі на той час хімічні елементи за зростанням відносних атомних мас у ряд:

H Li Be B C N O F Na Mg Al Si P S Cl K Ca Ti Mn Fe ...

Якщо порівняти цю послідовність елементів із їх розташуванням у періодичній системі, то помітимо, що не вистачає інертних газів (He, Ne, Ar) і елементів побічних підгруп Sc, V, Cr.

§ 2. Періодичний закон Д. І. Менделєєва

8. Елементи F, C, B, O, N розташовані у 2 періоді періодичної системи хімічних елементів. Як відомо, у періодах неметалічні властивості елементів посилюються із зростанням значень їхніх відносних атомних мас і послаблюються у зворотній послідовності.

Отже, у порядку послаблення неметалічного характеру ці елементи треба розташувати у такій послідовності: F, O, N, C, B.

9. Літій і Берилій є елементами 2 періоду. У періодах металічні властивості елементів посилюються із зменшенням значень їх відносних атомних мас. Отже, у Літія металічний характер виражений яскравіше, і, відповідно, металічний літій буде активнішим у хімічних реакціях.

10. **Природним рядом**, тобто таким, що існує незалежно від людини в самій природі, Д. І. Менделєєв називав ряд хімічних елементів, складений за зростанням атомних мас. Наприклад, Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl.

Проставимо під символами елементів максимальні значення їх валентності:

	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl
валентність	I	II	III	IV	V	VI	VII

Як бачимо, значення максимальної валентності поступово зростає від I до VII.

11. Прикладами таких елементів можуть бути: а) Аргон і Калій; б) Кобальт і Нікол; в) Церій і Празеодим тощо.
У кожній парі наведених елементів елемент із більшим значення відносної атомної маси має менший порядковий номер.

§ 3. Періодична система хімічних елементів

16. За даними таблиці «Періодична система хімічних елементів Д. І. Менделєєва» заповнимо пропуски у таблиці:

Хімічний елемент		Порядковий номер	Розміщення в періодичній системі		
символ	назва		період	група	підгрупа
C	**Карбон**	**6**	**2**	**V**	**а**
As	**Арсен**	33	4	V	а
Fe	**Ферум**	26	4	**VIII**	б

17. Визначимо елементи, які розміщені:
а) у 2-му періоді, V групі — Нітроген, N; порядковий номер 7;
б) у 5-му періоді, IV групі, головній підгрупі — Станум, Sn; порядковий номер 50;
в) у 4-му періоді, VI групі, побічній підгрупі — Хром, Cr; порядковий номер 24;
г) у 6-му періоді, VIII групі, побічній підгрупи — Осмій, Os (порядковий номер 76); Іридій, Ir (порядковий номер 77); Платина, Pt (порядковий номер 78).

18. Установимо відповідність між порядковим номером елемента і його характером (металічний/неметалічний):

Порядковий номер	Хімічний елемент	Характер хімічного елемента
1	H, Гідроген	неметалічний
6	C, Карбон	неметалічний
11	Na, Натрій	металічний
16	S, Сульфур	неметалічний
20	Ca, Кальцій	металічний
30	Zn, Цинк	металічний
35	Br, Бром	неметалічний

19. За розміщенням хімічного елемента у періодичній системі можна робити припущення щодо його хімічного характеру:

Хімічний елемент	Розміщення у періодичній системі	Хімічний характер
Бром, Br	4-й період, VII група, головна підгрупа	неметалічний
Магній, Mg	3-й період, II група, головна підгрупа	металічний
Манган, Mn	4-й період, VII група, побічна підгрупа	металічний
Селен, Se	4-й період, VI група, головна підгрупа	неметалічний

20. Найбільш подібними є хімічні елементи, що розташовані в одній підгрупі. Тому подібними до Стронцію (II група, головна підгрупа)

є Кальцій і Барій; подібними до Ніобію (V група, побічна підгрупа) є Ванадій і Тантал; подібними до Станума (IV група, головна підгрупа) є Германій і Плюмбум; подібними до Хлору (VII група, головна підгрупа) є Флуор і Бром.

§ 4. Будова атома

21. Атом складається з ядра та електронів. До складу атомного ядра входять протони та нейтрони. Протони — це елементарні частинки, що мають заряд +1 і масу 1; позначаються p^+. Нейтрони — це елементарні частинки, що мають заряд 0 і масу 1; позначаються n^0. Отже, протони й нейтрони відрізняються зарядом.

22. Атом в цілому є нейтральною частиною, він не має заряду. Це пояснюється однаковою кількістю протонів і електронів у будь-якому атомі.

23. Елементів, у атомах яких немає протонів, не існує. Кількість протонів у ядрі атома визначає заряд ядра цього атома і кількісно співпадає з порядковим номером хімічного елемента. Кількість нейтронів у ядрі атома визначається за формулою:

$N(n^0)$	=	A_r	–	Z
кількість нейтронів		відносна атомна маса		порядковий номер елемента

Отже, обчислимо кількість нейтронів у атомі Гідрогену, H:
$N(n^0) = 1 - 1 = 0$. У атомі Гідрогену нейтронів немає.

24. За даними таблиці «Періодична система хімічних елементів Д. І. Менделєєва» заповнимо порожні клітинки в таблиці:

Елемент				Кількість в атомі		
назва	символ	порядковий номер (протонне число)	нуклонне число	протонів	електронів	нейтронів
Цезій	Cs	55	133	55	55	78
Алюміній	Al	13	27	13	13	14
Кобальт	Co	27	59	27	27	32

25. Кількість протонів у атомі називають протонним числом. Протонне число кількісно збігається з порядковим номером елемента.
Нуклонним числом називають сумарну кількість протонів і нейтронів у атомі. Його позначають A_r.

Отже,	Кобальт	Co	протонне число 27	$A_r(Co) = 59$;
	Аурум	Au	протонне число 79	$A_r(Au) = 197$;
	Вісмут	Bi	протонне число 83	$A_r(Bi) = 209$.

26. Кількість електронів у атомі збігається з його порядковим номером. Серед наведених елементів найбільший порядковий номер має Хлор, Cl. Його порядковий номер 17, а, отже, й кількість електронів у атомі Хлору дорівнює 17.

27. Кількість протонів у атомі збігається із значенням порядкового номера. Найбільший порядковий номер має Калій, K. Його порядковий номер дорівнює 19, а, отже, й протонів у атомі цього елемента теж 19.

29. Кількість нейтронів у атомі розраховується за формулою:

$N(n^0)$	=	A_r	–	Z
кількість нейтронів				порядковий номер

Обчислимо кількість нейтронів:
а) у атомі Sc: $N(n^0) = 45 - 21 = 24$;
б) у атомі As: $N(n^0) = 75 - 33 = 42$;
в) у атомі Mn: $N(n^0) = 55 - 25 = 30$.
Отже, найбільшу кількість нейтронів має атом As.

§ 5. Ізотопи. Сучасне формулювання періодичного закону

29. Частинки з однаковою кількістю протонів, але різною кількістю нейтронів, називають ізотопами. Нуклідами називають будь-який вид атомів.
Ізотопи позначають за допомогою символів або назв елементів із зазначенням нуклонного числа: ^{12}C, ^{13}C, Хлор-35, Хлор-37.
Використовують також повні позначення ізотопів: $^{12}_{6}C$, $^{13}_{6}C$, $^{35}_{17}Cl$, $^{37}_{17}Cl$.
У таких записах нижній індекс — порядковий номер елемента.

30. У записах формул нуклідів верхній індекс означає нуклонне число (тобто співпадає із значенням A_r; а нижній індекс означає протонне число (тобто співпадає з числом електронів у атомі). Щоб знайти кількість нейтронів, треба скористатися формулою:
$N(n^0) = A_r - Z$, де Z — порядковий номер елемента.
Отже, визначимо кількість протонів, електронів, нейтронів у кожному із зазначених нуклідів:

а) ^{20}Ne	$p^+ = 10$	$\bar{e} = 10$	$n^0 = 20 - 10 = 10$;
б) ^{21}Ne	$p^+ = 10$	$\bar{e} = 10$	$n^0 = 21 - 10 = 11$;
в) ^{40}K	$p^+ = 19$	$\bar{e} = 19$	$n^0 = 40 - 19 = 21$;
г) ^{40}Ca	$p^+ = 20$	$\bar{e} = 20$	$n^0 = 40 - 20 = 20$;
д) ^{192}Pt	$p^+ = 78$	$\bar{e} = 78$	$n^0 = 192 - 78 = 114$.

31. Запишемо повні позначення цих нуклідів:
а) Нітроген-15 $^{15}_{7}N$;
б) Неон-22 $^{22}_{10}Ne$;
в) Сульфур-33 $^{33}_{16}S$.

32. Нукліди Титан-50, Ванадій-50, Хром-50 мають однакове нуклонне число — 50, але різні протонні числа: у Тітана протонне число 22, у Ванадія — 23, у Хрома — 24.

33. Запишемо можливі різновиди молекул води і підпишемо під ними значення їх A_r.

$\underset{A_r=18}{^1H^1H^{16}O}$, $\underset{A_r=19}{^1H^2H^{16}O}$, $\underset{A_r=19}{^1H^1H^{17}O}$, $\underset{A_r=20}{^1H^2H^{17}O}$, $\underset{A_r=20}{^1H^1H^{18}O}$, $\underset{A_r=21}{^1H^2H^{18}O}$, $\underset{A_r=20}{^2H^2H^{16}O}$,

$\underset{A_r=21}{^2H^2H^{17}O}$, $\underset{A_r=22}{^2H^2H^{18}O}$. Отже, молекула води може мати 5 значень маси.

35. *Дано:*
$w(^{24}Mg) = 78{,}7\ \%$
$w(^{25}Mg) = 10{,}1\ \%$

$A_r(Mg)$ — ?

Розв'язання:
1) Обчислимо атомну частку нукліда ^{26}Mg:
$w(^{26}Mg) = 100\ \% - w(^{24}Mg) - w(^{25}Mg)$;
$w(^{26}Mg) = 100\ \% - 78{,}7\ \% - 10{,}1\ \% = 11{,}2\ \%$.
2) Обчислимо відносну атомну масу Магнію:

$$A_r(Mg) = \frac{24 \cdot w(^{24}Mg) + 25 \cdot w(^{25}Mg) + 26 \cdot w(^{26}Mg)}{100};$$

$$A_r(Mg) = \frac{24 \cdot 78{,}7 + 25 \cdot 10{,}1 + 26 \cdot 11{,}2}{100} = \frac{1888{,}8 + 252{,}5 + 291{,}2}{100} = 24{,}325.$$

36. *Дано:* *Розв'язання:*

$w(^{11}B) = 80,43$ %	1) Обчислимо атомну частку другого нукліда Бору: $w(^{x}B) = 100\ \% - 80,43\ \% = 19,57\ \%$.
^{x}B — ?	2) Визначимо другий нуклід Бору за формулою:

$$A_r(B) = \frac{11 \cdot w(^{11}B) + x \cdot w(^{x}B)}{100}; \quad 10,81 = \frac{11 \cdot 80,43 + x \cdot 19,57}{100}.$$

Розв'яжемо рівняння: $10,81 \cdot 100 = 11 \cdot 80,43 + 19,57x$;
$1081 = 884,73 + 19,57x$; $19,57x = 196,27$; $x = 10,03$.
Отже, другий нуклід Бору — це ^{10}B.

§ 6. Сучасна модель атома

40. Порожньою клітинкою позначається порожня (вакантна) орбіталь: [↑] позначається неспарений електрон, а [↑↓] — спарені електрони, електрони з протилежними спинами, заповнена орбіталь.
Відповідь: 1 — ґ; 2 — г; 3 — а, б, в.

42. Чим компактніша орбіталь і чим ближче до ядра перебуває електрон, тим його енергія менша. Отже, енергія s-електрона на 1-му енергетичному рівні менша від енергії p-електрона на 2-му енергетичному рівні.

43. Енергія електрона 3-го енергетичного рівня завжди більша, ніж електрона 2-го енергетичного рівня. Відповідь зміниться, якщо порівнювати енергію s-електрона 4-го рівня і d-електрона 3-го рівня. d-електрони 3-го енергетичного рівня мають більшу енергію, ніж s-електрони 4-го енергетичного рівня.

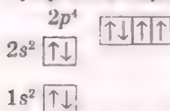
44. Графічний варіант електронної формули дає більше інформації про електрони. Він показує не лише розподіл електронів по орбіталях, а й кількість неспарених (валентних) електронів, розподіл електронів за енергією.

45. Серед указаних підрівнів не можливі в атомі $1p$ і $2d$, тому що мають відповідно тільки 1 (s-підрівень) і 2 (s-, p-підрівні).

§ 7. Електронна будова атомів

46. Запишемо схему будови атома цього елемента. У завданні йдеться про Оксиген — елемент 2-го періоду, атом якого на останньому енергетичному рівні має 6 електронів. $\underset{+8}{O}$)) $1s^2 2s^2 2p^4$
2 6

Графічний варіант електронної формули атома Оксигену виглядає так:



1s² [↑↓]

Отже, в атомі Оксигену 6 спарених електронів і 2 неспарених електрона.

47. Серед елементів 2-го періоду один неспарений електрон мають атоми Літію Li $1s^2 2s^1$, Бору B $1s^2 2s^2 2p^1$, Флору F $1s^2 2s^2 2p^5$; два неспарені електрони мають атоми Карбону $1s^2 2s^2 2p^2$, Оксигену $1s^2 2s^2 2p^4$.

48. Сума електронів у запису електронної формули атома елемента кількісно дорівнює його порядковому номеру. Отже, знаходимо суму електронів і визначаємо відповідний елемент:
а) $1s^2$, всього 2 електрони, порядковий номер дорівнює 2. Це He;
б) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$, всього $2 + 2 + 6 + 1 = 11$ електронів, порядковий номер 11. Це Натрій Na;

в) [He] $2s^22p^5$, всього 2 + 2 + 5 = 9 електронів. порядковий номер дорівнює 9. Це Флуор F;
г) [Ne] $3s^1$, всього 10 + 1 = 11 електронів. Це Натрій Na.

49. Прикладами двох елементів, в атомах яких кількість усіх *s*- і *p*-електронів однакова, можуть бути Оксиген $1s^22s^22p^4$, Магній $1s^22s^22p^63s^2$.

50. На можливе значення валентності елемента вказує кількість неспарених електронів у його атома. Отже, визначимо число неспарених електронів у атомах за наведеними електронними формулами:
а) $1s^22s^22p^63s^23p^3$, графічний варіант будови останнього (3-го) енергетич-

ного рівня ... $3s^2$ [↑↓] показує, що неспарених електронів 3, отже, валентність може бути III.
б) [Ne] $3s^23p^5$; графічний варіант будови 3-го енергетичного рівня

Отже, елемент може виявляти валентність I.

§ 8. Періодичний закон і електронна будова атомів

51. Зі зростанням порядкового номера елемента загальна кількість електронів у атомі змінюється поступово, а кількість електронів на зовнішньому енергетичному рівні — періодично.

52. Запишемо усі символи елементів, що починаються з літери N, укажемо назву і тип елемента:

N	Нітроген	*p*-елемент;	Nb	Ніобій	*d*-елемент;
Ne	Неон	*p*-елемент;	Nd	Неодим	*f*-елемент;
Na	Натрій	*s*-елемент;	Np	Нептуній	*f*-елемент;
Ni	Нікол	*d*-елемент;	No	Нобелій	*f*-елемент;

s-Елементи (крім He) належать до головних підгруп I і II груп, *p*-елементи — до головних підгруп III–VIII груп. У побічних підгрупах містяться *d*-елементи. Елементи родини лантаноїдів і родини актиноїдів належать до *f*-елементів.

53. На кількість електронів на останньому енергетичному рівні атома вказує номер групи, у якій міститься *s*- чи *p*-елемент, тобто елементи головних підгруп. Cl, Pb, As, Kr — є *p*-елементами. Хлор Cl знаходиться в головній підгрупи VII групи, отже, його атом містить 7 електронів на останньому енергетичному рівні. Плюмбум Pb — елемент головної підгрупи IV групи. Атом Pb має 4 електрони на останньому енергетичному рівні. Арсен As — елемент головної підгрупи V групи. Його атом має 5 електронів на останньому енергетичному рівні. Криптон Kr — елемент головної підгрупи VIII групи. Атом Kr має 8 електронів на останньому енергетичному рівні.

55. На тип елемента вказує останній запис у електронній формулі атома. Отже, а) $1s^22s^22p^63\underline{s}^2$ — *s*-елемент; б) $1s^22s^22\underline{p}^1$ — *p*-елемент; в) $1s^22s^22p^63s^23\underline{p}^4$ — *p*-елемент.

57. Радіуси атомів елементів у періоді зменшуються зліва направо. Тому в парі Si — P більший радіус має Si, у парі H — He більший радіус має атом H. У підгрупах радіуси атомів елементів зростають зверху донизу. Тому в парі F — Br більший радіус має атом Br. В останній парі Na — Be

більший радіус має атом Na, тому що Натрій знаходиться в 3-му періоді і його атом має 3 енергетичних рівні. А Берилій — елемент 2-го періоду і його атом має 2 енергетичних рівня.

58. За поясненням до завдання № 57 правильною відповіддю буде б).

59. Радіуси атомів елементів у періоді зменшуються зліва направо, а у підгрупах — знизу догори. Тому, найменший радіус має He, а найбільший — Fr.

§ 9. Характеристика хімічного елемента

60. а) Елемент Літій міститься у 2-му періоді, у I групі.

Назва простої речовини — літій. Відносна атомна маса Літію дорівнює 7. Порядковий номер елемента (протонне число) — 3. Це число вказує на те, що до складу атома Літію входять 3 електрони, 3 протони і 4 нейтрони. Оскільки Літій міститься у 2-му періоді, то електрони в його атомі розташовані на 2-х енергетичних рівнях. На першому енергетичному рівні перебуває 2 електрони, на другому — 1 електрон. Електронна формула атома Літію $1s^2 2s^1$, або [He] $2s^1$. Її графічний варіант такий: $2s$ [↑]

$1s$ [↑↓]

Літій належить до *s*-елементів і є металічним елементом.

У Літія стала валентність, вона дорівнює I.

Оскільки Літій — металічний елемент, то його проста речовина є металом.

б) Елемент Флуор, F, міститься у 2-му періоді, у VII групі.

Назва простої речовини — фтор, формула F_2.

Відносна атомна маса Флору — 19.

Порядковий номер елемента (протонне число) — 9. Це число вказує на те, що до складу атома Флуору входять 9 електронів, 9 протонів і 10 нейтронів.

Оскільки Флуор міститься у 2-му періоді, то електрони в його атомі розташовані на 2-х енергетичних рівнях. На першому енергетичному рівні перебуває 2 електрони, на другому — 7 електронів.

Електронна формула атома Флуору $1s^2 2s^2 2p^5$, або [He] $2s^2 2p^5$.

$2p$ [↑↓][↑↓][↑]

$2s$ [↑↓]

Її графічний варіант такий: $1s$ [↑↓]

Флуор належить до *p*-елементів і є неметалічним елементом.

У нього стала валентність, вона дорівнює I.

Оскільки Флуор — неметалічний елемент, то його проста речовина є неметалом.

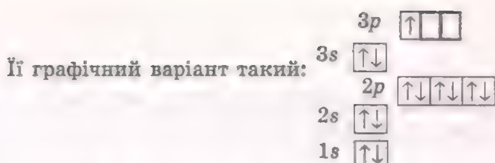
в) Елемент Алюміній Al міститься у 3-му періоді, у III групі, у головній підгрупі. Назва простої речовини — алюміній.

Відносна атомна маса Алюмінію — 27.

Порядковий номер елемента (протонне число) — 13. Це число вказує на те, що до складу атома Алюмінію входять 13 електронів, 13 протонів і 14 нейтронів.

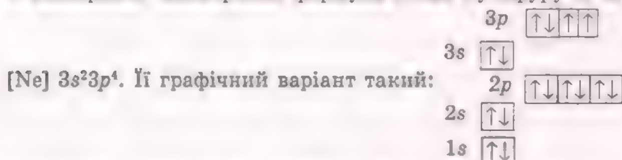
Оскільки Алюміній міститься у 3-му періоді, то електрони в його атомі розташовані на 3-х енергетичних рівнях. На першому енергетичному рівні перебуває 2 електрони, на другому — 8, на третьому — 3 електрони. Електронна формула атома Алюмінію $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$, або [Ne] $3s^2 3p^1$.

Її графічний варіант такий:



Алюміній належить до *p*-елементів, але є металічним елементом.
У нього стала валентність, вона дорівнює III.
Оскільки Алюміній — металічний елемент, то його проста речовина є металом.
г) Елемент Сульфур S міститься у 3-му періоді, у VI групі, у головній підгрупі. Назва простої речовини — сірка.
Відносна атомна маса Сульфуру — 32.
Порядковий номер елемента (протонне число) — 16. Це число вказує на те, що до складу атома Сульфуру входять 16 електронів і 16 протонів. Оскільки Сульфур міститься у 3-му періоді, то електрони в його атомі розташовані на 3-х енергетичних рівнях. На першому енергетичному рівні перебуває 2 електрони, на другому — 8, на третьому — 6 електронів. Електронна формула атома Сульфуру $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$, або

[Ne] $3s^2 3p^4$. Її графічний варіант такий:



Сульфур належить до *p*-елементів і є неметалічним елементом.
Максимальне значення валентності Сульфуру дорівнює VI (це елемент VI групи), а мінімальне значення становить 8 − 6 = 2.
Оскільки Сульфур — неметалічний елемент, то його прості речовини є неметалами.

61. Кількість нейтронів у ядрі атома за відносною атомною масою можна визначити лише для двадцяти елементів, у кожного з яких немає ізотопів. Це Be, F, Na, Al, P, Se, Mn, Co, Au, As, Y, Nb, Rh, I, Cs, Pr, Tb, Ho, Tm, Bi.
До цих елементів не належить Cl, H і Fe. Отже, для них не можна визначити кількість нейтронів у ядрі атома за відносною атомною масою.

62. Максимальне значення валентності атома елемента, як правило, дорівнює номеру групи, у якій перебуває цей елемент. Отже, максимальне значення валентності 7 можуть мати елементи Хлор, Манган, Бром.

63. Існують елементи, для яких максимальне значення валентності не збігається з номерами груп, де вони розміщені. Так, Оксиген не буває VI-валентним, хоча знаходиться у VI групі; Флуор не буває VII-валентним, хоча є елементом VII групи.

64. Мінімальне значення валентності елементів обчислюється за правилом 8 мінус номер групи, у якій розміщений елемент. Щоб мати мінімальне значення валентності 2, елементи повинні розміщуватися у VI групі періодичної системи хімічних елементів. Тоді за правилом 8 − 6 = 2.

65. Прості речовини водень і хлор подібні за складом молекул: їх молекули складаються з 2-х атомів — H_2, Cl_2. Це газоподібні речовини.

Водень відрізняється від натрію за складом молекул: молекула водню H_2 — двохатомна, натрію — ні. Водень — неметал, газоподібна речовина, натрій — метал, тверда речовина.

§ 10. Періодична система, хімічний характер елементів і властивості простих речовин

67. Металічний характер елементів і активність металів посилюються у періодах справа наліво. Найактивніший металічний елемент у кожному періоді стоїть на початку періоду, тобто у головній підгрупі I групи. У 4-му періоді це Калій K, порядковий номер 19. Найактивніший неметалічний елемент розташований у VII групі, головній підгрупі. Це Бром, Br; порядковий номер 35.

68. Активність металів посилюється у періодах справа наліво, а у підгрупах — згори донизу. Отже, активнішими у хімічних реакції будуть натрій і калій.

Активність неметалів посилюється у періодах зліва направо, а у підгрупах — знизу догори. Отже, активнішими у хімічних реакціях будуть сірка та йод.

69. Завершують періоди He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn. Це неметалічні елементи, належать до *p*-елементів. Утворюють прості речовини, які називають інертними газами. Хімічно пасивні.

§ 11. Періодична система і хімічні властивості сполук

71. Існує зв'язок між хімічними властивостями вищих оксидів, гідратів оксидів і розміщенням елементів у періодичній системі. Основні властивості вищих оксидів і гідратів оксидів посилюються в періодах справа наліво, у головних підгрупах згори донизу. Отже, правильними відповідями будуть: а) Na_2O; в) KOH.

Кислотні властивості оксидів і гідратів оксидів у періодах посилюються зліва направо, у підгрупах — знизу догори. Отже, правильними відповідями будуть: б) P_2O_5; г) H_2SeO_4.

72. Складемо таблицю вищих оксидів елементів 3-го періоду:

Елемент	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar
Формула оксиду	Na_2O	MgO	Al_2O_3	SiO_2	P_2O_5	SO_3	Cl_2O_7	—
Тип оксиду	основний		амфотерний	кислотний				

74. Формула сполуки Кальцію з Гідрогеном CaH_2, формула сполуки Арсену з Гідрогеном AsH_3. Сполуки типових металічних елементів із Гідрогеном мають йонну будову, а сполуки типових неметалічних елементів із Гідрогеном мають молекулярну будову.

Отже, CaH_2 — йонна будова, AsH_3 молекулярна будова.

75. *Дано:*

$w(H) = 10$ %

елемент — ?

$w(O)$ — ?

Розв'язання:

1) Припустимо, що Гідроген утворив сполуку із одновалентним елементом R. Обчислимо відносну молекулярну масу такої сполуки:

$M_r(HR) = A_r(H) : w(H) = 1 : 0,1 = 10.$

Отже, $A_r(R) = 10 - 1 = 9$. Таке значення відносної атомної маси має елемент Берилій, але він є двовалентним, що суперечить нашому припущенню.

2) Припустимо, що Гідроген утворив сполуку із двовалентним елементом R, склад якої виражається формулою H_2R. Обчислимо відносну

молекулярну масу такої сполуки: $M_r(H_2R) = 2A_r(H) : w(H) = 2 \cdot 1 : 0,1 = 20$. Отже, $A_r(R) = 18$. Елемента з таким значенням відносної атомної маси немає у періодичній системі.

3) Припустимо, що Гідроген утворив сполуку із тривалентним елементом R, склад якої виражається формулою RH_3. Обчислимо відносну молекулярну масу такої сполуки: $M_r(RH_3) = 3A_r(H) : w(H) = 3 \cdot 1 : 0,1 = 30$. Отже, $A_r(R) = 30 - 3A_r(H) = 30 - 3 = 27$. Це Алюміній.

4) Обчислимо масову частку Оксигену в алюміній оксиді Al_2O_3:

$$w(O) = \frac{3A_r(O)}{M_r(Al_2O_3)} = \frac{3 \cdot 16}{2 \cdot 27 + 3 \cdot 16} = \frac{48}{102} = 0,471 \text{ або } 47,1\ \%.$$

Відповідь: $w(O) = 47,1$ %.

РОЗДІЛ 2. ХІМІЧНИЙ ЗВ'ЯЗОК І БУДОВА РЕЧОВИНИ

§ 13. Стійкість електронних оболонок. Йони

79. У атомах інертних елементів на останньому енергетичному рівні міститься 8 електронів, окрім атома Гелію, у якого на останньому енергетичному рівні 2 електрона.

80. Йон — заряджена частинка, яка утворюється з атома внаслідок втрати або приєднання ним одного чи кількох електронів.

Якщо атом втрачає електрони, він перетворюється на позитивно заряджений йон — катіон. Отже, атом містить більше електронів, ніж катіон. Аніон утворюється в разі приєднання атомом електронів. Отже, аніон містить більше електронів, ніж атом.

81. Атоми металічних елементів здатні втрачати електрони зовнішньої оболонки й перетворюватися на позитивно заряджені йони (катіони), а атоми неметалічних елементів — приєднувати електрони й перетворюватися на негативно заряджені йони (аніони). Отже, Rb і Sr здатні утворювати катіони, а Br і N — аніони. Запишемо схеми перетворення атомів цих елементів на йони:

а) $Rb - \bar{e} \rightarrow Rb^+$; атом Rb — $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^65s^1$, або [Kr] $5s^1$;
йон Rb^+ — $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^6$, або [Kr];

б) $Sr - 2\bar{e} \rightarrow Sr^{2+}$; атом Sr — $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^65s^2$, або [Kr] $5s^2$;
йон Sr^{2+} — $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^6$, або [Kr];

в) $Br + 1\bar{e} \rightarrow Br^-$; атом Br — $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^5$, або [Ar] $4s^23d^{10}4p^5$;
йон Br^- — $1s^22s^22p^63s^23p^64s^23d^{10}4p^6$, або [Kr];

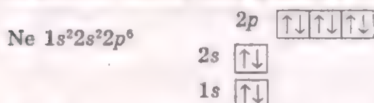
г) $N + 3\bar{e} \rightarrow N^{-3}$; атом N — $1s^22s^22p^3$, або [He] $2s^22p^3$;
йон N^{-3} — $1s^22s^22p^6$, або [Ne];

82. Запишемо електронні формули наведених іонів:
йон Be^{2+} — $1s^2$, або [He];
йон P^{3-} — $1s^22s^22p^63s^23p^6$, або [Ar];
йон F^- — $1s^22s^22p^6$, або [Ne];
йон K^+ — $1s^22s^22p^63s^23p^6$, або [Ar].

83. Йон F^- має таку електронну будову: $1s^22s^22p^6$, або [Ne].
Аналогічну будову мають катіони Na^+, Mg^{2+}, Al^{3+} і аніони O^{-2}, N^{-3}.

84. Запишемо електронні формули атома і йона Алюмінію:
атом Al — $1s^22s^22p^63s^23p^1$, або [Ne] $3s^23p^1$;
йон Al^{3+} — $1s^22s^22p^6$, або [Ne].
Отже, атом Неона Ne має аналогічну будову, що і йон Алюмінію.

Запишемо електронну формулу атома Ne та її графічний варіант:



85. Будову зовнішнього енергетичного рівня $3s^23p^6$ мають такі частинки: Ar, K^+, Ca^{2+}, Cl^-, S^{2-}, P^{3-}, Si^{4-}.

86. Запишемо електронну будову атома і йона Магнію:
атом Mg — $1s^22s^22p^63s^2$ або [Ne] $3s^2$;
йон Mg^{2+} — $1s^22s^22p^6$ або [Ne].
З електронної формули йона Mg^{2+} видно, що йон Магнію містить 10 електронів. Отже, атом невідомого елемента повинен містити 10 – 2 = 8 електронів. Цей елемент — Оксиген.

87. Якщо у складі ядра частинки 16 протонів, то це Сульфур (порядковий номер 16). Число електронів на 2 перевищує число протонів, отже, ця частинка є аніоном із зарядом –2. Це сульфід-йон S^{2-}.

88. Запишемо схеми утворення катіона й аніона Гідрогену з атома: атом H — $1s^1$;
— утворення катіона Гідрогену: $H - 1\bar{e} \rightarrow H^+$; H^+ — $1s^0$;
— утворення аніона Гідрогену: $H + 1\bar{e} \rightarrow H^-$; H^- — $1s^2$.
Найменший радіус має катіон Гідрогену H^+.

89. Катіони мають менші радіуси, ніж відповідні атоми. Аніони за своїми радіусами майже не відрізняються від атомів.
Отже, найбільший радіус має йон Cl^-, а найменший — йон Ca^{2+}.

§ 14. Йонний зв'язок. Йонні сполуки

91. Взаємодію між протилежно зарядженими йонами в речовині називають йонним зв'язком. Сполуки, що складаються з йонів, називають йонними сполуками. До йонних сполук належить більшість оксидів металічних елементів, луги, сполуки лужних елементів із галогенами, Сульфуром тощо.
Отже, у наведеному переліку йонними сполуками є Al_2O_3, Na_2S, BaF_2.

92. Оксид ZnO складається з йонів Zn^{2+} і O^{2-}; оксид Cr_2O_3 складається з йонів Cr^{3+} і O^{2-}; основа LiOH складається з йонів Li^+ і OH^-; основа $Ba(OH)_2$ складається з йонів Ba^{2+} і OH^-.

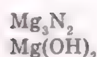
93. Запишемо формули сполук, утворених йонами:
а) Ag^+ та O^{2-} — Ag_2O;
б) Sr^{2+} та OH^- — $Sr(OH)_2$;
в) Fe^{3+} та NO_3^- — $Fe(NO_3)_3$;
г) Na^+ та PO_4^{3-} — Na_3PO_4.

94. Зміст запису 2BaO — дві формульні одиниці сполуки барій оксиду. Кожна формульна одиниця складається із одного катіона Ba^{2+} і одного аніона O^{2-}.
Зміст запису $3Mg(NO_3)_2$ — три формульні одиниці сполуки магній нітрату. Кожна формульна одиниця складається із одного катіона Mg^{2+} і двох аніонів NO_3^-.
Зміст запису $4K_2CO_3$ — чотири формульні одиниці сполуки калій карбонату.
Кожна формульна одиниця складається із двох катіонів K^+ і одного аніона CO_3^{2-}.

95. Кристалічні ґратки — це модель, за допомогою якої описують внутрішню будову кристалів. CaS, Li_3N, BaH_2, KOH — йонні сполуки. У вузлах

кристалічних ґраток таких речовин розміщені йони: Ca^{2+} і S^{2-}, Li^{+} і N^{3-}; Ba^{2+} і H^{-}; K^{+} і OH^{-}.

97. *Дано:*


Mg_3N_2
$Mg(OH)_2$

$w(Mg^{2+})$ — ?
$w(N^{3-})$ — ?
$w(Mg^{2+})$ — ?
$w(OH^{-})$ — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо масові частки йонів Mg^{2+} і N^{3-} у сполуці Mg_3N_2.

$M_r(Mg_3N_2) = 3 \cdot 24 + 2 \cdot 14 = 100;$

$$w(Mg^{2+}) = \frac{72}{100} = 0,72 \text{ або } 72\ \%;$$

$$w(N^{3-}) = \frac{28}{100} = 0,28 \text{ або } 28\ \%.$$

2) Обчислимо масові частки йонів Mg^{2+} і OH^{-} у сполуці $Mg(OH)_2$.

$M_r(Mg(OH)_2) = 24 + 2 \cdot (16 + 1) = 58;$

$$w(Mg^{2+}) = \frac{24}{58} = 0,414 \text{ або } 41,4\ \%;$$

$$w(OH^{-}) = \frac{2 \cdot (16+1)}{58} = \frac{34}{58} = 0,586 \text{ або } 58,6\ \%.$$

§ 15. Ковалентний зв'язок

98. Ковалентним зв'язком називають зв'язок між атомами, зумовлений утворенням спільних електронних пар. Ковалентний зв'язок реалізується між двома атомами неметалічних елементів внаслідок утворення однієї, двох або трьох спільних електронних пар за рахунок неспарених електронів цих атомів.

99. Атом Магнію не може брати участь в утворенні ковалентного зв'язку, тому що це атом металічного елемента.

Атом Неону не може брати участь в утворенні ковалентного зв'язку, тому що у нього немає неспарених електронів.

100. I_2, H_2O, NH_3 — формули речовин із ковалентним зв'язком, тому що ковалентний зв'язок утворюється між атомами неметалічних елементів.

101. У запису повної електронної формули крапками позначають усі електрони останнього енергетичного рівня кожного атома. Формулу молекули з позначенням лише спільної електронної пари називають спрощеною електронною формулою.

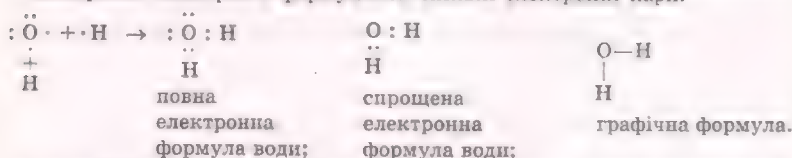
У запису графічної формули кожну спільну електронну пару позначають рискою.

Молекулярна формула	Повна електронна формули	Спрощена електронна формула	Графічна формула
F_2	$:\ddot{\underset{..}{F}}:\ddot{\underset{..}{F}}:$	F : F	F—F
Cl_2O	$:\ddot{\underset{..}{Cl}}:\ddot{\underset{..}{O}}:\ddot{\underset{..}{Cl}}:$	Cl : O : Cl	Cl—O—Cl
PH_3	$H:\ddot{\underset{..}{P}}:H$	H : P : H .. H	H—P—H | H

102. В атомі Флуору на зовнішньому енергетичному рівні 7 електронів, серед яких один є неспареним. Обом атомам Флуору вигідно отримати по додатковому електрону, щоб завершити свій останній енергетичний рівень.

У результаті зближення атомів відбувається перекривання 2*p*-орбіталей атомів Флуору; із відповідних неспарених електронів формується спільна електронна пара.

103. В атомах Гідрогену містяться по одному *s*-електрону, а в атомі Оксигену на зовнішньому енергетичному рівні — 6 електронів, серед яких два *p*-електрона є неспареними. Усім трьом атомам вигідно отримати додаткові електрони, щоб завершити свої останні енергетичні рівні.
У результаті зближення атомів відбувається перекривання 1*s*-орбіталі кожного атома Гідрогену із 2*p*-орбіталлю атома Оксигену; із відповідних неспарених електронів формуються спільні електронні пари:



§ 16. Полярний і неполярний ковалентний зв'язок. Електронегативність елементів

106. Визначимо символ найбільш електронегативного елемента у формулі кожної речовини, скориставшись даними у табл. 6. й підкреслимо його: $AlCl_3$, CF_4, SO_2, NaH, N_2O_3, LiOH, $HClO_4$.

107. Йонний зв'язок утворюється між протилежно зарядженими йонами. Це MgO, Li_3N.
Ковалентний зв'язок, у якому одна чи кілька спільних електронних пар зміщені в бік одного з атомів, називають ковалентним полярним зв'язком. Речовинами з ковалентним полярним зв'язком є HF, CO_2, NCl_3.

108. Позначимо заряди атомів у формулах сполук: $\overset{\delta+}{O}\overset{\delta-}{F_2}$, $\overset{\delta-}{N}\overset{\delta+}{H_3}$, $\overset{\delta+}{S}\overset{\delta-}{Cl_4}$, $\overset{\delta-}{Si}\overset{\delta+}{H_4}$. Чим більша різниця електронегативності елементів, тим більш полярним є зв'язок між атомами. Обчислимо цю різницю для кожної сполуки: $\Delta(OF_2) = 4{,}0 - 3{,}5 = 0{,}5$; $\Delta(NH_3) = 3{,}0 - 2{,}1 = 0{,}9$; $\Delta(SCl_4) = 3{,}0 - 2{,}5 = 0{,}5$; $\Delta(SiH_4) = 2{,}1 - 1{,}8 = 0{,}3$. Отже, найбільш полярним буде зв'язок у молекулі NH_3, а найменш полярним у молекулі SiH_4.

112. Послідовність запису елементів у порядку зростання їх електронегативності дотримано у формулах Na_2CO_3, SiO_2, H_2S, HNO_3.

§ 17. Речовини молекулярної та атомної будови

114. Речовина *x* є молекулярною сполукою, тому що вона летка й легкоплавка. У ній реалізований ковалентний зв'язок.

115. Речовини молекулярної будови леткі, мають невисокі температури плавлення, можуть мати запах. Молекулярні речовини у будь-якому стані не проводять електричний струм.
У поданому переліку речовин парафін, етиловий спирт, азот є речовинами молекулярної будови.

117. Натрій гідрид NaH є речовиною йонної будови і має вищу за HCl температуру плавлення. Гідроген хлорид HCl є речовиною молекулярної будови. Для речовин молекулярної будови характерні низькі температури плавлення. Отже, температура плавлення NaH +638 °C, а температура плавлення HCl дорівнює −114 °C.
Відповідь: 1 — а, 2 — б.

Лабораторний дослід № 1.
Ознайомлення з фізичними властивостями речовин атомної, молекулярної та йонної будови

Характеристика речовини	Речовини		
	Графіт	Сечовина	Калій бромід
Будова	атомна	молекулярна	йонна
Тип хімічного зв'язку	ковалентний неполярний	ковалентний полярний	йонний
Фізичні властивості: • поведінка при нагріванні • розчинність у воді	 не плавиться не розчиняється	 плавиться розчиняється	 не плавиться розчиняється

§ 18. Ступінь окиснення

121. Ступінь окиснення елемента — це умовний цілочисельний заряд атома в речовині. Його розраховують повністю зміщуючи спільні електронні пари до атомів більш електронегативних елементів.

122. Металічні елементи мають у сполуках лише позитивні ступені окиснення. Максимальний позитивний ступінь окиснення металічного елементу збігається з номером групи, у якій він перебуває. Мінімальний ступінь окиснення металічного елементу у сполуках залежить від кількості електронів на останньому енергетичному рівні (як правило, +1, +2). Максимальний (позитивний) ступінь окиснення неметалічного елемента теж збігається з номером групи, у якій він перебуває. Мінімальний (негативний) ступінь окиснення неметалічного елемента дорівнює номеру групи, у якій він перебуває, мінус 8.

123. За правилами, викладеними у № 122, визначимо максимальні та мінімальні ступені окиснення елементів.

Силіцій перебуває у IV групі, є неметалічним елементом. Максимальний (позитивний) ступінь окиснення його збігається з номером групи і дорівнює +4. Мінімальний (негативний) ступінь окиснення Силіцію дорівнює номеру групи, у якій він перебуває, мінус 8. Отже, IV − 8 = −4.

Літій − металічний елемент I групи. У сполуках він виявляє лише позитивний ступінь окиснення +1.

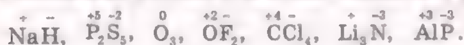
Манган — металічний елемент VII групи. Отже, максимальний ступінь окиснення його у сполуках дорівнює +7, а мінімальний — +2.

Селен — неметалічний елемент VI групи. Максимальний (позитивний) ступінь окиснення його збігається з номером групи, тобто дорівнює +6. Мінімальний (негативний) ступінь окиснення дорівнює номеру групи мінус 8, тобто VI − 8 = −2.

Неон має ступінь окиснення 0.

Фосфор — неметалічний елемент V групи. Його максимальний ступінь окиснення +5, а мінімальний дорівнює −3.

124. Визначимо ступені окиснення елементів у наведених формулах речовин:



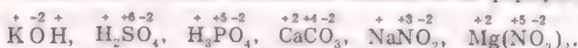
$\overset{+}{Na}\overset{-}{H}$, $\overset{+5}{P_2}\overset{-2}{S_5}$, $\overset{0}{O_3}$, $\overset{+2}{O}\overset{-}{F_2}$, $\overset{+4}{C}\overset{-}{Cl_4}$, $\overset{+}{Li_3}\overset{-3}{N}$, $\overset{+3}{Al}\overset{-3}{P}$.

125. Складемо формули оксидів, у яких:

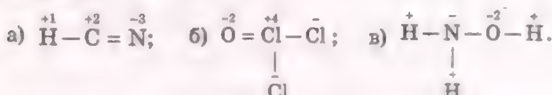
а) Хлор має ступені окиснення +7 $\overset{+7}{Cl_2}\overset{-2}{O_7}$ та +1 $\overset{+1}{Cl_2}\overset{-2}{O}$;

б) Арсен має ступені окиснення +3 $\overset{-3}{As_2}\overset{-2}{O_3}$ та +5 $\overset{+5}{As_2}\overset{-2}{O_5}$.

126. Визначимо ступені окиснення елементів за формулами сполук:



127. Визначимо ступені окиснення елементів за графічними формулами молекул:



РОЗДІЛ 3. КІЛЬКІСТЬ РЕЧОВИНИ. РОЗРАХУНКИ ЗА ХІМІЧНИМИ ФОРМУЛАМИ

§ 19. Кількість речовини

130. *Дано:*

$n(Br_2) = 1$ моль
$n(H_2S) = 3$ моль
$n(PH_3) = \frac{1}{3}$ моль

$n(Br)$ — ?
$n(H)$ — ? $n(S)$ — ?
$n(H)$ — ? $n(P)$ — ?

Розв'язання:

1) В 1 моль будь-якої молекулярної речовини завжди міститься більше, ніж 1 моль атомів. Отже, в 1 моль Br_2 міститься 2 моль атомів Брому.

2) В 1 моль H_2S міститься 2 моль атомів Гідрогену і 1 моль атомів Сульфуру.
Отже, у 3 моль H_2S міститиметься $3 \cdot 2 = 6$ моль атомів Гідрогену і $3 \cdot 1 = 3$ моль атомів Сульфуру.

3) В 1 моль PH_3 міститься 1 моль атомів P і 3 моль атомів H.

Отже, в $\frac{1}{3}$ моль PH_3 міститься $\frac{1}{3}$ моль атомів P і $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ моль атомів H.

131. Замість крапок уставимо пропущені цифри:

а) у 3 моль води H_2O міститься 3 моль молекул, 6 моль атомів Гідрогену і 3 моль атомів Оксигену;

б) у 0,5 моль сульфатної кислоти H_2SO_4 міститься 1 моль атомів Гідрогену, 0,5 моль Сульфуру, 2 моль Оксигену;

в) у 2 моль йонної сполуки $Ca(OH)_2$ міститься 2 моль йонів Ca^{2+} і 4 моль йонів OH^- або 6 моль формульних одиниць.

132. *Дано:*

$N(H_3PO_4) = 12{,}04 \cdot 10^{23}$

$n(H_3PO_4)$ — ?
$n(H)$ — ?
$n(P)$ — ?
$n(O)$ — ?

Розв'язання:

1) Скористаємося формулою, яка відображає зв'язок між кількістю речовини і кількістю частинок:

$$n(H_3PO_4) = \frac{N(H_3PO_4)}{N_A} = \frac{12{,}04 \cdot 10^{23}}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 2\ \text{моль}.$$

2) В 1 моль H_3PO_4 міститься 3 моль атомів H, 1 моль атомів P, 4 моль атомів O.
Отже, у 2 моль H_3PO_4 міститиметься 6 моль атомів H, 2 моль атомів P, 8 моль атомів O.

3) Заповнимо таблицю:

$N(H_3PO_4)$	$n(H_3PO_4)$, моль	$n(H)$, моль	$n(P)$, моль	$n(O)$, моль
$12{,}04 \cdot 10^{23}$	2	6	2	8

133. *Дано:* | *Розв'язання:*

$N(CO_2) = 3{,}01 \cdot 10^{23}$
$N(O) = 12{,}04 \cdot 10^{23}$

$n_1(CO_2)$ — ?
$n_2(CO_2)$ — ?

Для розв'язання задачі скористаємося формулою, яка відображає зв'язок між кількістю речовини і кількістю частинок:

1) $n_1(CO_2) = \frac{N(CO_2)}{N_A} = \frac{3{,}01 \cdot 10^{23}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 0{,}5$ моль;

2) $n_2(O) = \frac{N(O)}{N_A} = \frac{12{,}04 \cdot 10^{23}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 2$ моль (атомів O).

Формула CO_2 показує, що в 1 моль CO_2 міститься 2 моль атомів O. Отже, $n_2(CO_2) = 1$ моль.

Відповідь: 0,5 моль; 1 моль.

134. $6{,}02 \cdot 10^{23}$ атомів відповідає 1 моль атомів. Але речовина може містити більше, ніж 1 моль атомів. Прикладом може бути задача № 133.
Відповідь: може.

135. *Дано:* | *Розв'язання:*

$N(Ca^{2+}) = 3{,}01 \cdot 10^{24}$

$n(CaCl_2)$ — ?
$N(Cl^-)$ — ?

1) Скористаємося формулою, яка відображає зв'язок між кількістю речовини і кількістю частинок:

$n(Ca^{2+}) = \frac{N(Ca^{2+})}{N_A} = \frac{3{,}01 \cdot 10^{24}}{6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 5$ моль.

2) Формула $CaCl_2$ показує, що $n(Ca^{2+}) = n(CaCl_2)$. Отже, $n(CaCl_2) = 5$ моль.

3) За формулою $CaCl_2$ $n(Cl)$ у 2 рази більша від $n(Ca^{2+})$, а, отже, й $N(Cl^-)$ у 2 рази більше від $N(Ca^{2+})$. Робимо висновок, що $N(Cl^-) = 6{,}02 \cdot 10^{24}$.
Відповідь: $n(CaCl_2) = 5$ моль; $n(Cl^-) = 6{,}02 \cdot 10^{24}$.

136. *Дано:* | *Розв'язання:*

$n(P_2O_3) = 1$ моль
$n(HNO_3) = 0{,}3$ моль
$n(CO) = 2{,}5$ моль

$n_1(CH_4)$ — ?
$n_2(CH_4)$ — ?
$n_3(CH_4)$ — ?

1) Формула P_2O_3 показує, що 1 моль P_2O_3 містить 2 моль атомів P і 3 моль атомів O; всього в 1 моль P_2O_3 міститься 2 + 3 = 5 моль атомів.
Формула CH_4 показує, що 1 моль CH_4 містить 1 моль атомів C і 4 моль атомів H, а всього 1 + 4 = 5 моль атомів. Отже, $n_1(CH_4) = n(P_2O_3) = 1$ моль.

2) Формула HNO_3 показує, що 1 моль HNO_3 містить 1 моль атомів H, 1 моль атомів N і 3 моль атомів O; всього 1 + 1 + 3 = 5 моль атомів. Таку ж кількість атомів містить й 1 моль CH_4.
Отже, $n_2(CH_4) = n(HNO_3) = 0{,}3$ моль.

3) Формула CO показує, що 1 моль CO містить 1 моль атомів C і 1 моль атомів O; всього 1 + 1 = 2 моль атомів.
1 моль CH_4 містить всього 1 + 4 = 5 моль атомів, що у 2,5 рази більше від кількості речовини атомів у CO. Отже, $n_3(CH_4) = 2{,}5 : 2{,}5 = 1$ моль.
Відповідь: $n_1(CH_4) = 1$ моль; $n_2(CH_4) = 0{,}3$ моль; $n_3(CH_4) = 1$ моль.

137. *Дано:* | *Розв'язання:*

$n(CaO) = 0{,}2$ моль
$n(Li_2O) = 2$ моль
$n(Na_2S) = 0{,}4$ моль

$n_1(NaCl)$ — ?
$n_2(NaCl)$ — ?
$n_3(NaCl)$ — ?

1) Формула CaO показує, що в 1 моль CaO міститься 1 моль йонів Ca^{2+} і 1 моль йонів O^{2-}; всього 1 + 1 = = 2 моль йонів.
Формула NaCl показує, що в 1 моль NaCl міститься 1 моль йонів Na^+ і 1 моль йонів Cl^-; всього 1 + 1 = = 2 моль йонів. Отже, $n_1(NaCl) = n(CaO) = 0{,}2$ моль.

2) Формула Li_2O показує, що в 1 моль Li_2O міститься всього 2 + 1 = = 3 моль йонів. Тоді у 2 моль Li_2O міститиметься 6 моль йонів.
В 1 моль NaCl міститься 2 моль йонів. Отже, 6 моль йонів міститимуться у 3 моль NaCl, $n_2(NaCl)$ = 3 моль.
3) Формула Na_2S показує, що в 1 моль Na_2S міститься 2 + 1 = 3 моль йонів. Тоді у 0,4 моль сполуки Na_2S міститиметься 3 · 0,4 = 1,2 моль йонів. Така ж кількість речовини йонів буде міститися у 0,6 моль NaCl. Отже, $n_3(NaCl)$ = 0,6 моль.
Відповідь: $n_1(NaCl)$ = 0,2 моль; $n_2(NaCl)$ = 3 моль; $n_3(NaCl)$ = 0,6 моль.

138. За хімічною формулою сполуки можна визначити співвідношення в ній кількостей речовини елементів:
а) у формулі CaO $n(Ca) : n(O) = 1 : 1$;
б) у формулі MgF_2 $n(Mg) : n(F) = 1 : 2$;
в) у формулі $HClO_4$ $n(H) : n(Cl) : n(O) = 1 : 1 : 4$;
г) у формулі $Fe(OH)_3$ $n(Fe) : n(O) : n(H) = 1 : 3 : 3$.

139. У рівняннях хімічних реакцій кількості речовин реагентів і продуктів відповідають (або пропорційні) коефіцієнтам перед формулами речовин. Отже:

а)	$S + 2Cl_2 = SCl_4$ 1 моль 2 моль 1 моль	при взаємодії 1 моль сірки із 2 моль хлору утворюється 2 моль сульфур(IV) хлориду;
б)	$N_2 + 3H_2 = 2NH_3$ 1 моль 3 моль 2 моль	при взаємодії 1 моль азоту з 3 моль водню утворюється 2 моль амоніаку;
в)	$2CO + O_2 = 2CO_2$ 2 моль 1 моль 2 моль	при взаємодії 2 моль карбон(II) оксиду з 1 моль кисню утворюється 2 моль карбон(IV) оксиду.

§ 20. Молярна маса

140. У завданні дані значення трьох фізичних величин: відносної молекулярної маси CO_2 ($M_r(CO_2)$), маси CO_2 ($m(CO_2)$) і молярної маси ($M(CO_2)$). За своїм числовим значенням вони однакові, розрізняються за розмірністю: M_r не має розмірності, m вимірюється у грамах, M — у г/моль. Отже, $M_r(CO_2) = 44$, $m(CO_2)$ = 44 г, $M(CO_2)$ = 44 г/моль.
Відповідь: 1 — в, 2 — а, 3 — б.

141. Для того, щоб записати молярну масу будь-якої речовини, достатньо вказати значення відповідної відносної атомної, молекулярної або формульної маси і додати розмірність — г/моль. Наприклад:
а) $M_r(F_2) = 2A_r(F) = 2 \cdot 19 = 38$; $M(F_2)$ = 38 г/моль;
б) $M_r(H_2O) = 2A_r(H) + A_r(O) = 2 \cdot 1 + 16 = 18$; $M(H_2O)$ = 18 г/моль;
в) $M_r(SO_2) = A_r(S) + 2A_r(O) = 32 + 2 \cdot 16 = 64$; $M(SO_2)$ = 64 г/моль;
г) $M_r(Li_2O) = 2A_r(Li) + A_r(O) = 2 \cdot 7 + 16 = 30$; $M(Li_2O)$ = 30 г/моль;
д) $M_r(Mg_3N_2) = 3A_r(Mg) + 2A_r(N) = 3 \cdot 24 + 2 \cdot 14 = 100$;
$M(Mg_3N_2)$ = 100 г/моль;
е) $M_r(H_2SO_4) = 2A_r(H) + A_r(S) + 4A_r(O) = 2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 = 98$;
$M(H_2SO_4)$ = 98 г/моль;
є) $M_r(CaCO_3) = A_r(Ca) + A_r(C) + 3A_r(O) = 40 + 12 + 3 \cdot 16 = 100$;
$M(CaCO_3)$ = 100 г/моль.

142. Міркуючи за аналогією до № 141, обчислимо молярні маси наведених атомів і йонів: $M(Cu)$ = 64 г/моль; $M(Ar)$ = 40 г/моль;
$M(Br)$ = 80 г/моль; $M(Mg^{2+})$ = 24 г/моль; $M(S^{2-})$ = 32 г/моль.

143. *Дано:* *Розв'язання:*

$n = 0{,}2$ моль
$m = 12{,}8$ г

M — ?

Молярну масу сполуки обчислимо за формулою $M = \frac{m}{n}$.

Отже, $M = \frac{12{,}8\ г}{0{,}2\ моль} = 64$ г/моль.

Відповідь: 64 г/моль.

144. *Дано:* *Розв'язання:*

$n(Mg_3P_2) = 0{,}25$ моль

$m(Mg_3P_2)$ — ?

Масу магній фосфіду Mg_3P_2 обчислимо за формулою $m = M \cdot n$, де $M(Mg_3P_2) = 3 \cdot 24 + 2 \cdot 31 = 134$ г/моль.

Отже, $m(Mg_3P_2) = M(Mg_3P_2) \cdot n(Mg_3P_2) = 134$ г/моль $\cdot$ 0,25 моль = 33,5 г.

Відповідь: $m(Mg_3P_2) = 33{,}5$ г.

145. *Дано:* *Розв'язання:*

$n(CO_2) = 2$ моль
$n(SO_2) = 1{,}5$ моль

маса якої сполуки більше?

1) Обчислимо масу 2 моль CO_2:
$M(CO_2) = 12 + 2 \cdot 16 = 44$ г/моль;
$m(CO_2) = M(CO_2) \cdot n(CO_2) = 44$ г/моль $\cdot$ 2 моль = 88 г.
2) Обчислимо масу 1,5 моль SO_2:
$M(SO_2) = 32 + 2 \cdot 16 = 64$ г/моль;
$m(SO_2) = M(SO_2) \cdot n(SO_2) = 64$ г/моль $\cdot$ 1,5 моль = 96 г.

3) Порівнюємо знайдені значення мас: 96 г > 88 г. Отже, маса 1,5 моль SO_2 більша за масу 2 моль CO_2.

Відповідь: SO_2.

146. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Mg) = 24$ г
$m(Br_2) = 80$ г
$m(CaCO_3) = 200$ г

$n(Mg)$ — ?
$n(Br_2)$ — ?
$n(CaCO_3)$ — ?

1) Обчислимо кількість речовини магнію:
$M(Mg) = 24$ г/моль;

$$n(Mg) = \frac{m(Mg)}{M(Mg)} = \frac{24\ г}{24\ г\ /\ моль} = 1\ моль.$$

2) Обчислимо кількість речовини брому: $M(Br_2) = 2 \cdot 80 = 160$ г/моль;

$$n(Br_2) = \frac{m(Br_2)}{M(Br_2)} = \frac{80\ г}{160\ г\ /\ моль} = 0{,}5\ моль.$$

3) Обчислимо кількість речовини крейди $CaCO_3$:
$M(CaCO_3) = 40 + 12 + 3 \cdot 16 = 100$ г/моль;

$$n(CaCO_3) = \frac{m(CaCO_3)}{M(CaCO_3)} = \frac{200\ г}{100\ г\ /\ моль} = 2\ моль.$$

Відповідь: 1 моль Mg; 0,5 моль Br_2; 2 моль $CaCO_3$.

147. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Ca) = 10$ г
$m(O_2) = 16$ г
$m(NaH) = 8$ г

де міститься найбільша кількість речовини, де — найменша?

1) Обчислимо кількість речовини, що міститься в 10 г Ca: $M(Ca) = 40$ г/моль;

$$n(Ca) = \frac{m(Ca)}{M(Ca)} = \frac{10\ г}{40\ г\ /\ моль} = 0{,}25\ моль.$$

2) Обчислимо кількість речовини, що міститься у 16 г O_2: $M(O_2) = 2 \cdot 16 = 32$ г/моль;

$$n(O_2) = \frac{m(O_2)}{M(O_2)} = \frac{16\ г}{32\ г\ /\ моль} = 0{,}5\ моль.$$

3) Обчислимо кількість речовини, що міститься у 8 г NaH:

$M(NaH) = 23 + 1 = 24$ г/моль; $n(NaH) = \frac{m(NaH)}{M(NaH)} = \frac{8 \text{ г}}{24 \text{ г / моль}} = \frac{1}{3}$ моль.

Отже, найбільша кількість речовини — 0,5 моль — міститься у 16 г O_2, а найменша — 0,25 моль — у 10 г Ca.

Відповідь: у 16 г кисню, у 10 г кальцію.

148. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(NH_3) = 3,4$ г	1) Обчислимо кількість речовини амоніаку, що міститься у 3,4 г його.
$N(NH_3)$ — ? N(атомів) — ?	$M_r(NH_3) = A_r(N) + 3A_r(H) = 14 + 3 \cdot 1 = 17$;

$M(NH_3) = 17$ г/моль; $n(NH_3) = \frac{m(NH_3)}{M(NH_3)} = \frac{3,4 \text{ г}}{17 \text{ г / моль}} = 0,2$ моль.

2) Обчислимо число молекул NH_3 у 0,2 моль його за формулою $N(NH_3) = N_A \cdot n(NH_3)$, де N_A (стала Авогадро) $= 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$;

$N(NH_3) = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,2 моль $= 1,204 \cdot 10^{23}$.

3) Формула NH_3 показує, що в 1 моль молекули NH_3 міститься 1 моль атомів N і 3 моль атомів H, всього 1 + 3 = 4 моль атомів.

Отже, N(атомів) $= 4 \cdot N(NH_3) = 4 \cdot 1,204 \cdot 10^{23} = 4,816 \cdot 10^{23}$.

149. а) *Дано:* *Розв'язання:*

$m(CO_2) = 1$ г $m(SO_2) = 1$ г	1) Обчислимо кількість речовини, які містяться в 1 г CO_2 і в 1 г SO_2:
де міститься більше молекул, атомів?	$M_r(CO_2) = A_r(C) + 2A_r(O) = 12 + 2 \cdot 16 = 44$; $M(CO_2) = 44$ г/моль; $n(CO_2) = \frac{m(CO_2)}{M(CO_2)} = \frac{1 \text{ г}}{44 \text{ г / моль}} = \frac{1}{44}$ моль;

$M_r(SO_2) = A_r(S) + 2A_r(O) = 32 + 2 \cdot 16 = 64$; $M(SO_2) = 64$ г/моль;

$n(SO_2) = \frac{m(SO_2)}{M(SO_2)} = \frac{1 \text{ г}}{64 \text{ г / моль}} = \frac{1}{64}$ моль.

2) Оскільки $\frac{1}{44} > \frac{1}{64}$, то $n(CO_2) > n(SO_2)$. А це означає, що $N(CO_2) > N(SO_2)$ й N(атомів C і O) > N(атомів S і O). *Відповідь*: в 1 г CO_2.

б) *Дано:* *Розв'язання:*

$n(H_2O) = 1$ моль $n(H_2SO_4) = 1$ моль	1) Оскільки $n(H_2O) = n(H_2SO_4)$ за умовою задачі, то й $N(H_2O) = N(H_2SO_4)$.
де більше молекул, атомів?	2) Формула H_2O показує, що в 1 моль молекул H_2O міститься 2 моль атомів H і 1 моль атомів O; всього 2 + 1 = 3 моль атомів.

Формула H_2SO_4 показує, що в 1 моль молекул H_2SO_4 міститься 2 моль атомів H, 1 моль атомів S і 4 моль атомів O; всього 2 1 + 4 = 7 моль атомів. Отже, атомів більше мітиться в 1 моль H_2SO_4.

Відповідь: молекул однаково; атомів більше в 1 моль H_2SO_4.

150. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Ca^{2+}) = 80$ мг $m(Mg^{2+}) = 55$ мг	1) Обчислимо кількість речовини йонів Ca^{2+}. $M(Ca^{2+}) = 40$ г/моль;
кількість яких йонів більша?	$n(Ca^{2+}) = \frac{m(Ca^{2+})}{M(Ca^{2+})} = \frac{0,08 \text{ г}}{40 \text{ г / моль}} = 0,002$ моль.

2) Обчислимо кількість речовини йонів Mg^{2+}. $M(Mg^{2+}) = 24$ г/моль;

$$n(Mg^{2+}) = \frac{m(Mg^{2+})}{M(Mg^{2+})} = \frac{0,055 \text{ г}}{24 \text{ г / моль}} = 0,0023 \text{ моль}.$$

3) Оскільки 0,0023 моль Mg^{2+} > 0,002 моль Ca^{2+}, то у воді більша кількість йонів Mg^{2+}.

Відповідь: йонів Mg^{2+}.

151. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$N(H_2O) = 1$	1) Обчислимо, у якій кількості речовини H_2O міститься 1 молекула води.
$m(H_2O)$ — ?	$n(H_2O) = \frac{N(H_2O)}{N_A(H_2O)} = \frac{1}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 0,166 \cdot 10^{-23}$ моль.

2) Обчислимо масу 1 молекули води за формулою

$m(H_2O) = M(H_2O) \cdot n(H_2O) = 18$ г/моль $\cdot$ 0,166 $\cdot$ 10^{-23} моль = 2,988 $\cdot$ 10^{-23} г = = 3 $\cdot$ 10^{-23} г.

Відповідь: $m(H_2O) \approx 3 \cdot 10^{-23}$ г.

§ 21. Молярний об'єм. Закон Авогадро

153. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$\rho(N_2) = 1,25$ г/л	Густина газу за нормальних умов розраховується за формулою $\rho = \frac{M}{V_m}$, де M — молярна маса газу; V_m — молярний об'єм. З цієї формули $V_m = \frac{M}{\rho}$, де $M = M(N_2) = 28$ г/моль.
V_m (н. у.) — ?	Отже, $V_m = \frac{28 \text{ г / моль}}{1,25 \text{ г / л}} = 22,4 \text{ л / моль}$. *Відповідь*: $V_m(N_2) = 22,4$ г/моль.

154. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
ρ(газу) (н. у.) = 1,43 г/л	Молярну масу газу за нормальних умов можна обчислити за формулою $M = \rho \cdot V_m$,
M(газу) — ?	де V_m = 22,4 г/моль.

Отже, обчислимо молярну масу газу: M(газу) = 1,43 г/л $\cdot$ 22,4 л/моль = = 32,032 г/моль $\approx$ 32 г/моль.

Відповідь: M(газу) = 32 г/моль.

155. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(H_2) = 10$ моль $m(H_2S) = 3,4$ г $m(CO)$ (н. у.) = 0,28 г	1) Об'єм газу обчислимо за формулою $V = V_m \cdot n$, де V_m(н. у.) = 22,4 г/моль. Отже, об'єм водню дорівнює: $V(H_2) = V_m \cdot n(H_2)$ = = 22,4 л/моль $\cdot$ 10 моль = 224 л.
$V(H_2)$ — ? $V(H_2S)$ — ? $V(CO)$ — ?	2) Щоб обчислити об'єми H_2S і CO, спочатку знайдемо їхні кількості речовин за формулою $n = \frac{m}{M}$, де m — маса (у г), M — молярна маса (г/моль).

Отже, $n(H_2S) = \frac{m(H_2S)}{M(H_2S)} = \frac{3,4 \text{ г}}{(2 \cdot 1 + 32) \text{ г / моль}} = \frac{3,4 \text{ г}}{34 \text{ г / моль}} = 0,1 \text{ моль};$

$$n(CO) = \frac{m(CO)}{M(CO)} = \frac{0,28 \text{ г}}{(12 + 16) \text{ г / моль}} = \frac{0,28 \text{ г}}{28 \text{ г / моль}} = 0,01 \text{ моль}.$$

3) Обчислимо об'єми H_2S і CO за формулою $V = V_m \cdot n$:
$V(H_2S)$ = 22,4 л/моль · 0,1 моль = 2,24 л;
$V(CO)$ = 22,4 л/моль · 0,01 моль = 0,224 л.
Відповідь: $V(H_2)$ = 224 л; $V(H_2S)$ = 2,24 л; $V(CO)$ = 0,224 л.

156. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(CO_2)$ (н. у.) = 500 л	1) Обчислимо кількість речовини CO_2, що міститься в 500 л його за формулою $n = \frac{V}{V_m}$, де V_m = 22,4 л/моль (н. у.);
$m(CO_2)$ — ?	$n(CO_2) = \frac{500 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 22,32$ моль.

2) Обчислимо масу CO_2 за формулою $m = M \cdot n$,
де M — молярна маса CO_2; $M(CO_2)$ = 44 г/моль.
$m(CO_2)$ = 44 г/моль · 22,32 моль = 982,08 г ≈ 982 г.
Відповідь: $m(CO_2)$ = 982 г.

157. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
m(газу) = 60 г V(газу) = 44,8 л (н. у.)	Молярну масу газу обчислимо за формулою $M = \rho \cdot V_m$, де ρ — густина газу, V_m = 22,4 л/моль. 1) Обчислимо густину газу:
M(газу) — ?	$\rho = \frac{m(\text{газу})}{V_m(\text{газу})} = \frac{60 \text{ г}}{44,8 \text{ л}} = 1,34$ г / л

2) Обчислимо молярну масу газу:
M(газу) = $\rho \cdot V_m$ = 1,34 г/л · 22,4 л/моль = 30 г/моль.
Відповідь: M(газу) = 30 г/моль.

158. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(H_2O)$ = 1 л $V(O_2)$ = 1 л $V(H_2)$ = 1 л	1) Обчислимо масу 1 л води і кількість речовини води: $m(H_2O) = \rho(H_2O) \cdot V(H_2O)$ = 1000 г/л · 1 л = 1000 г.
де міститься більше молекул?	$n(H_2O) = \frac{m(H_2O)}{M(H_2O)} = \frac{1000 \text{ г}}{18 \text{ г / моль}} = 55,6$ моль. 2) Обчислимо кількість речовини O_2 і H_2. Оскільки об'єми газів однакові, то й кількості речовин теж будуть однакові: $n(O_2) = n(H_2) = \frac{1 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 0,045$ моль. Як бачимо, $n(H_2O) \gg n(O_2)$ і $n(H_2)$. Отже, більше молекул міститься в 1 л води. *Відповідь*: в 1 л води.

159. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(H_2) = m(CH_4)$	1) Виразимо через масу кількість речовини й об'єм водню:
$V(H_2) : V(CH_4)$ — ? (н. у.)	$n(H_2) = \frac{m(H_2)}{M(H_2)} = \frac{m(H_2)}{2 \text{ г / моль}} = 0,5m(H_2)$ моль; $V(H_2) = n \cdot V_m = 0,5m(H_2) \cdot 22,4 =$ $= 11,2 \cdot m(H_2) = 11,2m$.

2) Виразимо через масу кількість речовини й об'єм метану.

$n(CH_4) = \frac{m(CH_4)}{M(CH_4)} = \frac{m}{16 \text{ г / моль}} = 0,0625m$ (моль);

$V(CH_4) = n \cdot V_m = 0,0625 \cdot m \cdot 22,4 = 1,4m$.

Пам'ятаємо, що маси водню і метану однакові й позначені за m!

3) Обчислимо відношення об'ємів водню і метану:

$V(H_2) : V(CH_4) = 11,2m : 1,4m = 8 : 1$.

Відповідь: $V(H_2) : V(CH_4) = 8 : 1$.

§ 22. Відносна густина газу

162. *Дано:* *Розв'язання:*

повітря н. у.	Густину повітря обчислимо за формулою
	$\rho(\text{повітря}) = \frac{M(\text{повітря})}{V_m(\text{повітря})}$, де M(повітря) = 29 г/моль,
ρ(повітря) — ?	V(повітря) за н. у. = 22,4 л/моль.
	Отже, $\rho(\text{повітря}) = \frac{29 \text{ г / моль}}{22,4 \text{ л / моль}} = 1,295$ г / л.
	Відповідь: ρ(повітря) = 1,295 г/л.

163. Відносну густину кожного газу за воднем будемо обчислювати за формулою $D_{H_2}(\text{газу}) = \frac{M_r(\text{газу})}{2}$:

1) $M_r(He) = 4$; $D_{H_2}(He) = \frac{4}{2} = 2$;

2) $M_r(Ne) = 20$; $D_{H_2}(Ne) = \frac{20}{2} = 10$;

3) $M_r(CH_4) = A_r(C) + 4A_r(H) = 12 + 4 \cdot 1 = 16$; $D_{H_2}(CH_4) = \frac{16}{2} = 8$;

4) $M_r(NH_3) = A_r(N) + 3A_r(H) = 14 + 3 \cdot 1 = 17$; $D_{H_2}(NH_3) = \frac{17}{2} = 8,5$;

5) $M_r(N_2) = 2A_r(N) = 2 \cdot 14 = 28$; $D_{H_2}(N_2) = \frac{28}{2} = 14$;

6) $M_r(CO) = A_r(C) + A_r(O) = 12 + 16 = 28$; $D_{H_2}(CO) = \frac{28}{2} = 14$;

7) $M_r(SiH_4) = A_r(Si) + 4A_r(H) = 28 + 4 \cdot 1 = 32$; $D_{H_2}(SiH_4) = \frac{32}{2} = 16$;

8) $M_r(SO_2) = A_r(S) + 2A_r(O) = 32 + 2 \cdot 16 = 64$; $D_{H_2}(SO_2) = \frac{64}{2} = 32$.

164. Важчими за повітря будуть гази, які мають відносну молекулярну масу більшу за 29 (відносну молекулярну масу повітря).
Це можуть бути O_2 ($M_r = 32$), CO_2 ($M_r = 44$), H_2S ($M_r = 34$) тощо.

165. *Дано:* *Розв'язання:*

D_{H_2}(речовини) = 24	Обчислимо відносну молекулярну масу речовини за формулою M_r(речовини) = D_{H_2}(речовини) · 2.
формула речовини — ?	Отже, M_r(речовини) = 24 · 2 = 48. Число 48 кратне $A_r(O)$. Обчислимо кількість атомів Оксигену у формулі речовини: 48 : 16 = 3 (атома O).

Отже, формула простої речовини O_3 — озон.
Відповідь: озон O_3.

166. *Дано:* *Розв'язання:*

D(повітря) (A) = 1,59

M_r(A) — ?

Відносну молекулярну масу газу A знайдемо за формулою $M_r(A) = D_{пов}(A) \cdot 29 = 1{,}59 \cdot 29 = 46$.

Відповідь: M_r(A) = 46.

167. *Дано:* *Розв'язання:*

газ легший за повітря в 1,7 рази

важчий чи легший за метан CH_4 й у скільки разів?

1) Обчислимо відносну молекулярну масу цього газу:

M_r(газу) = M_r(повітря) : 1,7 = 29 : 1,7 ≈ 17.

2) Відносна молекулярна маса метану $M_r(CH_4) = A_r(C) + A_r(H) = 12 + 4 \cdot 1 = 16$.

Отже, невідомий газ буде важчим за метан.

3) Обчислимо відносну густину невідомого газу за метаном.

$$D_{CH_4}(газу) = \frac{M_r(газу)}{M_r(CH_4)} = \frac{17}{16} = 1{,}0625\ (рази) \approx 1{,}07\ (рази).$$

Відповідь: газ важчий за метан в 1,07 рази.

168. *Дано:* *Розв'язання:*

V(газу x) = 2 л
$m(x)$ = 3,75 г
$V(y)$ = 2 л
$m(y)$ = 2,32 г

ρ(x) — ?
$D_y(x)$ — ?

1) Густину газу x обчислимо за формулою

$$\rho(x) = \frac{m(x)}{V(x)} = \frac{3{,}75\ г}{2\ л} = 1{,}875\ г\,/\,л.$$

2) Щоб обчислити відносну густину газу x за газом y, скористаємося формулою $D_y(x) = \frac{m(x)}{m(y)}$, тому що за умовою $V(x) = V(y)$. Отже, $D_y(x) = \frac{3{,}75}{2{,}32} = 1{,}616$.

Відповідь: ρ(x) = 1,875 г/л; $D_y(x)$ = 1,616.

169. *Дано:* *Розв'язання:*

V(газу) = 1 л за н. у.
m(1 л газу) = 1,96 г

D_{N_2}(газу) — ?

1) Обчислимо кількість речовини газу, що міститься в 1 л його: $n(газу) = \frac{V(газу)}{V_m}$,

де V_m за н. у. = 22,4 л/моль.

Отже, $n(газу) = \frac{1\ л}{22{,}4\ л\,/\,моль} = 0{,}045$ моль.

2) Обчислимо молярну та відносну молекулярну маси газу.

$$M = \frac{m(газу)}{n(газу)} = \frac{1{,}96\ г}{0{,}045\ моль} = 44\ г\,/\,моль;\ \ M_r(газу) = M(газу) = 44.$$

3) Обчислимо відносну густину газу за азотом:

$D_{N_2}(газу) = \frac{M_r(газу)}{M_r(N_2)} = \frac{44}{28} = 1{,}57$. *Відповідь:* D_{N_2}(газу) = 1,57.

РОЗДІЛ 4. ОСНОВНІ КЛАСИ НЕОРГАНІЧНИХ СПОЛУК

§ 23. Оксиди

170. Оксиди — це сполуки елементів з Оксигеном, у яких ступінь окиснення Оксигену становить −2. Загальна формула оксидів E_mO_n.
Серед наведених формул оксидам відповідають PbO, Cl_2O_7, Na_2O, SeO_3.

171. Складемо хімічні формули оксидів:

1) Арсену (ступінь окиснення +3) $\overset{+3}{As_2}\overset{-2}{O_3}$;

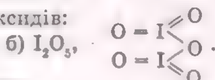
2) Арсену (ступінь окиснення +5) $\overset{+5}{As_2}\overset{-2}{O_5}$;

3) Телуру (ступінь окиснення +4) $\overset{+4}{Te}\overset{-2}{O_2}$;

4) Телуру (ступінь окиснення +6) $\overset{+6}{Te}\overset{-2}{O_3}$.

172. Катіон Калію має формулу K^+, катіон Барію має формулу Ba^{2+}, катіон Алюмінію має формулу Al^{3+}. Формули оксидів, які містять ці катіони, записуються так K_2O, BaO, Al_2O_3.

173. Запишемо графічні формули молекул оксидів:

а) SO_2, O = S = O; б) I_2O_5, 

174. Запишемо формули оксидів за їх назвами:

а) нітроген(IV) оксид $\overset{I}{N}\overset{II}{O_2}$; в) берилій оксид $\overset{II}{Be}\overset{II}{O}$;

б) тітан(III) оксид $\overset{III}{Ti_2}\overset{II}{O_3}$; г) манган(II) оксид $\overset{II}{Mn}\overset{II}{O}$.

175. Щоб дати назву оксиду, треба назвати елемент, який стоїть у формулі оксиду на першому місці, й додати слово «оксид». Якщо елемент, який утворює оксид, має змінну валентність, то значення валентності зазначається у дужках римською цифрою після назви елемента. Дамо назви оксидам: SrO — стронцій оксид, Mn_2O_3 — манган(III) оксид, Mn_2O_7 — манган(VII) оксид, NO — нітроген(II) оксид, N_2O_5 — нітроген(V) оксид.

176. 1) Хімічна формула сульфур(IV) оксиду $\overset{IV}{S}\overset{II}{O_2}$,

його $M_r(SO_2) = A_r(S) + 2A_r(O) = 32 + 2 \cdot 16 = 64$.

Обчислимо масові частки елементів у сульфур(IV) оксиді SO_2:

$$w(S) = \frac{A_r(S)}{M_r(SO_2)} = \frac{32}{64} = 0,5 \text{ або } 50\ \%;\ w(O) = \frac{2A_r(O)}{M_r(SO_2)} = \frac{2 \cdot 16}{64} = 0,5 \text{ або } 50\ \%.$$

2) Хімічна формула сульфур(VI) оксиду $\overset{VI}{S}\overset{II}{O_3}$,

його $M_r(SO_3) = A_r(S) + 3A_r(O) = 32 + 3 \cdot 16 = 80$.

Обчислимо масові частки елементів у сульфур(VI) оксиді SO_3:

$$w(S) = \frac{A_r(S)}{M_r(SO_3)} = \frac{32}{80} = 0,4 \text{ або } 40\ \%;\ w(O) = \frac{3A_r(O)}{M_r(SO_3)} = \frac{3 \cdot 16}{80} = 0,6 \text{ або } 60\ \%.$$

177. а) *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(TiO_2) = 2$ моль	Масу тітан(IV) оксиду обчислимо за формулою
$m(TiO_2)$ — ?	$m(TiO_2) = M(TiO_2) \cdot n(TiO_2)$, де $M(TiO_2) = (48 + 2 \cdot 16)$ г/моль = 80 г/моль.

Отже, $m(TiO_2)$ = 80 г/моль · 2 моль = 160 г. *Відповідь*: $m(TiO_2)$ = 160 г.

б) *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$N(NO) = 10^{23}$	1) Обчислимо кількість речовини NO.
$m(NO)$ — ?	$n(NO) = \frac{N(NO)}{N_A(NO)} = \frac{10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}} = 0,166$ моль.

2) Обчислимо масу NO за формулою $m(NO) = M(NO) \cdot n(NO)$,

де $M(NO)$ = (14 + 16) г/моль = 30 г/моль.

Отже, $m(NO)$ = 30 г/моль · 0, 166 моль = 4,98 г ≈ 5 г.

Відповідь: $m(NO)$ = 5 г.

178. *Дано:*

$m(CO_2) = 1{,}1$ кг $= 1100$ г

$V(CO_2)$ — ? (н. у.)

Розв'язання:

1) Обчислимо кількість речовини CO_2:

$n(CO_2) = \frac{m(CO_2)}{M(CO_2)} = \frac{1100 \text{ г}}{44 \text{ г / моль}^{-1}} = 25$ моль.

2) Обчислимо об'єм CO_2:

$V(CO_2) = V_m \cdot n(CO_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 25 моль = 560 л.

Відповідь: $V(CO_2) = 560$ л.

§ 24. Основи

179. *Основа* — сполука, яка складається з катіонів металічного елемента Me^{n+} і гідроксид-аніонів OH^-.

Загальна формула основ, до складу яких входять *двозарядні катіони* $Me(OH)_2$.

Луги — розчинні у воді основи, утворені лужними і лужноземельними елементами.

180. Кількість гідроксид-аніонів OH^- у складі основи дорівнює заряду катіона металічного елемента. Отже, формула цезій гідроксиду CsOH, формула титан(III) гідроксиду $Ti(OH)_3$.

181. У формулах оксидів і у формулах основ, які їм відповідають, заряди катіонів металічних елементів повинні бути однаковими. Отже, оксиду $\overset{+}{K}_2O$ відповідає основа $\overset{+}{K}OH$; оксиду $\overset{+2}{V}O$ відповідає основа $\overset{+2}{V}(OH)_2$; оксиду $\overset{+3}{La}_2O_3$ відповідає основа $\overset{+3}{La}(OH)_3$.

182. 1 моль NaOH містить 1 моль йонів Na^+ і 1 моль гідроксид-аніонів OH^-
1 моль $Fe(OH)_2$ містить 1 моль катіонів Fe^{2+} і 2 моль гідроксид-аніонів OH^-.

183. *Дано:*

$n(LiOH) = 0{,}2$ моль

$m(LiOH)$ — ?

Розв'язання:

Масу 0,2 моль LiOH обчислимо за формулою
$m = M \cdot n$, де $M = M(LiOH) = (7 + 16 + 1)$ г/моль = = 24 г/моль.
Отже, $m(LiOH) = 24$ г/моль $\cdot$ 0,2 моль = 4,8 г.
Відповідь: $m(LiOH) = 4{,}8$ г.

184. *Дано:*

$n(NaOH) = 0{,}1$ моль
$n(Mn(OH)_2) = 0{,}5$ моль

$N(Na^+)$ — ? $N(OH^-)$ — ?
$N(Mn^{2+})$ — ? $N(OH^-)$ — ?
$m(Na^+)$ — ? $m(OH^-)$ — ?
$m(Mn^{2+})$ — ? $m(OH^-)$ — ?

Розв'язання:

1) 1 моль NaOH містить 1 моль катіонів Na^+ і 1 моль аніонів OH^-. Отже, 0,1 моль NaOH міститимуть 0,1 моль катіонів Na^+ і 0,1 моль аніонів OH^-.
Обчислимо число катіонів Na^+ і аніонів OH^- за формулою $N = N_A \cdot n$,
де $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.
$N(Na^+) = N(OH^-) = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,1 моль $= 0{,}602 \cdot 10^{23} = 6{,}02 \cdot 10^{22}$.

Обчислимо масу катіонів Na^+ і аніонів OH^- за формулою $m = M \cdot n$.
$m(Na^+) = 23$ г/моль $\cdot$ 0,1 моль = 2,3 г; $m(OH^-) = 17$ г/моль $\cdot$ 0,1 моль = 1,7 г.
2) 1 моль $Mn(OH)_2$ містить 1 моль катіонів Mn^{2+} і 2 моль аніонів OH^-. Отже, 0,5 моль $Mn(OH)_2$ міститимуть 0,5 моль Mn^{2+} і 1 моль аніонів OH^-.
Обчислимо число катіонів Mn^{2+} і аніонів OH^- за формулою $N = N_A \cdot n$, де $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.
$N(Mn^{2+}) = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,5 моль $= 3{,}01 \cdot 10^{23}$; $N(OH^-) = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 1 моль $= 6{,}02 \cdot 10^{23}$.

Обчислимо масу катіонів Mn^{2+} і аніонів OH^- за формулою $m = M \cdot n$.
$m(Mn^{2+})$ = 55 г/моль · 0,5 моль = 27,5 г; $m(OH^-)$ = 17 г/моль · 1 моль = 17 г.

185. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(Ba(OH)_2)$ = 3 моль $n(KOH)$ = 4 моль де більше йонів — ?	1) 1 моль $Ba(OH)_2$ містить 1 моль катіонів Ba^{2+} і 2 моль гідроксид-аніонів OH^-, тобто всього 1 моль + 2 моль = 3 моль йонів. Відповідно 3 моль $Ba(OH)_2$ міститимуть у 3 рази більше моль йонів, тобто 3 моль · 3 = 9 моль йонів.

2) 1 моль KOH містить 1 моль катіонів K^+ і 1 моль гідроксид-аніонів OH^-, тобто всього 1 моль + 1 моль = 2 моль йонів. Відповідно 4 моль KOH міститимуть у 4 рази більше моль йонів, тобто 2 моль · 4 = 8 моль.
3) 9 моль > 8 моль. Отже, більше йонів міститься у 3 моль $Ba(OH)_2$.
Відповідь: у 3 моль $Ba(OH)_2$.

§ 25. Кислоти

186. Кислота — сполука, молекула якої містить один або кілька атомів Гідрогену, які можуть під час реакції заміщуватися на атоми (йони) металічного елемента.
Частину молекули кислоти, сполучену з атомом (атомами) Гідрогену, називають кислотним залишком. У формулах наведених кислот кислотними залишками є: $H_2\overline{\overset{II}{Te}}$, $H\overline{\overset{I}{NO_2}}$, $H_3\overline{\overset{III}{AsO_4}}$.

187. Розрізняють безоксигенові кислоти (загальна формула H_mE) та оксигеновмісні ($H_m(EO_n)$). За кількістю атомів Гідрогену в молекулі кислоти поділяють на одноосновні, двохосновні, трьохосновні. Заповнимо таблицю:

Кислоти				
оксигеновмісні	безоксигенові	одноосновні	двохосновні	трьохосновні
$HClO_3$, H_2TeO_3, HNO_2, H_3AsO_4	HBr, HF, H_2Se	$HClO_3$, HBr, HF, HNO_2	H_2TeO_3, H_2Se	H_3AsO_4

188. Елемент, що утворює кислоту, називають кислототворним. Визначимо ступінь окиснення кислототворного елемента у кислоті HClO. Для цього запишемо над символами Гідрогену й Оксигену значення ступенів окиснення цих елементів: $\overset{+}{H}Cl\overset{-2}{O}$. Сума ступенів окиснення всіх елементів повинна дорівнювати нулю. Отже, ступінь окиснення Хлору буде +1. Знаючи ступінь окиснення Хлору в кислоті, можна записати формулу оксиду, що відповідає цій кислоті — Cl_2O (у ньому ступінь окиснення Хлору також становить +1).
Визначимо ступінь окиснення кислототворного елемента у кислоті HPO_3. Для цього запишемо над символами Гідрогену й Оксигену значення ступенів окиснення цих елементів: $\overset{+}{H}P\overset{-2}{O_3}$. Сума ступенів окиснення трьох атомів Оксигену становить (−2) · 3 = −6, а одного атома Гідрогену — (+1) · 1 = +1. Оскільки молекула електронейтральна, то ступінь окиснення атома Фосфору має становити +5: $\overset{+}{H}\overset{+5}{P}\overset{-2}{O_3}$. Кислоті HPO_3 відповідає оксид P_2O_5, у якому ступінь окиснення Фосфору також становить +5.
Визначимо ступінь окиснення кислототворного елемента у кислоті H_2TeO_3. Для цього запишемо над символами Гідрогену й Оксигену

значення ступенів окиснення цих елементів: $\overset{+}{H}_2Te\overset{-2}{O}_4$. Сума ступенів окиснення чотирьох атомів Оксигену становить (−2) · 4 = −8, а двох атомів Гідрогену — (+1) · 2 = +2. Оскільки молекула електронейтральна, то ступінь окиснення атома Телуру має становити +6: $\overset{+}{H}_2\overset{+6}{Te}\overset{-2}{O}_4$.
Кислоті H_2TeO_4 відповідає оксид TeO_3, у якому ступінь окиснення Телуру також становить +6.

189. Оскільки ступінь окиснення Йоду становить +5, а Гідрогену — (+1), то їх сума дорівнює +5 + (+1) = +6. Сума ступенів окиснення всіх атомів Оксигену в молекулі кислоти становитиме — (−6). Один атом Оксигену має ступінь окиснення (−2), отже, таких атомів Оксигену в молекулі кислоти буде 3 (−6 : (−2) = 3). Формула кислоти HIO_3.

190. Кислота H_2SeO_3 має назву селенітна; кислота H_2Se має назву селенідна, а кислота H_2SeO_4 має назву селенатна. Отже, відповідність буде такою: 1 — в, 2 — а, 3 — б.

191. 1) Графічна формула кислоти HI буде такою: H—I.
2) Складемо графічну формулу кислоти HClO. Для цього визначимо ступені окиснення всіх елементів у формулі кислоти: $\overset{+1}{H}\overset{+1}{Cl}\overset{-2}{O}$. Отже, графічна формула кислоти HClO буде такою: H—O—Cl.
3) Складемо графічну формулу кислоти H_2TeO_3. Для цього перепишемо формулу сполуки, виокремивши в ній гідроксильні групи OH: $H_2TeO_3 \Rightarrow TeO(OH)_2$. Гідроксильна група є одновалентною: —O—H. З'єднуємо рискою кожну групу OH з атомом Телуру: H—O—Te—O—H. Один атом Оксигену, що залишився, розміщуємо біля атома Телуру і з'єднуємо з ним двома рисками, тому що Оксиген має валентність II:

H—O—Te—O—H

O

192. 1) 1 моль нітратної кислоти HNO_3 містить 1 моль атомів H, 1 моль атомів N і 3 моль атомів O. Відповідно 0,5 моль нітратної кислоти HNO_3 міститимуть 0,5 моль атомів H, 0,5 моль атомів N й 1,5 моль атомів O.
б) 1 моль сульфатної кислоти H_2SO_4 містить 2 моль атомів H, 1 моль атомів S і 4 моль атомів O. Відповідно 0,5 моль сульфатної кислоти H_2SO_4 міститимуть 1 моль атомів H, 0,5 моль атомів S і 2 моль атомів O.

193. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	*Розв'язання*
$m(H_3BO_3)$ = 6,2 г	Кількість речовини кислоти H_3BO_3 обчислимо за формулою $n = m : M$, де $M = M(H_3BO_3)$ =
$n(H_3BO_3)$ — ?	= (1 · 3 + 11 + 16 · 3) г/моль = 62 г/моль. Отже,

$n(H_3BO_3)$ = 6,2 г : 62 г/моль = 0,1 моль. *Відповідь*: $n(H_3BO_3)$ = 0,1 моль.

194. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	*Розв'язання*
HF	Обчислимо масові частки елементів у фторидній кислоті HF за такими формулами:
$w(H)$ — ?	$w(H) = \frac{A_r(H)}{M_r(HF)} = \frac{1}{1+19} = \frac{1}{20} = 0{,}05$ або 5 %;
$w(F)$ — ?	$w(F) = \frac{A_r(F)}{M_r(HF)} = \frac{19}{1+19} = \frac{19}{20} = 0{,}95$ або 95 %.
	Відповідь: $w(H)$ = 5 %, $w(F)$ = 95 %.

195. Молярну масу 98 г/моль має сульфатна кислота H_2SO_4 й ортофосфатна кислота H_3PO_4.

§ 26. Солі

196. Солі — сполуки, до складу яких входять катіони металічних елементів та аніони кислотних залишків. Як і основи, солі у своєму складі містять катіони металічних елементів. На відміну від основ, катіони металічних елементів у складі солей пов'язані з аніонами кислотних залишків, а не з гідроксид-аніонами OH^-, як у складі основ.

197. Запишемо формули солей, які складаються з йонів Li^+, Mg^{2+}, NO_3^-, CO_3^{2-}: $LiNO_3$, Li_2CO_3, $Mg(NO_3)_2$, $MgCO_3$.

198. Заповнимо таблицю за наведеними формулами солей:

Катіони		Аніони	
однозарядні	багатозарядні	однозарядні	багатозарядні
K^+, Na^+	Al^{3+}, Ba^{2+}	NO_3^-, Br^-	PO_4^{3-}, S^{2-}

199. Хімічна назва солі складається із двох слів. Перше слово є назвою металічного елемента, а друге походить від хімічної назви відповідної кислоти. Якщо металічний елемент утворює катіони з різними зарядами, то значення заряду катіона солі вказують після назви елемента римською цифрою в дужках. Запишемо назви наведених солей:

$NaBr$ — натрій бромід; Li_2SO_4 — літій сульфат;
Al_2S_3 — алюміній сульфід; $CaSO_3$ — кальцій сульфіт.

200. Для того, щоб скласти формулу солі, потрібно знати заряди катіона й аніона, а також зважати на те, що сполука є електронейтральною. Для з'ясування значень зарядів йонів можна застосовувати таблицю розчинності неорганічних сполук (форзац II підручника).
Запишемо формули солей за їх назвами: цезій йодид — CsI, алюміній фторид — AlF_3, хром(III) сульфат — $Cr_2(SO_4)_3$, літій ортофосфат — Li_3PO_4.

201. *Дано:*
$m(CaCO_3) = 20$ г
$m(CaBr_2) = 20$ г
однакова чи різна кількість речовини аніонів?

Розв'язання:
1) Обчислимо кількість речовини $CaCO_3$ за формулою $n = m : M$,
де $M = M(CaCO_3) = (40 + 12 + 16 \cdot 3)$ г/моль $= 100$ г/моль.
$n(CaCO_3) = 20$ г : 100 г/моль $= 0{,}2$ моль.
За формулою $CaCO_3$ видно, що 1 моль $CaCO_3$ містить 1 моль катіонів Ca^{2+} і 1 моль аніонів CO_3^{2-}.

Відповідно 0,2 моль $CaCO_3$ міститимуть 0,2 моль катіонів Ca^{2+} і 0,2 моль аніонів CO_3^{2-}.

2) Обчислимо кількість речовини $CaBr_2$ за формулою $n = m : M$,
де $M = M(CaBr_2) = (40 + 2 \cdot 80)$ г/моль $= 200$ г/моль.
Отже, $n(CaBr_2) = 20$ г : 200 г/моль $= 0{,}1$ моль.
За формулою $CaBr_2$ видно, що 1 моль $CaBr_2$ містить 1 моль катіонів Ca^{2+} і 2 моль аніонів Br^-. Відповідно 0,1 моль $CaBr_2$ міститимуть 0,1 моль катіонів Ca^{2+} і 0,2 моль аніонів Br^-.
3) Проведені розрахунки показують, що кількість речовини аніонів у порціях $CaCO_3$ і $CaBr_2$ однакова.
Відповідь: однакова.

202. Хімічна формула натрій сульфату Na_2SO_4 показує, що 1 моль Na_2SO_4 містить 2 моль катіонів Na^+ і 1 моль аніонів SO_4^{2-}, тобто катіонів Na^+ у 2 рази більше від аніонів SO_4^{2-}.

Якщо в порції натрій сульфату міститься 0,5 моль йонів SO_4^{2-}, то йонів Na^+ міститиметься у 2 рази більше, тобто 0,5 моль · 2 = 1 моль.

Відповідь: 1 моль йонів Na^+.

203. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(Al_2(SO_4)_3)$ = 1 моль $n(Fe(NO_3)_3)$ = 2 моль $n(BaCl_2)$ = 3 моль $n(LiF)$ = 4 моль	1) Хімічна формула $Al_2(SO_4)_3$ показує, що 1 моль $Al_2(SO_4)_3$ містить 2 моль йонів Al^{3+} і 3 моль йонів SO_4^{2-}. Сумарна кількість йонів дорівнює 2 моль + 3 моль = 5 моль.
де найбільша сумарна кількість йонів?	2) Хімічна формула $Fe(NO_3)_3$ показує, що 1 моль $Fe(NO_3)_3$ містить 1 моль йонів Fe^{3+} і 3 моль йонів NO_3^-, тобто сумарна кількість йонів дорівнює 1 моль + 3 моль = 4 моль.

Відповідно 2 моль $Fe(NO_3)_3$ міститимуть у 2 рази більшу сумарну кількість йонів: 2 · 4 моль = 8 моль.

3) Хімічна формула $BaCl_2$ показує, що 1 моль $BaCl_2$ містить 1 моль йонів Ba^{2+} і 2 моль йонів Cl^-, тобто сумарна кількість йонів дорівнює 1 моль + + 2 моль = 3 моль. Відповідно 3 моль $BaCl_2$ міститимуть у 3 рази більшу сумарну кількість йонів: 3 моль · 3 = 9 моль.

4) Хімічна формула LiF показує, що 1 моль LiF містть 1 моль йонів Li^+ і 1 моль йонів F^-, тобто сумарна кількість йонів дорівнює 1 моль + 1 моль = 2 моль. Відповідно 4 моль LiF міститимуть у 4 рази більшу сумарну кількість йонів: 2 моль · 4 = 8 моль.

5) Проведені розрахунки показують, що найбільша сумарна кількість йонів міститься у 3 моль $BaCl_2$.

204. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(FePO_4) = m(NaCl) = m(CaCO_3)$	1) Хімічна формула $FePO_4$ показує, що 1 моль $FePO_4$ містить 1 моль йонів Fe^{3+} і 1 моль йонів PO_4^{3-}. Сумарна кількість йонів дорівнює 1 моль + 1 моль = 2 моль.
порівняти сумарні кількості йонів	

2) Хімічна формула NaCl показує, що 1 моль NaCl містить 1 моль йонів Na^+ і 1 моль йонів Cl^-.

Сумарна кількість йонів дорівнює 1 моль + 1 моль = 2 моль.

3) Хімічна формула $CaCO_3$ показує, що 1 моль $CaCO_3$ містить 1 моль йонів Ca^{2+} і 1 моль йонів CO_3^{2-}. Сумарна кількість йонів теж дорівнює 2 моль.

4) Але ці солі мають різні значення молярних мас.

Так, $M(FePO_4)$ = (56 + 31 + 16 · 4) г/моль = 151 г/моль;

$M(NaCl)$ = (23 + 35,5) г/моль = 58,5 г/моль,

а $M(CaCO_3)$ = (40 + 12 + 16 · 3) г/моль = 100 г/моль.

Відповідно й кількості речовин цих солей, що містяться в їх однакових порціях, теж будуть різними: $n(FePO_4) = \frac{m}{151}$ моль; $n(NaCl) = \frac{m}{58,5}$ моль та $n(CaCO_3) = \frac{m}{100}$ моль.

5) Як відомо з курсу математики, з двох (або кількох) дробів з однаковими чисельниками більший той дріб, у якого знаменник менший. Отже, $n(NaCl) > n(CaCO_3) > n(FePO_4)$.

Відповідь: найбільше йонів у порції натрій хлориду; б.

§ 27. Будова, властивості та використання оксидів

205. Речовини молекулярної будови є леткими і можуть мати запах. Такою речовиною є хлор(I) оксид Cl_2O. Літій оксид Li_2O — йонна сполука, а тому тверда й без запаху.

206. Йонні речовини містять у своєму складі катіони металів. У наведеному переліку до них належать K_2O і BaO,

207. Заповнимо таблицю:

Оксиди	
Основні	Кислотні
Li_2O, CuO, MgO, FeO	Cl_2O_7, SiO_2, SO_2

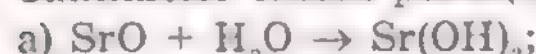
208. З водою реагують такі основні оксиди: літій оксид Li_2O, натрій оксид Na_2O, калій оксид K_2O, рубідій оксид Rb_2O, цезій оксид Cs_2O, францій оксид Fr_2O, кальцій оксид CaO, стронцій оксид SrO, барій оксид BaO, радій оксид RaO. Рівняння реакцій у загальному вигляді.

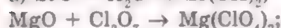
$Me_2O + H_2O \rightarrow 2MeOH$

$MeO + H_2O \rightarrow Me(OH)_2$

209. Основні оксиди при взаємодії з водою утворюють основи, при взаємодії з кислотними оксидами утворюють солі, при взаємодії з кислотами утворюють солі та воду.

Запишемо схеми реакцій та складемо хімічні рівняння:

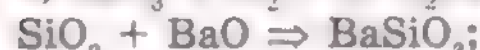

а) $SrO + H_2O \rightarrow Sr(OH)_2$;

$CaO + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + H_2O$.

$MgO + Cl_2O_7 \rightarrow Mg(ClO_4)_2$;

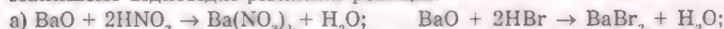
Кислотні оксиди при взаємодії з водою утворюють кислоти, при взаємодії з основними оксидами утворюють солі, при взаємодії з основами утворюють солі та воду.

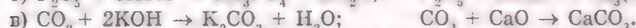
Запишемо схеми реакцій та складемо хімічні рівняння:

б) $SeO_3 + H_2O \Rightarrow H_2SeO_4$;

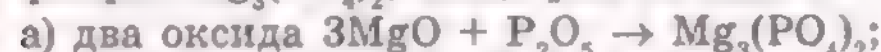
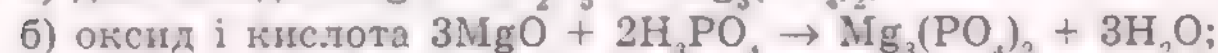
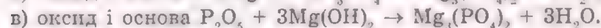
$I_2O_5 + 2NaOH \Rightarrow 2NaIO_3 + H_2O$.

$SiO_2 + BaO \Rightarrow BaSiO_3$;

210. Основні оксиди (BaO) реагують з кислотами, кислотними оксидами. Кислотні оксиди (P_2O_5, CO_2) реагують з лугами, основними оксидами. Напишемо відповідні рівняння реакцій:

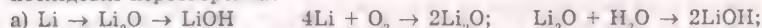

а) $BaO + 2HNO_3 \rightarrow Ba(NO_3)_2 + H_2O$; $BaO + 2HBr \rightarrow BaBr_2 + H_2O$;

б) $P_2O_5 + 6KOH \rightarrow 2K_3PO_4 + 3H_2O$; $P_2O_5 + 3CaO \rightarrow Ca_3(PO_4)_2$;

в) $CO_2 + 2KOH \rightarrow K_2CO_3 + H_2O$; $CO_2 + CaO \rightarrow CaCO_3$.

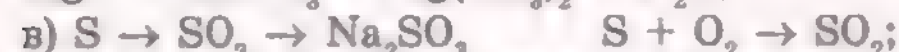
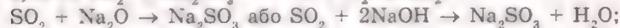
211. Запишемо рівняння реакцій, під час яких утворюється магній ортофосфат $Mg_3(PO_4)_2$, якщо реагентами є:

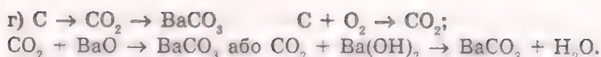

а) два оксида $3MgO + P_2O_5 \rightarrow Mg_3(PO_4)_2$;

б) оксид і кислота $3MgO + 2H_3PO_4 \rightarrow Mg_3(PO_4)_2 + 3H_2O$;

в) оксид і основа $P_2O_5 + 3Mg(OH)_2 \rightarrow Mg_3(PO_4)_2 + 3H_2O$.

212. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі послідовні перетворення:


а) $Li \rightarrow Li_2O \rightarrow LiOH$ $4Li + O_2 \rightarrow 2Li_2O$; $Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$;

б) $Mg \rightarrow MgO \rightarrow Mg(OH)_2$ $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$;

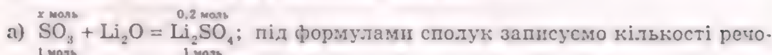
$MgO + 2HNO_3 = Mg(NO_3)_2 + H_2O$;

в) $S \rightarrow SO_2 \rightarrow Na_2SO_3$ $S + O_2 \rightarrow SO_2$;

$SO_2 + Na_2O \rightarrow Na_2SO_3$ або $SO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_3 + H_2O$;



г) $C \rightarrow CO_2 \rightarrow BaCO_3$ $\quad C + O_2 \rightarrow CO_2$;
$CO_2 + BaO \rightarrow BaCO_3$ або $CO_2 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaCO_3 + H_2O$.

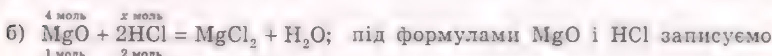
§ 28. Розрахунки за хімічними рівняннями

214. Знайдемо значення x у наведених записах:



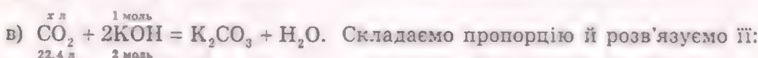
а) $\overset{x\ \text{моль}}{\underset{1\ \text{моль}}{SO_3}} + Li_2O = \overset{0,2\ \text{моль}}{\underset{1\ \text{моль}}{Li_2SO_4}}$; під формулами сполук записуємо кількості речовин згідно з коефіцієнтами у хімічному рівнянні.
Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції з 1 моль SO_3 утворюється 1 моль Li_2SO_4,
за умовою задачі з x моль SO_3 утворюється 0,2 моль Li_2SO_4.

$\frac{1}{x} = \frac{1}{0,2}$; $x = \frac{1 \cdot 0,2}{1} = 0,2$ (моль). *Відповідь*: 0,2 моль SO_3.



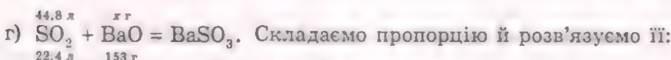
б) $\overset{4\ \text{моль}}{\underset{1\ \text{моль}}{MgO}} + \overset{x\ \text{моль}}{\underset{2\ \text{моль}}{2HCl}} = MgCl_2 + H_2O$; під формулами MgO і HCl записуємо кількості речовин згідно з коефіцієнтами.
Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 1 моль MgO реагує з 2 моль HCl,
за умовою задачі 4 моль MgO реагує з x моль HCl.

$\frac{1}{4} = \frac{2}{x}$; $x = \frac{4 \cdot 2}{1} = 8$ (моль). *Відповідь*: 8 моль HCl.



в) $\overset{x\ \text{л}}{\underset{22,4\ \text{л}}{CO_2}} + \overset{1\ \text{моль}}{\underset{2\ \text{моль}}{2KOH}} = K_2CO_3 + H_2O$. Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 22,4 л CO_2 реагують з 2 моль KOH;
за умовою задачі x л CO_2 реагують з 1 моль KOH.

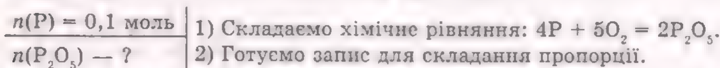
$\frac{22,4}{x} = \frac{2}{1}$; $x = \frac{22,4 \cdot 1}{2} = 11,2$ (л). *Відповідь*: 11,2 л CO_2.



г) $\overset{44,8\ \text{л}}{\underset{22,4\ \text{л}}{SO_2}} + \overset{x\ \text{г}}{\underset{153\ \text{г}}{BaO}} = BaSO_3$. Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 22,4 л SO_2 реагують із 153 г BaO;
за умовою задачі 44,8 л SO_2 реагують з x г BaO.

$\frac{22,4}{44,8} = \frac{153}{x}$; $x = \frac{44,8 \cdot 153}{22,4} = 306$ (г). *Відповідь*: 306 г BaO.

215. *Дано:* *Розв'язання:*



Дано:	*Розв'язання:*
$n(P) = 0,1$ моль	1) Складаємо хімічне рівняння: $4P + 5O_2 = 2P_2O_5$.
$n(P_2O_5)$ — ?	2) Готуємо запис для складання пропорції.

Під формулами сполук P і P_2O_5 записуємо їх кількості речовин згідно з коефіцієнтами у хімічному рівняння (4 моль і 2 моль), а над формулами — наведену в умові задачі кількість речовини фосфору (0,1 моль) і невідому кількість речовини фосфор(V) оксиду (x моль): $\overset{0,1\ \text{моль}}{\underset{4\ \text{моль}}{4P}} + 5O_2 = \overset{x\ \text{моль}}{\underset{2\ \text{моль}}{2P_2O_5}}$.
3) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції з 4 моль P утворюються 2 моль P_2O_5;
за умовою задачі з 0,1 моль P — x моль P_2O_5.

$\frac{4}{0,1} = \frac{2}{x}$; $x = \frac{0,1 \cdot 2}{4} = 0,05$ (моль). *Відповідь*: $n(P_2O_5) = 0,05$ моль.

216. *Дано:* *Розв'язання:*

n(А) = 0,1 моль; n(Б) = 6 моль; n(В) — ?; n(Г) — ?	а) А + 3Б = 2В + 3Г. Під формулами сполук А, В, Г записуємо їх кількості речовин згідно з коефіцієнтами у хімічному рівняння (1 моль, 2 моль, 3 моль), а над формулами — наведену в умові задачі кількість речовини А (0,1 моль) і невідомі кількості речовин В і Г (x моль, y моль). $\underset{4\ моль}{\overset{0,1\ моль}{А}} + 3Б = \underset{2\ моль}{\overset{x\ моль}{2В}} + \underset{3\ моль}{\overset{y\ моль}{3Г}}$.

Складаємо пропорції й розв'язуємо їх:

1) за рівнянням реакції з 1 моль А утворюється 2 моль В,
за умовою задачі з 0,1 моль А — x моль В.

$\frac{1}{0,1} = \frac{2}{x}$; $x = \frac{0,1 \cdot 2}{1} = 0,2$ (моль), речовини В.

2) за рівнянням реакції з 1 моль А утворюється 3 моль Г,
за умовою задачі з 0,1 моль А — y моль Г.

$\frac{1}{0,1} = \frac{3}{x}$; $x = \frac{0,1 \cdot 3}{1} = 0,3$ (моль) речовини Г.

Відповідь: n(В) = 0,2 моль; n(Г) = 0,3 моль.

б) А + 3Б = 2В + 3Г.

Під формулами сполук Б, В, Г записуємо їх кількості речовин згідно з коефіцієнтами у хімічному рівняння (3 моль, 2 моль, 3 моль), а над формулами — наведену в умові задачі кількість речовини Б (6 моль) і невідомі кількості речовин В і Г (x моль, y моль).

$А + \underset{3\ моль}{\overset{6\ моль}{3Б}} = \underset{2\ моль}{\overset{x\ моль}{2В}} + \underset{3\ моль}{\overset{y\ моль}{3Г}}$. Складаємо пропорції й розв'язуємо їх:

1) за рівнянням реакції з 3 моль Б утворюється 2 моль В,
за умовою задачі з 6 моль Б — x моль В. $\frac{3}{6} = \frac{2}{x}$; $x = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4$ (моль).

2) за рівнянням реакції з 3 моль Б утворюється 3 моль Г,
за умовою задачі з 6 моль Б — y моль Г. $\frac{3}{6} = \frac{2}{y}$; $y = \frac{6 \cdot 3}{3} = 6$ (моль).

Відповідь: n(В) = 4 моль; n(Г) = 6 моль.

217. *Дано:* *Розв'язання:*

m(Mg) = 12 г; m(MgO) — ?	1) Складаємо хімічне рівняння: $2Mg + O_2 = 2MgO$. Згідно з рівнянням, у реакцію вступають 2 моль Mg і утворюються 2 моль MgO.

2) Обчислюємо молярні маси речовин Mg і MgO: M(Mg) = 24 г/моль; M(MgO) = (24 + 6) г/моль = 40 г/моль. Маса 2 моль Mg становить 48 г, а маса 2 моль MgO становить 80 г.

3) Записуємо під формулами Mg і MgO маси 2 моль кожної речовини, а над формулами — відому з умови задачі масу магнію (12 г) та невідому масу магнію оксиду (x г).

$\underset{48\ г}{\overset{12\ г}{2Mg}} + O_2 = \underset{80\ г}{\overset{x\ г}{2MgO}}$. Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції з 48 г Mg утворюється 80 г MgO,
за умовою задачі з 12 г Mg — x г MgO.

$\frac{48}{12} = \frac{80}{x}$; $x = \frac{12 \cdot 80}{48} = 20$ (г). *Відповідь*: m(MgO) = 20 г.

218. *Дано:*

$m(HNO_3) = 25,2$ г

$m(Ca(NO_3)_2)$ — ?

Розв'язання:

1) Складаємо хімічне рівняння:

$CaO + 2HNO_3 = Ca(NO_3)_2 + H_2O$.

Згідно з рівнянням, у реакцію вступають 2 моль HNO_3 і утворюється 1 моль $Ca(NO_3)_2$.

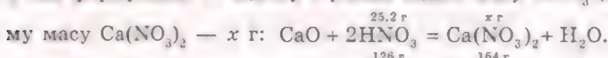
2) Обчислимо молярні маси HNO_3 і $Ca(NO_3)_2$:

$M(HNO_3) = (1 + 14 + 3 \cdot 16) = 63$ г/моль;

$M(Ca(NO_3)_2) = (40 + 14 \cdot 2 + 16 \cdot 6) = 164$ г/моль.

Маса 2 моль HNO_3 становить 126 г, а 1 моль $Ca(NO_3)_2$ — 164 г.

3) Записуємо під формулою HNO_3 126 г, під формулою $Ca(NO_3)_2$ — 164 г, а над формулами — відому з умови задачі масу HNO_3 (25,2 г) і невідому масу $Ca(NO_3)_2$ — x г:



$CaO + \underset{126\ г}{\overset{25,2\ г}{2HNO_3}} = \underset{164\ г}{\overset{x\ г}{Ca(NO_3)_2}} + H_2O$.

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції із 126 г HNO_3 утворюються 164 г $Ca(NO_3)_2$,

за умовою задачі із 25,2 г HNO_3 — x г $Ca(NO_3)_2$.

$$\frac{126}{25,2} = \frac{164}{x}; \quad x = \frac{25,2 \cdot 164}{126} = 32,8 \text{ (г)}.$$

Відповідь: $m(Ca(NO_3)_2) = 32,8$ г.

219. *Дано:*

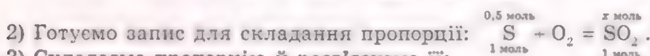
$m(S) = 16$ г

$V(SO_2)$ (н. у.) — ?

Розв'язання:

1) Записуємо хімічне рівняння: $S + O_2 = SO_2$.

Обчислюємо $n(S)$ за формулою $n(S) = m(S) : M(S) = 16$ г : 32 г/моль = 0,5 моль.



2) Готуємо запис для складання пропорції: $\underset{1\ моль}{\overset{0,5\ моль}{S}} + O_2 = \underset{1\ моль}{\overset{x\ моль}{SO_2}}$.

3) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції із 1 моль S утворюється 1 моль SO_2,

за умовою задачі з 0,5 моль S утворюється x моль SO_2.

$$\frac{1}{0,5} = \frac{1}{x}; \quad x = \frac{0,5 \cdot 1}{1} = 0,5 \text{ (моль) } SO_2.$$

4) Об'єм SO_2 обчислимо за формулою $V = V_m \cdot n$, де $V_m = 22,4$ л/моль (н. у.).

$V(SO_2) = 22,4$ л/моль · 0,5 моль = 11,2 л.

Відповідь: $V(SO_2) = 11,2$ л.

220. *Дано:*

$m(Ca(OH)_2) = 37$ г

$V(CO_2)$ (н. у.) — ?

Розв'язання:

1) Складаємо хімічне рівняння:

$Ca(OH)_2 + CO_2 = CaCO_3 + H_2O$.

Обчислюємо кількість речовини $Ca(OH)_2$ за формулою $n = m : M$,

де $M(Ca(OH)_2) = (40 + (16 + 1) \cdot 2)$ г/моль = 74 г/моль.

$n(Ca(OH)_2) = 37$ г : 74 г/моль = 0,5 моль.

2) Готуємо запис для складання пропорції: $\underset{1\ моль}{\overset{0,5\ моль}{Ca(OH)_2}} + \underset{1\ моль}{\overset{x\ моль}{CO_2}} = CaCO_3 + H_2O$.

$$\frac{0,5}{1} = \frac{x}{1}; \quad x = \frac{0,5 \cdot 1}{1} = 0,5 \text{ (моль) } CO_2.$$

3) Об'єм CO_2 обчислимо за формулою $V = V_m \cdot n$, де $V_m = 22,4$ л/моль (н. у.).

$V(CO_2) = 22,4$ л/моль · 0,5 моль = 11,2 л.

Відповідь: $V(CO_2) = 11,2$ л.

221. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(H_3PO_4) = 98$ г m(залишку) = 20 г ——— $m(P_2O_5)$ — ? $w(P_2O_5)$ — ?	1) Із двох оксидів, які були у суміші, з водою реагує лише P_2O_5. Складаємо рівняння реакції:

$P_2O_5 + 3H_2O = 2H_3PO_4$; $SiO_2 + H_2O \nrightarrow$.

Згідно з рівнянням, у реакцію вступає 1 моль P_2O_5 і утворюються 2 моль H_3PO_4.

2) Обчислимо молярні маси речовин P_2O_5 і H_3PO_4:
$M(P_2O_5) = (31 \cdot 2 + 16 \cdot 5)$ г/моль = 142 г/моль;
$M(H_3PO_4) = (1 \cdot 3 + 31 + 16 \cdot 4)$ г/моль = 98 г/моль.
Маса 1 моль P_2O_5 становить 142 г, а маса 2 моль H_3PO_4 становить 196 г.
3) Записуємо під формулою P_2O_5 142 г, під формулою H_3PO_4 196 г, а над формулами — відому з умови задачі масу H_3PO_4 98 г та невідому масу P_2O_5 — x г. $\overset{x\ г}{\underset{142\ г}{P_2O_5}} + 3H_2O = \overset{98\ г}{\underset{196\ г}{2H_3PO_4}}$.

Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції із 142 г P_2O_5 утворюються 196 г H_3PO_4,
за умовою задачі з x г P_2O_5 утворюються 98 г H_3PO_4.

$$\frac{142}{x} = \frac{196}{98}; \quad x = \frac{142 \cdot 98}{196} = 71\ (г).$$

4) Обчислимо масову частку P_2O_5 у суміші за формулою:

$$w(P_2O_5) = \frac{m(P_2O_5)}{m(суміші)},$$

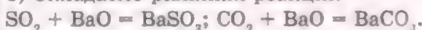
де m(суміші) = $m(P_2O_5)$ + m(залишку) = 71 г + 20 г = 91 г.

Отже, $w(P_2O_5) = \dfrac{71\ г}{91\ г} = 0,78$ або 78 %.

Відповідь: $m(P_2O_5) = 71$ г; $w(P_2O_5) = 78$ %.

222. *Дано:* *Розв'язання:*

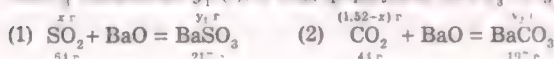
$m(SO_2; CO_2) = 1,52$ г m(суміші солей) = 6,07 г ——— $m(SO_2)$ — ? $m(CO_2)$ — ?	1) Складаємо рівняння реакцій:



$SO_2 + BaO = BaSO_3$; $CO_2 + BaO = BaCO_3$.

Згідно з кожним рівнянням у реакцію вступають 1 моль SO_2, 1 моль CO_2 і утворюються 1 моль $BaSO_3$, 1 моль $BaCO_3$.

2) Обчислимо молярні маси SO_2, CO_2, $BaSO_3$, $BaCO_3$:
$M(SO_2) = (32 + 16 \cdot 2)$ г/моль = 64 г/моль;
$M(CO_2) = (12 + 16 \cdot 2)$ г/моль = 44 г/моль;
$M(BaSO_3) = (137 + 32 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 217 г/моль;
$M(BaCO_3) = (137 + 12 + 16 \cdot 3)$ = 197 г/моль.
Маса 1 моль SO_2 становить 64 г, маса 1 моль CO_2 становить 44 г, маса 1 моль $BaSO_3$ становить 217 г і маса 1 моль $BaCO_3$ становить 197 г.
3) Записуємо під формулою SO_2 64 г, під формулою CO_2 44 г, під формулою $BaSO_3$ 217 г, під формулою $BaCO_3$ 197 г. Над формулою SO_2 записуємо x г, тоді над формулою CO_2 записуємо $(1,52 - x)$ г. Над формулою $BaSO_3$ запишемо y_1 (г), а над формулою $BaCO_3$ — y_2 (г)



(1) $\overset{x\ г}{\underset{64\ г}{SO_2}} + BaO = \overset{y_1\ г}{\underset{217\ г}{BaSO_3}}$ (2) $\overset{(1,52-x)\ г}{\underset{44\ г}{CO_2}} + BaO = \overset{y_2\ г}{\underset{197\ г}{BaCO_3}}$

Складаємо дві пропорції, з яких знаходимо y_1 і y_2:

(1) $\frac{x}{64} = \frac{y_1}{217}$; $y_1 = \frac{217 \cdot x}{64}$; (2) $\frac{1,52 - x}{44} = \frac{y_2}{197}$; $y_2 = \frac{197 \cdot (1,52 - x)}{44}$.

4) За умовою задачі маса суміші солей $BaSO_3$ і $BaCO_3$ становить 6,07 г, тобто $y_1 + y_2 = 6,07$. Підставимо у це рівняння вирази для y_1 та y_2, отримаємо таку рівність: $\frac{217 \cdot x}{64} + \frac{197 \cdot (1,52 - x)}{44} = 6,07$.

Розв'яжемо рівняння, знайдемо x:

$$\frac{217 \cdot x^{\backslash 44}}{64} + \frac{197 \cdot (1,52 - x)^{\backslash 64}}{44} = 6,07^{\backslash 44 \cdot 64};$$

$44 \cdot 217x + 64 \cdot 197(1,52 - x) = 6,07 \cdot 44 \cdot 64$;
$9548x + 19164,16 - 12608x = 17093,12$; $3060x = 2071,04$; $x = 0,68$.
Отже, $m(SO_2) = 0,68$ г, а $m(CO_2) = 1,52 - 0,68 = 0,84$ г.
Відповідь: $m(SO_2) = 0,68$ г; $n(CO_2) = 0,84$ г.

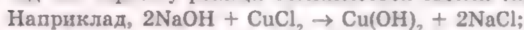
§ 29. Властивості та використання основ

223. Основи — тверді речовини йонної будови. Більшість основ не розчиняється у воді. Водорозчинні основи називають лугами.

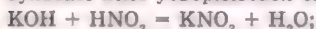
224. Індикатори — речовини, що змінюють свій колір у залежності від середовища, в якому знаходяться. Найчастіше використовують чотири індикатори: універсальний індикатор, лакмус, метилоранж, фенолфталеїн. У лужному середовищі універсальний індикатор набуває синього кольору, лакмус також змінює свій колір на синій, метилоранж стає жовтим, а фенолфталеїн — малиновим.

225. Наведемо приклади різних типів реакцій за участю основ:

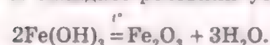
а) реакція обміну — це реакція між двома складними речовинами, які під час перебігу реакції обмінюються своїми складовими частинами.


Наприклад, $2NaOH + CuCl_2 \rightarrow Cu(OH)_2 + 2NaCl$;

б) реакція нейтралізації — це реакція між основою та кислотою, у результаті якої утворюються сіль і вода. Наприклад,

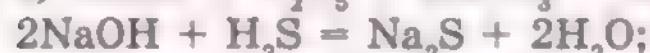

$KOH + HNO_3 = KNO_3 + H_2O$;

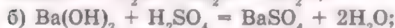
в) реакція розкладу — це реакція, у результаті перебігу якої з однієї складної речовини утворюється кілька нових речовин. Наприклад,


$2Fe(OH)_3 \overset{t°}{=} Fe_2O_3 + 3H_2O$.

226. Допишемо схеми реакцій та складемо хімічні рівняння:

а) $2KOH + N_2O_5 = 2KNO_3 + H_2O$;

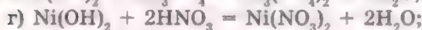

$2NaOH + H_2S = Na_2S + 2H_2O$;

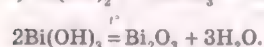

б) $Ba(OH)_2 + H_2SO_4 = BaSO_4 + 2H_2O$;

$2LiOH + NiCl_2 = 2LiCl + Ni(OH)_2$;

в) $Mg(OH)_2 + SO_3 = MgSO_4 + H_2O$;

$3Ca(OH)_2 + 2H_3PO_4 = Ca_3(PO_4)_2 + 6H_2O$;


г) $Ni(OH)_2 + 2HNO_3 = Ni(NO_3)_2 + 2H_2O$;

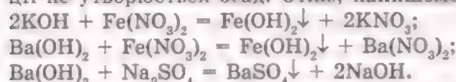

$2Bi(OH)_3 \overset{t°}{=} Bi_2O_3 + 3H_2O$.

227. Реакції між солями і основами можливі, якщо: а) основа є водорозчинною, тобто лугом; б) у результаті реакції утворюється нова розчинна у воді сіль та нерозчинна основа. Дані про розчинність солей і основ у воді беруть з «Таблиці розчинності кислот, основ і солей».

Серед наведених у лівому стовпчику основ одна є водонерозчинною — це манган(II) гідроксид $Mn(OH)_2$, він не буде реагувати з солями.

Серед наведених у правому стовпчику солей одна є теж практично нерозчинною у воді — це кальцій карбонат $CaCO_3$; ця сіль не буде реагувати з лугами.

Не будуть реагувати й калій гідроксид і натрій сульфат, тому що реакція між ними не перебігає практично до кінця, у результаті реакції не утворюється осад. Отже, напишемо можливі рівняння реакцій:

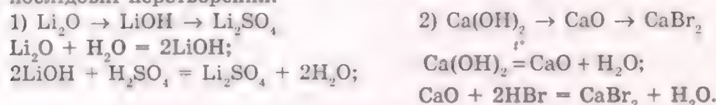


$2KOH + Fe(NO_3)_2 = Fe(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$;

$Ba(OH)_2 + Fe(NO_3)_2 = Fe(OH)_2\downarrow + Ba(NO_3)_2$;

$Ba(OH)_2 + Na_2SO_4 = BaSO_4\downarrow + 2NaOH$.

228. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі послідовні перетворення:



1) $Li_2O \rightarrow LiOH \rightarrow Li_2SO_4$

$Li_2O + H_2O = 2LiOH$;

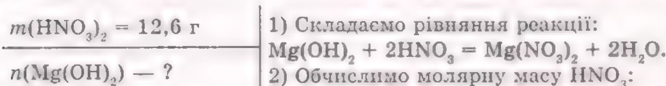
$2LiOH + H_2SO_4 = Li_2SO_4 + 2H_2O$;

2) $Ca(OH)_2 \rightarrow CaO \rightarrow CaBr_2$

$Ca(OH)_2 \overset{t^\circ}{=} CaO + H_2O$;

$CaO + 2HBr = CaBr_2 + H_2O$.

229. *Дано:* *Розв'язання:*

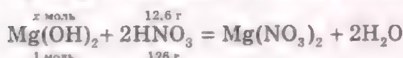


Дано	Розв'язання
$m(HNO_3)_2 = 12{,}6$ г $n(Mg(OH)_2)$ — ?	1) Складаємо рівняння реакції: $Mg(OH)_2 + 2HNO_3 = Mg(NO_3)_2 + 2H_2O$. 2) Обчислимо молярну масу HNO_3:

$M(HNO_3) = (1 + 14 + 16 \cdot 3)$ г/моль $= 63$ г/моль.

Маса 2 моль HNO_3 становить 126 г.

3) Під формулою $Mg(OH)_2$ підписуємо кількість його речовини за рівнянням реакції (1 моль), під формулою HNO_3 підписуємо 126 г. Над формулою HNO_3 записуємо її масу з умови задачі (12,6 г), над формулою $Mg(OH)_2$ — невідому кількість речовини (x моль):

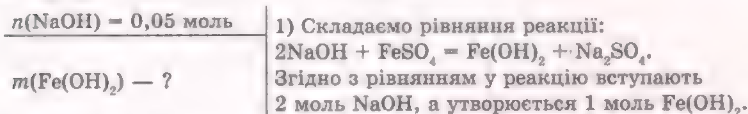


$$\underset{1\ \text{моль}}{\overset{x\ \text{моль}}{Mg(OH)_2}} + \underset{126\ \text{г}}{\overset{12{,}6\ \text{г}}{2HNO_3}} = Mg(NO_3)_2 + 2H_2O$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо: $\frac{x}{1} = \frac{12{,}6}{126}$; $x = \frac{1 \cdot 12{,}6}{126} = 0{,}1$ (моль).

Відповідь: $n(Mg(OH)_2) = 0{,}1$ моль.

230. *Дано:* *Розв'язання:*



Дано	Розв'язання
$n(NaOH) = 0{,}05$ моль $m(Fe(OH)_2)$ — ?	1) Складаємо рівняння реакції: $2NaOH + FeSO_4 = Fe(OH)_2 + Na_2SO_4$. Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль NaOH, а утворюється 1 моль $Fe(OH)_2$.

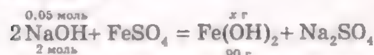
2) Обчислимо молярну масу $Fe(OH)_2$:

$M(Fe(OH)_2) = (56 + (16 + 1) \cdot 2)$ г/моль $= 90$ г/моль.

Маса 1 моль $Fe(OH)_2$ становить 90 г.

3) Під формулою NaOH підписуємо кількість речовини за рівнянням реакції (2 моль), під формулою $Fe(OH)_2$ — 90 г.

Над формулою NaOH записуємо кількість речовини за умовою задачі (0,05 моль), над формулою $Fe(OH)_2$ — невідому за умовою задачі масу (x г).



$$\underset{2\ \text{моль}}{\overset{0{,}05\ \text{моль}}{2NaOH}} + FeSO_4 = \underset{90\ \text{г}}{\overset{x\ \text{г}}{Fe(OH)_2}} + Na_2SO_4$$

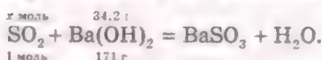
4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції із 2 моль NaOH утворюється 90 г $Fe(OH)_2$,
за умовою задачі із 0,05 моль NaOH утворюється *x* г $Fe(OH)_2$.

$\frac{2}{0,05} = \frac{90}{x}$; $x = \frac{0,05 \cdot 90}{2} = 2,25$ (г). *Відповідь*: $m(Fe(OH)_2) = 2,25$ г.

231. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Ba(OH)_2) = 34,2$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$V(SO_2)$ (н. у.) — ?	$SO_2 + Ba(OH)_2 = BaSO_3 + H_2O$. Згідно з рівнянням у реакцію вступають 1 моль SO_2 і 1 моль $Ba(OH)_2$.

2) Обчислимо молярну масу $Ba(OH)_2$:
$M(Ba(OH)_2) = (137 + (16 + 1) \cdot 2)$ г/моль = 171 г/моль.
Маса 1 моль $Ba(OH)_2$ становить 171 г.
3) Під формулою SO_2 записуємо кількість речовини його за рівнянням реакції (1 моль), під формулою $Ba(OH)_2$ записуємо 171 г. Над формулою $Ba(OH)_2$ записуємо його масу з умови задачі (34,2 г), над формулою SO_2 — невідому за умовою задачі кількість речовини (*x* моль).



$$\overset{x\ моль}{\underset{1\ моль}{SO_2}} + \overset{34,2\ г}{\underset{171\ г}{Ba(OH)_2}} = BaSO_3 + H_2O.$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 1 моль SO_2 реагує із 171 г $Ba(OH)_2$,
за умовою задачі *x* моль SO_2 реагує із 34,2 г $Ba(OH)_2$.

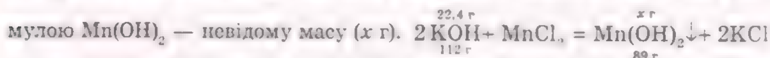
$\frac{1}{x} = \frac{171}{34,2}$; $x = \frac{1 \cdot 34,2}{171} = 0,2$ (моль) SO_2.

5) Об'єм SO_2 обчислимо за формулою $V = V_m \cdot n$, де $V_m = 22,4$ л/моль (н. у.)
$V(SO_2) = 22,4$ л/моль $\cdot$ 0,2 моль = 4,48 л.
Відповідь: $V(SO_2) = 4,48$ л.

232. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(KOH) = 22,4$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
m(осаду) — ?	$2KOH + MnCl_2 = Mn(OH)_2\downarrow + 2KCl$. Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль KOH, а утворюється 1 моль осаду $Mn(OH)_2$.

2) Обчислимо молярні маси KOH і $Mn(OH)_2$:
$M(KOH) = (39 + 16 + 1)$ г/моль = 56 г/моль;
$M(Mn(OH)_2) = (55 + (16 + 1) \cdot 2)$ г/моль = 89 г/моль.
Маса 2 моль KOH становить 112 г, маса 1 моль $Mn(OH)_2$ становить 89 г.
3) Під формулою KOH підписуємо 112 г, під формулою $Mn(OH)_2$ — 89 г. Над формулою KOH записуємо масу за умовою задачі (22,4 г), над формулою $Mn(OH)_2$ — невідому масу (*x* г).



$$2\overset{22,4\ г}{\underset{112\ г}{KOH}} + MnCl_2 = \overset{x\ г}{\underset{89\ г}{Mn(OH)_2}}\downarrow + 2KCl$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції із 112 г KOH утворюється 89 г $Mn(OH)_2$,
за умовою задачі із 22,4 г KOH утворюється *x* г $Mn(OH)_2$.

$\frac{22,4}{112} = \frac{x}{89}$; $x = \frac{22,4 \cdot 89}{112} = 17,8$ (г).

Відповідь: $m(Mn(OH)_2) = 17,8$ г.

233. *Дано:*

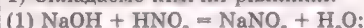
$m(NaOH; Ba(OH)_2) = 25{,}1$ г

$m(HNO_3) = 25{,}2$ г

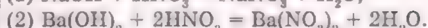
$w(NaOH)$ — ?

Розв'язання:

1) Складаємо хімічні рівняння:



(1) $NaOH + HNO_3 = NaNO_3 + H_2O$;



(2) $Ba(OH)_2 + 2HNO_3 = Ba(NO_3)_2 + 2H_2O$.

Згідно з рівнянням у реакцію (1) вступають 1 моль $NaOH$ і 1 моль HNO_3; у реакцію (2) вступають 1 моль $Ba(OH)_2$ і 2 моль HNO_3.

2) Обчислимо молярні маси $NaOH$, $Ba(OH)_2$ і HNO_3.

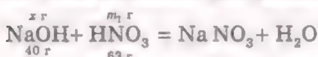
$M(NaOH) = (23 + 16 + 1)$ г/моль $= 40$ г/моль;

$M(Ba(OH)_2) = (137 + (16 + 1) \cdot 2)$ г/моль $= 171$ г/моль;

$M(HNO_3) = (1 + 14 + 16 \cdot 3)$ г/моль $= 63$ г/моль.

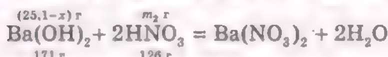
Маса 1 моль $NaOH$ становить 40 г, маса 1 моль $Ba(OH)_2$ становить 171 г, маса 1 моль HNO_3 становить 63 г, маса 2 моль HNO_3 становить 126 г.

3) У рівнянні (1) під формулою $NaOH$ запишемо 40 г, під формулою HNO_3 — 63 г. Над формулою $NaOH$ запишемо невідому за умовою задачі масу (x г), над формулою HNO_3 запишемо невідому частину її маси, що була необхідна для реакції (1) — m_1 (г).



$$\underset{40\text{ г}}{\overset{x\text{ г}}{NaOH}} + \underset{63\text{ г}}{\overset{m_1\text{ г}}{HNO_3}} = NaNO_3 + H_2O$$

У рівнянні (2) під формулою $Ba(OH)_2$ запишемо 171 г, під формулою HNO_3 — 126 г. Над формулою $Ba(OH)_2$ запишемо його масу в суміші за умовою задачі — $(25{,}1 - x)$ г, над формулою HNO_3 запишемо невідому частину її маси, що була необхідна для реакції (2) — m_2 (г).



$$\underset{171\text{ г}}{\overset{(25,1-x)\text{ г}}{Ba(OH)_2}} + \underset{126\text{ г}}{\overset{m_2\text{ г}}{2HNO_3}} = Ba(NO_3)_2 + 2H_2O$$

4) Складемо пропорції й розв'яжемо їх відносно m_1 та m_2:

(1) за рівнянням реакції 40 г $NaOH$ реагують із 63 г HNO_3;
за умовою задачі x г $NaOH$ реагують m_1 г HNO_3.

$$\frac{40}{x} = \frac{63}{m_1}; \quad m_1 = \frac{63x}{40};$$

(2) за рівнянням реакції 171 г $Ba(OH)_2$ реагують із 126 г HNO_3,
за умовою задачі $(25{,}1 - x)$ г $Ba(OH)_2$ реагують m_2 г HNO_3.

$$\frac{171}{25{,}1 - x} = \frac{126}{m_2}; \quad m_2 = \frac{126(25{,}1 - x)}{171}.$$

5) За умовою задачі на реакції (1) і (2) було затрачено 25,2 г HNO_3, тобто $m_1 + m_2 = 25{,}2$ г. Складаємо рівняння й розв'язуємо його:

$$\frac{63x^{\backslash 171}}{40} + \frac{126(25{,}1 - x)^{\backslash 40}}{171} = 25{,}2^{\backslash 171\ 40};$$

$171 \cdot 63x + 40 \cdot 126(25{,}1 - x) = 25{,}2 \cdot 171 \cdot 40$;

$10\ 773x + 126\ 504 - 5040x = 172\ 368$; $5733x = 45\ 864$; $x = 8$.

Отже, маса $NaOH$ у суміші дорівнює 8 г.

6) Обчислимо масову частку $NaOH$ у суміші:

$$w(NaOH) = \frac{m(NaOH)}{m(NaOH; Ba(OH)_2)} = \frac{8\text{ г}}{25{,}1\text{ г}} = 0{,}319 \text{ або } 31{,}9\ \%.$$

Відповідь: $w(NaOH) = 31{,}9$ %.

Лабораторний дослід № 2.
Дія водних розчинів лугів на індикатори

Результати лабораторного досліду запишемо у таблицю:

Розчин лугу	Колір індикатора			
	універсальний індикаторний папірець	лакмус	фенолфталеїн	метилоранж
NaOH	синій	синій	малиновий	жовтий

Лабораторний дослід № 3.
Взаємодія лугів з кислотами в розчині

Розчин знебарвився, тому що відбулася реакція нейтралізації. Реакція нейтралізації — це реакція між основою і кислотою з утворенням солі і води. Рівняння реакції: $2NaOH + H_2SO_4 = Na_2SO_4 + 2H_2O$.

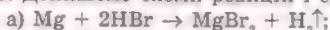
§ 30. Властивості та використання кислот

234. Усі кислоти мають молекулярну будову. Майже всі кислоти за звичайних умов є рідинами, мають низькі температури плавлення. Вони розчиняються у воді (крім кислоти H_2SiO_3). Ортофосфатна кислота H_3PO_4, ортоборатна H_3BO_3, метасилікатна H_2SiO_3 — тверді речовини. Хлоридна кислота HCl, сульфідна H_2S, нітратна HNO_3 — леткі кислоти, мають запах.

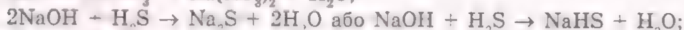
235. Розчини кислоти і лугу можна розрізнити за допомогою індикаторів.

Розчини	Індикатори			
	універсальний індикаторний папірець	лакмус	метилоранж	фенолфталеїн
розчин кислоти	червоний	червоний	рожевий	безбарвний
розчин лугу	синій	синій	жовтий	малиновий

236. Допишемо схеми реакцій і складемо хімічні рівняння:


а) $Mg + 2HBr \to MgBr_2 + H_2\uparrow$;

$BaO + 2HNO_3 \to Ba(NO_3)_2 + H_2O$;


$2NaOH + H_2S \to Na_2S + 2H_2O$ або $NaOH + H_2S \to NaHS + H_2O$;

б) $Li_2O + H_2SO_4 \to Li_2SO_4 + H_2O$;

$Fe(OH)_2 + 2HNO_3 \to Fe(NO_3)_2 + 2H_2O$;

$3K_2SiO_3 + 2H_3PO_4 \to 2K_3PO_4 + 3H_2SiO_3\downarrow$.

237. Замість крапок напишемо формули кислот-реагентів, продуктів реакції і перетворимо схеми на хімічні рівняння:

а) $Fe + \underline{2HCl} \to FeCl_2 + \underline{H_2}\uparrow$;

$KOH + \underline{HNO_3} \to KNO_3 + \underline{H_2O}$;

$3Li_2O + \underline{2H_3PO_4} \to 2Li_3PO_4 + \underline{3H_2O}$;

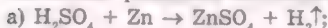
б) $2Al + \underline{3H_2SO_4} \to Al_2(SO_4)_3 + \underline{3H_2}\uparrow$;

$AgNO_3 + \underline{HI} \to AgI + \underline{HNO_3}$.

$Cr(OH)_2 + \underline{H_2SO_4} \to CrSO_4 + \underline{2H_2O}$;

238. Розбавлена сульфатна кислота H_2SO_4 реагує з металами, які у ряді активності металів стоять лівіше від H_2, з оксидами металів, з основами, з солями менше сильних кислот.

Запишемо рівняння можливих реакцій:

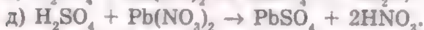

а) $H_2SO_4 + Zn \to ZnSO_4 + H_2\uparrow$;

в) $H_2SO_4 + CO_2 \not\to$;

б) $H_2SO_4 + Ag \not\to$;

г) $H_2SO_4 + HF \not\to$;

ґ) $H_2SO_4 + Ba(OH)_2 \to BaSO_4\downarrow + 2H_2O$;


д) $H_2SO_4 + Pb(NO_3)_2 \to PbSO_4 + 2HNO_3$.

239. Для кожного перетворення напишемо по два хімічних рівняння:

а) $HCl \rightarrow CaCl_2$	1) $2HCl + CaO \rightarrow CaCl_2 + H_2O$; 2) $2HCl + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCl_2 + 2H_2O$;
б) $H_2S \rightarrow K_2S$	1) $H_2S + K_2O \rightarrow K_2S + H_2O$; 2) $H_2S + 2KOH \rightarrow K_2S + 2H_2O$;
в) $H_3PO_4 \rightarrow Ba_3(PO_4)_2$	1) $2H_3PO_4 + 3Ba(OH)_2 \rightarrow Ba_3(PO_4)_2 + 6H_2O$; 2) $2H_3PO_4 + 3BaCO_3 \rightarrow Ba_3(PO_4)_2 + 3CO_2\uparrow + 3H_2O$.

240. У такий спосіб добувають гідроген хлорид HCl, водний розчин якого є хлоридною кислотою. Рівняння реакції: $NaCl_{тв.} + H_2SO_4 \xrightarrow{t^\circ} NaHSO_4 + HCl\uparrow$.

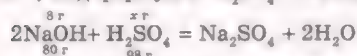
242. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(NaOH) = 8$ г

$m(H_2SO_4)$ — ?

1) Складаємо хімічне рівняння:
$2NaOH + H_2SO_4 = Na_2SO_4 + 2H_2O$.
Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль NaOH і 1 моль H_2SO_4.

2) Обчислимо молярні маси NaOH і H_2SO_4:
$M(NaOH) = (23 + 16 + 1)$ г/моль $= 40$ г/моль;
$M(H_2SO_4) = (1 \cdot 2 + 32 + 16 \cdot 4)$ г/моль $= 98$ г/моль.
Маса 2 моль NaOH становить 80 г, маса 1 моль H_2SO_4 становить 98 г.
3) Під формулою NaOH підписуємо 80 г, під формулою H_2SO_4 підписуємо 98 г. Над формулою NaOH записуємо його масу з умови задачі — 8 г, над формулою H_2SO_4 — невідому масу x г.



4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 80 г NaOH реагують з 98 г H_2SO_4,
за умовою задачі 8 г NaOH реагують з x г H_2SO_4.

$$\frac{80}{8} = \frac{98}{x}; \quad x = \frac{8 \cdot 98}{80} = 9,8 \text{ (г)}.$$

Відповідь: $m(H_2SO_4) = 9,8$ г.

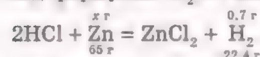
243. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Zn; Ag) = 10$ г
$V(H_2) = 0,7$ л (н. у.)

$w(Ag)$ — ?

1) Складаємо хімічні рівняння:
(1) $2HCl + Zn \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$; (2) $HCl + Ag \not\rightarrow$.
Отже, 0,7 л водню виділяються унаслідок реакції хлоридної кислоти з цинком.

2) Молярна маса цинку $M(Zn) = 65$ г/моль. Підписуємо під формулою Zn у рівнянні (1) 65 г, під формулою H_2 — 22,4 л (об'єм 1 моль газу за нормальних умов). Над формулою Zn записуємо невідому масу x г, над формулою H_2 — його об'єм з умови задачі (0,7 л):



3) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її: за рівнянням реакції 65 г Zn — 22,4 л H_2; за умовою задачі x г Zn — 0,7 л H_2.

$$\frac{65}{x} = \frac{22,4}{0,7}; \quad x = \frac{65 \cdot 0,7}{22,4} = 2,03 \text{ (г)}.$$

4) Обчислимо масу срібла в суміші:

$m(Ag) = m(\text{суміші}) - m(Zn) = 10\ г - 2,03\ г = 7,97\ г.$

5) Обчислимо масову частку срібла у суміші:

$$w(Ag) = \frac{m(Ag)}{m(\text{суміші})} = \frac{7,97\ г}{10\ г} = 0,797 \text{ або } 79,7\ \%.$$

Відповідь: $w(Ag) = 79,7\ \%$.

244. *Дано:*

$V(\text{суміші газів}) = 11,2$ л (н. у.)

$m(HNO_3)$ — ?

Розв'язання:

1) Складаємо хімічне рівняння розкладу нітратної кислоти:

$4HNO_3 \rightarrow 4NO_2\uparrow + O_2\uparrow + 2H_2O.$

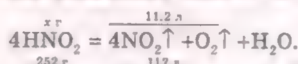
Згідно з рівнянням у реакцію вступають 4 моль HNO_3, а утворюється 5 моль газів (4 моль NO_2 + 1 моль O_2).

2) Обчислюємо молярну масу HNO_3:

$M(HNO_3) = (1 + 14 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 63 г/моль. Маса 4 моль HNO_3 становить 63 г/моль · 4 моль = 252 г.

3) 1 моль суміші газів (за н. у.) займає об'єм 22,4 л. Отже, 5 моль суміші газів займуть об'єм 22,4 · 5 = 112 л.

4) Під формулою HNO_3 підписуємо 252 г, над формулою HNO_3 — невідому масу за умовою задачі (*x* г). Під формулами газів записуємо 112 л, над формулами газів — їх об'єм за умовою задачі (11,2 л):


$$\overset{x\ г}{\underset{252\ г}{4HNO_3}} = \overset{11,2\ л}{\underset{112\ л}{4NO_2\uparrow + O_2\uparrow}} + H_2O.$$

5) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

зі рівнянням реакції з 252 г HNO_3 утворюється 112 л суміші газів,

за умовою задачі з *x* г HNO_3 утворюється 11,2 л суміші газів.

$$\frac{252}{x} = \frac{112}{11,2}; \quad x = \frac{252 \cdot 11,2}{112} = 25,2\ (г).$$

Відповідь: $m(HNO_3) = 25,2$ г.

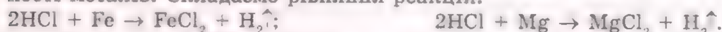
Лабораторний дослід № 4.
Дія водних розчинів кислот на індикатори

Розчин кислоти	Колір індикатора			
	універсальний індикаторний папірець	лакмус	метилоранж	фенолфталеїн
H_2SO_4	червоний	червоний	рожевий	безбарвний

Не можна виявити кислоту фенолфталеїном.

Лабораторний дослід № 5.
Взаємодія хлоридної кислоти з металами

З двох металів (залізо Fe і магній Mg) активніше з кислотою реагує магній. Це підтверджується й розміщенням цих металів у ряду активності металів. Складаємо рівняння реакцій:


$2HCl + Fe \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow;$ $\quad 2HCl + Mg \rightarrow MgCl_2 + H_2\uparrow.$

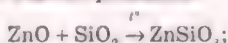
§ 31. Амфотерні оксиди та гідроксиди

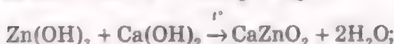
245. Деякі оксиди та гідроксиди металічних елементів виявляють як основні, так і кислотні властивості. Їх називають амфотерними сполуками. Амфотерними є, наприклад, алюміній оксид Al_2O_3, берилій оксид BeO, цинк оксид ZnO. Амфотерними гідроксидами є, відповідно,

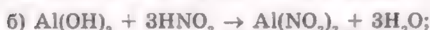
алюміній гідроксид $Al(OH)_3$, берилій гідроксид $Be(OH)_2$, цинк гідроксид $Zn(OH)_2$.

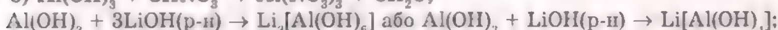
246. Допишемо схеми реакцій та складемо хімічні рівняння:

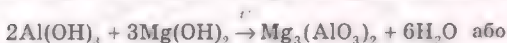
а) $ZnO + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2O$;

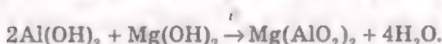

$ZnO + SiO_2 \xrightarrow{t^\circ} ZnSiO_3$;


$Zn(OH)_2 + Ca(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} CaZnO_2 + 2H_2O$;

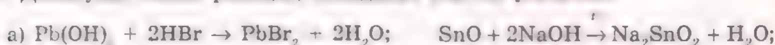

б) $Al(OH)_3 + 3HNO_3 \rightarrow Al(NO_3)_3 + 3H_2O$;

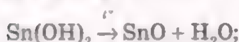

$Al(OH)_3 + 3LiOH(р\text{-}н) \rightarrow Li_3[Al(OH)_6]$ або $Al(OH)_3 + LiOH(р\text{-}н) \rightarrow Li[Al(OH)_4]$;


$2Al(OH)_3 + 3Mg(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} Mg_3(AlO_3)_2 + 6H_2O$ або


$2Al(OH)_3 + Mg(OH)_2 \xrightarrow{t} Mg(AlO_2)_2 + 4H_2O$.

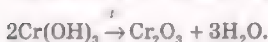
247. Дописуємо схеми реакцій, складаємо хімічні рівняння:


а) $Pb(OH)_2 + 2HBr \rightarrow PbBr_2 + 2H_2O$; $SnO + 2NaOH \xrightarrow{t} Na_2SnO_2 + H_2O$;


$Sn(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} SnO + H_2O$;

б) $2Fe(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 6H_2O$;

$Cr_2O_3 + 3Li_2O \xrightarrow{t^\circ} 2Li_3CrO_3$ або $Cr_2O_3 + Li_2O \xrightarrow{t^\circ} 2LiCrO_2$;


$2Cr(OH)_3 \xrightarrow{t} Cr_2O_3 + 3H_2O$.

248. Рівняння реакції між берилій оксидом і барій гідроксидом при нагріванні записується так: $BeO + Ba(OH)_2 \xrightarrow{t} BaBeO_2 + H_2O$.

Рівняння реакції між берилій оксидом і розчином барій гідроксидом має такий вигляд: $BeO + Ba(OH)_2 + H_2O \rightarrow Ba[Be(OH)_4]$
барій тетрагідрособериліат

249. На відміну від цинк гідроксиду $Zn(OH)_2$, який є амфотерним і реагує як із кислотами, так і з лугами, магній гідроксид $Mg(OH)_2$ є основою і не реагує з лугами.

Отже, якщо до обох порошків додати луг, наприклад NaOH, то реакція відбуватиметься тільки в одній склянці — там, де знаходиться порошок амфотерного гідроксиду $Zn(OH)_2$.

Рівняння реакцій: $Mg(OH)_2 + NaOH \not\rightarrow$;

$Zn(OH)_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2[Zn(OH)_4]$.

250. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
M_r(амфотерного гідроксида) = 103	До складу основ і амфотерних гідроксидів входить один катіон металу та кілька аніонів гідроксо-груп.
$Me(OH)_n$ — ?	

1) Нехай у складі амфотерного гідроксиду містяться два аніони гідроксильних груп — OH. Умовно формулу такої сполуки позначимо $Me(OH)_2$. Обчислимо відносну атомну масу метала у складі амфотерного гідроксида: $M_r(Me(OH)_2) = A_r(Me) + 2A_r(O) + 2A_r(H)$, отже, $A_r(Me) = M_r(Me(OH)_2) - 2A_r(O) - 2A_r(H)$; $A_r(Me) = 103 - 2 \cdot 16 - 2 \cdot 1 = 69$. Серед двовалентних металів, які утворюють амфотерні гідроксиди, немає метала із значенням відносної атомної маси 69.

2) Нехай амфотерний гідроксид є гідроксидом тривалентного метала. Умовно формулу такої сполуки позначимо $Me(OH)_3$. Обчислимо значення відносної атомної маси метала:

$M_r(Me(OH)_3) = A_r(Me) + 3A_r(O) + 3A_r(H)$, отже,

$A_r(Me) = M_r(Me(OH)_3) - 3A_r(O) - 3A_r(H) = 103 - 3 \cdot 16 - 3 \cdot 1 = 52.$

Цей метал — Хром, формула гідроксиду — $Cr(OH)_3$.

Відповідь: $Cr(OH)_3$.

251. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
N(йонів) = N(молекул CO_2) $m(CO_2) = 11$ г ——— $m(Fe_2O_3)$ — ?	1) Обчислимо кількість молекул CO_2 в 11 г CO_2. $n(CO_2) = \dfrac{m(CO_2)}{M(CO_2)} = \dfrac{11\ г}{44\ г\ /\ моль} = 0,25$ моль;

$N(CO_2) = N_A \cdot n = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,25 моль $= 1,505 \cdot 10^{23}$.

2) У 1 моль Fe_2O_3 містяться 2 моль йонів Fe^{3+} і 3 моль йонів O^{2-}, тобто 2 моль + 3 моль = 5 моль йонів.

Отже, $1,505 \cdot 10^{23}$ йонів міститимуться в 0,25 моль.

Обчислимо молярну масу Fe_2O_3:

$M(Fe_2O_3) = (56 \cdot 2 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 160 г/моль.

3) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

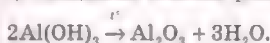
160 г Fe_2O_3 містять 5 моль йонів за умовою задачі,

x г Fe_2O_3 містять 0,25 моль йонів;

$$\frac{160}{x} = \frac{5}{0,25}; \quad x = \frac{160 \cdot 0,25}{5} = 8\ (г).$$

Відповідь: $m(Fe_2O_3) = 8$ г.

252. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Al(OH)_3) = 39$ г $m(Al_2O_3) = 20$ г ——— чи повністю розклався $Al(OH)_3$ — ?	1) Складаємо хімічне рівняння:  $2Al(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Al_2O_3 + 3H_2O.$ Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль $Al(OH)_3$, а утворюється 1 моль Al_2O_3.

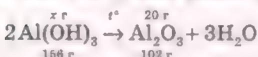
2) Обчислимо молярні маси $Al(OH)_3$ і Al_2O_3:

$M(Al(OH)_3) = (27 + (16 + 1) \cdot 3)$ г/моль = 78 г/моль;

$M(Al_2O_3) = (27 \cdot 2 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 102 г/моль.

Маса 2 моль $Al(OH)_3$ становить 156 г, маса 1 моль Al_2O_3 становить 102 г.

3) Під формулою $Al(OH)_3$ підписуємо 156 г, над формулою — невідому за умовою задачі масу, яка розклалась (x г). Під формулою Al_2O_3 підписуємо 102 г, над формулою — його масу за умовою задачі (20 г).



$$2\overset{x\ г}{\underset{156\ г}{Al(OH)_3}} \xrightarrow{t^\circ} \overset{20\ г}{\underset{102\ г}{Al_2O_3}} + 3H_2O$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції із 156 г $Al(OH)_3$ утворилося 102 г Al_2O_3;

за умовою задачі з x г $Al(OH)_3$ утворилося 20 г Al_2O_3.

$$\frac{156}{x} = \frac{102}{20}; \quad x = \frac{156 \cdot 20}{102} = 30,6\ (г)\ Al(OH)_3.$$

5) 30,6 г $Al(OH)_3$ менше від маси $Al(OH)_3$ за мовою задачі (39 г).

Отже, $Al(OH)_3$ розклався неповністю.

Відповідь: ні.

§ 32. Властивості та використання солей

Лабораторний дослід № 6.

Взаємодія металів з солями в водному розчині

У пробірку поміщаємо залізний цвях і наливаємо трохи розчину $CuSO_4$. Поверхня залізного цвяху вкривається коричневим нальотом, розчин знебарвлюється. Рівняння реакції: $Fe + CuSO_4 \rightarrow \underset{\text{коричн.}}{Cu\downarrow} + FeSO_4$.

Лабораторний дослід № 7.

Взаємодія солей із лугами у водному розчині

У пробірку з розчином $CuSO_4$ додаємо кілька крапель розчину NaOH. Утворюється блакитний осад.

Рівняння реакції: $CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow \underset{\text{блакитний}}{Cu(OH)_2\downarrow} + Na_2SO_4$.

Лабораторний дослід № 8.

Реакція обміну між солями в розчині

У пробірку з розчином Na_2CO_3 додаємо кілька крапель розчину $CaCl_2$. Утворюється білий осад.

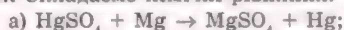
Рівняння реакції: $Na_2CO_3 + CaCl_2 \rightarrow \underset{\text{білий}}{CaCO_3\downarrow} + 2NaCl$.

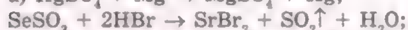
253. Солі за звичайних умов є кристалічними речовинами. Вони здебільшого мають високі температури плавлення. Частина солей розчиняється у воді ($NaCl$, $Ca(NO_3)_2$, K_2SO_4 тощо), деякі є малорозчинними (MgF_2, Ag_2SO_4, $PbBr_2$), решта — нерозчинні ($AgCl$, $Ca_3(PO_4)_2$, $BaSO_4$ тощо).

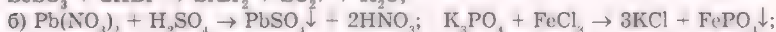
Серед розчинних солей NaCl має солоний смак, $MgSO_4$ — гіркий.

Солі Плюмбуму і Берилію солодкі, проте дуже отруйні.

254. Складаємо хімічні рівняння:


а) $HgSO_4 + Mg \rightarrow MgSO_4 + Hg$;

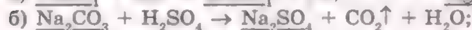

$SeSO_3 + 2HBr \rightarrow SrBr_2 + SO_2\uparrow + H_2O$;


б) $Pb(NO_3)_2 + H_2SO_4 \rightarrow PbSO_4\downarrow + 2HNO_3$; $K_3PO_4 + FeCl_3 \rightarrow 3KCl + FePO_4\downarrow$;

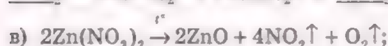
в) $CrSO_4 + 2KOH \rightarrow Cr(OH)_2\downarrow + K_2SO_4$; $MgSO_3 \xrightarrow{t} MgO + SO_2\uparrow$.

255. Замість крапок напишемо формули солей і перетворимо схеми реакцій на хімічні рівняння:

а) $\underline{CuSO_4} + Mn \rightarrow \underline{MnSO_4} + Cu$; $\underline{AgNO_3} + HI \rightarrow \underline{AgI}\downarrow + HNO_3$;


б) $\underline{Na_2CO_3} + H_2SO_4 \rightarrow \underline{Na_2SO_4} + CO_2\uparrow + H_2O$;

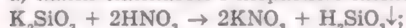
$\underline{FeCl_2} + Ba(OH)_2 \rightarrow Fe(OH)_2\downarrow + \underline{BaCl_2}$;


в) $\underline{2Zn(NO_3)_2} \xrightarrow{t^\circ} 2ZnO + 4NO_2\uparrow + O_2\uparrow$;

$Pb(NO_3)_2 + \underline{K_2CO_3} \rightarrow PbCO_3\downarrow + \underline{2KNO_3}$.

256. Напишемо рівняння можливих реакцій між такими сполуками:

а) калій силікатом і нітратною кислотою


$K_2SiO_3 + 2HNO_3 \rightarrow 2KNO_3 + H_2SiO_3\downarrow$;

б) натрій сульфатом і магній нітратом

$Na_2SO_4 + Mg(NO_3)_2 \not\rightarrow$ реакція не відбувається, тому що продуктами реакції будуть розчинні у воді солі $MgSO_4$ і $NaNO_3$;

в) купрум(II) хлоридом і барій сульфатом

$CuCl_2 + BaSO_4\downarrow \not\rightarrow$ реакція не відбувається, тому що $BaSO_4$ є практично нерозчинною у воді сполукою;

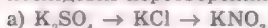
г) хром(III) сульфатом і натрій гідроксидом

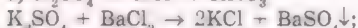
$Cr_2(SO_4)_3 + 6NaOH \rightarrow 2Cr(OH)_3\downarrow + 3Na_2SO_4$;

г) калій сульфідом і меркурій(II) нітратом

$K_2S + Hg(NO_3)_2 \rightarrow 2KNO_3 + HgS\downarrow$.

257. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі послідовні перетворення:


а) $K_2SO_4 \rightarrow KCl \rightarrow KNO_3$

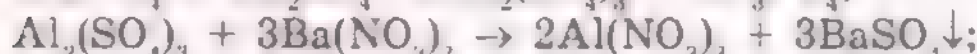

$K_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2KCl + BaSO_4\downarrow$;

$KCl + AgNO_3 \rightarrow AgCl\downarrow + KNO_3$;

б) $AlCl_3 \rightarrow AlPO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 \rightarrow Al(NO_3)_3$

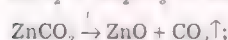
$AlCl_3 + Na_3PO_4 \rightarrow AlPO_4 + 3NaCl$;

$2AlPO_4 + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 2H_3PO_4$;


$Al_2(SO_4)_3 + 3Ba(NO_3)_2 \rightarrow 2Al(NO_3)_3 + 3BaSO_4\downarrow$;

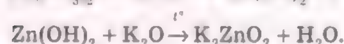
в) $ZnCl_2 \rightarrow ZnCO_3 \rightarrow ZnO \rightarrow Zn(NO_3)_2 \rightarrow Zn(OH)_2 \rightarrow K_2ZnO_2$

$ZnCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow ZnCO_3 + 2NaCl$;


$ZnCO_3 \xrightarrow{t} ZnO + CO_2\uparrow$;

$ZnO + 2HNO_3 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + H_2O$;

$Zn(NO_3)_2 + 2KOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$;


$Zn(OH)_2 + K_2O \xrightarrow{t^\circ} K_2ZnO_2 + H_2O$.

258. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано:	*Розв'язання:*
$m(Fe(NO_3)_3) = 4{,}84$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$m(FeF_3)$ — ?	Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль $Fe(NO_3)_3$ і утворюється 1 моль FeF_3.

$Fe(NO_3)_3 + 3NaF \rightarrow FeF_3 + 3NaNO_3$.

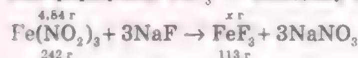
2) Обчислюємо молярні маси $Fe(NO_3)_3$ і FeF_3:

$M(Fe(NO_3)_3) = (56 + (14 + 16 \cdot 3)$ г/моль $= 242$ г/моль;

$M(FeF_3) = (56 + 19 \cdot 3)$ г/моль $= 113$ г/моль.

Маса 1 моль $Fe(NO_3)_3$ становить 242 г, маса 1 моль FeF_3 становить 113 г.

3) Під формулою $Fe(NO_3)_3$ підписуємо 242 г, над формулою $Fe(NO_3)_3$ — його масу з умови задачі (4,84 г). Під формулою FeF_3 підписуємо 113 г, над формулою FeF_3 — невідому з умови задачі масу (x г).


$\underset{242\ г}{\overset{4,84\ г}{Fe(NO_2)_3}} + 3NaF \rightarrow \underset{113\ г}{\overset{x\ г}{FeF_3}} + 3NaNO_3$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції з 242 г $Fe(NO_3)_3$ утворюється 113 г FeF_3;

за умовою задачі з 4,84 г $Fe(NO_3)_3$ утворюється x г FeF_3.

$\frac{242}{4,84} = \frac{113}{x}$; $x = \frac{4,84 \cdot 113}{242} = 2,26$ (г). *Відповідь*: $m(FeF_3) = 2,26$ г.

259. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано:	*Розв'язання:*
$m(Zn) = 13$ г; $m(Pb(NO_3)_2) = 33{,}1$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
чи вистачить 13 г Zn — ?	Згідно з рівнянням у реакцію вступають 1 моль Zn і 1 моль $Pb(NO_3)_2$.

$Zn + Pb(NO_3)_2 \rightarrow Pb + Zn(NO_3)_2$.

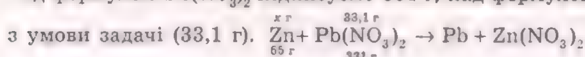
2) Обчислюємо молярні маси Zn і $Pb(NO_3)_2$:

$M(Zn) = 65$ г/моль; $M(Pb(NO_3)_2) = 331$ г/моль.

Маса 1 моль Zn становить 65 г, маса 1 моль $Pb(NO_3)_2$ становить 331 г.

3) Під формулою Zn підписуємо 65 г, над формулою Zn — невідому за умовою задачі масу (x г), що необхідна для перебігу цієї реакції.

Під формулою $Pb(NO_3)_2$ підписуємо 331 г, над формулою $Pb(NO_3)_2$ — масу з умови задачі (33,1 г).



$$\underset{65\ г}{\overset{x\ г}{Zn}} + \underset{331\ г}{\overset{33,1\ г}{Pb(NO_3)_2}} \rightarrow Pb + Zn(NO_3)_2$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 65 г Zn реагують із 331 г $Pb(NO_3)_2$;
за умовою задачі x г Zn реагують 33,1 г $Pb(NO_3)_2$.

$$\frac{65}{x} = \frac{331}{33,1}; \quad x = \frac{65 \cdot 33,1}{331} = 6,5\ (г).$$

Отже, для повного перетворення 33,1 г $Pb(NO_3)_2$ на свинець необхідно 6,5 г Zn. А за умовою задачі було взято 13 г Zn, тобто у 2 рази більше, ніж потрібно. *Відповідь*: вистачить.

260. *Дано:* *Розв'язання*:

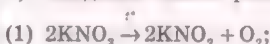
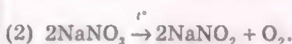
Дано	Розв'язання
Δm(пластинки) = 0,8 г	1) Складаємо хімічне рівняння:
m(Cu) — ?	$Fe + CuSO_4 \rightarrow Cu + FeSO_4$. Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль Fe і утворюється 1 моль Cu.

2) Молярна маса Феруму M(Fe) = 56 г/моль, а молярна маса Купруму M(Cu) = 64 г/моль. Маса 1 моль Fe становить 56 г, а маса 1 моль Cu становить 64 г. Отже, маса 1 моль Cu на 8 г більша за масу 1 моль Fe.
3) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за порівняння мас 1 моль металів 64 г Cu — Δm становить 8 г;
за умовою задачі x г Cu — Δm становить 0,8 г.

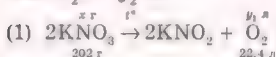
$$\frac{64}{x} = \frac{8}{0,8}; \quad x = \frac{64 \cdot 0,8}{8} = 6,4\ (г).$$

Відповідь: m(Cu) = 6,4 г.

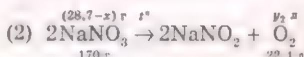
261. *Дано:* *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$m(KNO_3; NaNO_3)$ = 28,7 г $V(O_2)$ = 3,36 л (н. у.)	1) Складаємо хімічні рівняння:  (1) $2KNO_3 \xrightarrow{t^\circ} 2KNO_2 + O_2$;
$m(KNO_3)$ — ? $m(NaNO_3)$ — ?	 (2) $2NaNO_3 \xrightarrow{t^\circ} 2NaNO_2 + O_2$.

Згідно з рівнянням (1) у реакцію вступає 2 моль KNO_3 і утворюється 1 моль O_2. Згідно з рівнянням (2) у реакцію вступає 2 моль $NaNO_3$ і утворюється 1 моль O_2.
2) Обчислимо молярні маси KNO_3 і $NaNO_3$:
$M(KNO_3)$ = (39 + 14 + 16 · 3) г/моль = 101 г/моль;
$M(NaNO_3)$ = (23 + 14 + 16 · 3) г/моль = 85 г/моль.
Маса 2 моль KNO_3 становить 202 г, маса 2 моль $NaNO_3$ становить 170 г.
3) 1 моль O_2 за н. у. займає об'єм 22,4 л.
4) Під формулою KNO_3 у рівнянні (1) підписуємо 202 г, над формулою KNO_3 — невідому з умови задачі масу (x г). Під формулою O_2 записуємо 22,4 л, над формулою O_2 — невідомий об'єм, що виділився у результаті реакції (2) — y_1 л.
Під формулою $NaNO_3$ у рівнянні (2) підписуємо 170 г, над формулою $NaNO_3$ — (28,7 – x) г. Під формулою O_2 записуємо 22,4 л, над формулою O_2 — y_2 л.



$$(1)\ \underset{202\ г}{\overset{x\ г}{2KNO_3}} \xrightarrow{t^\circ} 2KNO_2 + \underset{22,4\ л}{\overset{y_1\ л}{O_2}}$$



$$(2)\ \underset{170\ г}{\overset{(28,7-x)\ г}{2NaNO_3}} \xrightarrow{t^\circ} 2NaNO_2 + \underset{22,4\ л}{\overset{y_2\ л}{O_2}}$$

5) Складаємо пропорції й розв'язуємо їх відносно y_1 та y_2:
— за рівнянням реакції (1) із 202 г KNO_3 утворилося 22,4 л O_2;
за умовою задачі із x г KNO_3 утворилося y_1 л O_2.

$$\frac{202}{x} = \frac{22,4}{y_1}; \quad y_1 = \frac{22,4x}{202};$$

— за рівнянням реакції (2) із 170 г $NaNO_3$ утворилося 22,4 л O_2;
за умовою задачі з (28,7 − x) г $NaNO_3$ утворилося y_2 л O_2.

$$\frac{170}{28,7 - x} = \frac{22,4}{y_2}; \quad y_2 = \frac{22,4(28,7 - x)}{170}.$$

6) За умовою задачі $y_1 + y_2 = 3,36$ л O_2, тобто

$$\frac{22,4x^{\backslash 170}}{202} + \frac{22,4(28,7 - x)^{\backslash 202}}{170} = 3,36^{\backslash 170\ 202};$$

$170 \cdot 22,4x + 202 \cdot 22,4(28,7 - x) = 3,36 \cdot 170 \cdot 202;$
$3808x + 129861,76 - 4524,8x = 115382,4; \ 716,8x = 14479,36; \ x = 20,2.$
Отже, маса KNO_3 у суміші становить 20,2 г, а маса $NaNO_3$ у суміші становить 28,7 − 20,2 = 8,5 г.
Відповідь: $m(KNO_3)$ = 20,2 г; $m(NaNO_3)$ = 8,5 г.

Практична робота № 1.
Дослідження властивостей основних класів неорганічних сполук
Варіант 1. Дослідження хімічних властивостей хлоридної кислоти

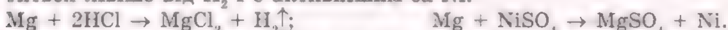
Послідовність дій	Спостереження	Висновки
Дослід 1. Дія хлоридної кислоти на індикатор		
На універсальний індикаторний папірець наносимо краплю HCl.	Колір універсального індикаторного папірця змінюється на червоний.	Хлоридна кислота змінює колір індикатора.
Дослід 2. Реакція хлоридної кислоти з металом		
До цинку додаємо хлоридну кислоту.	Виділяється газ.	Хлоридна кислота реагує з металами, які у ряді активності металів розташовані лівіше від H_2.
Рівняння реакції: $2HCl + Zn \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$		
Дослід 3. Реакція хлоридної кислоти з основним (амфотерним) оксидом		
У пробірку з магній оксидом (ферум(III) оксидом) додаємо хлоридну кислоту.	Порошок розчиняється, утворюється безбарвний (бурий) розчин.	Хлоридна кислота реагує з основними (амфотерними) оксидами.
Рівняння реакції: $MgO + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2O$; $Fe_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2FeCl_3 + 3H_2O$.		
Дослід 4. Реакція хлоридної кислоти з лугом		
До розчину лугу (NaOH) додаємо фенолфталеїн. Доливаємо хлоридну кислоту.	малинове забарвлення розчин стає безбарвним	Натрій гідроксид змінює колір індикатора Відбулася реакція нейтралізації
Рівняння реакції: $NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_2O$.		

Дослід 5. Реакція хлоридної кислоти із сіллю		
До розчину Na_2CO_3 додаємо HCl	виділяється газ	Хлоридна кислота реагує з солями менш сильних кислот
Рівняння реакції: $Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2\uparrow + H_2O$.		

Варіант II. Дослідження властивостей нікель(II) сульфату

Послідовність дій	Спостереження	Висновки
Дослід 1. Дослідження фізичних властивостей нікель(II) сульфату		
Розглядаємо видану сіль $NiSO_4$ Розчиняємо $NiSO_4$ у воді	порошок зеленкуватого кольору сіль розчиняється у воді	$NiSO_4$ — тверда кристалічна речовина зеленкуватого кольору, розчиняється у воді
Дослід 2. Реакція нікель(II) сульфату з металом		
У розчин $NiSO_4$ поміщаємо гранулу цинку Zn	розчин поступово знебарвлюється, гранула Zn вкривається нальотом	$NiSO_4$ реагує з металами, які у ряді активності є активнішими за Ni
Рівняння реакції: $NiSO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + Ni$.		
Дослід 3. Реакція нікель(II) сульфату з лугом		
До розчину $NiSO_4$ додаємо розчин NaOH	випадає осад	$NiSO_4$ реагує з розчином лугу
Рівняння реакції: $NiSO_4 + 2NaOH \rightarrow Ni(OH)_2\downarrow + Na_2SO_4$.		
Дослід 4. Реакції нікель(II) сульфату із солями		
До розчину $NiSO_4$ додаємо розчин Na_2CO_3	розчин стає каламутним	$NiSO_4$ реагує з розчином Na_2CO_3; реакція перебігає до кінця
До розчину $NiSO_4$ додаємо розчин $BaCl_2$	випадає осад	$NiSO_4$ реагує з розчином $BaCl_2$, реакція перебігає до кінця
Рівняння реакцій: $NiSO_4 + Na_2CO_3 \rightarrow NiCO_3\downarrow + Na_2SO_4$; $NiSO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + NiCl_2$.		

262. Якщо замість цинку в досліді 2 кожного варіанта взяти магній, то реакції відбудуться, тому що магній у ряді активності металів міститься лівіше від H_2 і є активнішим за Ni:


$Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2\uparrow$; $Mg + NiSO_4 \rightarrow MgSO_4 + Ni$.

Якщо ж замість цинку взяти срібло, то реакції не відбудуться, тому що Ag у ряді активності металів стоїть правіше від H_2 і є менш активнім, ніж Ni.

263. Якщо в досліді 5 (варіант I) натрій карбонат Na_2CO_3 замінити на $CaCO_3$, то реакція відбудеться, а якщо на $NaNO_3$, то — ні. Це пояснюється тим, що хлоридна кислота реагує з солями менш сильних кислот (карбонатами, сульфітами, сульфідами тощо), а серед нітратів — з солями Аргентуму, Плюмбуму(II), утворюючи нерозчинні (або малорозчинні) AgCl ($PbCl_2$).

$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$; $NaNO_3 + HCl \not\rightarrow$.

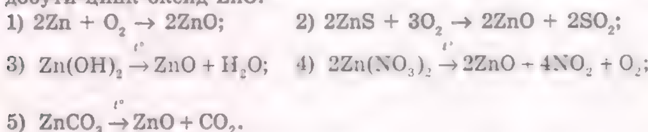
Якщо в досліді 4 (варіант II) натрій карбонат Na_2CO_3 замінити на $CaCO_3$, то реакція відбуватися не буде, тому що $CaCO_3$ водонерозчинний: $CaCO_3 + NiSO_4 \not\rightarrow$.

Якщо Na_2CO_3 замінити на $NaNO_3$, то реакція відбуватися теж не буде, тому що порушуються умови перебігу реакцій до кінця: $NaNO_3 + NiSO_4 \not\rightarrow$.

264. Під час виконання практичної роботи здійснювалися реакції заміщення (дослід 2) і реакції обміну (досліди 3, 4, 5).

§ 33. Способи добування оксидів

265. Оксиди добувають за реакціями простих і деяких складних речовин із киснем, а також термічним розкладом гідроксидів, оксигеновмісних кислот і солей. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна добути цинк оксид ZnO:



1) $2Zn + O_2 \rightarrow 2ZnO$; 2) $2ZnS + 3O_2 \rightarrow 2ZnO + 2SO_2$;

3) $Zn(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} ZnO + H_2O$; 4) $2Zn(NO_3)_2 \xrightarrow{t^\circ} 2ZnO + 4NO_2 + O_2$;

5) $ZnCO_3 \xrightarrow{t^\circ} ZnO + CO_2$.

266. При нагріванні розкладаються

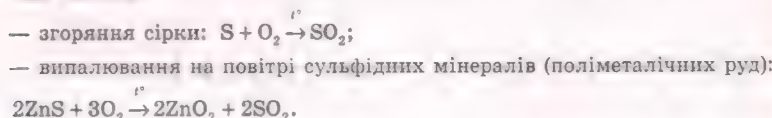
$H_2SiO_3 \xrightarrow{t^\circ} SiO_2 + H_2O$; $MgCO_3 \xrightarrow{t^\circ} MgO + CO_2$; $Pb(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} PbO + H_2O$.

267. Допишемо схеми реакцій розкладу і перетворимо їх на хімічні рівняння:

а) $\underline{2Fe(OH)_3} \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3H_2O$; $\underline{Mn(OH)_2} \xrightarrow{t^\circ} MnO + H_2O$;

б) $\underline{2HNO_2} \xrightarrow{t} N_2O_3 + H_2O$; $H_2TiO_3 \xrightarrow{t^\circ} TiO_2 + H_2O$.

268. Для добування у промисловості сульфур(IV) оксиду використовують такі способи:

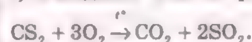


— згоряння сірки: $S + O_2 \xrightarrow{t^\circ} SO_2$;

— випалювання на повітрі сульфідних мінералів (поліметалічних руд): $2ZnS + 3O_2 \xrightarrow{t^\circ} 2ZnO_2 + 2SO_2$.

269. *Дано:* *Розв'язання:*

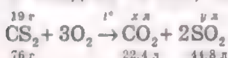
Дано	Розв'язання
$m(CS_2) = 19$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$V(CO_2)$ — ? (н. у.) $V(SO_2)$ — ? (н. у.)	$CS_2 + 3O_2 \xrightarrow{t^\circ} CO_2 + 2SO_2$. Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль CS_2 й утворюється 1 моль CO_2 та 2 моль SO_2.



2) Обчислюємо молярну масу CS_2.

$M(CS_2) = (12 + 2 \cdot 32)$ г/моль $= 76$ г/моль. Маса 1 моль CS_2 становить 76 г.

3) Під формулою CS_2 підписуємо 76 г, під формулою CO_2 — 22,4 л, а під формулою SO_2 — 44,8 л (22,4 л · 2 = 44,8 л). Над формулою CS_2 надписуємо його масу з умови задачі — 19 г. Над формулами CO_2 і SO_2 — їх невідомі об'єми, відповідно *x* л та *y* л.



$$\overset{19\text{ г}}{\underset{76\text{ г}}{CS_2}} + 3O_2 \xrightarrow{t^\circ} \overset{x\text{ л}}{\underset{22,4\text{ л}}{CO_2}} + \overset{y\text{ л}}{\underset{44,8\text{ л}}{2SO_2}}$$

4) Складаємо пропорції та розв'язуємо їх:

а) за рівнянням реакції із 76 г CS_2 утворюються 22,4 л CO_2;
за умовою задачі з 19 г CS_2 утворюються x л CO_2.

$$\frac{76}{19} = \frac{22,4}{x}; \quad x = \frac{19 \cdot 22,4}{76} = 5,6 \text{ (л) } CO_2;$$

б) за рівнянням реакції із 76 г CS_2 утворюються 44,8 л SO_2;
за умовою задачі з 19 г CS_2 утворюються y л SO_2.

$$\frac{76}{1,9} = \frac{44,8}{y}; \quad y = \frac{19 \cdot 44,8}{76} = 11,2 \text{ (л) } SO_2.$$

Відповідь: $V(CO_2)$ = 5,6 л; $V(SO_2)$ = 11,2 л.

270. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Mg(OH)_2)$ = 2,32 г m (твердого залишку) = 1,60 г	1) Складаємо хімічне рівняння:
чи повністю розклалася сполука?	$Mg(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} MgO + H_2O$.

Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль $Mg(OH)_2$ і утворюється 1 моль MgO (твердий залишок).

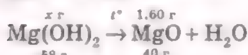
2) Обчислимо молярні маси $Mg(OH)_2$ і MgO:

$M(Mg(OH)_2)$ = (24 + (16 + 1) · 2) г/моль = 58 г/моль;

$M(MgO)$ = (24 + 16) г/моль = 40 г/моль.

Маса 1 моль $Mg(OH)_2$ становить 58 г, маса 1 моль MgO становить 40 г.

3) Під формулою $Mg(OH)_2$ підписуємо 58 г, під формулою MgO — 40 г. Над формулою $Mg(OH)_2$ записуємо невідому масу його, яка розклалася, тобто x г; над формулою MgO записуємо його масу за умовою задачі — 1,60 г.



$$\overset{x\text{ г}}{\underset{58\text{ г}}{Mg(OH)_2}} \xrightarrow{t^\circ} \overset{1,60\text{ г}}{\underset{40\text{ г}}{MgO}} + H_2O$$

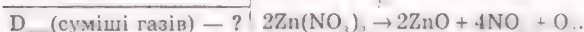
4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції з 58 г $Mg(OH)_2$ утворюється 40 г MgO;
за умовою задачі з x г $Mg(OH)_2$ утворюється 1,60 г MgO.

$$\frac{58}{x} = \frac{40}{1,60}; \quad x = \frac{58 \cdot 1,60}{40} = 2,32 \text{ (г) } Mg(OH)_2.$$

Отже, $Mg(OH)_2$ розклався повністю. *Відповідь:* так.

271. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$Zn(NO_3)_2$	1) Складаємо хімічне рівняння:
$D_{пов.}$(суміші газів) — ?	 $2Zn(NO_3)_2 \xrightarrow{t^\circ} 2ZnO + 4NO_2 + O_2$.

2) Обчислюємо відносні молекулярні маси газів NO_2 і O_2:

$M_r(NO_2)$ = 14 + 16 · 2 = 46; $M_r(O_2)$ = 16 · 2 = 32;

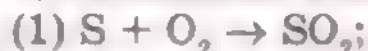
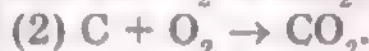
M_r(суміші газів) = (4 · 46 + 32) : 5 = 43,2.

3) Обчислюємо відносну густину суміші газів NO_2 і O_2 за повітрям.

$$D_{пов.}(NO_2\ O_2) = \frac{M_r(\text{суміші газів})}{29} = \frac{(4 \cdot 46 + 32) : 5}{29} = 1,49.$$

Відповідь: $D_{пов.}$ = 1,49.

272. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(S; C)$ = 8 г $m(SO_2; CO_2)$ = 26 г	1) Складаємо хімічні рівняння:  (1) $S + O_2 \rightarrow SO_2$;  (2) $C + O_2 \rightarrow CO_2$.
$w(S)$ — ? $w(C)$ — ?	

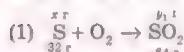
За рівнянням реакцій (1) і (2) у реакції вступають 1 моль S, 1 моль C й утворюються 1 моль SO_2 і 1 моль CO_2.

2) Обчислимо молярні маси S, C, SO_2, CO_2:

$M(S) = 32$ г/моль; $M(C) = 12$ г/моль; $M(SO_2) = (32 + 16 \cdot 2)$ г/моль = 64 г/моль; $M(CO_2) = (12 + 16 \cdot 2)$ г/моль = 44 г/моль.

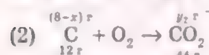
Маса 1 моль S становить 32 г, маса 1 моль C становить 12 г, маса 1 моль SO_2 становить 64 г, маса 1 моль CO_2 становить 44 г.

3) Під формулою S у рівнянні (1) підписуємо 32 г, під формулою SO_2 — 64 г. Над формулою S у рівняння (1) записуємо невідому за умовою задачі масу x г, над формулою SO_2 — його невідому масу — y_1 г.



(1) $\overset{x\ г}{\underset{32\ г}{S}} + O_2 \rightarrow \overset{y_1\ г}{\underset{64\ г}{SO_2}}$

У рівняння (2) під формулою C підписуємо 12 г, під формулою CO_2 — 44 г. Над формулою C записуємо його умовну масу $(8 - x)$ г, над формулою CO_2 — y_2 г.



(2) $\overset{(8-x)\ г}{\underset{12\ г}{C}} + O_2 \rightarrow \overset{y_2\ г}{\underset{44\ г}{CO_2}}$

4) Складаємо пропорції та розв'язуємо їх відносно y_1 та y_2:

— за рівнянням реакції (1) із 32 г S утворюється 64 г SO_2;
за умовою задачі з x г S утворюється y_1 г SO_2.

$$\frac{32}{x} = \frac{64}{y_1}; \quad y_1 = \frac{64 \cdot x}{32} = 2x;$$

— за рівнянням реакції (2) з 12 г C утворюється 44 г CO_2;
за умовою задачі з $(8 - x)$ г C утворюється y_2 г CO_2.

$$\frac{12}{8-x} = \frac{44}{y_2}; \quad y_2 = \frac{44 \cdot (8-x)}{12} = \frac{11(8-x)}{3}.$$

5) За умовою задачі $m(SO_2; CO_2) = 26$ г, тобто $y_1 + y_2 = 26$ г.

Отже, $2x + \frac{11(8-x)}{3} = 26$. Розв'язуємо рівняння: $2x^{\backslash 3} + \frac{11(8-x)^{\backslash 1}}{3} = 26^{\backslash 3}$;

$6x + 11(8 - x) = 78$; $6x + 88 - 11x = 78$; $6x - 11x = 78 - 88$;
$-5x = -10$; $x = 2$.

Отже, маса S у суміші становить 2 г, маса C — 6 г (8 г − 2 г = 6 г).

6) Обчислимо масові частки S і C у суміші:

$$w(S) = \frac{m(S)}{m(\text{суміші S і C})} = \frac{2\ г}{8\ г} = 0,25 \text{ або } 25\ \%;$$

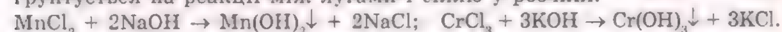
$$w(C) = \frac{m(C)}{m(\text{суміші S і C})} = \frac{6\ г}{8\ г} = 0,75 \text{ або } 75\ \%.$$

Відповідь: $w(S) = 25\ \%$; $w(C) = 75\ \%$.

§ 34. Способи добування основ і амфотерних гідроксидів

273. а) Луги добувають за реакціями відповідних металів або їх оксидів з водою: $Ba + 2H_2O \rightarrow Ba(OH)_2 + H_2\uparrow$; $BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$.

б) Загальний спосіб добування основ, а також амфотерних гідроксидів ґрунтується на реакції між лугами і сіллю у розчині:



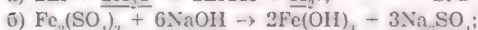
$MnCl_2 + 2NaOH \rightarrow Mn(OH)_2\downarrow + 2NaCl$; $CrCl_3 + 3KOH \rightarrow Cr(OH)_3\downarrow + 3KCl$.

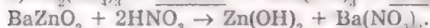
Амфотерні гідроксиди добувають ще взаємодією розчинів відповідних солей із кислотами: $2Na_3CrO_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow 2H_3CrO_3\downarrow + 3Na_2SO_4$.

$2Cr(OH)_3$

274. Допишемо схеми реакцій і перетворимо їх на хімічні рівняння:

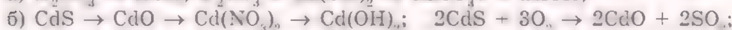
а) $2Li + \underline{2H_2O} \rightarrow 2LiOH + \underline{H_2}\uparrow$; $SrO + \underline{H_2O} \rightarrow Sr(OH)_2$;


б) $Fe_2(SO_4)_3 + \underline{6NaOH} \rightarrow 2Fe(OH)_3 + \underline{3Na_2SO_4}$;


$BaZnO_2 + 2HNO_3 \rightarrow Zn(OH)_2 + \underline{Ba(NO_3)_2}$.

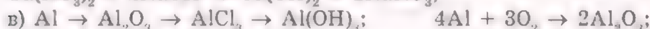
275. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі послідовні перетворення:

а) $K_2CO_3 \rightarrow KOH$; $K_2CO_3 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaCO_3\downarrow + 2KOH$;


б) $CdS \rightarrow CdO \rightarrow Cd(NO_3)_2 \rightarrow Cd(OH)_2$; $2CdS + 3O_2 \rightarrow 2CdO + 2SO_2$;

$CdO + 2HNO_3 \rightarrow Cd(NO_3)_2 + H_2O$;

$Cd(NO_3)_2 + 2NaOH \rightarrow Cd(OH)_2 + 2NaNO_3$;

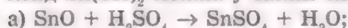

в) $Al \rightarrow Al_2O_3 \rightarrow AlCl_3 \rightarrow Al(OH)_3$; $4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$;

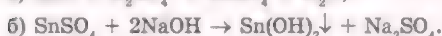
$Al_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2O$; $AlCl_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3NaCl$.

276. У хімічному кабінеті є калій гідроксид KOH, барій гідроксид $Ba(OH)_2$, кальцій карбонат $CaCO_3$ і кальцій хлорид $CaCl_2$. Загальний спосіб добування основ ґрунтується на реакції між лугом і розчинною у воді сіллю. Тому для добування кальцій гідроксиду $Ca(OH)_2$ можна використати луги KOH, $Ba(OH)_2$ та розчинну у воді сіль $CaCl_2$:

$CaCl_2 + 2KOH \rightarrow Ca(OH)_2 + 2KCl$; $CaCl_2 + Ba(OH)_2 \rightarrow Ca(OH)_2 + BaCl_2$.

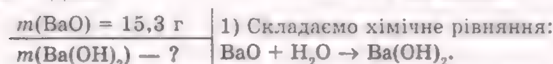
277. Маємо реактиви: станум(II) оксид SnO, розчини натрій гідроксиду NaOH і сульфатної кислоти H_2SO_4. Добути з цих реактивів станум(II) гідроксид $Sn(OH)_2$ можна у такий спосіб:


а) $SnO + H_2SO_4 \rightarrow SnSO_4 + H_2O$;


б) $SnSO_4 + 2NaOH \rightarrow Sn(OH)_2\downarrow + Na_2SO_4$.

Увага! NaOH додаємо по краплях!!!

278. *Дано:* *Розв'язання:*



Дано	Розв'язання
$m(BaO) = 15{,}3$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$m(Ba(OH)_2)$ — ?	$BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$.

Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль BaO і утворюється 1 моль $Ba(OH)_2$.

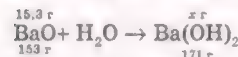
2) Обчислимо молярні маси BaO і $Ba(OH)_2$:

$M(BaO) = (137 + 16)$ г/моль $= 153$ г/моль;

$M(Ba(OH)_2) = (137 + (16 + 1) \cdot 2)$ г/моль $= 171$ г/моль.

Маса 1 моль BaO становить 153 г, маса 1 моль $Ba(OH)_2$ становить 171 г.

3) Під формулою BaO підписуємо 153 г, над формулою — його масу з умови задачі (15,3 г). Під формулою $Ba(OH)_2$ підписуємо 171 г, над формулою — його невідому масу з умови задачі (x г):


$$\underset{153\text{ г}}{\overset{15{,}3\text{ г}}{BaO}} + H_2O \rightarrow \underset{171\text{ г}}{\overset{x\text{ г}}{Ba(OH)_2}}$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

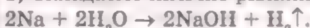
за рівнянням реакції із 153 г BaO утворюється 171 г $Ba(OH)_2$;

за умовою задачі 15,3 г BaO утворюється x г $Ba(OH)_2$.

$\frac{153}{15{,}3} = \frac{171}{x}$; $x = \frac{15{,}3 \cdot 171}{153} = 17{,}1$ (г). *Відповідь*: $m(Ba(OH)_2) = 17{,}1$ г.

279. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Na) = 6{,}9$ г $m(H_2O) = 3{,}6$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
чи може утворитися 10 г NaOH?	$2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$.



Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль Na, 2 моль H_2O й утворюються 2 моль NaOH.

Отже, $n(Na) : n(H_2O) : n(NaOH) = 2 : 2 : 2 = 1 : 1 : 1$.

2) Обчислимо кількості речовин Na, H_2O і NaOH:

$$n(Na) = \frac{m(Na)}{M(Na)} = \frac{6,9\ г}{23\ г\ /\ моль} = 0,3\ моль;$$

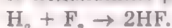
$$n(H_2O) = \frac{m(H_2O)}{M(H_2O)} = \frac{3,6\ г}{18\ г\ /\ моль} = 0,2\ моль;$$

$$n(NaOH) = \frac{10\ г}{40\ г\ /\ моль} = 0,25\ моль.$$

Отже, за умовою задачі $n(Na) : n(H_2O) : n(NaOH) = 0,3 : 0,2 : 0,25$.
Це співвідношення не дорівнює 1 : 1 : 1, як за рівнянням реакції.
Отже, 10 г NaOH утворитися не може. *Відповідь*: ні.

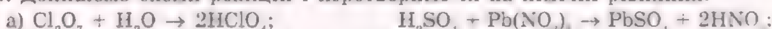
§ 35. Способи добування кислот

280. Фторидна кислота HF належить до безоксигенових кислот.
Безоксигенові кислоти добувають за реакціями водню з неметалами із подальшим розчиненням газоподібних сполук Гідрогену у воді.


$H_2 + F_2 \rightarrow 2HF$.

Ортофосфатна кислота H_3PO_4 належить до оксигеновмісних кислот.
Оксигеновмісні кислоти добувають взаємодією кислотних оксидів з водою: $P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$.
Загальний спосіб добування кислот ґрунтується на реакції обміну між сіллю та кислотою: $2AgF + H_3PO_4 \rightarrow Ag_3PO_4\downarrow + 3HF$.

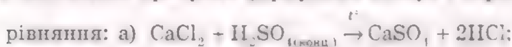
281. Допишемо схеми реакцій і перетворимо їх на хімічні рівняння:


а) $Cl_2O_7 + H_2O \rightarrow 2HClO_4$; $H_2SO_4 + Pb(NO_3)_2 \rightarrow PbSO_4 + 2HNO_3$;

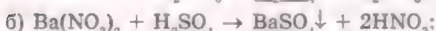
б) $3NaNO_2 + H_3PO_4 \rightarrow Na_3PO_4 + 3HNO_2$;

$2HBr + K_2CO_3 \rightarrow 2KBr + CO_2\uparrow + H_2O$.

282. Заповнимо пропуски формулами сполук і перетворимо схеми на хімічні рівняння:


рівняння: а) $CaCl_2 + \underline{H_2SO_{4(конц)}} \xrightarrow{t^\circ} \underline{CaSO_4} + 2HCl$;

$Na_2SiO_3 + \underline{H_2SO_4} \rightarrow H_2SiO_3\downarrow + \underline{Na_2SO_4}$;


б) $Ba(NO_3)_2 + \underline{H_2SO_4} \rightarrow \underline{BaSO_4}\downarrow + 2HNO_3$;

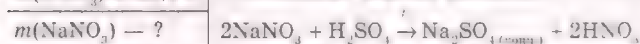
$K_2SO_3 + \underline{H_2SO_4} \rightarrow \underline{K_2SO_4} + SO_2\uparrow + H_2O$.

В усіх чотирьох реакціях можна використати сульфатну кислоту H_2SO_4, тому що вона є сильнішою за HCl, H_2SiO_3, HNO_3 й H_2SO_3.

283. Із відповідного оксиду і води не можна добути силікатну кислоту H_2SiO_3, тому що SiO_2 із водою не реагує.

284. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(HNO_3) = 50,4$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$m(NaNO_3)$ — ?	$2NaNO_3 + H_2SO_4 \xrightarrow{t} Na_2SO_{4(конц)} + 2HNO_3$



Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль $NaNO_3$ й утворюються 2 моль HNO_3.

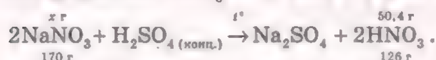
2) Обчислимо молярні маси $NaNO_3$ і HNO_3:

$M(NaNO_3) = (23 + 14 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 85 г/моль;

$M(HNO_3) = (1 + 14 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 63 г/моль.

Маса 2 моль $NaNO_3$ становить 85 г/моль · 2 моль = 170 г;
маса 2 моль HNO_3 становить 63 г/моль · 2 моль = 126 г.

3) Під формулою $NaNO_3$ підписуємо 170 г, над формулою $NaNO_3$ — її невідому масу з умови задачі (x г). Під формулою HNO_3 підписуємо 126 г, над формулою HNO_3 — її масу з умови задачі (50,4 г):



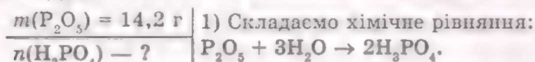
$$\underset{170\ г}{\overset{x\ г}{2NaNO_3}} + H_2SO_{4\,(конц.)} \xrightarrow{t^\circ} Na_2SO_4 + \underset{126\ г}{\overset{50,4\ г}{2HNO_3}}.$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції із 170 г $NaNO_3$ утворюється 126 г HNO_3;
за умовою задачі з x г $NaNO_3$ утворюється 50,4 г HNO_3.

$$\frac{170}{x} = \frac{126}{50,4}; \quad x = \frac{170 \cdot 50,4}{126} = 68\ (г).$$

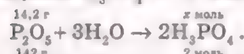
Відповідь: $m(NaNO_3) = 68$ г.

285. *Дано:* *Розв'язання:*



$m(P_2O_5) = 14,2$ г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$n(H_3PO_4)$ — ?	$P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$.

Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль P_2O_5 і утворюються 2 моль H_3PO_4.
2) Обчислимо молярну масу P_2O_5:
$M(P_2O_5) = (31 \cdot 2 + 16 \cdot 5)$ г/моль $= 142$ г/моль.
Маса 1 моль P_2O_5 становить 142 г.
3) Під формулою P_2O_5 підписуємо 142 г, над формулою P_2O_5 — її масу з умови задачі (14,2 г). Під формулою H_3PO_4 підписуємо 2 моль, над формулою H_3PO_4 — її невідому кількість речовини (x моль):



$$\underset{142\ г}{\overset{14,2\ г}{P_2O_5}} + 3H_2O \rightarrow \underset{2\ моль}{\overset{x\ моль}{2H_3PO_4}}.$$

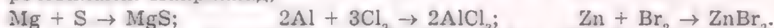
4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції із 142 г P_2O_5 утворюються 2 моль H_3PO_4,
за умовою задачі із 14,2 г P_2O_5 утворюються x моль H_3PO_4.

$$\frac{142\ г}{14,2\ г} = \frac{2\ моль}{x\ моль}; \quad x = \frac{14,2 \cdot 2}{142} = 0,2\ (моль).$$

Відповідь: $n(H_3PO_4) = 0,2$ моль.

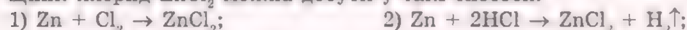
§ 36. Способи добування солей

286. Солі безоксигенових кислот можна добути за реакцією між простими речовинами. Наприклад,



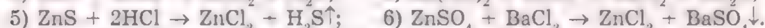
$Mg + S \rightarrow MgS$; $2Al + 3Cl_2 \rightarrow 2AlCl_3$; $Zn + Br_2 \rightarrow ZnBr_2$.

287. Солі добувають кількома способами. Частина способів ґрунтується на реакціях металів із неметалами, кислотами, лугами, солями. Інші способи передбачають здійснення реакцій між сполуками з основними та кислотними властивостями, а також реакцій обміну за участю солей.
Цинк хлорид $ZnCl_2$ можна добути у такі способи:



1) $Zn + Cl_2 \rightarrow ZnCl_2$; 2) $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$;

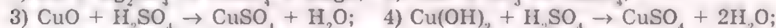
3) $ZnO + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2O$; 4) $Zn(OH)_2 + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + 2H_2O$;



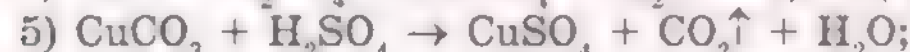
5) $ZnS + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2S\uparrow$; 6) $ZnSO_4 + BaCl_2 \rightarrow ZnCl_2 + BaSO_4\downarrow$.

Купрум(II) сульфат $CuSO_4$ можна добути у такі способи:

1) $Cu + Ag_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + 2Ag\downarrow$; 2) $CuO + SO_3 \rightarrow CuSO_4$;



3) $CuO + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + H_2O$; 4) $Cu(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O$;



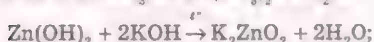
5) $CuCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$;

6) $CuCl_2 + Ag_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + 2AgCl\downarrow$.

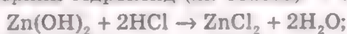
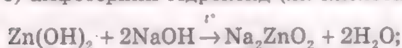
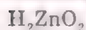
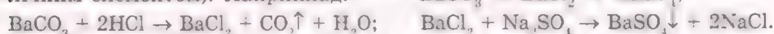
Барій карбонат $BaCO_3$ можна добути у такі способи:
1) $BaO + CO_2 \rightarrow BaCO_3$; 2) $Ba(OH)_2 + CO_2 \rightarrow BaCO_3 + H_2O$;
3) $BaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow BaCO_3 + 2NaCl$;
4) $Ba(OH)_2 + Na_2CO_3 \rightarrow BaCO_3 + 2NaOH$;
5) $BaSiO_3 + CO_2 \xrightarrow{t^\circ} BaCO_3 + SiO_2$.

288. Із натрій сульфату Na_2SO_4 добути натрій хлорид NaCl можна реакцією обміну за участю солей: $Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4\downarrow$.
Здійснити протилежне перетворення можна реакцією обміну за участю натрій хлориду (твердого(NaCl) і концентрованої сульфатної кислоти.

Реакцію проводять при нагріванні: $2NaCl_{тв.} + H_2SO_{4\,(конц.)} \xrightarrow{t^\circ} Na_2SO_4 + 2HCl\uparrow$.

289. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі послідовні перетворення:
а) $P \rightarrow P_2O_5 \rightarrow H_3PO_4 \rightarrow Na_3PO_4 \rightarrow AlPO_4$ $4P + 5O_2 \rightarrow 2P_2O_5$;
$P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$; $H_3PO_4 + 3NaOH \rightarrow Na_3PO_4 + 3H_2O$;
$Na_3PO_4 + Al(NO_3)_3 \rightarrow AlPO_4\downarrow + 3NaNO_3$;
б) $Ca \rightarrow CaO \rightarrow Ca(OH)_2 \rightarrow Ca(NO_3)_2 \rightarrow CaCO_3$
$2Ca + O_2 \rightarrow 2CaO$; $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$;
$Ca(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + 2H_2O$;
$Ca(NO_3)_2 + Na_2CO_3 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2NaNO_3$;
в) $Na_2O \rightarrow Na_2SO_4 \rightarrow NaOH \rightarrow NaAlO_2 \rightarrow NaCl$
$Na_2O + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$;
$Na_2SO_4 + Ba(OH)_2 \rightarrow 2NaOH + BaSO_4\downarrow$;
$2NaOH + Al_2O_3 \xrightarrow{t^\circ} 2NaAlO_2 + H_2O$; $NaAlO_2 + 4HCl \rightarrow NaCl + AlCl_3 + 2H_2O$;
в) $ZnO \rightarrow Zn(NO_3)_2 \rightarrow Zn(OH)_2 \rightarrow K_2ZnO_2 \rightarrow ZnSO_4$
$ZnO + 2HNO_3 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + H_2O$; $Zn(NO_3)_2 + 2KOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$;

$Zn(OH)_2 + 2KOH \xrightarrow{t^\circ} K_2ZnO_2 + 2H_2O$;

$K_2ZnO_2 + 2H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + ZnSO_4 + 2H_2O$.

290. Доберемо речовини для здійснення перетворень і напишемо відповідні хімічні рівняння: а) амфотерний гідроксид (як основа) → сіль

$\underline{Zn(OH)_2} + 2HCl \rightarrow \underline{ZnCl_2} + 2H_2O$;
б) амфотерний гідроксид (як кислота) → сіль

$\underline{Zn(OH)_2} + 2NaOH \xrightarrow{t^\circ} \underline{Na_2ZnO_2} + 2H_2O$;

$\underline{H_2ZnO_2}$
в) сіль 1 → сіль 2 → сіль 3 (усі солі утворені одним і тим самим металічним елементом). Наприклад: $BaCO_3 \rightarrow BaCl_2 \rightarrow BaSO_4$;

$BaCO_3 + 2HCl \rightarrow BaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$; $BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$.

291. Маємо такі реактиви: літій оксид Li_2O, алюміній нітрат $Al(NO_3)_3$, воду H_2O і хлоридну кислоту HCl. Треба добути алюміній хлорид $AlCl_3$.
$AlCl_3$ можна добути, наприклад, у такий спосіб:
1) $Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$; 2) $Al(NO_3)_3 + 3LiOH \rightarrow 3LiNO_3 + Al(OH)_3\downarrow$;
3) $Al(OH)_3\downarrow + 3HCl \rightarrow AlCl_3 + 3H_2O$.

292. Алюміній сульфат $Al_2(SO_4)_3$ не буде реагувати із хлоридної кислотою HCl, тому що HCl — менш сильна кислота, ніж H_2SO_4.
Тому $AlCl_3$ у такий спосіб добути не можна.

293. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(KOH)$ = 14 г	1) Складаємо хімічне рівняння:
$m(K_2SO_4)$ — ?	$2KOH + H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + 2H_2O$.

Згідно з рівнянням у реакцію вступають 2 моль KOH і утворюється 1 моль K_2SO_4.

2) Обчислимо молярні маси KOH і K_2SO_4:

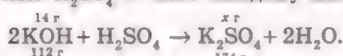
$M(KOH)$= (39 + 16 + 1) г/моль = 56 г/моль;

$M(K_2SO_4)$ = (39 · 2 + 32 + 16 · 4) г/моль = 174 г/моль.

Маса 2 моль KOH становить 56 г/моль · 2 моль = 112 г;

маса 1 моль K_2SO_4 становить 174 г.

3) Під формулою KOH підписуємо 112 г, над формулою KOH — його масу з умови задачі (14 г). Під формулою K_2SO_4 підписуємо 174 г, над формулою K_2SO_4 — його невідому масу з умови задачі (x г):



$$\overset{14\text{ г}}{\underset{112\text{ г}}{2KOH}} + H_2SO_4 \rightarrow \overset{x\text{ г}}{\underset{174\text{ г}}{K_2SO_4}} + 2H_2O.$$

4) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції із 112 г KOH утворюється 174 г K_2SO_4;

за умовою задачі з 14 г KOH утворюється x г K_2SO_4.

$\frac{112}{14} = \frac{174}{x}$; $x = \frac{14 \cdot 174}{112} = 21,75$ (г). *Відповідь*: $m(K_2SO_4)$ = 21,75 г.

294. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Zn; ZnO)$ = 14,6 г $V(H_2)$ = 2,24 л (н. у.)	1) Складаємо хімічні рівняння: (1) $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$;
$m(ZnCl_2)$ — ?	(2) $ZnO + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2O$. Газ H_2 виділяється лише у реакції (1).

2) Обчислимо молярну масу Zn, ZnO і $ZnCl_2$:

$M(Zn)$ = 65 г/моль; $M(ZnO)$ = (65 + 16) г/моль = 81 г/моль;

$M(ZnCl_2)$ = (65 + 35,5 · 2) г/моль = 136 г/моль.

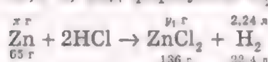
Маса 1 моль Zn становить 65 г; маса 1 моль ZnO становить 81 г;

маса 1 моль $ZnCl_2$ становить 136 г.

3) У рівнянні реакції (1) під формулою Zn підписуємо 65 г, над формулою Zn — його невідому масу з умови задачі (x г).

Під формулою $ZnCl_2$ підписуємо 136 г, над формулою $ZnCl_2$ — його невідому масу з умови задачі (y_1 г).

Під формулою H_2 підписуємо об'єм 1 моль газу за нормальних умов — 22,4 л, над формулою H_2 — його об'єм з умови задачі (2,24 л).



$$\overset{x\text{ г}}{\underset{65\text{ г}}{Zn}} + 2HCl \rightarrow \overset{y_1\text{ г}}{\underset{136\text{ г}}{ZnCl_2}} + \overset{2,24\text{ л}}{\underset{22,4\text{ л}}{H_2}}$$

4) Складаємо пропорції й розв'язуємо їх:

— за рівнянням реакції з 65 г Zn утворюється 22,4 л H_2,

за умовою задачі з x г Zn утворюється 2,24 л H_2;

$\frac{65}{x} = \frac{22,4}{2,24}$; $x = \frac{65 \cdot 2,24}{22,4} = 6,5$ (г) (Zn);

— за рівнянням реакції із 136 г $ZnCl_2$ утворюється 22,4 л H_2,

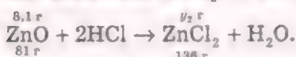
за умовою задачі з y_1 г $ZnCl_2$ утворюється 2,24 л H_2;

$\frac{136}{y_1} = \frac{22,4}{2,24}$; $y_1 = \frac{136 \cdot 2,24}{22,4} = 13,6$ (г) $ZnCl_2$.

5) Обчислимо масу ZnO у суміші:

$m(ZnO) = m(Zn, ZnO) - m(Zn) = 14{,}6$ г $- 6{,}5$ г $= 8{,}1$ г.

У рівнянні реакції (2) під формулою ZnO підписуємо 81 г, над формулою ZnO — його масу 8,1 г; під формулою $ZnCl_2$ підписуємо 136 г, над формулою $ZnCl_2$ — його невідому масу з умови задачі (y_2 г):



$$\overset{8,1\text{ г}}{\underset{81\text{ г}}{ZnO}} + 2HCl \rightarrow \overset{y_2\text{ г}}{\underset{136\text{ г}}{ZnCl_2}} + H_2O.$$

6) Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції з 81 г ZnO утворюється 136 г $ZnCl_2$,

за умовою задачі з 8,1 г ZnO утворюється y_2 г $ZnCl_2$;

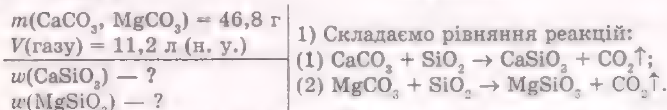
$$\frac{81}{8{,}1} = \frac{136}{y_2}; \quad y_2 = \frac{8{,}1 \cdot 136}{81} - 13{,}6 \text{ (г) } ZnCl_2.$$

7) Сумарна маса $ZnCl_2$ у реакціях (1) і (2) становить:

$m(ZnCl_2) = y_1 + y_2 = 13{,}6$ г $+ 13{,}6$ г $= 27{,}2$ г.

Відповідь: $m(ZnCl_2) = 27{,}2$ г.

295. *Дано:* *Розв'язання:*



Дано:	*Розв'язання:*
$m(CaCO_3, MgCO_3) = 46{,}8$ г V(газу) = 11,2 л (н. у.)	1) Складаємо рівняння реакцій:
$w(CaSiO_3)$ — ? $w(MgSiO_3)$ — ?	(1) $CaCO_3 + SiO_2 \rightarrow CaSiO_3 + CO_2\uparrow$; (2) $MgCO_3 + SiO_2 \rightarrow MgSiO_3 + CO_2\uparrow$.

Згідно з рівнянням (1) у реакцію вступає 1 моль $CaCO_3$ і утворюється 1 моль CO_2.

Згідно з рівнянням (2) у реакцію вступає 1 моль $MgCO_3$ і утворюється 1 моль CO_2.

2) Обчислимо молярні маси $CaCO_3$ і $MgCO_3$:

$M(CaCO_3) = (40 + 12 + 16 \cdot 3)$ г/моль $= 100$ г/моль;

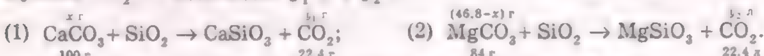
$M(MgCO_3) = (24 + 12 + 16 \cdot 3)$ г/моль $= 84$ г/моль.

Маса 1 моль $CaCO_3$ становить 100 г, маса 1 моль $MgCO_3$ становить 84 г.

3) Під формулою $CaCO_3$ у рівнянні (1) підпишемо 100 г, а над формулою $CaCO_3$ — невідому з умови задачі масу його (x г).

Під формулою $MgCO_3$ у рівнянні (2) підпишемо 84 г, над формулою $MgCO_3$ — його масу в суміші $(46{,}8 - x)$ г.

Під формулами CO_2 у рівняннях (1) і (2) підпишемо 22,4 л, а над формулами CO_2 — відповідно y_1 л й y_2 л.



$$(1)\ \overset{x\text{ г}}{\underset{100\text{ г}}{CaCO_3}} + SiO_2 \rightarrow CaSiO_3 + \overset{y_1\text{ г}}{\underset{22,4\text{ г}}{CO_2}}; \qquad (2)\ \overset{(46,8-x)\text{ г}}{\underset{84\text{ г}}{MgCO_3}} + SiO_2 \rightarrow MgSiO_3 + \overset{y_2\text{ л}}{\underset{22,4\text{ л}}{CO_2}}.$$

4) Складаємо пропорції та розв'язуємо їх відносно y_1 й y_2:

— за рівнянням реакції (1) із 100 г $CaCO_3$ утворюється 22,4 л CO_2,

за умовою задачі із x г $CaCO_3$ утворюється y_1 л CO_2.

$$\frac{100}{x} = \frac{22{,}4}{y_1}; \quad y_1 = \frac{22{,}4x}{100};$$

— за рівнянням реакції (2) із 84 г $MgCO_3$ утворюється 22,4 л CO_2,

за умовою задачі із $(46{,}8 - x)$ г $MgCO_3$ утворюється y_2 л CO_2.

$$\frac{84}{46{,}8 - x} = \frac{22{,}4}{y_2}; \quad y_2 = \frac{22{,}4(46{,}8 - x)}{84}.$$

5) За умовою задачі сумарний об'єм газу, що виділився у рівнянні (1) та у рівнянні (2), становить 11,2 л. Отже, $y_1 + y_2 = 11{,}2$.

Складаємо та розв'язуємо рівняння:

$$\frac{22,4x^{\backslash 84}}{100} + \frac{22,4(46,8 - x)^{\backslash 100}}{84} = 11,2^{\backslash 100\ 84};$$

$84 \cdot 22,4x + 100 \cdot 22,4(46,8 - x) = 11,2 \cdot 100 \cdot 84;$

$1881,6x + 104\ 832 - 2240x = 94\ 080;\ 358,4x = 10\ 752;\ x = 30.$

Отже, маса $CaCO_3$ у суміші становить 30 г, а маса $MgCO_3$ становить 46,8 − 30 = 16,8 г.

6) Обчислимо молярні маси $MgSiO_3$ і $CaSiO_3$:

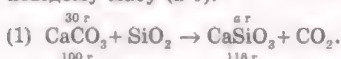
$M(CaSiO_3) = (40 + 28 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 116 г/моль;

$M(MgSiO_3) = (24 + 28 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 100 г/моль.

Маса 1 моль $CaSiO_3$ становить 116 г, маса 1 моль $MgSiO_3$ становить 100 г.

7) Під формулою $CaCO_3$ у рівнянні (1) підписуємо 100 г, над формулою $CaCO_3$ — його масу 30 г.

Під формулою $CaSiO_3$ підписуємо 116 г, над формулою $CaSiO_3$ — його невідому масу (a г):


(1) $\overset{30\ г}{\underset{100\ г}{CaCO_3}} + SiO_2 \rightarrow \overset{a\ г}{\underset{116\ г}{CaSiO_3}} + CO_2.$

Складаємо пропорцію та розв'язуємо її:

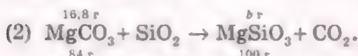
за рівнянням реакції (1) із 100 г $CaCO_3$ утворюється 116 г $CaSiO_3$,

за умовою задачі з 30 г $CaCO_3$ утворюється a г $CaSiO_3$.

$$\frac{100}{30} = \frac{116}{a};\quad a = \frac{30 \cdot 116}{100} = 34,8\ \text{(г)}\ CaSiO_3.$$

8) Під формулою $MgCO_3$ у рівнянні (2) підписуємо 84 г, над формулою $MgCO_3$ — його масу у суміші 16,8 г.

Під формулою $MgSiO_3$ підписуємо 100 г, над формулою $MgSiO_3$ — його невідому масу (b г):


(2) $\overset{16,8\ г}{\underset{84\ г}{MgCO_3}} + SiO_2 \rightarrow \overset{b\ г}{\underset{100\ г}{MgSiO_3}} + CO_2.$

Складаємо пропорцію та розв'язуємо її:

за рівнянням реакції (2) з 84 г $MgCO_3$ утворюється 100 г $MgSiO_3$,

за умовою задачі з 16,8 г $MgCO_3$ утворюється b г $MgSiO_3$.

$$\frac{84}{16,8} = \frac{100}{b};\quad b = \frac{16,8 \cdot 100}{84} = 20\ \text{(г)}\ MgSiO_3.$$

9) Маса суміші утворених силікатів Кальцію та Магнію становить $m(CaSiO_3, MgSiO_3) = a + b = 34,8$ г + 20 г = 54,8 г.

Обчислимо масові частки $CaSiO_3$ та $MgSiO_3$ в утвореній суміші:

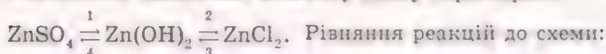
$$w(CaSiO_3) = \frac{m(CaSiO_3)}{m(CaSiO_3, MgSiO_3)} = \frac{34,8\ г}{54,8\ г} = 0,635\ \text{або}\ 63,5\ \%;$$

$$w(MgSiO_3) = \frac{m(MgSiO_3)}{m(CaSiO_3, MgSiO_3)} = \frac{20\ г}{54,8\ г} = 0,365\ \text{або}\ 36,5\ \%.$$

Відповідь: $w(CaSiO_3) = 63,5$ %; $w(MgSiO_3) = 36,5$ %.

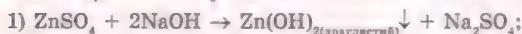
Лабораторний дослід № 9.
Розв'язування експериментальних задач
Варіант 1

Реактиви: HCl, $ZnSO_4$, NaOH. Здійснити реакції 1–4 згідно із запропонованою схемою перетворень: сіль 1 $\overset{1}{\underset{4}{\rightleftarrows}}$ … $\overset{2}{\underset{3}{\rightleftarrows}}$ сіль 2.



Розв'язання. Запишемо можливу схему перетворень:

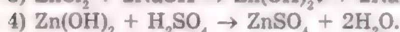
$ZnSO_4 \underset{4}{\overset{1}{\rightleftarrows}} Zn(OH)_2 \underset{3}{\overset{2}{\rightleftarrows}} ZnCl_2$. Рівняння реакцій до схеми:



1) $ZnSO_4 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_{2(\text{драглистий})}\downarrow + Na_2SO_4$;

2) $Zn(OH)_2 + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + 2H_2O$;

3) $ZnCl_2 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2NaCl$;

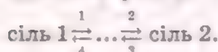


4) $Zn(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + 2H_2O$.

Варіант 2

Реактиви: HNO_3, $AlCl_3$, NaOH.

Здійснити реакції 1–4 згідно із запропонованою схемою перетворень:



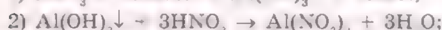
сіль 1 $\underset{4}{\overset{1}{\rightleftarrows}}$ ... $\underset{3}{\overset{2}{\rightleftarrows}}$ сіль 2.

Розв'язання

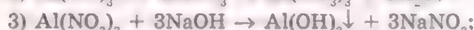
Запишемо можливу схему перетворень: $AlCl_3 \underset{4}{\overset{1}{\rightleftarrows}} Al(OH)_3 \underset{3}{\overset{2}{\rightleftarrows}} Al(NO_3)_3$.

Рівняння реакцій до схеми:

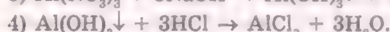
1) $AlCl_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3NaCl$;



2) $Al(OH)_3\downarrow + 3HNO_3 \rightarrow Al(NO_3)_3 + 3H_2O$;



3) $Al(NO_3)_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3NaNO_3$;



4) $Al(OH)_3\downarrow + 3HCl \rightarrow AlCl_3 + 3H_2O$.

§ 37. Узагальнення знань про неорганічні речовини

296. Заповнимо таблицю:

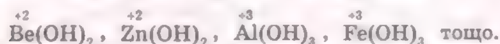
Оксиди		
Основні	Амфотерні	Кислотні
Li_2O, Ag_2O, MgO,	PbO, Al_2O_3, ZnO	Cl_2O_7, SiO_2, SO_2, CrO_3

297. Манган (II) оксид MnO належить до основних оксидів; манган (IV) оксид MnO_2 та манган (VII) оксид Mn_2O_7 —до кислотних оксидів.

298. Оксиди Кальцію та Алюмінію переважно складаються з йонів металічних елементів Ca^{2+}, Al^{3+} та йонів Оксигену O^{2-}. Молекули оксидів Карбону складаються з атомів Карбону і Оксигену.

299. Наведемо приклади кислот молекули яких містять а) два атоми — HCl хлоридна кислота; б) три атоми — H_2S сульфідна кислота; в) чотири атоми — HNO_2 нітритна кислота; г) п'ять атомів — HNO_3 нітратна кислота; д) шість атомів — H_2CO_3 карбонатна кислота; е) сім атомів — H_2SO_4 сульфатна кислота; є) вісім атомів — H_3PO_4 ортофосфатна кислота.

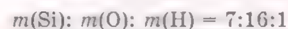
300. До амфотерних гідроксидів належать



$\overset{+2}{Be}(OH)_2$, $\overset{+2}{Zn}(OH)_2$, $\overset{+3}{Al}(OH)_3$, $\overset{+3}{Fe}(OH)_3$ тощо.

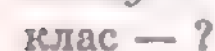
301. До солей належать сполуки, які складаються з катіонів металічного елемента та аніонів кислотного залишку. У наведеному переліку це плюмбум(II) йодид PbI_2, магній флуорид MgF_2, та натрій сульфід Na_2S.

302. *Дано:*



$m(Si) : m(O) : m(H) = 7:16:1$

$H_xSi_yO_z$ — ?



клас — ?

Розв'язання:

Для виведення формули сполуки скористаємося таким співвідношенням

$m(Si): m(O): m(H) = yAr(Si): zAr(O): xAr(H)$

З цього співвідношення знайдемо x, y, z.

$$x : y : z = \frac{m(H)}{Ar(H)} : \frac{m(Si)}{Ar(Si)} : \frac{m(0)}{Ar(0)}; \quad x : y : z = \frac{1}{1} : \frac{7}{28} : \frac{16}{16} = 1 : \frac{1}{4} : 1 = 4 : 1 : 4.$$

Формула сполуки H_4SiO_4, це кислота

303. *Дано:*
$V(H_2O) = 1$ л
$w(HCl) = 20$ %
$V(HCl)$ — ? (н. у.)

Розв'язання:
1) Обчислимо масу 1 л води за формулою $m = \rho \cdot V$.
$m(H_2O) = 1$ г/мл $\cdot$ 1000 мл = 1000 г.

2) Обчислимо масу HCl у розчині:

$$w(HCl) = \frac{m(HCl)}{m(HCl) + m(H_2O)}; \quad 0,2 = \frac{m(HCl)}{m(HCl) + 1000\ г};$$

$0,2m(HCl) + 200$ г $= m(HCl)$; $0,8m(HCl) = 200$ г; $m(HCl) = 250$ г.

3) Обчислимо кількість речовини і об'єм HCl.

$$n(HCl) = \frac{m(HCl)}{M(HCl)} = \frac{250\ г}{36,5\ г/моль} = 6,85\ моль;$$

$V(HCl) = V_m \cdot n = 22,4$ л/моль $\cdot$ 6,85 моль = 153,4 л.

Відповідь: $V(HCl) = 153,4$ л.

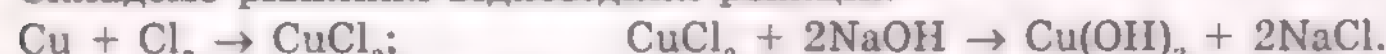
§ 38. Генетичні зв'язки між неорганічними речовинами

305. Напишемо рівняння реакцій, у яких вихідними речовинами є лише літій, кисень, вода: $4Li + O_2 \rightarrow 2Li_2O$;

$2Li + 2H_2O \rightarrow 2LiOH + H_2\uparrow$; $Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$.

Схема цих перетворень така: $Li \rightarrow Li_2O \rightarrow LiOH$.

306. а) Запишемо схему послідовних перетворень речовин:
метал → сіль → основа. Наприклад, $Cu \rightarrow CuCl_2 \rightarrow Cu(OH)_2$.
Складемо рівняння відповідних реакцій:


$Cu + Cl_2 \rightarrow CuCl_2$; $CuCl_2 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2 + 2NaCl$.

б) Запишемо схему послідовних перетворень речовин:
неметал → сіль → кислота. Наприклад, $S \rightarrow MgS \rightarrow H_2S$.
Складемо рівняння відповідних реакцій:

$S + Mg \rightarrow MgS$; $MgS + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2S$.

308. Запишемо хімічні формули сполук у такі схеми перетворень:
а) оксид → основа → сіль (сполуки Барію). $BaO \rightarrow Ba(OH)_2 \rightarrow Ba(NO_3)_2$.
Рівняння реакцій:

1) $BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$; 2) $Ba(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ba(NO_3)_2 + 2H_2O$;

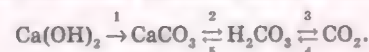
б) оксид → кислота → сіль (сполуки Фосфору). $P_2O_5 \rightarrow H_3PO_4 \rightarrow Na_3PO_4$.
Рівняння реакцій:

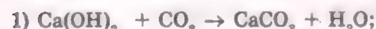
1) $P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$; 2) $H_3PO_4 + 3NaOH \rightarrow Na_3PO_4 + 3H_2O$;

в) оксид ← гідроксид → сіль (сполуки Алюмінію). $Al_2O_3 \leftarrow Al(OH)_3 \rightarrow AlCl_3$.
Рівняння реакцій:

1) $2Al(OH)_3 \xrightarrow{t°} Al_2O_3 + 3H_2O$; 2) $Al(OH)_3 + 3HCl \rightarrow AlCl_3 + 3H_2O$.

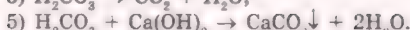
309. Напишемо рівняння реакцій, які відповідають такій схемі перетворень:


$$Ca(OH)_2 \xrightarrow{1} CaCO_3 \underset{5}{\overset{2}{\rightleftarrows}} H_2CO_3 \underset{4}{\overset{3}{\rightleftarrows}} CO_2.$$

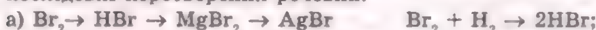

1) $Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$;

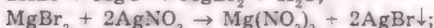
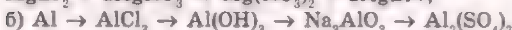
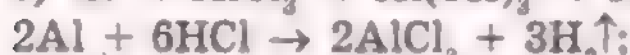
2) $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2CO_3$;

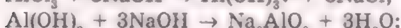
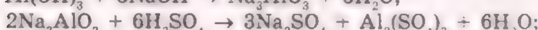
3) $H_2CO_3 \rightarrow CO_2 + H_2O$;

4) $CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$;

5) $H_2CO_3 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2H_2O$.

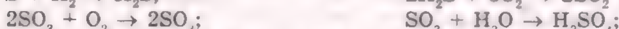
310. Напишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі послідовні перетворення речовин:


а) $Br_2 \rightarrow HBr \rightarrow MgBr_2 \rightarrow AgBr$ $\quad Br_2 + H_2 \rightarrow 2HBr$;

$2HBr + MgO \rightarrow MgBr_2 + H_2O$;

$MgBr_2 + 2AgNO_3 \rightarrow Mg(NO_3)_2 + 2AgBr\downarrow$;

б) $Al \rightarrow AlCl_3 \rightarrow Al(OH)_3 \rightarrow Na_3AlO_3 \rightarrow Al_2(SO_4)_3$

$2Al + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2\uparrow$;

$AlCl_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3NaCl$;

$Al(OH)_3 + 3NaOH \rightarrow Na_3AlO_3 + 3H_2O$;

$2Na_3AlO_3 + 6H_2SO_4 \rightarrow 3Na_2SO_4 + Al_2(SO_4)_3 + 6H_2O$;

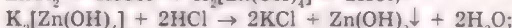
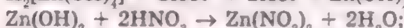
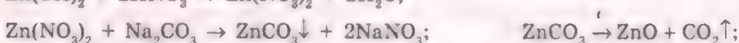
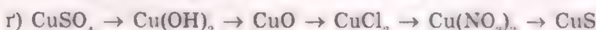
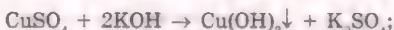
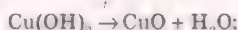
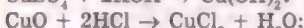
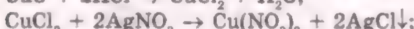
в) $S \rightarrow H_2S \rightarrow SO_2 \rightarrow SO_3 \rightarrow H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 \rightarrow BaSO_4$

$S + H_2 \rightarrow H_2S$; $\quad 2H_2S + 3O_2 \rightarrow 2SO_2 + 2H_2O$;

$2SO_3 + O_2 \rightarrow 2SO_3$; $\quad SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$;

$H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$; $\quad Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$;

г) $ZnS \rightarrow ZnCl_2 \rightarrow K_2[Zn(OH)_4] \rightarrow Zn(OH)_2 \rightarrow Zn(NO_3)_2 \rightarrow ZnCO_3 \rightarrow ZnO$;

$ZnS + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2S\uparrow$;

$ZnCl_2 + 4KOH \rightarrow K_2[Zn(OH)_4] + 2KCl$;

$K_2[Zn(OH)_4] + 2HCl \rightarrow 2KCl + Zn(OH)_2\downarrow + 2H_2O$;

$Zn(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + 2H_2O$;

$Zn(NO_3)_2 + Na_2CO_3 \rightarrow ZnCO_3\downarrow + 2NaNO_3$; $\quad ZnCO_3 \xrightarrow{t} ZnO + CO_2\uparrow$;

ґ) $CuSO_4 \rightarrow Cu(OH)_2 \rightarrow CuO \rightarrow CuCl_2 \rightarrow Cu(NO_3)_2 \rightarrow CuS$

$CuSO_4 + 2KOH \rightarrow Cu(OH)_2\downarrow + K_2SO_4$;

$Cu(OH)_2 \xrightarrow{t} CuO + H_2O$;

$CuO + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + H_2O$;

$CuCl_2 + 2AgNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2AgCl\downarrow$;

$Cu(NO_3)_2 + Na_2S \rightarrow CuS\downarrow + 2NaNO_3$.

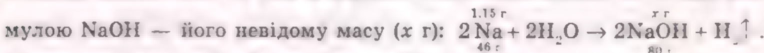
311. Прикладами двох солей, які взаємодіють одна з одною в розчині з утворенням двох нерозчинних солей можуть бути цинк сульфат $ZnSO_4$ і барій сульфід BaS. Рівняння реакції: $ZnSO_4 + BaS \rightarrow ZnS\downarrow + BaSO_4\downarrow$.

312. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Na) = 1{,}15$ г	1) Складаємо хімічне рівняння взаємодії натрію з водою: $2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$. Згідно з рівнянням у реакцію вступає 2 моль Na й утворюється 2 моль NaOH.
$n(H_2SO_4)$ — ?	

2) Обчислимо молярні маси Na і NaOH:
$M(Na) = 23$ г/моль; $M(NaOH) = (23 + 16 + 1)$ г/моль $= 40$ г/моль. Маса 2 моль Na становить 23 г/моль · 2 моль = 46 г. Маса 2 моль NaOH становить 40 г/моль · 2 моль = 80 г.

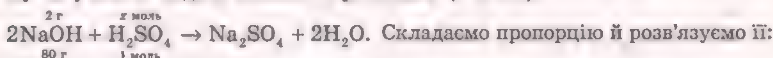
3) Під формулою Na підписуємо 46 г, над формулою Na — його масу з умови задачі (1,15 г). Під формулою NaOH підписуємо 80 г, над формулою NaOH — його невідому масу (x г):


$2\underset{46\text{ г}}{\overset{1{,}15\text{ г}}{Na}} + 2H_2O \rightarrow 2\underset{80\text{ г}}{\overset{x\text{ г}}{NaOH}} + H_2\uparrow$.

Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:
за рівнянням реакції з 46 г Na утворюється 80 г NaOH,
за умовою задачі з 1,15 г Na утворюється x г NaOH.

$$\frac{46}{1{,}15} = \frac{80}{x}; \quad x = \frac{1{,}15 \cdot 80}{46} = 2 \text{ (г) NaOH.}$$

4) Складаємо хімічне рівняння взаємодії натрій гідроксиду із сульфатною кислотою: $2NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$.
5) Під формулою NaOH підписуємо 80 г, над формулою NaOH — 2 г. Під формулою H_2SO_4 підписуємо 1 моль над формулою H_2SO_4 — невідому за умовою задачі кількість речовини (*x* моль):

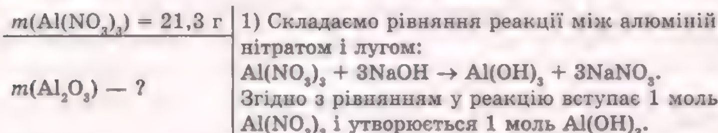


$$\underset{80\text{ г}}{\overset{2\text{ г}}{2NaOH}} + \underset{1\text{ моль}}{\overset{x\text{ моль}}{H_2SO_4}} \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O.$$ Складаємо пропорцію й розв'язуємо її:

за рівнянням реакції 80 г NaOH реагують з 1 моль H_2SO_4,
2 г NaOH реагують з *x* моль H_2SO_4.

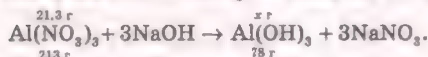
$$\frac{80}{2} = \frac{1}{x}; \quad x = \frac{2 \cdot 1}{80} = 0,025 \text{ (моль).}$$ *Відповідь*: $n(H_2SO_4) = 0,025$ моль.

313. *Дано:* *Розв'язання:*



$m(Al(NO_3)_3) = 21,3$ г	1) Складаємо рівняння реакції між алюміній нітратом і лугом:
$m(Al_2O_3)$ — ?	$Al(NO_3)_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3 + 3NaNO_3$. Згідно з рівнянням у реакцію вступає 1 моль $Al(NO_3)_3$ і утворюється 1 моль $Al(OH)_3$.

2) Обчислимо молярні маси $Al(NO_3)_3$ і $Al(OH)_3$:
$M(Al(NO_3)_3) = (27 + (14 + 16 \cdot 3) \cdot 3)$ г/моль = 213 г/моль;
$M(Al(OH)_3) = (27 + (16 + 1) \cdot 3)$ г/моль = 78 г/моль.
Маса 1 моль $Al(NO_3)_3$ становить 213 г, маса 1 моль $Al(OH)_3$ становить 78 г.
3) Під формулою $Al(NO_3)_3$ підписуємо 213 г, над формулою $Al(NO_3)_3$ — масу з умови задачі (21,3 г). Під формулою $Al(OH)_3$ підписуємо 78 г, над формулою $Al(OH)_3$ — невідому з умови задачі масу (*x* г):

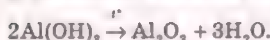


$$\underset{213\text{ г}}{\overset{21,3\text{ г}}{Al(NO_3)_3}} + 3NaOH \rightarrow \underset{78\text{ г}}{\overset{x\text{ г}}{Al(OH)_3}} + 3NaNO_3.$$

Складаємо пропорцію та розв'язуємо її:
за рівнянням реакції з 213 г $Al(NO_3)_3$ утворюється 78 г $Al(OH)_3$,
за умовою задачі — з 21,3 г $Al(NO_3)_3$ утворюється *x* г $Al(OH)_3$.

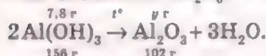
$$\frac{213}{21,3} = \frac{78}{x}; \quad x = \frac{21,3 \cdot 78}{213} = 7,8 \text{ (г) } Al(OH)_3.$$

4) Складаємо рівняння реакції розкладу алюміній гідроксиду:



$$2Al(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Al_2O_3 + 3H_2O.$$

Згідно з рівнянням з 2 моль $Al(OH)_3$ утворюється 1 моль Al_2O_3.
5) Під формулою $Al(OH)_3$ підписуємо масу 2 моль його, яка становить 78 г/моль · 2 моль = 156 г. Над формулою $Al(OH)_3$ записуємо 7,8 г. Під формулою Al_2O_3 підписуємо масу 1 моль його, яка становить
27 · 2 + 16 · 3 = 102 г.
Над формулою Al_2O_3 — невідому з умови задачі масу (*y* г):



$$\underset{156\text{ г}}{\overset{7,8\text{ г}}{2Al(OH)_3}} \xrightarrow{t^\circ} \underset{102\text{ г}}{\overset{y\text{ г}}{Al_2O_3}} + 3H_2O.$$

Складаємо пропорцію та розв'язуємо її:
за рівнянням реакції із 156 г $Al(OH)_3$ утворюється 102 г Al_2O_3,
з 7,8 г $Al(OH)_3$ утворюється *y* г Al_2O_3.

$$\frac{156}{7,8} = \frac{102}{y}; \quad y = \frac{7,8 \cdot 102}{156} = 5,1 \text{ (г).}$$ *Відповідь*: $m(Al_2O_3) = 5,1$ г.

Практична робота № 2.
Розв'язування експериментальних задач

Варіант 1. Здійснення реакцій за схемою хімічних перетворень

1) Заповнимо таблицю:

Формули	
речовини у схемі перетворень	**реактивів (у порядку їх використання)**
$MgO \xrightarrow{1} MgCl_2 \xrightarrow{2} MgCO_3 \xrightarrow{3} MgCl_2 \xrightarrow{4} Mg_3(PO_4)_2$	1) HCl; 2) Na_2CO_3; 3) HCl; 4) Na_3PO_4

2) Оформимо звіт:

Послідовність дій	**Спостереження**	**Висновки**
Дослід 1. Здійснення перетворення $MgO \to MgCl_2$.		
У пробірку з MgO наливаємо ≈ 5 мл HCl	порошок MgO розчиняється, утворюється прозорий розчин	MgO реагує з хлоридною кислотою
Рівняння реакції: $MgO + 2HCl \to MgCl_2 + H_2O$.		
Дослід 2. Здійснення перетворення $MgCl_2 \to MgCO_3$.		
У пробірку з розчином $MgCl_2$ доливаємо розчин Na_2CO_3	випав білий осад	реакція відбулася до кінця
Рівняння реакції: $MgCl_2 + Na_2CO_3 \to MgCO_3\downarrow + 2NaCl$.		
Дослід 3. Здійснення перетворення $MgCO_3 \to MgCl_2$.		
До $MgCO_3$ додаємо HCl	виділяється газ	магній карбонат реагує з хлоридної кислотою
Рівняння реакції: $MgCO_3 + 2HCl \to MgCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.		
Дослід 4. Здійснення перетворення $MgCl_2 \to Mg_3(PO_4)_2$.		
У пробірку з розчином $MgCl_2$ наливаємо розчин Na_3PO_4	випадає осад білого кольору	реакція відбулася до кінця
Рівняння реакції: $3MgCl_2 + 2Na_3PO_4 \to Mg_3(PO_4)_2\downarrow + 6NaCl$.		

Варіант II. Складання схеми хімічних перетворень і здійснення реакцій.

1) Заповнимо таблицю:

Формули	
речовини у схемі перетворень	**реактивів (у порядку їх використання)**
$FeCl_3 \xrightarrow{1} Fe(OH)_3 \xrightarrow{2} Fe_2(SO_4)_3 \xrightarrow{3} FePO_4$	1) NaOH; 2) H_2SO_4; 3) Na_3PO_4

2) Оформимо звіт:

Послідовність дій	**Спостереження**	**Висновки**
Дослід 1. Здійснення перетворення $FeCl_3 \to Fe(OH)_3$.		
У пробірку з розчином $FeCl_3$ додаємо 2–3 мл розчину NaOH	утворюється бурий осад	$FeCl_3$ реагує з NaOH; реакція відбувається до кінця
Рівняння реакції: $FeCl_3 + 3NaOH \to Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$.		

Дослід 2. Здійснення перетворення $Fe(OH)_3 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3$.		
Відфільтруємо осад $Fe(OH)_3$ і додамо до нього 3–5 мл H_2SO_4	осад розчиняється, утворюється прозорий розчин бурого кольору	$Fe(OH)_3$ реагує з H_2SO_4; реакція відбувається до кінця
Рівняння реакції: $2Fe(OH)_3\downarrow + 3H_2SO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 6H_2O$.		
Дослід 3. Здійснення перетворення $Fe_2(SO_4)_3 \rightarrow FePO_4$.		
До розчину $Fe_2(SO_4)_3$ додаємо розчин Na_3PO_4	утворюється осад	реакція відбувається до кінця
Рівняння реакції: $Fe_2(SO_4)_3 + 2Na_3PO_4 \rightarrow 2FePO_4\downarrow + 3Na_2SO_4$.		

§ 39. Неорганічні сполуки, довкілля і людина

323. *Дано:*

m(промислових стічних вод) = 1 т = 1000 кг
$w(H_2SO_4) = 0,49$ %

$m(CaCO_3)$ — ?

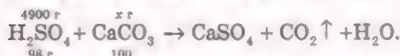
Розв'язання:

1) Обчислимо масу H_2SO_4 в 1 т промислових стічних вод:

$$m(H_2SO_4) = \frac{m(\text{промислових стічних вод}) \cdot w(H_2SO_4)}{100\ \%};$$

$$m(H_2SO_4) = \frac{1000\ \text{кг} \cdot 0,49\ \%}{100\ \%} = 4,9\ \text{кг або 4900 г.}$$

2) Складаємо хімічне рівняння: $H_2SO_4 + CaCO_3 \rightarrow CaSO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$.
Згідно з рівнянням у реакцію вступають 1 моль H_2SO_4 і 1 моль $CaCO_3$.
3) Обчислимо молярні маси H_2SO_4 і $CaCO_3$: $M(H_2SO_4) = (1 \cdot 2 + 32 + 16 \cdot 4)$ г/моль = 98 г/моль; $M(CaCO_3) = (40 + 12 + 16 \cdot 3)$ г/моль = 100 г/моль.
Маса 1 моль H_2SO_4 становить 98 г, маса 1 моль $CaCO_3$ становить 100 г.
4) Під формулою H_2SO_4 підписуємо 98 г, над формулою H_2SO_4 — 4900 г. Під формулою $CaCO_3$ підписуємо 100 г, над формулою $CaCO_3$ — невідому з умови задачі масу (x г):



5) Складаємо пропорцію та розв'язуємо її:
за рівнянням реакції 98 г H_2SO_4 реагують із 100 г $CaCO_3$,
за умовою задачі 4900 г H_2SO_4 реагують з x г $CaCO_3$.

$$\frac{98}{4900} = \frac{100}{x};\quad x = \frac{4900 \cdot 100}{98} = 5000\ \text{(г) або 5 кг.}$$

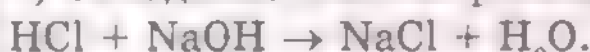
Відповідь: $m(CaCO_3) = 5$ кг.

324. *Дано:*

$w(HCl) = 0,73$ %
$w(NaOH) = 0,16$ %
$\rho(HCl) = \rho(NaOH) = \rho(H_2O)$

$V(HCl) : V(NaOH)$ — ?

Розв'язання:

1) Складаємо хімічне рівняння:


Згідно з рівнянням для нейтралізації 1 моль HCl потрібно взяти 1 моль NaOH.

2) Припустимо, що маси кислого і лужного промислового стоків дорівнюють по 100 г.

Обчислимо масу HCl і масу NaOH у 100 г відповідних промислових стоків:

$$m(\text{HCl}) = \frac{m(\text{кислого промислового стоку}) \cdot w(\text{HCl})}{100\ \%} = \frac{100\ \text{г} \cdot 0,73\ \%}{100\ \%} = 0,73\ \text{г};$$

$$m(\text{NaOH}) = \frac{m(\text{лужного промисл. стоку}) \cdot w(\text{NaOH})}{100\ \%} = \frac{100\ \text{г} \cdot 0,16\ \%}{100\ \%} = 0,16\ \text{г}.$$

3) Обчислимо кількості речовин HCl і NaOH:
$n(\text{HCl}) = m(\text{HCl}) : M(\text{HCl}) = 0{,}73$ г : 36,5 г/моль = 0,02 моль;
$n(\text{NaOH}) = m(\text{NaOH}) : M(\text{NaOH}) = 0{,}16$ г : 40 г/моль = 0,004 моль.
4) За рівнянням реакції $V(\text{HCl}) : V(\text{NaOH}) = 1 : 2$,
за розрахунками $V(\text{HCl}) : V(\text{NaOH}) = n(\text{NaOH}) : n(\text{HCl}) =$
$= 0{,}004 : 0{,}02 = 1 : 5$.
Відповідь: **V(кисл.) : V(лужн.) = 1 : 5.**

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ХІМІЯ

Григорович О. В.

ПОВТОРЕННЯ НАЙВАЖЛИВІШИХ ПИТАНЬ КУРСУ ХІМІЇ 7 КЛАСУ

§ 1. Найважливіші хімічні поняття

1. Молекула оцтової кислоти складається з двох атомів Карбону, чотирьох атомів Гідрогену та двох атомів Оксигену. Її формула $C_2H_4O_2$ або CH_3COOH.
2. До неметалічних елементів належать Гідроген H, Йод I, Сульфур S.
3. Для складання формул бінарних сполук за валентністю елементів користуються таким алгоритмом:

   1) записуємо символи елементів у необхідному порядку та позначаємо їхню валентність;

   2) обчислюємо найменше спільне кратне (НСК) для значень валентностей елементів;

   3) ділимо НСК на валентність кожного елемента, тобто знаходимо число атомів кожного елемента;

   4) записуємо отримані індекси після символів елементів.

   Складемо формули сполук за цим алгоритмом:

   а) $\overset{III}{Al}\overset{I}{H}$; НСК(III і I) = 3; 3 : III = 1 (атом Al); 3 : I = 3 (атоми H). Отже, AlH_3;

   б) $\overset{IV}{C}\overset{II}{S}$; НСК(IV і II) = 4; 4 : IV = 1 (атом C); 4 : II = 2 (атоми S). Отже, CS_2;

   в) $\overset{IV}{Pb}\overset{II}{O}$; НСК(IV і II) = 4; 4 : IV = 1 (атом Pb); 4 : II = 2 (атоми O). Отже, PbO_2;

   г) $\overset{II}{Zn}\overset{I}{Br}$; НСК(II і I) = 2; 2 : II = 1 (атом Zn); 2 : I = 2 (атоми Br). Отже, $ZnBr_2$;

   д) $\overset{IV}{C}\overset{I}{F}$; НСК(IV і I) = 4; 4 : IV = 1 (атом C); 4 : I = 4 (атоми F). Отже, CF_4;

   е) $\overset{II}{Fe}\overset{II}{O}$; якщо валентності атомів однакові, то індекси у формулі дорівнюють 1. Отже, формула FeO;

   є) $\overset{IV}{Cl}\overset{II}{O}$; НСК(IV і II) = 4; 4 : IV = 1 (атом Cl); 4 : II = 2 (атоми O). Отже, ClO_2;

   ж) $\overset{I}{Cu}\overset{II}{O}$; НСК(I і II) = 2; 2 : I = 2 (атоми Cu); 2 : II = 1 (атом O). Отже, Cu_2O;

   з) $\overset{III}{Au}\overset{I}{Cl}$; НСК(III і I) = 3; 3 : III = 1 (атом Au); 3 : I = 3 (атоми Cl). Отже, $AuCl_3$.
4. За алгоритмом складання формул бінарних сполук запишемо формули таких оксидів: магній оксид $\overset{II}{Mg}\overset{II}{O}$, ферум(II) оксид $\overset{II}{Fe}\overset{II}{O}$, фосфор(V) оксид $\overset{V}{P_2}\overset{II}{O_5}$, плюмбум(IV) оксид $\overset{IV}{Pb}\overset{II}{O_2}$, купрум(I) оксид $\overset{I}{Cu_2}\overset{II}{O}$, хром(III) оксид $\overset{III}{Cr_2}\overset{II}{O_3}$, манган(VII) оксид $\overset{VII}{Mn_2}\overset{II}{O_7}$.
5. Валентність Оксигену в оксидах дорівнює II. Пам'ятаємо правило валентностей: сума одиниць валентності атомів одного елемента дорівнює сумі одиниць валентностей атомів другого елемента.

Отже, визначимо валентності елементів у наведених оксидах й запишемо назви оксидів:

$\overset{I}{K}_2\overset{II}{O}$ калій оксид, $\overset{II}{Ca}\overset{II}{O}$ кальцій оксид, $\overset{III}{P}_2\overset{II}{O}_3$ фосфор(III) оксид,

$\overset{IV}{N}\overset{II}{O}_2$ нітроген(IV) оксид, $\overset{V}{I}_2\overset{II}{O}_5$ йод(V) оксид, $\overset{VI}{S}\overset{II}{O}_3$ сульфур(VI) оксид,

$\overset{VII}{Cl}_2\overset{II}{O}_7$ хлор(VII) оксид.

6. Оксидами називають бінарні сполуки хімічних елементів з Оксигеном. Залежно від того, відповідає оксиду кислота чи основа, оксиди розділяються на кислотні та основні. Неметалічні елементи утворюють переважно кислотні оксиди, а металічні — осно́вні. Металічні елементи можуть також утворювати кислотні оксиди, якщо виявляють у цих оксидах валентність IV та більше.

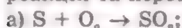
Кислоти складаються з атомів Гідрогену та кислотного залишку.

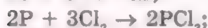
Основи складаються з атомів металічного елемента та гідроксильної групи OH.

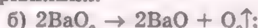
Із наведеного переліку випишемо в окремі стовпчики формули кислотних оксидів, основних оксидів, кислот, основ:

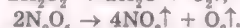
Кислотні оксиди	Основні оксиди	Кислоти	Основи
N_2O_5 CO_2 SO_3 SiO_2 Cl_2O_7	Na_2O CrO Cu_2O	H_2SiO_3 H_3PO_4 H_2CO_3 HNO_3	$Mg(OH)_2$ $NaOH$ $Fe(OH)_2$

7. За законом збереження мас речовин доберемо коефіцієнти у схемах реакцій та перетворимо їх на хімічні рівняння:


а) $S + O_2 \rightarrow SO_2$;

$Fe + S \rightarrow FeS$;

$2P + 3Cl_2 \rightarrow 2PCl_3$;


б) $2BaO_2 \rightarrow 2BaO + O_2\uparrow$;

$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2\uparrow$;

$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2\uparrow + O_2\uparrow$.

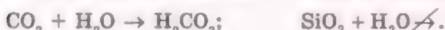
8. *Дано:* *Розв'язання:*

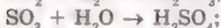
Дано	Розв'язання
$m(CH_4) = 8$ г $m(O_2) = 32$ г $m(CO_2) = 22$ г ——— $m(H_2O)$ — ?	1) Складаємо рівняння реакції взаємодії метану CH_4 і кисню O_2: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$. 2) За законом збереження мас речовин маса реагентів дорівнює масі продуктів реакції. Отже, $m(CH_4) + m(O_2) = m(CO_2) + m(H_2O)$. З цієї рівності знайдемо масу води: $m(H_2O) = m(CH_4) + m(O_2) - m(CO_2)$, тобто $m(H_2O) = 8$ г $+ 32$ г $- 22$ г $= 18$ г. *Відповідь*: $m(H_2O) = 18$ г.

§ 2. Кисень та вода. Реакції розкладу, сполучення

1. Усі кислотні оксиди (за винятком силіцій(IV) оксиду SiO_2) вступають у реакції сполучення з водою з утворенням кислот. Серед основних оксидів із водою реагують лише ті оксиди, гідрати яких є лугами. Складемо відповідні рівняння реакцій:

$Na_2O + H_2O \rightarrow 2NaOH$; $Cr_2O_3 + H_2O \not\rightarrow$;


$CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$; $SiO_2 + H_2O \not\rightarrow$.


$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$;

2. *Дано:*

$m(O_2) = 24$ г
$m(CO_2) = 11$ г
$m(SO_2) = 32$ г

$m(CS_2)$ — ?

Розв'язання.

1) Складаємо рівняння реакції згоряння сірковуглецю.
$CS_2 + 3O_2 \rightarrow CO_2 + 2SO_2$.
2) За законом збереження мас речовин маса реагентів у хімічній реакції дорівнює масі продуктів реакції:
$m(CS_2) + m(O_2) = m(CO_2) + m(SO_2)$

З цієї рівності $m(CS_2) = m(CO_2) + m(SO_2) - m(O_2) = 11$ г $+ 32$ г $- 24$ г $= 20$ г.
Відповідь: $m(CS_2) = 20$ г.

3. Доповнимо схеми реакцій, дамо назви продуктам реакцій

а) $K_2O + H_2O \rightarrow 2\underline{KOH}$ калій гідроксид;

б) $SO_2 + H_2O \rightarrow \underline{H_2SO_3}$ сульфітна кислота;

в) $\underline{BaO} + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$ барій гідроксид.
барій оксид

§ 3. Обчислення за формулами хімічних речовин

1. Відносна молекулярна маса дорівнює сумі відносних атомних мас усіх хімічних елементів, що містяться у складі молекули, з урахуванням числа атомів кожного елемента.
Для речовин немолекулярної будови замість терміна «молекулярна маса» використовують термін «формульна маса».
Обчислимо відносні молекулярні (формульні) маси речовин:
$M_r(Cl_2) = 2A_r(Cl) = 2 \cdot 35,5 = 71$;
$M_r(H_2SO_4) = 2A_r(H) + A_r(S) + 4A_r(O) = 2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 = 98$;
$M_r(C_{12}H_{22}O_{11}) = 12A_r(C) + 22A_r(H) + 11A_r(O) = 12 \cdot 12 + 22 \cdot 1 + 11 \cdot 16 = 342$;
$M_r(Cu) = A_r(Cu) = 64$;
$M_r(CaSO_4) = A_r(Ca) + A_r(S) + 4A_r(O) = 40 + 32 + 4 \cdot 16 = 136$;
$M_r(H_2O_2) = 2A_r(H) + 2A_r(O) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 16 = 34$;
$M_r(CaCO_3) = A_r(Ca) + A_r(C) + 3A_r(O) = 40 + 12 + 3 \cdot 16 = 100$;
$M_r(CuOH)_2CO_3 = 2A_r(Cu) + 2A_r(H) + A_r(C) + 5A_r(O) =$
$= 2 \cdot 64 + 2 \cdot 1 + 12 + 5 \cdot 16 = 222$.

2. Масові частки елементів у сполуках обчислюють за формулою

$w(E) = \frac{n \cdot A_r(E)}{M_r(\text{речовини})}$, де n — число атомів елемента у формулі (індекс).

Обчислимо масові частки всіх елементів у сполуках за формулами:
а) NO_2; $M_r(NO_2) = A_r(N) + 2A_r(O) = 14 + 2 \cdot 16 = 46$;

$w(N) = \frac{A_r(N)}{M_r(NO_2)} = \frac{14}{46} = 0,304$ або 30,4 %; $w(O) = \frac{2A_r(O)}{M_r(NO_2)} = \frac{2 \cdot 16}{46} = 0,696$ або 69,6 %;

б) $PbCl_2$; $M_r(PbCl_2) = A_r(Pb) + 2A_r(Cl) = 207 + 2 \cdot 35,5 = 278$;

$w(Pb) = \frac{A_r(Pb)}{M_r(PbCl_2)} = \frac{207}{278} = 0,745$ або 74,5 %;

$w(Cl) = \frac{2A_r(Cl)}{M_r(PbCl_2)} = \frac{2 \cdot 35,5}{278} = 0,255$ або 25,5 %;

в) Na_2CO_3; $M_r(Na_2CO_3) = 2A_r(Na) + A_r(C) + 3A_r(O) = 2 \cdot 23 + 12 + 3 \cdot 16 = 106$;

$w(Na) = \frac{2A_r(Na)}{M_r(Na_2CO_3)} = \frac{2 \cdot 23}{106} = 0,434$ або 43,4 %;

$w(C) = \frac{A_r(C)}{M_r(Na_2CO_3)} = \frac{12}{106} = 0,113$ або 11,3 %;

$$w(O) = \frac{3A_r(O)}{M_r(Na_2CO_3)} = \frac{3 \cdot 16}{106} = 0{,}453 \text{ або } 45{,}3\ \%;$$

г) H_2SO_4; $M_r(H_2SO_4) = 2A_r(H) + A_r(S) + 4A_r(O) = 2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 = 98$;

$$w(H) = \frac{2A_r(H)}{M_r(H_2SO_4)} = \frac{2 \cdot 1}{98} = 0{,}020 \text{ або } 2\ \%; \quad w(S) = \frac{A_r(S)}{M_r(H_2SO_4)} = \frac{32}{98} = 0{,}327$$

або 32,7 %;

$$w(O) = \frac{4A_r(O)}{M_r(H_2SO_4)} = \frac{4 \cdot 16}{98} = 0{,}653 \text{ або } 65{,}3\ \%;$$

д) $Ba_3(PO_4)_2$; $M_r(Ba_3(PO_4)_2) = 3A_r(Ba) + 2A_r(P) + 8A_r(O) =$
$= 3 \cdot 137 + 2 \cdot 31 + 8 \cdot 16 = 601$;

$$w(Ba) = \frac{3A_r(Ba)}{M_r(Ba_3(PO_4)_2)} = \frac{3 \cdot 137}{601} = 0{,}684 \text{ або } 68{,}4\ \%;$$

$$w(P) = \frac{2A_r(P)}{M_r(Ba_3(PO_4)_2)} = \frac{2 \cdot 31}{601} = 0{,}103 \text{ або } 10{,}3\ \%;$$

$$w(O) = \frac{8A_r(O)}{M_r(Ba_3(PO_4)_2)} = \frac{8 \cdot 16}{601} = 0{,}213 \text{ або } 21{,}3\ \%.$$

3. *Дано:*

m(розчину) = 120 г
m(глюкози) = 3 г

w(розчиненої речовини) — ?

Розв'язання:

У розчині глюкози розчиненою речовиною є глюкоза. Масову частку розчиненої речовини обчислимо за формулою: $w(\text{розчиненої речовини}) = \frac{m(\text{глюкози})}{m(\text{розчину})}$.

Отже, $w(\text{розч. реч.}) = \frac{3\ \text{г}}{120\ \text{г}} = 0{,}025$ або 2,5 %.

Відповідь: *w*(розчиненої речовини) = 2,5 %.

4. *Дано:*

m(розчину) = 150 г
w(солі) = 5 %

m(солі) — ?

Розв'язання:

Масу солі у розчині обчислимо за формулою

$$m(\text{солі}) = \frac{m(\text{розчину}) \cdot w(\text{солі})}{100\ \%};$$

$$m(\text{солі}) = \frac{150\ \text{г} \cdot 5\ \%}{100\ \%} = 7{,}5\ \text{г}.$$

Відповідь: *m*(солі) = 7,5 г.

ТЕМА 1. ПЕРІОДИЧНИЙ ЗАКОН І ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ. БУДОВА АТОМА

§ 4. Перші спроби класифікації хімічних елементів

1. Родина хімічних елементів — це група хімічних елементів, що мають подібні властивості.

   До родини лужних елементів належать Li, Na, K, Rb. Лужними їх назвали тому, що при взаємодії оксидів цих елементів із водою утворюються розчинні основи — луги.

   До родини лужноземельних елементів належаться Ca, Ba, Sr. Ці елементи утворюють стабільні оксиди, а оксиди раніше називали землями.

   До родини галогенів належать Br, Cl, I, F. Галогенами раніше називали елементи, які утворюють солі.

До родини інертних елементів належать Xe, Ne, He. Ці елементи назвали інертними, тобто нездатними вступати у хімічні взаємодії.

2. Складемо формули сполук з Гідрогеном:

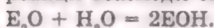
а) галогенів. У цих сполуках галогени виявляють свою нижчу валентність I: $\overset{I}{H}\overset{I}{F}$, $\overset{I}{H}\overset{I}{Cl}$, $\overset{I}{H}\overset{I}{Br}$, $\overset{I}{H}\overset{I}{I}$;

б) халькогенів. У сполуках із Гідрогеном халькогени виявляють нижчу валентність II:

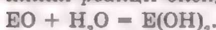
$\overset{I}{H_2}\overset{II}{O}$, $\overset{I}{H_2}\overset{II}{S}$, $\overset{I}{H_2}\overset{II}{Se}$, $\overset{I}{H_2}\overset{II}{Te}$;

в) пніктогенів. У сполуках із Гідрогеном пніктогени виявляють нижчу валентність III: $\overset{III}{N}\overset{I}{H_3}$, $\overset{III}{P}\overset{I}{H_3}$, $\overset{III}{As}\overset{I}{H_3}$, $\overset{III}{Sb}\overset{I}{H_3}$, $\overset{III}{Bi}\overset{I}{H_3}$.

3. Лужні елементи в оксидах і гідроксидах виявляють валентність I. У загальному вигляді формули їх оксидів і гідроксидів записують так: оксид E_2O, гідроксид EOH. Запишемо у загальному вигляді рівняння реакції взаємодії оксида лужного елемента з водою:


$E_2O + H_2O = 2EOH$.

Лужноземельні елементи в оксидах і гідроксидах виявляють валентність II. У загальному вигляді формули їх оксидів і гідроксидів записують так: оксид EO, гідроксид $E(OH)_2$. Запишемо у загальному вигляді рівняння реакції оксида лужноземельного елемента з водою:


$EO + H_2O = E(OH)_2$.

4. Й. В. Деберейнер запропонував об'єднати деякі елементи у групи, що містили по три елементи. Такі групи Деберейнер назвав тріадами. У межах цих тріад відносна атомна маса середнього елемента приблизно дорівнювала середньому арифметичному мас першого і третього елементів. Наприклад,

1) Li, Be, B $\quad A_r(Be) = \dfrac{A_r(Li) + A_r(B)}{2} = \dfrac{7 + 11}{2} = 9;$

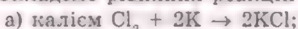
2) Be, Mg, Ca $\quad A_r(Mg) = \dfrac{A_r(Be) + A_r(Ca)}{2} = \dfrac{9 + 40}{2} \approx 24;$

3) N, O, F $\quad A_r(O) = \dfrac{A_r(N) + A_r(F)}{2} = \dfrac{14 + 19}{2} \approx 16.$

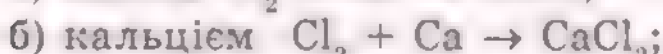
§ 5. Поняття про лужні елементи, галогени, інертні елементи

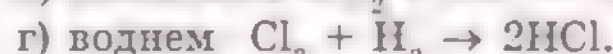
1. Відмінність у фізичних властивостях літію та заліза полягає у тому, що літій значно легший від заліза та м'який (легко ріжеться ножем). Тому зваживши, наприклад, обидва зразка металів, можна визначити, який з них є літієм.

2. Складемо рівняння реакцій взаємодії хлора Cl_2 з:


а) калієм $Cl_2 + 2K \rightarrow 2KCl$;

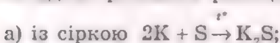
в) алюмінієм $3Cl_2 + 2Al \rightarrow 2AlCl_3$;


б) кальцієм $Cl_2 + Ca \rightarrow CaCl_2$;


г) воднем $Cl_2 + H_2 \rightarrow 2HCl$.

3. Вища валентність Силіцію дорівнює IV. Отже, формула вищого хлориду силіцію $SiCl_4$.

4. Складемо рівняння реакцій взаємодії калію:


а) із сіркою $2K + S \xrightarrow{t^\circ} K_2S$;

б) з хлором $2K + Cl_2 \rightarrow 2KCl$.

5. Обчислимо масову частку Оксигену в оксидах лужних елементів:

а) Li_2O; $M_r(Li_2O) = 2 \cdot 7 + 16 = 30$; $w(O) = \dfrac{A_r(O)}{M_r(Li_2O)} = \dfrac{16}{30} = 0,53$ або 53 %;

б) Na_2O; $M_r(Na_2O) = 2 \cdot 23 + 16 = 62$; $w(O) = \frac{A_r(O)}{M_r(Na_2O)} = \frac{16}{62} = 0,26$ або 26 %;

в) K_2O; $M_r(K_2O) = 2 \cdot 39 + 16 = 94$; $w(O) = \frac{A_r(O)}{M_r(K_2O)} = \frac{16}{94} = 0,17$ або 17 %.

Отже, найбільшою є масова частка Оксигену у літій оксиді Li_2O.
Відповідь: Li_2O.

§ 6. Періодичний закон Д. І. Менделєєва

1. Не за збільшенням відносної атомної маси у Періодичній системі хімічних елементів розташовані, наприклад, Ar (елемент № 18) і K (елемент № 19); Te (елемент № 52) і I (елемент № 53). Якщо їх розташувати згідно з їхніми атомними масами, то порушиться періодичність повторення властивостей елементів та їхніх сполук.
2. У періодах зліва направо основний характер оксидів зменшується, а кислотний — збільшується. Наприклад,
$Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$ літій гідроксид, луг;
$CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$ карбонатна кислота.
3. Складемо формули вищих оксидів елементів 3-го періоду:

Na_2O	MgO	Al_2O_3	SiO_2	P_2O_5	SO_3	Cl_2O_7
основний	основний	амфотерний	кислотний	кислотний	кислотний	кислотний

Складемо формули вищих гідратів оксидів елементів 3-го періоду:

$NaOH$	$Mg(OH)_2$	$Al(OH)_3$	H_2SiO_3	H_3PO_4	H_2SO_4	$HClO_4$
основний	основний	амфотерний	кислотний	кислотний	кислотний	кислотний

4. Елемент, який має порядковий номер 16, це Сульфур S. Він утворює два оксида: сульфур(VI) оксид SO_3 та сульфур(IV) оксид SO_2. Обидва його оксида виявляють кислотні властивості, при взаємодії з водою утворюють кислоти: $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$ сульфатна кислота,
$SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$ сульфітна кислота. Сульфур утворює й сполуку з Гідрогеном, формула якої H_2S (гідроген сульфід).
5. Леткі сполуки з Гідрогеном утворюють елементи-неметали.
6. Якщо збільшити у півтора рази значення відносної атомної маси елемента А, то отримаємо $A_r(А) \approx 90$. Це Ітрій Y, $A_r(Y) = 89$, а валентність II і III. Якщо збільшити у півтора рази значення відносної атомної маси елемента Б, то отримаємо $A_r(Б) \approx 135$. Це Барій Ba.

§ 7. ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

1. До головної підгрупи I групи Періодичної системи хімічних елементів належать Літій Li, Натрій Na, Калій K, Рубідій Rb, Цезій Cs, Францій Fr. До побічної — Купрум Cu, Аргентум Ag, Аурум Au.
2. У четвертому періоді, у п'ятій групі, у головній підгрупі розташований хімічний елемент Арсен As.
3. До головних підгруп належать елементи Нітроген N, Оксиген O, Гідроген H, Алюміній Al. До побічних підгруп належать елементи Ферум Fe, Купрум Cu.
4. Визначимо у кожному наведеному ряду елемент, що відрізняється від інших за місцем у Періодичній системі:

а) He, Ne, Ar — VIII група, H — I група;
б) Fe, Co, Ni — VIII група, побічна підгрупа, 4 період; Ar — 3 період, VIII група, головна підгрупа;
в) Li, Be, B — елементи 2 періоду; H — елемент 1 періоду;
г) F, Cl, Br — VII група, головна підгрупа; Mn — VII група, побічна підгрупа.

5. До Силіцію за властивостями подібний Германій Ge, тому що це елементи однієї групи (IV група), однієї підгрупи (головної).
6. Складемо формули вищих оксидів та формули летких сполук з Гідрогеном для таких елементів:
а) Магній, оксид MgO, леткої сполуки з Гідрогеном не утворює;
б) Силіцій, оксид SiO_2, летка сполука з Гідрогеном SiH_4 силан;
в) Реній, оксид Re_2O_7, леткої сполуки з Гідрогеном не утворює;
г) Осмій, оксид OsO_4, леткої сполуки з Гідрогеном не утворює;
д) Телур, оксид TeO_3, летка сполука з Гідрогеном H_2Te;
е) Радій, оксид RaO, леткої сполуки з Гідрогеном не утворює.
7. У підгрупах зверху униз неметалічні властивості елементів послаблюються, а металічні — посилюються. Тому сильніше виражені:
а) металічні властивості у Алюмінію;
б) неметалічні властивості у Нітрогену;
в) неметалічні властивості у Стибію.
8. Однакову валентність у вищому оксиді та у сполуці з Гідрогеном виявляють елементи IV групи, головної підгрупи. Елемент, що розташований у 4 періоді, у IV групі, у головній підгрупі, це Германій Ge.
9. Порядкові номери елементів А, Б, В дорівнюють відповідно n, $n + 2$, $n + 4$.
1) Якщо хімічний елемент А — найлегший галоген, то це Флуор F. Його порядковий номер 9. Тоді хімічний елемент Б має порядковий номер $9 + 2 = 11$. Це Натрій Na.
2) Якщо хімічний елемент В — інертний газ і його номер $n + 4$, то за два елемента від нього буде халькоген Б (порядковий номер $n + 2$), а елемент А буде елементом IV групи.
3) Якщо елементи А і Б належать до однієї групи, то це можливо у разі, якщо вони розташовані у побічній підгрупі VIII групи. Тоді елемент В буде металічним елементом побічної підгрупи II групи.
4) Ні, хоча б один із них (елемент А найімовірніше) не буде газом.
10. Елемент А може бути Калієм, елемент Б — Аргентумом, а елемент В — Хлором. Калій і Аргентум є елементами I групи, Хлор — VII групи. Сполука KCl розчинна у воді й забарвлює полум'я у фіолетовий колір, а сполука $AgCl$ має білий колір і нерозчинна у воді.
11. Невідомий елемент має сталу валентність I, II або III.
1) Нехай елемент виявляє в оксиді валентність I. Формула оксиду умовно E_2O. Обчислимо можливе значення відносної атомної маси такого елемента: $M_r(E_2O) = 2A_r(E) + A_r(O)$; $40 = 2A_r(E) + 16$; $2A_r(E) = 24$; $A_r(E) = 12$. Таке значення відносної атомної маси має Карбон C. Але цей елемент виявляє змінну валентність II і IV, що суперечить умові задачі.
2) Нехай елемент виявляє в оксиді валентність II. Формула його оксиду умовно EO. Обчислимо можливе значення відносної атомної маси такого елемента: $M_r(EO) = A_r(E) + A_r(O)$; $40 = A_r(E) + 16$; $A_r(E) = 24$. Таке значення відносної атомної маси має Магній Mg й у нього стала валентність II.

3) Аналогічними розрахунками перевіримо чи може це бути тривалентний елемент. Формула оксиду E_2O_3. $M_r(E_2O_3) = 2A_r(E) + 3A_r(O)$. $40 = 2A_r(E) + 3 \cdot 16$; $40 = 2_r(E) + 48$. Це неправильна рівність, отже, такого елемента не існує.

Відповідь: Магній.

12. *Дано:* *Розв'язання:*

RH_4 $w(O) = 53,3\ \%$	1) Летку сполуку з Гідрогеном складом RH_4 утворює елемент IV групи, головної підгрупи. Формула його оксида RO_2. 2) Обчислимо відносну молекулярну масу цього оксида.
R — ?	$M_r(RO_2) = \frac{2A_r(O)}{w(O)} = \frac{2 \cdot 16}{0,533} = 60.$

3) Обчислимо відносну атомну масу елемента R і визначимо цей елемент: $M_r(RO_2) = A_r(R) + 2A_r(O)$. З цієї рівності $A_r(R) = M_r(RO_2) - 2A_r(O) = 60 - 2 \cdot 16 = 28$. $A_r(R) = 28$. Цей елемент — Силіцій Si.

Відповідь: Силіцій.

13. *Дано:* *Розв'язання:*

RO_3 $w(H) = 2,47\ \%$	1) В оксиді RO_3 елемент R виявляє валентність VI. Отже, R знаходиться у VI групі, головній підгрупі й утворює з Гідрогеном летку сполуку складом H_2R.
R — ?	2) Обчислимо відносну молекулярну масу H_2R: $M_r(H_2R) = \frac{2A_r(H)}{w(H)} = \frac{2 \cdot 1}{0,0247} = 81.$

3) Обчислимо відносну атомну масу елемента R і визначимо цей елемент: $M_r(H_2R) = 2A_r(H) + A_r(R)$. З цієї рівності $A_r(R) = M_r(H_2R) - 2A_r(H) = 81 - 2 \cdot 1 = 79$. Цей елемент Селен Se.

§ 8. Значення Періодичного закону. Наукова прозорливість Д. І. Менделєєва

1. Д. І. Менделєєв визначав властивості певного невідомого елемента, як середні до властивостей елементів, оточуючих його в Періодичній системі. Так, ліворуч і праворуч від Галію, розташовані відповідно Цинк і Германій, а зверху і знизу — Алюміній та Індій. За методом Менделєєва, відносна атомна маса Галію має дорівнювати середньому арифметичному відносних атомних мас цих чотирьох елементів:

$$A_r(Ga) = \frac{A_r(Zn) + A_r(Ge) + A_r(Al) + A_r(In)}{4} =$$

$$\frac{65,41 + 72,64 + 26,982 + 114,82}{4} = 69,96.$$

Отримане число — 69,96 — близьке до значення відносної атомної маси Галію — 69,72.

Обчислимо аналогічно значення відносної атомної маси Селену:

$$A_r(Se) = \frac{A_r(As) + A_r(Br) + A_r(S) + A_r(Te)}{4} =$$

$$\frac{74,922 + 79,904 + 32,06 + 127,60}{4} = 78,62.$$

Отримане число — 78,62 — близьке до значення відносної атомної маси Селену — 78,96.

2. Д. І. Менделеєв передбачав існування елементів № 21 (Скандій Sc), № 31 (Галій Ga), № 32 (Германій Ge). Формули хлоридів цих елементів $ScCl_2$, $GaCl_3$, $GeCl_4$.

3. Прикладами простих речовин, молекули яких у газоподібному стані є одноатомними, можуть бути інертні гази гелій He, неон Ne, аргон Ar, криптон Kr, ксенон Xe і радон Rn.
Прикладами простих речовин, молекули яких у газоподібному стані є двохатомними, можуть бути водень H_2, кисень O_2, азот N_2, фтор F_2, хлор Cl_2.

6. Ці елементи — Кальцій, Карбон і Оксиген: C і O — елементи 2 періоду, утворюють CO — чадний газ, карбон(II) оксид, який вступає у реакцію з киснем, а CO_2 — вуглекислий газ, карбон(IV) оксид — не горить.
Сполуки цих трьох елементів — $CaCO_3$ — поширені у природі, входять до складу мармуру, крейди, вапняку тощо.

7. а) Нехай невідомий елемент виявляє в оксиді валентність I. Тоді умовно формулу його оксиду можна позначити R_2O. За умовою задачі $M_r(R_2O) = 94$. Обчислимо відносну атомну масу елемента R: $M_r(R_2O) = 2A_r(R) + A_r(O)$; $2A_r(R) = M_r(R_2O) - A_r(O) = 94 - 16 = 78$, тоді $A_r(R) = 78 : 2 = 39$. Таке значення відносної атомної маси має Калій.
Нехай невідомий елемент виявляє в оксиді валентність II. Тоді умовно формулу його оксиду можна позначити RO. Обчислимо відносну атомну масу елемента R: $M_r(RO) = A_r(R) + A_r(O)$; $A_r(R) = M_r(RO) - A_r(O) =$ $= 94 - 16 = 78$. Елемента з таким значенням відносної атомної маси немає.
Нехай невідомий елемент виявляє в оксиді валентність III. Тоді умовно формулу його оксиду можна позначити R_2O_3. Обчислимо відносну атомну масу елемента R: $M_r(R_2O_3) = 2A_r(R) + 3A_r(O)$;
$A_r(R) = \dfrac{M_r(R_2O_3) - 3A_r(O)}{2} = \dfrac{94 - 3 \cdot 16}{2} = 23$. Тривалентного елемента з таким значенням відносної атомної маси немає.
Відповідь: Калій.
б) Нехай невідомий елемент виявляє в оксиді валентність I. Тоді умовно формулу його оксиду можна позначити R_2O. Обчислимо значення відносної атомної маси елемента R: $M_r(R_2O) = 2A_r(R) + A_r(O)$;
$A_r(R) = \dfrac{M_r(R_2O) - A_r(O)}{2} = \dfrac{102 - 16}{2} = 43$. Елемента з таким значенням відносної атомної маси не існує.
Нехай невідомий елемент виявляє в оксиді валентність II. Тоді умовно формулу його оксиду можна позначити RO. Обчислимо значення відносної атомної маси елемента R: $M_r(RO) = A_r(R) + A_r(O)$;
$A_r(R) = M_r(RO) - A_r(O) = 102 - 16 = 86$. Елемента з таким значенням відносної атомної маси немає.
б) Нехай невідомий елемент виявляє в оксиді валентність III. Тоді умовно формулу його оксиду можна позначити R_2O_3. Обчислимо значення відносної атомної маси елемента R: $M_r(R_2O_3) = 2A_r(R) + 3A_r(O)$;
$A_r(R) = \dfrac{M_r(R_2O_3) - 3A_r(O)}{2} = \dfrac{102 - 3 \cdot 16}{2} = 27$. Це Алюміній.
Відповідь: Алюміній.

§ 9. Атом: ядро плюс електрони

1. Атом — це електронейтральна хімічно неподільна частинка, що складається з позитивно зарядженого ядра і негативно заряджених електронів.

Кількість електронів у атомі співпадає із значенням заряду ядра. Отже, якщо ядро атома Гелію має заряд +2, то атом Гелію містить 2 електрони.

2. а) Атом — це електронейтральна частинка, тому заряд атома Карбону дорівнює 0.
б) Кількість електронів у атомі співпадає із значенням заряду ядра. Отже, якщо атом Карбону містить 6 електронів, то заряд ядра атома Карбону дорівнює +6.

3. Число протонів у ядрі атома = заряд ядра = порядковий номер елемента. Отже,
а) порядковий номер Літію дорівнює 3, число протонів у ядрі атома Літію дорівнює 3, заряд ядра його атома +3;
б) порядковий номер Сульфуру дорівнює 16, число протонів у ядрі атома Сульфуру дорівнює 16, заряд ядра його атома +16;
в) порядковий номер Феруму дорівнює 26, число протонів у ядрі атома Феруму дорівнює 26, заряд ядра його атома +26;
г) порядковий номер Плюмбуму дорівнює 82, число протонів у ядрі атома Плюмбуму дорівнює 82, заряд ядра його атома +82.

4. а) Визначимо заряд ядра, число електронів та масу атома, якщо атомне ядро містить 8 протонів і 9 нейтронів.
Число протонів в ядрі = 8 → Заряд ядра = +8 → Число електронів = 8.
Відносна атомна маса = масове число = число протонів + число нейтронів = 8 + 9 = 17. Цей елемент — Оксиген.
б) Визначимо заряд ядра, число електронів та масу атома, якщо атомне ядро містить 25 протонів і 30 нейтронів:
Число протонів в ядрі = 25 → Заряд ядра = +25 → Число електронів = 25.
Відносна атомна маса = масове число = число протонів + число нейтронів = 25 + 30 = 55. Цей елемент — Манган.
в) Визначимо заряд ядра, число електронів та масу атома, якщо атомне ядро містить 89 протонів і 117 нейтронів:
Число протонів в ядрі = 89 → Заряд ядра = +89 → Число електронів = 89.
Відносна атомна маса = масове число = число протонів + число нейтронів = 89 + 117 = 206. Цей елемент — Актиній.

§ 10. Нукліди. Ізотопи

1. Порядковий номер хімічного елемента за своїм значенням співпадає з кількістю протонів у ядрі атома хімічного елемента. Отже, порядковий номер елемента дорівнює 2. Це Гелій He. Масове число дорівнює сумі протонів і нейтронів, тобто масове число = 2 + 1 = 3. Запишемо позначення цього атома — $^{3}_{2}He$.

2. На кількість протонів у ядрі атома вказує порядковий номер елемента. А кількість нейтронів можна обчислити за формулою $N = A - Z$, де N — нейтронне число, Z — протонне число, A — масове число. Отже:
а) ^{17}O; $Z = 8$; $A = 17$; $N = 17 - 8 = 9$;
б) ^{14}C; $Z = 6$; $A = 14$; $N = 14 - 6 = 8$;
в) ^{137}Cs; $Z = 55$; $A = 137$; $N = 137 - 55 = 82$.

3. Ядра атомів зазначених нуклідів відрізняються між собою за кількістю нейтронів.

4. Число нейтронів у нукліді ^{24}Mg обчислимо за формулою $N = A - Z$. Отже, $N = 24 - 12 = 12$.
Таку саму кількість нейтронів містить й нуклід Натрію.

Обчислимо його масове число за формулою

$A = Z + N = 11 + 12 = 23$. Отже, це нуклід Натрій-23 ^{23}Na.

5. Запишемо позначення нуклідів, ядра атомів яких містять:

а) 2 протони й 2 нейтрони. Отже, $Z = 2$, $N = 2$, тоді

$A = Z + N = 2 + 2 = 4$. Це $^{4}_{2}He$;

б) 15 протонів і 16 нейтронів. Отже, $Z = 15$, $N = 16$, тоді

$A = 15 + 16 = 31$. Це $^{31}_{15}P$;

в) 35 протонів і 45 нейтронів. Отже, $Z = 35$, $N = 45$, тоді

$A = 35 + 45 = 80$. Це $^{80}_{35}Br$.

6. а) Ізотопи — це нукліди, які мають однакове протонне число, але різне масове число. У наведеному переліку ізотопами є $^{14}_{6}C$ і $^{12}_{6}C$, $^{14}_{7}N$ і $^{15}_{7}N$.

б) Нейтронне число нукліда обчислюється за формулою $N = A - Z$, де A — масове число, Z — протонне число.

Обчислимо значення нейтронних чисел для наведених нуклідів:

$N(^{16}_{8}O) = 16 - 8 = 8$; $N(^{14}_{6}C) = 14 - 6 = 8$; $N(^{14}_{7}N) = 14 - 7 = 7$;

$N(^{12}_{6}C) = 12 - 6 = 6$; $N(^{15}_{7}N) = 15 - 7 = 8$.

Отже, однакове нейтронне число мають нукліди $^{16}_{8}O$, $^{14}_{6}C$, $^{15}_{7}N$.

в) Нуклонне число, як і масове, у символах нуклідів записують зверху.

Отже, однакове нуклонне число мають нукліди $^{14}_{6}C$ та $^{14}_{7}N$.

7. Запишемо можливі формули молекул води, утворених з трьох нуклідів Гідрогену і трьох нуклідів Оксигену:

$^{1}H^{1}H^{15}O$, $^{1}H^{1}H^{16}O$, $^{1}H^{1}H^{17}O$, $^{1}H^{2}H^{15}O$, $^{1}H^{2}H^{16}O$, $^{1}H^{2}H^{17}O$;
$^{1}H^{3}H^{15}O$, $^{1}H^{3}H^{16}O$, $^{1}H^{3}H^{17}O$, $^{2}H^{2}H^{15}O$, $^{2}H^{2}H^{16}O$, $^{2}H^{2}H^{17}O$;
$^{2}H^{3}H^{15}O$, $^{2}H^{3}H^{16}O$, $^{2}H^{3}H^{17}O$, $^{3}H^{3}H^{15}O$, $^{3}H^{3}H^{16}O$, $^{3}H^{3}H^{17}O$.

Відповідь: 18.

§ 13. Розподіл електронів в електронній оболонці атомів

1. Складемо графічні електронні формули таких атомів:

— Нітрогену $_{7}N$
2 [↑↓] s [↑|↑|↑] p
1 [↑↓] s

електронних пар — 1;
неспарених електронів — 3;

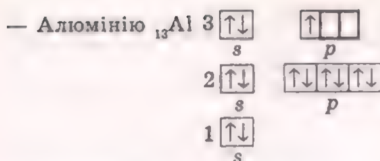
— Флуору $_{9}F$
2 [↑↓] s [↑↓|↑↓|↑] p
1 [↑↓] s

електронних пар — 3;
неспарених електронів —1;

— Магнію $_{12}Mg$
3 [↑↓] s
2 [↑↓] s [↑↓|↑↓|↑↓] p
1 [↑↓] s

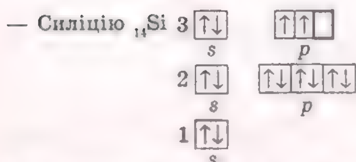
електронних пар — 1;
неспарених електронів — немає;

— Алюмінію $_{13}Al$



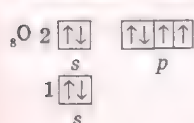
електронних пар — 1;
неспарених електронів — 1;

— Силіцію $_{14}Si$

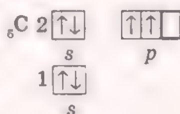


електронних пар — 1;
неспарених електронів — 2.

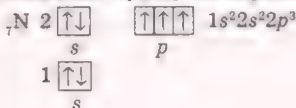
2. На другому енергетичному рівні максимально може міститися 8 електронів, на третьому енергетичному рівні — 18 електронів.
3. Повністю заповнені енергетичні рівні в атомах інертних елементів: He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn.
4. Складемо графічну електронну формулу атома Оксигену:



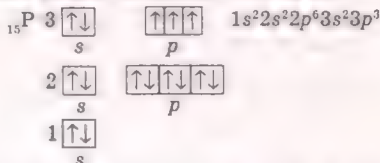
Як бачимо, в електронній оболонці атома Оксигену 2 неспарених електрони.
Таку ж кількість неспарених електронів має ще один елемент другого періоду — Карбон:



5. Покажемо будову електронних оболон атомів Нітрогену і Фосфору:



$1s^22s^22p^3$



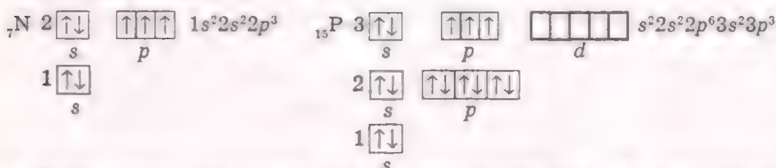
$1s^22s^22p^63s^23p^3$

Спільне: на останньому (зовнішньому) енергетичному рівні по 5 електронів (2 спарених і 3 неспарених електрона).
Відмінність: різна кількість енергетичних рівнів.
6. У запису електронної конфігурації великі цифри вказують на номер періоду, у якому розміщений хімічний елемент; наявність лише s- і p-орбіталей говорить про розміщення елемента у головних підгрупах, а сума s- і p-електронів вказує на номер групи, у якій знаходиться елемент.
Отже, а) $1s^2$ — Гелій He; б) $2s^2$ — Берилій Be; в) $2s^22p^4$ — Оксиген O; г) $3s^23p^2$ — Силіцій Si; д) $4s^2$ — Кальцій Ca.
7. Серед елементів другого періоду містить найбільше число:
а) електронів Неон Ne (10 електронів);
б) неспарених електронів — Нітроген N (3 неспарених електрони);
в) електронних пар — Неон Ne (5 електронних пар).

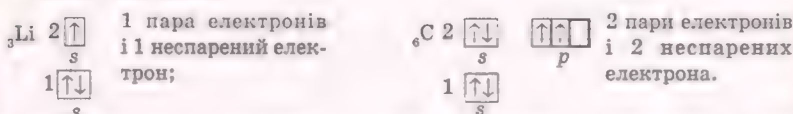
§ 14. Будова електронних оболонок атомів і структура Періодичної системи

1. Тільки з s-підрівня складається перший рівень; другий рівень складається з s- і p-підрівнів. Третій рівень містить s-, p- і d-підрівні.

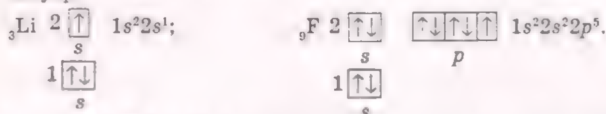
2. Електронними аналогами є атоми хімічних елементів, які мають однаковий розподіл електронів на зовнішньому електронному рівні. Як правило, це елементи однієї групи й однієї підгрупи.
Тому електронними аналогами Нітрогену є Фосфор, Арсен, Стибій, Вісмут. Наприклад:



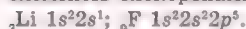
3. У атомів елементів головних підгруп число електронів на зовнішньому електронному рівні співпадає з номером групи, у якій розміщується елемент. У атомів елементів побічних підгруп на зовнішньому електронному рівні, як правило, 2 електрони.
4. У *s*-елементів четвертого періоду останнім заповнюється 4*s*-підрівень. У *p*-елементів п'ятого періоду останнім заповнюється 5*p*-підрівень У *s*-елементів третього періоду останнім заповнюється 3*s*-підрівень А у *p*-елементів другого періоду останнім заповнюється 2*p*-підрівень.
5. У Карбона і Літія в атомах число пар електронів дорівнює числу неспарених електронів:



6. Запишемо електронні конфігурації атомів елементів з порядковими номерами 11 і 14: $_{11}Na$ $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ та $_{14}Si$ $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$.
7. Таким металічним елементом другого періоду є Літій, а неметалічним — Флуор:

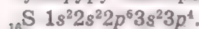


8. Елементи № 3 і № 9 розміщені у другому періоді, тому в атомах цих елементів електронами заповнюється другий енергетичний рівень:



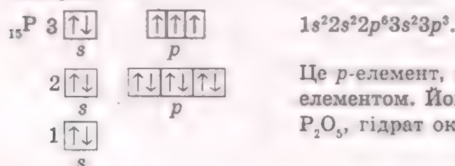
$_{3}Li$ $1s^2 2s^1$; $_{9}F$ $1s^2 2s^2 2p^5$.

Елемент № 16 розміщується в третьому періоді. Це Сульфур. В атомі Сульфуру електронами заповнюється третій енергетичний рівень:



$_{16}S$ $1s^2 2s^2 2p^6 \underline{3}s^2 \underline{3}p^4$.

9. Запишемо схему електронної будови атома елемента з порядковим номером 15:



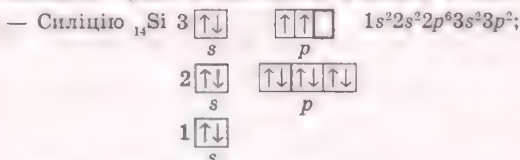
$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$.

Це *p*-елемент, тому він є неметалічним елементом. Його вищий оксид має формулу P_2O_5, гідрат оксиду — H_3PO_4 або HPO_3.

10. Електронними аналогами є атоми елементів, розміщених в одній групі й в одній підгрупі. Елемент № 12 — це Магній, він розміщується у II групі, головній підгрупі. Його електронним аналогом буде елемент, який розміщується у 2 періоді, у II групі. Це Берилій.

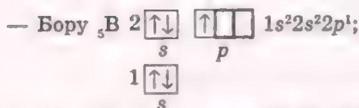
11. Складемо графічні електронні формули атомів:

— Силіцію $_{14}Si$



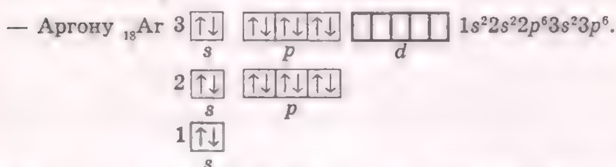
$1s^22s^22p^63s^23p^2$;

— Бору $_5B$



$1s^22s^22p^1$;

— Аргону $_{18}Ar$



$1s^22s^22p^63s^23p^6$.

12. Електронна формула $1s^22s^22p^3$ відповідає Нітрогену; електронна формула $1s^22s^22p^63s^23p^6$ відповідає Аргону; електронна формула $1s^22s^22p^63s^23p^64s^2$ відповідає Кальцію.

13. а) $3s^23p^1$ — цей елемент розміщується у 3 періоді, у III групі (2 + 1 = 3), у головній підгрупі. Це Алюміній Al.
б) $3s^23p^3$ — цей елемент розміщується у 3 періоді, у V групі (2 + 3 = 5), у головній підгрупі. Це Фосфор P.
в) $3s^1$ — цей елемент розміщується у 3 періоді, у I групі, у головній підгрупі. Це Натрій Na.
г) $4s^2$ — цей елемент розміщується у 4 періоді, у II групі, у головній підгрупі. Це Кальцій Ca.

14. Берилій, Магній і Кальцій розміщуються у II групі, у головній підгрупі. В атомах цих елементів на зовнішньому електронному рівні по 2 електрона.

15. Арсен розміщується у V групі, у головній підгрупі. На зовнішньому електронному рівні його атома міститься 5 електронів.
Станум є елементом головної підгрупи IV групи. Тому зовнішній рівень його атома містить 4 електрони.
Барій є елементом головної підгрупи II групи й на зовнішньому електронному рівні його атома містяться 2 електрони.

§ 15. Будова електронних оболонок і характер хімічних елементів

1. Атоми — електронейтральні частинки, які складаються з позитивно зарядженого ядра та електронів. Катіони — це йони з позитивним зарядом. Аніони — це йони з негативним зарядом.
Отже, випишемо із наведеного переліку символи:
а) атомів Na, O, Fe;
б) катіонів Na^+, Mg^{+2}, NH_4^+;
в) аніонів O^{2-}, SO_4^{2-}, NO_3^-;
г) молекул O_2, HNO_3, NO_2.

2. Запишемо електронну конфігурацією:
а) атома Хлору $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^63s^23p^5$; йону хлору Cl^- $1s^22s^22p^63s^23p^6$;
б) атома Магнію $_{12}Mg$ $1s^22s^22p^63s^2$; йону Mg^{2+} $1s^22s^22p^6$.

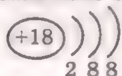
3. а) В атомі кількість протонів дорівнює кількості електронів. Їх значення збігається з порядковим номером елемента. Отже, в атомі Алюмінію 13 протонів і 13 електронів.
б) Йон Al^{3+} утворився внаслідок утрати атомом Al трьох електронів. Тому йон Al^{3+} містить 13 протонів і 10 електронів.

4. Йон Na^+ містить 11 протонів і 10 електронів. Стільки ж електронів містить атом Неону Ne.

5. Запишемо електронні конфігурації вказаних йонів і атома Аргону:
S^{2-} $1s^22s^22p^63s^23p^6$; Cl^- $1s^22s^22p^63s^23p^6$;
K^+ $1s^22s^22p^63s^23p^6$; Ca^{2+} $1s^22s^22p^63s^23p^6$;
Ar $1s^22s^22p^63s^23p^6$.
Як бачимо, електронні будови усіх частинок однакові.

6. Завершеним вважається такий зовнішній енергетичний рівень, на якому міститься 8 електронів. У атома Оксигену на зовнішньому енергетичному рівні 6 електронів, отже, до завершення йому бракує 2 електрони. У атома Хлору на зовнішньому енергетичному рівні 7 електронів, отже, до завершення йому не вистачає 1 електрона. У атома Фосфору на зовнішньому рівні містяться 5 електронів, тому до завершення не вистачає 3 електронів.

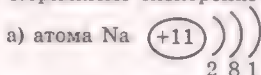
7. Запишемо електронну будову атома Аргону:

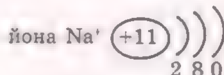


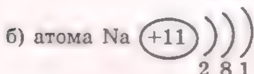
Йон E^{2+} утворився в результаті втрачання атомом Е двох електронів. Отже, атом Е містить 18 + 2 = 20 електронів. Цей елемент — Кальцій Ca.

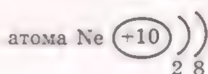
8. Атом Фосфору на зовнішньому енергетичному рівні містить 5 електронів. Тому в хімічних реакціях атом Фосфору може максимально віддавати 5 електронів, або приєднувати 3 електрони.

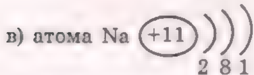
10. Порівняємо електронні будови:

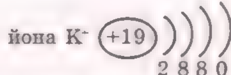
а) атома Na 

йона Na^+ 

б) атома Na 

атома Ne 

в) атома Na 

йона K^+ 

11. Хімічні елементи Флуор і Хлор мають подібні властивості, тому що атоми елементів мають подібну будову зовнішнього енергетичного рівні (7 електронів, ns^2np^5).

§ 16. Характеристика хімічних елементів за їх місцем у Періодичній системі та будовою атома

1. У періодах металічні властивості елементів із збільшенням порядкового номера послаблюються, а неметалічні — посилюються. Тому серед елементів четвертого періоду найсильніші металічні властивості виявляє Калій (порядковий номер 19), а найсильніші неметалічні властивості виявляє Бром (порядковий номер 35).

2. У групах неметалічні властивості елементів посилюються зі зменшенням порядкового номера. Тому серед елементів IV групи найсильніші неметалічні властивості виявляє Карбон (порядковий номер 6).
3. а) Al, Na, Mg розміщуються в одному періоді — у 3 періоді. У періоді металічні властивості елементів із збільшенням порядкового номера послаблюються. Отже, в прядку посилення металічних властивостей елементів їх символи треба розташувати у такій послідовності: Al, Mg, Na.
б) Ca, Ba, Sr є елементами II групи, головної підгрупи. У групах металічні властивості елементів посилюються зі збільшенням порядкового номера. Отже, в порядку посилення металічних властивостей елементів їхні символи треба розташувати у такій послідовності: Ca, Sr, Ba.
4. а) Характеристика хімічних елементів Берилію та Оксигену.

Берилій	Оксиген
1. Розміщення в Періодичній системі	
Порядковий номер 4; 2 період, II група, головна підгрупа.	Порядковий номер 8; 2 період, VI група, головна підгрупа.
2. Будова атома	
Заряд ядра +4, містить 4 протони, 5 нейтронів, 4 електрони. Електронна оболонка складається з двох енергетичних рівнів. На зовнішньому рівні міститься одна електронна пара. Будова зовнішнього електронного рівня: $_4$Be 2 [↑↓] s [ ][ ][ ] p. Електронна конфігурація: $1s^22s^2$.	Заряд ядра +8, містить 8 протонів, 8 нейтронів, 8 електронів. Електронна оболонка складається з двох енергетичних рівнів. На зовнішньому рівні містяться дві пари і два неспарених електрона. Будова зовнішнього електронного рівня: $_8$O 2 [↑↓] s [↑↓][↑][↑] p. Електронна конфігурація: $1s^22s^22p^4$.
3. Характеристика хімічного елемента	
s-Елемент, металічний, для набуття електронної конфігурації інертного елемента втрачає 2 електрони.	*p*-Елемент, неметалічний, до завершення електронного рівня приймає 2 електрони.
4. Відносна атомна маса	
9	16
5. Вища валентність і формула вищого оксиду	
II; BeO	II; оксиду немає
6. Гідрат вищого оксиду та його характер	
$Be(OH)_2$; основа	не утворює
7. Формула леткої сполуки з Гідрогеном	
Не утворює	H_2O
8. Порівняння металічних або неметалічних властивостей із властивостями елементів, що стоять поряд у періоді та підгрупі	
Металічні властивості виражені сильніше, ніж у Бора, але слабкіше, ніж у Літію та Магнію.	Неметалічні властивості виражені сильніше, ніж у Нітрогену та Сульфуру, але слабкіше, ніж у Флуору.

б) Характеристика хімічних елементів Натрію та Фосфору.

Натрій	Фосфор
1. Розміщення в Періодичній системі	
Порядковий номер 11; 3 період, I група, головна підгрупа.	Порядковий номер 15; 3 період, V група, головна підгрупа.
2. Будова атома	
Заряд ядра +11, містить 11 протонів, 12 нейтронів, 11 електронів. Електронна оболонка складається з трьох енергетичних рівнів. На зовнішньому рівні міститься один неспарений електрон. Будова зовнішнього електронного рівня: $_{11}Na$ 3 [↑] [ ][ ][ ] [ ][ ][ ][ ][ ] (s, p, d) Електронна конфігурація: $3s^1$.	Заряд ядра +15, містить 15 протонів, 16 нейтронів, 15 електронів. Електронна оболонка складається з трьох енергетичних рівнів. На зовнішньому рівні міститься одна електронна пара і три неспарених електрони. Будова зовнішнього електронного рівня: $_{15}P$ 3 [↑↓] [↑][↑][↑] [ ][ ][ ][ ][ ]. (s, p, d) Електронна конфігурація: $3s^2 3p^3$.
3. Характеристика хімічного елемента	
s-Елемент, металічний, для набуття електронної конфігурації інертного елемента втрачає 1 електрон.	*p*-Елемент, неметалічний, до завершення електронного рівня приймає 3 електрони.
4. Відносна атомна маса	
23	31
5. Вища валентність і формула вищого оксиду	
I; Na_2O	V; P_2O_5
6. Гідрат вищого оксиду та його характер	
NaOH; луг	H_3PO_4 або HPO_3; кислота
7. Формула леткої сполуки з Гідрогеном	
Не утворює	PH_3
8. Порівняння металічних або неметалічних властивостей із властивостями елементів, що стоять поряд у періоді та підгрупі	
Металічні властивості виражені сильніше, ніж у Магнію та Літію, але слабкіше, ніж у Калію.	Неметалічні властивості виражені сильніше, ніж у Силіцію та Арсену, але слабкіше, ніж у Сульфуру та Нітрогену.

5. Елементи А, Б та В розташовані у 2 періоді. Елемент А — це Карбон, в атомі його елемента число енергетичних рівнів дорівнює 2, а на зовнішньому енергетичному рівні міститься 4 електрони. Елемент Б — це Оксиген. Карбон і Оксиген утворюють сполуку CO_2. Елемент В — це Літій, він утворює луг. Ці три елементи утворюють речовину складу Li_2CO_3.

ТЕМА 2. ХІМІЧНИЙ ЗВ'ЯЗОК І БУДОВА РЕЧОВИНИ

§ 17. Природа хімічного зв'язку

1. Під словом «октет» розуміють наявність 8 електронів на зовнішньому енергетичному рівні. В атомі Нітрогену на зовнішньому енергетичному рівні містяться 5 електронів, тому до октету йому бракує 3 електронів. В атомі Хлору на зовнішньому енергетичному рівні містяться 7 електронів, тому до октету йому бракує 1 електрона.

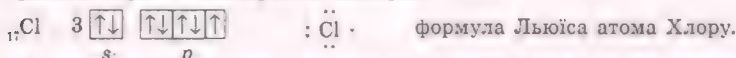
Відповідно до цих міркувань, атому Сульфуру до октету не вистачає 2 електронів, атому Карбону — 4 електронів, атому Флуору — 1 електрона, атому Оксигену — 2 електронів.

2. Атоми металічних елементів прагнуть до електронної конфігурації атомів інертних елементів, які передують їм у Періодичній системі. Отже, атом Літію прагне до електронної конфігурації атома Гелію, атом Кальцію — до електронної конфігурації атома Аргону, атом Алюмінію — до електронної конфігурації атома Неону. При утворенні хімічних зв'язків атоми Літію, Кальцію та Алюмінію будуть віддавати електрони.
Атоми неметалічних елементів прагнуть до електронної конфігурації атомів інертних елементів, які розміщуються в тому ж періоді. Отже, атом Оксигену прагне до електронної конфігурації атома Неону, атом Хлору — до електронної конфігурації атома Аргону. При утворенні хімічних зв'язків атоми Оксигену і Хлору будуть приймати електрони.

3. Максимально атоми хімічних елементів можуть віддати ту кількість електронів, яка міститься на зовнішньому енергетичному рівні. Отже, атом Літію може віддати 1 електрон, атом Магнію — 2 електрони, атом Калію — 1 електрон, атом Алюмінію — 3 електрони, атом Фосфору — 5 електронів, атом Хлору — 7 електронів.

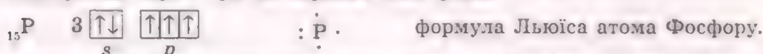
§ 18. Ковалентний зв'язок

1. а) На зовнішньому енергетичному рівні атома Хлору містяться 3 електронних пари і 1 неспарений електрон:



б) На зовнішньому енергетичному рівні атома Сульфуру містяться дві електронних пари і два неспарених електрони:

в) На зовнішньому енергетичному рівні атома Фосфору містяться одна електронна пара і три неспарених електрони:



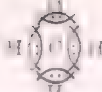
2. На зовнішньому енергетичному рівні атома Флуору міститься один неспарений електрон: $_{9}$F 2 ↑↓ ↑↓↑↓↑ (s, p).

Молекула фтору F_2 не містить неспарених електронів : F(:)F :

4. Зв'язок між атомами у молекулі водню здійснюється завдяки електронам першого енергетичного рівня, а у молекулі хлору — третього.

5. Формула Льюїса для молекули хлороводню HCl має такий вигляд H(:)Cl : й показує, що спільна електронна пара одна, неподілених електронних пар — три. Для молекули сірководню H_2S формула Льюїса H(:)S : (H) показує, що спільних електронних пар дві, неподілених електронних пар — дві. Для молекули амоніаку NH_3 формула Льюїса H(:)N(:)H (H) показує, що спільних електронних пар три, неподілена електронна

пара — одна. Для молекули метану CH_4 формула Льюїса доказує, що спільних електронних пар чотири, неподілених електронних пар немає.



6. Складемо формулу Льюїса для молекули сірки S_2: $\cdot\dot{S}\cdot \rightarrow \cdot\dot{S}: \rightarrow$ [illegible]

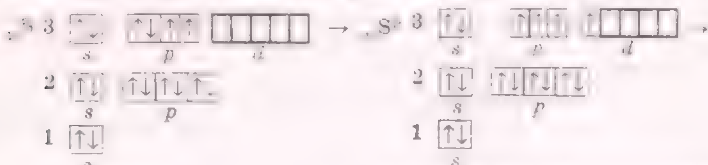
В утворенні ковалентного зв'язку між атомами Сульфуру беруть участь дві електронні пари. Правило октету виконується.

7. а) Електронній формулі [illegible] відповідають формули речовин HCl, HBr.

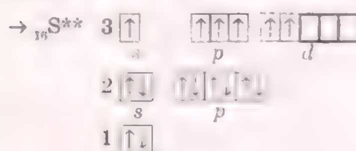
б) Електронній формулі [illegible] відповідають формули речовин F_2, Cl_2.

в) Електронній формулі $: a :: \ddot{a} :$ відповідає формула O_2.

8. Складемо графічні електронні формули будови електронної оболонки атома Сульфуру в основному й збудженому станах:



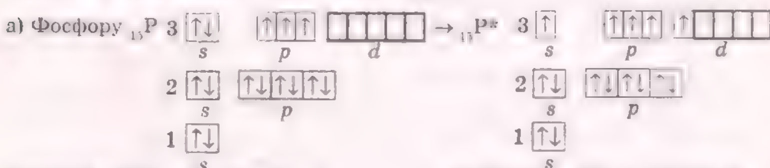
основний стан збуджений стан, валентність S (IV)



збуджений стан, валентність S (VI)

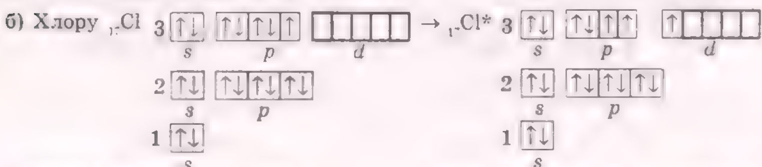
9. Складемо графічні електронні формули для електронних оболонок у основному та збудженому стані атомів:

а) Фосфору $_{15}P$

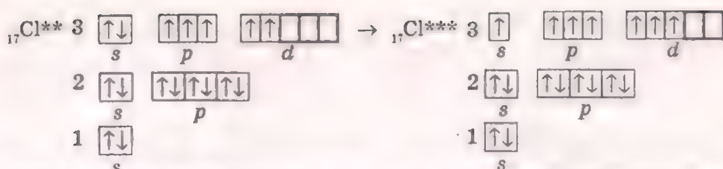


основний стан, валентність III збуджений стан, валентність V

б) Хлору $_{17}Cl$



основний стан, валентність I збуджений стан, валентність III



збуджений стан, валентність V збуджений стан, валентність VII

§ 19. Полярний і неполярний ковалентний зв'язок

1. Ковалентний зв'язок, утворений атомами однакових неметалічних елементів, називають неполярним. Ковалентний зв'язок, утворений атомами різних неметалічних елементів, називають полярним.

Формули речовин з ковалентним неполярним зв'язком	Формули речовин з ковалентним полярним зв'язком
S_8, O_2, F_2, P_4, N_2	NH_3, ClF_3, NO_2, NO

2. Чим більшою є різниця електронегативностей атомів елементів у речовині, тим більш полярним є зв'язок.
Запишемо формули речовин у порядку збільшення полярності зв'язку в їх молекулах: CH_4, NH_3, H_2O, HF.
3. Обчислимо різницю між електронегативностями елементів у парах:
а) Li — Cl, ΔEH = 3,5 – 1,0 = 2,5;
б) Be — Cl, ΔEH = 3,5 – 1,5 = 2,0;
в) B — Cl, ΔEH = 3,5 – 2,0 = 1,5;
г) C — Cl, ΔEH = 3,5 – 2,5 = 1,0;
д) N — Cl, ΔEH = 3,5 – 3,0 = 0,5;
е) O — Cl, ΔEH = 3,5 – 3,5 = 0;
ж) F — Cl, ΔEH = 4,0 – 3,5 = 0,5.
Найбільш полярним є зв'язок Li — Cl, найменш полярним O — Cl.
4. Обчислимо різницю електронегативностей для наведених формул речовин:
а) H_2, ΔEH = 2,1 – 2,1 = 0;
б) HCl, ΔEH = 3,5 – 2,1 = 1,4;
в) HF, ΔEH = 4,0 – 2,1 = 1,9;
г) ClF, ΔEH = 4,0 – 3,5 = 0,5;
д) Cl_2, ΔEH = 3,5 – 3,5 = 0;
е) F_2, ΔEH = 4,0 – 4,0 = 0.
Найполярнішою є молекула HF.
5. Сполукою з найбільшою полярністю зв'язку є HCl, а з найменшою Cl_2.
6. У молекулі HCl більшу електронегативність має атом Хлору, тому на ньому виникає частковий заряд із знаком «мінус» −δ.
У молекулі ClF атом Хлору має меншу електронегативність від атома Флуору, тому на ньому виникає частковий заряд із знаком «плюс» +δ.
7. В ряду H_2O, H_2S, H_2Se, H_2Te зменшується значення електронегативностей атомів O, S, Se, Te, тому зменшується й полярність зв'язку.

§ 20. Йонний зв'язок

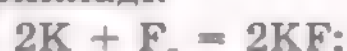
1. Ковалентний зв'язок утворюється між атомами неметалів, за рахунок об'єднання валентних електронів і утворення спільних електронних пар. Йонний зв'язок утворюється в речовинах, утворених елементами зі значною різницею електронегативностей. При утворенні йонного зв'язку відбувається повна передача електронів від атомів металічних елементів до атомів неметалічних елементів з утворенням протилежно заряджених йонів.
2. У сполуках Na_2O, BaO_2 Оксиген утворює йонний зв'язок.
У сполуках H_2O, CO_2 Оксиген утворює ковалентний зв'язок.

3.

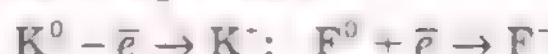
Ковалентний неполярний зв'язок	Ковалентний полярний зв'язок	Йонний зв'язок
H_2, O_2, N_2, F_2	HBr, CO_2, CO, NO_2, NH_3, NF_3, OF_2	Na_2O, CaO, K_3N, MgF_2

4. Покажемо схему утворення йонів на прикладі:

а) калій Флуориду KF

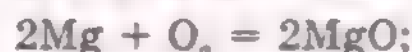


$2K + F_2 = 2KF;$

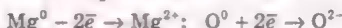


$K^0 - \bar{e} \rightarrow K^+; \quad F^0 + \bar{e} \rightarrow F^-$

б) магній оксиду MgO

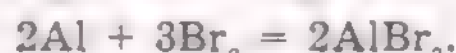


$2Mg + O_2 = 2MgO;$



$Mg^0 - 2\bar{e} \rightarrow Mg^{2+}; \quad O^0 + 2\bar{e} \rightarrow O^{2-}$

в) алюміній броміду $AlBr_3$



$2Al + 3Br_2 = 2AlBr_3.$

$Al^0 - 3\bar{e} \rightarrow Al^{3+}; \quad Br^0 + 1\bar{e} \rightarrow Br^-$

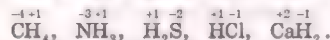
§ 21. Ступінь окиснення елементів

1. У структурних формулах валентність визначають за кількістю рисочок навколо кожного атома. У формулі а) валентність N дорівнює III, валентність Br — I. У формулі б) валентність C дорівнює IV, валентність H і Cl — по I. У формулі в) валентність S дорівнює II, валентності H — по I. У формулі г) валентність S дорівнює IV, валентності Cl — по I. У формулі д) валентність P дорівнює V, валентності F — по I.
Запишемо молекулярні формули наведених речовин і визначимо ступені окиснення всіх елементів: $\overset{+3}{N}\overset{-1}{Br}_3$, $\overset{+4}{C}\overset{-1}{H}_3\overset{-1}{Cl}$, $\overset{+1}{H}_2\overset{-2}{S}$, $\overset{+4}{S}\overset{-1}{Cl}_4$, $\overset{+5}{P}\overset{-1}{F}_5$.

2. Користуючись таблицею 7 (с. 109), визначимо можливі ступені окиснення елементів.

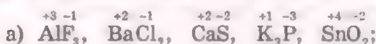
Елемент	Ступінь окиснення		
	вищий	проміжний	нижчий
Калій, K	+1	—	0
Магній, Mg	+2	—	0
Бром, Br	+7	+5, +3, +1, 0	−1
Фосфор, P	+5	+3, 0	−3
Сульфур, S	+6	+4, +2, 0	−2

3. Визначимо ступені окиснення елементів у сполуках з Гідрогеном:

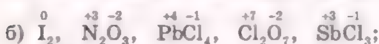


$\overset{-4}{C}\overset{+1}{H}_4$, $\overset{-3}{N}\overset{+1}{H}_3$, $\overset{+1}{H}_2\overset{-2}{S}$, $\overset{+1}{H}\overset{-1}{Cl}$, $\overset{+2}{Ca}\overset{-1}{H}_2$.

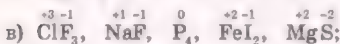
4. Визначимо ступені окиснення елементів у речовинах:



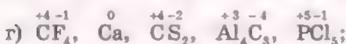
а) $\overset{+3}{Al}\overset{-1}{F}_3$, $\overset{+2}{Ba}\overset{-1}{Cl}_2$, $\overset{+2}{Ca}\overset{-2}{S}$, $\overset{+1}{K}_3\overset{-3}{P}$, $\overset{+4}{Sn}\overset{-2}{O}_2$;



б) $\overset{0}{I}_2$, $\overset{+3}{N}_2\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+4}{Pb}\overset{-1}{Cl}_4$, $\overset{+7}{Cl}_2\overset{-2}{O}_7$, $\overset{+3}{Sb}\overset{-1}{Cl}_3$;

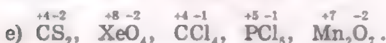


в) $\overset{+3}{Cl}\overset{-1}{F}_3$, $\overset{+1}{Na}\overset{-1}{F}$, $\overset{0}{P}_4$, $\overset{+2}{Fe}\overset{-1}{I}_2$, $\overset{+2}{Mg}\overset{-2}{S}$;



г) $\overset{+4}{C}\overset{-1}{F}_4$, $\overset{0}{Ca}$, $\overset{+4}{C}\overset{-2}{S}_2$, $\overset{+3}{Al}_4\overset{-4}{C}_3$, $\overset{+5}{P}\overset{-1}{Cl}_5$;

д) $\overset{+2}{Fe}\overset{-2}{S}$, $\overset{+1}{I}\overset{-1}{Br}$, $\overset{+4}{Te}\overset{1}{Cl}_4$, $\overset{+6}{S}\overset{-1}{F}_6$, $\overset{+3}{N}\overset{-1}{F}_3$;



е) $\overset{+4}{C}\overset{-2}{S}_2$, $\overset{+8}{Xe}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{+4}{C}\overset{-1}{Cl}_4$, $\overset{+5}{P}\overset{-1}{Cl}_5$, $\overset{+7}{Mn}_2\overset{-2}{O}_7$.

5. У формулах речовин HCl, NaH ступінь окиснення Гідрогену дорівнює його валентності: $\overset{+1}{H}\overset{-1}{Cl}$, $\overset{I}{H}\overset{I}{Cl}$, $\overset{+1}{Na}\overset{-1}{H}$, $\overset{I}{Na}\overset{I}{H}$.

У формулах речовин CO_2, CCl_4 ступінь окиснення Карбону дорівнює його валентності: $\overset{+4}{C}\overset{-2}{O}_2$, $\overset{IV}{C}\overset{II}{O}_2$; $\overset{+4}{C}\overset{-1}{Cl}_4$, $\overset{IV}{C}\overset{I}{Cl}_4$.

§ 22. Застосування поняття про ступінь окиснення

1. Складемо формули сполук, використовуючи ступені окиснення елементів:

а) бром(I) оксид $\overset{+1}{Br}_2\overset{-2}{O}$;

б) манган(II) оксид $\overset{+2}{Mn}\overset{-2}{O}$;

в) станум(IV) оксид $\overset{+4}{Sn}\overset{-2}{O}_2$;

г) ферум(III) оксид $\overset{+3}{Fe}_2\overset{-2}{O}_3$.

2. Визначимо ступені окиснення всіх елементів у сполуках:

а) $\overset{+3}{Cr}\overset{-1}{Cl}_3$, $\overset{+1}{K}\overset{+5}{Cl}\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+2}{Ba}\overset{-1}{Cl}_2$, $\overset{+2}{Ca}(\overset{+1}{Cl}\overset{-2}{O})_2$, $\overset{+1}{H}\overset{+7}{Cl}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{+3}{Al}_2(\overset{+6}{S}\overset{-2}{O}_4)_3$, $\overset{+3}{Fe}_2\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+1}{Na}\overset{-2}{O}\overset{+1}{H}$;

б) $\overset{+2}{Ba}(\overset{-2}{O}\overset{+1}{H})_2$, $\overset{+2}{Ca}(\overset{+5}{N}\overset{-2}{O}_3)_2$, $\overset{+1}{H}_2\overset{+4}{C}\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+1}{H}\overset{+5}{N}\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+1}{H}_2\overset{-2}{S}$, $\overset{+1}{H}_3\overset{+5}{P}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{+1}{H}\overset{+1}{Cl}\overset{-2}{O}$, $\overset{+1}{H}_2\overset{+6}{S}\overset{-2}{O}_4$;

в) $\overset{+1}{K}\overset{+5}{Cl}\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+1}{K}_2\overset{+6}{Cr}_2\overset{-2}{O}_7$, $\overset{+1}{Na}_2\overset{+4}{S}\overset{-2}{O}_3$, $\overset{+1}{Na}\overset{-1}{Cl}$, $\overset{+1}{Na}_2\overset{+6}{Cr}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{-3}{N}\overset{+1}{H}_4\overset{+7}{Cl}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{+2}{Ba}\overset{+6}{Mn}\overset{-2}{O}_4$.

3. Визначимо ступені окиснення Мангану в сполуках:

$\overset{0}{Mn}$, $\overset{+2}{Mn}\overset{-2}{O}$, $\overset{+4}{Mn}\overset{-2}{O}_2$, $\overset{+1}{K}_2\overset{+6}{Mn}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{+1}{K}\overset{+7}{Mn}\overset{-2}{O}_4$, $\overset{+7}{Mn}_2\overset{-2}{O}_7$.

4. Обчислимо ступені окиснення Карбону в сполуках. Візьміть до уваги, що в усіх цих сполуках ступінь окиснення Гідрогену +1, а Хлору −1;

$\overset{-4}{C}\overset{+1}{H}_4$, $\overset{-2}{C}\overset{+1}{H}_3\overset{-1}{Cl}$, $\overset{0}{C}\overset{+1}{H}_2\overset{-1}{Cl}_2$, $\overset{-2}{C}_2\overset{+1}{H}_5\overset{-1}{Cl}$, $\overset{-1}{C}_2\overset{+1}{H}_4\overset{-1}{Cl}_2$, $\overset{+3}{C}_2\overset{-1}{Cl}_6$.

5. Запишемо електронну конфігурацію Хлору у ступенях окиснення:

а) −1 $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^63s^23p^6$;

б) 0 $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^63s^23p^5$;

в) +1 $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^63s^23p^4$;

г) +3 $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^63s^23p^2$;

д) +5 $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^63s^2$;

е) +7 $_{17}Cl$ $1s^22s^22p^6$.

6. Наведемо формули сполук Нітрогену з позитивним і негативним ступенем окиснення цього елемента: $\overset{-3}{N}H_3$, $\overset{+3}{N}_2O_3$, $H\overset{+5}{N}O_3$.

§ 23. Будова твердих речовин та їхні властивості

Лабораторний дослід № 1. Ознайомлення з фізичними властивостями речовин атомної, молекулярної та йонної будови.

Речовина	Цукор	Калій сульфат	Силіцій(IV) оксид
Розчинність у воді	добре розчиняється	добре розчиняється	не розчиняється
Здатність до плавлення	легко плавиться	не плавиться	не плавиться
Крихкість	крихкий	крихкий	не крихкий
Кристалічні ґратки	молекулярні	йонні	атомні

1. Кальцій карбонат $CaCO_3$ при нагріванні розкладається: $CaCO_3 \overset{t^\circ}{=} CaO + CO_2$; сірка при нагрівання плавиться, а йод — сублімує.

2. В алмазі та графіті ступінь окиснення Карбону дорівнює 0, а валентність IV.
3. Хоча кварц SiO_2 і вуглекислий газ CO_2 подібні за складом, вони мають різні кристалічні ґратки: кварц SiO_2 — атомні кристалічні ґратки, вуглекислий газ CO_2 — молекулярні. Тому вони мають зовсім різні фізичні властивості.

4.

Речовини з атомними кристалічними ґратками	Речовини з йонними кристалічними ґратками	Речовини з молекулярними кристалічними ґратками
C (алмаз)	$CaBr_2$, CuO, $NaNO_3$, $Fe_2(SO_4)_3$	$O_{2(тв.)}$, $Br_{2(тв.)}$, $HCl_{(тв.)}$, $CO_{2(тв.)}$, $H_2O_{(тв.)}$

7. Білий фосфор і червоний фосфор мають молекулярні кристалічні ґратки.
8. Карборунд (силіцій карбід SiC) має атомні кристалічні ґратки про що свідчить значення його температури плавлення.
9. Запах мають речовини з молекулярними кристалічними ґратками.
10. Добру розчинність у воді й високу температуру плавлення мають речовини з йонними кристалічними ґратками. Запаху такі речовини, як правило, не мають.

ТЕМА 3. КІЛЬКІСТЬ РЕЧОВИНИ. РОЗРАХУНКИ ЗА ХІМІЧНИМИ ФОРМУЛАМИ

§ 24. Кількість речовини. Моль — одиниця кількості речовини. Число Авогадро

1. *Дано:*
$n(H_2O) = 0,5$ моль
$N(H_2O)$ — ?

Розв'язання:
Число молекул води обчислимо за формулою $N = N_A \cdot n$, де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.
Отже, $N(H_2O) = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1} \cdot 0,5$ моль $= 3,01 \cdot 10^{23}$.
Відповідь: $3,01 \cdot 10^{23}$ молекул H_2O.

2. *Дано:*
n(цукру) = 1,5 моль
N(цукру) — ?

Розв'язання:
Число молекул цукру обчислимо за формулою $N = N_A \cdot n$, де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Отже,
N(цукру) $= 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1} \cdot 1,5$ моль $= 9,03 \cdot 10^{23}$.
Відповідь: $9,03 \cdot 10^{23}$ молекул цукру.

3. *Дано:*
$N(N_2) = 0,9 \cdot 10^{23}$ молекул
$n(N_2)$ — ?

Розв'язання:
Кількість речовини азоту обчислимо за формулою $n = \frac{N}{N_A}$, де $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.
Отже, $n(N_2) = \frac{0,9 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 0,15$ моль.
Відповідь: 0,15 моль N_2.

4. *Дано:*
$n_1(CO_2) = 0,5$ моль
$n_2(CO_2) = 2$ моль
$n_1(O)$ — ?
$n_2(O)$ — ?

Розв'язання:
В одній молекулі CO_2 містяться 2 атоми Оксигену. Отже, в 0,5 моль CO_2 міститимуться 0,5 моль · 2 = = 1 моль атомів Оксигену, а у 2 моль CO_2 міститимуться 2 моль · 2 = 4 моль атомів Оксигену.
Відповідь: $n_1(O) = 1$ моль, $n_2(O) = 4$ моль.

5. *Дано:* *Розв'язання:*

$N_1(O) = 3 \cdot 10^{23}$
$N_2(O) = 0{,}6 \cdot 10^{19}$
$n_3(O) = 3$ моль
$n_4(O) = 0{,}18$ моль

$n_1(O_3)$ — ?
$n_2(O_3)$ — ?
$n_3(O_3)$ — ?
$n_4(O_3)$ — ?

1) Обчислимо кількість речовини атомів Оксигену за формулою $n_1(O) = \frac{N_1(O)}{N_A} = \frac{3 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}} = 0{,}5$ моль.

В одній молекулі O_3 містяться 3 атоми Оксигену, тоді 0,5 моль атомів Оксигену містяться в 0,5 моль : 3 = 0,17 моль O_3.

2) Обчислимо кількість речовини атомів Оксигену за формулою

$$n_2(O) = \frac{N_2(O)}{N_A} = \frac{0{,}6 \cdot 10^{19}}{6 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}} = 0{,}1 \cdot 10^{-4}\ моль.$$

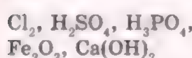
В одній молекулі O_3 містяться 3 атоми Оксигену, тоді $0{,}1 \cdot 10^{-4}$ моль атомів Оксигену міститимуться у $0{,}1 \cdot 10^{-4}$ моль : 3 = $0{,}0333 \cdot 10^{-4}$ моль = $3{,}33 \cdot 10^{-6}$ моль.

3) В одній молекулі O_3 містяться 3 атоми Оксигену. Отже, 3 моль атомів Оксигену міститимуться в 3 моль : 3 = 1 моль озону.

4) В одній молекулі O_3 містяться 3 атоми Оксигену, тоді 0,18 моль атомів Оксигену міститимуться в 0,18 моль : 3 = 0,06 моль O_3.

Відповідь: $n_1(O_3) = 0{,}17$ моль; $n_2(O_3) = 3{,}33 \cdot 10^{-6}$ моль; $n_3(O_3) = 1$ моль; $n_4(O_4) = 0{,}06$ моль.

6. *Дано:* *Розв'язання:*


Cl_2, H_2SO_4, H_3PO_4, Fe_2O_3, $Ca(OH)_2$

кількість речовини атомів кожного елемента — ?

1) В одній молекулі Cl_2 містяться 2 атоми Хлору, тоді в 1 моль Cl_2 міститимуться 2 моль атомів Хлору.

2) В одній молекулі H_2SO_4 містяться 2 атоми Гідрогену, 1 атом Сульфуру, 4 атоми Оксигену. В 1 моль H_2SO_4 містяться відповідно 2 моль атомів Гідрогену, 1 моль атомів Сульфуру, 4 моль атомів Оксигену.

3) В одній молекулі H_3PO_4 містяться 3 атоми Гідрогену, 1 атом Фосфору 4 атоми Оксигену. В 1 моль H_3PO_4 містяться відповідно 3 моль атомів Гідрогену, 1 моль атомів Фосфору, 4 моль атомів Оксигену.

4) В одній молекулі Fe_2O_3 містяться 2 атоми Fe і 3 атоми O. В 1 моль Fe_2O_3 містяться відповідно 2 моль атомів Fe і 3 моль атомів O.

4) В 1 моль $Ca(OH)_2$ містяться 1 моль атомів Ca, 2 моль атомів O і 2 моль атомів H.

§ 25. Молярна маса

1. Обчислимо відносну молекулярну масу кисню O_2:
$M_r(O_2) = 2A_r(O) = 2 \cdot 16 = 32$, отже, $M(O_2) = 32$ г/моль. *Відповідь*: б.

2. *Дано:* *Розв'язання:*

$n(H_2) = 2$ моль
$n(O_2) = 3$ моль
$n(H_2O) = 5$ моль

$m(H_2)$ — ?
$m(O_2)$ — ?
$m(H_2O)$ — ?

Масу речовини обчислимо за формулою $m = M \cdot n$, де M — молярна маса речовини.
а) $M(H_2) = (2 \cdot 1)$ г/моль = 2 г/моль;
$m(H_2) = 2$ г/моль $\cdot$ 2 моль = 4 г;
б) $M(O_2) = 32$ г/моль; $m(O_2) = 32$ г/моль $\cdot$ 3 моль = 96 г;
в) $M(H_2O) = (2 \cdot 1 + 16)$ г/моль = 18 г/моль;
$m(H_2O) = 18$ г/моль $\cdot$ 5 моль = 90 г.
Відповідь: а) 4 г H_2; б) 96 г O_2; в) 90 г H_2O.

3. *Дано*:

$N(Zn) = 1{,}204 \cdot 10^{22}$
$N(O_2) = 1{,}806 \cdot 10^{24}$
$N(H_2SO_4) = 6{,}02 \cdot 10^{21}$

$m(Zn)$ — ?
$m(O_2)$ — ?
$m(H_2SO_4)$ — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо кількості речовин Zn, O_2, H_2SO_4 за формулою: $n = \frac{N}{N_A}$.

$$n(Zn) = \frac{1,204 \cdot 10^{22}}{6,02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 0,02\ \text{моль};$$

$$n(O_2) = \frac{1,806 \cdot 10^{24}}{6,02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 3\ \text{моль};$$

$$n(H_2SO_4) = \frac{6,02 \cdot 10^{21}}{6,02 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}} = 0,01\ \text{моль}.$$

2) Обчислимо маси Zn, O_2, H_2SO_4 за формулою $m = M \cdot n$:
$m(Zn) = 65$ г/моль · 0,02 моль = 1,3 г;
$m(O_2) = 32$ г/моль · 3 моль = 96 г;
$m(H_2SO_4) = 98$ г/моль · 0,01 моль = 0,98 г.
Відповідь: а) 1,3 г Zn; б) 96 г O_2; в) 0,98 г H_2SO_4.

4. Обчислимо молярні маси речовин:
1) $M_r(H_2S) = 2A_r(H) + A_r(S) = 2 \cdot 1 + 32 = 34$; $M(H_2S) = 34$ г/моль;
2) $M_r(NH_3) = A_r(N) + 3A_r(H) = 14 + 3 \cdot 1 = 17$; $M(NH_3) = 17$ г/моль;
3) $M_r(F_2) = 2A_r(F) = 2 \cdot 19 = 38$; $M(F_2) = 38$ г/моль;
4) $M_r(CaCO_3) = A_r(Ca) + A_r(C) + 3A_r(O) = 40 + 12 + 3 \cdot 16 = 100$;
$M(CaCO_3) = 100$ г/моль;
5) $M_r(SO_2) = A_r(S) + 2A_r(O) = 32 + 2 \cdot 16 = 64$; $M(SO_2) = 64$ г/моль;
6) $M_r(NaOH) = A_r(Na) + A_r(O) + A_r(H) = 23 + 16 + 1 = 40$;
$M(NaOH) = 40$ г/моль;
7) $M_r(K_2SO_4) = 2A_r(K) + A_r(S) + 4A_r(O) = 2 \cdot 39 + 32 + 4 \cdot 16 = 174$;
$M(K_2SO_4) = 174$ г/моль;
8) $M_r(Fe(NO)_3)_3 = A_r(Fe) + 3A_r(N) + 9A_r(O) = 56 + 3 \cdot 14 + 9 \cdot 16 = 242$;
$M(Fe(NO_3)_3 = 242$ г/моль;
9) $M_r(NaAl(OH)_4) = A_r(Na) + A_r(Al) + 4A_r(O) + 4A_r(H) =$
$= 23 + 27 + 4 \cdot 16 + 4 \cdot 1 = 118$;
$M(NaAl(OH)_4) = 118$ г/моль;
10) $M_r(CuSO_4 \cdot 5H_2O) = A_r(Cu) + A_r(S) + 4A_r(O) + 10A_r(H) + 5A_r(O) =$
$= 64 + 32 + 4 \cdot 16 + 10 \cdot 1 + 5 \cdot 16 = 250$; $M(CuSO_4 \cdot 5H_2O) = 250$ г/моль.

5. *Дано*:

$m(Fe) = 7$ г
$m(N_2) = 21$ г
$m(CaCO_3) = 500$ г
$m(NaHCO_3) = 10$ кг

$n(Fe)$ — ?
$n(N_2)$ — ?
$n(CaCO_3)$ — ?
$n(NaHCO_3)$ — ?

Розв'язання:

Кількості речовин обчислюємо за формулою $n = \frac{m}{M}$, де M — молярна маса речовини:

$$n(Fe) = \frac{7\ \text{г}}{56\ \text{г / моль}} = 0,125\ \text{моль};$$

$$n(N_2) = \frac{21\ \text{г}}{28\ \text{г / моль}} = 0,75\ \text{моль};$$

$$n(CaCO_3) = \frac{500\ \text{г}}{100\ \text{г / моль}} = 5\ \text{моль};$$

$$n(NaHCO_3) = \frac{10\,000\ \text{г}}{84\ \text{г / моль}^{-1}} = 119,05\ \text{моль}.$$

Відповідь: а) 0,125 моль Fe; б) 0,75 моль N_2; в) 5 моль $CaCO_3$;
г) 119,05 моль $NaHCO_3$.

6. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(H_2O) = 5$ моль $n(C_{12}H_{22}O_{11}) = 5$ моль $n(Au) = 5$ моль — $m(H_2O)$ — ? $m(C_{12}H_{22}O_{11})$ — ? $m(Au)$ — ?	Обчислимо маси речовин за формулою $m = M \cdot n$. а) $M_r(H_2O) = 2A_r(H) + A_r(O) = 2 \cdot 1 + 16 = 18$; $M(H_2O) = 18$ г/моль; $m(H_2O) = 18$ г/моль $\cdot$ 5 моль = 90 г; б) $M_r(C_{12}H_{22}O_{11}) = 12A_r(C) + 22A_r(H) + 11A_r(O) =$ $= 12 \cdot 12 + 22 \cdot 1 + 11 \cdot 16 = 342$; $M(C_{12}H_{22}O_{11}) = 342$ г/моль; $m(C_{12}H_{22}O_{11}) = 342$ г/моль $\cdot$ 5 моль = 1710 г;

в) $M_r(Au) = A_r(Au) = 197$; $M(Au) = 197$ г/моль;
$m(Au) = 197$ г/моль $\cdot$ 5 моль = 985 г.
Відповідь: а) 90 г H_2O; б) 1710 г $C_{12}H_{22}O_{11}$; в) 985 г Au.

7. Обчислимо молярні маси простих речовин за формулою $M = \frac{m}{n}$.

а) $M = \frac{444{,}5 \text{ г}}{7 \text{ моль}} = 63{,}5$ г / моль. Це мідь Cu.

б) $M = \frac{84 \text{ г}}{3{,}5 \text{ моль}} = 24$ г / моль. Це магній Mg.

в) $M = \frac{8 \text{ г}}{0{,}25 \text{ моль}} = 32$ г / моль. Це сірка S.

8. а) *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(O_2) = 3$ моль $n(N_2) = 2$ моль — маса якого із зразків більша?	Обчислимо маси зразків речовин за формулою $m = M \cdot n$. $m(O_2) = 32$ г/моль $\cdot$ 3 моль = 96 г; $m(N_2) = 28$ г/моль $\cdot$ 2 моль = 56 г. 96 г > 56 г. *Відповідь*: 3 моль O_2.

8. б) *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(H_2O) = 5$ моль $n(Cl_2) = 1{,}4$ моль — маса якого із зразків більша?	Обчислимо маси зразків речовин за формулою $m = M \cdot n$. $m(H_2O) = 18$ г/моль $\cdot$ 5 моль = 90 г; $m(Cl_2) = 71$ г/моль $\cdot$ 1,4 моль = 99,4 г; 99,4 г > 90 г. *Відповідь*: 1,4 моль Cl_2.

8. в) *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(CaO) = 1$ моль $n(MgO) = 1$ моль — маса якого із зразків більша?	Обчислимо маси зразків речовин за формулою $m = M \cdot n$. $m(CaO) = 56$ г/моль $\cdot$ 1 моль = 56 г; $m(MgO) = 40$ г/моль $\cdot$ 1 моль = 40 г; 56 г > 40 г. *Відповідь*: 1 моль CaO.

9. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(H_2O) = 200$ мл — $N(H_2O)$ — ?	1) Обчислимо масу води за формулою $m = \rho \cdot V$. $m(H_2O) = 1$ г/мл $\cdot$ 200 мл = 200 г.

2) Обчислимо кількість речовини води за формулою $n = \frac{m}{M}$.

$n(H_2O) = \frac{200 \text{ г}}{18 \text{ г/моль}} = 11{,}1$ моль.

3) Обчислимо число молекул води за формулою $N = N_A \cdot n$;
$N(H_2O) = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 11,1 моль = $66{,}822 \cdot 10^{23} \approx 6{,}7 \cdot 10^{24}$.
Відповідь: $6{,}7 \cdot 10^{24}$.

10. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(SO_2)$ = 3 моль $m(CuO)$ = 40 г $n(O)$ — ? $N(O)$ — ?	а) В одній молекулі SO_2 містяться 2 атоми Оксигену. У 3 моль SO_2 містяться 3 · 2 = 6 моль атомів Оксигену. Число атомів Оксигену обчислимо за формулою $N = N_A \cdot n$; $N(O) = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 6 моль = $= 36{,}12 \cdot 10^{23} = 3{,}612 \cdot 10^{24}$.

б) Обчислимо кількість речовини CuO за формулою $n = \frac{m}{M}$.

$$n(CuO) = \frac{40\ г}{(64+16)\ г/моль} = 0{,}5\ моль.$$

В одній формульній одиниці CuO міститься 1 атом O, а в 0,5 моль CuO міститимуться 0,5 моль атомів O. Число атомів Оксигену обчислимо за формулою $N(O) = N_A \cdot n = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 0,5 моль = $3{,}01 \cdot 10^{23}$.

Відповідь: а) 6 моль; $3{,}612 \cdot 10^{24}$ атомів; б) 0,5 моль; $3{,}01 \cdot 10^{23}$ атомів.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(O_2)$ = 100 г $m(O_3)$ = 100 г де більше молекул?	Обчислимо кількість речовини O_2 і кількість речовини O_3. $n(O_2) = \frac{m(O_2)}{M(O_2)} = \frac{100\ г}{32\ г/моль} = 3{,}125$ моль; $n(O_3) = \frac{m(O_3)}{M(O_3)} = \frac{100\ г}{48\ г/моль} = 2{,}083$ моль. Якщо $n(O_2) > n(O_3)$, то й $N(O_2) > N(O_3)$. *Відповідь*: у 100 г O_2.

12. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(HNO_3)$ = 122 г $n(HNO_3)$ — ? $n(N)$ — ? $n(H)$ — ? $n(O)$ — ?	1) Обчислимо кількість речовини HNO_3 за формулою $n(HNO_3) = \frac{m(HNO_3)}{M(HNO_3)} = \frac{122\ г}{63\ г/моль} = 1{,}94$ моль. 2) В одній молекулі HNO_3 міститься 1 атом Гідрогену, 1 атом Нітрогену і 3 атоми Оксигену.

Отже, в 1,94 моль HNO_3 містяться 1,94 моль атомів Гідрогену, 1,94 моль атомів Нітрогену і 1,94 мль · 3 = 5,82 моль атомів Оксигену.

Відповідь: 1,94 моль HNO_3; 1,94 моль атомів H; 1,94 моль атомів N; 5,82 моль атомів O.

13. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(C_xH_y)$ = 0,8 г $n(C_xH_y)$ = 0,05 моль $M(C_xH_y)$ — ?	Обчислимо молярну масу речовини за формулою $M(C_xH_y) = \frac{m}{n} = \frac{0{,}8\ г}{0{,}05\ моль} = 16$ г / моль. Формула речовини CH_4. *Відповідь*: 16 г/моль; CH_4.

§ 26. Молярний об'єм

1. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(N_2)$ = 2 моль $n(O_2)$ = 0,5 моль $n(F_2)$ = 0,25 моль $V(N_2)$ — ? $V(O_2)$ — ? $V(F_2)$ — ?	Обчислимо об'єми газів за формулою $V = V_m \cdot n$, де V_m(за н. у.) ≈ 22,4 г/моль. $V(H_2)$ = 22,4 л/моль · 2 моль = 44,8 л; $V(O_2)$ = 22,4 л/моль · 0,5 моль = 11,2 л; $V(F_2)$ = 22,4 л/моль · 0,25 моль = 5,6 л. *Відповідь*: а) 44,8 л; б) 11,2 л; в) 5,6 л.

2. *Дано*:

$V(H_2)$ (н. у.) = 5,6 л
$N(H_2)$ — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо кількість речовини H_2 за формулою

$$n(H_2) = \frac{V(H_2)}{V_m} = \frac{5{,}6\ л}{22{,}4\ л\ /\ моль} = 0{,}25\ моль.$$

2) Обчислимо число молекул H_2 за формулою

$N(H_2) = N_A \cdot n = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,25 моль = $1{,}505 \cdot 10^{23}$.

3) *Відповідь* не зміниться, якщо в умові задачі замінити водень на азот або невідомий газ, тому що за законом Авагадро однакові об'єми різних газів за однакових умов містять однакову кількість молекул.

Відповідь зміниться, якщо в умові задачі замінити водень на водопровідну воду.

3. *Дано*:

$n(CH_4)$ = 5 моль $n(H_2S)$ = 2 моль $n(NH_3)$ = 4,2 моль
$V(CH_4)$ — ? $V(H_2S)$ — ? $V(NH_3)$ — ? н. у.

Розв'язання:

Обчислимо об'єми газів за формулою $V = V_m \cdot n$,

де V_m(за н. у.) = 22,4 л/моль.

$V(CH_4)$ = 22,4 л/моль · 5 моль = 112 л;

$V(H_2S)$ = 22,4 л/моль · 2 моль = 44,8 л;

$V(NH_3)$ = 22,4 л/моль · 4,2 моль = 94,08 л.

Відповідь: а) 112 л; б) 44,8 л; в) 94,08 л.

4. *Дано*:

$N(NH_3)$ у 3 рази > $N(CH_4)$ $V(CH_4)$ = 100 л н. у.
$V(NH_3)$ — ?

Розв'язання:

$V(NH_3) = N(CH_4) \cdot 3$;

$V(NH_3)$ = 100 л · 3 = 300 л.

Відповідь: 300 л.

5. *Дано*:

$V(CH_4)$ = 10 л $V(Cl_2)$ = 20 л
у якому більше молекул? атомів?

Розв'язання:

1) За законом Авогадро однакові об'єми різних газів за однакових умов містять однакову кількість молекул. За умовою задачі $V(Cl_2) > V(CH_4)$ у 2 рази (20 л : 10 л = 2 р.), отже, $N(Cl_2) > N(CH_4)$ у 2 рази.

2) В 1 молекулі Cl_2 міститься 2 атоми Хлору. В 1 молекулі CH_4 міститься 5 атомів. Оскільки $N(Cl_2) > N(CH_4)$ у 2 рази, то й атомів Хлору буде у 2 рази більше, тобто $N(Cl) = 2 \cdot 2 = 4$. Але ця кількість атомів менша від кількості атомів C і H у молекулах CH_4. Щоб обчислити, у скільки разів більше атомів у метані CH_4, треба 5 : 4 = 1,25 рази.

Відповідь: молекул більше у хлорі у 2 рази; атомів більше у метані в 1,25 рази.

6. *Дано*:

$V(O_2)$ = 1 м^3 $m(O_2)$ = 1 кг
$N_1(O_2)$ — ? $N_2(O_2)$ — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо кількість речовини кисню O_2 в 1 м^3;

1 м^3 = 1000 дм^3 = 1000 л.

$$n(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{1000\ л}{22{,}4\ л\ /\ моль} = 44{,}6\ моль.$$

2) Обчислимо кількість молекул кисню в 1 м^3; $N_1(O) = N_A \cdot n =$
$= 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 44,6 моль = $2{,}68 \cdot 10^{25}$.

3) Обчислимо кількість речовини кисню O_2 в 1 кг; 1 кг = 1000 г;

$$n(O_2) = \frac{m}{M} = \frac{1000\ г}{32\ г\ /\ моль} = 31{,}25\ моль.$$

4) Обчислимо число молекул кисню в 1 кг: $N_2(O_2) = N_A \cdot n =$
$= 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 31,25 моль = $1{,}88 \cdot 10^{25}$.

Відповідь: а) $2{,}68 \cdot 10^{25}$; б) $1{,}88 \cdot 10^{25}$.

7. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(NH_3) = 100$ г $V(NH_3) = 100$ л (н. у.)	1) Обчислимо кількість речовини і число молекул NH_3 в 100 г.
де більше молекул?	$n(NH_3) = \frac{m(NH_3)}{M(NH_3)} = \frac{100\text{ г}}{17\text{ г / моль}} = 5,9$ моль;

$N(NH_3) = N_A \cdot n = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 5,9 моль = $3{,}55 \cdot 10^{24}$.

2) Обчислимо кількість речовини і число молекул NH_3 у 100 л:

$n(NH_3) = \frac{V(NH_3)}{V_m} = \frac{100\text{ л}}{22,4\text{ г / моль}} = 4,5$ моль;

$N(NH_3) = N_A \cdot n = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 4,5 моль = $2{,}69 \cdot 10^{24}$.

Відповідь: у 100 г NH_3.

8. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(H_2) = 10$ г $N(H_2) = 10$ моль	1) Обчислимо кількість речовини водню, що міститься в 10 г, та об'єм: $n(H_2) = \frac{m(H_2)}{M(H_2)} = \frac{10\text{ г}}{2\text{ г / моль}} = 5$ моль;
$V_1(H_2)$ — ? $V_2(H_2)$ — ? н. у.	$V_1(H_2) = V_m \cdot n = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 5 моль = 112 л.

2) Обчислимо об'єм, який за н. у. займають 10 моль водню:

$V_2(H_2) = V_m \cdot n = 22{,}4$ л/моль$\cdot$ 10 моль = 224 л.

Відповідь: а) 112 л; б) 224 л.

9. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(NH_3) = m(H_2) =$ $= m(SO_2) = m(O_2)$	1) Порівнюємо кількості речовин NH_3, N_2, SO_2 і O_2:
де більше молекул — ?	$n(NH_3) = \frac{m}{17\text{ г / моль}}$; $n(N_2) = \frac{m}{28\text{ г / моль}}$;

$n(SO_2) = \frac{m}{64\text{ г / моль}}$; $n(O_2) = \frac{m}{32\text{ г / моль}}$; $\frac{m}{17} > \frac{m}{28} > \frac{m}{32} > \frac{m}{64}$.

Отже, найбільше значення має кількість речовини NH_3, це означає, що й число молекул у посудині з NH_3 буде найбільшим.

Відповідь: у посудині з NH_3.

10. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(NH_3) = 1$ г $m(N_2) = 1$ г	1) Обчислимо кількість речовини NH_3 й число молекул NH_3 в 1 г:
де більше молекул й у скільки разів?	$n(NH_3) = \frac{m(NH_3)}{M(NH_3)} = \frac{1\text{ г}}{17\text{ г / моль}} = 0,059$ моль;

$N(NH_3) = N_A \cdot n = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,059 моль = $3{,}55 \cdot 10^{22}$.

2) Обчислимо кількість речовини N_2 й число молекул N_2 в 1 г:

$n(N_2) = \frac{m(N_2)}{M(N_2)} = \frac{1\text{ г}}{28\text{ г / моль}} = 0,036$ моль;

$N(N_2) = N_A \cdot n = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,036 моль = $2{,}17 \cdot 10^{22}$.

3) Більше молекул міститься в 1 г NH_3. Обчислимо, у скільки разів більше: $3{,}55 \cdot 10^{22} : 2{,}17 \cdot 10^{22} = 1{,}65$ рази. *Відповідь*: в амоніаку в 1,65 рази.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

$V(H_2S)$ н. у. = 11,2 л	1) Обчислимо кількість речовини H_2S:
$m(H_2S)$ — ?	$n(H_2S) = V : V_m = 11{,}2$ л : 22,4 г/моль = 0,5 моль.

2) Обчислимо масу H_2S: $m(H_2S) = M \cdot n = 34$ г/моль $\cdot$ 0,5 моль = 17 г.
Відповідь: 17 г .

12. *Дано*: *Розв'язання*:

V(газу) н. у. = 0,001 м^3
m(газу) = 1,25 г

m(молекул) — ?

1) Обчислимо кількість речовини газу в 0,001 м^3 та число молекул: 0,001 м^3 = 1 л;

$$n(\text{газу}) = \frac{V(\text{газу})}{V_m} = \frac{1\ \text{л}}{22,4\ \text{л / моль}} = 0,045\ \text{моль};$$

N(газу) = $N_A \cdot n = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ $\cdot$ 0,045 моль = $2,71 \cdot 10^{22}$.

2) Обчислимо масу 1 молекули газу: $m(\text{молекули}) = \dfrac{1,25\ \text{г}}{2,71 \cdot 10^{22}} = 4,67 \cdot 10^{-23}$ г.
Відповідь: $4,67 \cdot 10^{-23}$ г.

13. *Дано*: *Розв'язання*:

$n(CO_2)$ = 1,5 моль
$n(O_2)$ = 1,5 моль

чи однакові маси та об'єми?

1) За умовою задачі $n(CO_2) = n(O_2)$, отже, $V(CO_2) = V(O_2)$.
2) Обчислимо маси речовин:
$m(CO_2) = M(CO_2) \cdot n = 44$ г/моль $\cdot$ 1,5 моль = 66 г;
$m(O_2) = M(O_2) \cdot n = 32$ г/моль $\cdot$ 1,5 моль = 48 г.
Відповідь: об'єми однакові, маси — ні.

14. За нормальних умов ($t° = 0$ °C, $p = 101,3$ Па) вода є твердою речовиною. Газовий закон Авогадро застосовують тільки для газів. *Відповідь*: ні.

§ 27. Відносна густина газів

2. *Дано*: *Розв'язання*:

O_2

$D_{H_2}(O_2)$ — ?
$D_{N_2}(O_2)$ — ?

Обчислимо відносну густину кисню O_2 за воднем H_2 й за азотом N_2: $D_{H_2}(O_2) = \dfrac{M_r(O_2)}{2} = \dfrac{32}{2} = 16;$

$$D_{N_2}(O_2) = \frac{M_r(O_2)}{M_r(N_2)} = \frac{32}{28} = 1,14.$$

Відповідь: а) у 16 разів; б) в 1,14 рази.

3. *Дано*: *Розв'язання*:

азот N_2
кисень O_2
гелій He

у якого з газів найменша D_{H_2} — ?

Обчислимо відносну густина за воднем азоту N_2, кисню O_2 та гелію He: $D_{H_2}(N_2) = \dfrac{M_r(N_2)}{2} = \dfrac{28}{2} = 14;$

$$D_{H_2}(O_2) = \frac{M_r(O_2)}{2} = \frac{32}{2} = 16; \quad D_{H_2}(He) = \frac{A_r(He)}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

Відповідь: у гелію.

4. *Дано*: *Розв'язання*:

гелій He
неон Ne

D_{H_2} — ?
$D_{пов.}$ — ?

а) Обчислимо відносну густину гелію та неону за воднем:

$$D_{H_2}(He) = \frac{A_r(He)}{2} = \frac{4}{2} = 2; \quad D_{H_2}(Ne) = \frac{A_r(Ne)}{2} = \frac{20}{2} = 10.$$

б) Обчислимо відносну густину гелю та неону за повітрям:

$$D_{пов.}(He) = \frac{A_r(He)}{29} = \frac{4}{29} = 0,14; \quad D_{пов.}(Ne) = \frac{A_r(Ne)}{29} = \frac{20}{29} = 0,69.$$

Відповідь: а) 2 та 10; б) 0,14 та 0,69.

5. *Дано*: *Розв'язання*:

H_2, N_2, O_2, CH_4, SO_2

D_{He} — ?

Обчислимо відносну густину кожного газу за гелієм:

$$D_{He}(H_2) = \frac{M_r(H_2)}{M_r(He)} = \frac{2}{4} = 0,5; \quad D_{He}(CH_4) = \frac{M_r(CH_4)}{M_r(He)} = \frac{16}{4} = 4;$$

$$D_{He}(N_2) = \frac{M_r(N_2)}{M_r(He)} = \frac{28}{4} = 7; \quad D_{He}(O_2) = \frac{M_r(O_2)}{M_r(He)} = \frac{32}{4} = 8;$$

$$D_{He}(SO_2) = \frac{M_r(SO_2)}{M_r(He)} = \frac{64}{4} = 16.$$

6. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$D_{H_2}(x) = 17$	Обчислимо відносну молекулярну масу газу x за формулою $M_r(x) = D_{H_2}(x) \cdot 2$; $M_r(x) = 17 \cdot 2 = 34$.
$M(x)$ — ?	Молярна маса має таке ж значення, що й M_r. Отже, $M(x) = 34$ г/моль; $x = H_2S$. *Відповідь*: 34 г/моль; H_2S.

7. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
m(1 л газу) н. у. = 1,251 г	1) Обчислимо відносну молекулярну масу газу:
D_{H_2}(газу) — ?	

$$M(\text{газу}) = \frac{V_m}{V} \cdot m = \frac{22,4 \text{ л / моль}}{1 \text{ л}} \cdot 1,251 \text{ г} = 28 \text{ г / моль}; \quad M_r(\text{газу}) = 28.$$

2) Обчислимо відносну густину газу за воднем: $D_{H_2}(\text{газу}) = \frac{M_r(\text{газу})}{2} = \frac{28}{2} = 14.$
Відповідь: 14.

8. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$D_{пов.}(x) = 1,656$ $V(x)$ н. у. = 1 л	1) Обчислимо відносну молекулярну масу газу x та його молярну масу: $M_r(x) = D_{пов}(x) \cdot 29 = 1,656 \cdot 29 = 48$; $M(x) = 48$ г/моль. Цим газом може бути озон O_3.
$m(x)$ — ?	2) Обчислимо кількість речовини та масу 1 л цього газу: $n(x) = \frac{V(x)}{22,4 \text{ л / моль}} = \frac{1 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 0,045$ моль; $m(x) = M \cdot n = 48$ г/моль $\cdot$ 0,045 моль = 2,16 г. *Відповідь*: 2,16 г; O_3 озон.

10. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$D_{O_2}(x) = 2$	1) Обчислимо відносну молекулярну масу газу x: $M_r(x) = D_{O_2}(x) \cdot M_r(O_2) = 2 \cdot 32 = 64.$
$D_{H_2}(x)$ — ?	

2) Обчислимо відносну густину газу x за воднем: $D_{H_2}(x) = \frac{M_r(x)}{2} = \frac{64}{2} = 32.$
Відповідь: 32.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$D_{O_2}(x) = 1,5$ $D_{O_2}(xy) = 2$	1) Обчислимо відносну молекулярну масу газу x: $M_r(x) = D_{O_2}(x) \cdot M_r(O_2) = 1,5 \cdot 32 = 48.$ Цим газом може бути озон O_3 (утворений одним елементом Оксигеном).
x — ? xy — ?	2) Обчислимо відносну молекулярну масу газу xy (утвореного двома елементами): $M_r(xy) = D_{O_2}(xy) \cdot M_r(O_2) = 2 \cdot 32 = 64.$ Цим газом може бути SO_2, сірчистий газ. *Відповідь*: O_3 і SO_2.

12. Якщо сполуки Карбону і Нітрогену з Оксигеном мають однакову густину, то вони мають й однакове значення відносних молекулярних мас.
1) Нехай Карбон утворює сполуку з Оксигеном складу CO, $M_r(CO) = 28$. Нітроген не може утворити сполуку аналогічного складу, тому що значення $M_r(N_xO_y) \neq 28$.
2) Нехай Карбон утворює сполуку з Оксигеном складу CO_2, $M_r(CO_2) = 44$. Тоді Нітроген утворює сполуку з Оксигеном складу N_2O, $M_r(N_2O) = 44$.
Відповідь: CO_2 і N_2O.

ТЕМА 4. ОСНОВНІ КЛАСИ НЕОРГАНІЧНИХ СПОЛУК

§ 28. Класи неорганічних сполук

1. Визначимо ступені окиснення елементів у оксидах і запишемо назви цих сполук: $\overset{+5}{P}_2\overset{-2}{O}_5$ — фосфор(V) оксид; $\overset{+4}{S}\overset{-2}{O}_2$ — сульфур(IV) оксид; $\overset{+1}{Na}_2\overset{-2}{O}$ — натрій оксид; $\overset{+2}{Mg}\overset{-2}{O}$ — магній оксид; $\overset{+2}{Ca}\overset{-2}{O}$ — кальцій оксид; $\overset{+7}{Mn}_2\overset{-2}{O}_7$ — манган(VII) оксид; $\overset{+4}{Sn}\overset{-2}{O}_2$ — станум(IV) оксид; $\overset{+5}{I}_2\overset{-2}{O}_5$ — йод(V) оксид; $\overset{+6}{Cr}\overset{-2}{O}_3$ — хром(VI) оксид; $\overset{+1}{Cu}_2\overset{-2}{O}$ — купрум(I) оксид; $\overset{+2}{Cu}\overset{-2}{O}$ — купрум(II) оксид.

2. Несолетворними оксидами є карбон(II) оксид CO, нітроген(I) оксид N_2O, нітроген(II) оксид NO, силіцій(II) оксид SiO. Ці оксиди не утворюють солей, їм не відповідають кислоти.

3. Складемо формули оксидів: калій оксид — K_2O; фосфор(III) оксид — P_2O_3; аргентум(I) оксид — Ag_2O; ферум(II) оксид — FeO; карбон(IV) оксид — CO_2; нітроген(V) оксид — N_2O_5; цинк оксид — ZnO; аурум(III) оксид — Au_2O_3; сульфур(VI) оксид — SO_3; ванадій(V) оксид — V_2O_5.

4. Хлоридна кислота $H\underline{\overset{-1}{Cl}}$; сульфатна кислота $H_2\underline{\overset{-2}{SO_4}}$; ортофосфатна кислота $H_3\underline{\overset{-3}{PO_4}}$; карбонатна кислота $H_2\underline{\overset{-2}{CO_3}}$; силікатна кислота $H_2\underline{\overset{-2}{SiO_3}}$; сульфідна кислота $H_2\underline{\overset{-2}{S}}$; нітратна кислота $H\underline{\overset{-1}{NO_3}}$.

5. До оксигеновмісних кислот належать такі кислоти, у складі яких є Оксиген. Наприклад, нітратна кислота HNO_3, сульфітна кислота H_2SO_3, мета фосфатна кислота HPO_3, сульфатна кислота H_2SO_4.
У складі безоксигенових кислот атомів Оксигену немає. Наприклад, флуоридна кислота HF, хлоридна кислота HCl, йодид на кислота HI, сульфідна кислота H_2S.

6. а) Оксигеновмісна одноосновна кислота — HNO_2, нітритна кислота;
б) безоксигенова двохосновна кислота — H_2S, сульфідна кислота;
в) оксигеновмісна трьохосновна кислота — H_3PO_4, ортофосфатна кислота;
г) безоксигенова одноосновна кислота — HCl, хлоридна кислота;
д) оксигеновмісна двохосновна кислота — H_2SO_4, сульфатна кислота.

7. Гідроксиди складаються з йонів металічних елементів та гідроксид-іонів OH^-. Число гідроксид-іонів у складі гідроксидів дорівнює ступеню окиснення металічного елемента.
Запишемо формули гідроксидів: калій гідроксид KOH, магній гідроксид $Mg(OH)_2$, станум(II) гідроксид $Sn(OH)_2$, цинк гідроксид $Zn(OH)_2$, хром(III) гідроксид $Cr(OH)_3$, купрум(II) гідроксид $Cu(OH)_2$, барій гідроксид $Ba(OH)_2$.
Лугами називають розчинні у воді гідроксиди. Випишемо формули лугів: KOH, $Ba(OH)_2$.

8. Прикладами солей хлоридної кислоти, що нерозчинні у воді можуть бути $AgCl$, $PbCl_2$.
Прикладами розчинних у воді солей карбонатної кислоти можуть бути Na_2CO_3, K_2CO_3.
9. Назви солей складаються з двох слів: назви металічного елемента та назви кислотного залишку. Для елементів із змінною валентністю указують їхню валентність у дужках римськими цифрами після назви металічного елемента. Дамо назви солям:
$\overset{+1}{K}_2\overset{-2}{SO_4}$ — калій сульфат; $\overset{+3}{Cr}(\overset{-1}{NO_3})_3$ — хром(III) нітрат; $\overset{+2}{Mg}\overset{-1}{Cl}_2$ — магній хлорид; $\overset{+2}{Cu}\overset{-2}{SO_4}$ — купрум(II) сульфат; $\overset{+2}{Sn}\overset{-1}{Cl}_2$ — станум(II) хлорид; $\overset{+1}{Ag}\overset{-1}{NO_3}$ — аргентум нітрат; $\overset{+3}{Al}\overset{-3}{PO_4}$ — алюміній ортофосфат; $\overset{+2}{Ba}\overset{-2}{SO_3}$ — барій сульфіт; $\overset{+2}{Ba}\overset{-2}{S}$ — барій сульфід; $\overset{+2}{Ba}\overset{-2}{SO_4}$ — барій сульфат; $\overset{+1}{Na}_2\overset{-2}{SiO_3}$ — натрій силікат; $\overset{+1}{Na}\overset{-1}{Br}$ — натрій бромід; $\overset{+2}{Mn}\overset{-2}{SO_4}$ — манган(II) сульфат; $\overset{+1}{Ag}_2\overset{-2}{S}$ — аргентум сульфід; $\overset{+2}{Mg}_3(PO_4)_2^{-3}$ — магній ортофосфат.
10. Складемо формули солей за їхніми назвами: кальцій хлорид — $CaCl_2$; магній карбонат — $MgCO_3$; цинк нітрат — $Zn(NO_3)_2$; алюміній нітрат — $Al(NO_3)_3$; калій карбонат — K_2CO_3; натрій сульфат — Na_2SO_4; кальцій силікат — $CaSiO_3$; аргентум хлорид — $AgCl$; магній сульфіт — $MgSO_3$; алюміній сульфід — Al_2S_3.

§ 29. Оксиди: фізичні властивості, поширеність та застосування

1. Запишемо формули оксидів за їхніми назвами: кальцій оксид — CaO; калій оксид — K_2O; фосфор(V) оксид — P_2O_5; фосфор(III) оксид — P_2O_3; барій оксид — BaO; цинк оксид — ZnO; бор оксид — B_2O_3; алюміній оксид — Al_2O_3.
Основні оксиди — це оксиди, гідрати яких є основами. До основних оксидів належать оксиди металічних елементів із ступенем окиснення +1 або +2. Наприклад: CaO, K_2O, BaO.
До амфотерних оксидів належать оксиди металічних елементів із ступенем окиснення +3 (виняток — BeO, ZnO, PbO). Наприклад: ZnO, Al_2O_3.
До кислотних оксидів належать P_2O_5, P_2O_3, B_2O_3.
2. Складемо формули і назви таких оксидів:
а) газ — оксид, що міститься в повітрі й необхідний для фотосинтезу — CO_2, карбон(IV) оксид;
б) оксид, що утворюється в атмосфері при спалаху блискавки — NO, нітроген(II) оксид;
в) оксид, що «гасять» водою — CaO, кальцій оксид, «негашене вапно»;
г) оксид, що є основною складовою піску — SiO_2, силіцій(IV) оксид;
д) отруйний оксид, що називають чадним газом — CO, карбон(II) оксид;
е) оксид, що утворюється при іржавінні виробів із заліза — Fe_2O_3, ферум(III) оксид.
3. Складемо формули оксидів Мангану: манган(II) оксид $\overset{+2}{Mn}O$, манган(III) оксид $\overset{+3}{Mn}_2O_3$, манган(IV) оксид $\overset{+4}{Mn}O_2$, манган(VII) оксид $\overset{+7}{Mn}_2O_7$.
4. 1) Складемо формули оксидів Хрому: хром(III) оксид Cr_2O_3, хром(VI) оксид CrO_3.

2) Обчислимо масову частку Хрому в кожному оксиді:

а) Cr_2O_3; $M_r(Cr_2O_3) = 2A_r(Cr) + 3A_r(O) = 2 \cdot 54 + 3 \cdot 16 = 156$;

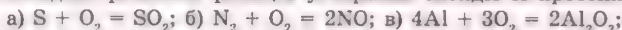
$$w(Cr) = \frac{2A_r(Cr)}{M_r(Cr_2O_3)} = \frac{2 \cdot 54}{156} = 0,69 \text{ або } 69 \text{ \%};$$

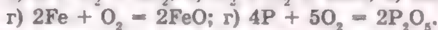
б) CrO_3; $M_r(CrO_3) = A_r(Cr) + 3A_r(O) = 54 + 3 \cdot 16 = 102$;

$$w(Cr) = \frac{A_r(Cr)}{M_r(CrO_3)} = \frac{54}{102} = 0,53 \text{ або } 53 \text{ \%}.$$

3) Cr_2O_3 — амфотерний оксид; CrO_3 — кислотний оксид.

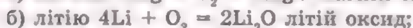
5. Складемо рівняння реакцій утворення оксидів із простих речовин:


а) $S + O_2 = SO_2$; б) $N_2 + O_2 = 2NO$; в) $4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$;


г) $2Fe + O_2 = 2FeO$; ґ) $4P + 5O_2 = 2P_2O_5$.

6. Складемо рівняння реакцій горіння в кисні:

а) магнію $2Mg + O_2 = 2MgO$ магній оксид;


б) літію $4Li + O_2 = 2Li_2O$ літій оксид;

в) вуглецю $C + O_2 = CO_2$ карбон(IV) оксид.

7. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(N_2O) = 2,8$ л	1) Обчислимо кількість речовини й число молекул N_2O
$N(N)$ — ?	у 2,8 л: $n(N_2O) = \frac{V(N_2O)}{V_m} = \frac{2,8 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 0,125$ моль;

$N(N_2O) = N_A \cdot n = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1} \cdot 0,125$ моль $= 7,525 \cdot 10^{22}$.

2) В одній молекулі N_2O містяться 2 атоми N, тоді у $7,5 \cdot 10^{22}$ молекул N_2O міститимуться $15 \cdot 10^{22}$ атомів N.

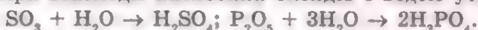
8. У тексті параграфа йдеться про такі оксиди, що містяться у повітрі: CO_2, NO_2, SO_2. Обчислимо відносну густину цих газів за повітрям:

$$D_{пов.}(CO_2) = \frac{M_r(CO_2)}{29} = \frac{44}{29} = 1,517; \quad D_{пов.}(NO_2) = \frac{M_r(NO_2)}{29} = \frac{46}{29} = 1,586;$$

$$D_{пов.}(SO_2) = \frac{M_r(SO_2)}{29} = \frac{64}{29} = 2,207.$$

§ 30. Хімічні властивості оксидів

1. При взаємодії кислотних оксидів з водою утворюються кислоти:


$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$; $P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$.

При взаємодії деяких основних оксидів з водою утворюються основи:

$K_2O + H_2O = 2KOH$; $CaO + H_2O = Ca(OH)_2$.

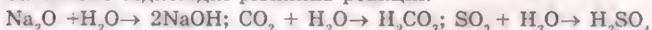
2. До кислотних оксидів належать такі оксиди, яким відповідають кислоти. Це оксиди неметалічних елементів та металічних, у яких елемент виявляє валентність IV і більше.

До основних оксидів належать оксиди металічних елементів, у яких елемент виявляє валентність I, II.

Кислотні оксиди	Основні оксиди	Несолетворні оксиди
P_2O_5, CO_2, SO_3, SiO_2, Mn_2O_7	Na_2O, CrO, Cu_2O	CO, N_2O

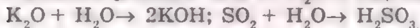
3. З наведених оксидів з водою реагують Na_2O, CO_2, SO_3.

Запишемо відповідні рівняннz реакцій:


$Na_2O + H_2O \rightarrow 2NaOH$; $CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$; $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$.

4. Серед наведених оксидів із водою реагують CaO, N_2O_5; K_2O; SO_2.

Рівняння реакцій: $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$; $N_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HNO_3$;

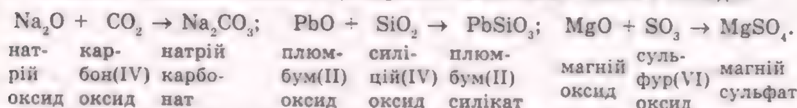

$K_2O + H_2O \rightarrow 2KOH$; $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$.

5. Цим газом може бути карбон(IV) оксид CO_2 або сульфур(IV) оксид SO_2. При взаємодії з водою вони утворюють кислоти і тому лакмус стає червоного кольору. Рівняння реакції: $CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$; $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$.

6. Запишемо рівняння реакції гасіння вапна: $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$
негашене вапно — гашене вапно

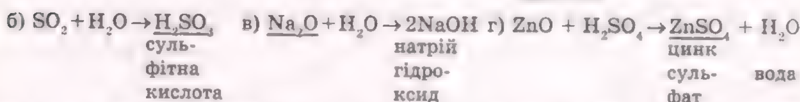
8. Фосфор(V) оксид P_2O_5 та сульфур(VI) оксид SO_3 не трапляються в природі, тому що реагують з водою, утворюючи кислоти:
$P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$; $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$
ортофосфатна кислота — сульфатна кислота

9. Складемо рівняння реакцій утворення зазначених солей з оксидів:

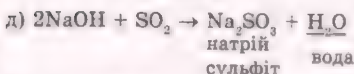


$Na_2O + CO_2 \rightarrow Na_2CO_3$; $PbO + SiO_2 \rightarrow PbSiO_3$; $MgO + SO_3 \rightarrow MgSO_4$.
натрій оксид, карбон(IV) оксид, натрій карбонат; плюмбум(II) оксид, силіцій(IV) оксид, плюмбум(II) силікат; магній оксид, сульфур(VI) оксид, магній сульфат

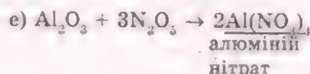
10. Доповнимо схеми реакцій: а) $K_2O + H_2O \rightarrow \underline{2KOH}$
калій гідроксид



б) $SO_2 + H_2O \rightarrow \underline{H_2SO_3}$ сульфітна кислота
в) $\underline{Na_2O} + H_2O \rightarrow 2NaOH$ натрій гідроксид
г) $ZnO + H_2SO_4 \rightarrow \underline{ZnSO_4} + H_2O$ цинк сульфат, вода



д) $2NaOH + SO_2 \rightarrow Na_2SO_3 + \underline{H_2O}$
натрій сульфіт, вода



е) $Al_2O_3 + 3N_2O_5 \rightarrow \underline{2Al(NO_3)_3}$
алюміній нітрат

11. Складемо рівняння реакцій:
а) силіцій(IV) оксиду SiO_2 з кальцій оксидом CaO та калій гідроксидом KOH: $SiO_2 + CaO \rightarrow CaSiO_3$; $SiO_2 + 2KOH \rightarrow K_2SiO_3 + H_2O$;
б) манган(II) оксиду MnO з сульфатною кислотою H_2SO_4 та сульфур(VI) оксидом SO_3: $MnO + H_2SO_4 \rightarrow MnSO_4 + H_2O$; $MnO + SO_3 \rightarrow MnSO_4$;
в) барій оксиду BaO з нітратною кислотою HNO_3 та карбон(IV) оксидом CO_2: $BaO + 2HNO_3 \rightarrow Ba(NO_3)_2 + H_2O$; $BaO + CO_2 \rightarrow BaCO_3$.

12. 1) Обчислимо відносну молекулярну масу оксида елемента x:
$M_r(\text{оксида}) = D_{H_2} \cdot 2$; $M_r(\text{оксида}) = 14 \cdot 2 = 28$.
Цим оксидом може бути карбон(II) оксид CO.
2) Обчислимо відносну молекулярну масу оксиду елемента y:
$M_r(\text{оксида}) = D_{H_2} \cdot 2$; $M_r(\text{оксида}) = 15 \cdot 2 = 30$.
Цим оксидом може бути нітроген(II) оксид NO.

§ 31. Розрахунки за рівняннями хімічних реакцій

1. Розглянемо рівняння реакції горіння метану: $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O$. З нього видно, що 1 моль метану CH_4 реагує із 2 моль кисню O_2 з утворенням 1 моль вуглекислого газу CO_2 і 2 моль води H_2O.
Якщо в реакцію вступає x моль метану, то співвідношення реагентів і продуктів реакції виглядає так: $n(CH_4) : n(O_2) : n(CO_2) : n(H_2O) =$
$= 1x : 2x : 1x : 2x = 1 : 2 : 1 : 2$. Або $\frac{n(CH_4)}{1} = \frac{n(O_2)}{2} = \frac{n(CO_2)}{1} = \frac{n(H_2O)}{2}$.

2. Складемо рівняння реакції добування ферум(II) сульфіду: $Fe + S \rightarrow FeS$. З нього видно, що 1 моль заліза Fe реагує із 1 моль сірки S з утворенням 1 моль ферум(II) сульфіду FeS.

Тобто $n(Fe) : n(S) : n(FeS) = 1 : 1 : 1$. Або $\frac{n(Fe)}{1} = \frac{n(S)}{1} = \frac{n(FeS)}{1}$.

3. Складемо рівняння реакції добування купрум(II) оксиду з простих речовин: $2Cu + O_2 \rightarrow 2CuO$. З нього видно, що 2 моль міді Cu реагують із 1 моль кисню O_2 з утворенням 2 моль купрум(II) оксиду CuO. Тобто $n(Cu) : n(O_2) : n(CuO) = 2 : 1 : 2$. Або $\frac{n(Cu)}{2} = \frac{n(O_2)}{1} = \frac{n(CuO)}{2}$.

4. *Дано:* — *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(P) = 2$ моль	Записуємо рівняння реакції: $4P + 5O_2 = 2P_2O_5$.
$n(P_2O_5)$ — ? $n(O_2)$ — ?	1) За рівнянням визначаємо, що $n(P) : n(O_2) = 4 : 5$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини кисню:

$\frac{n(P)}{4} = \frac{n(O_2)}{5}$. Отже, $n(O_2) = \frac{5 \cdot n(P)}{4} = \frac{5 \cdot 2 \text{ моль}}{4} = 2,5$ моль.

2) За рівнянням визначаємо, що $n(P) : n(P_2O_5) = 4 : 2$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини фосфор(V) оксиду: $\frac{n(P)}{4} = \frac{n(P_2O_5)}{2}$. Отже, $n(P_2O_5) = \frac{2 \cdot n(P)}{4} = \frac{2 \cdot 2 \text{ моль}}{4} = 1$ моль.

Відповідь: $n(P_2O_5) = 1$ моль; $n(O_2) = 2,5$ моль.

5. а) *Дано:* — *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(CaO) = 0,5$ моль	Записуємо рівняння реакції: $CaO + H_2O = Ca(OH)_2$.
$n(Ca(OH)_2)$ — ?	За рівнянням визначаємо, що $n(CaO) : n(Ca(OH)_2) = 1 : 1$. Отже, $n(Ca(OH)_2) = n(CaO) = 0,5$ моль. *Відповідь*: $n(Ca(OH)_2) = 0,5$ моль.

б) *Дано:* — *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(CaO) = 8$ г	Записуємо рівняння реакції: $CaO + H_2O = Ca(OH)_2$.
$n(Ca(OH)_2)$ — ?	Виражаємо 8 г CaO через кількість речовини: $n(CaO) = \frac{m(CaO)}{M(CaO)} = \frac{8 \text{ г}}{56 \text{ г / моль}} = \frac{1}{7}$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CaO) : n(Ca(OH)_2) = 1 : 1$. Отже, $n(Ca(OH)_2) = n(CaO) = \frac{1}{7}$ моль. *Відповідь*: $n(Ca(OH)_2) = \frac{1}{7}$ моль.

6. *Дано:* — *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$n(NH_3) = 24$ моль	Записуємо рівняння реакції: $4NH_3 + 3O_2 = 2N_2 + 6H_2O$.
$V(O_2)$ — ? $V(N_2)$ — ? $V(H_2O)$ — ? н. у.	За рівнянням реакції визначаємо, що: а) $n(NH_3) : n(O_2) = 4 : 3$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини кисню O_2: $\frac{n(NH_3)}{4} = \frac{n(O_2)}{3}$.

Отже, $n(O_2) = \frac{3 \cdot n(NH_3)}{4} = \frac{3 \cdot 24 \text{ моль}}{4} = 18$ моль. Обчислимо об'єм кисню за формулою $V(O_2) = V_m \cdot n(O_2) = 22,4$ л/моль · 18 моль = 403,2 л.

б) $n(NH_3) : n(N_2) = 4 : 2$.

За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини азоту N_2: $\frac{n(NH_3)}{4} = \frac{n(N_2)}{2}$. Отже, $n(N_2) = \frac{2 \cdot n(NH_3)}{4} = \frac{2 \cdot 24 \text{ моль}}{4} = 12$ моль.

Обчислимо об'єм азоту за формулою $V(N_2) = V_m \cdot n(N_2) =$ $= 22,4$ л/моль · 12 моль = 268,8 л.

в) $n(NH_3) : n(H_2O) = 4 : 6$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини води H_2O: $\frac{n(NH_3)}{4} = \frac{n(H_2O)}{6}$. Отже,

$n(H_2O) = \frac{6 \cdot n(NH_3)}{4} = \frac{6 \cdot 24 \text{ моль}}{4} = 36$ моль. Обчислимо об'єм водяної пари за формулою $V(H_2O) = V_m \cdot n(H_2O) = 22,4$ л/моль · 36 моль = 806,4 л.

Відповідь: $V(O_2) = 403,2$ л; $V(N_2) = 268,8$ л; $V(H_2O) = 806,4$ л.

7. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$V(CO_2) = 11,2$ л н. у.	Записуємо рівняння реакції: $CO_2 + CaO = CaCO_3$. Виражаємо 11,2 л CO_2 через кількість речовини:
$m(CaCO_3)$ — ?	$n(CO_2) = \frac{V(CO_2)}{V_m} = \frac{11,2 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 0,5$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CO_2) : n(CaCO_3) = 1 : 1$, тобто $n(CaCO_3) = n(CO_2) = 0,5$ моль. Обчислимо масу $CaCO_3$ за формулою $m(CaCO_3) = M(CaCO_3) \cdot n(CaCO_3) = 100$ г/моль · 0,5 моль = 50 г.

Відповідь: $m(CaCO_3) = 50$ г.

8. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$m(H_2SO_4) = 4,9$ г	Записуємо рівняння реакції: $SO_3 + H_2O = H_2SO_4$. Виражаємо 4,9 г H_2SO_4 через кількість речовини:
$m(SO_3)$ — ?	$n(H_2SO_4) = \frac{m(H_2SO_4)}{M(H_2SO_4)} = \frac{4,9 \text{ г}}{98 \text{ г / моль}} = 0,05$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(SO_3) : n(H_2SO_4) = 1 : 1$, тобто $n(SO_3) = n(H_2SO_4) = 0,05$ моль. Обчислюємо масу SO_3 за формулою $m(SO_3) = M(SO_3) \cdot n(SO_3) = 80$ г/моль · 0,05 моль = 4 г.

Відповідь: $m(SO_3) = 4$ г.

9. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$V(O_2) = 5,6$ л н. у.	Записуємо рівняння реакції: $2H_2O_2 \xrightarrow{MnO_2} 2H_2O + O_2$. Виражаємо 5,6 л O_2 через кількість речовини:
$m(H_2O_2)$ — ?	$n(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{5,6 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 0,25$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(H_2O_2) : n(O_2) = 2 : 1$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини гідроген пероксиду H_2O_2:

$\frac{n(H_2O_2)}{2} = \frac{n(O_2)}{1}$. Отже, $n(H_2O_2) = \frac{2 \cdot n(O_2)}{1} = \frac{2 \cdot 0,25 \text{ моль}}{1} = 0,5$ моль.

Обчислимо масу H_2O_2 за формулою $m(H_2O_2) = M(H_2O_2) \cdot n(H_2O_2) =$ $= 34$ г/моль · 0,5 моль = 17 г. *Відповідь*: $m(H_2O_2) = 17$ г.

10. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$V(CO_2) = 28$ л н. у.	1) Записуємо рівняння реакції спалювання вуглецю: $C + O_2 = CO_2$. Виражаємо 28 л CO_2 через кількість речовини:
$m(CH_4)$ — ? $m(C)$ — ?	$n(CO_2) = \frac{V(CO_2)}{V_m} = \frac{28 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 1,25$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(C) : n(CO_2) = 1 : 1$, тобто $n(C) = n(CO_2) = 1{,}25$ моль. Обчислюємо масу вуглецю C за формулою $m(C) = M(C) \cdot n(C) = 12$ г/моль $\cdot$ 1,25 моль = 15 г.

2) Записуємо рівняння реакції спалювання метану: $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O$. За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CH_4) = n(CO_2) = 1{,}25$ моль. Обчислюємо масу метану CH_4 за формулою $m(CH_4) = M(CH_4) \cdot n(CH_4) =$ = 16 г/моль $\cdot$ 1,25 моль = 20 г.

3) Отже, за масою більше потрібно метану. Обчислюємо, у скільки разів треба взяти більше метану: 20 г : 15 г = 1,33 рази.

Відповідь: метану в 1,33 рази.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	*Розв'язання*
$m(P_2O_5) = 1$ кг = 1000 г	Записуємо рівняння реакції взаємодії фосфор(V) оксиду з водою:
$m(H_3PO_4)$ — ?	$P_2O_5 + 3H_2O = 2H_3PO_4$.

Виражаємо 1000 г P_2O_5 через кількість речовини:

$$n(P_2O_5) = \frac{m(P_2O_5)}{M(P_2O_5)} = \frac{1000\ \text{г}}{142\ \text{г / моль}} = 7\ \text{моль}.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(P_2O_5) : n(H_3PO_4) = 1 : 2$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини ортофосфатної кислоти H_3PO_4: $\frac{n(P_2O_5)}{1} = \frac{n(H_3PO_4)}{2}$. Отже, $n(H_3PO_4) = 2 \cdot n(P_2O_5) =$ $= 2 \cdot 7$ моль = 14 моль. Обчислимо масу H_3PO_4 за формулою $m(H_3PO_4) =$ $= M(H_3PO_4) \cdot n(H_3PO_4) = 98$ г/моль $\cdot$ 14 моль = 1,3 кг.

Відповідь: $m(H_3PO_4) = 1{,}3$ кг.

12. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	*Розв'язання*
m(солі) = 43,4 г	Записуємо рівняння реакції:
$V(SO_2)$ — ? н. у.	$SO_2 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaSO_3 + H_2O$.

Виражаємо 43,4 г $BaSO_3$ через кількість речовини:

$$n(BaSO_3) = \frac{m(BaSO_3)}{M(BaSO_3)} = \frac{43{,}4\ \text{г}}{217\ \text{г / моль}} = 0{,}2\ \text{моль}.$$

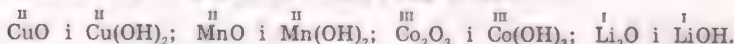
За рівнянням реакції визначаємо, що $n(SO_2) : n(BaSO_3) = 1 : 1$, тобто $n(SO_2) = n(BaSO_3) = 0{,}2$ моль. Обчислюємо об'єм SO_2 за формулою $V(SO_2) = V_m \cdot n(SO_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 0,2 моль = 4,48 л.

Відповідь: $V(SO_2) = 4{,}48$ л.

§ 32. Основи: фізичні властивості, поширеність та застосування

1. У даному переліку зайвою є формула речовини Na_2O. Ця речовина є оксидом.

2. Складемо хімічні формули оксидів і гідроксидів:



$\overset{II}{Cu}O$ і $\overset{II}{Cu}(OH)_2$; $\overset{II}{Mn}O$ і $\overset{II}{Mn}(OH)_2$; $\overset{III}{Co}_2O_3$ і $\overset{III}{Co}(OH)_3$; $\overset{I}{Li}_2O$ і $\overset{I}{Li}OH$.

3. Гашеним вапном називають кальцій гідроксид $Ca(OH)_2$. Його розчин у воді називають вапняною водою, а більш концентрований розчин $Ca(OH)_2$ називають вапняним молоком. Їдким натром і каустичною содою називають натрій гідроксид NaOH. Їдкий калій — це назва калій гідроксиду KOH.

5. *Дано*:

$m(NaOH) = 10$ г
$m(Ba(OH)_2) = 51,3$ г
$m(Cr(OH)_3) = 15,45$ г

$n(NaOH)$ — ?
$n(Ba(OH)_2)$ — ?
$n(Cr(OH)_3)$ — ?

Розв'язання:

Обчислимо кількість речовин гідроксидів за формулою $n = \frac{m}{M}$, де m — маса гідроксиду за умовою задачі; M — молярна маса гідроксиду.

$$n(NaOH) = \frac{m(NaOH)}{M(NaOH)} = \frac{10\text{ г}}{40\text{ г / моль}} = 0,25\text{ моль};$$

$$n(Ba(OH)_2) = \frac{m(Ba(OH)_2)}{M(Ba(OH)_2)} = \frac{51,3\text{ г}}{171\text{ г / моль}} = 0,3\text{ моль};$$

$$n(Cr(OH)_3) = \frac{m(Cr(OH)_3)}{M(Cr(OH)_3)} = \frac{15,45\text{ г}}{105\text{ г / моль}} = 0,15\text{ моль}.$$

Відповідь: $n(NaOH) = 0,25$ моль; $n(Ba(OH)_2) = 0,3$ моль; $n(Cr(OH)_3) = 0,15$ моль.

6. *Дано*:

$m(Cu(OH)_2) = 19,6$ г
$m(Al(OH)_3) = 11,7$ г

де більше атомів Гідрогену?

Розв'язання:

1) Обчислимо кількість речовин $Cu(OH)_2$ та $Al(OH)_3$:

$$n(Cu(OH)_2) = \frac{m(Cu(OH)_2)}{M(Cu(OH)_2)} = \frac{19,6\text{ г}}{98\text{ г / моль}} = 0,2\text{ моль};$$

$$n(Al(OH)_3) = \frac{m(Al(OH)_3)}{M(Al(OH)_3)} = \frac{11,7\text{ г}}{78\text{ г / моль}} = 0,15\text{ моль}.$$

2) За формулою $Cu(OH)_2$ визначаємо, що 1 моль $Cu(OH)_2$ містить 2 моль атомів Гідрогену, тоді 0,2 моль $Cu(OH)_2$ міститимуть 0,4 моль атомів Гідрогену.

За формулою $Al(OH)_3$ визначаємо, що 1 моль $Al(OH)_3$ містить 3 моль атомів Гідрогену, тоді 0,15 моль $Al(OH)_3$ міститимуть 0,15 моль · 3 = = 0,45 моль атомів Гідрогену.

Відповідь: в алюміній(III) гідроксиді.

7. Обчислимо масові частки металічних елементів у натрій гідроксиді NaOH та калій гідроксиді KOH: $w(Na) = \frac{A_r(Na)}{M_r(NaOH)} = \frac{23}{40} = 0,575$ або 57,5 %;

$w(K) = \frac{A_r(K)}{M_r(KOH)} = \frac{39}{56} = 0,696$ або 69,6 %. *Відповідь*: у калій гідроксиді.

§ 33. Хімічні властивості лугів і нерозчинних основ

Лабораторний дослід № 2. Дія водних розчинів лугів на індикатори

Речовини	Агрегатний стан	Розчинність у воді	Колір індикаторів у розчинах гідроксидів			
			лакмус	метиловий оранжевий	фенолфталеїн	універсальний індикатор
Натрій гідроксид NaOH	твердий	добре розчиняється	синій	жовтий	малиновий	синій
Калій гідроксид KOH	твердий	добре розчиняється	синій	жовтий	малиновий	синій

Лабораторний дослід № 3. Взаємодія лугів з кислотами в розчині

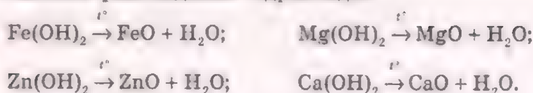
1) Наливаємо у пробірку 1–2 мл розчину натрій гідроксиду $NaOH$ і додамо 1–2 краплі фенолфталеїну. Спостерігаємо малинове забарвлення розчину у пробірці.

2) Доливаємо у цю ж пробірку по краплях розчин сульфатної кислоти H_2SO_4. Розчин у пробірці знебарвлюється. Зникнення забарвлення індикатора свідчить про те, що відбулася хімічна реакція.

3) Рівняння реакції $2NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$.

1. Розчини цих сполук є лужним середовищем.
2. Запишемо назви основ: $LiOH$ — літій гідроксид; $Mg(OH)_2$ — магній гідроксид; $Ni(OH)_2$ — нікол(II) гідроксид; $RbOH$ — рубідій гідроксид.
   При взаємодії із сульфатною кислотою ці гідроксиди утворюють такі солі: Li_2SO_4 — літій сульфат; $MgSO_4$ — магній сульфат; $NiSO_4$ — нікол(II) сульфат; Rb_2SO_4 — рубідій сульфат.
3. Складемо рівняння нейтралізації розчину барій гідроксиду $Ba(OH)_2$:
   а) хлоридної кислотою $Ba(OH)_2 + 2HCl \rightarrow BaCl_2 + 2H_2O$;
   б) сульфатною кислотою $Ba(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow \underset{\text{осад}}{BaSO_4\downarrow} + 2H_2O$;
   в) нітратною кислотою $Ba(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ba(OH)_2 + 2H_2O$;
   г) ортофосфатною кислотою $3Ba(OH)_2 + 2H_3PO_4 \rightarrow \underset{\text{осад}}{Ba_3(PO_4)_2\downarrow} + 6H_2O$.
4. Складемо рівняння реакцій нейтралізації хлоридної кислотою HCl таких основ:
   а) калій гідроксиду $HCl + KOH \rightarrow KOH + H_2O$;
   б) ферум(II) гідроксиду $2HCl + Fe(OH)_2 \rightarrow FeCl_2 + 2H_2O$;
   в) ферум(III) гідроксиду $3HCl + Fe(OH)_3 \rightarrow FeCl_3 + 3H_2O$;
   г) магній гідроксиду $2HCl + Mg(OH)_2 \rightarrow MgCl_2 + 2H_2O$;
   д) цинк гідроксиду $2HCl + Zn(OH)_2 \rightarrow ZnCl_2 + 2H_2O$.
5. Реакції нейтралізації — це реакції між основою і кислотою, у результаті яких утворюється сіль і вода.
   Складемо рівняння реакцій нейтралізації, у результаті яких утворюються солі:
   а) калій сульфат K_2SO_4 $2KOH + H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + 2H_2O$;
   б) магній нітрат $Mg(NO_3)_2$ $Mg(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Mg(NO_3)_2 + 2H_2O$;
   в) цинк сульфат $ZnSO_4$ $Zn(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + 2H_2O$;
   г) кальцій хлорид $CaCl_2$ $Ca(OH)_2 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + 2H_2O$;
   д) алюміній нітрат $Al(NO_3)_3$ $Al(OH)_3 + 3HNO_3 \rightarrow Al(NO_3)_3 + 3H_2O$.
6. Складемо рівняння реакцій взаємодії кислотних оксидів з лугами, у результаті яких утворюються солі:
   а) натрій карбонат Na_2CO_3 $CO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$;
   б) калій силікат K_2SiO_3 $SiO_2 + 2KOH \rightarrow K_2SiO_3 + H_2O$;
   в) кальцій сульфіт $CaSO_3$ $SO_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaSO_3 + H_2O$.
7. Із лугами реагують розчинні у воді солі. Продуктами реакції будуть нерозчинний гідроксид та нова розчинна сіль. Рівняння реакцій:
   $KOH + Na_2CO_3 \not\rightarrow$; $2KOH + CuSO_4 \rightarrow Cu(OH)_2\downarrow + K_2SO_4$;
   $3KOH + Al(NO_3)_3 \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3KNO_3$; $KOH + BaCO_3\downarrow \not\rightarrow$.
8. Рівняння розкладання гідроксидів:
   $2Fe(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3H_2O$; $Mn(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} MnO + H_2O$;
   $Hg(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} HgO + H_2O$; $2CuOH \xrightarrow{t^\circ} Cu_2O + H_2O$.

9. **Рівняння розкладання гідроксидів:**



$Fe(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} FeO + H_2O;$ $Mg(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} MgO + H_2O;$

$Zn(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} ZnO + H_2O;$ $Ca(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} CaO + H_2O.$

10. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(CO_2)$ = 31,36 л н. у.	Запишемо рівняння реакції: $CO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$.
$m(Na_2CO_3)$ — ?	Виразимо 31,36 л CO_2 через кількість речовини:

$$n(CO_2) = \frac{V(CO_2)}{V_m} = \frac{31,36\ л}{22,4\ л\ /\ моль} = 1,4\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CO_2) : n(Na_2CO_3) = 1 : 1$. Отже, $n(Na_2CO_3)$ = 1,4 моль. Обчислимо масу Na_2CO_3 за формулою $m(Na_2CO_3) = M(Na_2CO_3) \cdot n(Na_2CO_3)$ = 106 г/моль · 1,4 моль = 148,4 г.
Відповідь: $m(Na_2CO_3)$ = 148,4 г.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Fe(NO_3)_3)$ = 36,3 г	Запишемо рівняння реакції: $Fe_2O_3 + 6HNO_3 = 2Fe(NO_3)_3 + 3H_2O$.
$m(Fe_2O_3)$ — ?	Виразимо 36,3 г $Fe(NO_3)_3$ через кількість речовини:

$$n(Fe(NO_3)_3) = \frac{m(Fe(NO_3)_3)}{M(Fe(NO_3)_3)} = \frac{36,3\ г}{242\ г\ /\ моль} = 0,15\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Fe_2O_3) : n(Fe(NO_3)_3) = 1 : 2$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини Fe_2O_3:

$$\frac{n(Fe_2O_3)}{1} = \frac{n(Fe(NO_3)_3)}{2};\ n(Fe_2O_3) = \frac{n(Fe(NO_3)_3)}{2} = \frac{0,15\ моль}{2} = 0,075\ моль.$$

Обчислимо масу Fe_2O_3; $m(Fe_2O_3) = M(Fe_2O_3) \cdot n(Fe_2O_3)$ = = 160 г/моль · 0,075 моль = 12 г. *Відповідь:* $m(Fe_2O_3)$ = 12 г.

12. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(NaOH)$ = 80 г	Запишемо рівняння реакції: $NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_2O$. Виразимо 80 г NaOH через кількість речовини:
$m(NaCl)$ — ?	$n(NaOH) = \frac{m(NaOH)}{M(NaOH)} = \frac{80\ г}{40\ г\ /\ моль} = 2\ моль.$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(NaOH) : n(NaCl) = 1 : 1$. Отже, $n(NaCl)$ = 2 моль. Обчислимо масу NaCl за формулою: $m(NaCl) = M(NaCl) \cdot n(NaCl)$ = 58,5 г/моль · 2 моль = 117 г.
Відповідь: (NaCl) = 117 г.

13. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Ba(OH)_2)$ = 120 г	Запишемо рівняння реакції: $3Ba(OH)_2 + 2H_3PO_4 \rightarrow Ba_3(PO_4)_2 + 6H_2O$. Виразимо
$m(H_3PO_4)$ — ?	120 г $Ba(OH)_2$ через кількість речовини:

$$n(Ba(OH)_2) = \frac{m(Ba(OH)_2)}{M(Ba(OH)_2)} = \frac{120\ г}{171\ г\ /\ моль} = 0,7\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Ba(OH)_2) : n(H_3PO_4) = 3 : 2$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини H_3PO_4:

$$\frac{n(Ba(OH)_2)}{3} = \frac{n(H_3PO_4)}{2};\ n(H_3PO_4) = \frac{2 \cdot n(Ba(OH)_2)}{3} = \frac{2 \cdot 0,7\ \text{моль}}{3} = 0,47\ \text{моль}.$$

Обчислимо масу H_3PO_4 за формулою $m(H_3PO_4) = M(H_3PO_4) \cdot n(H_3PO_4) =$ $= 98$ г/моль · 0,47 моль = 46 г.

Відповідь: $m(H_3PO_4) = 46$ г.

14. *Дано:* $m(C) = 12$ г; $V(O_2)$ — ? н. у.; $m(Ca(OH)_2)$ — ?

Розв'язання:

1) Запишемо рівняння реакції: $C + O_2 \rightarrow CO_2$.

Виразимо 12 г C через кількість речовини:

$n(C) = \frac{m(C)}{M(C)} = \frac{12\ \text{г}}{12\ \text{г / моль}} = 1$ моль. За рівнянням реакції визначаємо, що $n(C) : n(O_2) : n(CO_2) = 1 : 1 : 1$.

Отже, $n(O_2) = n(C) = 1$ моль. Обчислимо об'єм O_2 за формулою: $V(O_2) = V_m \cdot n(O_2) = 22,4$ л/моль · 1 моль = 22,4 л.

2) Запишемо рівняння реакції: $CO_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$. За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CO_2) : n(Ca(OH)_2) = 1 : 1$.

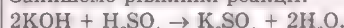
Із розв'язання 1) $n(CO_2) = 1$ моль. Отже, й $n(Ca(OH)_2) = 1$ моль. Обчислимо масу $Ca(OH)_2$ за формулою $m(Ca(OH)_2) = M(Ca(OH)_2) \cdot n(Ca(OH)_2) =$ $= 74$ г/моль · 1 моль = 74 г.

Відповідь: $m(Ca(OH)_2) = 74$ г.

15. *Дано:* m(розчину KOH) = 280 г; $w(KOH) = 4$ %; $m(K_2SO_4)$ — ?

Розв'язання:

Запишемо рівняння реакції:



$2KOH + H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + 2H_2O$.

Обчислимо масу KOH у розчині за формулою $m(KOH) = m$(розчину KOH) $\cdot\ w(KOH) = 280$ г · 0,04 = 11,2 г.

Виразимо 11,2 г KOH через кількість речовини:

$$n(KOH) = \frac{m(KOH)}{M(KOH)} = \frac{11,2\ \text{г}}{56\ \text{г / моль}} = 0,2\ \text{моль}.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(KOH) : n(K_2SO_4) = 2 : 1$.

За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини K_2SO_4:

$$\frac{n(KOH)}{2} = \frac{n(K_2SO_4)}{1};\quad n(K_2SO_4) = \frac{n(KOH)}{2} = \frac{0,2\ \text{моль}}{2} = 0,1\ \text{моль}.$$

Обчислимо масу солі K_2SO_4 за формулою $m(K_2SO_4) = M(K_2SO_4) \cdot n(K_2SO_4) =$ $= 174$ г/моль · 0,1 = 17,4 г.

Відповідь: $m(K_2SO_4) = 17,4$ г.

§ 34. Кислоти: фізичні властивості, поширеність та застосування

1. Калій карбонат K_2CO_3 утворений із карбонатної кислоти H_2CO_3; натрій ортофосфат Na_3PO_4 утворений із ортофосфатної кислоти H_3PO_4; ферум(III) нітрат $Fe(NO_3)_3$ — із нітратної кислоти HNO_3; калій силікат K_2SiO_3 — із силікатної кислоти H_2SiO_3.
2. У переліку «зайвою» є формула KOH. Ця сполука належить до класу основ.
3. *Дано:* HCl; $D_{H_2}(HCl)$ — ?; $D_{пов}(HCl)$ — ?; $D_{He}(HCl)$ — ?

Розв'язання:

Обчислимо відносну густину гідроген хлориду HCl:

а) за воднем: $D_{H_2}(HCl) = \frac{M_r(HCl)}{2} = \frac{36,5}{2} = 18,25;$

б) за повітрям: $D_{пов.}(HCl) = \frac{M_r(HCl)}{29} = \frac{36,5}{29} = 1,26;$

в) за гелієм: $D_{He}(HCl) = \frac{M_r(HCl)}{M_r(He)} = \frac{36,5}{4} = 9,125.$

4. а) *Дано:* *Розв'язання:*

$n(H_2SO_4)$ = 3,7 моль m(CaO) = 100 г	1) В 1 молекулі H_2SO_4 містяться 4 атоми Оксигену. Це означає, що в 1 моль H_2SO_4 містяться 4 моль атомів O, тоді у 3,7 моль H_2SO_4 міститимуться 3,7 · 4 = 14,8 моль атомів O.
де більше атомів Оксигену?	

Виразимо 100 г CaO через кількість речовини:

$$n(CaO) = \frac{m(CaO)}{M(CaO)} = \frac{100\ г}{56\ г\ /\ моль} = 1,8\ моль.$$

В 1 моль CaO міститься 1 моль атомів Оксигену, тоді в 1,8 моль CaO міститимуться 1,8 моль атомів O. 14,8 моль атомів Оксигену > 1,8 моль атомів Оксигену. Отже, більше атомів Оксигену міститься у 3,7 моль H_2SO_4.

Відповідь: у H_2SO_4.

б) *Дано:* *Розв'язання:*

$V(CO_2)$ = 78,4 л n(NaOH) = 4,2 моль	1) Виразимо 78,4 л CO_2 через кількість речовини: $n(CO_2) = \frac{V(CO_2)}{V_m} = \frac{78,4\ л}{22,4\ л\ /\ моль} = 3,5\ моль.$
де більше атомів Оксигену?	В 1 моль CO_2 міститься 2 моль атомів Оксигену, тоді

у 3,5 моль CO_2 міститимуться 3,5 · 2 = 7 моль атомів Оксигену.

2) В 1 моль NaOH міститься 1 моль атомів Оксигену, а у 4,2 моль NaOH містяться 4,2 моль атомів Оксигену.

3) 7 моль атомів Оксигену > 4,2 моль атомів Оксигену. Отже, більше атомів Оксигену міститься у 78,4 л CO_2.

Відповідь: у CO_2.

5. *Дано:* *Розв'язання:*

$w(H_2SO_4)$ = 4,9 % m(розчину) = 200 г	1) Обчислимо масу H_2SO_4 у розчині за формулою $m(H_2SO_4) = m(розчину\ H_2SO_4) \cdot w(H_2SO_4)$ =
$n(H_2SO_4)$ — ?	= 200 г · 0,049 = 9,8 г.

2) Обчислимо кількість речовини H_2SO_4 за формулою

$$n(H_2SO_4) = \frac{m(H_2SO_4)}{M(H_2SO_4)} = \frac{9,8\ г}{98\ г\ /\ моль} = 0,1\ моль.$$

Відповідь: 0,1 моль H_2SO_4.

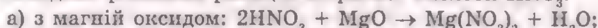
§ 35. Хімічні властивості кислот

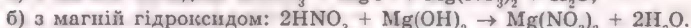
Лабораторний дослід № 4. Дія водних розчинів кислот на індикатори

Кислота	Наявність запаху	Колір індикаторів у розчинах кислот			
		лакмус	метиловий оранжевий	фенол-фталеїн	універсальний індикатор
Хлоридна кислота HCl	є	червоний	червоний	безбарвний	червоний

Сульфатна кислота H_2SO_4	немає	червоний	червоний	безбарвний	червоний

1. Складемо рівняння реакцій нітратної кислоти HNO_3:

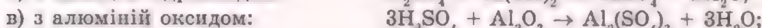

а) з магній оксидом: $2HNO_3 + MgO \rightarrow Mg(NO_3)_2 + H_2O$;

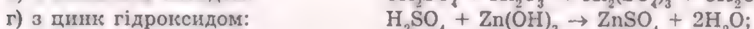

б) з магній гідроксидом: $2HNO_3 + Mg(OH)_2 \rightarrow Mg(NO_3)_2 + 2H_2O$.

2. Складемо рівняння реакцій взаємодії сульфатної кислоти H_2SO_4

а) з купрум(II) гідроксидом: $H_2SO_4 + Cu(OH)_2 \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O$;

б) з кальцій гідроксидом: $H_2SO_4 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaSO_4 + 2H_2O$;


в) з алюміній оксидом: $3H_2SO_4 + Al_2O_3 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2O$;


г) з цинк гідроксидом: $H_2SO_4 + Zn(OH)_2 \rightarrow ZnSO_4 + 2H_2O$;

д) з калій сульфітом: $H_2SO_4 + K_2SO_3 \rightarrow K_2SO_4 + SO_2\uparrow + H_2O$;

е) з натрій сульфідом: $H_2SO_4 + Na_2S \rightarrow Na_2SO_4 + H_2S\uparrow$;

є) з калій карбонатом: $H_2SO_4 + K_2CO_3 \rightarrow K_2SO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$;

ж) з купрум(II) сульфідом: $H_2SO_4 + CuS \rightarrow CuSO_4 + H_2S\uparrow$.

3. Складемо рівняння реакції взаємодії хлоридної кислоти HCl з оксидами металів, у результаті яких утворюються солі:

а) кальцій хлорид $CaCl_2$: $2HCl + CaO \rightarrow CaCl_2 + H_2O$;

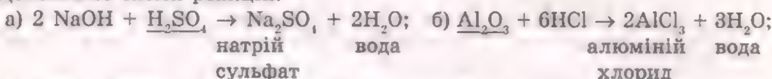
б) меркурій(II) хлорид $HgCl_2$: $2HCl + HgO \rightarrow HgCl_2 + H_2O$;

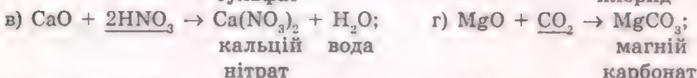
в) ферум(III) хлорид $FeCl_3$: $6HCl + Fe_2O_3 \rightarrow 2FeCl_3 + 3H_2O$.

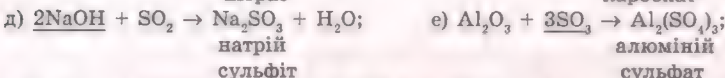
4. Вуглекислий газ CO_2 належить до кислотних оксидів. Кислотні оксиди реагують з водою, оксидами металів (основними, амфотерними), основами.

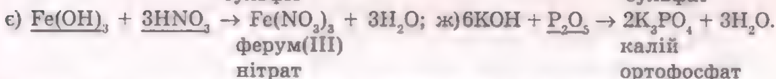
Тому серед запропонованих речовин для поглинання CO_2 з повітря можна використати розчин натрій гідроксиду NaOH, кальцій гідроксид $Ca(OH)_2$, кальцій оксид CaO. Рівняння реакції: $CO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$; $CO_2 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$; $CO_2 + CaO \rightarrow CaCO_3$.

5. Доповнимо схеми реакцій:


а) $2\,NaOH + \underline{H_2SO_4} \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$; (натрій сульфат, вода)
б) $\underline{Al_2O_3} + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2O$; (алюміній хлорид, вода)

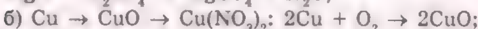

в) $CaO + \underline{2HNO_3} \rightarrow Ca(NO_3)_2 + H_2O$; (кальцій нітрат, вода)
г) $MgO + \underline{CO_2} \rightarrow MgCO_3$; (магній карбонат)


д) $\underline{2NaOH} + SO_2 \rightarrow Na_2SO_3 + H_2O$; (натрій сульфіт)
е) $Al_2O_3 + \underline{3SO_3} \rightarrow Al_2(SO_4)_3$; (алюміній сульфат)


є) $\underline{Fe(OH)_3} + \underline{3HNO_3} \rightarrow Fe(NO_3)_3 + 3H_2O$; (ферум(III) нітрат)
ж) $6KOH + \underline{P_2O_5} \rightarrow 2K_3PO_4 + 3H_2O$. (калій ортофосфат)

6. Складемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі перетворення: а) $Mg \rightarrow MgO \rightarrow MgSO_4$: $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$;

$MgO + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + H_2O$;


б) $Cu \rightarrow CuO \rightarrow Cu(NO_3)_2$: $2Cu + O_2 \rightarrow 2CuO$;

$CuO + 2HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + H_2O$.

7. *Дано:*

$n(H_3PO_4) = 3$ моль
$n(HNO_3) = 4$ моль
порівняти маси

Розв'язання:

Обчислимо маси зразків кислот за формулою $m = M \cdot n$: $m(H_3PO_4) = M(H_3PO_4) \cdot n(H_3PO_4) =$ $= 98$ г/моль $\cdot$ 3 моль $= 294$ г;

$m(HNO_3) = M(HNO_3) \cdot n(HNO_3) = 63$ г/моль · 4 моль = 252 г.
Отже, $m(H_3PO_4) > m(HNO_3)$. *Відповідь*: маса ортофосфатної кислоти більша.

8. *Дано:* *Розв'язання:*

$n(H_2SO_3) = 0,25$ моль $m(H_2SiO_3) = 15,6$ г	1) В 1 моль H_2SO_3 містяться 3 моль атомів Оксигену. Отже, у 0,25 моль H_2SO_3 містяться 0,25 · 3 = 0,75 моль атомів Оксигену.
$n(O)$ — ?	

2) Виразимо 15,6 г H_2SiO_3 через кількість речовини:

$$n(H_2SiO_3) = \frac{m(H_2SiO_3)}{M(H_2SiO_3)} = \frac{15,6\text{ г}}{78\text{ г / моль}} = 0,2\text{ моль.}$$

В 1 моль H_2SiO_3 містяться 3 моль атомів Оксигену, а у 0,2 моль H_2SiO_3 містяться 0,2 · 3 = 0,6 моль атомів Оксигену.
3) 0,75 моль > 0,6 моль.
Відповідь: 0,75 моль і 0,6 моль.

9. *Дано:* *Розв'язання:*

$D_{пов.}$(газу) = 1,17	1) Обчислимо відносну молекулярну масу газу за формулою M_r(газу) = $D_{пов.}$(газу) · 29 = 1,17 · 29 = 34. Цей газ — H_2S.
газ — ?	

2) При розчиненні у воді гідроген сульфід H_2S утворює сульфідну кислоту H_2S, солі цієї кислоти називають сульфідами.
3) Рівняння реакції добування H_2S з простих речовин: $H_2 + S = H_2S$.

10. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(CaCO_3) = 20$ г	1) Запишемо рівняння реакції:
V(газу) — ? н. у.	$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.

2) Виразимо 20 г $CaCO_3$ через кількість речовини:

$$n(CaCO_3) = \frac{m(CaCO_3)}{M(CaCO_3)} = \frac{20\text{ г}}{100\text{ г / моль}} = 0,2\text{ моль.}$$

3) За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CaCO_3) : n(CO_2) = 1 : 1$, отже, $n(CO_2) = n(CaCO_3) = 0,2$ моль. Об'єм CO_2 обчислимо за формулою $V(CO_2) = V_m \cdot n(CO_2) = 22,4$ л/моль · 0,2 моль = 4,48 л.
Відповідь: 4,48 л.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

m(розчину Na_2SiO_3) = 61 г $w(Na_2SiO_3) = 2$ %	1) Запишемо рівняння реакції: $Na_2SiO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + H_2SiO_3\downarrow$.
m(осаду) — ?	2) Обчислимо масу Na_2SiO_3 у розчині:

$m(Na_2SiO_3) = m$(розчину Na_2SiO_3) · $w(Na_2SiO_3)$ = 61 г · 0,02 = 1,22 г.
3) Виразимо 1,22 г Na_2SiO_3 через кількість речовини:

$$n(Na_2SiO_3) = \frac{m(Na_2SiO_3)}{M(Na_2SiO_3)} = \frac{1,22\text{ г}}{122\text{ г / моль}} = 0,01\text{ моль.}$$

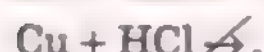
4) За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Na_2SiO_3) : n(H_2SiO_3) = 1 : 1$. Отже, $n(H_2SiO_3) = n(Na_2SiO_3) = 0,01$ моль. Масу H_2SiO_3 обчислимо за формулою $m(H_2SiO_3) = M(H_2SiO_3) \cdot n(H_2SiO_3) = 78$ г/моль · 0,01 моль = 0,78 г.
Відповідь: 0,78 г.

§ 36. Ряд активності металів. Реакції заміщення

Лабораторний дослід № 5. Взаємодія хлоридної кислоти з металами

Рівняння реакцій: $Fe + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow$; $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$;

$Sn + 2HCl \rightarrow SnCl_2 + H_2\uparrow$; $2Al + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2\uparrow$;


$Cu + HCl \not\rightarrow$.

Найінтенсивніше виділення водню відбувається у пробірці з алюмінієм.

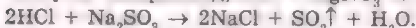
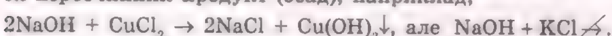
Лабораторний дослід № 6. Взаємодія металів із солями у водному розчині

Рівняння реакцій: $CuSO_4 + Fe \rightarrow FeSO_4 + Cu$;
$Pb(NO_3)_2 + Zn \rightarrow Zn(NO_3)_2 + Pb$.

Спостереження: у першій пробірці залізна пластина вкривається коричневим нальотом, у другій — світло-сірим.

Ознаки реакцій не зміняться, якщо в розчин $CuSO_4$ опустити цинкову пластину, а в розчин $Pb(NO_3)_2$ — залізну пластину. Рівняння реакцій: $CuSO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + Cu$; $Pb(NO_3)_2 + Fe \rightarrow Fe(NO_3)_2 + Pb$.

Якщо в обох випадках використали б срібну пластину, то реакції не відбувалися.

1. Кислоти реагують:
   а) з металами, які у ряді активності металів стоять лівіше від водню, наприклад, $2HCl + Zn \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$;
   б) з основами, наприклад, $2HNO_3 + Cu(OH)_2 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2H_2O$;
   в) з солями, якщо продуктом реакції буде нерозчинна сіль або нестійка сполука. Наприклад, $HCl + AgNO_3 \rightarrow AgCl\downarrow + HNO_3$;
   
   $2HCl + Na_2SO_3 \rightarrow 2NaCl + SO_2\uparrow + H_2O$.
2. Солі реагують:
   а) з кислотами, більш сильними, ніж кислота, що утворила сіль; наприклад, $K_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2KCl + CO_2\uparrow + H_2O$;
   б) з металами, які у ряді активності металів стоять лівіше від металу у складі солі; наприклад, $CuSO_4 + Fe \rightarrow FeSO_4 + Cu$, але $FeSO_4 + Cu \not\rightarrow$;
   в) з розчинними у воді основами, якщо у результаті реакції утворюється нерозчинний продукт (осад); наприклад,
   
   $2NaOH + CuCl_2 \rightarrow 2NaCl + Cu(OH)_2\downarrow$, але $NaOH + KCl \not\rightarrow$.
3. Реакція відбувається інтенсивніше у пробірці з магнієм, тому що він активніший за олово. Рівняння реакції: $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2\uparrow$;

   $Sn + 2HCl \rightarrow SnCl_2 + H_2\uparrow$.
4. Натрій бурхливо реагує з водою («бігає» по воді) із виділенням водню:

   $2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$.
   Кальцій теж активно реагує з водою: $Ca + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + H_2\uparrow$.
   Цинк реагує з водою лише за умови нагрівання: $Zn + H_2O \xrightarrow{t^\circ} ZnO + H_2\uparrow$.
5. Реакція відбувається у разі, якщо пластинка залізна, тому що залізо є активнішим за нікол: $NiSO_4 + Pb \not\rightarrow$; $NiSO_4 + Fe \rightarrow FeSO_4 + Ni$.
6. Тому що у розчині $CuSO_4$ є вода і натрій, калій будуть реагувати з водою, а не з $CuSO_4$.
7. Рівняння реакції: $2K + 2H_2O \rightarrow 2KOH + H_2\uparrow$. У розчині утворюється калій гідроксид.
8. Щоб розділити суміш міді та заліза, можна, наприклад:
   1) налити у суміш хлоридну кислоту. Залізо буде реагувати з кислотою, а мідь — ні. Рівняння реакції: $Fe + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow$; $Cu + HCl \not\rightarrow$;
   2) профільтрувати розчин, видалити з нього мідь;
   3) до розчину $FeCl_2$ додати активніший за Fe метал, наприклад, Mg: $FeCl_2 + Mg \rightarrow MgCl_2 + Fe\downarrow$;
   4) профільтрувати розчин, видалити з нього залізо.

9. При взаємодії води:

а) з активними металами утворюються луги й виділяється водень; наприклад, $2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$;

б) з оксидами активних металічних елементів утворюються луги; наприклад, $Na_2O + H_2O \rightarrow 2NaOH$;

в) з оксидами неметалічних елементів утворюються кислоти; наприклад, $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$.

10. Складемо рівняння можливих реакцій:

а) $Mg + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + H_2\uparrow$;

б) $Fe + 2HBr \rightarrow FeBr_2 + H_2\uparrow$;

в) $Hg + HCl \not\rightarrow$;

г) $2Li + 2H_2O \rightarrow 2LiOH + H_2\uparrow$;

д) $Sn + H_2O \not\rightarrow$ (без нагрівання не відбувається, при нагріванні

$Sn + H_2O \xrightarrow{t^\circ} SnO + H_2\uparrow$);

е) $Ag + +H_2O \not\rightarrow$;

є) $FeSO_4 + Sn \not\rightarrow$;

ж) $2AgNO_3 + Cu \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2Ag\downarrow$;

з) $3NiCl_2 + 2Al \rightarrow 2AlCl_3 + 3Ni\downarrow$;

и) $CuSO_4 + Hg \not\rightarrow$;

і) $Hg(NO_3)_2 + Cu \rightarrow Cu(NO_3)_2 + Hg\downarrow$;

к) $Hg(NO_3)_2 + 2Ag \rightarrow 2AgNO_3 + Hg\downarrow$.

11. Сульфатна кислота взаємодіє:

а) з металами, які у ряді активності металів стоять лівіше H_2:
$Zn + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + H_2\uparrow$;

б) з основними та амфотерними оксидами:
$3H_2SO_4 + Fe_2O_3 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 3H_2O$;

в) з основами: $H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$;
$H_2SO_4 + Cu(OH)_2 \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O$;
$H_2SO_4 + Zn(OH)_2 \rightarrow ZnSO_4 + 2H_2O$;

г) з солями, якщо продуктами реакції будуть нерозчинна сполука (осад) або нестійка сполука (газ + вода):
$H_2SO_4 + 2AgNO_3 \rightarrow Ag_2SO_4\downarrow + 2HNO_3$;
$H_2SO_4 + CaCO_3 \rightarrow CaSO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$.

12. З водою реагують:

а) активні метали: $2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$;
$Ba + 2H_2O \rightarrow Ba(OH)_2 + H_2\uparrow$;

б) метали середньої сили при нагріванні: $2Fe + 3H_2O \xrightarrow{t} Fe_2O_3 + 3H_2\uparrow$;

в) оксиди активних металічних елементів: $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$;

г) оксиди неметалічних елементів (таких в умові завдання немає).

13. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Cu) = 3{,}2$ г	Запишемо рівняння реакції: $Zn + Cu(NO_3)_2 = Cu + Zn(NO_3)_2$.
$m(Zn)$ — ?	Виразимо 3,2 г Cu через кількість речовини:

$n(Cu) = \dfrac{m(Cu)}{M(Cu)} = \dfrac{3,2\ \text{г}}{64\ \text{г / моль}} = 0,05$ моль. За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Zn) : n(Cu) = 1 : 1$. Отже, $n(Zn) = n(Cu) = 0{,}05$ моль. Масу цинку, що розчинився у результаті реакції, обчислимо за формулою $m(Zn) = M(Zn) \cdot n(Zn) = 65$ г/моль $\cdot$ 0,05 моль = 3,25 г. *Відповідь*: 3,25 г.

14. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Al) = 0{,}54$ кг = 540 г	Запишемо рівняння реакції:
$m(Sn)$ — ?	$3SnO + 2Al = Al_2O_3 + 3Sn$.

Виразимо 540 г Al через кількість речовини:

$$n(Al) = \frac{m(Al)}{M(Al)} = \frac{540\ г}{27\ г\ /\ моль} = 20\ моль.$$

За рівнянням реакції визначимо, що $n(Al) : n(Sn) = 2 : 3$. За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини олова: $\frac{n(Al)}{2} = \frac{n(Sn)}{3}$; $n(Sn) = \frac{3 \cdot n(Al)}{2} = \frac{3 \cdot 20\ моль}{2} = 30$ моль. Обчислимо масу олова за формулою: $m(Sn) = M(Sn) \cdot n(Sn) = 119$ г/моль · 30 моль = 3570 г або 3,57 кг.
Відповідь: 3,57 кг.

15. *Дано*: *Розв'язання*:

$m(Zn) = 97,5$ г	Запишемо рівняння реакції: $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$.
$V(H_2)$ — ? н. у.	Виразимо 97,5 г Zn через кількість речовини:

$$n(Zn) = \frac{m(Zn)}{M(Zn)} = \frac{97,5\ г}{65\ г\ /\ моль} = 1,5\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Zn) : n(H_2) = 1 : 1$.
Отже, $n(H_2) = n(Zn) = 1,5$ моль. Об'єм H_2 обчислимо за формулою:
$V(H_2) = V_m \cdot n(H_2) = 22,4$ л/моль · 1,5 моль = 33,6 л. *Відповідь*: 33,6 л.

16. *Дано*: *Розв'язання*:

$m(Mg) = 12$ г	Запишемо рівняння реакції:
$n(H_2SO_4)$ — ? $m(MgSO_4)$ — ? V(газу) — ? н. у.	$Mg + H_2SO_4 = MgSO_4 + H_2\uparrow$. Виразимо 12 г Mg через кількість речовини: $n(Mg) = \frac{m(Mg)}{M(Mg)} = \frac{12\ г}{24\ г\ /\ моль} = 0,5$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Mg) : n(H_2SO_4) : n(MgSO_4) : n(H_2) = 1 : 1 : 1 : 1$. Отже, $n(Mg) = n(H_2SO_4) = n(MgSO_4) = n(H_2) = 0,5$ моль.
Масу $MgSO_4$ обчислимо за формулою $m(MgSO_4) = M(MgSO_4) \cdot n(MgSO_4) = 120$ г/моль · 0,5 моль = 60 г.
Об'єм H_2 обчислимо за формулою $V(H_2) = V_m \cdot n(H_2) = 22,4$ л/моль · 0,5 моль = 11,2 л.
Відповідь: 0,5 моль H_2SO_4; 60 г $MgSO_4$; 11,2 л H_2.

17. *Дано*: *Розв'язання*:

$m(CuSO_4)$ = 32 г	Запишемо рівняння реакції: $CuSO_4 + Fe \rightarrow FeSO_4 + Cu$. Виразимо 32 г $CuSO_4$ через кількість речовини:
$n(Cu)$ — ?	$n(CuSO_4) = \frac{m(CuSO_4)}{M(CuSO_4)} = \frac{32\ г}{160\ г\ /\ моль} = 0,2$ моль. За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CuSO_4) : n(Cu) = 1 : 1$. Отже, $n(Cu) = n(CuSO_4) = 0,2$ моль. *Відповідь*: 0,2 моль.

18. *Дано*: *Розв'язання*:

$m(Mg) = 6$ г $m(Fe) = 16,8$ г	1) Запишемо рівняння реакції взаємодії магнію з сульфатною кислотою: $Mg + H_2SO_4 = MgSO_4 + H_2$.
$V(H_2)$ — ? н. у.	Виразимо 6 кг Mg через кількість речовини: $n(Mg) = \frac{m(Mg)}{M(Mg)} = \frac{6\ г}{24\ г\ /\ моль} = 0,25$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Mg) : n(H_2) = 1 : 1$.

Отже, $n(H_2) = n(Mg) = 0{,}25$ моль. Обчислимо об'єм H_2 за формулою:
$V(H_2) = V_m \cdot n(H_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 0,25 моль = 5,6 л.

2) Запишемо рівняння реакції взаємодії заліза з сульфатною кислотою:
$Fe + H_2SO_4 = FeSO_4 + H_2$.

Виразимо 16,8 г Fe через кількість речовини:

$$n(Fe) = \frac{m(Fe)}{M(Fe)} = \frac{16{,}8\ г}{56\ г\ /\ моль} = 0{,}3\ моль.$$

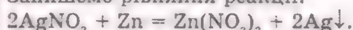
За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Fe) : n(H_2) = 1 : 1$.

Отже, $n(H_2) = n(Fe) = 0{,}3$ моль. Обчислимо об'єм H_2 за формулою
$V(H_2) = V_m \cdot n(H_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 0,3 моль = 6,72 л.

4) Сумарний об'єм водню дорівнює 5,6 л + 6,72 л = 12,32 л.

Відповідь: 12,32 л.

19. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
m(розчину $AgNO_3$) = 85 г $w(AgNO_3)$ = 2 %	Запишемо рівняння реакції:  $2AgNO_3 + Zn = Zn(NO_3)_2 + 2Ag\downarrow$. Обчислимо масу $AgNO_3$ у розчині за формулою
$m(Ag)$ — ? Δm(пластинки) — ?	$m(AgNO_3) = m$(розчину $AgNO_3$) $\cdot\ w(AgNO_3)$ = = 85 г $\cdot$ 0,02 = 1,7 г.

Виразимо 1,7 г $AgNO_3$ через кількість речовини:

$$n(AgNO_3) = \frac{m(AgNO_3)}{M(AgNO_3)} = \frac{1{,}7\ г}{170\ г\ /\ моль} = 0{,}01\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(AgNO_3) : n(Zn) : n(Ag) = 2 : 1 : 2$.
За цим співвідношенням можна обчислити кількість речовини:

а) срібла; $\frac{n(AgNO_3)}{2} = \frac{n(Ag)}{2}$; $n(Ag) = n(AgNO_3) = 0{,}01$ моль;

б) цинку; $\frac{n(AgNO_3)}{2} = \frac{n(Zn)}{1}$; $n(Zn) = \frac{n(AgNO_3)}{2} = \frac{0{,}01\ моль}{2} = 0{,}005$ моль.

Обчислимо масу срібла за формулою $m(Ag) = M(Ag) \cdot n(Ag)$ =
= 108 г/моль $\cdot$ 0,01 моль = 1,08 г.

Обчислимо масу цинку, що розчинився у ході реакції, за формулою
$m(Zn) = M(Zn) \cdot n(Zn)$ = 65 г/моль $\cdot$ 0,005 моль = 0,325 г.

Обчислимо, як змінилася маса пластинки: 1,08 г − 0,325 г = 0,755 г.

Відповідь: 1,08 г срібла; збільшилася на 0,755 г.

§ 37. Солі: фізичні властивості, поширеність та застосування

1. Солі — складні сполуки, які містять катіони металів та аніони кислотних залишків.
Складемо формули солей: магній бромід $MgBr_2$; кальцій йодид CaI_2; алюміній нітрат $Al(NO_3)_3$; ферум(III) сульфат $Fe_2(SO_4)_3$; кальцій ортофосфат $Ca_3(PO_4)_2$; калій карбонат K_2CO_3; купрум(II) силікат $CuSiO_3$; меркурій(II) нітрат $Hg(NO_3)_2$; купрум(I) флуорид CuF.

2. а) Найвищу температуру плавлення 1360 °C має кальцій флуорид CaF_2;
б) найнижчу температуру плавлення 3,56 °C має калій хлорат $KClO_3$;
в) найбільшу розчинність у воді має натрій гідроксид (107 г NaOH розчиняється у 100 г води);
г) найменшу розчинність у воді ($5{,}8 \cdot 10^{-5}$ г на 100 г води) має ферум(II) карбонат $FeCO_3$.

3. *Дано:*

	Розв'язання:
$n(Cr_2(SO_4)_3)$ = 0,35 моль $n(CaF_2)$ = 0,7 моль $n(MgSiO_3)$ = 1,2 моль $n(Pb(NO_3)_2)$ = 0,55 моль	Обчислимо маси речовин за формулою $m = M \cdot n$, де M — молярна маса речовини, г/моль; n — кількість речовини, моль.
$mCr_2(SO_4)_3$ — ? $m(CaF_2)$ — ? $m(MgSiO_3)$ — ? $m(Pb(NO_3)_2)$ — ?	$m(Cr_2(SO_4)_3) = M(Cr_2(SO_4)_3) \cdot n(Cr_2(SO_4)_3) =$ = 392 г/моль · 0,35 моль = 137,2 г; $m(CaF_2) = M(CaF_2) \cdot n(CaF_2) =$ = 78 г/моль · 0,7 моль = 54,6 г; $m(MgSiO_3) = M(MgSiO_3) \cdot n(MgSiO_3) =$ = 100 г/моль · 1,2 моль = 120 г;

$m(Pb(NO_3)_2) = M(Pb(NO_3)_2) \cdot n(Pb(NO_3)_2)$ = 331 г/моль · 0,55 моль = = 182,05 г.

Відповідь: а) 137,2 г; б) 54,6 г; в) 120 г; г) 182,05 г.

4. *Дано:*

	Розв'язання:
m(розчину $CuSO_4$) = 120 г $w(CuSO_4)$ = 4 %	1) Обчислимо масу $CuSO_4$ у розчині: $m(CuSO_4) = m$(розчину $CuSO_4$) $\cdot w(CuSO_4)$ = 120 г · 0,04 = 4,8 г. 2) Обчислимо кількість речовин $CuSO_4$ за формулою
$n(CuSO_4)$ — ?	$n(CuSO_4) = \frac{m(CuSO_4)}{M(CuSO_4)} = \frac{4,8 \text{ г}}{160 \text{ г / моль}} = 0,03$ моль. *Відповідь:* 0,03 моль

5. *Дано:*

	Розв'язання:
$w(NaCl)$ = 0,9 % V(розчину NaCl) = 10 л ρ(розчину NaCl) = 1 г/мл	1) Обчислимо масу розчину NaCl: 10 л = 10 000 мл; m(розчину NaCl) = V(розчину NaCl) · ρ =
$m(NaCl)$ — ?	= 10 000 мл · 1 г/мл = 10 000 г.

2) Обчислимо масу NaCl у розчині: $m(NaCl) = m$(розчину NaCl) $\cdot w(NaCl)$ = = 10 000 г · 0,009 = 90 г. *Відповідь:* 90 г.

6. *Дано:*

	Розв'язання:
$m(H_2O)$ = 532,8 г $n(CaCl_2)$ = 0,2 моль	1) За кількістю речовини 0,2 моль обчислимо масу $CaCl_2$: $m(CaCl_2) = M(CaCl_2) \cdot n(CaCl_2)$ = 111 г/моль · 0,2 моль =
$w(CaCl_2)$ — ?	= 22,2 г.

2) Обчислимо масову частку $CaCl_2$ у розчині за формулою

$$w = \frac{m(\text{речовини})}{m(\text{речовини}) + m(H_2O)}; \quad w(CaCl_2) = \frac{22,2 \text{ г}}{22,2 \text{ г} + 532,8 \text{ г}} = 0,04 \text{ або } 4 \text{ \%}.$$

Відповідь: 4 %.

§ 38. Хімічні властивості солей

Лабораторний дослід № 7. Взаємодія солей з лугами у водному розчині

Запишемо рівняння реакцій та спостереження:

1) $CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + Cu(OH)_2\downarrow$ блакитний;

2) $FeSO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + Fe(OH)_2\downarrow$ білий (спочатку);

3) $FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow 3NaCl + Fe(OH)_3\downarrow$ бурий;

4) $MnSO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + Mn(OH)_2\downarrow$ рожевий;

5) $CrCl_3 + 3NaOH \rightarrow 3NaCl + Cr(OH)_3\downarrow$ сіро-зелений.

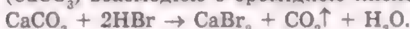
Лабораторний дослід № 8. Реакція обміну між солями в розчині

1) $CaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2NaCl$;
білий

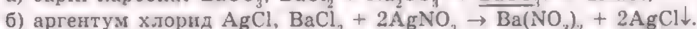
2) $CaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow CaSO_4\downarrow + 2NaCl$;
біла каламуть

3) $CaCl_2 + KNO_3 \not\rightarrow$ не відбувається ніяких змін, реакція до кінця не перебігає.

1. Складемо рівняння реакції: $Ca(NO_3)_2 + H_2SO_4 \rightarrow CaSO_4\downarrow + 2HNO_3$.
біла каламуть
Якщо замість сульфатної кислоти H_2SO_4 узяти хлоридну кислоту HCl, то осад випадати не буде. Якщо ж узяти сульфітну кислоту H_2SO_3, то знову утворюється біла каламуть: $Ca(NO_3)_2 + H_2SO_3 \rightarrow CaSO_3\downarrow + 2HNO_3$.

2. Складемо рівняння реакції добування вуглекислого газу CO_2 з мармуру ($CaCO_3$) взаємодією з бромідною кислотою HBr:

$CaCO_3 + 2HBr \rightarrow CaBr_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.

3. Із барій хлориду $BaCl_2$ можна добути реакціями обміну:

а) барій карбонат $BaCO_3$, $BaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow \underline{BaCO_3}\downarrow + 2NaCl$;

б) аргентум хлорид AgCl, $BaCl_2 + 2AgNO_3 \rightarrow Ba(NO_3)_2 + \underline{2AgCl}\downarrow$.

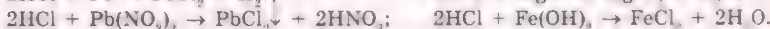
4. Складемо рівняння реакцій: а) $CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow \underline{Cu(OH)_2}\downarrow + Na_2SO_4$;

б) $Pb(NO_3)_2 + H_2SO_4 \rightarrow \underline{PbSO_4}\downarrow + 2HNO_3$;

в) $CaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow \underline{CaCO_3}\downarrow + 2NaCl$.

5. Запишемо формули речовин, які містяться у пробірках:
MgO, KCl, Fe, $Pb(NO_3)_2$, $CuSO_4$, H_2SO_4, $Fe(OH)_2$, SO_3.
а) Хлоридна кислота HCl взаємодіятиме з Fe (метал, який у ряді активності металів стоїть лівіше від H_2), MgO (основний оксид), $Pb(NO_3)_2$, $Fe(OH)_2$ (основа). Рівняння реакції:

$2HCl + Fe \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow$; $2HCl + MgO \rightarrow MgCl_2 + H_2O$;


$2HCl + Pb(NO_3)_2 \rightarrow PbCl_2\downarrow + 2HNO_3$; $2HCl + Fe(OH)_2 \rightarrow FeCl_2 + 2H_2O$.
б) Калій гідроксид KOH взаємодіятиме з солями $Pb(NO_3)_2$ та $CuSO_4$, з сульфатною кислотою H_2SO_4, з кислотним оксидом SO_3. Рівняння реакцій: $2KOH + Pb(NO_3)_2 \rightarrow Pb(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$;

$2KOH + CuSO_4 \rightarrow K_2SO_4 + Cu(OH)_2\downarrow$;

$2KOH + H_2SO_4 \rightarrow K_2SO_4 + 2H_2O$; $2KOH + SO_3 \rightarrow K_2SO_4 + H_2O$.
в) Аргентум нітрат $AgNO_3$ взаємодіятиме з KCl, Fe (метал, який активніший за Ag), $CuSO_4$, H_2SO_4. Рівняння реакцій:

$AgNO_3 + KCl \rightarrow AgCl\downarrow + KNO_3$; $2AgNO_3 + Fe \rightarrow Fe(NO_3)_2 + 2Ag\downarrow$;

$2AgNO_3 + CuSO_4 \rightarrow Ag_2SO_4\downarrow + Cu(NO_3)_2$;

$2AgNO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Ag_2SO_4\downarrow + 2HNO_3$.
г) Барій нітрат $Ba(NO_3)_2$ взаємодіятиме з $CuSO_4$, H_2SO_4. Рівняння реакцій:

$Ba(NO_3)_2 + CuSO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + Cu(NO_3)_2$;

$Ba(NO_3)_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2HNO_3$.

6. Запишемо формули зазначених речовин: $Ca(OH)_2$, HCl, SO_2, H_2O, CuO.
Складемо рівняння можливих реакцій:

$Ca(OH)_2 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + 2H_2O$; $Ca(OH)_2 + SO_2 \rightarrow CaSO_3 + H_2O$;

$2HCl + CuO \rightarrow CuCl_2 + H_2O$; $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$.

7. Запишемо рівняння реакцій, які можуть відбуватися:
а) $Cu + ZnSO_4 \not\rightarrow$ (Cu у ряді активності металів стоїть правіше від Zn);
б) $CaCO_3 + NaOH \not\rightarrow$ ($CaCO_3$ — нерозчинна у воді сіль);

в) $Zn + CuSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Cu\downarrow$;

г) $NaBr + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgBr\downarrow$;

д) $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;

е) $BaSO_4 + KNO_3 \nrightarrow$ ($BaSO_4$ — нерозчинна у воді сіль).

8. Допишемо рівняння реакцій обміну:

а) $CaO + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + H_2O$;

б) $Na_2SO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + SO_2\uparrow + H_2O$;

в) $KOH + HCl \rightarrow KCl + H_2O$;

г) $Fe(OH)_3 + 3HNO_3 \rightarrow Fe(NO_3)_3 + 3H_2O$;

д) $K_2SO_3 + CaCl_2 \rightarrow CaSO_3\downarrow + 2KCl$;

е) $2KOH + SO_2 \rightarrow K_2SO_3 + H_2O$;

є) $Na_2S + CuCl_2 \rightarrow 2NaCl + CuS\downarrow$;

ж) $CuSO_4 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + Cu(OH)_2\downarrow$;

з) $Na_2SiO_3 + 2HNO_3 \rightarrow 2NaNO_3 + H_2SiO_3\downarrow$;

и) $Ca(OH)_2 + K_2CO_3 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2KOH$.

9. Складемо рівняння можливих реакцій:

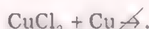
$CuCl_2 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2\downarrow + 2NaCl$;

$CuCl_2 + H_2SO_4 \nrightarrow$ серед продуктів реакції немає осаду;

$CuCl_2 + 2AgNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + 2AgCl\downarrow$;

$CuCl_2 + Fe_2O_3 \nrightarrow$
$CuCl_2 + CO_2 \nrightarrow$ } солі хлоридної кислоти не реагують з оксидами;

$CuCl_2 + Zn \rightarrow ZnCl_2 + Cu\downarrow$;

$CuCl_2 + NaCl \nrightarrow$ це солі однієї кислоти;

$CuCl_2 + Cu \nrightarrow$.

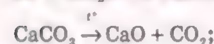
10. Складемо рівняння реакцій, що відповідають таким перетворенням:

а) $BaO \rightarrow BaCl_2 \rightarrow BaSO_4$; $BaO + 2HCl \rightarrow BaCl_2 + H_2O$;

$BaCl_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2HCl$;

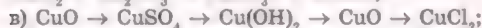
б) $Ca \rightarrow Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3 \rightarrow CaO \rightarrow CaCl_2 \rightarrow CaCO_3$;

$Ca + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + H_2\uparrow$; $Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$;


$CaCO_3 \xrightarrow{t^\circ} CaO + CO_2$;

$CaO + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2O$;

$CaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2NaCl$;


в) $CuO \rightarrow CuSO_4 \rightarrow Cu(OH)_2 \rightarrow CuO \rightarrow CuCl_2$;

$CuO + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + H_2O$; $CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2 + Na_2SO_4$;

$Cu(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} CuO + H_2O$;

$CuO + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + H_2O$.

11. Рівняння реакції: $2KNO_3 + H_2SO_{4(конц.)} \rightarrow K_2SO_4 + 2HNO_3$. Ця реакція можлива тому, що сульфатна кислота H_2SO_4 сильніша за нітратну кислоту HNO_3.

12. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(BaCl_2) = 41,6$ г	Запишемо рівняння реакції:
	$BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$.
m(осаду) — ?	Виразимо 41,6 г $BaCl_2$ через кількість речовини:
	$n(BaCl_2) = \frac{m(BaCl_2)}{M(BaCl_2)} = \frac{41,6\ г}{208\ г\ /\ моль} = 0,2$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(BaCl_2) : n(BaSO_4) = 1 : 1$. Отже, $n(BaSO_4) = n(BaCl_2) = 0,2$ моль. Масу осаду $BaSO_4$ обчислимо за формулою $m(BaSO_4) = M(BaSO_4) \cdot n(BaSO_4) = 233$ г/моль $\cdot$ 0,2 моль = 46,6 г.

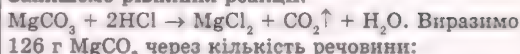
Відповідь: 46,6 г.

13. *Дано:* — *Розв'язання:*

$m(MgCO_3) = 126$ г

$V(CO_2)$ — ? н. у.

Запишемо рівняння реакції:



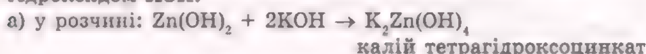
$MgCO_3 + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$. Виразимо 126 г $MgCO_3$ через кількість речовини:

$$n(MgCO_3) = \frac{m(MgCO_3)}{M(MgCO_3)} = \frac{126 \text{ г}}{84 \text{ г / моль}} = 1,5 \text{ моль}.$$

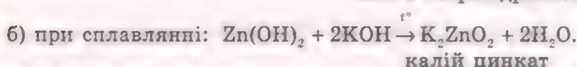
За рівнянням реакції визначаємо, що $n(MgCO_3) : n(CO_2) = 1 : 1$. Отже, $n(CO_2) = n(MgCO_3) = 1,5$ моль. Об'єм вуглекислого газу CO_2 обчислимо за формулою $V(CO_2) = V_m \cdot n(CO_2) = 22,4$ л/моль · 1,5 моль = 33,6 л. *Відповідь*: 33,6 л.

§ 39. Амфотерні оксиди й гідроксиди

1. Складемо рівняння реакції взаємодії цинк гідроксиду $Zn(OH)_2$ з калій гідроксидом KOH:

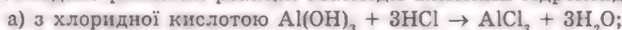


а) у розчині: $Zn(OH)_2 + 2KOH \rightarrow K_2Zn(OH)_4$
калій тетрагідроксоцинкат

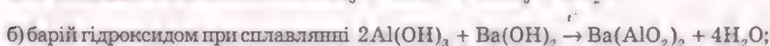


б) при сплавлянні: $Zn(OH)_2 + 2KOH \xrightarrow{t^\circ} K_2ZnO_2 + 2H_2O$.
калій цинкат

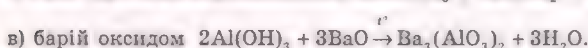
2. Складемо рівняння реакцій взаємодії алюміній гідроксиду $Al(OH)_3$:



а) з хлоридної кислотою $Al(OH)_3 + 3HCl \rightarrow AlCl_3 + 3H_2O$;



б) барій гідроксидом при сплавлянні $2Al(OH)_3 + Ba(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} Ba(AlO_2)_2 + 4H_2O$;



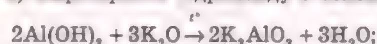
в) барій оксидом $2Al(OH)_3 + 3BaO \xrightarrow{t^\circ} Ba_3(AlO_3)_2 + 3H_2O$.

3. Складемо рівняння реакцій утворення калій алюмінату K_3AlO_3 взаємодією:

а) амфотерного гідроксиду з лугом $Al(OH)_3 + 3KOH \xrightarrow{t^\circ} K_3AlO_3 + 3H_2O$;

б) амфотерного оксиду з лугом $Al_2O_3 + 6KOH \xrightarrow{t^\circ} 2K_3AlO_3 + 3H_2O$;

в) амфотерного гідроксиду з основним оксидом

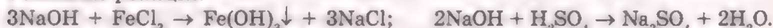


$2Al(OH)_3 + 3K_2O \xrightarrow{t^\circ} 2K_3AlO_3 + 3H_2O$;

г) двох оксидів $Al_2O_3 + 3K_2O \xrightarrow{t^\circ} 2K_3AlO_3$.

4. Кальцій оксид CaO є основним оксидом; він реагує з кислотами й не реагує з лугами. Алюміній оксид Al_2O_3 — амфотерний оксид; він реагує і з кислотами, і з лугами. Отже, якщо у пробірку з оксидами долити луг (NaOH, KOH тощо) й нагріти, то реакція відбуватиметься тільки в одній пробірці — там, де знаходився Al_2O_3.

5. а) з натрій гідроксидом NaOH можуть взаємодіяти $FeCl_3$, H_2SO_4.
Рівняння реакцій:



$3NaOH + FeCl_3 \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$; $2NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$.

б) з купрум(II) гідроксидом $Cu(OH)_2$ може взаємодіяти H_2SO_4:

$Cu(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O$.

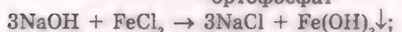
в) з цинк гідроксидом $Zn(OH)_2$ можуть взаємодіяти KOH і H_2SO_4.
Рівняння реакцій:

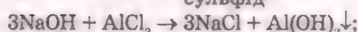
$Zn(OH)_2 + 2KOH \rightarrow K_2Zn(OH)_4$; $Zn(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + 2H_2O$.

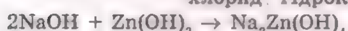
6. Натрій гідроксид NaOH взаємодіє з кислотами H_3PO_4, H_2S, з солями $FeCl_3$, $AlCl_3$ (тому що у результаті реакцій утворяться осади), з амфотерним гідроксидом $Zn(OH)_2$ і з кислотним оксидом SO_3. Рівняння реакцій:

$3NaOH + H_3PO_4 \rightarrow Na_3PO_4 + 3H_2O$;
натрій ортофосфат

$2NaOH + H_2S \rightarrow Na_2S + 2H_2O$;
натрій сульфід

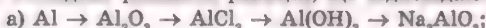

$3NaOH + FeCl_3 \rightarrow 3NaCl + Fe(OH)_3\downarrow$;
натрій хлорид, ферум(III) гідроксид


$3NaOH + AlCl_3 \rightarrow 3NaCl + Al(OH)_3\downarrow$;
алюміній гідроксид


$2NaOH + Zn(OH)_2 \rightarrow Na_2Zn(OH)_4$
натрій тетрагідроксоцинкат

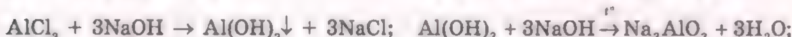
$2NaOH + SO_3 \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$.
натрій сульфат

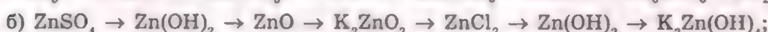
7. Складемо рівняння реакцій, що відповідають таким перетворенням:

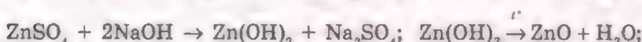

а) $Al \rightarrow Al_2O_3 \rightarrow AlCl_3 \rightarrow Al(OH)_3 \rightarrow Na_3AlO_3$;

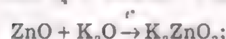
$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$;

$Al_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2O$;


$AlCl_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3NaCl$; $Al(OH)_3 + 3NaOH \xrightarrow{t^\circ} Na_3AlO_3 + 3H_2O$;


б) $ZnSO_4 \rightarrow Zn(OH)_2 \rightarrow ZnO \rightarrow K_2ZnO_2 \rightarrow ZnCl_2 \rightarrow Zn(OH)_2 \rightarrow K_2Zn(OH)_4$;


$ZnSO_4 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_2 + Na_2SO_4$; $Zn(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} ZnO + H_2O$;


$ZnO + K_2O \xrightarrow{t^\circ} K_2ZnO_2$;

$K_2ZnO_2 + 4HCl \rightarrow 2KCl + ZnCl_2 + 2H_2O$;

$ZnCl_2 + 2KOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2KCl$;

$Zn(OH)_2 + 2KOH \rightarrow K_2Zn(OH)_4$.

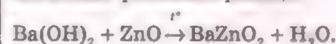
8. *Дано:*

$m(BaZnO_2) = 11,7$ г

$m(Ba(OH)_2)$ — ?

Розв'язання:

Запишемо рівняння реакції:


$Ba(OH)_2 + ZnO \xrightarrow{t^\circ} BaZnO_2 + H_2O$.

Виразимо 11,7 г $BaZnO_2$ через кількість речовини:

$$n(BaZnO_2) = \frac{m(BaZnO_2)}{M(BaZnO_2)} = \frac{11,7 \text{ г}}{234 \text{ г / моль}} = 0,05 \text{ моль}.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(BaZnO_2) : n(Ba(OH)_2) = 1 : 1$. Отже, $n(Ba(OH)_2) = n(BaZnO_2) = 0,05$ моль. Масу $Ba(OH)_2$ обчислимо за формулою $m(Ba(OH)_2) = M(Ba(OH)_2) \cdot n(Ba(OH)_2) =$ $= 171$ г/моль $\cdot$ 0,05 моль = 8,55 г. *Відповідь*: 8,55 г.

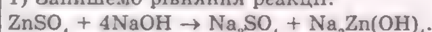
9. *Дано:*

m(розчину $ZnSO_4$) = 483 г
$w(ZnSO_4) = 5$ %

m(сполуки Цинку) — ?

Розв'язання:

1) Запишемо рівняння реакції:


$ZnSO_4 + 4NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + Na_2Zn(OH)_4$.

2) Обчислимо масу $ZnSO_4$ у розчині за формулою $m(ZnSO_4) = m$(розчину $ZnSO_4$) $\cdot\, w(ZnSO_4)$ = 483 г · 0,05 = 24,15 г.

3) Виразимо 24,15 г $ZnSO_4$ через кількість речовини:

$$n(ZnSO_4) = \frac{m(ZnSO_4)}{M(ZnSO_4)} = \frac{24,15 \text{ г}}{161 \text{ г / моль}} = 0,15 \text{ моль}.$$

4) За рівнянням реакції визначаємо, що $n(ZnSO_4) : n(Na_2Zn(OH)_4) = 1 : 1$. Отже, $n(Na_2Zn(OH)_4) = n(ZnSO_4) = 0,15$ моль. Масу $Na_2Zn(OH)_4$ обчислимо за формулою $m(Na_2Zn(OH)_4) = M(Na_2Zn(OH)_4) \cdot n(Na_2Zn(OH)_4) =$ $= 179$ г/моль $\cdot$ 0,15 моль = 26,85 г. *Відповідь*: 26,85 г.

§ 40. Способи добування оксидів

1. Складемо рівняння реакцій горіння:

а) вугілля; $C + O_2 = CO_2$ карбон(IV) оксид, кислотний оксид;

б) фосфору; $4P + 5O_2 = 2P_2O_5$ фосфор(V) оксид, кислотний оксид;

в) бору; $4B + 3O_2 = 2B_2O_3$ бор оксид, кислотний оксид;
г) алюмінію; $4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$ алюміній оксид, амфотерний оксид;
д) цинку; $2Zn + O_2 = 2ZnO$ цинк оксид, амфотерний оксид.
Кислотні оксиди утворюються при взаємодії з киснем неметалів, основні — металів із валентністю I, II.

2. Складемо рівняння реакції розкладу манган(II) карбонату $MnCO_3$:

$$MnCO_3 \xrightarrow{t^\circ} MnO + CO_2\uparrow.$$

манган(II) оксид; вуглекислий газ

3. Складемо рівняння реакції добування нітроген(V) оксиду N_2O_5 з нітратної кислоти HNO_3: $2HNO_3 \xrightarrow{t^\circ} N_2O_5 + H_2O$.

4. Вуглекислий газ CO_2 можна добути, наприклад, у такі способи:
1) горіння вугілля;

$$C + O_2 \xrightarrow{t^\circ} CO_2;$$

2) горіння метану;

$$CH_4 + 2O_2 \xrightarrow{t^\circ} CO_2 + 2H_2O;$$

метан

3) розклад кальцій карбонату;

$$CaCO_3 \xrightarrow{t^\circ} CaO + CO_2.$$

5. Складемо рівняння реакції: $Fe_2(SO_4)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3SO_3$. Сульфур(VI) оксид SO_3 при взаємодії з водою утворює сульфатну кислоту H_2SO_4. Рівняння реакції: $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$.

6. Складемо рівняння реакцій розкладу:
а) силікатної кислоти;

$$H_2SiO_3 \xrightarrow{t^\circ} SiO_2 + H_2O;$$

силіцій(IV) оксид

б) карбонатної кислоти;

$$H_2CO_3 \xrightarrow{t^\circ} CO_2\uparrow + H_2O.$$

карбон(IV) оксид

7. Складемо рівняння реакцій розкладання солей:
а) плюмбум(II) карбонату;

$$PbCO_3 \xrightarrow{t^\circ} PbO + CO_2\uparrow;$$

б) цинк нітрату;

$$2Zn(NO_3)_2 \xrightarrow{t^\circ} 2ZnO + 4NO_2\uparrow + O_2\uparrow;$$

в) аргентум сульфіту;

$$2Ag_2SO_3 \xrightarrow{t^\circ} 4Ag + O_2 + 2SO_2\uparrow;$$

г) аргентум(I) нітрату;

$$2AgNO_3 \xrightarrow{t^\circ} 2Ag + 2NO_2 + O_2.$$

Під час розкладання нітратів утворюється термічно нестійкий оксид — нітроген(V) оксид N_2O_5, який розкладається на нітроген(IV) оксид NO_2 і кисень O_2.
Нестійкий оксид Ag_2O утворюється у разі розкладання солей Аргентуму.

8. Доповнимо схеми реакцій:
а) $2CaC_2 + 5O_2 \rightarrow 2CaO + 4CO_2\uparrow$;
кальцій оксид; карбон(IV) оксид

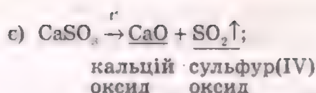
б) $SiH_4 + 2O_2 \rightarrow SiO_2 + 2H_2O$;
силіцій(IV) оксид; вода

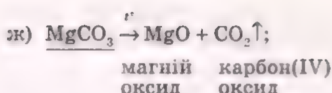
в) $2ZnS + 3O_2 \rightarrow 2ZnO + 2SO_2\uparrow$;
цинк оксид; сульфур(IV) оксид.

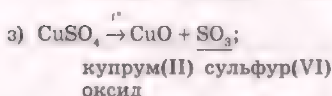
г) $CS_2 + 3O_2 \rightarrow CO_2\uparrow + 2SO_2\uparrow$;
карбон(IV) оксид; сульфур(IV) оксид

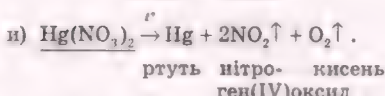
д) $\underline{Pb(OH)_2} \xrightarrow{t^\circ} PbO + H_2O$;
плюмбум(II) оксид

е) $2HNO_3 \rightarrow N_2O_5 + H_2O$;
нітроген(V) оксид

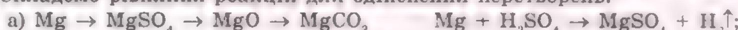

є) $CaSO_3 \xrightarrow{t^\circ} \underline{CaO} + \underline{SO_2}\uparrow$;
кальцій оксид · сульфур(IV) оксид


ж) $\underline{MgCO_3} \xrightarrow{t^\circ} MgO + CO_2\uparrow$;
магній оксид · карбон(IV) оксид

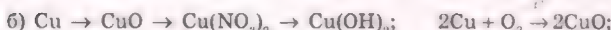

з) $CuSO_4 \xrightarrow{t^\circ} CuO + \underline{SO_3}$;
купрум(II) оксид · сульфур(VI)


и) $\underline{Hg(NO_3)_2} \xrightarrow{t^\circ} Hg + 2NO_2\uparrow + O_2\uparrow$.
ртуть · нітроген(IV)оксид · кисень

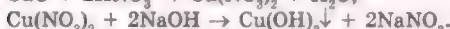
9. Складемо рівняння реакцій для здійснення перетворень:


а) $Mg \rightarrow MgSO_4 \rightarrow MgO \rightarrow MgCO_3$ $\quad Mg + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + H_2\uparrow$;

$MgSO_4 \xrightarrow{t^\circ} MgO + SO_3$; $\quad MgO + CO_2 \xrightarrow{t^\circ} MgCO_3$;


б) $Cu \rightarrow CuO \rightarrow Cu(NO_3)_2 \rightarrow Cu(OH)_2$; $\quad 2Cu + O_2 \xrightarrow{t^\circ} 2CuO$;

$CuO + 2HNO_3 \rightarrow Cu(NO_3)_2 + H_2O$;


$Cu(NO_3)_2 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2\downarrow + 2NaNO_3$.

10. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(MgO) = 240$ г	Запишемо рівняння реакції: $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$.
$V(O_2)$ — ? н. у.	Виразимо 240 г MgO через кількість речовини: $n(MgO) = \frac{m(MgO)}{M(MgO)} = \frac{240 \text{ г}}{40 \text{ г / моль}} = 6$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(MgO) : n(O_2) = 2 : 1$.
З цього співвідношення обчислимо кількість речовини кисню O_2:

$\frac{n(MgO)}{2} = \frac{n(O_2)}{1}$; $n(O_2) = \frac{1 \cdot n(MgO)}{2} = \frac{1 \cdot 6 \text{ моль}}{3} = 3$ моль. Об'єм кисню обчислимо за формулою $V(O_2) = V_m \cdot n(O_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 3 моль = 67,2 л.
Відповідь: 67,2 л.

11. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(P_2O_5) = 7{,}1$ г	Запишемо рівняння реакції: $4P + 5O_2 \rightarrow 2P_2O_5$.
$m(P)$ — ?	Виразимо 7,1 г P_2O_5 через кількість речовини: $n(P_2O_5) = \frac{m(P_2O_5)}{M(P_2O_5)} = \frac{7{,}1 \text{ г}}{142 \text{ г / моль}} = 0{,}05$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(P) : n(P_2O_5) = 4 : 2$. З цього співвідношення обчислимо кількість речовини фосфору P:

$\frac{n(P)}{4} = \frac{n(P_2O_5)}{2}$; $n(P) = \frac{4 \cdot n(P_2O_5)}{2} = \frac{4 \cdot 0{,}05 \text{ моль}}{2} = 0{,}1$ моль.

Масу фосфору P обчислимо за формулою $m(P) = M(P) \cdot n(P) =$ = 31 г/моль · 0,1 моль = 3,1 г. *Відповідь*: 3,1 г.

12. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(CaCO_3) = 250$ г	Запишемо рівняння реакції: $CaCO_3 \xrightarrow{t} CaO + CO_2\uparrow$.
V(газу) — ?	Виразимо 250 г $CaCO_3$ через кількість речовини: $n(CaCO_3) = \frac{m(CaCO_3)}{M(CaCO_3)} = \frac{250 \text{ г}}{100 \text{ г / моль}} = 2{,}5$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CaCO_3) : n(CO_2) = 1 : 1$.
Отже, $n(CO_2) = n(CaCO_3) = 2{,}5$ моль. Об'єм CO_2 обчислимо за формулою $V(CO_2) = V_m \cdot n(CO_2) = 22{,}4$ л/моль · 2,5 моль = 56 л. *Відповідь*: 56 л.

§ 41. Загальні способи добування кислот, основ та солей

1. Наведемо приклади рівнянь реакцій, що відтворюють такі способи добування солей:

   а) сіль безоксигенової кислоти можна добути реакцією сполучення металу й неметалу: $Cu + Cl_2 \rightarrow CuCl_2$;

   б) сіль оксигеновмісної кислоти можна добути реакцією сполучення основного оксиду з кислотним оксидом: $CaO + CO_2 \rightarrow CaCO_3$;

   в) реакція заміщення за участю кислоти: $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$;

   г) реакція заміщення за участю солі: $Fe + CuSO_4 \rightarrow FeSO_4 + Cu$;

   д) реакція обміну за участю кислотного оксиду:
   $2NaOH + SO_2 \rightarrow Na_2SO_3 + H_2O$;

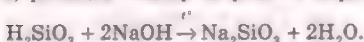
   е) реакція обміну за участю основного оксиду: $CuO + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + H_2O$;

   є) реакція обміну за участю нерозчинної солі:
   $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;

   ж) реакція обміну за участю нерозчинного гідроксиду:
   $Cu(OH)_2 + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + 2H_2O$;

   з) реакція обміну за участю розчинної солі: $AgNO_3 + HCl \rightarrow AgCl\downarrow + HNO_3$;

   и) реакція обміну за участю нерозчинної кислоти:



   $H_2SiO_3 + 2NaOH \xrightarrow{t^\circ} Na_2SiO_3 + 2H_2O$.

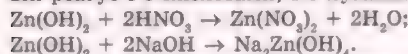
2. Складемо рівняння реакцій добування кислот:

   а) взаємодією двох оксидів: $SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$;

   б) взаємодією кислоти і солі: $BaCl_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2HCl$;

   в) взаємодією двох простих речовин (з наступним розчиненням продукту реакції у воді): $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$.

3. Складемо рівняння реакцій добування плюмбум(II) сульфіду PbS:



   а) реакцією сполучення: $Pb + S \xrightarrow{t^\circ} PbS$;

   б) реакцією заміщення: $Pb + HgS \xrightarrow{t^\circ} PbS + Hg$;

   г) реакцією обміну: $Pb(NO_3)_2 + Na_2S \rightarrow PbS\downarrow + 2NaNO_3$.

4. Складемо рівняння реакцій добування купрум(II) сульфату $CuSO_4$:

   а) реакцією сполучення: $CuO + SO_3 \rightarrow CuSO_4$;

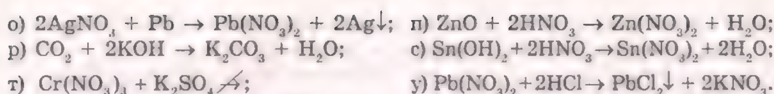
   б) реакцією заміщення: $Cu + HgSO_4 \rightarrow CuSO_4 + Hg$;

   в) реакцією обміну: $Cu(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O$.

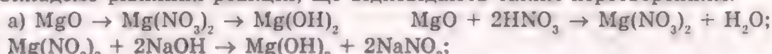
5. Осадом міг бути цинк гідроксид $Zn(OH)_2$. Це амфотерний гідроксид; він реагує і з кислотами, і з лугами. Рівняння реакцій:
   $Zn(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + 2H_2O$;
   $Zn(OH)_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2Zn(OH)_4$.

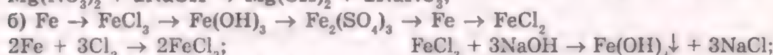
6. Складемо рівняння можливих реакцій:

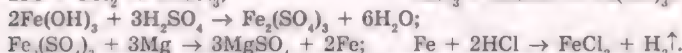
   а) $H_2 + S = H_2S$;
   б) $H_2 + Br_2 \rightarrow 2HBr$;
   в) $2K + Br_2 \rightarrow 2KBr$;
   г) $2Al + 3Cl_2 \rightarrow 2AlCl_3$;
   д) $FeS + H_2SO_4 \rightarrow FeSO_4 + H_2S\uparrow$;
   е) $CuCl_2 + HNO_3 \not\rightarrow$;
   є) $MgCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$;
   ж) $Na_2SiO_3 + 2HBr \rightarrow NaBr + H_2SiO_3\downarrow$;
   з) $NaCl + Cu(OH)_2 \not\rightarrow$;
   и) $Ag + H_2O \not\rightarrow$;
   і) $Ba + 2H_2O \rightarrow Ba(OH)_2 + H_2\uparrow$;
   ї) $Fe(OH)_2 + K_2CO_3 \not\rightarrow$;
   к) $Cr_2(SO_4)_3 + 6KOH \rightarrow 2Cr(OH)_3\downarrow + 3K_2SO_4$;
   л) $Ba(OH)_2 + Na_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaOH$;
   м) $SO_2 + MgO \rightarrow MgSO_3$;
   н) $2Al + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2\uparrow$;


о) $2AgNO_3 + Pb \rightarrow Pb(NO_3)_2 + 2Ag\downarrow$; п) $ZnO + 2HNO_3 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + H_2O$;
р) $CO_2 + 2KOH \rightarrow K_2CO_3 + H_2O$; с) $Sn(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Sn(NO_3)_2 + 2H_2O$;
т) $Cr(NO_3)_3 + K_2SO_4 \not\rightarrow$; у) $Pb(NO_3)_2 + 2HCl \rightarrow PbCl_2\downarrow + 2KNO_3$.

7. Складемо рівняння реакцій, що відповідають таким перетворенням:


а) $MgO \rightarrow Mg(NO_3)_2 \rightarrow Mg(OH)_2$ $MgO + 2HNO_3 \rightarrow Mg(NO_3)_2 + H_2O$;
$Mg(NO_3)_2 + 2NaOH \rightarrow Mg(OH)_2 + 2NaNO_3$;


б) $Fe \rightarrow FeCl_3 \rightarrow Fe(OH)_3 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 \rightarrow Fe \rightarrow FeCl_2$
$2Fe + 3Cl_2 \rightarrow 2FeCl_3$; $FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$;

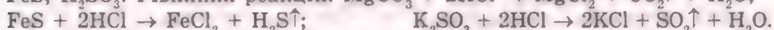

$2Fe(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 6H_2O$;
$Fe_2(SO_4)_3 + 3Mg \rightarrow 3MgSO_4 + 2Fe$; $Fe + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow$.

8. Запишемо формули солей: $AgNO_3$, $MgCO_3$, FeS, K_2SO_3, $Pb(NO_3)_2$.

а) З утворенням осаду з хлоридною кислотою HCl взаємодіятимуть $AgNO_3$ і $Pb(NO_3)_2$. Рівняння реакцій: $AgNO_3 + HCl \rightarrow AgCl\downarrow + HNO_3$;

$Pb(NO_3)_2 + 2HCl \rightarrow PbCl_2\downarrow + 2HNO_3$.

б) З утворенням газу з хлоридною кислотою взаємодіятимуть $MgCO_3$, FeS, K_2SO_3. Рівняння реакцій: $MgCO_3 + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;

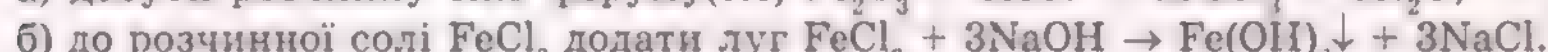

$FeS + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2S\uparrow$; $K_2SO_3 + 2HCl \rightarrow 2KCl + SO_2\uparrow + H_2O$.

9. Щоб із натрій хлориду NaCl добути натрій сульфат Na_2SO_4, треба на твердий натрій хлорид подіяти концентрованою сульфатною кислотою H_2SO_4. Рівняння реакції: $2NaCl + H_2SO_{4(конц.)} \rightarrow Na_2SO_4 + 2HCl\uparrow$.

10. Ферум(III) сульфат $Fe_2(SO_4)_3$ під час прожарювання розкладається з утворенням ферум(III) оксиду. Рівняння реакції: $Fe_2(SO_4)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3SO_3$.

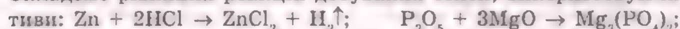
11. З ферум(III) оксиду Fe_2O_3 можна одержати ферум(III) гідроксид $Fe(OH)_3$ у дві стадії:

а) добути розчинну сіль феруму(III) $Fe_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2FeCl_3 + 3H_2O$;


б) до розчинної солі $FeCl_3$ додати луг $FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$.

12. Дано такі реактиви: ртуть Hg, цинк Zn, хлоридна кислота HCl, фосфор(V) оксид P_2O_5, магній оксид MgO, аргентум нітрат $AgNO_3$, барій карбонат $BaCO_3$, ферум(III) гідроксид $Fe(OH)_3$.

Складемо рівняння реакцій добування солей, використовуючи ці реак-


тиви: $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$; $P_2O_5 + 3MgO \rightarrow Mg_3(PO_4)_2$;

$MgO + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2O$; $Zn + 2AgNO_3 \rightarrow Zn(NO_3)_2 + 2Ag\downarrow$;

$HCl + AgNO_3 \rightarrow AgCl\downarrow + HNO_3$; $BaCO_3 + 2HCl \rightarrow BaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;

$3HCl + Fe(OH)_3 \rightarrow FeCl_3 + 3H_2O$.

13. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(Cl_2) = 5{,}6$ л н. у. $m(H_2O) = 200$ г	Запишемо рівняння реакції: $H_2 + Cl_2 \rightarrow 2HCl$. Виразимо 5,6 л Cl_2 через кількість речовини:
$w(HCl)$ — ?	$n(Cl_2) = \dfrac{V(Cl_2)}{V_m} = \dfrac{5{,}6\ л}{22{,}4\ л / моль} = 0{,}25$ моль.

За рівнянням реакції визначаємо, що $m(Cl_2) : n(HCl) = 1 : 2$. За цим співвідношенням обчислимо кількість речовини HCl: $\dfrac{n(Cl_2)}{1} = \dfrac{n(HCl)}{2}$; $n(HCl) = 2n(Cl_2) = 2 \cdot 0{,}25$ моль $= 0{,}5$ моль.

Обчислимо масу HCl за формулою $n(HCl) = M(HCl) \cdot n(HCl) =$ $= 36{,}5$ г/моль $\cdot\ 0{,}5$ моль $= 18{,}25$ г. Масову частку HCl у розчині обчислимо за формулою $w(HCl) = \dfrac{m(HCl)}{m(HCl) + m(H_2O)} = \dfrac{18{,}25\ г}{18{,}25\ г + 200\ г} = 0{,}0836$ або 8,36 %.

Відповідь: 8,36 %.

14. *Дано:*

m(розчину Na_2CO_3) = 200 г
$w(Na_2CO_3)$ = 5,3 %

V(газу) — ? н. у.

Розв'язання:

Запишемо рівняння реакції:
$Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2\uparrow + H_2O$.
1) Обчислимо масу Na_2CO_3 у розчині:
$m(Na_2CO_3) = m$(розчину Na_2CO_3) $\cdot$ $w(Na_2CO_3)$ = 200 г $\cdot$ 0,053 = 10,6 г.
Виразимо 10,6 г Na_2CO_3 через кількість речовини:

$$n(Na_2CO_3) = \frac{m(Na_2CO_3)}{M(Na_2CO_3)} = \frac{10,6\ г}{106\ г\ /\ моль} = 0,1\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Na_2CO_3) : n(CO_2)$ = 1 : 1. Отже, $n(CO_2) = n(Na_2CO_3)$ = 0,1 моль. Обчислимо об'єм CO_2 за формулою $V(CO_2) = V_m \cdot n(CO_2)$ = 22,4 л/моль $\cdot$ 0,1 моль = 2,24 л. *Відповідь*: 2,24 л.

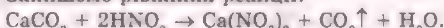
15. *Дано:*

$m(CaCO_3)$ = 0,5 кг = = 500 г

m(солі) — ?

Розв'язання:

Запишемо рівняння реакції:


$CaCO_3 + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.

Виразимо 500 г $CaCO_3$ через кількість речовини:

$$n(CaCO_3) = \frac{m(CaCO_3)}{M(CaCO_3)} = \frac{500\ г}{100\ г\ /\ моль} = 5\ моль.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(CaCO_3) : n(Ca(NO_3)_2)$ = 1 : 1. Отже, $n(Ca(NO_3)_2) = n(CaCO_3)$ = 5 моль. Масу $Ca(NO_3)_2$ обчислимо за формулою $m(Ca(NO_3)_2) = M(Ca(NO_3)_2) \cdot n(Ca(NO_3)_2)$ = 164 г/моль $\cdot$ 5 моль = 820 г.
Відповідь: 820 г.

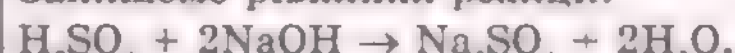
16. *Дано:*

m(розчину H_2SO_4) = 50 г
$w(H_2SO_4)$ = 7,35 %

m(солі) — ?

Розв'язання:

Запишемо рівняння реакції:


$H_2SO_4 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$.

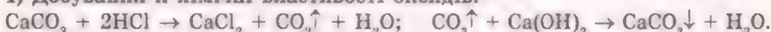
Обчислимо масу H_2SO_4 в розчині за формулою
$m(H_2SO_4) = m$(розчину H_2SO_4) $\cdot$ $w(H_2SO_4)$ = 50 г $\cdot$ 0,0735 = 3,675 г.
Виразимо 3,675 г H_2SO_4 через кількість речовини:

$$n(H_2SO_4) = \frac{m(H_2SO_4)}{M(H_2SO_4)} = \frac{3,675\ г}{98\ г\ /\ моль} = 0,0375\ моль.$$

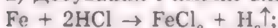
За рівнянням реакції визначаємо, що $n(H_2SO_4) : n(Na_2SO_4)$ = 1 : 1. Отже, $n(Na_2SO_4) = n(H_2SO_4)$ = 0,0375 моль. Масу Na_2SO_4 обчислимо за формулою $m(Na_2SO_4) = M(Na_2SO_4) \cdot n(Na_2SO_4)$ = 142 г/моль $\cdot$ 0,0375 моль = 5,325 г.
Відповідь: 5,325 г.

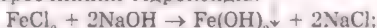
Практична робота № 1. Дослідження властивостей основних класів неорганічних сполук

1) Добування й хімічні властивості оксидів.


$CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$; $CO_2\uparrow + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCO_3\downarrow + H_2O$.
кальцій карбонат; виділяється газ CO_2; вапняна вода; білий

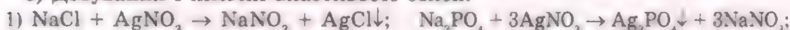
2) Добування і хімічні властивості нерозчинних гідроксидів:

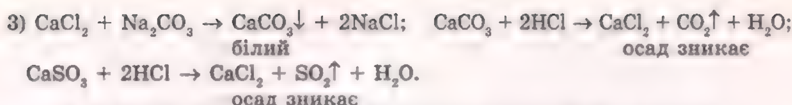

$Fe + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow$;
залізо


$FeCl_2 + 2NaOH \rightarrow Fe(OH)_2\downarrow + 2NaCl$;
білий, потім світло-зелений

$Fe(OH)_2\downarrow + H_2SO_4 \rightarrow FeSO_4 + 2H_2O$, осад зник.

3) Добування і хімічні властивості солей.


1) $NaCl + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgCl\downarrow$; $Na_3PO_4 + 3AgNO_3 \rightarrow Ag_3PO_4\downarrow + 3NaNO_3$;
білий сироподібний; жовтий


3) $CaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow \underset{\text{білий}}{CaCO_3\downarrow} + 2NaCl$; $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + \underset{\text{осад зникає}}{CO_2\uparrow} + H_2O$;

$CaSO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + SO_2\uparrow + H_2O$.
осад зникає

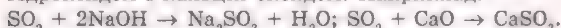
§ 42. Генетичний зв'язок між класами неорганічних сполук

1. Складемо формули таких речовин: кальцій оксид CaO, калій оксид K_2O, фосфор(III) оксид P_2O_3, барій оксид BaO, цинк оксид ZnO, сульфідна кислота H_2S, карбонатна кислота H_2CO_3, магній гідроксид $Mg(OH)_2$, ферум(II) гідроксид $Fe(OH)_2$, силікатна кислота H_2SiO_3, купрум(II) гідроксид $Cu(OH)_2$, літій гідроксид $LiOH$, калій гідроксид KOH, нікол(II) сульфат $NiSO_4$, алюміній гідроксид $Al(OH)_3$, натрій фосфат Na_3PO_4, хлоридна кислота HCl, ортофосфатна кислота H_3PO_4.
2. Оксиди — бінарні сполуки елементів з Оксигеном, у яких Оксиген виявляє ступінь окиснення −2. До оксидів належать CO_2 — карбон(IV) оксид, SO_3 — сульфур(VI) оксид.

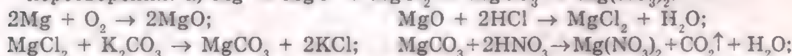
   Кислоти — складні речовини, які складаються з атомів Гідрогену і кислотних залишків. До кислот належать HCl — хлоридна кислота, H_2SO_4 — сульфатна кислота, HBr — бромидна кислота, H_3PO_4 — ортофосфатна кислота, H_2SiO_3 — силікатна кислота, H_2S – сульфідна кислота, HI — йодидна кислота.

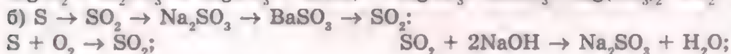
   Основи — складні сполуки, що містять металічні елементи та одну або кілька гідроксильних груп — OH. До основ належать $NaOH$ — натрій гідроксид, $Ca(OH)_2$ — кальцій гідроксид, $Cu(OH)_2$ — купрум(II) гідроксид, $Fe(OH)_2$ — ферум(II) гідроксид, $Mg(OH)_2$ — магній гідроксид, $Zn(OH)_2$ — цинк гідроксид.

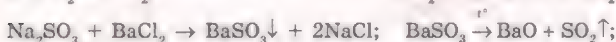
   Солі — складні сполуки, що містять металічні елементи й кислотні залишки. До солей належать K_2SO_4 — калій сульфат, $CaBr_2$ — кальцій бромід, $CuCO_3$ — купрум(II) карбонат, $AlPO_4$ — алюміній ортофосфат, $CuSO_4$ — купрум(II) сульфат, $Ba(NO_3)_2$ — барій нітрат, $FeCl_3$ — ферум(III) хлорид, Na_2S — натрій сульфід, $Al(NO_3)_3$ — алюміній нітрат, $Ba_3(PO_4)_2$ — барій ортофосфат.
3. Лакмус набуває червоного кольору в кислотному середовищі. Отже, у воді розчинили кислотний оксид. Кислотний оксид буде реагувати з натрій гідроксидом і кальцій оксидом. Наприклад:


$SO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_3 + H_2O$; $SO_2 + CaO \rightarrow CaSO_3$.

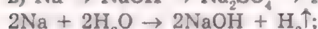
4. Проілюструємо генетичний зв'язок між класами неорганічних речовин на прикладі магнію і сірки. Магній при згорянні на повітрі утворює основний оксид MgO: $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$. MgO не приєднує воду й не утворює магній гідроксид $Mg(OH)_2$. При горінні сірки утворюється кислотний оксид SO_2, що реагує з водою з утворенням сульфітної кислоти H_2SO_3: $S \rightarrow SO_2 \rightarrow H_2SO_3$. Рівняння реакцій: $S + O_2 \rightarrow SO_2$; $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$. При взаємодії основного оксиду MgO й кислоти H_2SO_3 утворюється сіль: $MgO + H_2SO_3 \rightarrow MgSO_3 + H_2O$.
5. Складемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити такі перетворення: а) $Mg \rightarrow MgO \rightarrow MgCl_2 \rightarrow MgCO_3 \rightarrow Mg(NO_3)_2$:


$2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$; $MgO + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2O$;
$MgCl_2 + K_2CO_3 \rightarrow MgCO_3 + 2KCl$; $MgCO_3 + 2HNO_3 \rightarrow Mg(NO_3)_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;


б) $S \rightarrow SO_2 \rightarrow Na_2SO_3 \rightarrow BaSO_3 \rightarrow SO_2$:
$S + O_2 \rightarrow SO_2$; $SO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_3 + H_2O$;

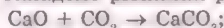
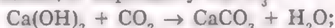

$Na_2SO_3 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_3\downarrow + 2NaCl$; $BaSO_3 \xrightarrow{t^\circ} BaO + SO_2\uparrow$;

в) $Na \rightarrow NaOH \rightarrow Na_2SO_4 \rightarrow NaCl \rightarrow NaNO_3$:

 $2Na + 2H_2O \rightarrow 2NaOH + H_2\uparrow$; $2NaOH + SO_3 \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$;

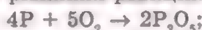
$Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$; $NaCl + AgNO_3 \rightarrow AgCl\downarrow + NaNO_3$.

6. Складемо рівняння реакцій добування кальцій карбонату $CaCO_3$:

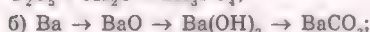
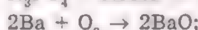
 $CaO + CO_2 \rightarrow CaCO_3$;  $Ca(OH)_2 + CO_2 \rightarrow CaCO_3 + H_2O$;

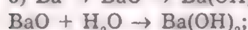
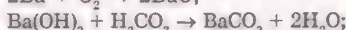
$Ca(OH)_2 + Na_2CO_3 \rightarrow CaCO_3 + 2NaOH$; $CaCl_2 + K_2CO_3 \rightarrow CaCO_3 + 2KCl$.

7. Розташуємо речовини в порядку, що характеризує генетичний зв'язок класів речовин, та складемо відповідні рівняння реакцій:

а) $P \rightarrow P_2O_5 \rightarrow H_3PO_4 \rightarrow K_3PO_4$;  $4P + 5O_2 \rightarrow 2P_2O_5$;

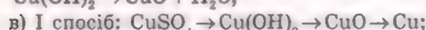
$P_2O_5 + 3H_2O \xrightarrow{t^\circ} 2H_3PO_4$; $H_3PO_4 + 3KOH \rightarrow K_3PO_4 + 3H_2O$;

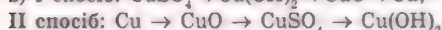
 б) $Ba \rightarrow BaO \rightarrow Ba(OH)_2 \rightarrow BaCO_3$;  $2Ba + O_2 \rightarrow 2BaO$;

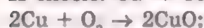
 $BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$;  $Ba(OH)_2 + H_2CO_3 \rightarrow BaCO_3 + 2H_2O$;

$CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2 + Na_2SO_4$;

$Cu(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} CuO + H_2O$; $CuO + H_2 \rightarrow Cu + H_2O$.

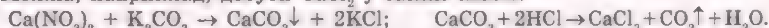
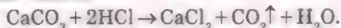
 в) I спосіб: $CuSO_4 \rightarrow Cu(OH)_2 \rightarrow CuO \rightarrow Cu$;

 II спосіб: $Cu \rightarrow CuO \rightarrow CuSO_4 \rightarrow Cu(OH)_2$

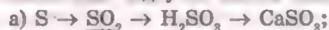
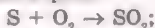
 $2Cu + O_2 \rightarrow 2CuO$; $CuO + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + H_2O$;

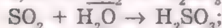
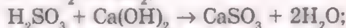
$CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2 + Na_2SO_4$;

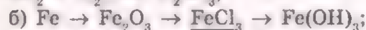
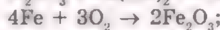
8. Можна, наприклад, добути $CaCl_2$ у такий спосіб:

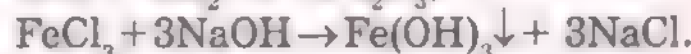
 $Ca(NO_3)_2 + K_2CO_3 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2KCl$;  $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.

9. Визначимо відсутні ланки ланцюгів перетворень:

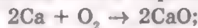
 а) $S \rightarrow \underline{SO_2} \rightarrow H_2SO_3 \rightarrow CaSO_3$;  $S + O_2 \rightarrow SO_2$;

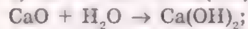
 $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$;  $H_2SO_3 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaSO_3 + 2H_2O$;

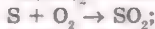
 б) $Fe \rightarrow Fe_2O_3 \rightarrow \underline{FeCl_3} \rightarrow Fe(OH)_3$;  $4Fe + 3O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3$;

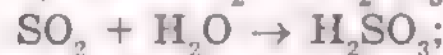
$Fe_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2FeCl_3 + 3H_2O$;  $FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$.

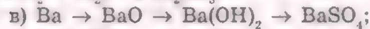
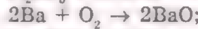
10. Складемо рівняння реакцій для здійснення таких перетворень:

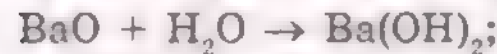
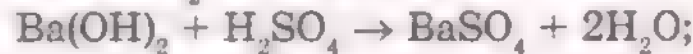
а) $Ca \rightarrow CaO \rightarrow Ca(OH)_2 \rightarrow CaCl_2$;  $2Ca + O_2 \rightarrow 2CaO$;

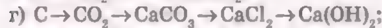
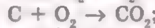
 $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$; $Ca(OH)_2 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + 2H_2O$;

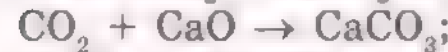
б) $S \rightarrow SO_2 \rightarrow H_2SO_3 \rightarrow Na_2SO_3$;  $S + O_2 \rightarrow SO_2$;

 $SO_2 + H_2O \rightarrow H_2SO_3$; $H_2SO_3 + 2NaOH \rightarrow Na_2SO_3 + 2H_2O$;

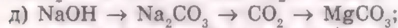
 в) $Ba \rightarrow BaO \rightarrow Ba(OH)_2 \rightarrow BaSO_4$;  $2Ba + O_2 \rightarrow 2BaO$;

 $BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$;  $Ba(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4 + 2H_2O$;

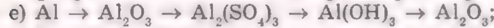
 г) $C \rightarrow CO_2 \rightarrow CaCO_3 \rightarrow CaCl_2 \rightarrow Ca(OH)_2$;  $C + O_2 \rightarrow CO_2$;

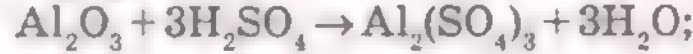
 $CO_2 + CaO \rightarrow CaCO_3$; $CaCO_3 + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;

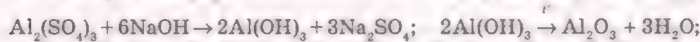
$CaCl_2 + 2NaOH \rightarrow Ca(OH)_2 + 2NaCl$;

 д) $NaOH \rightarrow Na_2CO_3 \rightarrow CO_2 \rightarrow MgCO_3$; $2NaOH + CO_2 \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$;

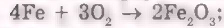
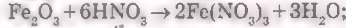
$Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2\uparrow + H_2O$; $CO_2 + MgO \rightarrow MgCO_3$;

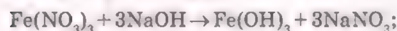
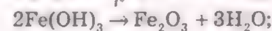
 е) $Al \rightarrow Al_2O_3 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 \rightarrow Al(OH)_3 \rightarrow Al_2O_3$;

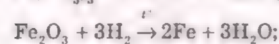
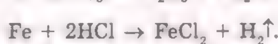
$4Al + 3O_2 \rightarrow 2Al_2O_3$;  $Al_2O_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 3H_2O$;

 $Al_2(SO_4)_3 + 6NaOH \rightarrow 2Al(OH)_3 + 3Na_2SO_4$; $2Al(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Al_2O_3 + 3H_2O$;

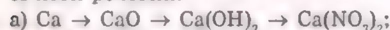
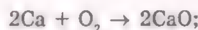
є) $Fe \rightarrow Fe_2O_3 \rightarrow Fe(NO_3)_3 \rightarrow Fe(OH)_3 \rightarrow Fe_2O_3 \rightarrow Fe \rightarrow FeCl_2$;

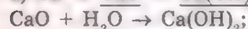
 $4Fe + 3O_2 \rightarrow 2Fe_2O_3$;  $Fe_2O_3 + 6HNO_3 \rightarrow 2Fe(NO_3)_3 + 3H_2O$;

 $Fe(NO_3)_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3 + 3NaNO_3$;  $2Fe(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3H_2O$;

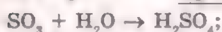
 $Fe_2O_3 + 3H_2 \xrightarrow{t^\circ} 2Fe + 3H_2O$;  $Fe + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2\uparrow$.

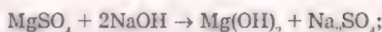
11. Визначимо відсутні ланки ланцюгів, що характеризують генетичний зв'язок речовин:

 а) $Ca \rightarrow \underline{CaO} \rightarrow \underline{Ca(OH)_2} \rightarrow Ca(NO_3)_2$;  $2Ca + O_2 \rightarrow 2CaO$;

 $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$; $Ca(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + 2H_2O$;

б) $SO_3 \xrightarrow{+H_2O} \underline{H_2SO_4} \xrightarrow{+Mg} \underline{MgSO_4} \xrightarrow{+NaOH} \underline{Mg(OH)_2}$;


$SO_3 + H_2O \rightarrow H_2SO_4$;

$H_2SO_4 + Mg \rightarrow MgSO_4 + H_2\uparrow$;

$MgSO_4 + 2NaOH \rightarrow Mg(OH)_2 + Na_2SO_4$;

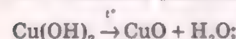
в) $Mg(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} \underline{MgO} \xrightarrow{+HCl} \underline{MgCl_2} \xrightarrow{+KOH} \underline{Mg(OH)_2} \xrightarrow{+H_2SO_4} \underline{MgSO_4}$;

$Mg(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} MgO + H_2O$;

$MgO + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2O$;

$MgCl_2 + 2KOH \rightarrow Mg(OH)_2 + 2KCl$; $Mg(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + 2H_2O$.

12. Розчином блакитного кольору може бути, наприклад, $CuSO_4$; блакитний осад — $Cu(OH)_2$; чорний порошок — CuO; метал червоного кольору — Cu. Рівняння реакцій: $CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2 + Na_2SO_4$;


$Cu(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} CuO + H_2O$;

$CuO + H_2 \xrightarrow{t^\circ} Cu + H_2O$.

13. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(S) = 480$ г
$m(Na_2SO_3) = 630$ г

порівняти $V(SO_2)$ (н. у.)

1) Запишемо рівняння реакції добування SO_2 із сірки: $S + O_2 \rightarrow SO_2$.
Виразимо 480 г сірки S через кількість речовини:

$$n(S) = \frac{480\text{ г}}{32\text{ г / моль}} = 15\text{ моль}.$$

За рівнянням реакції визначаємо, що $n(S) : n(SO_2) = 1 : 1$.
Отже, $n(SO_2) = n(S) = 15$ моль. Обчислимо об'єм SO_2 за формулою $V(SO_2) = V_m \cdot n(SO_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 15 моль = 336 л.
2) Запишемо рівняння реакції добування SO_2 із натрій сульфіту: $Na_2SO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + SO_2\uparrow + H_2O$. Виразимо 630 г Na_2SO_3 через кількість речовини: $n(Na_2SO_3) = \frac{m(Na_2SO_3)}{M(Na_2SO_3)} = \frac{630\text{ г}}{126\text{ г / моль}} = 5$ моль. За рівнянням реакції визначаємо, що $n(Na_2SO_3) : n(SO_2) = 1 : 1$. Отже, $n(SO_2) = 5$ моль, а його об'єм $V(SO_2) = V_m \cdot n(SO_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 5 моль = 112 л.
3) 336 л SO_2 > 112 л SO_2.
Відповідь: 336 л SO_2 та 112 л SO_2.

14. *Дано:* *Розв'язання:*

$m(Ca_3(PO_4)_2) = 15{,}5$ г

$m(P)$ — ?

Запишемо рівняння реакцій добування $Ca_3(PO_4)_2$ із фосфору:

1) $4P + 5O_2 \rightarrow 2P_2O_5$; 2) $3CaO + P_2O_5 \rightarrow Ca_3(PO_4)_2$.

Виразимо 15,5 г $Ca_3(PO_4)_2$ через кількість речовини:

$$n(Ca_3(PO_4)_2) = \frac{m(Ca_3(PO_4)_2)}{M(Ca_3(PO_4)_2)} = \frac{15{,}5\text{ г}}{310\text{ г / моль}} = 0{,}05\text{ моль}.$$

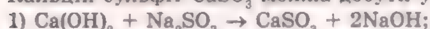
За рівнянням реакції 1) визначаємо, що $n(P) : n(P_2O_5) = 4 : 2 = 2 : 1$.
За рівнянням реакції 2) визначаємо, що $n(P_2O_5) : n(Ca_3(PO_4)_2 = 1 : 1$.
Отже, $n(P) : n(Ca_3(PO_4)_2) = 2 : 1$. З цього співвідношення знайдемо кількість речовини фосфору: $n(P) = 2n(Ca_3(PO_4)_2) = 2 \cdot 0{,}05$ моль = 0,1 моль.
Масу фосфору обчислимо за формулою:
$m(P) = M(P) \cdot n(P) = 31$ г/моль $\cdot$ 0,1 моль = 3,1 г. *Відповідь*: 3,1 г.

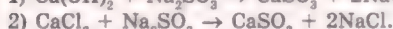
§ 43. Розв'язування експериментальних задач

Лабораторний дослід № 9. Розв'язування експериментальних задач

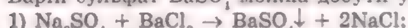
Дослід 1. Солі можна добути: а) основний оксид + кислота; б) основа + кислота; в) сіль + сіль.

Кальцій сульфіт $CaSO_3$ можна добути у такі способи:


1) $Ca(OH)_2 + Na_2SO_3 \rightarrow CaSO_3 + 2NaOH$;


2) $CaCl_2 + Na_2SO_3 \rightarrow CaSO_3 + 2NaCl$.

Барій сульфат $BaSO_4$ можна добути у такі способи:


1) $Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$;

2) $Na_2SO_4 + Ba(OH)_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaOH$.

Дослід 2. У кожну пробірку додамо 1–2 краплі метилового оранжевого. У пробірці з HNO_3 метиловий оранжевий набуває червоного забарвлення, у розчинах солей його забарвлення не змінюється.

У кожну з двох пробірок, що залишилися, додаємо хлоридну кислоту. Білий сироподібний осад випадає у пробірці з розчином $AgNO_3$.

1. а) Для доведення наявності розчинних у воді хлоридів використовують розчин $AgNO_3$. Наприклад, $NaCl + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgCl\downarrow$.
білий сироподібний

б) Для доведення наявності розчинних у воді сульфатів використовують розчини солей Барію: Наприклад, $Na_2SO_4 + Ba(NO_3)_2 \rightarrow 2NaOH + BaSO_4\downarrow$
білий

в) Для доведення наявності розчинних у воді бромідів теж використовують розчин $AgNO_3$. Наприклад, $NaBr + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgBr\downarrow$.
світло-жовтий

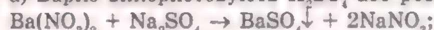
г) Для доведення наявності розчинних у воді йодидів використовують розчин $AgNO_3$. Наприклад, $NaI + AgNO_3 \rightarrow NaNO_3 + AgI\downarrow$ (жовтий).

д) Для доведення наявності розчинних у воді ортофосфатів використовують розчин $AgNO_3$. Наприклад, $Na_3PO_4 + 3AgNO_3 \rightarrow 3NaNO_3 + Ag_3PO_4\downarrow$
жовтий

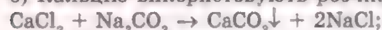
є) Для доведення наявності розчинних у воді сульфідів і карбонатів використовують сильні кислоти. Наприклад, $Na_2S + 2HCl \rightarrow 2NaCl + H_2S\uparrow$ (запах тухлих яєць); $Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + H_2O + CO_2\uparrow$ (без запаху).

2. Для доведення наявності розчинних у воді солей:

а) Барію використовують H_2SO_4 або розчинні у воді сульфати:


$Ba(NO_3)_2 + Na_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaNO_3$;
білий

б) Кальцію використовують розчинні у воді карбонати:


$CaCl_2 + Na_2CO_3 \rightarrow CaCO_3\downarrow + 2NaCl$;
білий

в) Алюмінію використовують розчини лугів:

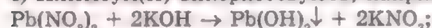
$AlCl_3 + 3NaOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3NaCl$;
білий драглистий

г) Мангану(II) використовують розчини лугів:

$MnCl_2 + 2NaOH \rightarrow Mn(OH)_2\downarrow + 2NaCl$;
рожевий

д) Аргентуму використовують HCl або розчинні хлориди, броміди, йодиди: $AgNO_3 + HCl \rightarrow AgCl\downarrow + HNO_3$;
білий сироподібний

е) Плюмбум(II) використовують, наприклад, розчин лугу:

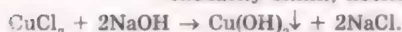

$Pb(NO_3)_2 + 2KOH \rightarrow Pb(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$;
білий

є) Феруму(III), Феруму(II), Купруму(II) використовують розчини лугів:

$FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$;
бурий

$FeCl_2 + 2NaOH \rightarrow Fe(OH)_2\downarrow + 2NaCl;$

спочатку білий, потім зеленкуватий


$CuCl_2 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2\downarrow + 2NaCl.$

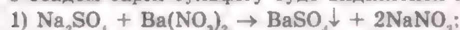
блакитний

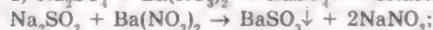
3. а) Щоб довести, що у складі сульфатної кислоти H_2SO_4 містяться йони Гідрогену, треба до кислоти додати або індикатори (лакмус, метиловий оранжевий) або активний метал: $H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2\uparrow$.
Довести наявність сульфат-іонів можна додаванням до сульфатної кислоти розчинів солей Барію. При цьому має утворитися білий осад $BaSO_4$; $H_2SO_4 + Ba(NO_3)_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2HNO_3$.
б) Ферум(II) хлорид $FeCl_2$ складається з йонів Fe^{2+} і хлорид-йонів. Довести наявність йонів Fe^{2+} можна додаванням до ферум(II) хлориду розчину лугу. При цьому має утворитися білий осад $Fe(OH)_2$, який з часом набуває світло-зеленого забарвлення: $FeCl_2 + 2NaOH \rightarrow Fe(OH)_2\downarrow + 2NaCl$.
Довести наявність хлорид-іонів можна додаванням до розчину $FeCl_2$ розчину $AgNO_3$. При цьому має утворитися білий осад:

$FeCl_2 + 2AgNO_3 \rightarrow Fe(NO_3)_2 + 2AgCl\downarrow.$

в) Барій сульфід BaS складається з йонів Барію та сульфід-іонів. Довести наявність йонів Барію можна додаванням до розчину BaS сульфатної кислоти H_2SO_4 або сульфатів. При цьому має утворитися білий осад $BaSO_4$. Довести наявність сульфід-іонів можна теж додаванням сульфатної кислоти. При цьому має виділитися газ із запахом тухлих яєць — H_2S. $BaS + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4\downarrow + H_2S\uparrow$.
г) Магній сульфат $MgSO_4$ складається з йонів Магнію та сульфат-іонів. Довести наявність йонів Магнію можна додаванням до розчину $MgSO_4$ розчину лугу або розчину карбонату. В обох випадках має утворитися білий осад: $MgSO_4 + Na_2CO_3 \rightarrow MgCO_3\downarrow + Na_2SO_4$.
Довести наявність сульфат-іонів можна додаванням до розчину $MgSO_4$ розчину солі Барію ($BaCl_2$, $Ba(NO_3)_2$). При цьому має утворитися білий осад: $MgSO_4 + Ba(NO_3)_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + Mg(NO_3)_2$.

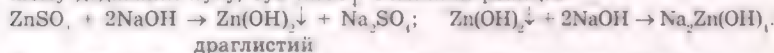
4. Ці два осади можна відрізнити дією нітратної кислоти. У пробірці з осадом барій сульфіту буде виділятися газ. Рівняння реакцій:


1) $Na_2SO_4 + Ba(NO_3)_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaNO_3;$


$Na_2SO_3 + Ba(NO_3)_2 \rightarrow BaSO_3\downarrow + 2NaNO_3;$

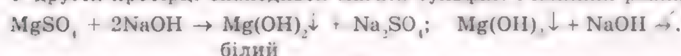
2) $BaSO_4 + HNO_3 \not\rightarrow;$ $BaSO_3 + 2HNO_3 \rightarrow Ba(NO_3)_2 + SO_2\uparrow + H_2O$

5. У пробірці, де утворився драглистий осад, що розчинився при подальшому додаванні лугу, був $ZnSO_4$. Рівняння реакцій:


$ZnSO_4 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + Na_2SO_4;$ $Zn(OH)_2\downarrow + 2NaOH \rightarrow Na_2Zn(OH)_4.$

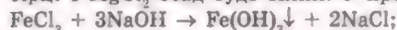
драглистий

У другій пробірці знаходився магній сульфат. Рівняння реакцій:


$MgSO_4 + 2NaOH \rightarrow Mg(OH)_2\downarrow + Na_2SO_4;$ $Mg(OH)_2\downarrow + NaOH \not\rightarrow.$

білий

6. Розчини хлоридів Феруму(III), Магнію і Барію можна розрізнити додаванням розчину лугу. У пробірці з $FeCl_3$ має випасти бурий осад. У пробірці з $MgCl_2$ осад буде білий. У пробірці з $BaCl_2$ осаду не буде.


$FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 2NaCl;$

бурий

$MgCl_2 + 2NaOH \rightarrow Mg(OH)_2\downarrow + 2NaCl;$ $BaCl_2 + NaOH \not\rightarrow.$

білий

7. Розчини нітратів Калію, Кальцію, Алюмінію і Феруму(II) можна розрізнити додаванням розчину лугу KOH. Рівняння реакцій:

$KNO_3 + KOH \not\rightarrow$ зміни не відбуваються;

$Ca(NO_3)_2 + 2KOH \rightarrow Ca(OH)_2 + 2KNO_3$;

каламуть

$Al(NO_3)_3 + 3KOH \rightarrow Al(OH)_3\downarrow + 3KNO_3$;

драглистий

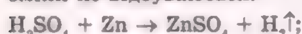
$Fe(NO_3)_2 + 2KOH \rightarrow Fe(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$.

білий, потім сіро-зелений

Практична робота № 2. Розв'язування експериментальних задач

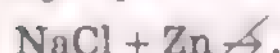
Завдання 1. У кожну пробірку додамо 1–2 краплі метилового оранжевого. У пробірці з розчином KOH метиловий оранжевий набуває жовтого забарвлення. У пробірці з сульфатною кислотою H_2SO_4 метиловий оранжевий стає червоним. У пробірці з розчином NaCl метиловий оранжевий не змінює свого кольору.

Завдання 2. 1) У кожну пробірку опустимо гранулу цинку. В одній пробірці виділяється газ. Тут міститься H_2SO_4. У двох інших пробірках зміни не відбуваються.



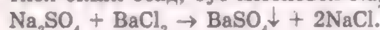
$H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2\uparrow$;

$Na_2SO_4 + Zn \not\rightarrow$;



$NaCl + Zn \not\rightarrow$.

2) У кожну з двох пробірок, які залишилися без змін, наливаємо по 3–5 мл розчину $BaCl_2$ або $Ba(NO_3)_2$. В одній з пробірок має утворитися білий осад; тут міститься Na_2SO_4:



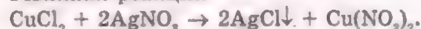
$Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$.

білий

Отже, у третій пробірці був розчин NaCl.

Завдання 3. У пробірку з розчином $CuCl_2$ додаємо розчин $AgNO_3$. Осад, що утворився відфільтруємо, фільтрат — це розчин $Cu(NO_3)_2$.

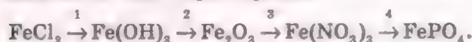
Рівняння реакцій:



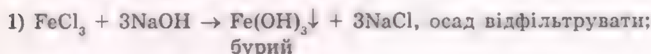
$CuCl_2 + 2AgNO_3 \rightarrow 2AgCl\downarrow + Cu(NO_3)_2$.

білий сироподібний

Завдання 4. Запишемо рівняння реакцій, за допомогою яких можна здійснити таке перетворення:



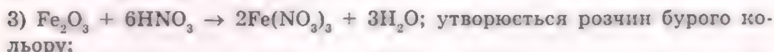
$FeCl_3 \xrightarrow{1} Fe(OH)_3 \xrightarrow{2} Fe_2O_3 \xrightarrow{3} Fe(NO_3)_3 \xrightarrow{4} FePO_4$.



1) $FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow + 3NaCl$, осад відфільтрувати;

бурий

2) $2Fe(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3H_2O$;



3) $Fe_2O_3 + 6HNO_3 \rightarrow 2Fe(NO_3)_3 + 3H_2O$; утворюється розчин бурого кольору;

4) $Fe(NO_3)_3 + Na_3PO_4 \rightarrow FePO_4\downarrow + 3NaNO_3$.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ ДО ПІДРУЧНИКА

ХІМІЯ

Ярошенко О. Г.

ПОВТОРЕННЯ НАЙВАЖЛИВІШИХ ПОНЯТЬ КУРСУ ХІМІЇ 7 КЛАСУ

§ 1. Хімічний елемент, речовина. Хімічна формула

1. Напишемо формули речовин за їх вимовою: а) Na_2SiO_3; б) $FeBr_3$; в) $FeCl_3$; г) KOH.

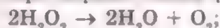
2. Прості речовини — це речовини, утворені атомами одного хімічного елемента. Складні речовини — це речовини, утворені атомами двох і більше хімічних елементів.
   У наведеному переліку до простих речовин належать N_2, H_2, S, Ca, Mg; до складних — KNO_3, Mg_3N_2, C_2H_6O, CuO, KOH, C_5H_{12}.

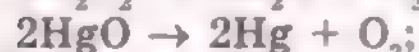
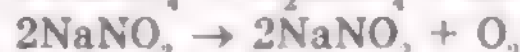
3. Обчислимо відносні молекулярні маси речовин:
   $M_r(HClO) = A_r(H) + A_r(Cl) + A_r(O) = 1 + 35,5 + 16 = 52,5$;
   $M_r(HClO_4) = A_r(H) + A_r(Cl) + 4A_r(O) = 1 + 35,5 + 4 \cdot 16 = 100,5$;
   $M_r(HCl) = A_r(H) + A_r(Cl) = 1 + 35,5 = 36,5$;
   $M_r(HClO_3) = A_r(H) + A_r(Cl) + 3A_r(O) = 1 + 35,5 + 3 \cdot 16 = 84,5$.
   Розташуємо формули речовин за збільшенням відносних молекулярних мас: HCl, HClO, $HClO_3$, $HClO_4$.

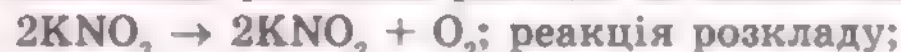
4. Визначимо валентність Нітрогену у формулах сполук: $\overset{II}{N}\overset{II}{O}$, $\overset{IV}{N}\overset{II}{O_2}$, $\overset{III}{N}\overset{I}{H_3}$, $\overset{I}{N_2}\overset{II}{O}$. *Відповідь*: 1 — Б, 2 — Г, 3 — В, 4 — А.

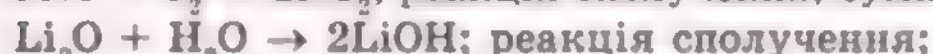
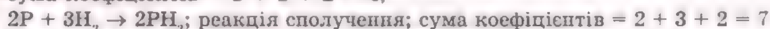
5. 1) Складемо формули речовин за валентністю атомів елементів: $\overset{II}{Ca}\overset{I}{Br_2}$, $\overset{I}{Cu_2}\overset{II}{O}$, $\overset{IV}{C}\overset{II}{S_2}$.
   2) Обчислимо масові частки елементів у кожній речовині:
   а) $CaBr_2$; $M_r(CaBr_2) = A_r(Ca) + 2A_r(Br) = 40 + 2 \cdot 80 = 200$;
   $w(Ca) = \dfrac{A_r(Ca)}{M_r(CaBr_2)} = \dfrac{40}{200} = 0,2$ або 20 %; $w(Br) = \dfrac{2A_r(Br)}{M_r(CaBr_2)} = \dfrac{2 \cdot 80}{200} = 0,8$ або 80 %;
   б) $M_r(Cu_2O) = 2A_r(Cu) + A_r(O) = 2 \cdot 64 + 16 = 144$;
   $w(Cu) = \dfrac{2A_r(Cu)}{M_r(Cu_2O)} = \dfrac{2 \cdot 64}{144} = 0,89$ або 89%; $w(O) = \dfrac{A_r(O)}{M_r(Cu_2O)} = \dfrac{16}{144} = 0,11$ або 11 %;
   в) CS_2; $M_r(CS_2) = A_r(C) + 2A_r(S) = 12 + 2 \cdot 32 = 76$;
   $w(C) = \dfrac{A_r(C)}{M_r(CS_2)} = \dfrac{12}{76} = 0,16$ або 16 %; $w(S) = \dfrac{2A_r(S)}{M_r(CS_2)} = \dfrac{2 \cdot 32}{76} = 0,84$ або 84 %.

§ 2. Фізичні та хімічні явища. Рівняння хімічних реакцій

7. Перетворимо схеми реакцій на рівняння: $2KClO_3 \rightarrow 2KCl + 3O_2$;
   
   $2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$;

   $2KMnO_4 \rightarrow K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2$;
   
   $2HgO \rightarrow 2Hg + O_2$;
   
   $2NaNO_3 \rightarrow 2NaNO_2 + O_2$

8. Напишемо рівняння реакцій за наведеними схемами:
   
   $2KNO_3 \rightarrow 2KNO_2 + O_2$; реакція розкладу;
   сума коефіцієнтів = 2 + 2 + 1 = 5;

   $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$; реакція сполучення; сума коефіцієнтів = 2 + 1 + 2 = 5;
   
   $Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$; реакція сполучення;
   сума коефіцієнтів = 1 + 1 + 2 = 4;
   
   $2P + 3H_2 \rightarrow 2PH_3$; реакція сполучення; сума коефіцієнтів = 2 + 3 + 2 = 7

9. В обидві посудини можна додати лакмус. У посудині, де міститься розчин лимонного соку, лакмус стає червоним, а у посудині з розчином натрій гідроксиду — синім.

§ 3. Поняття про розчини. Масова частка розчиненої речовини в розчині

10. *Дано:*

m(кухонної солі) = 10 г
$m(H_2O)$ = 390 г

w(кухонної солі) — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо масу розчину, що утворився:
m(розчину) = m(кухонної солі) + $m(H_2O)$ = 10 г + 390 г = = 400 г.
2) Обчислимо масову частку кухонної солі у розчині:

$$w(\text{кухонної солі}) = \frac{m(\text{кухонної солі})}{m(\text{розчину})} = \frac{10\ \text{г}}{400\ \text{г}} = 0,025$$

або 2,5 %.
Відповідь: 2,5 %.

11. *Дано:*

$V(H_2O)$ = 270 мл
w(солі) = 10 %

m(солі) — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо масу води за формулою
$m(H_2O) = V(H_2O) \cdot \rho(H_2O)$ = 270 мл · 1 г/мл = 270 г.
2) Обчислимо масу солі з формули

$$w(\text{солі}) = \frac{m(\text{солі})}{m(\text{розчину})} = \frac{m(\text{солі})}{m(\text{солі}) + m(H_2O)}; \quad 0,1 = \frac{m(\text{солі})}{m(\text{солі}) + 270};$$

0,1m(солі) + 27 = m(солі); 0,9m(солі) = 27; m(солі) = 30 (г).
Відповідь: 30 г.

12. *Дано:*

m_1(розчину) = 300 г
w_1(солі) = 12 %
$m(H_2O)$ = 100 г

w_2(солі) — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо масу солі у початковому розчині:
m(солі) = m(розчину) · w_1(солі) = 200 г · 0,12 = 36 г.
2) Обчислимо масу розчину після випарювання води:
m_2(розчину) = m_1(розчину) − $m(H_2O)$ = = 300 г − 100 г = 200 г.
3) Обчислимо масову частку солі в утвореному розчині:

$$w_2(\text{солі}) = \frac{m(\text{солі})}{m_2(\text{розчину})} = \frac{36\ \text{г}}{200\ \text{г}} = 0,18 \text{ або } 18\ \%.$$

Відповідь: 18 %

13. *Дано:*

m_1(розчину) = 200 г
w_1(цукру) = 15 %
$V(H_2O)$ = 100 мл

w_2(цукру) — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо масу цукру у вихідному розчині:
m_1(цукру) = m_1(розчину) · w_1(цукру) = = 200 г · 0,15 = 30 г.
2) Обчислимо масу розчину, що утворився після додавання води:
m_2(розчину) = m_1(розчину) + $m(H_2O)$ = 200 г + 100 мл · 1 г/мл = 300 г.
3) Обчислимо масову частку цукру в утвореному розчині:

$$w_2(\text{цукру}) = \frac{m(\text{цукру})}{m_2(\text{розчину})} = \frac{30\ \text{г}}{300\ \text{г}} = 0,1 \text{ або } 10\ \%.$$

Відповідь: 10 %.

14. *Дано:*

m_1(розчину) = 450 г
w_1(солі) = 24 %
m(солі) = 50 г

w_2(солі) — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо масу солі у вихідному розчині:
m_1(солі) = m_1(розчину) · w_1(солі) = 450 г · 0,24 = 108 г.
2) Обчислимо масу солі в утвореному розчині:

$$w_2(\text{солі}) = \frac{m_1(\text{солі}) + m(\text{солі})}{m_1(\text{розчину}) + m(\text{солі})} = \frac{108\ \text{г} + 30\ \text{г}}{450\ \text{г} + 50\ \text{г}} = 0,316$$

або 31,6 %. *Відповідь*: 31,6 %.

15. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
m(соди) = 10 % m(розчину) = 80 г	1) Обчислимо масу соди, яку треба узяти для виготовлення розчину: m(соди) = m(розчину) · w(соди) = 80 г · 0,1 = 8 г.
m(соди) — ? $V(H_2O)$ — ?	2) Обчислимо масу та об'єм води, необхідний для виготовлення розчину: $m(H_2O)$ = m(розчину) − m(соди) = = 80 г − 8 г = 72 г; $V(H_2O) = m(H_2O) : \rho(H_2O)$ = 72 г : 1 г/мл = 72 мл. *Відповідь*: 8 г соди та 72 мл води.

16. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
V(розчину) = 10 мл $w(I_2)$ = 5 % ρ(розчину) = 1 г/мл	1) Обчислимо масу розчину йоду: m(розчину) = = V(розчину) · ρ(розчину) = 10 мл · 1 г/мл = 10 г. 2) Обчислимо масу йоду у флаконі:
$m(I_2)$ — ?	$m(I_2)$ = m(розчину) · $w(I_2)$ = 10 ш · 0,05 = 0,5 г або 500 мг. *Відповідь*: 500 мг.

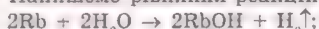
ПЕРІОДИЧНИЙ ЗАКОН І ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ХІМІЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ. БУДОВА АТОМА

§ 4. Короткі історичні відомості про спроби класифікації хімічних елементів

17. Випишемо у хронологічному порядку інформацію про кількість відомих у різні роки XVIII–XIX століть хімічних елементів: — у 1750 році було відомо 15 хімічних елементів; — у 1800 році було відомо 35 хімічних елементів; — з 1801 по 1850 рр. було відкрито ще 24 елементи і стало відомо 59 хімічних елементів; — у 1869 р. кількість відомих хімічних елементів досягла 63-х.

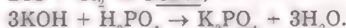
§ 5. Поняття про родину лужних хімічних елементів

19. Напишемо рівняння реакцій за наведеними схемами:


$2Rb + 2H_2O \rightarrow \underline{2RbOH} + H_2\uparrow$;

$2Cs + Cl_2 \rightarrow \underline{2CsCl}$;

$Li_2O + H_2O \rightarrow \underline{2LiOH}$;


$3KOH + H_3PO_4 \rightarrow \underline{K_3PO_4} + 3H_2O$.

20. Запишемо назви хімічних елементів: K — Калій, Rb — Рубідій, Li — Літій, Na — Натрій. *Відповідь*: 1 — В, 2 — Д, 3 — Б, 4 — А.

21. Обчислимо масову частку Калію у кожній сполуці:

а) K_2O_2; $M_r(K_2O_2) = 2A_r(K) + 2A_r(O) = 2 \cdot 39 + 2 \cdot 16 = 110$;

$$w(K) = \frac{2A_r(K)}{M_r(K_2O_2)} = \frac{2 \cdot 39}{110} = 0,71 \text{ або } 71\ \%;$$

б) KOH; $M_r(KOH) = A_r(K) + A_r(O) + A_r(H) = 39 + 16 + 1 = 56$;

$$w(K) = \frac{A_r(K)}{M_r(KOH)} = \frac{39}{56} = 0,70 \text{ або } 70\ \%;$$

в) $KClO_3$; $M_r(KClO_3) = A_r(K) + A_r(Cl) + 3A_r(O) = 39 + 35,5 + 3 \cdot 16 = 122,5$;

$$w(K) = \frac{A_r(K)}{M_r(KClO_3)} = \frac{39}{122,5} = 0,32 \text{ або } 32\ \%;$$

г) K_2CO_3; $M_r(K_2CO_3) = 2A_r(K) + A_r(C) + 3A_r(O) = 2 \cdot 39 + 12 + 3 \cdot 16 = 138$;

$$w(K) = \frac{2A_r(K)}{M_r(K_2CO_3)} = \frac{2 \cdot 39}{138} = 0,57 \text{ або } 57\ \%.$$

22. Запишемо відносні атомні маси лужних елементів:
A_r(Na) = 23, A_r(K) = 39, A_r(Li) = 7, A_r(Rb) = 85. Розташуємо лужні елементи у порядку збільшення відносної атомної маси: Li, Na, K, Rb.

§ 6. Поняття про галогени та інертні елементи

23. Випишемо формули складних речовин та позначимо над символами елементів валентність атомів: $\overset{I}{Na}\overset{I}{Cl}$, $\overset{I}{H}\overset{I}{F}$, $\overset{I}{H}\overset{I}{Br}$, $\overset{III}{Fe}\overset{I}{Cl_3}$, $\overset{III}{Al}\overset{I}{I_3}$.

24. У наведеному переліку речовин, натрій і калій є лужними металами, фтор і бром — галогени, гелій, аргон, неон — інертні гази. Отже, у переліку речовин переважають інертні гази. *Відповідь*: Б.

25. Обчислимо відносні молекулярні маси речовин: — алюміній хлорид $AlCl_3$; $M_r(AlCl_3) = A_r(Al) + 3A_r(Cl) = 27 + 3 \cdot 35,5 = 133,5$;
— аргон Ar; $M_r(Ar) = 40$;
— калій оксид K_2O; $M_r(K_2O) = 2A_r(K) + A_r(O) = 2 \cdot 39 + 16 = 94$;
— бром Br_2; $M_r(Br_2) = 2A_r(Br) = 2 \cdot 80 = 160$.
Відповідь: 1 — В, 2 — Г, 3 — Д, 4 — Б.

§ 8. Структура періодичної системи хімічних елементів

26. Заповнимо таблицю:

Номер періоду	1	2	3	4	5	6	7
Кількість елементів	2	8	8	18	18	32	24

27. У періодах із збільшенням порядкових номерів елементів їх металічні властивості зменшуються, а неметалічні — збільшуються.
У головних підгрупах (групах А) із збільшенням порядкових номерів металічні властивості елементів збільшуються, неметалічні — зменшуються.

28. Обчислимо за правилом Менделєєва відносну атомну масу:
а) елемента № 12 — Магній Mg

$$A_r(Mg) = \frac{A_r(Na) + A_r(Al) + A_r(Be) + A_r(Ca)}{4} = \frac{23 + 27 + 9 + 40}{4} = 24,75.$$

Це значення A_r(Mg) трохи більше за значення A_r(Mg) у таблиці: 24,75 > 24,30;
б) елемента № 23 — Ванадій V

$$A_r(V) = \frac{A_r(Ti) + A_r(Cr) + A_r(P) + A_r(As)}{4} = \frac{48 + 52 + 31 + 75}{4} = 51,5.$$

Це значення A_r(V) теж трохи більше за значення A_r(V) у таблиці: 51,5 > 50,94.

§ 9. Будова атома. Склад атомних ядер. Протонне і нуклонне числа

29. Заряд ядра атома і кількість електронів у атомі збігаються з порядковим номером елемента. Отже, елемент № 28 (Нікол, Ni) має заряд ядра атома +28 і 28 електронів; елемент № 36 (Криптон, Kr) має заряд ядра атома +36 і 36 електронів; елемент № 57 (Лантан, La) має заряд ядра атома +57 і 57 електронів; елемент № 84 (Полоній, Po) має заряд ядра атома +84 і 84 електрони.

30. Визначимо хімічні елементи за наведеними відомостями про них:
а) елемент міститься в 4-му періоді, IV групі, головній підгрупі — це Германій Ge; формула вищого оксиду GeO_2;
б) елемент міститься в 4-му періоді, I групі, побічній підгрупі — це Купрум Cu;

в) елемент міститься в 3-му періоді, формула його леткої водневої сполуки відповідає загальній формулі H_2R. Леткі сполуки з Гідрогеном складу H_2R утворюють елементи VI групи, головної підгрупи. Отже, це Сульфур S; формула вищого оксиду SO_3;
г) атом елемента має на 7 електронів більше, ніж атом Карбону. Отже, у атомі елемента міститься 6 + 7 = 13 електронів, а це означає, що порядковий номер елемента дорівнює 13. Цей хімічний елемент Алюміній Al; формула вищого оксиду Al_2O_3;
д) елемент 3-го періоду має валентність IV у вищому оксиді та леткій сполуці з Гідрогеном. Значення валентності IV у вищому оксиді вказує на розміщення елемента у IV групі. А значення валентності IV у леткій сполуці з Гідрогеном говорить про те, що це елемент головної підгрупи. Отже, у 3-му періоді, у IV групі, головній підгрупі знаходиться Силіцій Si.

§ 10. Нуклід. Ізотопи. Сучасне формулювання періодичного закону

2. Число протонів у атомі збігається з числом електронів і дорівнює порядковому номеру елемента. Число протонів позначають буквою Z і називають протонним числом. Число нейтронів у ядрі певного нукліда (атома) називають нейтронним числом і позначають буквою N. Щоб знайти число нейтронів, треба скористатися формулою $N = A - Z$, де A — нуклонне число, значення якого збігається із значенням відносної атомної маси. Отже, нуклід Калію ^{39}K має 19 протонів, 19 електронів і 20 нейтронів; нуклід Калію ^{40}K має 19 протонів, 19 електронів і 21 нейтрон; нуклід Калію ^{41}K має 19 протонів, 19 електронів і 22 нейтрони.

4. *Дано:* | *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$w(^{24}Mg) = 78,6$ % $w(^{25}Mg) = 10,11$ % $w(^{26}Mg) = 11,29$ %	Щоб знайти середнє значення відносної атомної маси Магнію, треба масову частку атомів кожного ізотопу помножити на його нуклонне число та знайти суму трьох добутків:
$\overline{A_r}(Mg)$ — ?	$\overline{A_r}(Mg) = 24 \cdot 0,786 + 25 \cdot 0,1011 + 26 \cdot 0,1129 =$ $= 18,864 + 2,5275 + 2,9354 = 24,3269 \approx 24,33.$

5. Ізотопи — це нукліди одного хімічного елемента. Тому твердження 1 і 2 є правильними.

33. Кількість нейтронів у кожному нукліді Оксигену обчислимо за формулою $N = A - Z$, де N — число нейтронів; A — нуклонне число (збігається із значенням відносної атомної маси); Z — протонне число (збігається із значенням порядкового номеру елемента).

Отже, нуклід Оксигену $^{16}_{8}O$ має 16 – 8 = 8 нейтронів; нуклід Оксигену $^{17}_{8}O$ має 17 – 8 = 9 нейтронів; нуклід Оксигену $^{18}_{8}O$ має 18 – 8 = = 10 нейтронів.

§ 11. Стан електронів в атомі. Електронні орбіталі. Електронні рівні

36. Кількість енергетичних рівнів в електронній оболонці атома дорівнює номеру періоду, в якому розміщений елемент. Літій є елементом 2-го періоду, в електронній оболонці його атома 2 енергетичних рівня. Калій міститься в 4-му періоді, в електронній оболонці його атома 4 енергетичних рівні. Гелій міститься в 1-му періоді, електронна оболонка його атома складається з 1 енергетичного рівня. А в електронній оболонці атома Магнію 3 енергетичних рівня, тому що Магній — елемент 3-го

періоду. Отже, у порядку збільшення кількості енергетичних рівнів в електронній оболонці атома ці елементи мають бути розташовані так: Гелій, Літій, Магній, Калій.

37. Кількість енергетичних рівні в електронній оболонці атома дорівнює номеру періоду, в якому розміщений елемент. Отже, в електронній оболонці атома Феруму 4 енергетичних рівня, в електронній оболонці атома Алюмінію 3 енергетичних рівня, в електронній оболонці атома Карбону 2 енергетичних рівня, а в електронній оболонці атома Гідрогену 1 енергетичний рівень. *Відповідь:* 1 — Г, 2 — В, 3 — Б, 4 — А.

§ 12. Поняття про енергетичні підрівні. Радіус атома

1. Кількість енергетичних рівнів в електронній оболонці атома дорівнює номеру періоду, в якому розміщений елемент. На сьогоднішній день існує сім періодів, отже, максимальна кількість енергетичних рівнів дорівнює 7.
2. Назвемо енергетичні підрівні з такою максимальною кількістю електронів на них: а) $2\bar{e}$ — *s*-підрівень; б) $14\bar{e}$ — *f*-підрівень; в) $6\bar{e}$ — *p*-підрівень; г) $10\bar{e}$ — *d*-підрівень.
4. На *s*-підрівні може бути 1 електрон або максимально — 2 електрони. 6 електронів на *s*-підрівні бути не можуть.
5. Третій енергетичний рівень має три підрівні: *s*-, *p*-, *d*-підрівні.
6. У твердженні 1 помилкою є слово « групи», треба «періоду». У твердженні 2 треба виправити «...відносній атомній масі» на «порядковому номеру».
7. У твердженнях 1,2 помилок немає.

§ 13. Послідовність заповнення електронами енергетичних рівнів та підрівнів. Електронна формула атома

1. Існує певний порядок заповнення електронами енергетичних рівнів і підрівнів. Спочатку електронами заповнюється перший енергетичний рівень, потім другий, і тільки після остаточного заповнення другого енергетичного рівня розпочинається заповнення третього рівня.
   У межах одного енергетичного рівня першим заповнюється *s*-підрівень, і тільки після його заповнення розпочинається заповнення другого підрівня — *p*-підрівня.
2. Спільним у будові електронних оболонок:
   а) Берилію й Магнію є наявність двох *s*-електронів на останньому енергетичному рівні: $_4$Be $1s^22s^2$; $_{12}$Mg $1s^22s^22p^63s^2$;
   б) Алюмінію й Сульфуру є наявність трьох енергетичних рівнів в електронній оболонці атомів, заповнення електронами *p*-підрівня 3-го енергетичного рівня: $_{13}$Al $1s^22s^22p^63s^23p^1$; $_{16}$S $1s^22s^22p^63s^23p^4$;
   в) Неону й Аргону є завершеність останнього енергетичного рівня, наявність на ньому 8 електронів: $_{10}$Ne $1s^22s^22p^6$; $_{18}$Ar $1s^22s^22p^63s^23p^6$.
3. За постійного збільшення зарядів ядер атомів властивості елементів та утворених ними сполук періодично повторюються тому, що періодично повторюється будова останнього енергетичного рівня атомів.
4. Щоб визначити хімічний елемент за електронною формулою атома, треба знайти суму всіх електронів у запису електронної формули. Вона буде дорівнювати порядковому номеру елемента.
   Визначимо хімічні елементи, атомам яких належать такі електронні формули:
   а) $1s^22s^22p^63s^23p^63d^64s^1$; 2 + 2 + 6 + 2 + 6 + 6 + 1 = 25; це Манган Mn;
   б) $1s^22s^22p^63s^23p^6$; 2 + 2 + 6 + 2 + 6 = 18, це Аргон Ar;
   в) $1s^22s^22p^63s^1$; 2 + 2 + 6 + 1 = 11, це Натрій Na.

39. У запису електронної формули атома помилкою є «$1s^1$». На s-підрівні максимально може бути 2 електрони, і запис треба виправити на «$1s^2$».

40. Запис зовнішнього енергетичного рівня $3s^1$ говорить, що елемент розташований у 3-му періоді, у I групі, головній підгрупі. Це Натрій.
Відповідь: Г.

41. Запишемо електронну формулу атома Кальцію: $_{20}Ca\ 1s^22s^22p^63s^23p^64s^2$. Перший електрон займає 1-й енергетичний рівень, s-підрівень. Шостий електрон розміщується на 2-му енергетичному рівні, p-підрівні. Шістнадцятий електрон займає 3-й енергетичний рівень, p-підрівень.

§ 14. Графічні електронні формули атомів хімічних елементів

1. Графічна електронна формула атома — це позначення розміщення електронів в електронній оболонці атома за допомогою енергетичних комірок.

2. Кількість енергетичних комірок на одному підрівні вдвічі менша, ніж максимально можлива кількість електронів на ньому.
Для розміщення максимально можливої кількості електронів першого енергетичного рівня необхідна одна комірка, другого енергетичного рівня — чотири комірки, третього енергетичного рівня — дев'ять комірок.

3. На підрівні s одна енергетична комірка, на підрівні p — три.

4. Загальна кількість електронів $6s + 6p = 12$ електронів. Цей елемент Магній Mg.

5. Закінчення електронної формули на ...$3s^23p^4$ свідчить про розташування елемента у Періодичній системі: «3» — це 3-й період, $2 + 4 = 6$ означає VI група, закінчення запису на p-електрони означає, що елемент міститься в головній підгрупі. Отже, елемент, який знаходиться у 3-му періоду, у VI групі, у головній підгрупі — це Сульфур S.

6. Усі енергетичні комірки повністю заповнені електронами в електронній оболонці атома Неону та атомів інших інертних елементів.

7. Запишемо графічні електронні формули атомів:

а) Флуору $_9F\ 1s^22s^22p^5$; [↑↓] [↑↓] [↑↓|↑↓|↑]
$1s^2$ $2s^2$ $2p^5$

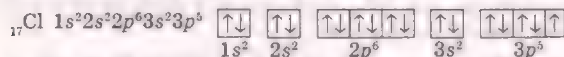
б) Магнію $_{12}Mg\ 1s^22s^22p^63s^2$; [↑↓] [↑↓] [↑↓|↑↓|↑↓] [↑↓]
$1s^2$ $2s^2$ $2p^6$ $3s^2$

в) Нітрогену $_7N\ 1s^22s^22p^3$; [↑↓] [↑↓] [↑|↑|↑]
$1s^2$ $2s^2$ $2p^3$

г) Оксигену $_8O\ 1s^22s^22p^4$; [↑↓] [↑↓] [↑↓|↑|↑]
$1s^2$ $2s^2$ $2p^4$

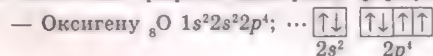
Найбільше повністю заповнених електронами енергетичних комірок у атома Магнію (6 комірок), найменше — в атома Нітрогену (2 комірки). Отже, у порядку збільшення числа повністю заповнених електронами енергетичних комірок ці елементи треба розташувати так: Нітроген, Оксиген, Флуор, Магній. *Відповідь*: В, Г, А, Б.

42. Запишемо графічну електронну формулу атома Хлору:



У цій формули: а) 16 спарених електронів; б) 1 неспарений електрон; в) $6s$-електроінв; г) $11p$-електронів.

43. Напишемо графічні електронні формули атомів:



— Фосфору ${}_{15}$P $1s^22s^22p^63s^23p^3$; ··· $\boxed{\uparrow\downarrow}$ $\boxed{\uparrow\downarrow|\uparrow|\uparrow}$ ($3s^2$, $3p^3$)

— Берилію ${}_{4}$Be $1s^22s^2$; ··· $\boxed{\uparrow\downarrow}$ ($2s^2$)

— Неону ${}_{10}$Ne $1s^22s^22p^6$; ··· $\boxed{\uparrow\downarrow}$ $\boxed{\uparrow\downarrow|\uparrow\downarrow|\uparrow}$ ($3s^2$, $2p^6$)

Відповідь: 1 — Б, 2 — Г, 3 — А, 4 — Д.

§ 15. Періодична система хімічних елементів з позиції теорії будови атома

1. Група — це вертикальний стовпчик елементів, схожих за властивостями та формою їх сполук.
Періодом називається горизонтальний ряд елементів, який розпочинається лужним металічним елементом і закінчується інертним елементом. Головними підгрупами називаються підгрупи, до складу яких входять елементи і малих, і великих періодів. Побічними підгрупами називаються підгрупи, до складу яких входять елементи лише великих періодів.
2. Напишемо електронні формули атома Натрію та атома Аргону: ${}_{11}$Na $1s^22s^22p^63s^1$; ${}_{18}$Ar $1s^22s^22p^63s^23p^6$. В атомі Na один s електрон неспарений на останньому енергетичному рівні. В атомі Ar усі енергетичні рівні є завершеними. Тому Натрій розташовується на початку 3-го періоду, а Аргон — у кінці.
3. Кожний період розпочинається лужним металічним елементом. Другий період розпочинається Літієм, четвертий період розчинається Калієм. Отже, Літій і Калій — металічні елементи.
4. За положенням хімічного елемент в періодичній системі можна визначити: а) величину заряду ядра — кількісно вона співпадає з порядковим номером елемента; б) кількість енергетичних рівні в електронній оболонці атома збігається з номером періоду, у якому розташований елемент; в) число електронів на зовнішньому енергетичному рівні атомів хімічних елементів головних підгруп збігається з номером групи, у якій розміщується елемент; г) валентність неметалічного елемента у леткі сполуці з Гідрогеном обчислюється за формулою 8 мінус номер групи, у якій розміщується елемент.
5. Берилій і Магній є елементами однієї групи (II групи), однієї підгрупи (головної). Тому електронна оболонка атома Берилію має однакову з Магнієм кількість електронів на зовнішньому енергетичному рівні.

44. Металічними елементами є Натрій, Кальцій, Магній. *Відповідь*: В.
45. Число протонів у ядрах атомів хімічних елементів збігається з їх порядковим номером. Отже, у ядрі атома Нітрогену 7 протонів, у ядрі атома Гідрогену 1 протон, у ядрі атома Кальцію 20 протонів, у ядрі атома Магнію 12 протонів. За збільшенням числа протонів у ядрах атомів ці хімічні елементи треба розташувати у такій послідовності: Гідроген, Нітроген, Магній, Кальцій. *Відповідь*: Б, А, Г, В.
46. а) Число енергетичних рівнів в електронній оболонці атомів збігається з номером періоду, у якому розміщується хімічний елемент. Отже, електронна оболонка атома Калію складається з 4-х енергетичних рівнів, електронна оболонка атома Оксигену — з 2-х енергетичних рівнів, атома Гелію — з 1-го енергетичного рівня, атома Неону — з 2-х енергетичних рівнів. За зменшенням числа енергетичних рівнів в електронній оболонці

атомів ці елементи можна розташувати у такій послідовності: Калій, Неон (Оксиген), Гідроген; або Калій, Оксиген (Неон), Гідроген.
Відповідь: А, Б, Г, В або А, Г, Б В,
б) Обидва твердження є правильними. *Відповідь*: В.

§ 16. Характеристика хімічних елементів за їхнім місцем у періодичній системі та будовою атома

1. Схарактеризуємо хімічний елемент Магній.
1) Положення в періодичній системі. Протонне число Магнію 12, A_r = 24. Елемент розміщений у третьому періоді, третьому ряді, II групі, головній підгрупі.
2) Будова атома. Ядро атома містить 12 протонів і має заряд +12. Нуклід $_{12}Mg$ містить 12 нейтронів (24 − 12 = 12). У складі електронної оболонки є 12 електронів, їх сумарний заряд −12, розміщені вони на трьох енергетичних рівнях. Електронна формула атома — $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$. Графічна електронна формула: ↑↓ ↑↓ ↑↓|↑↓|↑↓ ↑↓
$1s^2$ $2s^2$ $2p^6$ $3s^2$
На зовнішньому енергетичному рівні міститься 2 електрони, усі спарені. Зовнішній енергетичний рівень незавершений.
3) Хімічний характер елемента та утворених ним речовин. Маючи на зовнішньому енергетичному рівні 2 електрони, Магній належить до металічних елементів. У вільному стані існує у вигляді простої речовини металу магнію. Формула вищого оксиду — MgO. Леткої водневої сполуки не утворює.
4) Порівняння хімічного характеру елемента з властивостями сусідніх елементів. Сусідами по періоду у Магнію є Натрій і Алюміній, по підгрупі — Берилій та Кальцій. Металічні властивості у Магнію виражені сильніше, ніж у Алюмінію та Берилію, але слабкіше, ніж у Натрію та Кальцію.
2. У періодах із збільшенням заряду ядра атома неметалічні властивості елементів посилюються, тому більш виражені неметалічні властивості має Хлор.
У підгрупах неметалічні властивості посилюються із зменшенням заряду ядра атомів, тому більш виражені неметалічні властивості має Оксиген.
3. Елемент № 34 — Селен Se — розташований у головній підгрупі VI групи і на останньому енергетичному рівні має 6 електронів. Тому Селен належить до неметалічних елементів.

47. *Дано:* *Розв'язання:*

$M_r(R_2O_5)$ = 230	Оскільки невідомий елемент належить до V групи,
R — :	то його оксид відповідає загальній формулу R_2O_5.

За цією формулою зробимо запис для обчислення відносної молекулярної маси сполуки: $M_r(R_2O_5) = 2A_r(R) + 5A_r(O)$; $230 = 2A_r(R) + 5 \cdot 16$; $230 = 2A_r(R) + 80$; $2A_r(R) = 230 - 80$; $2A_r(R) = 150$; $A_r(R) = 75$. Знаходимо в періодичній системі елемент із відносною атомною масою 75. Це — Арсен. Його сусідами по підгрупі є Фосфор і Стибій. Арсен виявляє більші неметалічні властивості, ніж Стибій, але менші, ніж Фосфор.
Відповідь: Арсен.

48. В оксиді Телур виявляє валентність VI, тому що розміщується у VI групі, головній підгрупі. Отже, формула його вищого оксиду TeO_3.

49. *Дано:* *Розв'язання:*

3-й період EO_2	Вищі оксиди із загальною формулою EO_2 утворюють елементи IV групи. Отже, невідомий хімічний елемент розміщується у 3-му періоді, у IV групі, це Силіцій.
E — ?	

Обчислимо масову частку Силіцію в його оксиді SiO_2:
$M_r(SiO_2) = A_r(Si) + 2A_r(O) = 28 + 2 \cdot 16 = 60;$

$w(Si) = \frac{A_r(Si)}{M_r(SiO_2)} = \frac{28}{60} = 0,467$ або 46,7 %. *Відповідь:* Si; 46,7 %.

50. Найпоширеніший у природі елемент — Оксиген. Електронна оболонка атома Оксигену складається з 2-х енергетичних рівнів. Електронна оболонка атома невідомого хімічного елемента містить на три енергетичних рівні більше, тобто складається з 2 + 3 = 5 енергетичних рівнів. Отже, невідомий хімічний елемент є елементом 5-го періоду.
Леткі сполуки з Гідрогеном складу H_2R утворюють елементи головної підгрупи VI групи.
Висновок: невідомий хімічний елемент розміщується у 5-му періоді, у VI групі, у головній підгрупі. Це — Телур Te.

ХІМІЧНИЙ ЗВ'ЯЗОК І БУДОВА РЕЧОВИНИ

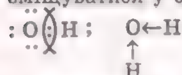
§ 18. Природа хімічного зв'язку та електронегативність елементів

1. Хімічний зв'язок — це сила, завдяки якій утримуються разом структурні частинки речовини.
Електронегативність — це здатність атома притягувати спільні електронні пари.
Завершеним вважається енергетичний рівень, на якому міститься 8 електронів.

2. Перший спосіб полягає в тому, що атоми можуть втрачати електрони в кількості, необхідній для того, щоб мати завершений енергетичний рівень.
Другий спосіб полягає в тому, що атоми можуть приєднувати електрони в кількості, необхідній для того, щоб мати завершений енергетичний рівень.
Якщо атом на зовнішньому енергетичному рівні має мало електронів (1, 2 або $3\bar{e}$), то йому енергетично вигідніше віддати їх, щоб мати завершений енергетичний рівень.

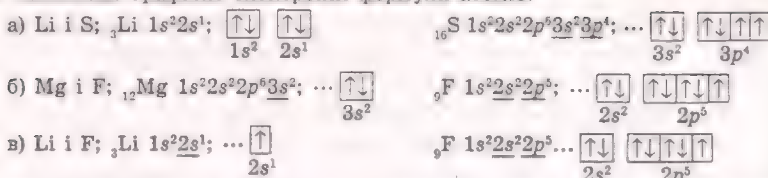
3. У періодах електронегативність атомів хімічних елементів зростає із збільшенням кількості електронів на зовнішньому енергетичному рівні. Тому більш електронегативним буде а) Оксиген; б) Нітроген; в) Нітроген.

52. Молекули кисню O_2 та водню H_2 утворені атомами з однаковою електонегативністю, тому спільні електронні пари не будуть зміщуватися до жодного з атомів.
Молекула води H_2O утворена атомами Гідрогену та Оксигену, які відрізняються за електронегативністю. Спільні електронні пари будуть зміщуватися у бік атома Оксигену, який є більш електронегативним:



У молекулі HBr спільна електронна пара зміщується у бік атома Брому, який є більш електронегативним: H → Br, H : Br :

53. Напишемо графічно електронні формули атомів:



а) Li і S; $_3Li\ 1s^22s^1$; $1s^2$ $2s^1$ $_{16}S\ 1s^22s^22p^63s^23p^4$; … $3s^2$ $3p^4$

б) Mg і F; $_{12}Mg\ 1s^22s^22p^63s^2$; … $3s^2$ $_9F\ 1s^22s^22p^5$; … $2s^2$ $2p^5$

в) Li і F; $_3Li\ 1s^22s^1$; … $2s^1$ $_9F\ 1s^22s^22p^5$… $2s^2$ $2p^5$

Висновок: однакову кількість неспарених електронів (по одному електрону) на зовнішньому енергетичному рівні мають Li і F.

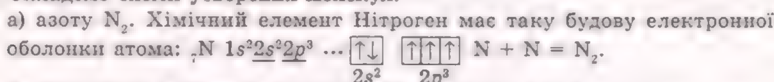
54. За зростанням електронегативності хімічні елементи можна розмістити у такій послідовності: Літій, Алюміній, Гідроген, Карбон, Сульфур, Нітроген, Оксиген.

56. Атоми інертних елементів мають завершений останній енергетичний рівень, тому їх електронегативність дорівнює нулю.

§ 19. Ковалентний зв'язок, його утворення та види

57. Складемо схеми утворення молекул:

а) азоту N_2. Хімічний елемент Нітроген має таку будову електронної оболонки атома: $_7N\ 1s^22s^22p^3$ … $2s^2$ $2p^3$ N + N = N_2.



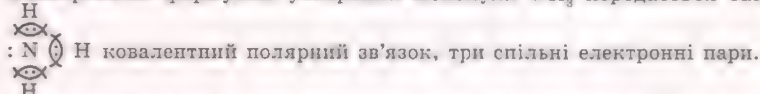
Електронною формулою молекули це передається так:

: N ⋮ N : ковалентний неполярний зв'язок; три спільні електронні пари.

б) леткої сполуки Нітрогену з Гідрогеном NH_3.

Будова атома Нітрогену показана у п. а). Хімічний елемент Гідроген має таку будову електронної оболонки атома: $_1H\ 1s^1$ $1s^1$.

Електронною формулою утворення молекули NH_3 передається так:



: N : H ковалентний полярний зв'язок, три спільні електронні пари.

58. У молекулі H_2O дві спільні електронні пари між атомами H і O; у молекули CH_4 чотири спільні електронні пари між атомами C і H; у молекулі HF одна спільна електронна пара; у молекулі NH_3 три спільні електронні пари. За збільшенням числа спільних електронних пар у молекулах формули летких сполук елементів із Гідрогеном треба розташувати у такій послідовності: HF, H_2O, NH_3, CH_4. *Відповідь*: В, А, Г, Б.

59. Формула сполуки Карбону(IV) із Сульфуром $\overset{IV}{C}\overset{II}{S_2}$. У цій сполуці ковалентний полярний зв'язок.

§ 20. Йони. Йонний зв'язок, його утворення

61. Ковалентний неполярний зв'язок утворюється між однаковими атомами неметалічних елементів. У наведеному переліку ковалентний неполярний зв'язок у молекулі Br_2. Ковалентний полярний зв'язок утворюється між атомами неметалів, які відрізняються за електронегативністю. У наведеному переліку це PF_3, OF_2, HF, NH_3. Йонний зв'язок утворюється між протилежно зарядженими йонами металічних і неметалічних елементів. У наведеному переліку це CuO, MgS.

62. Будову зовнішнього енергетичного рівня ...$3s^2$ має атом Магнію, а будову зовнішнього енергетичного рівня ...$2s^22p^5$ має атом Флуору. Формула утвореної речовини MgF_2, йонний зв'язок.

63. Запишемо електронну формулу атома та йона Натрію:
атом $_{11}Na\ 1s^22s^22p^63s^1$; йон $_{11}Na^{+1}\ 1s^22s^22p^63s^0$.
Катіон Натрію містить 10 електронів. Атом невідомого хімічного елемента містить 12 електронів (10 + 2 = 12). Це Магній.

64. Напишемо електронну формулу атома й аніона Хлору:
атом $_{17}Cl\ 1s^22s^22p^63s^23p^5$; $\underset{атом}{Cl} + 1\bar{e} \rightarrow \underset{аніон}{Cl^-}$;
аніон $_{17}Cl^-\ 1s^22s^22p^63s^23p^6$. Аніон Хлору містить 18 електронів. Атом невідомого хімічного елемента містить 15 електронів (18 − 3 = 15). Це Фосфор.

§ 21. Ступінь окиснення та його визначення за хімічною формулою

65. Визначимо ступені окиснення елементів у сполуках, які мають формули: $\overset{+2-2}{CO}$, $\overset{+4-2}{CO_2}$, $\overset{+2\ -1}{BaH_2}$, $\overset{+6\ -2}{CrO_3}$, $\overset{+2\ -2}{CrO}$, $\overset{+3\ -2}{Cr_2O_3}$.

66. Визначимо ступені окиснення елементів у сполуках, які мають формули: $\overset{+1\ -2}{H_2O}$, $\overset{+2\ -2}{BaO}$, $\overset{+1\ -1}{HBr}$, $\overset{+1\ -2}{Na_2O}$, $\overset{+3\ -2}{Al_2S_3}$. Однакові ступені окиснення мають H і Na (по +1), O і S (по −2).

67. Формула бінарної сполуки Алюмінію з Бромом $\overset{+3\ -1}{AlBr_3}$; формула бінарної сполуки Гідрогену з Йодом $\overset{+1\ -1}{HI}$.

68. Визначимо ступені окиснення елементів у сполуках, які мають формули: $\overset{+2\ -2}{NO}$, $\overset{-3\ +1}{NH_3}$, $\overset{+4\ -2}{NO_2}$, $\overset{0}{N_2}$, $\overset{+5\ -2}{N_2O_5}$, $\overset{+1\ -3}{Li_3N}$.
Найвищий ступінь окиснення +5 Нітроген має у сполуці N_2O_5, а найнижчий ступінь окиснення −3 Нітроген має у сполуках NH_3 та Li_3N.

§ 22. Кристалічні ґратки

69. Добре розчиняються у воді та мають високі температури плавлення речовини з йонним типом кристалічних ґраток. *Відповідь*: А.

70. Речовини з молекулярними кристалічними ґратками є легкоплавкими, мають запах, можуть погано розчинятися у воді. *Відповідь*: В.

71. Лід плавиться за температуру 0 °С, тому що є речовиною з молекулярними кристалічними ґратками. Натрій хлорид NaCl (кухонна сіль) є речовиною з йонним типом кристалічних ґраток і плавиться за температури 801 °С. Алмаз має атомні кристалічні ґратки та температуру плавлення ≈ 3500 °С. *Відповідь*: алмаз.

72. Калій йодид KI — речовина з йонним видом хімічного зв'язку, йонним типом кристалічних ґраток, а тому тверда, тугоплавка, добре розчиняється у воді. Кремній Si — речовина з ковалентним неполярним зв'язком, атомними кристалічними ґратками, а тому дуже тверда, тугоплавка, не розчиняється у воді. Амоніак NH_3 — речовина з ковалентним полярним зв'язком, молекулярними кристалічними ґратками, а тому летка, легкоплавка, має характерний запах, добре розчиняється у воді.

§ 23. Виконання завдань різної складності

Завдання 1. Молекула води H_2O утворена атомами неметалів, які мають різну електронегативність. Отже, у молекулі води хімічний зв'язок ковалентний полярний. *Відповідь*: Б.

Завдання 2. Розподілимо формули речовин на групи:

а) з однією спільною електронною парою в молекулі — H_2, F_2, HCl;

б) з двома спільними електронними парами в молекулі — O_2, H_2O;

в) з трьома спільними електронними парами в молекулі — N_2, PH_3.

Завдання 3. а) Визначимо ступені окиснення атомів у молекулі $\overset{-4}{Si}\overset{-1}{H_4}$;

б) $_{14}Si$ $1s^22s^22p^6\underline{3s^2}\underline{3p^2}$ ··· [↑↓] $3s^2$ [↑|↑|] $3p^2$ у незбудженому стані 2 неспарених електрони;

$_{14}Si^*$ $1s^22s^22p^6\underline{3s^1}\underline{3p^3}$ ··· [↑] $1s^1$ [↑|↑|↑] $3p^3$ у збудженому стані 4 неспарених електрони;

в) ковалентний слабо полярний зв'язок;

г) у молекулі сілану SiH_4 атом Si з атомами H утворює 4 спільних електронних пари. Згідно з електронною формулою атома Силіцію у незбудженому стані число спільних електронних пар мало б дорівнювати 2;

д) за рахунок переходу одного із спарених *s*-електронів на *p*-підрівень.

Завдання 4. Закінчимо схеми перетворень нейтральних атомів на йони:

а) $\overset{0}{Cu} - 1\bar{e} \rightarrow \overset{+1}{Cu}$; б) $\overset{0}{Cu} - 2\bar{e} \rightarrow \overset{+2}{Cu}$; в) $\overset{0}{F} + 1\bar{e} \rightarrow \overset{-1}{F}$; г) $\overset{0}{S} + 2\bar{e} \rightarrow \overset{-2}{S}$.

Завдання 5. а) Вода — речовина з молекулярним типом кристалічних ґраток. Отже, у вузлах кристалічних ґраток перебувають молекули H_2O.

б) Графіт має атомні кристалічні ґратки. Отже, у вузлах кристалічних ґраток перебувають атоми Карбону.

в) Калій оксид є речовиною з йонним типом кристалічних ґраток. Отже, у вузлах кристалічних ґраток перебувають йони Калію K^+ та Оксигену O^-.

г) Йод — речовина з молекулярними кристалічними ґратками. У вузлах кристалічних ґраток перебувають молекули I_2.

Завдання 6. Електронна оболонка атома невідомого хімічного елемента містить 15 електронів (6 + 9 = 15). Це Фосфор. Він утворює сполуку з Гідрогеном складу PH_3. Тип хімічного зв'язку у сполуці PH_3 — ковалентний слабо полярний.

Завдання 7. Електронну формулу зовнішнього енергетичного рівня ...$3s^1$ має атом Натрію, а електронну формулу зовнішнього енергетичного рівня ...$3s^23p^4$ має атома Сульфуру. $2Na + S \xrightarrow{2\bar{e}} Na_2S$; Na_2S — речовина з йонним типом хімічного зв'язку.

Завдання 8. Протонне число 3 має лужний металічний елемент Літій, а протонне число 17 має неметалічний елемент родини галогенів — Хлор. Бінарна сполука має формулу LiCl та йонні кристалічні ґратки.

Завдання 9. Визначимо ступені окиснення елементів: $\overset{+3}{B_2}\overset{-2}{O_3}$, $\overset{+5}{N_2}\overset{-2}{O_5}$, $\overset{+1}{Cs_2}\overset{-2}{O}$, $\overset{+4}{Mn}\overset{-2}{O_2}$. Розташуємо формули оксидів за збільшенням ступенів окиснення елементів: Cs_2O, B_2O_3, MnO_2, N_2O_5. *Відповідь:* в, а, г, б.

Завдання 10. Запишемо електронні формули таких структурних частинок:

— йон магнію $_{12}Mg^{2+}$ $1s^22s^22p^6$;

А { атом Аргону $_{18}Ar$ $1s^22s^22p^63s^23p^6$;
катіон Калію $_{19}K^+$ $1s^22s^22p^63s^23p^6$;

Б { атом Неону $_{10}Ne$ $1s^22s^22p^6$;
катіон Алюмінію $_{13}Al^{3+}$ $1s^22s^22p^6$;

В { атом Гелію $_2He$ $1s^2$;
катіон Натрію $_{11}Na^{+1}$ $1s^22s^22p^6$;

Г { атом Неону $_{10}Ne$ $1s^2 2s^2 2p^6$;
аніон Флуору $_9F^{-1}$ $1s^2 2s^2 2p^6$.

Висновок: йон Магнію має однакову електронну будову з парами структурних частинок Б і Г.

КІЛЬКІСТЬ РЕЧОВИНИ. РОЗРАХУНКИ ЗА ХІМІЧНИМИ ФОРМУЛАМИ

§ 24. Кількість речовини. Одиниця кількості речовини. Число Авогадро

73. *Дано:* *Розв'язання:*

$\nu(H_2O) = 5$ моль
$N(H)$ — ?
$N(O)$ — ?

1) Обчислимо число молекул води у порції речовини 5 моль: $N(H_2O) = N_A \cdot \nu = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 5 моль = $= 30,1 \cdot 10^{23} = 3,01 \cdot 10^{24}$.

2) В одній молекулі води містяться 2 атомі Гідрогену і 1 атом Оксигену. У $3,01 \cdot 10^{24}$ молекул H_2O міститимуться $3,01 \cdot 10^{24} \cdot 2 = 6,02 \cdot 10^{24}$ атомів Гідрогену і $3,01 \cdot 10^{24}$ атомів Оксигену.

Відповідь: $6,02 \cdot 10^{24}$ атомів H і $3,01 \cdot 10^{24}$ атомів O.

74. *Дано:* *Розв'язання:*

ν(сполуки) = 4 моль
N — ?

Формула бінарної сполуки Гідрогену і Сульфуру, в якій валентність Сульфуру дорівнює II — H_2S

Обчислимо кількість молекул H_2S:
$N(H_2S) = N_A \cdot \nu = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 4 моль = $24,08 \cdot 10^{23} = 2,408 \cdot 10^{24}$.
Відповідь: $2,408 \cdot 10^{24}$ молекул.

§ 25. Молярна маса. Обчислення за хімічною формулою маси даної кількості речовини та кількості речовини за відомою масою

75. *Дано:* *Розв'язання:*

m (речовини) = 22,4 г
ν_1(речовини) = 0,4 моль
m_2(речовини) = 120 г
ν_2(речовини) = 3 моль
M_1(речовини) — ?
M_2(речовини) — ?

Обчислимо молярні маси речовин за формулою $M = \dfrac{m}{\nu}$;

M_1(речовини) = $= \dfrac{m_1(\text{речовини})}{\nu_1(\text{речовини})} = \dfrac{22,4\ \text{г}}{0,4\ \text{моль}} = 56$ г/моль;

M_2(речовини) $= \dfrac{m_2(\text{речовини})}{\nu_2(\text{речовини})} = \dfrac{120\ \text{г}}{3\ \text{моль}} = 40$ г/моль.

Відповідь: 56 г/моль, 40 г/моль.

76. *Дано:* *Розв'язання:*

m(метану) = 8 г
ν(метану) — ?

Молекула метану складається з 1 атома Карбону і 4 атомів Гідрогену. Отже, формула метану CH_4

Молярна маса метану $M(CH_4) = (12 + 4 \cdot 1)$ г/моль = 16 г/моль. Обчислимо кількість речовини метану:
$\nu(CH_4) = m(CH_4) : M(CH_4) = 8$ г : 16 г/моль = 0,5 моль.
Відповідь: 0,5 моль.

77. Обчислимо молярні маси речовин:
$M(PH_3) = (31 + 3 \cdot 1)$ г/моль = 34 г/моль;
$M(SiH_4) = (28 + 4 \cdot 1)$ г/моль = 32 г/моль;
$M(O_3) = (16 \cdot 3)$ г/моль = 48 г/моль; $M(HF) = (1 + 19)$ г/моль = 20 г/моль.
Відповідь: 1 — В, 2 — Б, 3 — Г, 4 — А.

78. *Дано:*

$m(H_2O) = 54$ г
$m(O_2) = 48$ г
$m(N_2) = 56$ г
$m(Na) = 23$ г

$\nu(H_2O)$ — ?
$\nu(O_2)$ — ?
$\nu(N_2)$ — ?
$\nu(Na)$ — ?

Розв'язання:

Обчислимо кількості речовин за формулою $\nu = \frac{m}{M}$.

1) $M(H_2O) = (1 \cdot 2 + 16)$ г/моль $= 18$ г/моль;

$\nu(H_2O) = \frac{54 \text{ г}}{18 \text{ г / моль}} = 3$ моль;

2) $M(O_2) = (16 \cdot 2)$ г/моль $= 32$ г/моль;

$\nu(O_2) = \frac{48 \text{ г}}{32 \text{ г / моль}} = 1,5$ моль;

3) $M(N_2) = (14 \cdot 2)$ г/моль $= 28$ г/моль;

$\nu(N_2) = \frac{56 \text{ г}}{28 \text{ г / моль}} = 2$ моль;

г) $M(Na) = 23$ г/моль; $\nu(Na) = \frac{23 \text{ г}}{23 \text{ г / моль}} = 1$ моль.

Відповідь: Г, Б, В, А.

79. *Дано:*

$N(H_2O) = N$(цукру)
m(цукру) = 5 г

$m(H_2O)$ — ?

Розв'язання:

Молекула цукру складається з 12 атомів Карбону, 22 атомів Гідрогену й 11 атомів Оксигену. Отже, формула цукру $C_{12}H_{22}O_{11}$.

Молярна маса цукру $M(C_{12}H_{22}O_{11}) = (12 \cdot 12 + 1 \cdot 22 + 16 \cdot 11)$ г/моль = = 342 г/моль. Обчислимо кількість речовини цукру:

$$\nu(C_{12}H_{22}O_{11}) = \frac{m(C_{12}H_{22}O_{11})}{M(C_{12}H_{22}O_{11})} = \frac{5 \text{ г}}{342 \text{ г / моль}} = 0,0146 \text{ моль}.$$

За умовою задачі кількість молекул води дорівнює кількості молекул цукру. Це можливо за умови, що ν(води) = ν(цукру).

Отже, $\nu(H_2O) = 0,0146$ моль. Обчислимо масу води:

$m(H_2O) = M(H_2O) \cdot \nu(H_2O) = 18$ г/моль $\cdot$ 0,0146 моль = 0,2628 г $\approx$ 0,3 г.

Відповідь: 0,3 г.

80. *Дано:*

m(кухонної солі) = 5 г
m(цукру) = 50 г

ν(кухонної солі) — ?
ν(цукру) — ?

Розв'язання:

Кухонна сіль має формулу NaCl і $M(NaCl)$ = = (23 + 35,5) г/моль = 58,5 г/моль.

Цукор має формулу $C_{12}H_{22}O_{11}$ і $M(C_{12}H_{22}O_{11})$ = = $(12 \cdot 12 + 1 \cdot 22 + 16 \cdot 11)$ г/моль = 342 г/моль.

Обчислимо кількість речовини кухонної солі:

$$\nu(NaCl) = \frac{m(NaCl)}{M(NaCl)} = \frac{5 \text{ г}}{58,5 \text{ г / моль}} = 0,085 \text{ моль}.$$

Обчислимо кількість речовини цукру:

$$\nu(C_{12}H_{22}O_{11}) = \frac{m(C_{12}H_{22}O_{11})}{M(C_{12}H_{22}O_{11})} = \frac{50 \text{ г}}{342 \text{ г / моль}} = 0,146 \text{ моль}.$$

Відповідь: 0,085 моль кухонної солі; 0,146 моль цукру.

§ 26. Молярний об'єм газів. Закон Авогадро. Обчислення з його використанням

81. *Дано:*

$\rho(H_2) = 0,089285$ г/л (н. у.)

$V_m(H_2)$ — ?

Розв'язання:

Скористаємося формулою густини $\rho = \frac{M}{V_m}$.

З цієї формули $V_m = \frac{M}{\rho}$,

де $M = M(H_2) = 2$ г/моль.

Обчислимо молярний об'єм водню:

$V_m(H_2) = \frac{M(H_2)}{\rho(H_2)} = \frac{2 \text{ г / моль}}{0,089285 \text{ г / л}} = 22,4$ л/моль. *Відповідь*: 22,4 л/моль.

82. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(O_2)$ = 56 л (н. у.)	Кількість речовини кисню обчислимо за формулою $\nu(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{56 \text{ л}}{22,4 \text{ л / моль}} = 2,5$ моль.
$\nu(O_2)$ — ?	*Відповідь*: 2,5 моль.

83. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
m(вуглекислого газу) = 88 г	Формула вуглекислого газу CO_2; $M(CO_2)$ = (12 + 16 · 2) г/моль = 44 г/моль.
V(вуглекислого газу) — ? (н. у.)	Обчислимо кількість речовини CO_2:

$\nu(CO_2) = \frac{m(CO_2)}{M(CO_2)} = \frac{88 \text{ г}}{44 \text{ г / моль}} = 2$ моль. Обчислимо об'єм CO_2:

$V(CO_2) = V_m \cdot \nu(CO_2)$ = 22,4 л/моль · 2 моль = 44,8 л. *Відповідь*: 44,8 л.

84. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$N(N) = 24,08 \cdot 10^{23}$	Обчислимо кількість речовини атомів Нітрогену:
$V(N_2)$ — ? (н. у.)	$\nu(N) = \frac{N(N)}{N_A} = \frac{24,08 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}} = 4$ моль.

За формулою азоту N_2 в 1 моль N_2 міститься 2 моль атомів N, тоді 4 моль атомів N міститимуться у 2 моль N_2. Обчислимо об'єм азоту: $V(N_2) = V_m \cdot \nu(N_2)$ = 22,4 л/моль · 2 моль = 44,8 л. *Відповідь*: 44,8 л.

§ 27. Відносна густина газів. Обчислення з використанням відносної густини газів

4. Формула хлору Cl_2, його молярна маса
$M(Cl_2)$ = (35,5 · 2) г/моль = 71 г/моль; а $M_r(Cl_2)$ = 71.
Відносну густину хлору за воднем обчислимо за формулою

$$D_{H_2}(Cl_2) = \frac{M_r(Cl_2)}{2} = \frac{71}{2} = 35,5.$$

Відносну густину хлору за повітрям обчислимо за формулою

$$D_{пов.}(Cl_2) = \frac{M_r(Cl_2)}{29} = \frac{71}{29} = 2,45.$$

5. Формула нітроген(IV) оксиду NO_2, його відносна молекулярна маса $M_r(NO_2)$ = 14 + 16 · 2 = 46. Як бачимо, $M_r(NO_2) > M_r$(повітря), тобто нітроген(IV) оксид важчий за повітря. Гази, що є важчими за повітря, збирають, тримаючи пробірку донизу дном.

6. Для наповнення аеростатів підходять гази, відносна молекулярна маса яких менша від відносної молекулярної маси повітря.
Це водень H_2 ($M_r(H_2)$ = 2) і гелій He (M_r(He) = 4).

7. Формула вуглекислого газу CO_2, його відносна молекулярна маса $M_r(CO_2)$ = 12 + 16 · 2 = 44. Отже, вуглекислий газ важчий за повітря. А ще він розчиняється у воді. Для збирання вуглекислого газу треба використовувати прилад *a*.

8. А. M_r(повітря) = 29; $M_r(H_2)$ = 2. Шальки з порцією повітря будуть опускатися униз.

Б. $M_r(CO) = 12 + 16 = 28$; $M_r(N_2) = 14 \cdot 2 = 28$. Шальки терезів будуть у рівновазі.

В. $M_r(CO_2) = 12 + 16 \cdot 2 = 44$; $M_r(Cl_2) = 35{,}5 \cdot 2 = 71$. Шальки терезів із порцією хлору будуть опущені униз.

Г. $M_r(H_2) = 2$; $M_r(He) = 4$. Шальки терезів із порцією гелію будуть опущені униз.

86. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(O_2) = 1$ л $V(CO) = 1$ л що важче?	Обчислимо кількість речовини газів, узятих за однакових умов (н. у). $\nu(O_2) = \nu(CO) = \frac{1 \text{ л}}{22{,}4 \text{ л / моль}} = 0{,}045$ моль. Обчислимо маси газів: $m(O_2) = M(O_2) \cdot \nu = 32$ г/моль $\cdot$ 0,045 моль = 1,44 г; $m(CO) = m(CO) \cdot \nu = 28$ г/моль $\cdot$ 0,045 моль = 1,26 г. *Відповідь:* важче 1 л кисню.

87. У відкритій посудині міститься повітря об'ємом 3 л (н. у.). Обчислимо масу його: $\nu(\text{повітря}) = \frac{V(\text{повітря})}{V_m} = \frac{3 \text{ л}}{22{,}4 \text{ л / моль}} = 0{,}134$ моль;

m(повітря) = 29 г/моль $\cdot$ 0,134 моль = 3,886 г ≈ 3,9 г. *Відповідь:* на 3,9

§ 28. Взаємозв'язок між фізичними величинами

Задача 1. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(N_2) = 5{,}6$ г $V(C_2H_6) = 5{,}6$ л де більше молекул?	1) Обчислимо кількість речовини азоту за формулою: $\nu(N_2) = \frac{m(N_2)}{M(N_2)} = \frac{5{,}6 \text{ г}}{28 \text{ г / моль}} = 0{,}2$ моль.

2) Обчислимо кількість речовини етану C_2H_6 за формулою:

$\nu(C_2H_6) = \frac{V(C_2H_6)}{V_m} = \frac{5{,}6 \text{ л}}{22{,}4 \text{ л / моль}} = 0{,}25$ моль

3) 0,25 моль C_2H_6 > 0,2 моль N_2, отже, й $N(C_2H_6) > N(N_2)$

Відповідь: у порції етану.

Задача 2. *Дано.* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$\nu(Cl_2) = 0{,}02$ моль $m(H_2) = 0{,}03$ г який об'єм більше?	1) Обчислимо кількість речовини водню H_2 за формулою $\nu(H_2) = \frac{m(H_2)}{M(H_2)} = \frac{0{,}03 \text{ г}}{2 \text{ г / моль}} = 0{,}015$ моль. 2) 0,02 моль Cl_2 > 0,015 моль H_2, отже, й $V(Cl_2) > V(H_2)$ *Відповідь:* щоб розмістити 0,02 моль хлору.

Задача 3. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$V(H_2) = 10$ л $V(SO_2) = 10$ л (н. у.) легша чи важча за повітря суміш?	Обчислимо кількість речовини H_2 і SO_2: $\nu(H_2) = \nu(SO_2) = \frac{V}{V_m} = \frac{10 \text{ л}}{22{,}4 \text{ л / моль}} = 0{,}45$ моль. Обчислимо M_r(суміші) за формулою:

M_r(суміші) = 2 $\cdot$ 0,45 + 64 $\cdot$ 0,45 = 29,7.

Робимо висновок, що M_r(суміші) > M_r(повітря), отже, суміш газів важча за повітря. *Відповідь:* важча.

Задача 4. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
D_{H_2} (речовини) > $D_{H_2}(NH_3)$ у 2 рази M(речовини) — ?	1) Обчислимо відносну густину за воднем амоніаку NH_3: $D_{H_2}(NH_3) = \frac{M_r(NH_3)}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5$

2) За умовою задачі відносна густина за воднем речовини удвічі більша за відносну густину за воднем амоніаку.

Отже, D_{H_2} (речовини) = 8,5 · 2 = 17.

3) Обчислимо відносну молекулярну та молярну маси речовини: M_r(речовини) = D_{H_2} (речовини) · 2 = 17 · 2 = 34; M(речовини) = 34 г/моль.

Відповідь: 34 г/моль.

3. Відносна густина за повітрям найбільша у того з газів, у якого найбільше значення відносної молекулярної маси. Це — Хлор, $M_r(Cl_2) = 71$. Наповнюючи пробірки хлором і киснем, їх тримають дінцем униз.

4. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$m(O_2) = 32$ г $V(O_2) = 22,4$ л	Обчислимо кількість речовини O_2 у порції масою 32 г: $\nu(O_2) = \frac{m(O_2)}{M(O_2)} = \frac{32\text{ г}}{32\text{ г / моль}} = 1$ моль.
чи однакова кількість речовини?	Обчислимо кількість речовини O_2 у порції об'ємом 22,4 л: $\nu(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{22,4\text{ л}}{22,4\text{ л / моль}} = 1$ моль. Висновок: 1 моль O_2 = 1 моль O_2. *Відповідь*: однакова.

5. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$V(CO_2) = 22,4$ л (н. у.)	Обчислимо кількість речовини CO_2 за формулою:
$N(O)$ — ?	$\nu(CO_2) = \frac{V(CO_2)}{V_m} = \frac{22,4\text{ л}}{22,4\text{ л / моль}} = 1$ моль.

За формулою CO_2 в 1 молекулі CO_2 міститься 2 атоми Оксигену. Отже, в 1 моль CO_2 міститься 2 моль атомів Оксигену.

Обчислимо кількість атомів Оксигену за формулою

$N(O) = N_A \cdot \nu(O) = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 2 моль = $12,04 \cdot 10^{23}$.

Відповідь: ні.

89. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$V(C_3H_8) = 112$ л (н. у.)	Обчислимо кількість речовини пропану C_3H_8 за формулою
$m(C_3H_8)$ — ?	$\nu(C_3H_8) = \frac{V(C_3H_8)}{V_m} = \frac{112\text{ л}}{22,4\text{ л / моль}} = 5$ моль.

Обчислимо масу порції пропану C_3H_8 за формулою

$m(C_3H_8) = M(C_3H_8) \cdot \nu(C_3H_8) = 44$ г/моль · 5 моль = 220 г.

Відповідь: 220 г.

90. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$m(H_2S) = 17$ г $m(NH_3) = 8,5$ г	1) Обчислимо кількість речовини H_2S за формулою $\nu(H_2S) = \frac{m(H_2S)}{M(H_2S)} = \frac{17\text{ г}}{34\text{ г / моль}} = 0,5$ моль.
де більше атомів — ?	За формулою H_2S визначаємо, що 1 моль H_2S містить 3 моль атомів (2 моль атомів H + 1 моль атомів S = 3 моль). Тоді 0,5 моль H_2S міститимуть 3 · 0,5 = 1,5 моль атомів.

2) Обчислимо кількість речовини NH_3 за формулою

$$\nu(NH_3) = \frac{m(NH_3)}{M(NH_3)} = \frac{8,5\text{ г}}{17\text{ г / моль}} = 0,5\text{ моль}.$$

За формулою NH_3 визначаємо, що 1 моль NH_3 містить 4 моль атомів (1 моль атомів N + 3 моль атомів H = 4 моль атомів). Тоді 0,5 моль NH_3 міститимуть 4 · 0,5 = 2 моль атомів.

3) Порівняємо одержані результати: 2 моль атомів > 1,5 моль атомів. *Відповідь*: у 8,5 г NH_3.

§ 29. Виконання завдань різного рівня складності

1. Кількість речовини позначають буковою ν (ню). *Відповідь*: Г.

2. Кількість речовини вимірюють у моль. *Відповідь*: Г.

3. Середня відносна молекулярна маса повітря дорівнює 29. *Відповідь*: В.

4. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$m(H_2O) = 3,6$ г	Кількість речовини води обчислимо за формулою
$\nu(H_2O)$ — ?	$\nu(H_2O) = \frac{m(H_2O)}{M(H_2O)} = \frac{3,6\text{ г}}{18\text{ г / моль}} = 0,2$ моль.
	Відповідь: Б.

5. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$\nu(HF) = 5$ моль	Обчислимо об'єм гідроген флуориду HF за формулою
$V(HF)$ — ? (н. у.)	$V(HF) = V_m \cdot \nu(HF) = 22,4$ л/моль · 5 моль = 112 л.
	Відповідь: В.

6. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$V(N_2) = 224$ л $V(H_2) = 448$ л (н. у.)	Обчислимо кількість речовини азоту N_2 і водню H_2: $\nu(N_2) = \frac{V(N_2)}{V_m} = \frac{224\text{ л}}{22,4\text{ л / моль}} = 10$ моль;
скільки молекул H_2 припадає на 1 молекулу N_2?	$\nu(H_2) = \frac{V(H_2)}{V_m} = \frac{448\text{ л}}{22,4\text{ л / моль}} = 20$ моль.

За розрахунками $\nu(N_2) : \nu(H_2)$ = 10 моль : 20 моль = 1 : 2. На 1 моль N_2 припадає 2 моль H_2. Отже, на 1 молекулу N_2 припадає 2 молекули H_2. *Відповідь*: Б.

7. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
m(алмазу) = 1,2 г	Обчислимо кількість речовини C у порції алмазу:
$N(C)$ — ?	$\nu(C) = \frac{m}{M} = \frac{1,2\text{ г}}{12\text{ г / моль}} = 0,1$ моль.

Число атомів Карбону обчислимо за формулою
$N(C) = N_A \cdot \nu(C) = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 0,1 моль = $6,02 \cdot 10^{22}$.
Відповідь: Б.

8. Обчислимо молярні маси речовин: $M(H_2O_2)$ = (1 · 2 + 16 · 2) г/моль = = 34 г/моль; $M(H_2)$ = 2 г/моль; $M(O_2)$ = 32 г/моль; $M(H_2O)$ = 18 г/моль. За збільшенням молярних мас формули речовин треба розташувати так: H_2, H_2O, O_2, H_2O_2. *Відповідь*: Б, Г, В, А,

9. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$\nu(H_3PO_4) = 4$ моль	1) За формулою H_3PO_4 визначаємо, що 1 моль H_3PO_4 містить 3 моль атомів H, 1 моль атомів P і 4 моль атомів O.
$\nu(O_2)$ — ?	Тоді 4 моль H_3PO_4 міститимуть 4 · 4 = 16 моль атомів O.

2) За формулою O_2 визначаємо, що 1 моль O_2 містить 2 моль атомів O. Тоді 16 моль атомів O міститимуться у 16 : 2 = 8 моль O_2. *Відповідь*: Г.

10. **Твердження 1.** Обчислимо кількість речовини гелію та кисню:

$$\nu(He) = \frac{m(He)}{M(He)} = \frac{40\ г}{4\ г\ /\ моль} = 10\ \ моль;$$

$$\nu(O_2) = \frac{m(O_2)}{M(O_2)} = \frac{40\ г}{32\ г\ /\ моль} = 1,25\ \ моль;$$

$\nu(He) \neq \nu(O_2)$, отже, й $N(He) \neq N(O_2)$. Висновок: твердження хибне.

Твердження 2. Молярний об'єм газів за нормальних умов дорівнює 22,4 л, а не 24,2 л. Висновок: твердження хибне.

11. Водень H_2 легший за повітря газ, тому пробірку треба розташувати догори дном. *Відповідь*: Б.

12. *Дано:* $N(N_2) = 301 \cdot 10^{23}$; $\nu(N_2)$ — ?

Розв'язання: Кількість речовини азоту обчислимо за формулою

$$\nu(N_2) = \frac{N(N_2)}{N_A} = \frac{301 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}} = 50\ моль.$$ *Відповідь*: А.

13. *Дано:* $N(N_2) = 3,01 \cdot 10^{23}$; $m(N_2) = m(H_2)$; $\nu(H_2)$ — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо кількість речовини азоту N_2 за формулою

$$\nu(N_2) = \frac{N(N_2)}{N_A} = \frac{3,01 \cdot 10^{23}}{6,02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}} = 0,5\ \ моль.$$

2) Обчислимо масу азоту N_2 за формулою

$m(N_2) = M(N_2) \cdot \nu(N_2) = 28$ г/моль $\cdot$ 0,5 моль = 14 г.

3) За умовою задачі $m(H_2) = m(N_2) = 14$ г. Обчислимо кількість речовини водню H_2 за формулою $\nu(H_2) = \frac{m(H_2)}{M(H_2)} = \frac{14\ г}{2\ г\ /\ моль} = 7\ \ моль.$

Відповідь: Г.

14. **Твердження 1** є неправильним, тому що $M(NO_2) \neq M(CO_2)$.

Твердження 2 є правильним, тому що кількість молекул будь-якого газу обчислюється за формулою $N = N_A \cdot \nu$ і залежить від значення ν. А за умовою задачі $\nu(NO_2) = \nu(CO_2)$.

15. *Дано:* $m(Al) = 1,35$ г; $N(Al)$ — ?

Розв'язання: Обчислимо кількість речовини Al у порції масою 1,35 г за формулою $\nu(Al) = \frac{m(Al)}{M(Al)} = \frac{1,35\ г}{27\ г\ /\ моль} = 0,05\ \ моль.$

Число атомів Al обчислимо за формулою

$N(Al) = N_A \cdot \nu(Al) = 6,02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1} \cdot 0,05\ моль = 3,01 \cdot 10^{22}$.

Відповідь: А.

16. Обчислимо кількість речовин за формулами:

$$\nu(NaCl) = \frac{m(NaCl)}{M(NaCl)} = \frac{5,85\ г}{58,5\ г\ /\ моль} = 0,1\ \ моль;$$

$$\nu(NaHCO_3) = \frac{m(NaHCO_3)}{M(NaHCO_3)} = \frac{4,2\ г}{84\ г\ /\ моль} = 0,05\ \ моль;$$

$$\nu(CH_3COOH) = \frac{m(CH_3COOH)}{M(CH_3COOH)} = \frac{2,4\ г}{60\ г\ /\ моль} = 0,04\ \ моль;$$

$$\nu(I_2) = \frac{m(I_2)}{M(I_2)} = \frac{38,1\ г}{254\ г\ /\ моль} = 0,15\ \ моль.$$

Відповідь: 1 — В, 2 — Б, 3 — А, 4 — Д.

17. *Дано:* *Розв'язання:*

$V(O_2)$ = 25 л (н. у.)	Обчислимо кількість речовини кисню O_2 за формулою
$m(O_2)$ — ?	$\nu(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{25\ л}{22,4\ л\ /\ моль} = 1,12$ моль.

Масу кисню O_2 обчислимо за формулою

$m(O_2) = M(O_2) \cdot \nu(O_2)$ = 32 г/моль · 1,12 моль = 35,84 г ≈ 36 г.

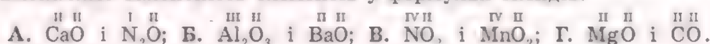
Відповідь: Г.

ОСНОВНІ КЛАСИ НЕОРГАНІЧНИХ СПОЛУК

§ 30. Поняття про оксиди. Номенклатура і фізичні властивості оксидів

5. У назвах оксидів після назви хімічного елемента римськими цифрами у дужках записується валентність елемента, якщо її значення є змінним. Виправимо помилки у назвах оксидів: K_2O — калій оксид, CO — карбон(II) оксид, SO_3 — сульфур(VI) оксид, Al_2O_3 — алюміній оксид.

6. Визначимо валентність елементів у формулах оксидів:



А. $\overset{II}{Ca}\overset{II}{O}$ і $\overset{I}{N_2}\overset{II}{O}$; Б. $\overset{III}{Al_2}\overset{II}{O_3}$ і $\overset{II}{Ba}\overset{II}{O}$; В. $\overset{IV}{N}\overset{II}{O_2}$ і $\overset{IV}{Mn}\overset{II}{O_2}$; Г. $\overset{II}{Mg}\overset{II}{O}$ і $\overset{II}{C}\overset{II}{O}$.

Відповідь: В, Г.

7. Оксиди — бінарні сполуки елементів з Оксигеном, у яких Оксиген виявляє ступінь окиснення −2. Серед наведених пар речовин оксидами є пара Г ZnO і CaO. *Відповідь:* Г.

8. Твердими за звичайних умов є фосфор(V) оксид P_2O_5, кальцій оксид CaO, силіцій(IV) оксид SiO_2.

91. Випишемо формули оксидів: SiO_2, MgO, SO_3, NO, FeO, Cl_2O_7, N_2O_3, Fe_2O_3, CO, CaO, Na_2O. Оксидами металічних елементів є MgO, FeO, Fe_2O_3, CaO, Na_2O. Оксидами неметалічних елементів є SiO_2, SO_3, NO, Cl_2O_7, N_2O_3, CO.

93. Запишемо формули оксидів за їх назвами: калій оксид K_2O, сульфур(VI) оксид SO_3, фосфор(III) оксид P_2O_3, хлор(I) оксид Cl_2O, плюмбум(IV) оксид PbO_2. У назвах оксидів валентність зазначається у разі, якщо елемент має змінну валентність.

94. Заповнимо таблицю:

Елемент	Формула оксиду	Назва оксиду
Li	$\overset{I}{Li_2}O$	літій оксид
Ba	$\overset{II}{Ba}O$	барій оксид
S(VI)	$\overset{VI}{S}O_3$	сульфур(VI) оксид
P(V)	$\overset{V}{P_2}O_5$	фосфор(V) оксид

95. Обчислимо густину за повітрям таких оксидів:

а) нітроген(IV) оксиду NO_2; $M_r(NO_2) = 14 + 16 \cdot 2 = 46$;

$$D_{пов.}(NO_2) = \frac{M_r(NO_2)}{29} = \frac{46}{29} = 1,59;$$

б) карбон(II) оксиду CO; $M_r(CO) = 12 + 16 = 28$; $D_{пов.}(CO) = \frac{M_r(CO)}{29} = \frac{28}{29} = 0,97$;

в) сульфур(IV) оксиду SO_2; $M_r(SO_2) = 32 + 16 \cdot 2 = 64$;

$$D_{пов.}(SO_2) = \frac{M_r(SO_2)}{29} = \frac{64}{29} = 2,21.$$

96. Напишемо рівняння реакції розкладу малахіту $Cu_2CH_2O_5$:

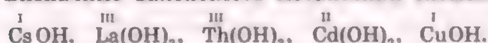
$Cu_2CH_2O_5 \xrightarrow{t} 2CuO + CO_2\uparrow + H_2O$.

97. Кисень O_2 має молекулярні кристалічні ґратки; силіцій(IV) оксид SiO_2 (інша назва — пісок) має атомні кристалічні ґратки; алюміній оксид Al_2O_3 має йонний тип кристалічних ґраток.
Відповідь: 1 — Б, 2 — В, 3 — А.

§ 31. Склад і номенклатура основ. Фізичні властивості основ

6. До основ належать складні речовини немолекулярної будови, хімічна формула яких складається з одного атома металічного елемента й однієї або кількох гідроксильних груп. Загальна формула основ $Me(OH)_n$.
У наведеному переліку формул до основ належать $Co(OH)_2$, $Sr(OH)_2$, $Ni(OH)_2$.

98. Число гідроксильних груп у хімічній формулі основи дорівнює валентності металічного елемента.
Визначимо валентність металічних елементів за формулами основ:



$\overset{I}{Cs}OH$, $\overset{III}{La}(OH)_3$, $\overset{III}{Th}(OH)_3$, $\overset{II}{Cd}(OH)_2$, $\overset{I}{Cu}OH$.

99. Запишемо формули основ за їх назвами: літій гідроксид $LiOH$, магній гідроксид $Mg(OH)_2$, хром(II) гідроксид $Cr(OH)_2$.

100. а) Зайвою є формула CuO. Це оксид, тоді як дві інші речовини є гідроксидами.
б) Зайвою може бути формула $Cu(OH)_2$. Це нерозчинна основа. $Ca(OH)_2$ і KOH розчиняються у воді.
Зайвою може бути формула KOH. Це гідроксид одновалентного металічного елемента. Дві інші формули — є формулами гідроксидів двовалентних металічних елементів.
в) Зайвою є формула $Fe(OH)_2$. Це нерозчинна основа.

§ 32. Поняття про кислоти

6. Карбонатна кислота H_2CO_3 існує лише у водних розбавлених розчинах.
Відповідь: А

7. У складі безоксигенових кислот не містяться атоми Оксигену. Запишемо формули кислот: А хлоридна HCl і нітратна HNO_3 кислоти;
Б сульфідна H_2S і хлоридна HCl кислоти;
В сульфатна H_2SO_4 і сульфітна H_2SO_3 кислоти;
Г ортофосфатна H_3PO_4 і карбонатна H_2CO_3 кислоти.
Відповідь: Б.

8. Рядки А, Б, В утворені тільки формулами кислот. У рядку Г є дві формули кислот — H_3PO_4 та HNO_3 й одна формула оксиду — SO_3.
Відповідь: Г.

101. Кислоти — це неорганічні сполуки, що складаються з атомів Гідрогену, здатних заміщуватися атомами металів, та кислотного залишку.
Випишемо формули кислот й охарактеризуємо їх за відомими класифікаціями: HNO_3 нітратна кислота — одноосновна, оксигеновмісна, H_2S сульфідна кислота — двохосновна, безоксигенова.

102. У формулах кислот валентність кислотного залишку дорівнює числу

атомів Гідрогену у складі кислоти: $H\overset{I}{NO_2}$, $H\overset{I}{PO_3}$, $H_2\overset{II}{SeO_4}$, $H\overset{I}{MnO_4}$.

103. а) Зайвою може бути формула HNO_3. Це одноосновна кислота. Дві інші кислоти є двохосновними.

Зайвою може бути формула H_2CO_3, тому що ця кислота існує лише у водних розбавлених розчинах.

б) Зайвою є формула H_2SiO_3, тому що ця кислота не розчиняється у воді.

в) Зайвою є формула H_3PO_4, тому що це оксигеновмісна кислота. HCl і H_2S — безоксигенові кислоти.

106. *Дано:*

$V(H_2)$ = 1 л або 1000 мл
V(HCl) = 448 л (н. у.)
ρ(кислоти) = 1,19 г/см^3 або 1,19 г/мл

w(HCl) — ?

Розв'язання:

1) Обчислимо кількість речовини і масу гідроген хлориду HCl:

$$\nu(\text{HCl}) = \frac{V(\text{HCl})}{V_m} = \frac{448\ \text{л}}{22{,}4\ \text{л / моль}} = 20\ \text{моль};$$

m(HCl) = M(HCl) · ν(HCl) = 36,5 г/моль · 20 моль = 730 г.

2) Обчислимо масову частку HCl за формулою:

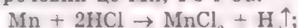
$$w(\text{HCl}) = \frac{m(\text{HCl})}{m(\text{розчину HCl})} = \frac{730\ \text{г}}{1000\ \text{мл} \cdot 1{,}19\ \text{г / мл}} = 0{,}616\ \text{або}\ 61{,}6\ \%.$$

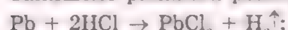
Відповідь: 61,6 %.

§ 33. Здатність металів витискувати водень із кислот. Витискувальний ряд металів

107. Водень із кислот витискують ті метали, які у ряді активності розташовані до водню. У наведеному переліку речовин це Mn, Pb і Cd.

Запишемо рівняння реакцій:


$Mn + 2HCl \rightarrow MnCl_2 + H_2\uparrow$;


$Pb + 2HCl \rightarrow PbCl_2 + H_2\uparrow$;

$Cd + 2HCl \rightarrow CdCl_2 + H_2\uparrow$.

108. Реакція, що відбувається за схемою $Co + HCl \rightarrow CoCl_2 + H_2$ є реакцію заміщення. Реакція заміщення — це реакція між простою (Co) і складною (HCl) речовинами, продуктами якої є нові проста (H_2) і складна ($CoCl_2$) речовини. *Відповідь*: В.

109. а) Зайвою речовиною є Cu, тому що у ряді активності металів стоїть після водню.

б) Зайвою речовиною є Zn, тому що у ряді активності металів стоїть до водню.

110. Реакція заміщення — це реакція між простою і складною речовинами, продуктами якої є нові проста і складна речовини. Це реакція, що відбувається за схемою $Fe + HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2$.

Реакція сполучення — це реакція між кількома речовинами, продуктом якої є одна нова речовина. Це реакція, що відбувається за схемою $H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$.

Реакція розкладу — це така реакція, коли з однієї речовини утворюється кілька нових речовин. Це реакція, що відбувається за схемою $HgO \rightarrow Hg + O_2$.

Відповідь: 1 — Б, 2 — В, 3 — А.

111. Цинк активніший за олово, тому витіснить більший об'єм водню.

§ 34. Поняття про солі

112. Солі — складні речовини, що складаються з атомів металу та кислотного залишку. У наведеному переліку до солей належать CuS — купрум(II) сульфід, $FeCO_3$ — ферум(II) карбонат, $Ca_3(PO_4)_2$ — кальцій ортофосфат, Na_2SiO_3 — натрій силікат.

113. Складемо формули солей: манган(II) нітрат $Mn(NO_3)_2$, кальцій карбонат $CaCO_3$, натрій сульфіт Na_2SO_3, ферум(III) сульфат $Fe_2(SO_4)_3$, барій ортофосфат $Ba_3(PO_4)_2$, калій силікат K_2SiO_3.

114. а) Зайва формула H_2CO_3, тому що це кислота, а $MgCO_3$ і $CaCO_3$ — солі. б) Зайва формула KOH, тому що це основа, а K_2SO_4 і K_3PO_4 — солі.

115. Напишемо назви солей: $FeCO_3$ — ферум(II) карбонат; KCl — калій хлорид; $Fe_2(SO_4)_3$ — ферум(III) сульфат; $AgNO_3$ — аргентум(I) нітрат.
Відповідь: 1 — Г, 2 — В, 3 — Д, 4 — Б.

116. У формулі K_2MnO_4 сума індексів дорівнює 7 (2 + 1 + 4 = 7); у формулі NaCl сума індексів дорівнює 2 (1 + 1 = 2); у формулі $MgCO_3$ сума індексів дорівнює 5 (1 + 1 + 3 = 5); у формулі $Al_2(SO_4)_3$ сума індексів дорівнює 17 (2 + (1 + 4) · 3 = 17).
За зростанням суми індексів формули треба розташувати у такій послідовності: NaCl, $MnCO_3$, K_2MnO_4, $Al_2(SO_4)_3$.
Відповідь: Б, В, А, Г.

117. Твердження 1 є неправильним. Солі можуть мати різні смаки і високі температури плавлення. Твердження 2 є правильним. Сума індексів у формулі натрій ортофосфату Na_3PO_4 дорівнює 8 (3 + 1 + 4 = 8).

118. У посудини з солями треба долити воду. Натрій хлорид NaCl добре розчиняється у воді; його розчин безбарвний і прозорий. Купрум(II) сульфат $CuSO_4$ добре розчиняється у воді; його розчин синього кольору, прозорий. Кальцій карбонат $CaCO_3$ не розчиняється у воді.

§ 35. Взаємодія оксидів з водою, дія на індикатори утворених продуктів реакції

Лабораторний дослід 1. Дія водних розчинів лугів на індикатори

№ пробірки	Досліджувана речовина	Індикатори		
		лакмус	метиловий оранжевий	фенолфталеїн
1	вода H_2O	фіолетовий		
2	вода H_2O		оранжевий	
3	вода H_2O			безбарвний
4	розчин NaOH	синій		
5	розчин NaOH		жовтий	
6	розчин NaOH			малиновий

Лабораторний дослід 2. Дія водних розчинів кислот на індикатори

№ пробірки	Досліджувана речовина	Індикатори	
		лакмус	метиловий оранжевий
1	вода H_2O	фіолетовий	
2	вода H_2O		оранжевий
3	хлоридна кислота HCl	червоний	
4	хлоридна кислота HCl		червоний

119. Купрум(II) оксид CuO — купрум(II) гідроксид $Cu(OH)_2$; купрум(I) оксид Cu_2O — купрум(I) гідроксид CuOH; хром(II) оксид CrO — хром(II) гідроксид $Cr(OH)_2$; хром(VI) оксид CrO_3 — хроматна кислота H_2CrO_4.
Відповідь: 1 — Б, 2 — А, 3 — Г, 4 — В,

120. Na_2O, K_2O, CaO, BaO — це оксиди; оксиди металів; оксиди лужних металів; взаємодіють з водою; при взаємодії з водою утворюють луги.

121. а) Зайвою може бути SiO_2, тому що цей оксид не взаємодіє з водою; тому що це оксид Силіцію, а SO_2 і SO_3 — оксиди Сульфуру.

Зайвою може бути SO_3, тому що у складі речовини три атоми Оксигену.

б) Зайва формула Fe_2O_3, тому що це амфотерний оксид і не реагує з водою. Оксиди K_2O і CaO є основними оксидами і реагують з водою.

122. Напишемо рівняння можливих реакцій:

а) $K_2O + H_2O \rightarrow 2KOH$; б) $BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$;

в) $SiO_2 + H_2O \not\rightarrow$; г) $FeO + H_2O \not\rightarrow$.

123. У кожну пробірку додати 1–2 краплі індикатору, наприклад, лакмусу. У пробірці з водою лакмус залишиться фіолетовим, у пробірці з кислотою — стане червоним, а у пробірці з розчином лугу — синім.

§ 36. Загальні хімічні властивості оксидів

125. Оксиди, що взаємодіють з кислотами з утворенням солей називають основними оксидами. До основних оксидів належать виключно оксиди металічних елементів, здебільшого з валентністю I, II.

У наведеному переліку до основних оксидів належать калій оксид K_2O, ферум(II) оксид FeO.

Оксиди, які взаємодіють з основами й утворюють сіль, називають кислотними оксидами. До кислотних оксидів належить більшість оксидів неметалічних елементів, а також оксиди металічних елементів із валентністю IV–VIII.

У наведеному переліку до кислотних оксидів належать хлор(VII) оксид Cl_2O_7, фосфор(V) оксид P_2O_5, карбон(IV) оксид CO_2, вольфрам(VI) оксид WO_3.

Оксиди, які взаємодіють і з кислотами, і з основами з утворенням солей, називають амфотерними оксидами. До амфотерних оксидів належать оксиди металічних елементів, здебільшого з валентністю III, дуже рідко — з валентністю II.

У наведеному переліку до амфотерних оксидів належать цинк оксид ZnO, алюміній оксид Al_2O_3.

126. Магній оксид MgO належить до основних оксидів. Як основний оксид він взаємодіє: а) з кислотами $MgO + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2O$; б) з кислотними оксидами $MgO + CO_2 \rightarrow MgCO_3$.

127. Сульфур(IV) оксид SO_2 належить до кислотних оксидів, алюміній оксид Al_2O_3 — до амфотерних оксидів, калій оксид K_2O — до основних оксидів.
Відповідь: 1 — Г, 2 — В, 3 — Б.

128. Твердження 1 є правильним. Натрій оксид реагує з водою з утворенням лугу. Рівняння реакції $Na_2O + H_2O \rightarrow 2NaOH$.

Твердження 2 є правильним. Купрум(II) оксид CuO не взаємодіє з водою.
Відповідь: В.

129. а) Зайвою буде формула N_2O, тому що це несолетворний оксид.

б) Зайвою буде формула Mn_2O_7, тому що це кислотний оксид, а BaO і K_2O — основні оксиди.

в) Зайвою буде формула MnO, тому що це основний оксид, а SiO_2 і SO_3 — кислотні оксиди.

130. Напишемо рівняння можливих реакцій за наведеними схемами:

а) $FeO + H_2O \not\rightarrow$; б) $BaO + H_2O \rightarrow Ba(OH)_2$;

в) $N_2O_5 + CO_2 \nrightarrow$; г) $SrO + SO_2 \rightarrow SrSO_3$;

д) $ZnO + H_2O \nrightarrow$; е) $K_2O + CO_2 \rightarrow K_2CO_3$;

є) $BaO + SO_3 \rightarrow BaSO_4$; ж) $3CaO + P_2O_5 \rightarrow Ca_3(PO_4)_2$;

з) $MgO + O_2 \nrightarrow$; і) $CaO + SiO_2 \rightarrow CaSiO_3$;

к) $Cu(OH)_2 + H_2 \nrightarrow$; л) $SO_3 + H_2 \nrightarrow$; м) $Na_2O + CO \nrightarrow$.

§ 37. Розрахунки за хімічними рівняннями маси, об'єму, кількості речовини реагентів і продуктів реакції

131. а) *Дано:* *Розв'язання:*

$V(O_2) = 11{,}2$ л

$m(Mg)$ — ?
$m(MgO)$ — ?

1) Запишемо рівняння реакції: $2Mg + O \rightarrow 2MgO$.
2) Виразимо 11,2 л O_2 через кількість речовини:

$$\nu(O_2) = \frac{V(O_2)}{V_m} = \frac{11{,}2\text{ л}}{22{,}4\text{ л / моль}} = 0{,}5\text{ моль}.$$

3) За рівнянням реакції кількості речовин реагентів і продуктів відносяться як $\nu(Mg) : \nu(O_2) : \nu(MgO) = 2 : 1 : 2$. Тобто $\nu(Mg) = \nu(MgO) = 2\nu(O_2)$. Отже, $\nu(Mg) = \nu(MgO) = 2 \cdot 0{,}5$ моль $= 1$ моль.
4) Обчислимо масу Mg і масу MgO:
$m(Mg) = M(Mg) \cdot \nu(Mg) = 24$ г/моль $\cdot$ 1 моль $= 24$ г;
$m(MgO) = M(MgO) \cdot \nu(MgO) = 40$ г/моль $\cdot$ 1 моль $= 40$ г.
Відповідь: 24 г Mg і 40 г MgO.

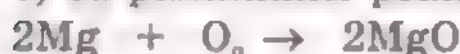
б) *Дано:* *Розв'язання:*

$m(MgO) = 8$ г

$m(Mg)$ — ?
$m(O_2)$ — ?

1) Запишемо рівняння реакції: $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$.
$M(Mg) = 24$ г/моль; $M(O_2) = 32$ г/моль; $M(MgO) = 40$ г/моль.
2) Виразимо 8 г MgO через кількість речовини:

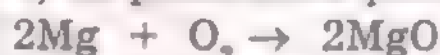
$$\nu(MgO) = \frac{8\text{ г}}{40\text{ г / моль}} = 0{,}2\text{ моль}.$$

3) за рівнянням реакції визначимо кількості речовин Mg і O_2:

$2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$
2 моль 1 моль 2 моль
За рівнянням реакції $\nu(Mg) = \nu(MgO) = 0{,}2$ моль з умови задачі.
Обчислимо масу Mg за формулою $m(Mg) = M(Mg) \cdot \nu(Mg) =$
$= 24$ г/моль $\cdot$ 0,2 моль $= 4{,}8$ г.
4) За рівнянням реакції $\nu(O_2)$ удвічі менше від $\nu(MgO)$.
Отже, $\nu(O_2) = 0{,}1$ моль. Обчислимо масу O_2 за формулою
$m(O_2) = M(O_2) \cdot \nu(O_2) = 32$ г/моль $\cdot$ 0,1 моль $= 3{,}2$ г.
Відповідь: 4,8 г Mg і 3,2 г O_2.

в) *Дано:* *Розв'язання:*

$\nu(Mg) = 2$ моль

$m(O_2)$ — ?
$m(MgO)$ — ?

1) Запишемо рівняння реакції: $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$.
$M(O_2) = 32$ г/моль; $M(MgO) = 40$ г/моль.
2) За рівнянням реакції визначимо кількості речовин:

$2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$
2 моль 1 моль 2 моль

3) За рівнянням реакції $\nu(MgO) = \nu(Mg) = 2$ моль, що збігається її з умовою задачі. Обчислимо масу MgO за формулю
$m(MgO) = M(MgO) \cdot \nu(MgO) = 40$ г/моль $\cdot$ 2 моль $= 80$ г.

4) За рівнянням реакції $\nu(O_2)$ удвічі менше від $\nu(Mg)$, отже, $\nu(O_2)$ = 2 моль : 2 = 1 моль. Обчислимо масу O_2 за формую $m(O_2) = M(O_2 \cdot \nu(O_2)$ = 32 г/моль · 1 моль = 32 г.

Відповідь: 32 г O_2 і 80 г MgO.

132. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Zn)$ = 13 г	1) Запишемо рівняння реакції: $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2$; $M(Zn)$ = 65 г/моль.
$N(H_2)$ — ? $V(H_2)$ — ? (н. у.)	2) Виразимо 13 г цинку через кількість речовини: $\nu(Zn) = \frac{m(Zn)}{M(Zn)} = \frac{13\ г}{65\ г\ /\ моль} = 0,2$ моль.

3) За відомою кількістю речовини цинку знайдемо кількість речовини водню: $\underset{1\ моль}{Zn} + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + \underset{1\ моль}{H_2}$

За рівнянням реакції $\nu(Zn) = \nu(H_2)$, тому $\nu(H_2)$ = 0,2 моль.

4) Обчислимо об'єм і число молекул водню:

$V(H_2) = V_m \cdot \nu(H_2)$ = 22,4 л/моль · 0,2 моль = 4,48 л;

$N(H_2) = N_A \cdot \nu(H_2) = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ · 0,2 моль = $1,204 \cdot 10^{23}$.

Відповідь: 4,48 л водню; $1,204 \cdot 10^{23}$ молекул водню.

133. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(Cr(OH)_3)$ = 41,2 г	1) Запишемо рівняння реакції розкладання
$\nu(Cr_2O_3)$ — ? $m(H_2O)$ — ?	хром(III) гідроксиду: $2Cr(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Cr_2O_3 + 3H_2O$;

$M(Cr(OH)_3)$ = (52 + (16 + 1) · 3) г/моль = 103 г/моль; $M(H_2O)$ = 18 г/моль.

2) Виразимо 41,2 г $Cr(OH)_3$ через кількість речовини:

$$\nu(Cr(OH)_3) = \frac{m(Cr(OH)_3)}{M(Cr(OH)_3)} = \frac{41,2\ г}{103\ г\ /\ моль} = 0,4\ моль.$$

3) За відомою кількістю речовини $Cr(OH)_3$ знайдемо кількість речовини Cr_2O_3 та кількість речовини H_2O: $\underset{2\ моль}{2Cr(OH)_3} \xrightarrow{t^\circ} \underset{1\ моль}{Cr_2O_3} + \underset{3\ моль}{3H_2O}$.

За рівнянням реакції $\nu(Cr_2O_3)$ удвічі менша від $\nu(Cr(OH)_3)$, отже, $\nu(Cr_2O_3)$ = 0,4 моль : 2 = 0,2 моль.

4) За рівнянням реакції $\nu(H_2O)$ у півтора рази більша за $\nu(Cr(OH)_3)$, отже, $\nu(H_2O)$ = 0,4 моль · 1,5 = 0,6 моль. Обчислимо масу H_2O за формулою $m(H_2O) = M(H_2O) \cdot \nu(H_2O)$ = 18 г/моль · 0,6 моль = 10,8 г.

Відповідь: 0,2 моль Cr_2O_3; 10,8 г H_2O.

134. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
m(суміші K_2SO_4 і NaCl) = 46,5 г m(осаду) = 46,6 г	1) Запишемо рівняння реакцій: (1) $K_2SO_4 + Ba(NO_3)_2 \rightarrow 2KNO_3 + BaSO_4\downarrow$;
$m(K_2SO_4)$ — ? $m(NaCl)$ — ?	(2) $NaCl + Ba(NO_3)_2 \not\rightarrow$.

$M(K_2SO_4)$ = 174 г/моль; $M(BaSO_4)$ = 233 г/моль.

2) Виразимо 46,6 г $BaSO_4$ через кількість речовини:

$$\nu(BaSO_4) = \frac{m(BaSO_4)}{M(BaSO_4)} = \frac{46,6\ г}{233\ г\ /\ моль} = 0,2\ моль.$$

3) За відомою кількістю речовини $BaSO_4$ знайдемо кількість речовини K_2SO_4: $\underset{1\ моль}{K_2SO_4} + Ba(NO_3)_2 \rightarrow 2KNO_3 + \underset{1\ моль}{BaSO_4}\downarrow$.

4) За рівнянням реакції $\nu(K_2SO_4) = \nu(BaSO_4)$, отже, $\nu(K_2SO_4) = 0,2$ моль. Обчислимо масу K_2SO_4 у суміші за формулою
$m(K_2SO_4) = M(K_2SO_4) \cdot \nu(K_2SO_4) = 174$ г/моль $\cdot$ 0,2 моль = 34,8 г.
5) Обчислимо масу NaCl у суміші за формулою
$m(NaCl) = m(\text{суміші}) - m(K_2SO_4) = 46,5$ г − 34,8 г = 11,7 г.
Відповідь: 34,8 г K_2SO_4 та 11,7 г NaCl.

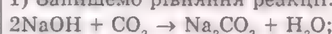
§ 38. Хімічні властивості основ

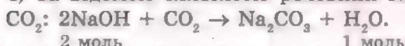
136. У формулах оксидів і відповідних до них основ валентність металічного елемента повинна бути однаковою. Напишемо формули і назви оксидів, що відповідають таким основам:
$Ca(OH)_2$ — CaO, кальцій оксид; NaOH — Na_2O, натрій оксид; $\overset{III}{Cr}(OH)_3$ — $\overset{III}{Cr_2}O_3$, хром(III) оксид; $\overset{II}{Fe}(OH)_2$ — $\overset{II}{Fe}O$, ферум(II) оксид; $\overset{II}{Pb}(OH)_2$ — $\overset{II}{Pb}O$, плюмбум(II) оксид; $\overset{II}{Cd}(OH)_2$ — $\overset{II}{Cd}O$, кадмій(II) оксид.

137. Луги, наприклад KOH, взаємодіють:
а) з кислотами $2KOH + H_2SiO_3 \rightarrow K_2SiO_3 + 2H_2O$;
б) з кислотними оксидами $2KOH + SO_3 \rightarrow K_2SO_4 + H_2O$.
Кислоти, наприклад, HCl, взаємодіють:
а) з основами $2HCl + Mg(OH)_2 \rightarrow MgCl_2 + 2H_2O$;
б) з основними оксидами $2HCl + CaO \rightarrow CaCl_2 + H_2O$.

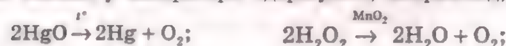
138. Напишемо рівняння можливих хімічних реакцій:
а) $Fe_2O_3 + H_2O \not\rightarrow$; б) $CaO + H_2O \rightarrow Ca(OH)_2$;
в) $Pb(NO_3)_2 + 2KOH \rightarrow Pb(OH)_2\downarrow + 2KNO_3$;
г) $Ca(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + 2H_2O$;
д) $Ba(OH)_2 \overset{t°}{\not\rightarrow}$; е) $Co(OH)_2 \overset{t°}{\rightarrow} CoO + H_2O$;
є) $MnCl_2 + 2NaOH \rightarrow Mn(OH)_2\downarrow + 2NaCl$.

139.

Дано:	*Розв'язання*:
$m(\text{розчину } NaOH) = 20$ г $w(NaOH) = 10$ %	1) Запишемо рівняння реакції:  $2NaOH + CO_2 \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$;
$V(CO_2)$ — ? (н. у.)	$M(NaOH) = 40$ г/моль.

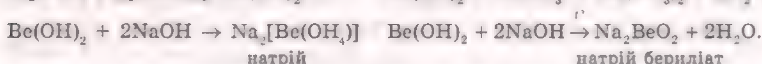
2) Обчислимо масу NaOH у розчині за формулою
$m(NaOH) = m(\text{розчину } NaOH) \cdot w(NaOH) = 20$ г $\cdot$ 0,1 = 2 г.
3) Виразимо 2 г NaOH через кількість речовини:
$$\nu(NaOH) = \frac{m(NaOH)}{M(NaOH)} = \frac{2 \text{ г}}{40 \text{ г / моль}} = 0,05 \text{ моль.}$$
4) За відомою кількістю речовини NaOH знайдемо кількість речовини CO_2:

$$\underset{2\text{ моль}}{2NaOH} + CO_2 \rightarrow Na_2CO_3 + \underset{1\text{ моль}}{H_2O}.$$
5) За рівнянням реакції $\nu(CO_2)$ удвічі менша від $\nu(NaOH)$, отже,
$\nu(CO_2) = 0,05$ моль : 2 = 0,025 моль.
Обчислимо об'єм CO_2 за формулою
$V(CO_2) = V_m \cdot \nu(CO_2) = 22,4$ л/моль $\cdot$ 0,025 моль = 0,56 л.
Відповідь: 0,56 л CO_2.

§ 39. Амфотерні оксиди і гідроксиди та їхні хімічні властивості

140. Кисень у лабораторії одержують, наприклад, у такі способи:

$2HgO \overset{t°}{\rightarrow} 2Hg + O_2$; $2H_2O_2 \overset{MnO_2}{\rightarrow} 2H_2O + O_2$;

$2NaNO_3 \rightarrow 2NaNO_2 + O_2$; $2H_2O \xrightarrow{\text{ел. струм}} 2H_2 + O_2$; $2KClO_3 \xrightarrow{MnO_2} 2KCl + 3O_2$.

141. Напишемо рівняння реакцій, що підтверджують амфотерні властивості берилій гідроксиду $Be(OH)_2$: $Be(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ba(NO_3)_2 + 2H_2O$;



$Be(OH)_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2[Be(OH_4)]$ натрій тетрагідроксоберилліат; $Be(OH)_2 + 2NaOH \xrightarrow{t°} Na_2BeO_2 + 2H_2O$. натрій берилліат

142. Твердження 1 є неправильним. Цинк оксид ZnO належить до амфотерних оксидів, отже, взаємодіє і з кислотами, і з лугами.
Твердження 2 є неправильним. Магній гідроксид $Mg(OH)_2$ і барій гідроксид $Ba(OH)_2$ є основами; $Ba(OH)_2$ — луг. *Відповідь*: Г.

144. Алюміній гідроксид $Al(OH)_3$ є амфотерною сполукою, отже, реагує і з кислотами, із лугами. *Відповідь*: В, Г.

145. Щоб добути алюміній гідроксид, треба подіяти розчином лугу на розчинну сіль Алюмінію. У наведеному переліку речовин це алюміній нітрат $Al(NO_3)_3$. Рівняння реакції: $Al(NO_3)_3 + 3NaOH \rightarrow 3NaNO_3 + Al(OH)_3\downarrow$.
Відповідь: Г.

146. *Дано*:

$m(ZnCl_2) = 27,2$ г
$w(NaOH) = 32\ \%$

$m(Zn(OH)_2)$ — ?
m(розчину NaOH) — ?

Розв'язання:

1) Запишемо рівняння реакції добування цинк гідроксиду: $ZnCl_2 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2NaCl$;
$M(ZnCl_2) = 136$ г/моль; $M(Zn(OH)_2) = 99$ г/моль.

2) Виразимо 27,2 г $ZnCl_2$ через кількість речовини:

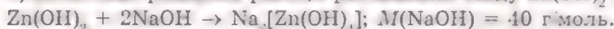
$$\nu(ZnCl_2) = \frac{m(ZnCl_2)}{M(ZnCl_2)} = \frac{27,2\ г}{136\ г\ /\ моль} = 0,2\ моль.$$

3) За відомою кількістю речовини $ZnCl_2$ знайдемо кількість речовини $Zn(OH)_2$:

$ZnCl_2 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_2\downarrow + 2NaCl$.
1 моль (ZnCl₂) — 1 моль (Zn(OH)₂)

4) За рівнянням реакції $\nu(ZnCl_2) = \nu(Zn(OH)_2)$, отже,
$\nu(Zn(OH)_2) = 0,2$ моль. Обчислимо $Zn(OH)_2$ за формулою
$m(Zn(OH)_2) = M\ (Zn(OH)_2) \cdot \nu(Zn(OH)_2) = 99$ г/моль $\cdot$ 0,2 моль = 19,8 г.

5) Запишемо рівняння реакції розчинення осаду $Zn(OH)_2$ у розчині лугу:



$Zn(OH)_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2[Zn(OH)_4]$; $M(NaOH) = 40$ г/моль.

За відомою кількістю речовини $Zn(OH)_2$ знайдемо кількість речовини NaOH: $Zn(OH)_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2[Zn(OH)_4]$.

1 моль ($Zn(OH)_2$) — 2 моль (NaOH)

За рівнянням реакції $\nu(NaOH)$ удвічі більше за $\nu(Zn(OH)_2)$, отже,
$\nu(NaOH) = 0,2$ моль $\cdot$ 2 = 0,4 моль. Обчислимо масу NaOH за формулою
$m(NaOH) = M(NaOH) \cdot \nu(NaOH) = 40$ г/моль $\cdot$ 0,4 моль = 16 г.
Обчислимо масу розчину NaOH за формулою

$$m(\text{розчину } NaOH) = \frac{m(NaOH)}{w(NaOH)} = \frac{16\ г}{0,32} = 50\ г.$$

Відповідь: 19,8 г $Zn(OH)_2$ і 50 г розчину NaOH.

§ 40. Хімічні властивості кислот

147. У нейтральному середовищі метиловий оранжевий — оранжевий, лакмус — фіолетовий, фенолфталеїн — безбарвний.
У кислому середовищі метиловий оранжевий — червоний (рожевий), лакмус — червоний, фенолфталеїн — безбарвний.

У лужному середовищі метиловий оранжевий — жовтий, лакмус — синій, фенолфталеїн — малиновий.

Відповідь: 1 — В, Е; 2 — Б, Д; 3 — А, Г, Є.

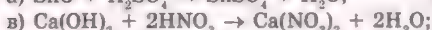
148. Твердження 1 є правильним, тому що взаємодія кислот із металами належить до реакцій заміщення. Твердження 2 є правильним, тому що взаємодія кислот із основами належить до реакцій обміну. *Відповідь*: В.

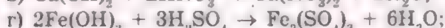
149. а) Зайвою формулою є Cu, тому що у ряді активності металів стоїть після водню.

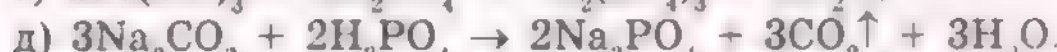
б) Зайвою формулою є SO_3, тому що належить до кислотних оксидів.

150. Напишемо рівняння можливих реакцій:

а) $SnO + H_2SO_4 \rightarrow SnSO_4 + H_2O$; б) $SiO_2 + HCl \not\rightarrow$;

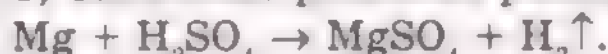

в) $Ca(OH)_2 + 2HNO_3 \rightarrow Ca(NO_3)_2 + 2H_2O$;


г) $2Fe(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Fe_2(SO_4)_3 + 6H_2O$;


д) $3Na_2CO_3 + 2H_3PO_4 \rightarrow 2Na_3PO_4 + 3CO_2\uparrow + 3H_2O$.

151. Дамо назви солям із завдання № 150: $SnSO_4$ — станум(II) сульфат; $Ca(NO_3)_2$ — кальцій нітрат; $Fe_2(SO_4)_3$ — ферум(III) сульфат; Na_3PO_4 — натрій ортофосфат.

152. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	*Розв'язання*
$m(Mg) = 12$ г $\nu(Zn) = 0{,}25$ моль де виділиться більший об'єм газу (н. у.) — ?	1) Запишемо рівняння реакції:  $Mg + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + H_2\uparrow$. Виразимо 12 г Mg через кількість речовини: $\nu(Mg) = \dfrac{m(Mg)}{M(Mg)} = \dfrac{12 \text{ г}}{24 \text{ г / моль}} = 0{,}5$ моль.

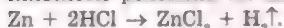
За відомою кількістю речовини Mg визначимо кількість речовини H_2:

$Mg + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + H_2\uparrow$.

1 моль 1 моль

За рівнянням реакції $\nu(Mg) = \nu(H_2)$, отже, $\nu(H_2) = 0{,}5$ моль. Обчислимо об'єм H_2 за формулою $V(H_2) = V_m \cdot \nu(H_2) = 22{,}4$ л/моль $\cdot$ 0,5 моль = 11,2 л.

2) Запишемо рівняння реакції: $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$. За відомою кількістю речовини Zn визначимо кількість речовини H_2:

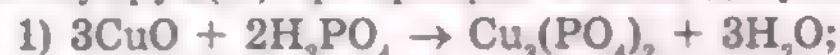

$Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$.

1 моль 1 моль

За рівнянням реакції $\nu(Zn) = \nu(H_2)$, отже, $\nu(H_2) = 0{,}25$ моль. Обчислимо об'єм H_2 за формулою $V(H_2) = V_m \cdot \nu(H_2) = 12{,}4$ л/моль $\cdot$ 0,25 моль = 5,6 л.

Відповідь: більший об'єм H_2 виділиться при взаємодії 12 г Mg із H_2SO_4.

153. Купрум(II) ортофосфат можна добути, наприклад, у такі способи:


1) $3CuO + 2H_3PO_4 \rightarrow Cu_3(PO_4)_2 + 3H_2O$;

2) $3Cu(OH)_2 + 2H_3PO_4 \rightarrow Cu_3(PO_4)_2 + 6H_2O$;

3) $3CuCl_2 + 2Na_3PO_4 \rightarrow Cu_3(PO_4)_2 + 6NaCl$.

154. У кожну пробірку треба додати 1–2 краплі лакмусу. У пробірці з розчином NaOH лакмус набуває синього кольору; у пробірці з розчином H_2SO_4 — червоного; у пробірці з розчином Na_2SO_4 лакмус залишається фіолетовим.

Лабораторний дослід. Взаємодія хлоридної кислоти з металами

№ 1. $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2\uparrow$, газ виділяється бурхливо;

№ 2. $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$, бурхливе виділення газу через 2–4 сек.;

№ 3. $Cu + HCl \not\rightarrow$.

Висновок: кислоти реагують з металами, які у витиску вальному ряді металів стоять до H_2.

§ 41. Хімічні властивості середніх солей

Лабораторний дослід 6. Взаємодія солей з металами

Пробірка № 1. $Zn + CuSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Cu\downarrow$; гранула Zn укрилася коричневим нальотом. **Пробірка № 2.** $Cu + ZnSO_4 \not\rightarrow$.

Лабораторний дослід 7. Взаємодія солей із лугами у водному розчині

$CuSO_4 + 2NaOH \rightarrow \underset{\text{синій}}{Cu(OH)_2\downarrow} + Na_2SO_4$. Це хімічне явище.

Лабораторний дослід 8. Реакція між солями в розчині

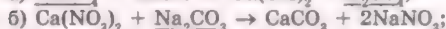
$NaCl + AgNO_3 \rightarrow \underset{\text{білий сироподібний}}{AgCl\downarrow} + NaNO_3$. Це хімічне явище.

155. Запишемо назви солей: $CaSO_3$ — кальцій сульфіт, $Ca_3(PO_4)_2$ — кальцій ортофосфат, $AlCl_3$ — алюміній хлорид, CaS — кальцій сульфід.
Відповідь: 1 — Д, 2 — А, 3 — Г, 4 — В,

156. Твердження 1 є неправильним, тому що взаємодія солей із металами належить до реакцій заміщення. **Твердження 2** є неправильним, тому що солі можуть реагувати з лугами, а $Ca(OH)_2$ — малорозчинна основа.
Відповідь: Г.

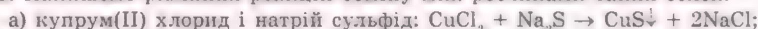
157. Напишемо замість крапочок формули речовин:

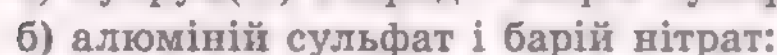
а) $\underline{CuSO_4} + 2KOH \rightarrow Cu(OH)_2 + \underline{K_2SO_4}$;


б) $Ca(NO_3)_2 + \underline{Na_2CO_3} \rightarrow CaCO_3 + 2NaNO_3$;

в) $AlCl_3 + \underline{3AgNO_3} \rightarrow 3AgCl + \underline{Al(NO_3)_3}$.

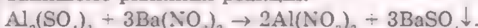
158. Напишемо рівняння реакцій обміну між розчинами таких солей:


а) купрум(II) хлорид і натрій сульфід: $CuCl_2 + Na_2S \rightarrow CuS\downarrow + 2NaCl$;


б) алюміній сульфат і барій нітрат:

$Al_2(SO_4)_3 + 3Ba(NO_3)_2 \rightarrow 2Al(NO_3)_3 + 3BaSO_4\downarrow$.

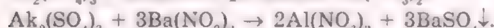
159. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
$M(BaSO_4)$ = 13,908 г	Запишемо рівняння реакцій:
$\nu(Al_2(SO_4)_3)$ — ? $\nu(Ba(NO_3)_2)$ – ?	 $Al_2(SO_4)_3 + 3Ba(NO_3)_2 \rightarrow 2Al(NO_3)_3 + 3BaSO_4\downarrow$.

Виразимо 13,908 г $BaSO_4$ через кількість речовини:

$$\nu(BaSO_4) = \frac{m(BaSO_4)}{M(BaSO_4)} = \frac{13,908\ г}{233\ г\ /\ моль} = 0,06\ \ моль.$$

За відомою кількістю речовини $BaSO_4$ визначимо кількість речовини $Al_2(SO_4)_3$ і кількість речовини $Ba(NO_3)_2$:

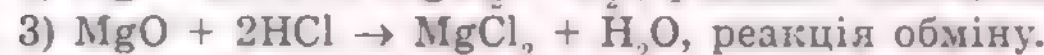

$\underset{1\ моль}{Ak_2(SO_4)_3} + \underset{3\ моль}{3Ba(NO_3)_2} \rightarrow 2Al(NO_3)_3 + \underset{3\ моль}{3BaSO_4\downarrow}$.

За рівнянням реакції $\nu(Al_2(SO_4)_3)$ у три рази менша від $\nu(BaSO_4)$.
Отже, $\nu(Al_2(SO_4)_3)$ = 0,06 моль : 3 = 0,02 моль.
За рівнянням реакції $\nu(Ba(NO_3)_2) = \nu(BaSO_4)$.
Отже, $\nu(Ba(NO_3)_2)$ = 0,06 моль.
Відповідь: 0,02 моль $Al_2(SO_4)_3$ і 0,06 моль $Ba(NO_3)_2$.

160. Магній хлорид $MgCl_2$ можна добути, наприклад, у такі способи:

1) $Mg + Cl_2 \rightarrow MgCl_2$, реакція сполучення;

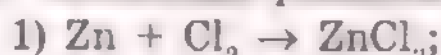
2) $Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2\uparrow$, реакція заміщення;


3) $MgO + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2O$, реакція обміну.

161. Формула питної соди $NaHCO_3$, назва — натрій гідрогенкарбонат. Рівняння реакції добування: $NaOH + CO_2 \rightarrow NaHCO_3$.

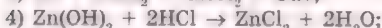
§ 42. Загальні способи добування неорганічних речовин

162. Запишемо рівняння реакцій утворення оксидів Карбону:
$2C + O_2 \rightarrow 2CO$ карбон(II) оксид, реакція неповного окиснення
$C + O_2 \rightarrow CO_2$ карбон(IV) оксид, реакція повного окиснення (горіння).

163. Запишемо рівняння реакцій добування цинк хлориду $ZnCl_2$:

1) $Zn + Cl_2 \rightarrow ZnCl_2$;

2) $Zn + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2\uparrow$;

3) $Zn + CuCl_2 \rightarrow ZnCl_2 + Cu\downarrow$;

4) $ZnO + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2O$;

4) $Zn(OH)_2 + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + 2H_2O$;

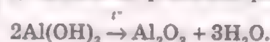
6) $ZnCO_3 + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$;

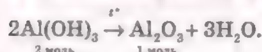
7) $ZnSO_4 + BaCl_2 \rightarrow ZnCl_2 + BaSO_4\downarrow$.

164. Вода виступає як реагент під час добування сульфітної кислоти H_2SO_3 і барій гідроксиду $Ba(OH)_2$. Рівняння реакцій:

$H_2O + SO_2 \rightarrow H_2SO_3$; $H_2O + BaO \rightarrow Ba(OH)_2$.

165. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано:	*Розв'язання:*
$\nu(Al(OH)_3)$ = 2 моль	1) Запишемо рівняння реакції добування Al_2O_3:
$m(AlCl_3)$ — ?	 $2Al(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Al_2O_3 + 3H_2O$.

За рівнянням реакції виразимо кількість речовин Al_2O_3:

$$\underset{2\ моль}{2Al(OH)_3} \xrightarrow{t^\circ} \underset{1\ моль}{Al_2O_3} + 3H_2O.$$
За рівнянням реакції $\nu(Al_2O_3)$ удвічі меша від $\nu(Al(OH)_3)$.
Отже, $\nu(Al_2O_3)$ = 2 моль : 2 = 1 моль.
2) Запишемо рівняння реакцій між Al_2O_3 і хлоридної кислотою HCl:

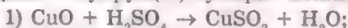
$Al_2O_3 + 6HCl \rightarrow 2AlCl_3 + 3H_2O$.
за відомою кількістю речовини Al_2O_3 визначимо кількість речовини $AlCl_3$:

$$\underset{1\ моль}{Al_2O_3} + 6HCl \rightarrow \underset{2\ моль}{2AlCl_3} + 3H_2O.$$
За рівнянням реакції $\nu(AlCl_3)$ удвічі більше за $\nu(Al_2O_3)$, отже, $\nu(AlCl_3)$ = 1 моль · 2 = 2 моль. Масу $AlCl_3$ обчислимо за формулою $m(AlCl_3) = M(AlCl_3) \cdot \nu(AlCl_3)$ = 133,5 г/моль · 2 моль = 267 г.
Відповідь: 267 г $AlCl_3$.

§ 45. Експериментальні задачі.

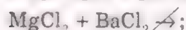
Практична робота 2. Розв'язування експериментальних задач.

Лабораторний дослід 9. Розв'язування експериментальних задач

Задача 1. Купрум(II) сульфат можна добути у такі способи:

1) $CuO + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_2 + H_2O$;

2) $CuCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$.

Задача 2. У кожну пробірку з виданими розчинами треба додати 1–2 краплі лакмусу (або метилового оранжевого). У пробірці з розчином HCl лакмус набуває червоного кольору.

Задача 3. У пробірки з розчинами $MgCl_2$ і $MgSO_4$ доливаємо розчин $BaCl_2$. У пробірці з розчином $MgSO_4$ утворюється білий осад. Рівняння реакцій:

$MgCl_2 + BaCl_2 \not\rightarrow$;

$MgSO_4 + BaCl_2 \rightarrow MgCl_2 + \underset{білий}{BaSO_4\downarrow}$.

Задача 4. У пробірки з розчинами нітратної кислоти HNO_3 і натрій гідроксиду NaOH додамо 1–2 краплі індикатору, наприклад, фенолфталеїну. У пробірці з розчином HNO_3 фенолфталеїн залишається безбарвним, у пробірці з розчином NaOH — набуває малинового кольору.

Практична робота 2. Розв'язування експериментальних задач

Експериментальна задача 1. У всі три пробірки додамо 1–2 краплі індикатору, наприклад, лакмусу. У пробірці з розчином кислоти лакмус стає червоним, у пробірці з розчином лугу — синім, у пробірці з водою лакмус залишається фіолетовим.

Експериментальна задача 2. У кожну пробірку можна: а) додати 1–2 краплі індикатора, наприклад, лакмусу. У пробірці з сульфатною кислотою лакмус набуває червоного забарвлення; б) опустити по гранулі цинку. У пробірці з сульфатною кислотою спостерігається виділення газу. Рівняння реакцій: $H_2SO_4 + Zn \rightarrow ZnSO_4 + H_2\uparrow$; $Na_3SO_4 + Zn \not\rightarrow$.

Експериментальна задача 3. У кожну пробірку доливаємо хлоридну кислоту HCl. В одній пробірці спостерігаємо виділення газу, тому що там був натрій карбонат Na_2CO_3. Рівняння реакцій:

$Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2\uparrow + H_2O$; $NaCl + HCl \not\rightarrow$.

Експериментальна задача 4. Відбираємо проби з кожної пробірки і додаємо 1–2 краплі індикатора, наприклад, лакмусу. Тільки в одній пробірці лакмус змінює свій колір на червоний. Отже, у цій пробірці міститься хлоридна кислота HCl.

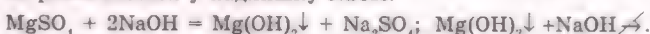
У дві пробірки, що залишилися, додаємо розчин натрій сульфату Na_2SO_4. В одній пробірці утворюється білий осад. Це означає, що у цій пробірці був розчин барій хлориду $BaCl_2$. Рівняння реакцій: $KCl + Na_2SO_4 \not\rightarrow$;

$BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow 2NaCl + BaSO_4\downarrow$.
білий

Експериментальна задача 5. У кожну пробірку додаємо 2–3 краплі розчину NaOH. У пробірці з розчином $ZnSO_4$ утворюється драглистий осад, який розчиняється у разі подальшого додавання NaOH:

$ZnSO_4 + 2NaOH \rightarrow Zn(OH)_2 + Na_2SO_4$; $Zn(OH)_2\downarrow + 2NaOH = Na_2[Zn(OH)_4]$.

У пробірці з розчином $MgSO_4$ утворюється білий осад, який не розчиняється у надлишку NaOH:


$MgSO_4 + 2NaOH = Mg(OH)_2\downarrow + Na_2SO_4$; $Mg(OH)_2\downarrow + NaOH \not\rightarrow$.

Експериментальна задача 6. Магній оксид MgO і купрум(II) оксид CuO можна розрізнити за кольором: MgO — порошок білого кольору, CuO — чорного.

Експериментальна задача 7. У пробірки з цинк оксидом ZnO і магній карбонатом $MgCO_3$ доливаємо хлоридну кислоту HCl.

У пробірці з ZnO спостерігається розчинення порошку й утворення безбарвного прозорого розчину: $ZnO + 2HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2O$.

У пробірці з $MgCO_3$ спостерігається виділення газу:

$MgCO_3 + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.

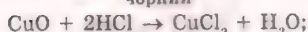
Експериментальна задача 8. У пробірку з чорним порошком CuO доливаємо хлоридну кислоту HCl. Чорний порошок CuO частково розчиняється у кислоті, утворюючи прозорий розчин блакитного кольору. Домішки, що не розчиняються у кислоті, є графітом. Рівняння реакцій:

$CuO + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + H_2O$; $C + HCl \not\rightarrow$.
графіт

Експериментальна задача 9. Рівняння реакцій для здійснення хімічних перетворень за схемами: а) $Cu \rightarrow CuO \rightarrow CuCl_2 \rightarrow Cu(OH)_2$;

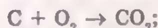
$2Cu + O_2 \xrightarrow{t^\circ} 2CuO$; прожарити у вогні мідний дротик

чорний


$CuO + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + H_2O$;

$CuCl_2 + 2NaOH \rightarrow Cu(OH)_2\downarrow + 2NaCl$;

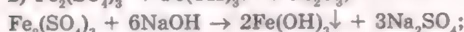
блакитний синій

б) $C \rightarrow CO_2 \rightarrow K_2CO_3 \rightarrow CO_2$;

$C + O_2 \rightarrow CO_2$;

$CO_2 + 2KOH \rightarrow K_2CO_3 + H_2O$;

$K_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2KCl + CO_2\uparrow + H_2O$.

в) $Fe_2(SO_4)_3 \rightarrow Fe(OH)_3\downarrow \rightarrow Fe_2O_3$;


$Fe_2(SO_4)_3 + 6NaOH \rightarrow 2Fe(OH)_3\downarrow + 3Na_2SO_4$;

бурий

Осад відфільтрувати й прожарити: $2Fe(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3H_2O$.

Експериментальна задача 10. а) До CuO додати H_2SO_4, утворюється прозорий розчин блакитного кольору: $CuO + H_2SO_4 \rightarrow CuSO_4 + H_2O$;

б) до розчину $Fe_2(SO_4)_3$ треба додати розчин NaOH, випадає бурий осад; $Fe_2(SO_4)_3 + 6NaOH \rightarrow 2Fe(OH)_3\downarrow + 3Na_2SO_4$;

в) купрум(II) гідроксид $Cu(OH)_2$ треба прожарити; спостерігаємо зміну кольору з блакитного на чорний: $Ca(OH)_2 \xrightarrow{t^\circ} CuO + H_2O$.

блакитний чорний

Експериментальна задача 11. Добути речовини можна, наприклад, у такі способи:

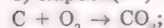
а) цинк сульфат $ZnSO_4$:

$Zn + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + H_2\uparrow$;

$ZnO + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + H_2O$;

$ZnCO_3 + H_2SO_4 \rightarrow ZnSO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$;

б) карбон(IV) оксид CO_2:

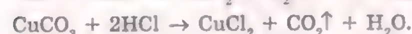

$C + O_2 \rightarrow CO_2$;

$Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2\uparrow + H_2O$;

в) купрум(II) хлорид $CuCl_2$:

$CuO + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + H_2O$;

$Cu(OH)_2 + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + 2H_2O$;


$CuCO_3 + 2HCl \rightarrow CuCl_2 + CO_2\uparrow + H_2O$.

§ 46. Залежність характеру елементів і властивостей їхніх сполук від електронної будови атомів

174. Для елементів другого періоду запишемо:

а) форми оксидів і гідратів оксидів, валентності елементів у них:

елемент	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
оксид	$\overset{I}{Li}_2O$	$\overset{II}{Be}O$	$\overset{III}{B}_2O_3$	$\overset{IV}{C}O_2$	$\overset{V}{N}_2O_5$	—	—	—
гідрат оксиду	$\overset{I}{Li}OH$	$\overset{II}{Be}(OH)_2$	$H_3\overset{III}{B}O_3$	$H_2\overset{IV}{C}O_3$	$H\overset{V}{N}O_3$	—	—	—

б) металічний та неметалічний характер речовин

елемент	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne
проста речовина	Li метал	Be амф.	B неметали →	C	N_2	O_2	F_2	Ne

176. Спрогнозуємо характер і хімічні властивості елементів другого періоду з протонними числами 3, 6, 9.

Сполуки	Протонні числа		
	3	6	9
Елемент	Літій Li, металічний	Карбон C, неметалічний	Флуор F, неметалічний
Проста речовина	Літій Li, лужний метал	вугілля, алмаз, графіт C, неметал	фтор F_2, неметал, газ
Оксиди	Li_2O — основний, $Li_2O + H_2O \rightarrow 2LiOH$; $Li_2O + 2HCl \rightarrow$ $\rightarrow 2LiCl + H_2O$	CO_2 — кислотний $CO_2 + H_2O \rightarrow H_2CO_3$; $CO_2 + 2KOH \rightarrow$ $\rightarrow K_2CO_3 + H_2O$	не утворює
Гідрати оксидів	$LiOH$ — луг; $LiOH + HNO_3 \rightarrow$ $\rightarrow LiNO_3 + H_2O$ $2LiOH + SO_2 \rightarrow$ $\rightarrow Li_2SO_3 + H_2O$	H_2CO_3 — кислота $H_2CO_3 + 2NaOH \rightarrow$ $\rightarrow Na_2CO_3 + 2H_2O$	не утворює
Леткі сполуки з Гідрогеном	не утворює	CH_4 — метан	HF — гідроген флуорид, водний розчин є флуоридною кислотою

177. У періодах неметалічні властивості збільшується із збільшенням протонних чисел. За збільшенням неметалічних властивостей наведені елементи треба розташувати у такій послідовності: Карбон, Нітроген, Оксиген, Флуор. *Відповідь*: Б, Г, А, В,

178. Закінчення електронної формули $...5s^25p^5$ має атом хімічного елемента, який міститься у 5-му періоді, у VII групі, у головній підгрупі. Це Йод. Він є неметалічним елементом, його оксид і гідроксид не можуть виявляти основні властивості.

§ 47. Поширеність у природі та використання оксидів, кислот, основ

179. Прокласифікуємо наведені оксиди:

Основні оксиди	Амфотерні оксиди	Кислотні оксиди	Несолетворні оксиди
CaO, MgO	BeO, Al_2O_3, Cr_2O_3, Fe_2O_3	SO_3, CO_2, TiO_2, P_2O_5, V_2O_5, SiO_2, SO_2 NO_2	CO

180. До складу скла входять натрій силікат Na_2SiO_3, кальцій силікат $CaSiO_3$.У надлишку перебуває силіцій(IV) оксид, пісок SiO_2.

181. 1) Обчислимо масову частку Оксигену у ванадій(V) оксиді V_2O_5:
$M_r(V_2O_5) = 2A_r(V) + 5A_r(O) = 2 \cdot 51 + 5 \cdot 16 = 182$;

$$w(O) = \frac{5A_r(O)}{M_r(V_2O_5)} = \frac{5 \cdot 16}{182} = 0,44 \text{ або } 44\ \%.$$

2) Обчислимо масову частку Оксигену у манган(IV) оксиді MnO_2:

$M_r(MnO_2) = A_r(Mn) + 2A_r(O) = 55 + 2 \cdot 16 = 87$; $w(O) = \dfrac{2A_r(O)}{M_r(MnO_2)} = \dfrac{2 \cdot 16}{87} = 0,37$ або 37 %.

Відповідь: масова частка Оксигену більша у V_2O_5.

182. Фосфор(V) оксид P_2O_5 легко поглинає воду, тобто є гігроскопічною речовиною:

$P_2O_5 + H_2O \rightarrow 2HPO_3$; $P_2O_5 + 3H_2O \rightarrow 2H_3PO_4$.

холодна гаряча

183. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(KNO_3) = 10{,}1$ т або 10 100 кг $m(HNO_3)$ — ? $m(K_2CO_3)$ — ?	Запишемо рівняння реакції: $K_2CO_3 + 2HNO_3 \rightarrow 3KNO_3 + CO_2\uparrow + H_2O$. Виразимо 10 100 кг KNO_3 через кількість речовини:

$$\nu(KNO_3) = \frac{m(KNO_3)}{M(KNO_3)} = \frac{10100 \text{ кг}}{101 \text{ г / моль}} = \frac{10100000 \text{ г}}{101 \text{ г / моль}} =$$

$= 100\ 000$ моль $= 100$ кмоль.

За відомою кількістю речовини KNO_3 визначимо кількість речовини HNO_3 і K_2CO_3: $K_2CO_3 + 2HNO_3 \rightarrow 2KNO_3 + CO_2\uparrow + H_2O$.

1 моль 2 моль 2 моль

За рівнянням реакції $\nu(HNO_3) = \nu(KNO_3)$, отже, $\nu(HNO_3) = 100$ кмоль. Масу HNO_3 обчислимо за формулою $m(HNO_3) = M(HNO_3) \cdot \nu(HNO_3) =$ $= 63$ г/моль $\cdot$ 100 кмоль = 6 300 000 г або 6300 кг, або 6,3 т.

За рівнянням реакції $\nu(K_2CO_3)$ у два рази менша від $\nu(KNO_3)$, отже, $\nu(K_2CO_3) = 100$ кмоль : 2 = 50 кмоль. Масу K_2CO_3 обчислимо за формулою $m(K_2CO_3) = M(K_2CO_3) \cdot \nu(K_2CO_3) = 138$ г/моль $\cdot$ 50 000 моль = 6 900 000 г, або 6900 кг, або 6,9 т.

Відповідь: 6,3 т HNO_3 і 6,9 т K_2CO_3.

§ 48. Поширеність у природі, використання середніх солей

185. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
w(солей) = 14 % ρ(води) = 1 г/см^3 m(солей) — ?	Об'єм води у Азовському морі дорівнює 256 км^3 або 256 000 000 л.

Обчислимо масу води у Азовському морі за формулою

m(морської води) = $V \cdot \rho$ = 256 000 000 000 мл $\cdot$ 1 г/мл = 256 000 000 000 г або 256 000 т.

Обчислимо масу солей за формулою

m(солей) = m(морської води) $\cdot$ w(солей) = 256 000 т $\cdot$ 0,14 = 35 840 т.

Відповідь: 35 840 т.

186. *Дано:* *Розв'язання:*

Дано	Розв'язання
$m(BaSO_4 + H_2O) = 300$ г $m(BaSO_4) : m(H_2O) = 2 : 1$ $m(BaCl_2)$ — ?	Запишемо рівняння реакції добування $BaSO_4$: $BaCl_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4 + 2HCl$. 1) Обчислимо масу $BaSO_4$ у суміші: m(суміші) = 300 г, $m(BaSO_4) : m(H_2O) = 2 : 1$. Отже, $m(BaSO_4) = 200$ г.

2) Виразимо 200 г $BaSO_4$ через кількість речовини:

$$\nu(BaSO_4) = \frac{m(BaSO_4)}{M(BaSO_4)} = \frac{200 \text{ г}}{233 \text{ г / моль}} = 0{,}86 \text{ моль.}$$

3) За відомою кількістю речовини $BaSO_4$ визначимо кількість речовини $BaCl_2$: $BaCl_2 + H_2SO_4 \rightarrow BaSO_4 + 2HCl$.

1 моль 1 моль

За рівнянням реакції $\nu(BaCl_2) = \nu(BaSO_4)$, отже, $\nu(BaCl_2) = 0{,}86$ моль.

4) Обчислимо масу $BaCl_2$ за формулою
$m(BaCl_2) = M(BaCl_2) \cdot \nu(BaCl_2)$ = 208 г/моль · 0,86 моль = 178,9 г або 179 г.
Відповідь: 179 г.

187. *Дано*: *Розв'язання*:

Дано	Розв'язання
w(оцтової кислоти) = 9 % V(маринаду) = 1 л ρ(маринаду) = 1 г/мл V(оцту) = 30 мл	Маса маринаду дорівнює 1000 мл · 1 г/мл = 1000 г. Маса оцту — 30 г. Обчислимо масову частку оцту в маринаді:
w_2(оцтової кислоти) — ?	$w(\text{оцту}) = \dfrac{30\ \text{г}}{1000\ \text{г}} = 0{,}03$ або 3 %.

Обчислимо масу оцтової кислоти в оцті:
m(оцтової кислоти) = m(оцту) · w(оцтової кислоти) = 30 г · 0,09 = 2,7 г.
Обчислимо масову частку оцтової кислоти у маринаді:
w(оцтової кислоти) = 2,7 г : 1000 · 100 % = 0,27 %.
Відповідь: 0,27 %.

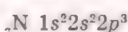
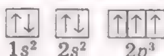
§ 49. Виконання комбінованих завдань

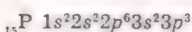
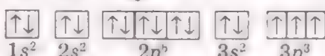
Завдання 1. Вищий оксид хімічного елемента IV групи має склад RO_2. За умовою задачі $M_r(RO_2) = 60$. Визначимо хімічний елемент:
$M_r(RO_2) = A_r(R) + 2A_r(O)$; $60 = A_r(R) + 2 \cdot 16$; $60 = A_r(R) + 32$;
$A_r(R) = 28$. Це Силіцій Si.
Його оксид SiO_2, гідрат оксиду H_2SiO_3 мають кислотний характер.

Рівняння реакцій: $SiO_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2SiO_3 + H_2O$;

$H_2SiO_3 + 2NaOH \rightarrow Na_2SiO_3 + 2H_2O$.

Завдання 2. Напишемо електронні формули атомів Нітрогену і Фосфору:


$_7N\ 1s^22s^22p^3$



$_{15}P\ 1s^22s^22p^63s^23p^3$


Спільне: число електронів на зовнішньому енергетичному рівні, число неспарених електронів.
Відмінне: число електронних рівнів, тобто радіус атома.

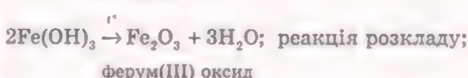
Завдання 3. Більше протонів, ніж електронів, має катіон. У даному завданні це катіон Магнію Mg^{2+}.

Завдання 4. KCl — йонний зв'язок, O_2 — ковалентний неполярний зв'язок, H_2O — ковалентний полярний зв'язок.

Завдання 5. $2\overset{+4}{N}\overset{-2}{O_2} + \overset{+1}{H_2}\overset{-2}{O} \rightarrow \overset{+1}{H}\overset{+5}{N}\overset{-2}{O_3} + \overset{+1}{H}\overset{+3}{N}\overset{-2}{O_2}$.

Завдання 6. *Дано*: *Розв'язання*:

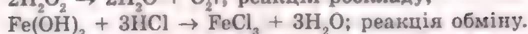
Дано	Розв'язання
$Fe(OH)_3$, HCl, Mg, H_2O.	$2Fe(OH)_3 \xrightarrow{t^\circ} Fe_2O_3 + 3H_2O$; реакція розкладу;
Добути: 4 складні й 2 прості речовини	ферум(ІІІ) оксид



$Mg + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + H_2\uparrow$; реакція заміщення;
магній хлорид, водень

$Fe_2O_3 + 3H_2 \rightarrow 2Fe + 3H_2O$; реакція заміщення;

$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2\uparrow$; реакція розкладу;

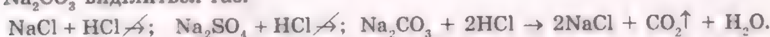

$Fe(OH)_3 + 3HCl \rightarrow FeCl_3 + 3H_2O$; реакція обміну.
ферум(III)
хлорид

Складні речовини: Fe_2O_3, $MgCl_2$, $FeCl_3$, H_2O. Прості речовини: H_2, O_2, Fe.

Завдання 7. План проведення експерименту:

1) відібрати в окремі пробірки проби кожного з розчинів;

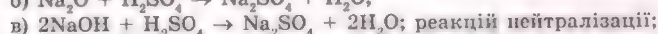
2) у кожну пробірку долити хлоридну кислоту; у пробірці з розчином Na_2CO_3 виділиться газ:

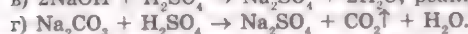

$NaCl + HCl \not\rightarrow$; $Na_2SO_4 + HCl \not\rightarrow$; $Na_2CO_3 + 2HCl \rightarrow 2NaCl + CO_2\uparrow + H_2O$.

3) у дві пробірки, що залишилися, долити по краплях розчин $BaCl_2$; у пробірці з розчином Na_2SO_4 утворюється білий осад: $NaCl + BaCl_2 \not\rightarrow$;
$Na_2SO_4 + BaCl_2 \rightarrow BaSO_4\downarrow + 2NaCl$.

Завдання 8. а) $2Na + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + H_2\uparrow$;

б) $Na_2O + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$;


в) $2NaOH + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2H_2O$; реакцій нейтралізації;


г) $Na_2CO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + CO_2\uparrow + H_2O$.

Завдання 9. У кожну пробірку додати 1–2 краплі лакмусу. У пробірці з водою лакмус залишиться фіолетовим; у пробірці з розчином калій гідроксиду лакмус стане синього кольору; у пробірці з нітратною кислотою — червоного.

Завдання 10. *Дано:*

$V(N_2, CO_2) = 8{,}96$ л
$m(N_2, CO_2) = 16$ г

$w(N_2)$ — ?
$w(CO_2)$ — ?

Розв'язання:

Нехай маса азоту у суміші становить x г, тоді маса вуглекислого газу в суміші дорівнює $(16 - x)$ г. Обчислимо кількість речовини N_2 і кількість речовини CO_2: $\nu(N_2) = \frac{m(N_2)}{M(N_2)} = \frac{x \text{ г}}{28 \text{ г / моль}} = \frac{x}{28}$ моль;

$$\nu(CO_2) = \frac{m(CO_2)}{M(CO_2)} = \frac{(16 - x) \text{ г}}{44 \text{ г / моль}} = \frac{(16 - x)}{44} \text{ моль.}$$

Об'єм N_2 у суміші обчислимо за формулою

$$V(N_2) = V_m \cdot \nu(N_2) = 22{,}4 \text{ л/моль} \cdot \frac{x}{28} \text{ моль} = \frac{22{,}4 \cdot x}{28} \text{ (л).}$$

Об'єм CO_2 у суміші обчислимо за формулою

$$V(CO_2) = V_m \cdot \nu(CO_2) = 22{,}4 \text{ л/моль} \cdot \frac{(16 - x)}{44} \text{ моль} = \frac{22{,}4 \cdot (16 - x)}{44} \text{ (л).}$$

За умовою задачі $V(N_2) + V(CO_2) = 8{,}96$ г. Складаємо та розв'язуємо рівняння: $\frac{22{,}4 \cdot x}{28} + \frac{22{,}4 \cdot (16 - x)}{44} = 8{,}96$; $22{,}4\left(\frac{x}{28} + \frac{16 - x}{44}\right) = 8{,}96$;

$$\frac{x^{\ 44}}{28} + \frac{16 - x^{\ 28}}{44} = 0{,}4^{\ 28\ 44};$$

$44x + 28(16 - x) = 0{,}4 \cdot 28 \cdot 44$; $44x + 448 - 28x = 492{,}8$; $16x = 44{,}8$; $x = 2{,}8$.

Отже, $m(N_2) = 2{,}8$ г, а $m(CO_2) = 16$ г $- 2{,}8 = 13{,}2$ г.

Обчислимо масові частки N_2 і CO_2 у суміші:

$$w(N_2) = \frac{m(N_2)}{m(\text{суміші})} = \frac{2{,}8 \text{ г}}{16 \text{ г}} = 0{,}175 \text{ або } 17{,}5 \text{ \%;}$$

$$w(CO_2) = \frac{m(CO_2)}{m(\text{суміші})} = \frac{13{,}2\ г}{16\ г} = 0{,}825 \text{ або } 82{,}5\ \%.$$

Відповідь: 17,5 % азоту та 82,5 % вуглекислого газу.

Завдання 11. *Дано*:

m(розчину NaOH) = 200 г
$w(NaOH)$ = 10 %

$V(CO_2)$ — ? (н. у.)

Розв'язання:

Запишемо рівняння реакції:

$2NaOH + CO_2 \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$.

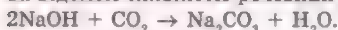
Обчислимо масу NaOH у розчині за формулою

$m(NaOH) = m$(розчину NaOH) $\cdot\ w(NaOH)$ = 200 г · 0,1 = 20 г.

Виразимо 20 г NaOH через кількість речовини:

$$\nu(NaOH) = \frac{m(NaOH)}{M(NaOH)} = \frac{20\ г}{40\ г\ /\ моль} = 0{,}5 \text{ моль.}$$

За відомою кількістю речовини NaOH визначимо кількість речовини CO_2:



$2NaOH + CO_2 \rightarrow Na_2CO_3 + H_2O$.

2 моль 1 моль

За рівнянням реакції $\nu(CO_2)$ у два рази менша від $\nu(NaOH)$, отже,

$\nu(CO_2)$ = 0,5 моль : 2 = 0,25 моль.

Об'єм CO_2 обчислимо за формулою

$V(CO_2) = V_m \cdot \nu(CO_2)$ = 22,4 л/моль · 0,25 моль = 5,6 л.

Відповідь: 5,6 л CO_2.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ІНФОРМАТИКА

**Ривкінд Й. Я., Лисенко Т. І.,
Чернікова Л. А., Шакотько В. В.**

РОЗДІЛ 1. КОДУВАННЯ ДАНИХ

1.1. Опрацювання даних як інформаційний процес. Кодування та декодування повідомлень

Виконайте завдання

1. Турнікет в метро, після отриманого білету чи жетону, подає сигнал про вільний або заблокований прохід; на основі отриманих результатів аналізів, лікар ставить діагноз та приписує лікування.
2. Кодування повідомлень використовуються в: музиці — ноти, фізиці — формули, хімії — хімічні рівняння, географії — карти з позначеннями. інформатиці — двійкове кодування тощо.
3. а) інформатика — лсштфрґцког; б) моя школа — ртг яотпґ; в) кодування та декодування повідомлень — отзчеґсся цґ зиотзчеґсся утелзтрписб.
4. а) дзузфзпа — вересень; б) жсґуг тсесжг — добра погода; в) ргдьгоарйм укн усітсьгдфв — навчальний рік розпочався.
5. а) б)
6. а) літера *н* — ↑5 →1 ↓2 →1 ↑2 →1 ↓5 ←1 ↑2 ←1 ↓2 ←1; б) літера *і* — ↑5 →1 ↓5 ←1; в) літера *ч* — ↑5 ←1 ↓2 ←1 ↑2 ←1 ↓3 →2 ↓2 →1.
7. Якщо потрібно пропустити одну клітинку можна закодувати, наприклад, так: →01 або просто →.
8. а) 53 43 13 52 21 52 42 — полібій; б) 62 43 51 34 31 11 33 33 65 — кодування.
9. а) інформатика — 52 33 44 43 63 23 11 24 42 62 11; б) повідомлення — 53 43 31 52 51 43 23 13 61 33 33 65.
10. Можна закодувати повідомлення, використовуючи порядковий номер літери в українському алфавіті: а) сьогодні гарний день —
22 31 19 4 19 6 18 12 4 1 21 18 11 14 6 7 18 31;
б) мені подобається футбол —
17 7 18 12 20 19 6 19 2 1 8 23 31 22 33 25 24 23 2 19 16.
11. а) **азбука Морзе.** Розробником азбуки Морзе є американський винахідник Семюель Морзе, який запропонував її у 1838 році. Включала в себе послідовність символів (літер алфавіту, цифр тощо), що графічно зображувалися як комбінації крапки (короткі сигнали) та тире (довгі сигнали). Перевагами такої системи кодування є можливість ручного кодування, найпростіші пристрої записують та відтворюють сигнали, висока перешкодозахищеність. Але існують і недоліки такого кодування: низька швидкість телеграфування, низька придатність прийому, неекономічність передачі повідомлення. Азбука Морзе стала невід'ємним елементом роботи телеграфу та першою цифровою передачею інформації.
б) **семафорна азбука.** Розробником семафорної азбуки вважається віцеадмірал Степан Йосипович Макаров, який запропонував її у 1895 році. Включала в себе 29 буквених та 3 спеціальних знаки. Передачу

повідомлень проводять сигнальники, які використовують семафор (сигнальний пристрій) за допомогою відповідних положень прапорців. Розмір таких прапорців 30×35 см, колір — червоний або чорний (використовуються у світлий час доби), жовтий або білий (використовуються у темний час доби). Перевагами такої системи кодування є неможливість радіоперехоплення, не порушує режим радіомовчання. Але існують і недоліки такої системи кодування: сприйняття інформації тільки підготовленими людьми, необхідність постійно носити прапорці. Семафорна азбука використовується у військово-морському флоті та в сухопутних військах.
в) шрифт Брайля. Розробником шрифта Брайля є француз Луїс Брайль, який запропонував його у 1824 році. Включає в себе комбінацію шести крапок, що розміщені у два стовбця та які дають можливість позначати літери, цифри, розділові, нотні, хімічні та математичні знаки. Перевагою цієї системи кодування є простота алфавіту та його основа, а саме, шість крапок. Головними недоліками є низька швидкість читання тексту та неможливість спілкування у реальному часу. Шрифт Брайля використовуються для написання та читання людьми, які мають великі вади зору (сліпі).
г) мова квітів «селам». Мову квітів створили жінки, які були позбавлені спілкування, народилася вона на Сході та мала назву «селам». Включає в себе таємне вираження почуттів, емоцій, бажання та настрою кольорами квітів, самими квітами, їх композиціями та кількістю. Нажаль мову квітів у сучасному суспільстві практично не використовують для підкреслення своїх почуттів. Мова квітів є найбільш романтичним та незвичайним способом виразити свої щирі почуття до людини, яка вам не байдужа.

1.2. Кодування символів

Виконайте завдання

1. а) Sun; б) home.
2. а) 207 179 228 240 243 247 237 232 234 160 171 178 237 244 238 240 236 224 242 232 234 224 187;
   б) 226 224 248 229 160 207 240 179 231 226 232 249 229 160 242 224 160 179 236 146 255.
3. 9925 — сонце за хмарами, 9928 — грозова хмара з дощем, 127979 — школа, 9730 — парасолька.
4. Переглянувши веб-сторінку, з використанням таблиць кодів символів Кирилиця (Windows-1251) та Кирилиця (KOI8-U), можна зробити висновок, що текст жодної таблиці кодів символів не придатний для розуміння.
5. Відкрити текстовий процесор (Пуск → Всі програми → Microsoft Office → Microsoft Office Word) → відкрити програму Таблиця символів (обрати кнопку Пуск → Усі програми → знаходимо у списку Стандартні → обираємо Службові → натискаємо Таблиця символів) → у додаткових налаштуваннях обрати Групування → у списку вибрати Діапазони Юнікода → у вікні, що з'явилося обрати Грошові одиниці → обрати потрібний символ → натиснути кнопку Вибрати → натиснути Копіювати → обрати у документі місце, куди необхідно вставити символ → вставити символ, що був скопійований до буферу обміну → зберегти документ (натиснути кнопку Office → Зберегти як ... → обрати місце збереження файла → ввести ім'я Завдання 1.2.5 → натиснути кнопку Зберегти).

6. Відкрити текстовий процесор (Пуск → Всі програми → Microsoft Office → Microsoft Office Word) → відкрити програму Таблиця символів (обрати кнопку Пуск → Усі програми → знаходимо у списку Стандартні → обираємо Службові → натискаємо Таблиця символів) → у додаткових налаштуваннях обрати Групування → у списку вибрати Діапазони Юнікода → у вікні, що з'явилося обрати Буквоподібні символи → обрати потрібний символ → натиснути кнопку Вибрати → натиснути Копіювати → обрати у документі місце, куди необхідно вставити символ → вставити символ, що був скопійований до буферу обміну → зберегти документ (натиснути кнопку Office → Зберегти як ... → обрати місце збереження файла → ввести ім'я Завдання 1.2.6 → натиснути кнопку Зберегти).
7. 1234 — Ӓ, 3754 — ໚, 8986 — ⌺, 9708 — △, 9415 — ⓧ, 10001 — ✑, 10239 — ⟿.

1.3. Двійкове кодування

Виконайте завдання

1. Сучасні комп'ютери, азбука Морзе.
2. Порт: • — — • — — — • — • — , рота: • — • — — — — • — , торт: — — — — • — • — .
3. а) 35 байтів; б) 52 байти.
4. ANSI — 41 байт, Юнікод/Юнікод Big Endian — 84 байти, UTF8 — 77 байт.
5. а) 5 байтів = 5 байтів · 8 бітів = 40 бітів; б) 4096 байтів = 4096 байтів : : 1024 байтів = 4 Кбайт; в) 10 Кбайт = 10 Кбайт · 1024 байтів · 8 бітів = = 81920 бітів; г) 3 Мбайт = 3 Мбайт · 1024 Кбайт · 1024 байтів = = 3145728 байтів.
6. а) 2 байтів = 2 байтів · 8 бітів = 16 бітів; б) 8192 байти = 8192 байти : : 1024 байти = 8 Кбайт; в) 2 Кбайт = 2 Кбайт · 1024 байтів · 8 бітів = = 16384 бітів; г) 100 Мбайт = 100 Мбайт · 1024 Кбайт = 102400 Кбайт.
7. У кожному рядку міститься близько 60 символів, тобто довжина двійкового коду рядка складає приблизно 60 байтів. На кожній сторінці розміщено приблизно 40 рядків. Отже, довжина двійкового коду сторінки складає приблизно 60 · 40 = 2400 (байтів). В одному мегабайті 1048576 байтів, а за умовою потрібно щоб довжина двійкового коду не перевищувала 8 Мбайт 1048576 · 8 = 8388608 (байт). Дізнаємося максимальну кількість сторінок даного тексту, яку можна взяти, щоб довжина двійкового коду не перевищила 8 Мбайт 8388608 : 2400 ≈ ≈ 3495 сторінок.

РОЗДІЛ 2. АПАРАТНО-ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОМП'ЮТЕРА

2. 1. Архітектура комп'ютера

Виконайте завдання

1. Таблиця «Значення властивостей процесора»

Властивості	Значення властивостей процесора			
Модель	Intel Core i7-5960X Extreme Edition	AMD FX-8350	AMD Athlon X4 86	Intel Celeron G1840
Тактова частота	3000 МГц	4000 МГц	3700 МГц	2800 МГц
Кількість ядер	8	8	4	2
Розрядність	64	64	64	64

*** Одним з важливих параметрів, який має значення для продуктивності процесора — це розрядність. Розрядність процесора говорить про те, яку кількість біт інформації він прийме й обробить через свої регістри за один такт.

На сьогодні всі випущені процесори мають 64-бітну розрядність, але на них також можна запускати 32-розрядні програмні продукти. Така можливість зберіглася з тієї причини, що 64-розрадність зроблена як розширення і тому допускає запуск 32-розрядних додатків.

Щоб користувачі мали можливість використовувати 64-розрядний процесор на повну силу, необхідно встановити на комп'ютер 64-бітну ОС, яка позначається тими ж символами «x64».

Якщо на ПК, побудованому на 32-розрядному x86 процесорі встановлена 32-бітна операційна система то обсяг оперативної пам'яті буде обмежений 4 Гб. А в 64-бітній операційній системі встановлена на 64-р. процесорі — обсяг підтримуваної оперативної пам'яті спеціально логічно обмежений до 16 Тб.

В цілому, використання 64-бітної ОС на ПК дає можливість використовувати більше 4 Гб оперативної пам'яті.

2. Таблиця «Значення властивостей оперативної пам'яті»

Властивості	Значення властивостей процесора оперативної пам'яті		
Модель	Kingston DDR4 2133 32768MB	Samsung DDR4-2133 16384MB	Patriot DDR3-1600 4096MB
Виробник	Kingston Technology Company	Samsung Group	Patriot Memory (PDP Systems)
Ємність	32 ГБ	16 ГБ	4 ГБ
Вартість	≈ 6 100 грн.	≈ 3 000 грн.	≈ 500 грн.

3. Носії даних в порядку зменшення їх ємності: жорсткий диск, SSD-накопичувач, USB-флеш-накопичувач, blu-ray диск, DVD-диск, CD-диск, дискета.

4. Наприклад процесор Intel Core i7-6700 має наступні технічні характеристики:

Сімейство процесора	Intel Core i7
Тип роз'єму Socket	1151
Покоління процесора	Intel Skylake (шосте)
Кількість ядер	4
Внутрішня тактова частота	3400 МГц
Інтегрована графіка	Intel HD Graphics 530
Частота шини даних	8 ГТ/ с
Розблокований множник	Відсутній
Кількість контактів	1151
Об'єм кеш пам'яті 1 рівня	4 × 32 Кб/4 × 32 Кб
Об'єм кеш пам'яті 2 рівня	4 × 256 Кб
Об'єм кеш пам'яті 3 рівня	8 МБ
Потужність TDP	65 Вт
Найменування ядра	Skylak
Ціна	≈ 9 500 грн.

Процесор AMD FX-8320 має наступні технічні характеристики:

Сімейство процесора	AMD FX-Series

Тип роз'єму	Socket AM3 +
Кількість ядер	8
Внутрішня тактова частота	3500 МГц
Інтегрована графіка	Відсутня
Частота шини даних	5200 МГц
Розблокований множник	є
Кількість контактів	938
Об'єм кеш пам'яті 1 рівня	4 × 64 КБ/8 × 16 КБ
Об'єм кеш пам'яті 2 рівня	4 × 2 Мб
Об'єм кеш пам'яті 3 рівня	8 МБ
Потужність TDP	125 Вт
Напруга живлення	0.95 — 1.425 В
Найменування ядра	Vishera
Технології забезпечення 64-розрядної роботи	AMD64
Енергозберігаючі технології	Core C0, C1, C1E, C6 and CC6 states Package S0, S3, S4 and S5 states PowerNow
Ціна	≈ 4 300 грн.

6. Повідомлення «Способи зміни даних у постійній пам'яті»

Всі ми знаємо, що постійна пам'ять (ПЗУ ROM, Read Only Memory пам'ять тільки для читання) — незалежна пам'ять, використовується для зберігання даних, які ніколи не вимагатимуть зміни, але постійна пам'ять може буте прошита/перепрошита, це доводить класифікація постійних запам'ятовуючих пристроїв: за способом програмування мікросхем (записи в них прошивки) та за технологією виготовлення кристала. Насамперед в постійну пам'ять записують програму керування роботою самого процесора, багато хто вважає, що з постійної пам'яті можна лише читати. Оскільки, в ній знаходяться програми управління дисплеєм, клавіатурою, принтером, зовнішньою пам'яттю, програми запуску і зупинки комп'ютера, тестування пристроїв Найважливіша мікросхема постійної або Flash-пам'яті — модуль BIOS, сукупність програм, призначених для: автоматичного тестування пристроїв після включення живлення комп'ютера; завантаження операційної системи в оперативну пам'ять.

За технологією виготовлення кристала постійну пам'ять поділяють на: ROM (read-only memory), в такій пам'яті зберігаються записані данні, які призначенні лише для зчитування; PROM (programmable read-only memory) одноразово «прошивається» користувачем, EPROM — (erasable programmable read-only memory) перепрограмуємий запам'ятовуючий пристрій (наприклад, вміст мікросхеми видаляється за допомогою ультрафіолетової лампи); EEPROM (electrically erasable programmable read-only memory) — пам'ять такого типу видаляється та записується даними кілька десятків тисяч разів (використовується в твердотільних накопичувачах, однією з різновидів EEPROM є флеш-пам'ять (flash memory).

Окремої уваги заслуговує CMOS пам'ять (Complementary Metal Oxide Semiconductor — «компліментарний метал — оксид — напівпровідниковий») — енергозалежна, перезаписуєма пам'ять, яка при своїй роботі майже не споживає енергії. Переваги цієї пам'яті — низьке споживання енергії, висока швидкодія. У CMOS — пам'яті комп'ютера знаходяться важливі для його роботи налаштування, які користувач може змінювати

для оптимізації роботи комп'ютера. Живиться ця пам'ять від невеликого акумулятора, вбудованого в материнську плату. Використовується для зберігання інформації про конфігурацію і склад устаткування комп'ютера, а також про режими його роботи Вміст CMOS змінюється спеціальною програмою (Setup), що знаходиться в BIOS.

2.2. Пристрої введення та виведення даних

Виконайте завдання

1. Пристрої введення даних поділяють на пристрої клавіатурного вводу (будь-які клавіатурні) та пристрої прямого введення. Які в свою чергу поділяються на маніпулятори (трекбол, миша, джойстик, трекпоінт тощо), сенсорні пристрої (тачпад, графічний планшет, світлове перо, сенсорний екран та ін.), мікрофони, сканери, відеокамери.

   Умовно, всі пристрої уведення даних можна поділити на стандартні (клавіатура, миша) та нестандартні (веб-камера, джойстик та ін.)

2. Слайд презентації зі схемою класифікації може мати наступний вигляд:

Класифікація пристроїв введення

Стандартні пристрої введення	• клавіатура • миша	Нестандартні пристрої введення	• джойстик • веб-камера • дігітайзер • мікрофон • сканер • ігрове кермо • стилус

3. Таблиця «Значення властивостей миші»:

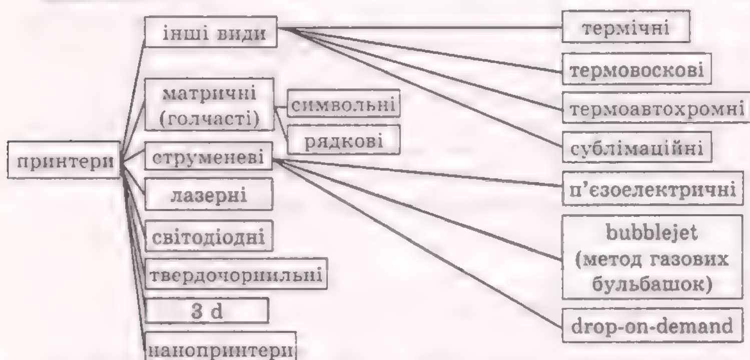
Властивості	Значення властивостей миші			
Модель	Acme Standard Mouse MS0	Genius DX-L8000 Black	Genius NetScroll 100 Black+Silver PS/2 G5	Genius NX-7015 WL Brown
Тип підключення	USB	безпровідна	PS/2	безпровідна
Тип датчиків руху	оптичний 800 dpi	оптичний 1200 dpi (датчик BlueEye)	оптичний 800 dpi	оптичний до 1600 dpi (датчик BlueEye)
Кількість кнопок	3	5	2	3
Тип корпусу	пластик	пластик з гумовим покриттям	пластик	тач покриття (soft touch)

4. Таблиця «Значення властивостей моніторів»:

Властивості	Значення властивостей		
Модель	LG 23MP57HQ-P	Dell UltraSharp U3014	Philips V-line 193V5LSB2/62
Виробник	LG	Dell	Philips
Довжина діагоналі, дюймів	23	30	18.5
Тип матриці	AH-IPS	AH-IPS	TN+film

Максимальна роздільна здатність, пікселів	1920 × 1080	2560 × 1600	1366 × 768
Час реакції, мс	5 мс (GtG)	6 мс (GtG)	5 мс (GtG)

5. Схема класифікації сучасних принтерів виконана з використанням вбудованих засобів MS Office для візуального подання інформації – об'єктів SmartArt:



6. Значення властивостей пристроїв мого домашнього ПК:

Властивості	Значення властивостей монітора
Модель	Asus VX24AH
Виробник	Asus
Довжина діагоналі, дюймів	23.8
Тип матриці	IPS
Максимальна роздільна здатність, пікселів	2560 × 1440
Час реакції, мс	5 мс (GtG)

Властивості	Значення властивостей миші
Модель	Logitech Wireless Mouse M560
Тип підключення	безпровідна
Тип датчиків руху	оптичний
Кількість кнопок	6
Тип корпусу	Пластик + гумові накладки
Додаткові функції	Радіус дії бездротового зв'язку: 10 м Частота бездротового зв'язку: 2.4 ГГц Інтерфейс підключення: USB-наноприймач Кількість програмованих клавіш: 2

Властивості	Значення властивостей клавіатури
Модель	Logitech Bluetooth Illuminated Keyboard K810
Тип клавіш	мембранні
Інтерфейс	Bluetooth
Кількість кнопок	79
Додаткові функції	Підсвічування клавіш; датчик наближення рук

7. Таблиця «Значення властивостей принтерів» трьох різних виробників:

Властивості	Значення властивостей		
Модель	Epson L1300 A3	HP LaserJet Enterprise M506x	Canon SELPHY CP1200
Виробник	Epson	Hewlett Packard	Canon
Принцип дії	Струменевий друк	Лазерний друк (ч/б)	Термосублімаційний кольоровий друк
Роздільна здатність, пікселів	5760×1440 dpi	1200×1200 dpi	300×300 dpi
Швидкість друку, сторінок за хвилину	Ч/б А4 (драфт): 30 стор/хв Ч/б А4 (ISO): 15 стор/хв Кольор. А4 (драфт): 17 стор/хв Кольор. А4 (ISO): 5.5 стор/хв	До 43 стор/хв До 34 стор/хв двосторонній друк (А4) Вихід першої сторінки (А4, режим готовності): 6 с.	Формат поштової листівки: близько 47 секунд Формат кредитної карти: близько 27 с Наклейки формату кредитної картки: близько 27 с. Міні-наклейки: близько 27 с.

8. Кейпад — це не частина клавіатури, як може здатися на перший погляд, а повністю самостійний пристрій, що надає додаткову зручність при грі та спрощує життя геймера. Саме в цій категорії дуже важливо пам'ятати про слово «геймерський», оскільки коли мова заходить про звичайну клавіатурі, то на ній можна грати, звичайно, це незручно, але все ж можливо. Коли ж мова йде о кейпадах, то неігрова версія — це просто панель Num-блоку, який, знаходиться справа на вашій клавіатурі.
Кейпад являє собою девайс з сукупністю клавіш, яка є оптимальною для тієї чи іншої гри. На сьогоднішній день розбіг в цьому параметрі досить великий. Не часто, але зустрічаються екземпляри на 8-9 кнопок, а бувають і на 60-70 (останній варіант перевершує навіть термін «клавіатура»). Але оптимальним варіантом для кейпаду є цифра в районі 20-25 клавіш (якщо використовувати кейпад за призначенням). Все це створено для того, щоб користувачі могли створювати необмежену кількість макросів будь-якої довжини розподіливши їх також по необмеженій кількості профілів, що буде найбільш актуально для роботи в різних програмах або іграх.
Не менш важливим параметром в даному пристрої є ергономіка. Сучасний модельний ряд кейпадів оснащений регульованими упором для великого пальця і підставкою під зап'ястя, що забезпечать максимальну зручність роботи з кнопкової панеллю тривалий час. Їх можна відрегулювати під анатомічні особливості вашої руки, переміщаючи вперед і назад, що дозволить зменшити втому і напруження в зап'ясті, а також підвищить зручність.

9. Данспед — це танцювальна поверхня/килимок, який підключається до приставки, ПК за допомогою кабелю або блоку живлення в розетку (також в комплект з килимком входить інсталяційний диск). В різних моделях Dance Pad ніявна різна кількість клавіш управління (найбільш популярна модель серед користувачів містить 10 клавіш/зон).
Принцип використання данспеду дуже простий: користувач вибирає стиль танцю, рівень складності та музичну композицію, натискає кнопку

Start/Старт та починає «танцювати» за зразком»; по екрану переміщається послідовність позначок (стрілок, тощо), які відповідають музичному ритму виконуваної пісні. Задача танцюючого натискати ногами на відповідні панелі на данспеді в той момент, коли індикатори збігаються з прикладом на екрані. Необхідно, щоб момент натискання ноги на квадрат(клавішу) збігся з положенням відповідної позначки на моніторі (частіше встановлене ПЗ для данспеда має підрахунок балів для різних користувачів, зберігає результати, повідомляє про рекорди, тощо).

2.3. Історія засобів реалізації інформаційних процесів. Види сучасних комп'ютерів

Виконайте завдання

1. Схема класифікації комп'ютерів виконана з використанням вбудованих засобів MS Office для візуального подання інформації — об'єктів SmartArt:

2. Порівняльна таблиця «Перші ЕОМ»:

Властивості	Значення властивостей ЕОМ		
	Z4	Colossus Mark 2	ABC
Розробники	Конрад Цузе	Томми Флауэрс	Джон Винсент Атанасов и Клиффорд Берри
Кількість електронних ламп	2600 реле	2500 (в модифікації)	18 000 ламп 1 500 реле
Використання двійкового кодування	Так	Так	Ні десяткова систему числення
Зберігання програм в пам'яті	Можливість відсутня	Можливість відсутня	Можливість відсутня

3. Порівняльна таблиця «МЕОМ-ENICAN»

МЕОМ (Мала електронна лічильна машина)	ENICAN (Електронний числовий інтегратор і обчислювач)
Площа приміщення — 60 мІ; Ємність постійного (штекерного) запам'ятовуючого пристрою — 31 для чисел та 63 для команд;	Вага 27 тон. Об'єм пам'яті — 20 число-слів. Споживана потужність — 174 кВт.

Запам'ятовувальний пристрій — тригери; можливе використання магнітного барабану; Ємність оперативного запам'ятовуючого пристрою — 31 для чисел та 63 для команд; Система числення — двійкова з фіксованою комою перед старшим розрядом; Розрядність — 16 (+1 на знак); Швидкодія — близько 50 оп/с; Робоча частота — 5 КГц; Кількість електронних ламп-тріодів — біля 3500, ламп-діодів — 2500; Енергоспоживання — 25 КВт. Основні команди: додавання, віднімання, множення, ділення, зсув, порівняння з врахуванням знаку, порівняння за абсолютним значенням, передача управління, передача даних з магнітного барабану, складання команд, зупинка; Система команд — трьохадресна, команди довжиною 20 двійкових розрядів (з них 4 розряди — код операції); Арифметичний пристрій — один, універсальний, паралельної дії, на тригерах; Обмін між арифметичним та запам'ятовуючим пристроями — послідовний; Введення вихідних даних — з перфокарт або безпосереднім набором кодів на штекерному комутаторі; Вивід результатів — фотографування або за допомогою електромеханічного друкуючого пристрою; Контроль — системою програмування; Пошук несправностей — спеціальні тести та переведення на ручну або напівавтоматичну роботу.	Обчислювальна потужність — 357 операцій множення або 5000 операцій додавання в секунду. Тактова частота — 100 кГц (тобто один імпульс кожні 10 мікросекунд. Основний обчислювальний такт складався з 20 імпульсів і займав 200 мікросекунд. Додавання виконувалося за 1 такт, множення — за 14 тактів. Множення замінювалося багаторазовим складанням, так що 1 множення дорівнювало 14 операцій додавання і виконувалося, відповідно, за 2800 мікросекунд). Пристрій вводу-виводу даних — табулятор перфокарт компанії IBM: 125 карт/хвилину на введення, 100 карт / хвилину на вивід. Обчислення проводилися в десятковій системі, після ретельного аналізу їй було віддано перевагу перед двійковій системою. Комп'ютер оперував числами максимальною довжиною в 20 розрядів. На створення ENIAC пішло 200 000 людино-годин і 486 804,22 долара США. Всього комплекс включав в себе 17 468 ламп 6 різних типів, 1 7200 кремнієвих діодів 1500 реле, 70 000 резисторів і 10 000 конденсаторів.

4. Історія розробки ЕОМ для управління атомними кригокрилам бере свій початок в Київському НДІ радіоелектроніки, коли туди прийшов Вілен Миколайович Плотников. Саме він починає самостійно займатись перспективністю новостворених елементів на транзисторах з потенціальними зв'язками для цифрової обчислювальної техніки (до Плотникова В. М. цих елементів ніде не використовував, його дослідження було підтримане керівництвом НДІРЕ І. В. Кудрявцевим).

   В 1963 році Плотников продемонстрував базові елементи для нових розробок: плоскі мікромодулі (ПММ), допрацьовані й освоєні в його

лабораторії. Цей крок дав змогу вперше створювати придатні до серійного виробництва універсальні елементи, що відкрили можливості проектувати цифрову апаратуру й ЕОМ, на той час, на найвищому технічному рівні. Модулі складалися з мікроелементів, змонтованих по обидві сторони друкованої мікроплати розміром 9×17 мм з перпендикулярними штирковими виводами, розташованими на відстані 4 мм один від одного. Для захисту ПММ від кліматичних і механічних впливів, його розміщували в тонкостінний алюмінієвий корпус і заливали компаундом (так корпус ПММ 4Н02 мав розміри 17,5×9,5×6,3 мм, а маса до двох грамів). Продовжуючи далі Плотников В.М. поставив завдання — створити ЕОМ, яку б визнав флот. Але для розвитку ідеї потрібні були надійніші і мініатюрніші за ПММ елементи. В цей час уже з'явилися перші (недосконалі) інтегральні мікросхеми вітчизняного виробництва (далі мали з'явитись і великі інтегральні схеми (ВІС)). Кудрявцев І. В. підтримав ініціативу застосувати ці схеми для створення ЕОМ нового рівня. З цього почався новий етап — створення багатокристальних інтегральних мікросхем, що було зовсім новим напрямком у розробці елементної бази обчислювальної техніки.

В ході роботи на «Каратом» Іван Кудрявцев, Вілен Плотников та їх однодумці не раз стикалися з перешкодами, з багатьма моментами отримання (не отримання) дозволу на подальше дослідження та розробку, а інколи йшли проти заборон та перешкод (як від Комітету у справах радіоелектроніки, так і від приладобудівних підприємств Міністерства суднобудівної промисловості та самого Міністерства).

Але не дивлячись на все в 1974 р. комісія успішно здійснила контрольні випробування та склала акт із рекомендацією впровадити машину в серійне виробництво, через державне приймання постачати замовникам. За 2 роки електронно-обчислювальними машинами «Карат» почали оснащувати кораблі Військово-морського флоту. Переваги використання малогабаритної і надійної обчислювальної машина з дуже високими функціональними показниками докорінно змінила ситуацію в морському приладобудуванні.

Всього в НДІ радіоелектроніки створили 15 модифікацій ЕОМ родини «Карат» і підготували програмне забезпечення обсягом близько 5 міл. команд. На заводах було випущено близько 2000 машин, які використовувались згодом у системах 60 типів. Так завдяки Івану Кудрявцеву, Вілену Плотникову та їх однодумців, поява «Карата» зумовили те, що кораблі обладнали надійними комп'ютеризованими системами керування «Карата», служили на флоті десятки років.

5. Найкращим варіантом домашнього ПК, який можна використовувати як мультимедійний цент буде моноблок з великою діагоналлю (наскільки це можливо для моноблоків), обов'язково наявність багатьох роз'ємів (для підключення мікрофону, проектору, акустичної системи тощо), або більш бюджетний варіант портативний ПК (ноутбук) з аналогічними характеристиками. Для прикладу розглянемо технічні характеристики моноблоку Asus ET2702IGTH-B017N:

Процесор	чотирьохядерний Intel Core i5-4460S (2.9 ГГц)
Дисплей	27 «WQHD (2560×1440)
Об'єм оперативної пам'яті	8 ГБ
Тип пам'яті	DDR3 1600 МГц

Модуль WiFi	Наявний
Тип відеокарти і об'єм відеопам'яті	Дискретна, AMD Radeon HD 8890A, 2 ГБ виділеної відеопам'яті
Чіпсет материнської плати	Intel B85
Об'єм HDD	2 ТБ
Оптичний привід	DVD-Super-Multi
Порти	Роз'єми на бічній панелі: 4 × USB 3.0 1 × Вхід для мікрофона 1 × Вихід на навушники 1 × Лінійний вихід Кардрідер 3-в-1 Роз'єми на задній панелі: 2 × USB 2.0 1 × HDMI-вхід 1 × HDMI-вихід 1 × LAN (RJ45) 1 × Роз'єм сабвуфера (2.5 мм) Роз'єм для замка Kensington Роз'єм живлення
Бездротові технології	Bluetooth 4.0
Wi-Fi 802.11 b/g/n/ac	
Аудіо	SonicMaster Premium
Вихідна потужність: 4 × 3 Вт	
Встановлене ПЗ	Windows 8
Вага	13.5 кг
Розміри	660 × 508 × 233 мм
Додаткові можливості	Веб-камера 2.0 Мп
вбудований мікрофон	

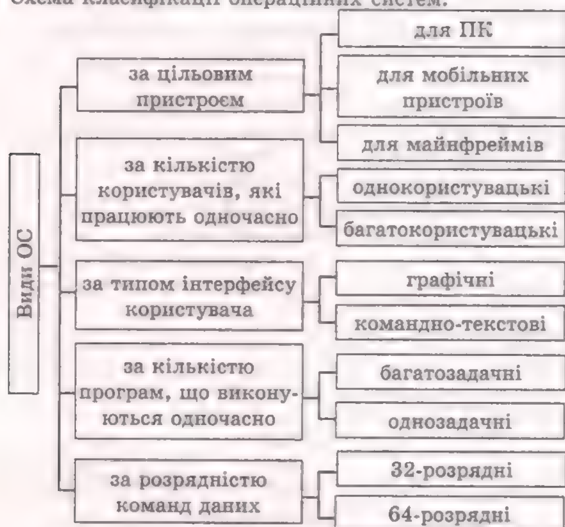
Комплект поставки: Asus Eee Top, клавіатура, миша, адаптер живлення, кабель живлення, болти для кріплення на стіну.

2.4. Класифікація та загальна характеристика програмного забезпечення

Виконайте завдання

1. Схема класифікації видів ліцензій ПЗ:

2. Відповідь: 327 кластерів, оскільки 2750/1024 = 3 (2,7, але може бути лише ціле число кластерів), а 324 Кб = 331776 байта/1024 = 324 (цю операцію можна було і не виконувати, оскільки розмір одного Кб в байтах співпадає з розміром кластеру); відповідно 324 + 3 = 327.
Завдання №3, №4, №5 виконується учнем на відповідному ПК та з відповідним завданням від учителя, тому вимагає опису саме його результатів (за наведеною послідовністю дій).
6. Схема класифікації операційних систем:



2.5. Стиснення і архівування даних

Дайте відповіді на запитання

1. Стиснення даних використовується для більш раціональної передачі та зберігання даних на пристроях, шляхом алгоритмічного перетворення цих даних, з метою зменшення займаного об'єму.
2. Стиснення з частковою втратою даних застосовується в тих випадках коли таке стиснення (зменшення об'єму) є пріоритетним, а повна відповідність вихідних і відновлених даних не потрібна. Частіше таке стиснення використовується для зменшення обсягу аудіо- та відеоданих, цифрових фотографій, тощо.
3. Архівація даних виконується для об'єднання кількох файлів (каталогів) в один файл — архів. Програми-архіватори не лише компонують файли в єдиний архів, а також використовують алгоритмічне перекодування інформації для зменшення загального об'єму пам'яті, який вона займає.
4. Основною метою стиснення даних є зменшення об'єму інформації, а архівації — об'єднання групи файлів (каталогів) в єдиний файл із застосуванням стиснення.
5. ПЗ для архівування даних — це програми-архіватори. Операції над архівами: створення нового архіву; додавання файлів в архіві; видобування файлів з архіву; оновлення файлів в архіві; створення саморозпаковуваних (самовидобувних) архівів; створення багатотомного архіву; захист архіву від несанкціонованого доступу паролем; перегляд вмісту архіву без видобування; пошук файлів і даних всередині архіву; перевірка

даних в архіві на віруси до видобування; вибір і налаштування коефіцієнту стиснення.
6. Формати архівних файлів: .rar; .zip; .7z; .arj; .z; .tar; .bz2; .gz та ін.
7. (відповідь на питання №7, №10, №11 з використанням архіватора WinRAR).
Для створення архіву кількох файлів необхідно: виділити файли, які необхідно архівувати ⇨ натиснути ПКМ (викликаючи контекстне меню) ⇨ вибирати команду «Додати в архів ...» ⇨ у діалоговому вікні «Ім'я та параметри архіву», на вкладці «Загальне» ввести ім'я та встановити необхідні параметри архівування ⇨ натиснути ОК.
8. При видобуванні всіх файлів з архіву ми виділяємо архів та натискаємо команду «Извлечь», далі обираємо місце розпакуванні архіву, а при видобуванні кількох файлів з архіву ми виділяємо лишу потрібні нам файли (та аналогічно до архіву видобуваємо їх у вказане місце).
9. Для видалення групи файлів з архіву необхідно: відкрити архів ⇨ натиснувши та утримуючи клавішу Ctrl ⇨ по-черзі виділяємо необхідні файли ⇨ обираємо команду «Удалить/Видалити».

РОЗДІЛ 3. ОПРАЦЮВАННЯ ТЕКСТОВИХ ДАНИХ.

3.1. Створення та опрацювання в текстовому документі символів, колонок, списків

Виконайте завдання

1. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → ввести п'ять графічних символів (встановити курсор на місце, де необхідно вставити символ → на вкладці Вставлення обрати групу Символ → обрати команду Інші символи → у вікні, що відкрилося, у поле Шрифт обрати з випадаючого списку MS Outlook → вибрати декілька графічних символів та натиснути два рази лівою клавішею миші або виділити потрібний символ та натиснути кнопку Вставити (зі шрифтами Webdings та Wingdings зробити аналогічно, наприклад,)) → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.1 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).
2. Відкрити файл (два рази натиснути лівою клавішею миші) → виділити перший-третій абзаци тексту → на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац обрати випадаючий список кнопки Маркери → у Бібліотеці маркерів обрати потрібний маркер елементів списку (наприклад,) → виділити четвертий-шостий абзаци тексту → на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац обрати випадаючий список кнопки Нумерація → у Бібліотеці нумерації обрати потрібний номер елементів списку (наприклад, 1.) → виділити текст заголовку → натиснути клавішу BackSpace або на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац обрати кнопку Нумерація → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.2 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик

у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).

3. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → скориставшись автоматичною нумерацією елементів списку (ввести 1 → поставити . → натиснути клавішу Пропуск) ввести прізвища однокласників (наприклад, Сидоров, Петров, Іванов) → виділити весь текст списку прізвищ → на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац обрати кнопку Сортування → у діалоговому вікні Сортування тексту, що відкрилося обрати потрібні налаштування (сортування за абзацами, тип — текст, за спаданням) → натиснути кнопку ОК → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.3-1 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження) → виділити весь нумерований список → на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац обрати випадаючий список кнопки Маркери → у Бібліотеці маркерів обрати потрібний маркер елементів списку (наприклад, ➢) → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.3-2 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).
4. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац обрати випадаючий список кнопки Маркери → у Бібліотеці маркерів обрати потрібний маркер елементів списку (наприклад, ⊠) → ввести текст (Києво-Печерська Лавра, Заповідник «Кам'янець», Софіївка, Софія Київська, Херсонес Таврійський, Хотинська фортеця, Хортиця) → виділити список → на лінійці виставити позначки табуляції на потрібні параметри → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.4 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).
6. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → натиснути клавішу F1 або у вікні Word 2007 натиснути кнопку знаку питання (або можна знайти інформацію в мережі Інтернет на офіційному сайті технічної підтримки Microsoft https://support.office.com/uk-ua/) → у вікні, що з'явилося у полі пошуку ввести «Створення маркованого та нумерованого списку» → натиснути клавішу Enter або кнопку із зображенням лупи→ у статті обрати пункт «Якщо маркер або номер не з'являється автоматично». Для того, щоб маркер або номер з'являвся автоматично потрібно: на панелі інструментів

у вкладці Файл обрати пункт Параметри → у вікні Параметри Word обрати категорію Правопис → один раз натиснути лівою клавішею миші кнопку Параметри автовиправлення → у вікні Автозаміна, яке з'явилося відкрити вкладку Автоформат під час введення → обрати розділ Застосовувати під час введення → відмітити галочками пункти Стилі маркованих списків і Стилі нумерованих списків → натиснути кнопку ОК у вікні Автозаміна → натиснути кнопку ОК у вікні Параметри Word.

7. Зайти на сайт Microsoft Office Online (https://www.office.com/) → обрати кнопку Підтримка → у полі Пошук у довідці Office ввести запит «Додавання рисованих маркерів або символів до списку». Для того, щоб установити рисовані маркери або символи до списку на своєму комп'ютері, потрібно: на панелі інструментів на вкладці Основне у групі Абзац відкрити випадаючий список кнопки Маркери → обрати пункт Призначити новий маркер → у діалоговому вікні, що відкрилося обрати кнопку Рисунок → у вікні, яке з'явилося обрати місце, де розташоване зображення → обрати зображення, яке потрібно зробити маркером та натиснути кнопку Відкрити → натиснути кнопку Ок у вікні Призначити новий маркер (аналогічно відбувається зі вставленням символів) → обрати рисунковий маркер та ввести текст областей України → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.7 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).
8. Відкрити файл (два рази натиснути лівою клавішею миші) → виділити другий абзац тексту → на панелі інструментів на вкладці Розмітка сторінок у групі Параметри сторінок обрати кнопку Колонки → у списку, що відкрився обрати потрібну кількість колонок — 2, не відмічати галочкою пункт Розділювач та відмітити галочкою у пункті Стовпці однакової ширини → виділити четвертий абзац тексту → на панелі інструментів на вкладці Розмітка сторінок у групі Параметри сторінок обрати кнопку Колонки → у списку, що відкрився обрати потрібну кількість колонок — 3, поставити галочку у пункт Розділювач та прибрати галочку у пункті Стовпці однакової ширини → налаштувати ширину стовпців на власний розсуд (наприклад, перший — 3,25, другий — 3, 0, третій — 5,5) → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.1.8 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).

3.2. Таблиці в текстових документах

Виконайте завдання

1. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → підписати назву таблиці → на панелі інструментів на вкладці Вставлення у групі Таблиці обрати кнопку Таблиця → у списку, що відкрився обрати Вставити таблицю → у діалоговому вікні Вставлення таблиці обрати у пункті Кількість стовпців — 5, Кількість рядків — 6 → натиснути кнопку ОК→ набрати потрібний текст →

виділити стовпець (підвести вказівник миші, який змінить вигляд на ↓ до зовнішньої області стовпця біля його верхньої межі) → на панелі інструментів у тимчасовій вкладці Конструктор у групі Стилі таблиць обрати кнопку Заливка → у списку, що відкрився обрати потрібний колір → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.2.1 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).

2. Створення таблиці відбувається за допомогою об'єднання клітинок, накреслення таблиці, встановленні вертикального розташування тексту, встановленні об'єктів до клітинки.

6. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → на панелі інструментів на вкладці Вставлення у групі Таблиці обрати кнопку Таблиця → у списку, що відкрився обрати Вставити таблицю → у діалоговому вікні Вставлення таблиці обрати у пункті Кількість стовпців — 15, Кількість рядків — 15 → натиснути кнопку ОК→ виділити клітинку (підвести вказівник миші, який змінить вигляд на ↗ до зовнішньої області стовпця біля його верхньої межі) → натиснути клавішу Ctrl та утримуючи її виділити всі клітинки, які повинні бути червоного кольору → відпустити клавішу Ctrl → на панелі інструментів у тимчасовій вкладці Конструктор у групі Стилі таблиць обрати кнопку Заливка → у списку, що відкрився обрати червоний колір → аналогічно зробити для клітинок чорного кольору → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.2.6 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).

7. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → на панелі інструментів на вкладці Вставлення у групі Таблиці обрати кнопку Таблиця → у списку, що відкрився обрати Експрес-таблиці → у списку вбудованих експрес-таблиць обрати потрібний Календар → зберегти документ (натиснути Файл → Зберегти → ввести ім'я документу завдання 3.2.7 та обрати місце його збереження (Ctrl+S → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження або натиснути на червоний хрестик у верхньому правому куті → Зберегти зміни... → Так → ввести ім'я документу та обрати місце його збереження).

3.3. Створення, редагування та форматування графічних об'єктів у текстовому документі

Виконайте завдання

2. Відкрити Word 2007 (Пуск → Всі програми → Microsoft Office 2007 → Microsoft Word 2007 або Робочий стіл → натиснути 2 рази ЛКМ на ярлику Word 2007)) → Файл → Створити → Новий документ (натиснути комбінацію клавіш Ctrl+N) → на панелі інструментів на вкладці

Вставлення у групі Зображення обрати кнопку Фігури → у списку, що відкрився обрати категорію Зірки та стрічки → обрати 5-кінцева зірка → намалювати зірку → виділити фігуру → натиснути комбінацію клавіш Ctrl+C → натиснути комбінацію клавіш Ctrl+V (5 разів) → виділити фігуру, яку треба перемістити → перемістити фігуру у потрібне місце.

3. Завдання виконується аналогічно до попередніх. Для застосування різних ефектів можна скористатися інструментами, які знаходяться на панелі інструментів у тимчасовій вкладці Формат у групі Стилі фігур та Ефекти.
7. Завдання виконується аналогічно до завдань, які були описані вище. Для згрупування фігур у єдиний об'єкт потрібно: виділити об'єкти (коло та зірка), які треба згрупувати → на панелі інструментів на тимчасовій вкладці Формат у групі Упорядкування обрати Згрупувати або виділити об'єкти → натиснути один раз лівою клавішею миші → у контекстному меню, що з'явилося обрати Групування → обрати команду Групувати.

3.4. Створення, редагування та форматування спеціальних графічних об'єктів

Виконайте завдання

1. У завданні використовуються кнопки Надрядкового та Підрядкового знаків.
2. У завданні використовуються кнопки Надрядкового знаку, Підрядкового знаку та Символ.
3. У завданні формули вводяться за допомогою кнопки Рівняння, використовуються набір грецьких букв та структури дробу, індексу.
4. У завданні формули вводяться за допомогою кнопки Рівняння, використовуються структури дробу, дужок.
5. У завданні формули вводяться за допомогою кнопки Рівняння, використовуються набір математичних символів та структури дробу, індексу, дужок.
6. У завданні формули вводяться за допомогою кнопки Рівняння, використовуються набір математичних символів та структури дробу, індексу.

3.5. Розділи, колонтитули, стилі, структура в текстових документах

Відповіді на запитання

6. Існує декілька видів оформлення різних колонтитулів для різних сторінок документа: а) колонтитул на першій сторінці, який буде відрізняється від колонтитулів на інших сторінках; б) перша сторінка без колонтитулів; в) різні колонтитули для парних і непарних сторінок; г) різні колонтитулі для окремого розділу або глави.

а. Для того щоб вставити колонтитул на першій сторінці, який відрізнятиметься від колонтитулів на інших сторінках, необхідно: двічі клацнути область колонтитула на першій сторінці документа рперейти на контекстну вкладкою «Знаряддя для колонтитулів» ⇨ вкладка «Конструктор» ⇨ група «Параметри» ⇨ встановити прапорець «Інше для першої сторінки» (якщо титульна сторінка з колекції титульних сторінок Office, то прапорець вже встановлено) ⇨ змінити наявний або створити новий колонтитул на першій сторінці.

б. Для оформлення першої сторінки без колонтитула, необхідно виконати таку ж саму послідовність дій, як і в пункті а), після встановлення

прапорця «Інше для першої сторінки», в області «Верхній колонтитул першої сторінки/Нижній колонтитул першої сторінки» видалити вміст колонтитула.

в. Для створення різних колонтитулів для парних і непарних сторінок, необхідно (послідовність описана для документа з колонтитулами): двічі клацнути область колонтитула ⇨ перейти на контекстну вкладкою «Знаряддя для колонтитулів» ⇨ вкладка «Конструктор» ⇨ група «Параметри» ⇨ встановити прапорець «Різні для непарних і парних сторінок»: тепер колонтитули налаштовані лише для непарних сторінок ⇨ переходимо у групу «Навігація» ⇨ натискаємо кнопку «Наступний» ⇨ курсор поміщається на парну сторінку, для якої і створюємо колонтитул.

г. Для створення різних колонтитулів окремого розділу або глави (за умовою, що документ уже поділено на розділи (встановлено розриви розділів)), необхідно: від початку документа, клацнути перший розділ, для якого потрібно змінити колонтитул ⇨ вкладка «Вставлення» ⇨ група «Колонтитули» ⇨ натиснути кнопку «Верхній колонтитул/Нижній колонтитул» ⇨ вибрати команду «Змінити верхній колонтитул/Змінити нижній колонтитул» ⇨ контекстна вкладка «Знаряддя для колонтитулів» ⇨ група «Навігація» ⇨ натиснути кнопку «Як у попередньому»: тим самим розриваємо зв'язок між колонтитулами в поточному й попередньому розділі ⇨ створюємо новий або змінюємо наявний колонтитул для цього розділу рнатискаємо кнопку «Наступний»: переміщаємо курсор до колонтитула в наступному розділі ⇨ знову натискаємо кнопку «Як у попередньому» ⇨ створюємо новий або змінюємо наявний колонтитул ⇨ повторюємо останні три дії для всіх розділів у документі.

Виконайте завдання

7. Алгоритм створення власного стилю на основі відформатованого фрагменту документу: встановіть курсор у відформатованому фрагменті (або виділіть його) ⇨ клацнути ПКМ (викликавши контекстне меню) ⇨ перейдіть до «Стилі» ⇨ «Зберегти виділення як новий експрес-стиль» ⇨ відкриється вікно «Створення стилю за допомогою форматування» ⇨ в полі «Ім'я» зазначте назву створюваного стилю, у полі «Попередній перегляд стилю абзацу» буде відображатися зразок форматування вашого стилю ⇨ підтвердить створення стилю натиснувши кнопку «ОК» або «Змінити ...», якщо стиль необхідно допрацювати.

РОЗДІЛ 4. ОПРАЦЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ МУЛЬТИМЕДІА

4.1. Опрацювання об'єктів мультимедіа

Дайте відповіді на запитання

1. Приклади типів аудіофайлів: формати зі стисненням (без втрати даних) — WMA, APE, FLAC; без стиснення — WAV, SACD, CDDA; формати зі стисненням (з втратою даних) MP3, WMA, ASF, AAC (.mp4, .m4a, .m4p, .aac).
2. Приклади типів відеофайлів: MP4, AVI, HDrip, SWF, ASF, FLV, WMV, 3gp.
3. Кодеки — це програми (іноді і комплекс ПЗ), які призначені для кодування (стиснення) та декодування (відтворення з стисненого стану) мультимедійних файлів (аудіо та відео).

4. Види програм для опрацювання мультимедійних даних: аудіо- або відеоплеєри Windows Media Player, KMPlayer, Winamp; аудіо та відеоредактори Кіностудія Windows, Nero Vision; музичні та відеостудії Sony Vegas, Pinnakle Studio; програми конвертації файлів AVS Video Converter, MediaCoder, SUPER, XMedia Recode та ін; програми для захвату звуку та відео — Audiograbber.
5. Програм запису звуку та відео (грабери: CamStudio, HyperCam) — ці програми призначені для копіювання даних та їх відтворення в обраному форматі.

4.3. Розміщення мультимедійних файлів в Інтернеті

Дайте відповіді на запитання

1. Сервіси для розміщення мультимедійних файлів: YouTube, Яндекс.Видео, Dailymotion.com, BBC та ін.
2. Послідовність дій для створення каналу на YouTube: зайти на свій акаунт Google (якщо не зареєстровані, то зареєструватись) ру правому куті зверху (де відображаються різні сервіси Google) обрати іконку Youtube ⇨ з'являється вітальне вікно з різними категоріями, натискаємо кнопку Далі ⇨ на цьому кроці пропонується підписатися на популярні канали, натискаємо кнопку Далі ⇨ у правому куті зверху вже є іконка чоловічка (там буде ваш аватар), поруч з ним є трикутник, натиснувши на який відкриється додаткове меню ⇨ меню для Youtube, меню для Google і ваші дані (всі подальші налаштуванню й управління каналом буде відбуватись звідси) ⇨ натиснемо «Творча майстерня»/«Мій канал» ⇨ з'явиться вікно з пропозицією створити ваш новий канал ⇨ натискаємо ОК ⇨ тепер у вас є можливість додавати свої відео на власний YouTube канал (кнопка «Додати відео»).
3. Під час завантаження відео на YouTube користувач задає значення наступних властивостей: конфіденційність, категорія, ліцензія, назва, опис, теги, коментарі й рейтинги, формати об'яв, мова відео, причина відсутності титрів, пропозиції покращити відео, місце зйомки, статистика відео.
4. Рівні конфіденційності на YouTube: відкритий доступ; обмежений доступ, доступ за посиланням.
5. Для додавання музичного супроводу до завантаженого на YouTube файлу необхідно: відкрити Менеджер відео та натиснути на стрілку поруч із кнопкою «Змінити» біля ролику ⇨ натиснути Звук ⇨ вибрати композицію ⇨ натиснути Зберегти.

6. Для того, щоб розмістити відеофайл з Кіностудія Windows необхідно: у вікні програми Кіностудія перейти на «Файл» ⇨ «Опублікувати фільм» ⇨ вибрати зі списку YouTube ⇨ вести логін та пароль облікового запису ⇨ ввести значення властивостей для вашого відео ⇨ натиснути кнопку «Опублікувати».
7. Для розміщення адіофайлів на Google Диск, необхідно: зайти на свій Google Диск (через обліковий запис Google) ⇨ натиснути «Мій диск» ⇨ «Завантажити файли» або «Завантажити папку» ⇨ вибирати аудіофайли для завантаження зі свого ПК.
8. Подкаст — це медіадані (аудіо або відео файли), що розповсюджуються в Інтернеті. Відповідно людина, яка займається створенням та публікацією таких файлів — подкастер.
9. Для надання доступу іншим користувачам до файлу на Google Диску, необхідно: вибрати файл на своєму Google Диску ⇨ клацнути

ПКМ ⇨ у контекстному меню вибрати «Ввімкнути доступ за посиланням» або «Спільний доступ» ⇨ вибрати тих кому буде доступний файл ⇨ та натиснути кнопку «Готово».

РОЗДІЛ 5. ОСНОВИ ПОДІЙНО- ТА ОБ'ЄКТНО-ОРІЄНТОВАНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

5.1. Комп'ютерні програми і мови програмування

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Файл обрати Створити → у вікні, що з'явилося обрати Форма → у властивостях форми змінити налаштування: Caption — Прізвище, Color — обрати червоний, Height — змінити на 400, Width — змінити на 300 → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.1.1 → натиснути Зберегти).
2. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Файл обрати Створити → у вікні, що з'явилося обрати Форма → у властивостях форми змінити налаштування: Caption — Ім'я, Color — обрати синій, Height — змінити на 200, Width — змінити на 450 → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.1.2 → натиснути Зберегти).
3. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Файл обрати Створити → у вікні, що з'явилося обрати Форма → у властивостях форми змінити налаштування: Color — обрати синій, Height — змінити на 300, Left — змінити на 300, Top — змінити на 400, Width — змінити на 300 → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.1.3 → натиснути Зберегти).
4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Файл обрати Створити → у вікні, що з'явилося обрати Форма → у властивостях форми змінити налаштування: Color — обрати сірий, Height — змінити на 200, Left — змінити на 150, Top — змінити на 100, Width — змінити на 100 → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.1.4 → натиснути Зберегти).

5.2. Події. Обробники подій

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Form1.Height:=400; Form1.Width:=300; Form1.Color:=clGreen; Form1.Caption:='Харків'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.2.1 → натиснути Зберегти).
2. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnKeyPress та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів

у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Form1.Height:=300; Form1.Width:=200; Form1.Color:=clBlue; Form1. Caption:='Прізвище'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.2.2 → натиснути Зберегти).

3. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnDblClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Form1. Color:=clYellow; Form1.Caption:='Сьогодні гарний день'; Form1.Top:=Form1. Top+200; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.2.3 → натиснути Зберегти).
4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnShow та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Form1.Height:=700; Form1.Width:=700; Form1.Color:=clBlack; Form1.Left:=Form1.Left-100; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.2.4 → натиснути Зберегти).
5. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Form1.Height:=500; Form1.Width:=500; Form1.Color:=clBrown; Form1.Caption:='Проект з двома процедурами'; → на вкладці Події знаходимо поле OnDblClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедуру, яка має команду: Form1.Caption:=Я — громадянин України!'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.2.5 → натиснути Зберегти).
6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClose та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедуру, яка має команду: ShowMessage ('Виконання проекту закінчено! До побачення!'); → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.2.6 → натиснути Зберегти).

5.3. Кнопка

Відповіді на запитання

1. Для того щоб розмістити кнопку на формі потрібно: підвести вказівник до її зображення на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші.
2. Властивості кнопки: Name, Caption, Color, Height, Width, Top, Left, Enabled, Visible, Font.

3. Name — ім'я кнопки як об'єкта; Caption — текст на самій кнопці; Color — колір тла кнопки; Height — висота кнопки в пікселях; Width — ширини кнопки в пікселях; Top — відстань від верхньої межі форми в пікселях; Left — відстань від лівої межі форми в пікселях; Enabled — визначає чи доступний об'єкт для операцій над ним (True або False); Visible — визначає чи видимий об'єкт у вікні (True або False); Font — шрифт тексту на кнопці (має свої властивості: Color, Name, Height, Size тощо).
4. Змінення значень властивості Color для кнопки, яке встановлено за замовчуванням, змінює стандартний колір кнопки.
5. Властивість Caption для кнопки визначає текст на самій кнопці, а властивість Caption для форми визначає текст, який буде відображатися у рядку заголовку форми.
6. Властивість Top та Left для кнопки визначає відстань від верхньої та лівої межі форми, а властивість Top та Left для форми визначає відстань від верхньої межі вікна до верхньої межі екрану та відстань від лівої межі вікна до лівої межі екрану відповідно.
7. Властивість Enabled та Visible можуть набувати значення True або False. Властивість Enabled зі значенням True означає, що об'єкт доступний, False — недоступний. Властивість Visible зі значенням True означає, що об'єкт видимий, False — невидимий.
8. Властивість Font називають комплексною, оскільки, вона має свої властивості тексту — Color, Name, Height, Size тощо.

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Height:=40; Button1.Width:=30; Button1.Caption:='Харків'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.3.1 → натиснути Зберегти).
2. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnKeyPress та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Height:=20; Button1.Width:=40; Button1.Caption:='Прізвище'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.3.2 → натиснути Зберегти).
3. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnMouseMove та два рази натискаємо лівою клавішею

миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Caption:='Ім'я'; Button1.Top:=Button2.Top+20; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.3.3 → натиснути Зберегти).

4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Height:=50; Button1.Width:=20; Button1.Left:=Button2.Left-20; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.3.4 → натиснути Зберегти).
5. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Height:=50; Button1.Width:=50; Button1.Font.Color:=clBrown; Button1.Caption:='Мій проект'; → знаходимо поле OnKeyPress та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1. Left:=Button2.Left+30; Button1.Top:=Button1.Top+40; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.3.5 → натиснути Зберегти).
6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші (і так зробити три рази) → у властивостях першої кнопки перевіряємо, що Enabled — True, Visible — True → у властивостях другої кнопки перевіряємо, що Enabled — False, Visible — True → у властивостях третьої кнопки перевіряємо, що Enabled — False, Visible — False → виділяємо першу кнопку → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1. Enabled:=False; Button1.Visible:=False; Button2.Enabled:=True; Button2. Visible:=True; Button3.Enabled:=False; Button3.Visible:=True; → виділяємо другу кнопку → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Enabled:=False; Button1. Visible:=True; Button2.Enabled:=False; Button2.Visible:=False; Button3. Enabled:=True; Button3.Visible:=True; → виділяємо третю кнопку → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч

від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Button1.Enabled:=True; Button1.Visible:=True; Button2.Enabled:=False; Button2.Visible:=True; Button3.Enabled:=False; Button3.Visible:= False; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.3.6 → натиснути Зберегти).

5.4. Напис

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Top:=120; Label1.Caption:='Святкова'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.1 → натиснути Зберегти).
2. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnKeyPress та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Left:=80; Label1.Caption:='Прізвище'; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.2 → натиснути Зберегти).
3. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnMouseMove та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Caption:='Hello'; Label1.Font.Color:=clRed; Label1.Top:=Label1.Top+20; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.3 → натиснути Зберегти).
4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Left:=Label1.Left-20; Label1.Caption:='Школа 1'; Label1.Font.Color:=clBlue; Label1.Font.Size:=12; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.4 → натиснути Зберегти).

5. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Caption:='Мій проект'; Label1.Color:=clBrown; → знаходимо поле OnKeyPress та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Left:= Label1.Left+30; Label1.Top:= Label1.Top+40;→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.5 → натиснути Зберегти).
6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Label1.Left:=Label1.Left+60; Label1.Top:=Label1.Top-10; Label1.Caption:='Іванов Іван'; Label1.Color:=clGray; Label1.Font.Color:=clGreen; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.6 → натиснути Зберегти).
7. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Form1.Top:=Form1.Top-80; Form1.Left:=Form1.Left+60; Label1.Caption:='Іванов Іван'; Label1.Color:=clGray; Label1.Font.Color:=clGreen; → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 5.4.7 → натиснути Зберегти).

РОЗДІЛ 6. АЛГОРИТМИ РОБОТИ З ОБ'ЄКТАМИ ТА ВЕЛИЧИНАМИ

6.1. Поле. Величин, сталі і змінні величини. Властивості змінних

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Edit1.Top:=100; Edit1.

Text:='Інформатика';→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.1 → натиснути Зберегти).

2. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnKeyPress та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Edit1.Left:=120; Edit1.Text:='Іван';→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.2 → натиснути Зберегти).
3. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnMouseMove та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Edit1.Text:='Привіт'; Edit1.Font.Color:=clRed; Edit1.Color:=clGray; Edit1.Left:=Edit1.Left+100; Edit1.Top:=Edit1.Top+80;→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.3 → натиснути Зберегти).
4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди: Edit1.Text:='Іванов Іван'; Edit1.Font.Color:=clGreen; Edit1.Color:=clYellow; Edit1.Left:=Edit1.Left+80; Edit1.Top:=Edit1.Top-20;→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.4 → натиснути Зберегти).
5. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще два поля) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var a, b, c, x: real;
begin
 a: = StrToFloat(Edit1.Text);
 b: = StrToFloat(Edit2.Text);
 c: = StrToFloat(Edit3.Text);
 x: = (2 * a + b) * (a + c);
 Label1.Caption: = FloatToStr(x);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.5 → натиснути Зберегти).

6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще одне поле) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var a, b, x: real;
begin
 a: = StrToFloat(Edit1.Text);
 b: = StrToFloat(Edit2.Text);
 x: = a - b;
 Label1.Caption: = FloatToStr(x);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.6 → натиснути Зберегти).

7. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще два поля) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора

об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var a, b, c, x: real;
begin
 a: = StrToFloat(Edit1.Text);
 b: = StrToFloat(Edit2.Text);
 c: = StrToFloat(Edit3.Text);
 x: = (3 * a – 2 * b) * c;
 Label1.Caption: = FloatToStr(x);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.7 → натиснути Зберегти).

8. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
const pi = 3.1416;
var r, c: real;
begin
r: = StrToFloat(Edit1.Text);
c: = 2 * pi * r;
Label1.Caption: = FloatToStr(c);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.1.8 → натиснути Зберегти).

6.2. Налагодження проекту

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще три поля: маса та ціна цукерок, маса та ціна печива) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки

в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var m1, c1, m2, c2, v: real;
begin
m1: = StrToFloat(Edit1.Text);
c1: = StrToFloat(Edit2.Text);
m2: = StrToFloat(Edit3.Text);
c2: = StrToFloat(Edit4.Text);
v: = (m1 * c1) + (m2 * c2);
Label1.Caption: = FloatToStr(v);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.2.6 → натиснути Зберегти).

6.3. Логічні вирази. Змінні логічного типу. Логічні операції

Виконайте завдання

1. а) 1 — not *a*, 2 — not *a* and *b*, 3 — *a* or ((not *a*) and *b*);
   б) 1 — not *a*, 2 — not *b*, 3 — not *b* and *a*, 4 — (not *a*) or ((not *b*) and *a*);
   в) 1 — not *b*, 2 — not *a*, 3 — not *b*, 4 — *a* or not *b*, 5 — not *a* or not *b*, 5 — (*a* or not *b*) and (not *a* or not *b*); г) 1 — *a*, 2 — *b*, 3 — not *a*, 4 — (not *a*) and (*b*), 5 — *c* and *d*, 6 — ((not *a*) and (*b*)) or (*c* and *d*).

2. а)

a	*b*	*a* and *b*	*a* or (*a* and *b*)
True	False	False	True
True	True	True	True
False	True	False	False
False	False	False	False

б)

a	*b*	*a*	*a* and *b*	*a* or (*a* and *b*)
True	False	False	False	True
True	True	False	False	True
False	True	True	True	True
False	False	True	False	False

в)

a	*b*	not *b*	*a* or *b*	(*a* or *b*) or not *b*
True	False	True	True	True
True	True	False	True	True
False	True	False	True	True
False	False	True	False	True

г)

a	*b*	not *a*	not *b*	not *a* or not *b*
True	False	False	True	True
True	True	False	False	False
False	True	True	False	True
False	False	True	True	True

д)

a	*b*	*b*	*b*	*a* or *b*	*a* or *b*	(*a* or *b*) and (*a* or *b*)
True	False	True	True	True	True	True
True	True	False	False	True	True	True
False	True	False	False	False	False	False
False	False	True	True	True	True	True

е)

a	b	not b	not a	a and not b	not a and b	(a and not b) or (not a and b)
True	False	True	False	True	False	True
True	True	False	False	False	False	False
False	True	False	True	False	True	True
False	False	True	True	False	False	False

3. а) False, число 3 не є дільником числа 545; б) True, автомобіль має право їхати на червоне світло; в) False, не існують паралелограми з прямими кутами; г) True (якщо для кореня з дискримінанту) або False (для коренів рівняння), рівняння $2 \cdot 2 - 3x + 1 = 0$ не має цілого кореня; д) False, існує натуральне число, що ділиться на 2; е) True, не існує цілого числа, яке ділиться на всі цілі числа.
4. а) кон'юнкція, True; б) кон'юнкція, False; в) диз'юнкція, True; г) диз'юнкція, True; д) кон'юнкція, True; е) кон'юнкція, True; є) диз'юнкція, True; ж) диз'юнкція, False.
5. а) Сергієнко вивчає англійську мову та не має оцінку 8 з інформатики; б) Сергієнко не вивчає англійську мову, але має оцінку 8 з інформатики; в) Сергієнко то вивчає англійську мову, то не вивчає її та має оцінку 8 з інформатики; г) Сергієнко ніколи не вивчав англійську мову та ніколи не мав оцінку 8 з інформатики, але почав вивчати англійську мову.
6. 1. а) — True, б) — False, в) — False, г) — True; 2. а) — True, б) — False, в) — True, г) — False.

6.4. Алгоритми з розгалуженнями

Виконайте завдання

1. У завданні виконується дві повної форми розгалуження, але друга форма вкладена у першу.
2. У завданні виконується дві неповної форми розгалуження, але друга форма вкладена у першу.
3. У завданні 1 повна форма розгалуження, тому виконуються всі команди, перевіряючи всі можливі варіанти, а у завданні 2 — неповна форма розгалуження, тому виконуються тільки команди, які мають значення True.
4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще два поля) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*, *c*, *x*: real;
begin
 a: = StrToFloat(Edit1.Text);
 b: = StrToFloat(Edit2.Text);
 c: = StrToFloat(Edit3.Text);
 if *a* − *b* = 0
then
	Label1.Caption: = 'не має значень'
	 else begin
	 x: = (*a* + *b*) − *c*/(*a* − *b*);
	 Label1.Caption: = FloatToStr(*x*);
	 end;
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.4 → натиснути Зберегти).

5. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще два поля) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*, *c*, *x*: real;
begin
 a: = StrToFloat(Edit1.Text);
 b: = StrToFloat(Edit2.Text);
 c: = StrToFloat(Edit3.Text);
 if *a* − 2 * *b* = 0
 then
	Label1.Caption: = 'не має значень'
	 else begin
	 x: = *a* + *b* − *c*/(*a* − 2 * *b*);
	 Label1.Caption: = FloatToStr(*x*);
	end;
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.5 → натиснути Зберегти).

6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*: real;
begin
a: = StrToFloat(Edit1.Text);
b: = StrToFloat(Edit2.Text);
if *a* > *b*
then
	Label1.Caption: = 'менше з двох чисел b'
	else if *a* < *b*
	then
	Label1.Caption: = 'менше з двох чисел *a*'
	else
	Label1.Caption: = 'вони рівні';
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.6 → натиснути Зберегти).

7. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*: real;
begin
a: = StrToFloat(Edit1.Text);
b: = StrToFloat(Edit2.Text);
if *a* > *b*
	then
	Label1.Caption: = 'більше з двох чисел *a*'
	else
	Label1.Caption: = 'більше з двох чисел *b*';
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.7 → натиснути Зберегти).

8. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *x*: real;
begin
x: = StrToFloat(Edit1.Text);
if *x* > = 0
then
	Label1.Caption: = FloatToStr(*x*)
	else
	Label1.Caption: = FloatToStr(*x*);
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.8 → натиснути Зберегти).

9. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*, *c*: real;
begin
a: = StrToFloat(Edit1.Text);
b: = StrToFloat(Edit2.Text);
c: = StrToFloat (Edit3.Text);
if (*a* < *b*) and (*a* < *c*)
then
	Label1.Caption: = 'менше з трьох чисел *a*'
	else if *b* < *c*
	then
	Label1.Caption: = 'менше з трьох чисел *b*'
	else
	Label1.Caption: = 'менше з трьох чисел *c*';
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.9 → натиснути Зберегти).

10. Українська мова: якщо розповідне чи спонукальне речення вимовляється з особливою, піднесеною інтонацією, то в кінці речення ставиться знак !. Математика: якщо дві сторони трикутника рівні між собою, то трикутник рівнобедрений. Фізика: якщо значення сил, які діють на важіль, обернено пропорціональні плечам цих сил, то важіль перебуває в рівновазі.

11. Алгоритми з розгалуженням зустрічаються при виборі чи брати парасольку, що приготувати з яєць тощо.

12. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Width змінити значення на 300 пікселів → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnMouseMove та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
Button1.Left: = Button1.Left + 20;
if Button1.Left > 300
then Button1.Left: = 0;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.12 → натиснути Зберегти).

13. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*, *x*: real;
begin
a: = StrToFloat(Edit1.Text);
b: = StrToFloat(Edit2.Text);
if *a* < > 0
then *x*: = *b*/*a*;
Label1.Caption: = FloatToStr(*x*);
	if (*a* = 0) and (*b* < > 0)
	then
	Label1.Caption: = 'не має коренів';
	if (*a* = 0) and (*b* = 0)
	then
	Label1.Caption: = 'безліч розв'язків';
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.13 → натиснути Зберегти).

14. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*, *c*, *x*: real;
begin
a: = StrToFloat(Edit1.Text);
b: = StrToFloat(Edit2.Text);
c: = StrToFloat(Edit3.Text);
if *a* < > 0
then *x*: = (*c* − *b*)/*a*;
	Label1.Caption: = FloatToStr(*x*);
	if (*a* = 0) and (*c* − *b* < > 0) then
	Label1.Caption: = 'не має коренів';
	if (*a* = 0) and (*c* − *b* = 0)
	then
	Label1.Caption: = 'безліч розв'язків';
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.14 →

натиснути Зберегти). Відповідь: 1 — 13, 2 — 0, 3 — не має коренів, 4 — безліч розв'язків.

15. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *a*, *b*, *c*, *x*: real;
begin
a: = StrToFloat(Edit1.Text);
b: = StrToFloat(Edit2.Text);
c: = StrToFloat(Edit3.Text);
	if (*a* < *b* + *c*) and (*b* < *a* + *c*) and (*c* < *a* + *b*)
	then
	Label1.Caption: = 'трикутник існує'
	else
	Label1.Caption: = 'трикутник не існує';
	end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.15 → натиснути Зберегти).

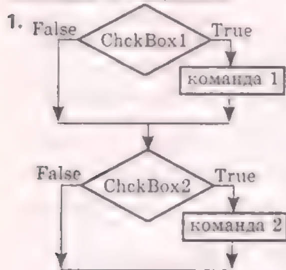
16. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

var *x*, *y*: real;
begin
x: = StrToFloat(Edit1.Text);
if (*x* > −1) and (*x* < 4)
	then *y*: = 15 − 3 * *x*
	else *y*: = 6 + 4 * *x*;
	Label1.Caption: = FloatToStr(*y*);
	end;

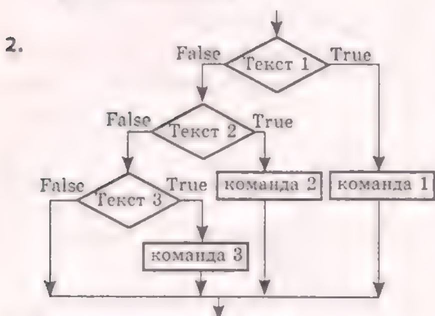
→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.4.16 → натиснути Зберегти).

6.5. Прапорці. Поле з розкривним списком. Перемикачі

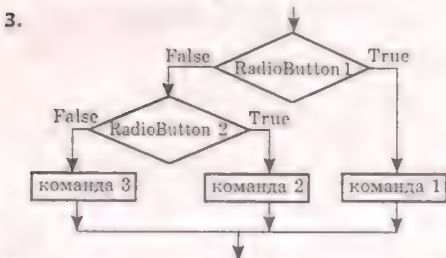
Виконайте завдання

1. 

Якщо обрано прапорець першого пункту списку, то виконується команда 1, а якщо обрано прапорець другого поля, то виконується команда 2.

2. 

Якщо обрано перший пункт списку, виконується команда 1, в іншому випадку, перевіряємо чи обрано другий пункт, якщо так, то виконується команда 2, в іншому випадку, перевіряємо чи обрано третій пункт, якщо так, то виконується команда 3.

3. 

Якщо обрано перший перемикач, то виконується команда 1, в іншому випадку, перевіряємо чи обрано другий перемикач, якщо так, то виконується команда 2, в інших випадках виконується команда 3.

4. Виконання команд розгалуження у завданні №1 проходить послідовно, спочатку перше розгалуження, потім друге, а у завданні №2 розгалуження є вкладеним один в одному.
5. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення розкривного списку (TComboBox) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → у властивостях розкривного списку обрати поле Items → у діалоговому вікні Діалог введення рядків

заповнити рядки списку → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var a, b, x: real;
begin
  a: = StrToFloat(Edit1.Text);
  b: = StrToFloat(Edit2.Text);
  if ComboBox1.Text ='сума'=true
  then x: = a + b
else if  ComboBox1.Text='різниця'=true
then x: = a - b
else if  ComboBox1.Text='добуток'=true
then x: = a * b
else if  ComboBox1.Text='частка'=true
then x: = a/b;
Label1.Caption:=FloatToStr(x);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.5.5 → натиснути Зберегти).

6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення прапорців (TCheckBox) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях для кожного прапорця видалити в полі Caption текст за замовчуванням та заповнити своїми даними (сума, різниця, добуток, частка) → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var a, b, x: real;
begin
  a: = StrToFloat(Edit1.Text);
  b: = StrToFloat(Edit2.Text);
  if CheckBox1.Checked
  then x: = a + b
  else if  CheckBox2.Checked
  then x: = a - b
  else if  CheckBox3.Checked
  then x: = a * b
  else if  CheckBox4.Checked
  then x: = a/b;
  Label1.Caption: = FloatToStr(x);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.5.6 → натиснути Зберегти).

7. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля

(TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення перемикачів (TRadioButton) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях для кожного прапорця видалити в полі Caption текст за замовчуванням та заповнити своїми даними (виконав, не виконав, перевиконав) → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var k, c, z: real;
begin
  k: = StrToFloat(Edit1.Text);
  c: = StrToFloat(Edit2.Text);
  if RadioButton1.Checked
  then z: = k * c + (k * c * 10)/100
  else if  RadioButton2.Checked
  then z: = k * c - (k * c * 10)/100
  else if  RadioButton3.Checked
  then z: = k * c + (k * c * 30)/100;
  Label1.Caption:=FloatToStr(z);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.5.7 → натиснути Зберегти).

8. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення перемикачів (TRadioButton) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях для кожного прапорця видалити в полі Caption текст за замовчуванням та заповнити своїми даними (є діти, є порушення) → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

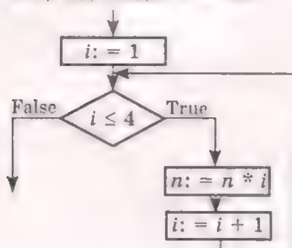
```
var z, s: real;
begin
  z: = StrToFloat(Edit1.Text);
  if RadioButton1.Checked
  then s: = z + (z * 20)/100
  else
  s: = z - (z * 15)/100;
  Label1.Caption: = FloatToStr(s);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.5.8 → натиснути Зберегти).

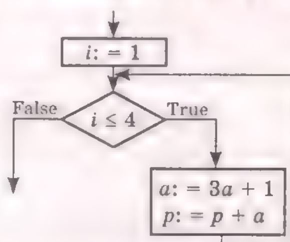
6.6. Цикл з лічильником

Виконайте завдання

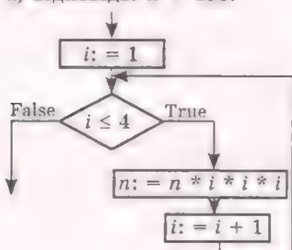
1. а) відповідь: $n = 24$.



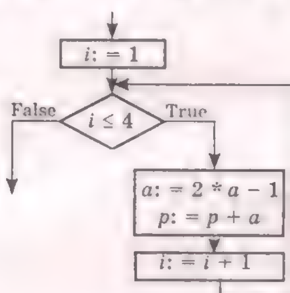
б) відповідь: $a = 607$, $p = 905$.



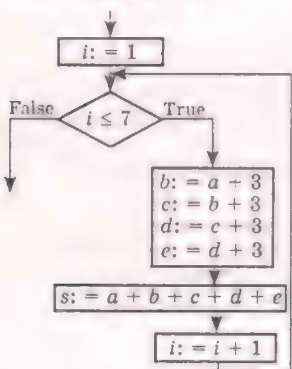
2. а) відповідь: $n = 100$.



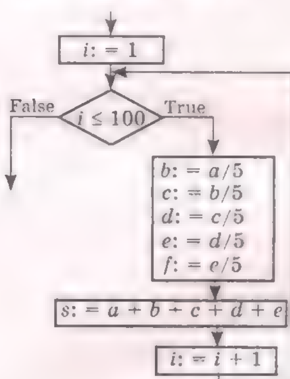
б) відповідь: $a = 97$, $p = 191$.



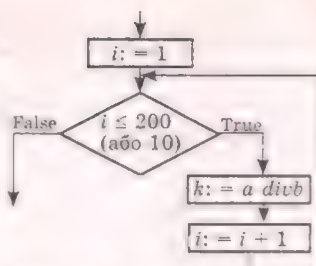
3. Відповідь: сума п'яти чисел дорівнює 65



4. Відповідь: сума шести чисел дорівнює 124,992.



5. Довжина = 200, ширина = 10, тоді кількість = 20, якщо довжина = 10, ширина = 10, тоді кількість = 1, отже цикл буде виконуватися один раз.



6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var n, i, x, s: integer;
begin
x: = 5; s: = 0; n: = 10;
for i: = 1 to n do
 begin
 x: = x - 5;
 s: = (x * i) div 2;
 Label1.Caption: = FloatToStr(s);
 end;
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.6.6 → натиснути Зберегти).

8. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var n, i, p, s1: integer; s: real;
begin
 s1: = 5000; n: = 2;
 for i: = 1 to n do
```

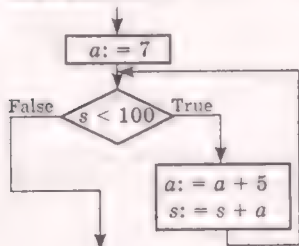
```
  s: = s1 * exp(ln(1 + 0.2) * n);
  Label1.Caption: = FloatToStr(s);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.6.8 → натиснути Зберегти).

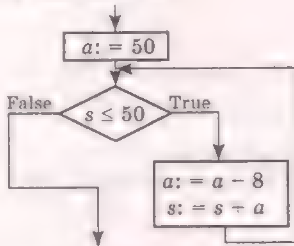
6.7. Цикл з передумовою

Виконайте завдання

1. а) $x = 25$; б) при заданому значенні 12, $x = 36$.
2. а) $k = 5$, $a = 132$; б) $k = 8$, $a = 64$, $s = 140$.
3. а) $k = 5$, $a = 6{,}25$; б) $a = 160$, $s = 155$.
4. Відповідь: 117.



5. Відповідь: 92.



6.8. Відображення графічних об'єктів засобами мови програмування

Виконайте завдання

1. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
begin
  Canvas.Pen.Color: = clBlack;
  Canvas.Pen.Style: = psSolid;
  Canvas.Pen.Width: = 1;
  Canvas.Brush.Color: = clFuchsia;
  Canvas.Rectangle (50, 80, 300, 200);
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.8.1 → натиснути Зберегти).

2. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → робимо форму поточною → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

begin Canvas.Pen.Color: = clRed; Canvas.Pen.Style: = psDashDot; Canvas.Pen.Width: = 5; Canvas.MoveTo(10,10); Canvas.LineTo(200,200); Canvas.Pen.Color: = clBlue; Canvas.Pen.Style: = psDot; Canvas.Pen.Width: = 3; Canvas.MoveTo (300,300); Canvas.LineTo(150,400); Canvas.LineTo(200,550); Canvas.LineTo(250,300); Canvas.LineTo(350,400); Canvas.Pen.Color: = clRed; Canvas.Pen.Style: = psSolid; Canvas.Pen.Width: = 1;	Canvas.Brush.Color: = clSilver; Canvas.Brush.Style: = bsHorizontal; Canvas.Rectangle (50,50,200,150); Canvas.Pen.Color: = clYellow; Canvas.Pen.Style: = psDot; Canvas.Pen.Width: = 2; Canvas.Brush.Color: = clLime; Canvas.Brush.Style: = bsVertical; Canvas.Ellipse (100,20,200,300); Canvas.Pen.Color: = clWhite; Canvas.Pen.Style: = psSolid; Canvas.Pen.Width: = 4; Canvas.Brush.Color: = clOlive; Canvas.Brush.Style: = bsDiagCross; Canvas.Pie (50,50,150,150,150,100,100,150); end;

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.8.2 → натиснути Зберегти).

3. Створити такий проект можна двома способами: I спосіб (аналогічно до попереднього завдання) — відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → робимо форму поточною → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

begin Canvas.Pen.Color: = clBlack; Canvas.Pen.Style: = psSolid; Canvas.Pen.Width: = 1; Canvas.Brush.Color: = clGray; Canvas.MoveTo (40,100); Canvas.LineTo (75,80); Canvas.LineTo (110,100); Canvas.LineTo (40,100); Canvas.Rectangle (50,100,100,230); Canvas.Pen.Color: = clGreen; Canvas.Pen.Style: = psSolid; Canvas.Pen.Width: = 1;	Canvas.Brush.Color: = clGreen; Canvas.Ellipse (60,110,90,140); Canvas.Pen.Color: = clYellow; Canvas.Pen.Style: = psSolid; Canvas.Pen.Width: = 1; Canvas.Brush.Color: = clYellow; Canvas.Ellipse (60,150,90,180); Canvas.Pen.Color: = clred; Canvas.Pen.Style: = psSolid; Canvas.Pen.Width: = 1; Canvas.Brush.Color: = clRed; Canvas.Ellipse (60,190,90,220); end;

II спосіб (з використанням компоненту Фігури) — відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення компоненту (TShape) на панелі інструментів на вкладці Additional → два рази натиснути лівою клавішею миші (вставити ще 4 фігури) → → робимо форму поточною → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
begin
  Shape1.Pen.Color: = clBlack;
  Shape1.Brush.Color: = clGray;
  Shape1.Shape: = stRectangle;
  Shape2.Pen.Color: = clBlack;
  Shape2.Brush.Color: = clGray;
  Shape2.Shape: = stTriangle;
  Shape3.Pen.Color: = clGreen;
  Shape3.Brush.Color: = clGreen;
  Shape3.Shape: = stCircle;
  Shape4.Pen.Color: = clYellow;
  Shape4.Brush.Color: = clYellow;
  Shape4.Shape: = stCircle;
  Shape5.Pen.Color: = clRed;
  Shape5.Brush.Color: = clRed;
  Shape5.Shape: = stCircle;
end;
```

→ зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я папки Завдання 6.8.3 → натиснути Зберегти).

4. Створити проект аналогічно до попереднього завдання (з використанням компоненту Фігури)

```
а) begin
  Shape1.Pen.Color: = clBlack;
  Shape1.Brush.Color: = clGray;
  Shape1.Shape: = stRectangle;
  Shape2.Pen.Color: = clBlack;
  Shape2.Brush.Color: = clGray;
  Shape2.Shape: = stRectangle;
  Shape3.Pen.Color: = clGreen;
  Shape3.Brush.Color: = clGreen;
  Shape3.Shape: = stCircle;
  Shape4.Pen.Color: = clGreen;
  Shape4.Brush.Color: = clGreen;
  Shape4.Shape: = stCircle;
  Shape5.Pen.Color: = clGreen;
  Shape5.Brush.Color: = clGreen;
  Shape5.Shape: = stCircle;
  Shape6.Pen.Color: = clGreen;
  Shape6.Brush.Color: = clGreen;
  Shape6.Shape: = stCircle;
  Shape7.Pen.Color: = clBlack;
  Shape7.Brush.Color: = clGray;
  Shape7.Shape: = stRectangle;
  Shape8.Pen.Color: = clBlack;
  Shape8.Brush.Color: = clGray;
  Shape8.Shape: = stRectangle;
end;
```

```
б) begin
  Shape1.Pen.Color: = clBlack;
  Shape1.Brush.Color: = clGray;
  Shape1.Shape: = stRectangle;
  Shape2.Pen.Color: = clBlack;
  Shape2.Brush.Color: = clGray;
  Shape2.Shape: = stRectangle;
  Shape3.Pen.Color: = clRed;
  Shape3.Brush.Color: = clRed;
  Shape3.Shape: = stCircle;
  Shape4.Pen.Color: = clRed;
  Shape4.Brush.Color: = clRed;
  Shape4.Shape: = stCircle;
  Shape5.Pen.Color: = clRed;
  Shape5.Brush.Color: = clRed;
  Shape5.Shape: = stRectangle;
  Shape6.Pen.Color: = clBlack;
  Shape6.Brush.Color: = clGray;
  Shape6.Shape: = stRectangle;
  Shape7.Pen.Color: = clBlack;
  Shape7.Brush.Color: = clGray;
  Shape7.Shape: = stRectangle;
  Shape8.Pen.Color: = clBlack;
  Shape8.Brush.Color: = clGray;
  Shape8.Shape: = stRectangle;
  Shape9.Pen.Color: = clBlack;
  Shape9.Brush.Color: = clGray;
  Shape9.Shape: = stRectangle;
  Shape10.Pen.Color: = clBlack;
  Shape10.Brush.Color: = clGray;
  Shape10.Shape: = stRectangle;
  Shape11.Pen.Color: = clBlack;
  Shape11.Brush.Color: = clGray;
  Shape11.Shape: = stRectangle;
  Shape12.Pen.Color: = clBlack;
  Shape12.Brush.Color: = clGray;
  Shape12.Shape: = stRectangle;
  Shape13.Pen.Color: = clGray;
  Shape13.Brush.Color: = clGray;
  Shape13.Shape: = stCircle;
  Shape14.Pen.Color: = clGray;
  Shape14.Brush.Color: = clGray;
  Shape14.Shape: = stCircle;
end;
```

в) begin Shape1.Pen.Color: = clBlack; Shape1.Brush.Color: = clBlue; Shape1.Shape: = stRectangle; Shape2.Pen.Color: = clBlack; Shape2.Brush.Color: = clWhite; Shape2.Shape: = stRectangle; Shape3.Pen.Color: = clBlack; Shape3.Brush.Color: = clBlack; Shape3.Shape: = stCircle; Shape4.Pen.Color: = clRed; Shape4.Brush.Color: = clRed; Shape4.Shape: = stCircle; Shape5.Pen.Color: = clBlack; Shape5.Brush.Color: = clWhite; Shape5.Shape: = stRectangle; Shape6.Pen.Color: = clBlack; Shape6.Brush.Color: = clWhite; Shape6.Shape: = stRectangle; Shape7.Pen.Color: = clBlack; Shape7.Brush.Color: = clWhite; Shape7.Brush.Style: = bsCross; Shape7.Shape: = stRectangle;	Shape8.Pen.Color: = clBlack; Shape8.Brush.Color: = clWhite; Shape8.Shape: = stRectangle; Shape9.Pen.Color: = clBlack; Shape9.Brush.Color: = clWhite; Shape9.Shape: = stRectangle; Shape10.Pen.Color: = clBlack; Shape10.Brush.Color: = clWhite; Shape10.Shape: = stRectangle; Shape11.Pen.Color: = clBlack; Shape11.Brush.Color: = clWhite; Shape11.Shape: = stRectangle; Shape12.Pen.Color: = clBlack; Shape12.Brush.Color: = clBlack; Shape12.Shape: = stRectangle; Shape13.Pen.Color: = clBlack; Shape13.Brush.Color: = clBlack; Shape13.Shape: = stCircle; Shape14.Pen.Color: = clBlack; Shape14.Brush.Color: = clBlack; Shape14.Shape: = stCircle; end;

г) begin Shape1.Pen.Color: = clBlack; Shape1.Brush.Color: = clGray; Shape1.Shape: = stRectangle; Shape2.Pen.Color: = clGray; Shape2.Brush.Color: = clGray; Shape2.Shape: = stTriangle; Shape3.Pen.Color: = clBlack;	Shape3.Brush.Color: = clWhite; Shape3.Shape: = stCircle; Shape4.Pen.Color: = clGray; Shape4.Brush.Color: = clGray; Shape4.Shape: = stTriangle; Shape5.Pen.Color: = clGray; Shape5.Brush.Color: = clGray; Shape5.Shape: = stTriangle; end;

РОЗДІЛ 7. ОПРАЦЮВАННЯ ЧИСЛОВИХ ДАНИХ

7.1. Абсолютні, відносні й мішані посилання. Вставлення параметрів сторінки. Друкування електронної таблиці

Виконайте завдання

1. Формула =$B$3 + C4 записана у клітинку E3 матиме наступний вигляд: а),б) у клітинці E7 =$B$3 + C8; в),є) у клітинці C3 =$B$3 + A4; г) у клітинці E11 =$B$3 + C12; д) у клітинці K15 =$B$3 + I16; е) у клітинці T34 =$B$3 + R35; ж) у клітинці A2 =$B$3 + #REF! (#REF/#ССЫЛКА — не вірне посилання на клітинку: відносне посилання виходить за допустимі межі).
2. Формула =E5 + $C3 записану у клітинку K8 матиме наступний вигляд: а) у клітинці C9 =#REF! + $C4; б) у клітинці K7 =E4 + $C2; в) у клітинці B4 =#REF! + #REF!; г) у клітинці E9 =#REF! + $C4; д) у клітинці D8 =#REF! + $C3; е) у клітинці T23 =N20 + $C18; є) у клітинці I2 =#REF! + #REF; ж) у клітинці F5 =#REF! + #REF!.

7.2. Призначення й використання математичних, статистичних, логічних функцій табличного процесора

Виконайте завдання

3. Результатом функцій за умовою того, що в клітинці A5 міститься число 10, у B5 — (–7), а у клітинці C5 — число 0 буде:

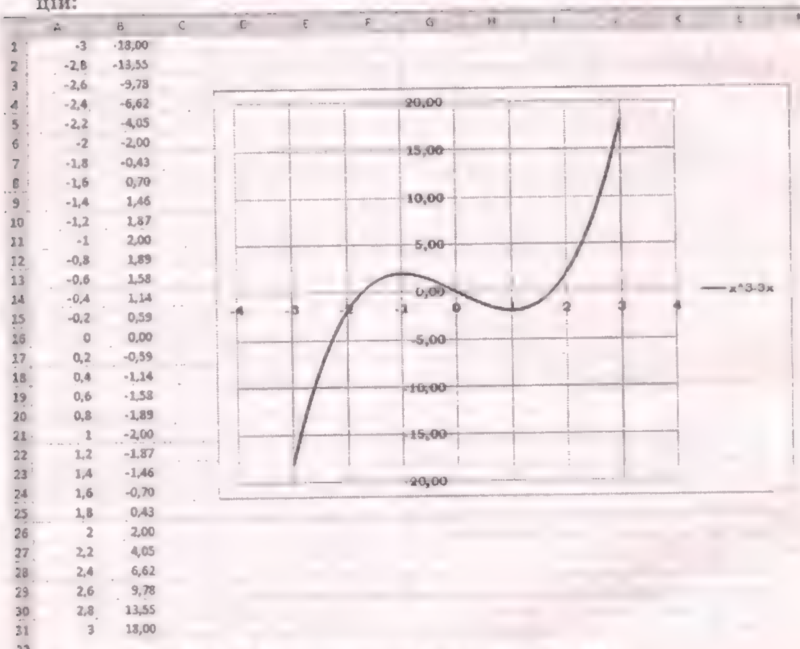
А) = AND(A5 > 5; A5 < 20):	TRUE (ІСТИНА);
Б) = OR(C5 < 10; C5 >= 20):	TRUE;
В) = OR(C5 < 10; A5 > 20):	TRUE;
Г) =AND(A5 > –2; B5 > 0):	FALSE (ХИБНІСТЬ);
Д) = NOT(B5 < 20):	FALSE;
Е) = AND(OR(B5 > 5; B5 < –5); NOT(B5 <> 10)):	FALSE;
Є) = OR(AND(A5 > 2; A5 <= 10); B5 < 0):	TRUE;
Ж) = NOT(AND(A5 < 100; C5 = 0)):	FALSE.

7.3. Створення та налагодження діаграм різного типу

Виконайте завдання

5. Для побудови графіку функцій $x^3 - 3x$ на відрізку [–3; 3] з кроком 0,2 необхідно: ввести в клітинку A1 перше значення X (–3) та в клітинку A2 друге значення (–2,8) ⇨ виділити дві клітинки ⇨ скориставшись маркером автозаповнення ввести значення в діапазон (A1:A31) до 3 ⇨ в комірку B1 ввести формулу — =POWER(A1;3)–3*A1 ⇨ скориставшись маркером автозаповнення заповнити значення Y до кінця (діапазон B1:B31).

Результат даних та побудови точкової діаграми заданого графіку функцій:



	A	B
1	-3	-18,00
2	-2,8	-13,55
3	-2,6	-9,78
4	-2,4	-6,62
5	-2,2	-4,05
6	-2	-2,00
7	-1,8	-0,43
8	-1,6	0,70
9	-1,4	1,46
10	-1,2	1,87
11	-1	2,00
12	-0,8	1,89
13	-0,6	1,58
14	-0,4	1,14
15	-0,2	0,59
16	0	0,00
17	0,2	-0,59
18	0,4	-1,14
19	0,6	-1,58
20	0,8	-1,89
21	1	-2,00
22	1,2	-1,87
23	1,4	-1,46
24	1,6	-0,70
25	1,8	0,43
26	2	2,00
27	2,2	4,05
28	2,4	6,62
29	2,6	9,78
30	2,8	13,55
31	3	18,00

Завдання **№ 6** та **№ 7** виконуються аналогічно до **№ 5**.

7.4. Упорядкування даних у таблицях. Автоматичні та розширені фільтри

Дайте відповіді на запитання

1. Сортування значень в Excel полягає у швидкому впорядкування даних для їх покращеного сприйняття та максимально ефективній організації. Дані в Excel можна сортувати:
— за текстом (від «А» до «Я» або від «Я» до «А»),
— числами (від найменшого до найбільшого та від найбільшого до найменшого),
— датою та часом (від найстаршого до наймолодшого, від наймолодшого до найстаршого) в одному або кількох стовпцях.
— також можна сортувати за налаштуваннями списку (наприклад, «Маленький», «Середній», Великий»),
— за форматом,
— за кольором клітинки,
— за кольором шрифту,
— набором піктограм.
Найбільш використовуваним є операція сортування стовпців, проте можна сортувати й за рядками.
2. Для того щоб відсортувати дані в алфавітно-цифровому порядку (текст, числа, дата та час) за зростанням, необхідно натисніть кнопку Сортування від А до Я.
3. Для того щоб провести швидке сортування, необхідно на вкладці «Дані» у групі «Сортування й фільтр» натиснути одну з кнопок: Сортування від А до Я або Сортування від Я до А.
4. «Сортування від найменшого до найбільшого» змінюється на команду «Сортування від А до Я» в тому випадку коли дані в клітинках для сортування мають текстовий формат.
5. Для сортування даних в таблиці за значеннями кількох стовпців необхідно:
на вкладці «Дані» в групі «Сортування й фільтр» натисніть кнопку «Сортувати» ⇨ у діалоговому вікні «Сортування», у розділі «Стовпець», поля «Сортувати за» необхідно вибрати перший стовпець, який потрібно сортувати ⇨ «Сортувати за» вказати «Тип сортування» ⇨ у розділі «Порядок» вибрати спосіб сортування ⇨ після вибрати команду «Додати рівень», для того щоб додати ще один стовпець, за яким потрібно сортувати ⇨ повторити дії «Сортувати за» та «Порядок».
Сортування за кількома стовпцями або рядками зручно використовувати для групування даних. Наприклад, якщо є стовпець «Клас» і «Учні», можна спочатку сортувати за класом (щоб згрупувати усіх учнів в певному класі), після чого сортувати учнів за прізвищами (щоб розташувати прізвища учнів кожного класу в алфавітному порядку). Одночасно можна сортувати до 64 стовпців.
6. Фільтрування даних — це швидкий спосіб пошуку та відображення лише тих рядків, які відповідають заданій умові.
7. Для фільтрування числових даних може бути декілька варіантів:

А) у списку чисел виділити чи зняти виділення з одного або декількох чисел, за якими потрібно виконати фільтрування.
Б) у великому списку, необхідно зняти виділення з пункту (Виділити все) та вибрати конкретні числа для фільтрування.
В) для створення критерію необхідно, навести вказівник миші на пункт «Фільтри чисел» та вибрати одну з команд операторів порівняння або пункт Користувацький фільтр. У діалоговому вікні «Користувацький автофільтр» у полі/полях ввести число або числа.
Наприклад, щоб відфільтрувати числа за мінімальним значенням «10» і максимальним «100», введіть 10 і 100.
Для фільтрування текстових даних також існує декілька варіантів:
А) у списку текстових значень виділити чи зняти виділення з одного або декількох текстових значень, за якими потрібно виконати фільтрування.
Б) у великому списку, необхідно зняти виділення з пункту (Виділити все) та вибрати конкретні текстові значення для фільтрування.
В) для створення критерію необхідно, навести вказівник миші на пункт «Текстові фільтри» та вибрати одну з команд оператора порівняння або вибрати пункт Користувацький фільтр. Наприклад, для фільтрування тексту, який починається з певного символу, необхідно обрати команду «Починається з», а для фільтрування тексту, який містить в будь-якому місці певні символи, вибрати пункт «Містить».
Користувацький фільтр дозволяє фільтрувати текст, який починається з певної букви або, який містить певний символ. Також при фільтруванні текстових даних можна використання символів узагальнення: ? (знак питання), * (зірочка), ~ (тильда).

8. Розширений фільтр використовується тоді, коли дані, які потрібно відфільтрувати, вимагають складних умов.

9. Умови для Розширеного фільтру задаються у відповідному діалоговому вікні (його можна викликати перейшовши на вкладку «Дані», у групі «Сортування й фільтр», команда «Додатково»).

10. Між Розширеним фільтром (команда «Додатково») та Автофільтром (команда Фільтр) є кілька відмінностей.
По-перше, замість меню «Автофільтр» відображається діалогове вікно «Розширений фільтр».
По-друге, складні умови задаються в окремому діапазоні умов що необхідно відфільтрувати (над діапазоном клітинок або таблицею).

7.5. Проміжні підсумки. Умовне форматування

Дайте відповіді на запитання

1. Команда Проміжні підсумки надає можливість автоматично обчислювати узагальнюючі значення (проміжні та загальні: суми, середнє, кількості).

2. Для знаходження проміжних підсумків в Excel необхідно:
— переконатись, що кожний зі стовпців у діапазоні даних, для яких потрібно обчислити проміжні підсумки (має підпис (у першому рядку) та містить подібні дані в кожному зі стовпців;
— у діапазоні не повинно бути пустих рядків або стовпців ⇨ далі необхідно виділіть клітинку в діапазоні ⇨ на вкладці «Дані» у групі «Структура»

вибрати елемент «Проміжні підсумки/Підсумки» ⇨ з'явиться діалогове вікно «Проміжні підсумки» ⇨ у полі «При кожній зміні в» потрібно вибрати стовпець для обчислення підсумка ⇨ у полі «Використовувати функцію» необхідно вибрати функцію зведення, за допомогою якої буде обчислено підсумки ⇨ у полі «Додати підсумки до» необхідно встановити прапорець для кожного стовпця, що містить значення, для яких потрібно обчислити підсумок ⇨ за необхідністю встановити чи вибрати прапорці «Змінити поточні підсумки», «Кінець сторінки між групами»; «Підсумки під даними» ⇨ підтвердити свої дії, натиснувши кнопку ОК.

3. Функції, які можна обчислювати в проміжних підсумках:
сума, кількість, середнє, максимум, мінімум, продукт, кількість чисел, зсунуте відхилення, незсунуте відхилення, зсунута дисперсія, незсунута дисперсія.

4. Умовне форматування в Excel — це спосіб автоматичної зміни зовнішнього вигляду клітинки в залежності від її вмісту. Умовне форматування дає можливість швидко виділити в електронній таблиці необхідну інформацію.

5. Способи умовного форматування:
— форматування за допомогою двоколірної шкали;
— форматування за допомогою триколірної шкали;
— форматування за допомогою гістограм;
— форматування за допомогою набору піктограм;
— форматування лише клітинок, які містять числа, текст або значення дати чи часу;
— форматування лише перших або останніх значень;
— форматування значень, менших або більших за середнє;
— форматування лише повторюваних або унікальних значень;
— використання формули для форматування визначених клітинок.

6. Виконання умовного форматування розглянемо на прикладі швидкого форматування за допомогою двоколірної шкали:
необхідно виділити одну або кілька клітинок у діапазоні ⇨ перейти на вкладку «Основне» ⇨ у групі «Стилі» розкрити меню «Умовне форматування» та вибрати пункт «Кольорові шкали» ⇨ після натиснення на стрілку необхідно вибрати двоколірну шкалу (щоб побачити, яка з них двоколірна потрібно навести вказівник миші на піктограми колірних шкал: верхній колір позначає вищі значення, а нижній — нижчі).

7. Для того щоб очистити умовне форматування необхідно: (на аркуші)
— на вкладці «Основне» у групі «Стилі» натиснути стрілку поруч із пунктом «Умовне форматування»
— вибрати команду «Очистити правила» ⇨ вибрати «Очистити правила в усьому аркуші».

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВПРАВ ТА ЗАВДАНЬ
ДО ПІДРУЧНИКА

ІНФОРМАТИКА

Морзе Н. В., Барна О. В., Вембер В. П.

РОЗДІЛ 1. КОДУВАННЯ ДАНИХ

1. Кодування даних

Працюємо в парах

1. Запустити табличний процесор Excel 2010 (Пуск → Всі програми →Microsoft Office 2010 → Microsoft Office Excel 2010 або на Робочому столі натиснути два рази ЛКМ на ярлик програми Excel 2010) → ввести у діапазон клітинок A1:F2 текст за зразком → у клітинку A2 ввести кількість бітів → у клітинку B2 ввести формулу =A2/8, C2 =B2/1024, D2 = C2/1024, E2 = D2/1024, F2 = E2/1024. Інша таблиця переведення: ввести у клітинку A1 текст кілобайт, B1 — біт, C1 — байт, D1 — мегабайт, E1 — гігабайт, F1 — терабайт → у клітинку A2 ввести кількість кілобайтів → у клітинку B2 ввести формулу =A2*1024*8, C2 =B2/8, D2 = A2/1024, E2 = A2/1024, F2 = A2/1024.

2.

	П	р	и	в	і	т	,					
Unicode	U+041F	U+0440	U+0438	U+0432	U+0456	U+0442	U+002C	U+0020				
Windows-1251	207	240	232	226	179	242	130	160				
	д	р	у	ж	е	!		Ч	и			
Unicode	U+0434	U+0440	U+0443	U+0436	U+0435	U+0021	U+0020	U+0427	U+0438	U+0020		
Windows-1251	228	240	243	230	229	33	160	215	232	160		
	п	о	д	о	б	а	є	т	ь	с	я	
Unicode	U+031F	U+043E	U+0434	U+043E	U+0431	U+0430	U+0454	U+0442	U+044C	U+0441	U+044F	U+0020
Windows-1251	239	238	228	238	225	224	186	242	252	241	255	160
	т	о	б	і								
Unicode	U+0442	U+043E	U+0431	U+0456	U+0020							
Windows-1251	242	238	225	179	160							
	і	н	ф	о	р	м	а	т	и	к	а	?
Unicode	U+0456	U+043D	U+0444	U+043E	U+0440	U+043C	U+0430	U+0442	U+0438	U+043A	U+0430	U+003F
Windows-1251	179	237	244	238	240	236	224	242	232	234	224	136

Довжина двійкового коду повідомлення, яке закодоване за допомогою таблиці Unicode дорівнює 752 біт або 94 байти, а довжина двійкового

коду повідомлення, яке закодоване за допомогою таблиці Windows-1251 дорівнює 376 бітів або 47 байтів.

Працюємо самостійно

1. 24 · 16 = 384 бітів або 48 байтів.
2. 8192 біта = 1024 байти = 1 Кб.
3. 2097152 байти = 2018 Кб = 2 Мб.
4. Ні, не достатньо, відсутні дані стосовно системи кодування.
5. Оскільки перекодування повідомлення з Unicode у KOI-8 зменшилося на 8 бітів, то 480/8 = 60 символів.
6. Обчислимо кількість символів на одній сторінці: 128 · 48 = 6144. Оскільки довжина двійкового коду книжки становить 720 Кб, то їх потрібно перевести у байти: 720 · 1024 = 737280 байтів. Кожен символ кодувався 2-байтовим Unicode, тому 737280 · 16 = 11796480 байт, далі 11796480/6144=1920 сторінок.

РОЗДІЛ 2. АПАРАТНО-ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КОМП'ЮТЕРА

5. Програмне забезпечення комп'ютера

Працюємо в парах

1. Порядок складання піраміди із зазначених програм, що відображатиме порядок їх встановлення на комп'ютері для пошуку необхідних даних в Інтернеті та створення на їх основі текстового повідомлення на задану тему, може бути наступним:
   1. Операційна система;
   2. Драйвер модема;
   3. Прикладні програми забезпечення доступу до Інтернету;
   4. Антивірусні програми;
   5. Текстовий редактор.
2. Правило розпаковування архіву: двічі клацнути ЛКМ на архіві ⇒ у вікні програми-архіватора натиснути кнопку «Извлечь» ⇒ відкриється вікно «Пути и параметры извлечения», вказати місце куди архів буде розпаковано (якщо не вказати шлях розпаковування, то файли з архіву будуть поміщення в теж саме місце, де знаходиться і сам архів) ⇒ натиснути кнопку ОК.
3. Існує декілька розповсюджених причин, чому не на всіх комп'ютерах можна пограти у певні ігри:
   1. ПК не відповідає мінімальним системним вимогам зазначеним в описі гри (гра або взагалі не піде або буде «зависати» чи видавати різноманітні помилки);
   2. ПК заражено вірусами (нерідко це стає причиною не коректного поводження програм, в тому числі і ігор, та всієї системи);
   3. Не вистачає ПЗ для запуску певної гри (Наприклад, видає помилку «У системі немає файлу d3dx9_37.dll»: необхідно доставити ключову утеліту для ігор DirectX. Або помилка «Microsoft Visual C ++ Runtime Library ...» говорить про те, що необхідно встановити Visual C++. Також розповсюдженим ПЗ, яке необхідно встанови для ігор є Net Framework, Adobe Flash Player та ін.);
   4. Не встановлені або «злетіли» драйвери на відеокарту або адіокарту: необхідно стежити, щоб дані програми регулярно оновлювалися.

Працюємо самостійно

1. Рейтинг операційних систем на початок 2016 року: І місце — Windows 7; ІІ місце — Windows XP; ІІІ місце — Windows 8.1; IV місце — Windows 10;

V місце — OS X 10.11 (продовження Mac OS); VI місце — Windows 8; VII місце — OS X 10.10; VIII місце — Linux.

*** за даними 2016 р. Windows 10 посідає 2 місце після Windows 7.

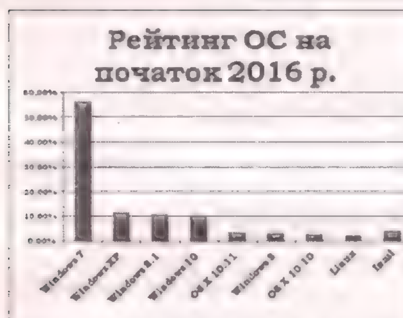
Рейтинг мобільних операційних систем на 2016 року: I місце — Android; II місце — iOS; III місце — Unknown.

Світова статистика відповідає загальній ситуації в Україні. Рейтинг використання Windows XP залишається значним, оскільки вона встановлена на 98% банкоматах в США (в Україні також дана ОС встановлена на більшість банкоматів).

На моєму домашньому ПК була встановлена Windows 7, яку ми оновили до Windows 10, на моєму телефоні та планшеті встановлена ОС Android (на більшість гаджедів, а тепер вже і на нові покоління флагманів Samsung встановлено саме ОС Android).

Для побудови діаграми в табличному процесорі знадобляться числові дані (подані нижче). А тип діаграми для відображення рейтингу операційних систем за даними 2016 р. доречно подати у вигляді стовпчастої, секторної або гістограми.

Назва ОС	Відсоток популярності
Windows 7	55,68%
Windows XP	10,93%
Windows 8.1	10,30%
Windows 10	9,96%
OS X 10.11	2,99%
Windows 8	2,76%
OS X 10.10	2,23%
Linux	1,66%
Інші	3,49%



2. Таблиці для кодування за алгоритмом Хаффмана слів «молоко», «кукуріку»:

Таблиця ймовірності символів	
Символ	Значення (частота входження)
о	3
м	1
л	1
к	1

Розрахунок коду Хаффмана	
Символ	Значення
о	0
л	011
м	010
к	00

Таблиця ймовірності символів	
Символ	Значення (частота входження)
к	3
у	3
р	1
і	1

Розрахунок коду Хаффмана	
Символ	Значення
к	11
у	0
і	101
р	100

Довжина коду та коефіцієнт стиснення даних за алгоритмом Хаффмана: в результаті кодування файлу, де символ А зустрічається 10 разів, В — 20, С — 30, D — 5, Е — 25, F — 10.

В результаті кодування отримуємо:

C = 11 (2 біта); E = 10 (2 біта); B = 00 (2 біта);
A = 0111 (4 біта); F = 011 (3 біта); D = 0110 (4 біта).

Кожен символ спочатку представлявся 8 бітами (один байт), а оскільки в результаті кодування було зменшено число біт, необхідних для представлення кожного символу, відповідно тепер зменшено і розмір вихідного файлу.

Стиснення складається наступним чином:

Частота входження	Початкові значення (біт)	Отримані значення в результаті стиснення за алгоритмом Хаффмана (біт)	Зменшено на (біт)
C — 30	30 × 8 = 240	30 × 2 = 60	180
E — 25	25 × 8 = 200	25 × 2 = 50	150
B — 20	20 × 8 = 160	20 × 2 = 40	120
A — 10	10 × 8 = 80	10 × 4 = 40	40
F — 10	10 × 8 = 80	10 × 3 = 30	50
D — 5	5 × 8 = 40	5 × 4 = 20	20
Всього (біт):	800	240	560

Початковий розмір файлу : 100 байт – 800 біт;
Розмір стиснутого файлу: 30 байт – 240 біт;
Результат стиснення файлу зменшення його об'єму на 70%
(560 × 100 : 800 = 70).

РОЗДІЛ 3. ОПРАЦЮВАННЯ ТЕКСТОВИХ ДАНИХ

7. Текстовий документ і його об'єкти

Працюємо в парах

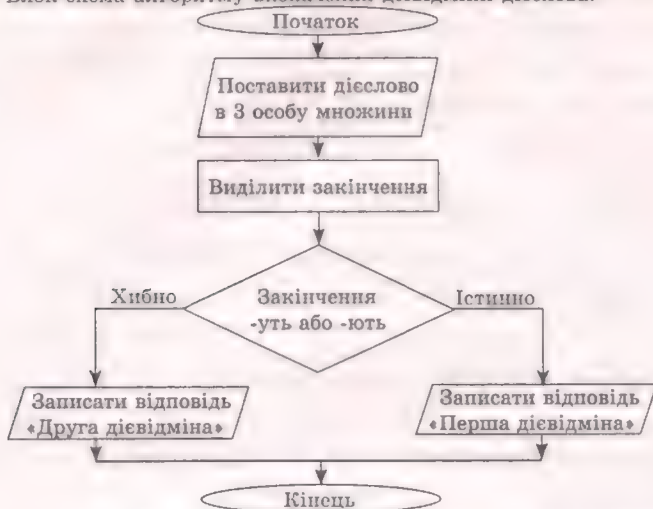
1. Порівнюючи значки файлів збережених в різних форматах (мал. 7.1) можна зробити висновок, що для позначення формату того чи іншого текстового файлу значки використовуються різні. Ця різниця зроблена для того, щоб користувачі візуально ідентифікували формати текстових файлів, та розуміли в якій програмі його відкривати і які операції над даними в файлі можна виконати.
2. Нумерований і маркірований список використовуються для позначення переліку. Спільними параметрами при зміні нумерованого

та маркірованого списку для користувачів є можливість скористатись бібліотекою маркерів/бібліотекою нумерованих списків та змінити рівень списку. Різниця в доступних налаштуваннях маркірованого списку полягає в тому, що можна визначити новий маркер (з символів, рисунків), а для нумерованого списку є опція визначення нового числового формату та можливість встановити/змінити значення нумерації.

3. Інколи виникає необхідність використання колонок при оформлені документів у текстовому процесорі. Наприклад, порівняння показників до якогось значення, створення газетоподібних документів, оформлення бланків тощо.
4. Недруковані символи призначені виключно для форматування, щоб користувач міг бачити місця вставлення пробілів (позначається крапкою), знаків табуляції (позначаються стрілками), перехід на новий рядок (позначається як знак абзацу), розрив сторінки, розрив розділу. Відповідно недруковані символи можна приховати і вони ніяк не впливають на зміст документу. А спеціальні символи це символи, які можуть знадобитись користувачу при оформленні змісту документу (вони сприймається текстовим процесором як ще один символ). Спеціальні символи доступні на вкладці «Вставлення», у групі «Символи» кнопка «Символ».
5. Гра «Формула»: корні квадратного рівняння ⇒ сила тяжіння ⇒ швидкість рзакон Ома релектричний опір провідника ⇒ щільність речовини ⇒ формула Герона.
6. Переміщувати таблицю в інше місце документу можна з використанням маркеру виділення таблиці (зверху в лівому куті, має вигляд чотирьохнаправленої стрілки). Також можна переміщати частини таблиці в інше місце: виділивши необхідні рядки вирізати їх, встановити курсор у необхідне місце в документі та вставити (цю ж саму операцію можна виконати за допомогою гарячих клавіш Ctrl+X, Ctrl+V)
7. Вміст окремої клітинки можна відформатовати інакше, змінивши заливку, межі, вирівнювання в клітинці; зміна тексту, його кольору та напрямку.
8. Доцільність використання того чи іншого способу створення таблиці в текстовому процесорі:
   - Коли вже є набраний текст, який необхідно оформити в таблицю, то кращим способом є команда «Перетворити на таблицю...».
   - Якщо нам необхідно буде проводити в таблиці розрахунки, то зручнішим варіантом є «Електронна таблиця Excel»: доступна на вкладці «Вставлення», група «Таблиці» і відповідна команда.
   - В разі, якщо необхідно оформити календар у таблиці або різноманітного вигляду табличні списки та ін., зручніше скористатись експрес-таблицями (вони вже відформатовані та дають уявлення про те як буде виглядати таблиця після внесення даних).
   - За допомогою команди «Вставлення таблиці»/«Вставити таблицю», можна обрати або задати кількість рядків, стовпців, які є необхідними для побудови таблиці.
   - Коли необхідно побудувати таблицю складної структури, то кращим варіантом буде «Накреслити таблицю».

Працюємо самостійно

3. Блок-схема алгоритму визначення дієвідміни дієслова:



9. Опрацювання складних текстових документів

Працюємо в парах

2. Внести зміни до будь-якого наявного шаблону можна: відкривши його/створивши на його основі новий документ ⇒ внести відповідні зміни ⇒ зберегти новий документ в потрібному форматі.
   Набір шаблонів учня: розклад уроків на тиждень; графік відвідування секцій, факультативів та гуртків; щоденник з позакласного читання; шаблон оформлення реферату; вітальна листівка «З Днем Народження».
3. Для створення власного шаблону, необхідно: створивши документ ⇒ клацнути вкладку «Файл» ⇒ команда «Зберегти як» ⇒ вказати місце збереження, ім'я файлу та вибрати відповідний пункт списку «Тип файлу» — «Шаблон Word» (якщо не зазначати місця збереження, то Office автоматично перейде до папки «Настраиваемые шаблоны Office»/або в папку «Пользовательские шаблоны Office» папки «Документи»).
   Користувацький шаблон у діалоговому вікні шаблони відображається в категорії «Особисті».

РОЗДІЛ 4. ОПРАЦЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ МУЛЬТИМЕДІА

11. Опрацювання аудіо- та відеофайлів

Працюємо в парах

1. У Вікіпедії відомості про аудіоформати та відеоформати подані української, російською та англійською мовами, вони є змістовно аналогічними. Українською мовою подано найбільш стисло відомості по цим поняттям. Аудіофайл (шукати як «цифрові звукові формати/цифровий аудіоформат») — формат подання звукових даних, який використовується для цифрового звукозапису, подальшого зберігання записаного матеріалу на комп'ютері та інших електронних носіях інформації (аудіофайл — комп'ютерний файл, який містить звукозапис, складається з інформації

про амплітуду і частоту звуку). Відеоформат (шукати «відео» або «список форматів файлів» ⇒ «відео (п. 1.7)») — формат для запису, копіювання, збереження, відтворення аудіовізуальної інформації.

2. Переваги прослуховування аудіозаписів онлайн: доступність; широкий вибір музичних стилів; можливість завантаження музики на ПК; зручна пошукова система по виконавцю або назві треку.
   Недоліки прослуховування аудіозаписів онлайн: необхідна наявність високошвидкісного Інтернету; не на всіх музичних порталах гарна якість аудіозаписів.
3. Моя улюблена радіостанція «Хіт FM» та «KISS FM», на сайті доступна можливість прослуховування ефіру онлайн.
4. Імпортувати відеозапис у форматі .flv до проекту, що створюється в Кіностудії не можна. Необхідно, спочатку конвертувати його в інший відеоформат (WMV, AVI, M4V, MPEG та інші).
5. Для ознайомлення можна скористатись наступною програмою-конвертером Freemake Video Converter. Вона має можливість імпортувати більшість популярних відео/аудіо/графічних форматів та виводить їх в AVI, MP4, WMV, SWF, 3GP, DVD, Blu-Ray, MP3. Також програма Freemake Video Converter здійснює відео підтримку для різних мультимедійних пристроїв(iPod, iPhone, iPad, Xbox, Sony PlayStation, Blackberry, Android та інших).

Працюємо самостійно

1. Назви аудіо-, відеоформатів:
   • MPEG (англ. Moving Picture Experts Group — укр. Експертна група з питань рухомого зображення);
   • AA (англ. Audible Audio Book File — укр. Звуковий Файл Аудіо Книги (в основному використовується для запису аудіокниг, які продаються через Інтернет-магазини Audible.com, iTunes Store).
   • WAVE, WAV (анг. Waveform Audio File Format — укр. waveform «в формі хвилі»).
   • SWF (анг. Small Web Format — укр. Невеликий Веб-Формат, використовується для флеш-анімації, векторної графіки, відео й аудіо в мережі Інтернет).
   • 3GP ((англ. Third Generation Partnership Project (3GPP) — укр. Проект Партнерства Третього Покоління, формат аудіо та відео).
   • MKV — відео (з субтитрами і звуком); MKA — для аудіофайлів, MKS — для субтитрів і MK3D — для 3D-відео (англ. Matroska — укр. Матрьошка, помилковий варіант — Матроска).
2. Ознайомлення з матеріалами http://www.elecard.com/mpeg_faq_index.php:
   1. «Група MPEG збирається приблизно чотири рази на рік десь на тиждень»;
   2. «Потік кодованого зображення рідко перевищує величину, закодованого потоку в MPEG, більш ніж в 30 разів»;
   3. «Кольорове цифрове зображення з стиснутої послідовності переводиться в колірний простір YUV (YCbCr). Компонента Y являє собою інтенсивність, а U і V - кольоровість. Оскільки людське око менш сприйнятливе до кольоровості, ніж до інтенсивності, то дозволів колірних компонент може бути зменшено в 2 рази по вертикалі, або і по вертикалі і по горизонталі. До анімації і високоякісного студійного відео зменшення дозволу не застосовується для збереження якості, а для побутового

застосування, де потоки більш низькі, а апаратура дешевша, така дія не призводить до помітних втрат у візуальному сприйнятті ... .».

3. Вся послідовність створення та розміщення подкасту в Інтернеті описана в категорії «Как создавать подкасты ?» на веб-ресурсі http://podfm.ru/topodcasters.
4. Приклади, відеозаписів на YouTube, що відображають зміст професій:
https://www.youtube.com/watch?v=CgFHquzqDsA — ландшафтний дизайнер;
https://www.youtube.com/watch?v=U6CxoMhy5xg — архітектор;
https://www.youtube.com/watch?v=aukezY_-zdk — кондитер;
https://www.youtube.com/watch?v=UpOklrHuvCg — повар;
https://www.youtube.com/watch?v=Ywwu2dyEZ5w — програміст.

12.Створення та налаштування відео й аудіо

Працюємо в парах

1. Способи обтинання відео в програмі Кіностудія:
   - Розділення відео: вкладка «Редагування» ⇒ група «Редагування» ⇒ команда «Розділити» ⇒ клацнути мишкою на місці встановлення розділення у Вікні проекту (після розділення відео можна поміняти місцями його частини, змінити порядок їх відтворення тощо).
   - Засіб обтинання: вкладка «Редагування» ⇒ група «Редагування» ⇒ команда «Засіб обтинання» ⇒ контекстна вкладка «Обтинання» ⇒ команда «Установити точку початку» ⇒ перемістити маркер обтинання в необхідне місце, під Вікном попереднього перегляду, задавши точку початку ⇒ команда «Установити точку завершення» ⇒ перемістити маркер обтинання в необхідне місце, під Вікном попереднього перегляду, задавши точку кінця ⇒ переглянути отриманий результат, натиснувши кнопку «Відтворити», у Вікні попереднього перегляду ⇒ натиснути кнопку «Зберегти обтинання».

Працюємо самостійно

2. Відео створене в програмі Кіностудія можна розмістити на наступних сервісах: OneDrive, Facebook, YouTube, Vimeo, Flickr.

РОЗДІЛ 5. ОСНОВИ ПОДІЙНО-ТА ОБ'ЄКТНО-ОРІЄНТОВАНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

15. Мова та середовище програмування

Працюємо в парах

1. Відкрити вікно браузера → ввести у поле адреси https://blockly-demo.appspot.com/static/demos/code/index.html → у верхньому правому куті обрати українську мову → І спосіб — у меню Блоки обрати Петлі → у переліку вибрати блок для виконання певних дій декілька разів → у відповідне поле для введення кількості повторів ввести 3 → вставити команду, яку потрібно виконати, для цього → у меню Блоки обрати Текст → у переліку вибрати блок для друкування заданого тексту, числа або інших значень → у відповідне поле ввести текст (наприклад, Привіт! Як справи?) → натиснути у верхньому правому куті кнопку для запуску програми на виконання → перевірити виконання програми; ІІ спосіб — три рази вставити блок для друкування заданого тексту, числа або інших значень → у відповідне поле ввести текст → натиснути у верхньому правому куті кнопку для запуску програми на виконання → перевірити виконання програми.

У Скретч можна використовувати такі блоки: говорити <текст>, повторювати <3>.

2. Відкрити вікно браузера → ввести у поле запиту «Історія виникнення мов програмування» → прочитати інформацію → створити лінію часу (зручно для створення використовувати графічні редактори, редактори карт знань, текстовий та табличний процесори тощо).
4. IDLE — підсвічення синтаксису, вбудована система відлагодження, область виконання має декілька режимів. Coding Craund — безкоштовна, не треба встановлювати на ПК, великий перелік мов програмування. PyCharm — декілька режимів області виконання, доступний список службових команд з підказками, візуалізація процесу тощо.

Працюємо самостійно

1.

	Скретч	Спільне	Lazarus	
Відмінне	Створення програми шляхом побудови блоків, мова програмування Logo	**Розташування об'єктів на так званій сцені**	Створення програми шляхом написання коду, мова програмування Object Pascal	Відмінне
		Виконання подій		
		Область сценаріїв		
		Візуальні компоненти		
		Розділення вікон		

2. 1) print (125/25 + 10) відповідь: 15; 2) print (2 · 3 · 4 · 5/6) відповідь: 20; **3) print (765/9 + 48 · 4 − 121) відповідь: 156.**
4. Завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «Термінал» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
name1 = input ('Введіть назву оператора мобільного зв'язку')
name2 = input ('Введіть номер телефону для поповнення рахунку')
name3 = input ('Введіть суму поповнення рахунку')
print ('Шановний абоненте', name1, '! Ви поповнюєте телефон за номером', name2, 'на суму', name3, 'грн')
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

16. Об'єкти програм із графічним інтерфейсом

Працюємо в парах

1. project1.exe — відкомпільований проект; project1.res — файл ресурсів проекту; project1.lpr — файл з початковим кодом програми; project1.lpi — файл проекту Lazarus; unit1.pas — вихідний файл модуля форми; unit1.lfm — дані форми. Деякі файли мають однакове ім'я, але різні розширення, оскільки є файли, які відповідають за опис форм, за програмні модулі та за головний файл проекту.
2. Навчальне середовище програмування Скретч підтримує подійно-орієнтоване програмування, тому що воно є динамічним, об'єкту можна присвоювати певну команду для виконання, об'єкти мають властивості.

Працюємо самостійно

1. Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «Нагадування» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:
```
import tkinter
main = tkinter.Tk ()
label = tkinter.Label (text = «Необхідно дотримуватися часу роботи за ПК»)
label.pack ()
main.mainloop ()
```
   у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.
   Створення програми у середовищі Lazarus: запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях напису в полі Caption змінити текст за замовчуванням на «Необхідно дотримуватися часу роботи за ПК» → на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту → натиснути Зберегти).
2. Запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях напису в полі Caption змінити текст за замовчуванням на «Сьогодні о 18.00 наша родина іде на концерт» → на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту → натиснути Зберегти).
3. Запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші (аналогічно зробити ще два написи — Label2, Label3) → у властивостях напису Label1 в полі Caption змінити текст за замовчуванням на «Проект — набір файлів, з якими користувач працює під час створення прикладної програми», Label2 — «Екранна форма — вікно, яке користувач розробляє засобами середовища чи мови програмування», Label3 — «Інтерфейс користувача — спосіб взаємодії користувача з комп'ютером» → на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту → натиснути Зберегти).

4. Запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях напису Label1 в полі Caption змінити текст за замовчуванням на «Листопад 2016» → у властивостях в полі Font натиснути та обрати Шрифт, Накреслення, Розмір, Ефекти, Колір тощо → аналогічним чином створити Label2 та використовуючи комбінації клавіш Ctrl+C — копіювати, Ctrl+V — вставити створити підписи днів, числа → на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту → натиснути Зберегти).

18. Властивості та методи екранної форми та елементів управління

Працюємо в парах

1. Переваги: зміна значення властивостей до кожного об'єкта, список доступних властивостей та дії з ними під час введення. Недоліки: опис конкретної події заноситься у відповідний фрагмент, потрібно уважно писати ім'я об'єкту, до якого застосовується зміна значення властивостей.
2. Яким може бути ім'я другого об'єкта (1), як називається перший об'єкт (Label — напис), як називаються 2, 3, 4-ий об'єкти (Button — кнопка), як змінити значення властивості Caption об'єкту кнопка (у полі Caption ввести потрібну назву об'єкту), яка подія може бути пов'язана з об'єктом кнопка (OnClick — при натисненні кнопки у полі напис з'являється відповідь, OnMouseMove — під час наведення вказівника миші на кнопку, з'являється відповідь тощо), яка властивість може бути застосована до об'єктів 5, 6, 7 або 60, −20, 30 (Visible — об'єкт невидимий).
3. Формі можна задати ім'я у полі Caption — «Правила безпечної поведінки в Інтернеті», змінити колір тла форми у полі Color — clGradientActiveCaption, змінити розміри вікна форми у полі Height — 500, Width — 500. На формі розмістити два написи (Label1 та Label2) з правилами та корисними посиланнями (підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші (аналогічно зробити ще один напис) → у властивостях напису Label1 в полі Caption змінити текст за замовчуванням на правила безпечної поведінки в Інтернеті, Label2 — помістити текст з корисними посиланнями) → у полі Visible для Label1 та Label2 змінити значення на False → на формі розмістити дві кнопки (Button1 та Button2) (підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші) → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Правила (Корисні посилання для Button2) → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
   Label1.Visible : = True;
   Label2.Visible : = False;
end;
```

та відповідно друга кнопка

```
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
    Label1.Visible : = False;
    Label2.Visible : = True;
end;
```

на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту → натиснути Зберегти).

Працюємо самостійно

1. Запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях напису Label1 в полі Caption змінити текст за замовчуванням на «*» → використовуючи комбінації клавіш Ctrl+C — копіювати, Ctrl+V — вставити створити ще 14 написів → на формі розмістити дві кнопки (Button1 та Button2) (підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші) → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на 1 та 2 відповідно → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
    Label1.Visible : = False;
    Label2.Visible : = True;
    Label3.Visible : = False;
    Label4.Visible : = True;
    Label5.Visible : = True;
    Label6.Visible : = False;
    Label7.Visible : = False;
    Label8.Visible : = True;
    Label9.Visible : = False;
    Label10.Visible : = False;
    Label11.Visible : = True;
    Label12.Visible : = False;
    Label13.Visible : = False;
    Label14.Visible : = True;
    Label15.Visible : = False;
end;
```

та відповідно друга кнопка

```
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
begin
    Label1.Visible : = True;
    Label2.Visible : = True;
    Label3.Visible : = True;
    Label4.Visible : = False;
    Label5.Visible : = False;
```

```
    Label6.Visible : = True;
    Label7.Visible : = False;
    Label8.Visible : = False;
    Label9.Visible : = True;
    Label10.Visible : = False;
    Label11.Visible : = True;
    Label12.Visible : = False;
    Label13.Visible : = True;
    Label14.Visible : = True;
    Label15.Visible : = True;
end;
```

на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Табло → натиснути Зберегти).

2. Запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях напису Label1 в полі Caption змінити текст за замовчуванням на «Л» → використовуючи комбінації клавіш Ctrl+C — копіювати, Ctrl+V — вставити створити ще 2 написи (зі значеннями Caption для Label2 — І та Label3 — С) → аналогічним чином створюємо ще 6 написів, але повністю видаляємо у полі Caption текст → для привабливого виду розміщаємо порожні написи один під одним (для цього можна скористатися властивостями Top та Left) → на формі розмістити кнопку (підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші) → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Розпочати → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
    Label4.Caption : = Label1.Caption + Label2.Caption + Label3.Caption;
    Label5.Caption : = Label2.Caption + Label3.Caption + Label1.Caption;
    Label6.Caption : = Label3.Caption + Label1.Caption + Label2.Caption;
    Label7.Caption : = Label3.Caption + Label2.Caption + Label1.Caption;
    Label8.Caption : = Label1.Caption + Label3.Caption + Label2.Caption;
    Label9.Caption : = Label2.Caption + Label1.Caption + Label3.Caption;
end;
```

на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Анаграми → натиснути Зберегти).

4. Запустити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → зробити форму поточною → змінити значення властивостей Form1: Caption — Україна; Height — 200, Width — 300; Color — clMenuHighlight → розмістити на формі Form1 кнопку (підвести

вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші) → змінити значення властивостей Button1: Caption — Моя Україна; Height — 100, Width — 250; Font — за власним уподобанням → на панелі інструментів обрати кнопку Новий елемент: Форма → зробити форму поточною → змінити значення властивостей Form2: Caption — Опис, Height — 300, Width — 500, Color — clYellow → розмістити на формі Form2 три кнопки (підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші) → змінити значення властивостей Button1: Caption — Столиця; Button2: Caption — Державний устрій; Button3: Caption — Територія та населення → розмістити на формі Form2 три написи (підвести вказівник до зображення напису на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші) → змінити значення властивостей Label1: у полі Caption відкрити діалогове вікно Діалог введення рядків та ввести текст — «Столиця: Київ. Географічна широта та довгота: 50°27' пн. ш. 30°30' сх. д.», Visible — False, Font — за власним уподобанням; Label2: у полі Caption відкрити діалогове вікно Діалог введення рядків та ввести текст — «Державний устрій: парламентсько-президентська республіка. Незалежність проголошено: 24 серпня 1991 року», Visible — False, Font — за власним уподобанням; Label3: у полі Caption відкрити діалогове вікно Діалог введення рядків та ввести текст — «Кількість населення: 42760500. Загальна площа території: 603628 км²», Visible — False, Font — за власним уподобанням → зробити Form1 поточною → у редакторі коду після слова «implementation» написати uses Unit2; (для підключення другої форми) → виділити кнопку Button1 на Form1 → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедуру, яка має команду:

Unit2.Form2.ShowModal;

зробити Form2 поточною → виділити кнопку Button1 на Form2 → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
Label1.Visible : = True;
Label2.Visible : = False;
Label3.Visible : = False;
```

виділити кнопку Button2 на Form2 → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
Label1.Visible : = False;
Label2.Visible : = True;
Label3.Visible : = False;
```

виділити кнопку Button3 на Form2 → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

Label1.Visible : = False;
Label2.Visible : = False;
Label3.Visible : = True;

на панелі інструментів натиснути кнопку Запустити (або F9) → перевірити правильність виконання програми → зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Моя Україна → натиснути Зберегти).

РОЗДІЛ 6. АЛГОРИТМИ РОБОТИ З ОБ'ЄКТАМИ ТА ВЕЛИЧИНАМИ

20. Величини, їх типи та властивості

Працюємо в парах

1. Byte — 5, 20; integer — 300, 5068; smallint — 876, 198; real — 10.5, 80.0; int — 0, 36987; float — 32.3+e18, 0.99999.

Працюємо самостійно

1. а) Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «а» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
r = 4
kr = int (input ('введіть кількість рядів'))
k = r * kr
print (k)
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

б) Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «б» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
r = 4
kr = int (input ('введіть кількість рядів'))
k = r * kr + 2
print (k)
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

в) Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «в» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New →

у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
r1 = 4
r2 = 5
kr1 = int (input ('введіть кількість рядів 1 класу'))
kr2 = int (input ('введіть кількість рядів 2 класу'))
k = r1 * kr1 + r2 * kr2 + 2
print (k)
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

2. Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «Сімейний депозит» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
p = 0.18
s1 = int (input ('введіть суму'))
s = s1 * 0.18 * 100
print (s)
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

3. Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «Електрика» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
1) r1 = int (input ('введіть r1'))
r2 = int (input ('введіть r2'))
r3 = int (input ('введіть r3'))
r4 = int (input ('введіть r4'))
r = r1 + r2 + r3 + r4
print (r)
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

Аналогічно виконати для паралельного з'єднання

```
2) r1=int(input('введіть r1'))
r2=int(input('введіть r2'))
r3 = int(input('введіть r3'))
r4 = int(input('введіть r4'))
r = 1 / r1 + 1 / r2 + 1 / r3 + 1 / r4
print (r)
```

Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Text текст за замовчуванням (аналогічно зробити ще три поля: маса та ціна цукерок, маса та ціна печива) → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Отримати відповідь → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

1) **var** *r*1, *r*2, *r*3, *r*4, *r*: **real;**

```
begin
r1: = StrToFloat(Edit1.Text);
r2: = StrToFloat(Edit2.Text);
r3: = StrToFloat(Edit3.Text);
r4: = StrToFloat(Edit4.Text);
r: = r1 + r2 + r3 + r4;
Label1.Caption: = FloatToStr(r);
end;
```

зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Електрика → натиснути Зберегти).

Аналогічно виконати для паралельного з'єднання

2) **var** *r*1, *r*2, *r*3, *r*4, *r*: **real;**

```
begin
r1: = StrToFloat(Edit1.Text);
r2: = StrToFloat(Edit2.Text);
r3: = StrToFloat(Edit3.Text);
r4: = StrToFloat(Edit4.Text);
r: = 1/r1 + 1/r2 + 1/r3 + 1/r4;
Label1.Caption: = FloatToStr(r);
end;
```

4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → змінити значення властивостей Form1: Caption — Залишок; Height — 200, Width — 200; Color — clInactiveCaption → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Обчислити залишок тканини, властивість Font змінити за власним бажанням → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші →

у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var a, R, S: real;
begin
a: =StrToInt (InputBox ('Сторона квадрата', 'Введіть сторону квадрата:', ''));
R: =StrToInt (InputBox ('Радіус кола', 'Введіть радіус кола:', ''));
S: = sqr(a) — pi * sqr(R);
Label1.Caption: = FloatToStr(S);
end;
```

зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Залишок → натиснути Зберегти).

5. Створення програми у середовищі PyCharm: завантажити середовище PyCharm (Пуск → Всі програми → JetBrains → JetBrains PyCharm 2016.1.4 або натиснути два рази лівою клавішею миші на ярлику JetBrains PyCharm 2016.1.4, який знаходиться на Робочому столі) → у меню File обрати команду New Project → у діалоговому вікні Create Project, що відкрилося обрати папку збереження проекту та задати ім'я проекту «Обчислення» → натиснути кнопку Create → у меню File обрати команду New → у списку New File, що відкрився вибрати Python File → натиснути кнопку OK → у вікні редактора коду ввести текст програми:

```
1) from math import fabs
x = int (input ('введіть x'))
y = int (input ('введіть y'))
z = (fabs(x) + fabs(y))/(1 + fabs(x * y))
print (z)
2) from math import fabs
x = int (input 'введіть x'))
y = int (input ('введіть y'))
z = 1 + fabs(y - x)+(((y - x) ** 2)/2)+(((y - x) ** 3)/3)
print (z)
3) from math import fabs, cos, pi
x = int (input ('введіть x'))
y = int (input ('введіть y'))
z = 2 * y/cos(x - pi/6)
print (z)
4) x = int (input ('введіть x'))
y = int (input ('введіть y'))
z = x/(1 + (x ** 2/(3 + ((2 * x) ** 2))))
print (z)
```

у меню Run обрати команду Run → перевірити правильність виконання програми.

6. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → змінити значення властивостей Form1: Caption — Домашня бухгалтерія; Height — 400, Width — 300; Color — clMoneyGreen → підвести вказівник до зображення напису (TLabel) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях видалити в полі Caption текст

за замовчуванням → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Розрахувати залишок, властивість Font змінити за власним бажанням → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var d1, d2, d3, v1, v2, v3, v4, v5, v: real;
begin
d1: = StrToInt (InputBox ('Дохід мами', 'Введіть дохід мами:', ''));
d2: = StrToInt (InputBox ('Дохід тата', 'Введіть дохід тата:', ''));
d3: = StrToInt (InputBox ('Дохід брата', 'Введіть дохід брата:', ''));
v1: = StrToInt (InputBox ('Комунальні послуги', 'Введіть витрати на комунальні послуги:', ''));
v2: = StrToInt (InputBox ('Транспорт', 'Введіть витрати на транспорт:', ''));
v3: = StrToInt (InputBox ('Звязок', 'Введіть витрати на стільниковий звязок:', ''));
v4: = StrToInt (InputBox ('Харчування', 'Введіть витрати на продукти харчування:', ''));
v5: = StrToInt (InputBox ('Інші витрати', 'Введіть загальні витрати на інші послуги:', '0'));
v: = (d1 + d2 + d3) - (v1 + v2 + v3 + v4 + v5);
Label1.Caption: = FloatToStr(v);
end;
```

зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Домашня бухгалтерія → натиснути Зберегти).

22. Текстові величини та операції над ними

Працюємо в парах

1. Python:

I варіант

```
s = input ('Введіть слово')
s2 = s [11] + s [10] + s [9] + s [8] + s [7] + s [6] + s [5] + s [4] + s [3] +
+ s [2] + s [1]
print (s2)
```

II варіант

```
s = input ('Введіть слово')
s2 = s [: : -1]
print (s2)
```

Free Pascal (потрібно підключити модуль Uses LCLProc):

```
var sl1, sl2: string;
begin
 sl1: = Edit1.Text;
 sl2: = UTF8copy(sl1,11,1) + UTF8copy(sl1,10,1) + UTF8copy(sl1,9,1) +
+ UTF8copy(sl1,8,1) + UTF8copy(sl1,7,1) + UTF8copy(sl1,6,1) +
+ UTF8copy(sl1,5,1) + UTF8copy(sl1,4,1) + UTF8copy(sl1,3,1) +
+ UTF8copy(sl1,2,1) + UTF8copy(sl1,1,1);
 Edit2.Text : = sl2;
end;
```

2. 1) *s*1 = input ('Введіть зміну *s*1')
*s*2 = *s*1 [: 9] + *s*1 [33 : 44] + *s*1 [20 : 33] + *s*1 [9 : 20]
print (*s*2)
2) *s*1 = input ('Введіть зміну *s*1')
*s*2 = *s*1 [: 5] + ' ' + *s*1 [5 : 7] + ' ' + *s*1 [7 : 10] + ' ' + *s*1 [10 : 16] +
+ ' ' + *s*1 [16 : 21]
print (*s*2)
3) *s*1 = input ('Введіть зміну *s*1')
*s*2 = *s*1 [: 5] + *s*1 [17 : 21] + *s*1 [10 : 17] + *s*1 [5 : 10]
print (*s*2)

3. Free Pascal:
var *pr*, *im*, *ba*, *z*: string;
begin
pr : = Edit1.Text;
im : = Edit2.Text;
ba : = Edit3.Text;
z : = *pr* + ' ' + *im* + ' ' + *ba* + ', Вас зараховано до гуртка технічної творчості';
Label1.Caption: = *z*;
end;
Python:
pr = input ('Введіть прізвище, ім'я, по-батькові')
print (*pr*, ', Вас зараховано до гуртка технічної творчості')

Працюємо самостійно

1. 1) *s*1 = input ('*Введіть зміну* s1')
*s*2 = *s*1 [4] + *s*1 [10] + *s*1 [11] + *s*1 [7] + *s*1 [3] + *s*1 [9]
print (*s*2)
2) *s*1 = input ('*Введіть зміну* s1')
*s*2 = *s*1 [9] + *s*1 [1] + *s*1 [6] + *s*1 [8] + *s*1 [7] + *s*1 [11]
print (*s*2)
3) *s*1 = input ('*Введіть зміну* s1')
*s*2 = *s*1 [3 : 6] + *s*1 [2] + *s*1 [6 : 8]
print (*s*2)
4) *s*1 = input ('*Введіть зміну* s1')
*s*2 = *s*1 [7 : 9] + *s*1 [5] + *s*1 [4] + *s*1 [3]
print (*s*2)

3. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → змінити значення властивостей Form1: Caption — Розрядні одиниці; Height — 300, Width — 300; Color — clScrollBar → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → аналогічним чином створити друге поле та у властивостях в полі Enabled поставити значення False → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на Розкласти, властивість Font змінити за власним бажанням → обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури, які мають команди:

```
var s1, s2: string;
begin
s1 : = Edit1.Text;
s2 : = s1 [1] + '* 1000 + ' + s1 [2] + '* 100 + ' + s1 [3] + '* 10 + ' +
+ s1 [4] + '* 1 ';
Edit2.Text: = s2;
end;
```

зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Розрядні одиниці → натиснути Зберегти).

4. Відкрити Lazarus (Пуск → Всі програми → Lazarus) → у вкладці Проект обрати Створити проект → підвести вказівник до зображення поля (TEdit) на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → аналогічним чином створити ще два поля та у властивостях Edit3 в полі Enabled поставити значення False → підвести вказівник до зображення кнопки на панелі інструментів на вкладці Standard → два рази натиснути лівою клавішею миші → у властивостях кнопки в полі Caption змінити текст на +, –, *, /; властивість Font змінити за власним бажанням → до кожної кнопки обираємо в меню Інспектор об'єктів вкладку Події → знаходимо поле OnClick та два рази натискаємо лівою клавішею миші → у поле праворуч від Інспектора об'єктів у вказаній курсором місці записуємо процедури для кожної кнопки, які мають команди:

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
var ch1, ch2, rez: real;
begin
   ch1: = StrToFloat(Edit1.Text);
   ch2: = StrToFloat(Edit2.Text);
   rez: = ch1 + ch2;
   Edit3.Caption: = FloatToStr (rez);
   end;
procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);
var ch1, ch2, rez: real;
begin
   ch1: = StrToFloat(Edit1.Text);
   ch2: = StrToFloat(Edit2.Text);
   rez: = ch1 – ch2;
   Edit3.Caption: = FloatToStr (rez);
end;
procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
var ch1, ch2, rez: real;
begin
 ch1: = StrToFloat(Edit1.Text);
 ch2: = StrToFloat(Edit2.Text);
 rez: = ch1 * ch2;
 Edit3.Caption: = FloatToStr (rez);
end;
procedure TForm1.Button4Click(Sender: TObject);
var ch1, ch2, rez: real;
begin
   ch1 : = StrToFloat(Edit1.Text);
```

```
    ch2 : = StrToFloat(Edit2.Text);
    rez : = ch1/ch2;
    Edit3.Caption : = FloatToStr (rez);
end;
```

зберегти проект (у вкладці Файл обрати команду Зберегти як → обрати місце збереження проекту → ввести ім'я проекту Калькулятор → натиснути Зберегти).

24. Опрацювання величин логічного типу. Команда розгалуження

Працюємо в парах

1. *a* + *b* < *b* + *c*, *a* >= *b*, *a* — *b* <> 0, 'біт' = 'біт', 'байт' < 'біт'.
2.
```
t = int(input ('Введіть температуру води'))
if t < 0 : print ('Твердий стан')
elif t > 100 : print ('Газоподібний стан')
else : print ('Рідкий стан')
```

Працюємо самостійно

1.

	Free Pascal	Python
1	True	False
2	True	False
3	True	False
4	True	True
5	False	False
6	True	False

3.
```
var x, y : real;
begin
x: = StrToFloat(Edit1.Text);
y: = StrToFloat(Edit2.Text);
if ((x > = -2) and (x < = 2)) and ((y > = -2) and (y < = 2)) then
Edit3.Text: = 'Вітаємо! Влучний постріл'
else Edit3.Text: = 'Шкода, не влучив!';
end;
```
4.
```
if ComboBox1.Text = '1' = true
    then Edit1.Text : = 'початковий рівень';
      if ComboBox1.Text = '2' = true
    then Edit1.Text : = 'початковий рівень';
      if ComboBox1.Text = '3' = true
    then Edit1.Text : = 'початковий рівень';
      if ComboBox1.Text = '4' = true
    then Edit1.Text : = 'середній рівень';
      if ComboBox1.Text = '5' = true
    then Edit1.Text : = 'середній рівень';
      if ComboBox1.Text = '6' = true
    then Edit1.Text : = 'середній рівень';
      if ComboBox1.Text = '7' = true
    then Edit1.Text : = 'достатній рівень';
      if ComboBox1.Text = '8' = true
    then Edit1.Text : = 'достатній рівень';
      if ComboBox1.Text = '9' = true
    then Edit1.Text : = 'достатній рівень';
      if ComboBox1.Text = '10' = true
```

```
    then Edit1.Text : = 'високий рівень';
      if ComboBox1.Text = '11' = true
    then Edit1.Text : = 'високий рівень';
      if ComboBox1.Text = '12' = true
    then Edit1.Text : = 'високий рівень';
```

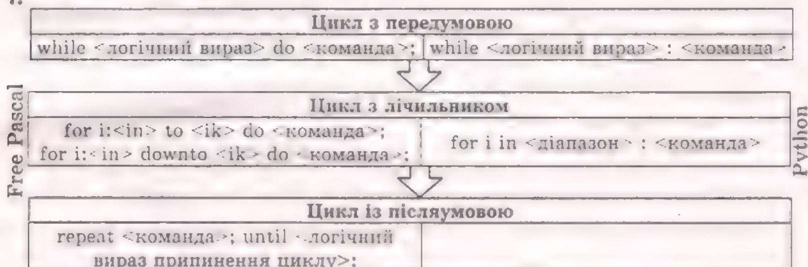
8. implementation

```
    uses Unit2, Unit3, Unit4, Unit5, Unit6, Unit7, Unit8;
{SR *.lfm}
{ TForm1 }
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
  if CheckBox1.Checked then Form2.Show        //червоний колір форми
  else if CheckBox2.Checked then Form3.Show   //помаранчевий колір форми
  else if CheckBox3.Checked then Form4.Show   //жовтий колір форми
  else if CheckBox4.Checked then Form5.Show   //зелений колір форми
  else if CheckBox5.Checked then Form6.Show   //блакитний колір форми
  else if CheckBox6.Checked then Form7.Show   //синій колір форми
  else if CheckBox7.Checked then Form8.Show;  //фіолетовий колір форми
end;
```

25. Реалізація алгоритмів повторення мовами програмування

Працюємо в парах

1.



Працюємо самостійно

1. 1 — 1) логічний вираз дорівнює False, тому цикл завершується, 2) $x = 3$, $i = 5$, 3) $x = 1$, $i = 5$;
   2 — 1) $s = 35$, $n = 11$, 2) $s = 40$, $n = 12$, 3) $s = 49$, $n = 14$.

РОЗДІЛ 7. ТЕХНОЛОГІЇ ОПРАЦЮВАННЯ ЧИСЛОВИХ ДАНИХ У СЕРЕДОВИЩІ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕСОРА

29. Обчислення в електронних таблицях

Працюємо в парах

1. При використанні відносного посилання на клітинку в формулі, в разі її копіювання посилання змінюється автоматично. Абсолютні посилання на комірку залишається не зміним, не залежно від копіювання формули в інше місце. Відповідно комбіновані (мішані) посилання змінюються частково. Якщо посилання абсолютне за стовпцем та відносне за рядком, то в разі копіювання посилання за стовпцем залишається не змінним, а рядок міняється в залежності від місця перенесення формули. Відповідно посилання, яке відносне за стовпцем та абсолютне за рядком навпаки: незмінним залишається в формулі рядок та змінюється стовпець.

2. Гра «Аргументи функції»:

Функція	Можливі аргументи	Результат
ABS — повертає модуль (абсолютне значення) числа (число без знаку)	= ABS (17) — математичний опис(|17|) = ABS (−17) — математичний опис(|−17|)	17 17
ROUND — округляє число до вказаної кількості розрядів	= ROUND (18,1426; 2)	18,14
PI — повертає математичну константу «пі», округлену до 15 знаків після коми	= PI () — не містить аргументів	3,14159265358979
POWER — повертає результат піднесення числа до ступеня	= POWER (5; 2)	25
SQRT — повертає додатне значення квадратного кореня	= SQRT (25)	5
AVERAGE — повертає середнє (арифметичне) аргументів	= AVERAGE (2; 3; 3; 5; 7; 10)	5
SUM — додає значення вказаних аргументів	= SUM (2; 3; 3; 5; 7; 10)	30
MAX — повертає найбільше значення з набору значень	=MAX(2; 6; 1; 9)	9
MIN — повертає найменше число з набору значень	= MIN (2; 6; 1; 9)	1

3. Значення в клітинці D2 буде набувати наступних значень (за умовою, що клітинка B2 = 20, а C2 = 10):

   1) *Відповідь*: 20. (В формулі (= IF (B2 < 0; −B2; B2)) перевіряється чи значення клітинки B2 менше 0, якщо умова Істина, то виводиться значення B2 зі знаком мінус, якщо Хибна, то саме значення B2; в цьому випадку умова не виконується, тому виводиться значення B2).

   2) *Відповідь*: більше. (В формулі (= IF (B2 > C2; «більше»; « »)) перевіряється умова, що значення в клітинці B2 більш за значення в клітинці C2, оскільки умова виконується, то відповідно виводиться «Значення_якщо_істина»).

   3) *Відповідь*: 30. (В формулі (= IF (C2 > 0; B2 + C2; B2 − C2)) перевіряється умова, що значення в клітинці C2 більш за, оскільки умова виконується, то відповідно виводиться «Значення_якщо_істина» «B2 + C2»).

4. Значення логічних функцій (якщо в клітинці A1 = 100; B1 = 10):

   1) = AND (A1 < 0; B1 > 0) — *відповідь*: FALSE. (Функція AND перевіряє чи всі аргументи істині, якщо це так, то повертає значення TRUE).

   2) = OR (A1 < 0; B1 > 0) — *відповідь*: TRUE. (Функція OR перевіряє, чи має хоча б один аргумент значення TRUE і повертає значення TRUE; значення FALSE повертається в тому разі, якщо всі аргументи FALSE).

   3) = AND (A1 > 20; B1 <= 50) — *відповідь*: TRUE.

   4) = NOT (A1 <> 0) — *відповідь*: FALSE. (Функція NOT змінює значення TRUE на FALSE, а FALSE на TRUE).

   5) = AND (A1 > 50; A1 <> 70; B1 = 10) — *відповідь*: TRUE.

   6) = OR (A1 < 200; B1 <> 0; B1 < 20) — *відповідь*: TRUE.

32. Діаграми різних типів. Друкування електронної таблиці

Працюємо в парах

1, 2. В результаті аналізу найбільш уживаними типами діаграм є стовпчаста або гістограма, лінійчата, кругова. Вони найбільш підходять

для візуалізації зміни показників за певний період, відображення кількісних якісних значень та аналізу зміни певних параметрів у часі.

3. Знайдений мною «графік» є стовпчаста діаграма курсу валют сьогоднішнього дня. Його можна замінити лінійчатою діаграмою, щоб проаналізувати зміну курсу по той чи іншій валюті в продовж усього дня.
4. «Назва діаграми», «Легенда» та «Підписи даних» дають можливість відразу зрозуміти зміст інформації та полегшують сприйняття/читання всієї діаграми.
5. Запитання за даними діаграми (мал. 32.29): «Яка загальна кількість учнів була в 2010 (2011, 2012, 2013, 2014, 2015) році?»; «В якому році була найбільша (найменша) кількість хлопців (дівчат)?» «Коли чисельність дівчат і хлопців була однаковою?».
7. Вибір типу діаграм для оформлення шкільної газети залежить від даних, які будуть представлені в діаграмі: 1) Секторна (гістограма); 2) лінійчата; 3) кільцева; 4) гістограма; 5) стовпчаста; 6) секторна (розрізана секторна діаграма).

Працюємо самостійно

1. **Аналіз діаграми (мал. 32.30):**
1. Виділені екранізовані комікси вважають найуспішнішими оскільки показники касових зборів склали більше ніж 400 млн. дол.
2. За витраченим бюджетом найбільша кількість грошей була витрачена на екранізацію «Люди Ікс: Остання Битва», найменша — на «Бетмен», 1989.
3. **Чи відповідає дійсності гіпотеза:**
   - Ні (про це свідчить показник «Люди Ікс: Остання Битва»);
   - Ні (не відповідають показники 2002 р. — «Людина-павук» та 2003 р. — Люди Ікс-2);
   - Ні (показники не відповідають твердженню — «Людина-павук» та «Людина-павук-2»);
   - Так (згідно представлених фільмів на діаграмі, бюджет других версій більший);
   - Так (збори від екранізації других версій менші);
4. Грошові збори від екранізації коміксів перевищують витрачений на них бюджет в:
   - «Людина-павук», 2002 р. в 5,9 разів;
   - «Людина-павук-2», 2004 р. в 3,9 рази;
   - «Люди Ікс: Остання Битва», 2006 р. в 2,08 рази;
   - «Бетмен», 1989 р. а 11,7 разів;
   - «Люди Ікс-2», 2003 р. в 3,7 рази.
5. Найбільші грошові збори отримано від екранізації «Людина-павук», 2002 р.

33. Упорядкування та фільтрація даних у таблицях. Проміжні підсумки

Працюємо в парах

1. Впорядкування даних використовується: для легшого сприйняття інформації ⇒ для зручного опрацювання даних ⇒ для групування/об'єднання за певними властивостями/параметрами ⇒ для швидкого пошуку необхідної інформації ⇒ для відображення/відбору лише необхідних даних.
2. В побуті фільтри використовують для очищення води (від солей, важких металів, канцерогенів, дрібних частин піску, хлору); в пилососах (для очищення повітря на виході від пилу); фільтри використовують в автомобілях (повітряні, паливні, масляні).
   Дія фільтрів в побуті та в табличному процесорі опосередковано подібна: очистити від зайвого, забезпечити отримання чогось в прийнятній формі, затримати вихід певних елементів.

СВІТОВА ЛІТЕРАТУРА

Твори та творчі роботи

На яшмових сходах разом з Лі Бо

І роки проходять,
Але в пору дощів
Схожу, як бувало,
На стіну пустого палацу

...І знову стоїть вона на стіні пустого палацу і вдивляється в небо, яке вже дихає осінню. Холодна темрява проникає у широкі рукава її вбрання, охоплює тіло й підбирається до серця. Шовковисто-білий місяць байдуже ллє своє світло, і білі роси тьмяно сяють у ньому. Із приходом ночі гірка туга чекає на неї у кутках спорожнілих покоїв і не відпускає до перших променів сірих безрадісних світанків. Вітер доносить здалеку печальні звуки флейти — їй від них не сховатись. Біль не вгамувати тій, кого покинуто назавжди...

Мотив «Печалі на яшмовому ганку» — один із провідних у китайскій ліриці. Тема покинутої імператорської наложниці та й взагалі покинутої коханої завжди приваблювала поетів: ще у пятому сторіччі поет Се Тяо пронизливо й глибоко описує тугу за коханим залишеної жінки: ніч для неї бескінечна, так само, як і роздуми про милого.

Однак не варто думати, що такий сюжет стосується тільки жінок: дуже часто (адже мало хто з китайських поетів не залишив подібних віршів) він був приводом виразити свою печаль, відчуття осені — тобто схилу літ, усвідомлення того, що позаду залишилось більше часу, ніж попереду, і що в майбутньому — лише сива зима. Зразковим віршем у цьому ключі є один із творів великого Лі Бо — відомого також як Безсмертний Поет. Вишуканість і глибина його рядків, якими він переспівує вічний мотив, важко переоцінити. Один із видатних китайских критиків, знатоків лірики, сказав, що два десятка слів, які написав Лі Бо, варті двох тисяч. І дійсно: яскравим підтвердженням цього висловлення, рівно як і майстерності митця, є та багатозначність, яка відкривається читачеві між рядками й дозволяє нашій уяві торкнутись того, що причаїлось за ними. Туга та печаль не просто відчуваються нами, але й переживаються кожною частинкою єства, немов ми самі є ліричними героями віршу. Холод яшми й вітру, сяйво місяця, вологість вбрання, важкого від вечірніх рос, голка нудьги у серці — все це повстає з віршового шовку та стає настільки реальним, що гріх не погодитись із видатним китайським письменником Чжу Сі: «Лі Бо — сама досконаліість у віршах».

ОМАР ХАЙЯМ

Майстер, який шиє намети з шовку розуму

Із звуків — лише подих вітру і далекі перебори струн чанга.

Ця ніч — одна із тих, яку накриває — хвиля за хвилею — прибій моря думок. Саме в такі години приходить відчуття про надходження важливої думки, здається, ще мить, схопиш, і вона твоя. І з нею розкриються всі таємниці нашого перебування на землі, сенс життя й смерті. Але страхи, невпевненість відлякують думку.

Десять століть пройшло з тих пір, як на іранському небосхилі запалилась зірка, щоб відзначити прихід мудреця (варто додати: математика, астронома, лікаря, філософа, поета, і в чомусь — пророка). Крізь сивину віків пройшла його непишномовна мудрість, яка виявилась непідвладною ні часу, ні історії.

Омар Хайям — Гіяс ад-Дін Абу-ль-Фатх Омар ібн-Ібрахім ал-Хайям Нішапурі. Хайам співзвучне зі словом хайма — шатро, намет, від цього й назва твору.

Разом з рядками Хайяма у свідомість проникають фаталізм і відчуття того, що буття визначене наперед. Вічна загадка ланцюгів Всесвіту не відкриється нам:

к
г.
н
ма,
ди
те,
робл.
царів а.
на те, як
а вином, як
ка — спокійна

ГОРАЦІЙ

Творчість Го

У переліку найвидатніш...
ших його рядках, фігурує ім'я Кв...
сатир, еподів, послань і звісно ж, од, на ...
Ознайомившись із цими творами, не виникає сум...
гідного спадкоємця таких геніїв давньогрецької поезії, як...
креонт. До речі, свої вірші Горацій писав строфами, винахідник...
саме ці еллінські митці (сапфічна строфа, архілохова, асклепіадова...).

У Горація є ода «До Манлія Торквата», яка проносить у нашій уяві карти... змін зими весною, останню — спекотним літом. Зелень трав і буйність вітру, шум річок, танці німф — на такому тлі слова поета про час, який викрадає наші блаженні дні, не здаються гіркими. Легкий, мов тінь дима, смуток і туга охоплюють читача, але поряд із цим ми бачимо в описах пор року й річного циклу алюзію на наше життя, що так само прекрасно, як і природа навколо нас. Роки людського буття увібрали в себе льодянисту красу снігу, буйність весни й пристрасть літа, мудрість і золото осені, із щедрими дарами якої нестрашно знов зустріти зиму, під сніговою ковдрою якої до нас прийде відпочинок. Але не варто також і забувати про те, що життя не вічне. Наявність цієї думки в нашій свідомості допоможе нам не лише достойно зустріти свій кінець, але повно й максимально насичено проживати свої дні.

Критики й літературознавці часто розходяться в поглядах на ті чи інші речі, але на тому, що творчість Горація, дивовижного майстра вірша, творця поезії розуму, блискучої та гармонічної, — одна з вершин римської літератури, зійшлися всі.

ЛІ БО

На яшмових сходах разом з Лі Бо

І роки проходять,
Але в пору дощів
Схожу, як бувало,
На стіну пустого палацу

...І знову стоїть вона на стіні пустого палацу і вдивляється в небо, яке вже дихає осінню. Холодна темрява проникає у широкі рукава її вбрання, охоплює тіло й підбирається до серця. Шовковисто-білий місяць байдуже ллє своє світло, і білі роси тьмяно сяють у ньому. Із приходом ночі гірка туга чекає на неї у кутках спорожнілих покоїв і не відпускає до перших променів сірих безрадісних світанків. Вітер доносить здалеку печальні звуки флейти — їй від них не сховатись. Біль не вгамувати тій, кого покинуто назавжди...

Мотив «Печалі на яшмовому ганку» — один із провідних у китайскій ліриці. Тема покинутої імператорської наложниці та й взагалі покинутої коханої завжди приваблювала поетів: ще у пятому сторіччі поет Се Тяо пронизливо й глибоко описує тугу за коханим залишеної жінки: ніч для неї бескінечна, так само, як і роздуми про милого.

Однак не варто думати, що такий сюжет стосується тільки жінок: дуже часто (адже мало хто з китайських поетів не залишив подібних віршів) він був приводом виразити свою печаль, відчуття осені — тобто схилу літ, усвідомлення того, що позаду залишилось більше часу, ніж попереду, і що в майбутньому — лиш сива зима. Зразковим віршем у цьому ключі є один із творів великого Лі Бо, відомого також як Безсмертний Поет. Вишуканість і глибина його рядків, він переспівує вічний мотив, важко переоцінити. Один із видатних критиків, знатоків лірики, сказав, що два десятка слів, які написа... двох тисяч. І дійсно: яскравим підтвердженням цього висловлення... стерності митця, є та багатоплановість, яка відкривається ч... й дозволяє нашій уяві торкнутись того, що причаїлос... не просто відчуваються нами, але й переживаються... мов ми самі є ліричними героями віршу. Х... логість вбрання, важкого від вечірні... з віршового шовку та стає... ним китайським пі...

ОМАР ХАЙЯМ

...суб'єкта видавничої справи
...державного реєстру
...ців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції
серія ДК № 4747 від 15.07.2014 р.

Підписано до друку з готових діапозитивів 28.07.2016 р.
Формат 84 × 108 1/32. Папір типографський.
Ум.-друк. арк. 57,77. Наклад 7000. Зам. № 16-07-2806.

Видавництво «Граматика»

ЗАМОВЛЕННЯ КНИГ ЗА ЦІНОЮ ВИДАВНИЦТВА:
+38 (096) 332-04-03,
ДОСТАВКА БЕЗКОШТОВНА

e-mail: grammarbook@ukr.net

Віддруковано з готових діапозитивів ТОВ «ПЕТ»
Св. ДК № 4526 від 18.04.2013 р.
61024, м. Харків, вул. Ольмінського, 17.

УСІ ДОМАШНІ ЗАВДАННЯ

Розв'язання вправ та завдань до підручників:

1 том

АЛГЕБРА	• Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.
АЛГЕБРА	• Істер О. С.
АЛГЕБРА	• Бевз Г. П., Бевз В. Г.
ХІМІЯ	• Попель П. П., Крикля Л. С.
ХІМІЯ	• Григорович О. В.
ХІМІЯ	• Ярошенко О. Г.
ІНФОРМАТИКА	• Ривкінд Й. Я., Лисенко Т. І., Чернікова Л. А., Шакотько В. В.
ІНФОРМАТИКА	• Морзе Н. В., Барна О. В., Вембер В. П.
СВІТОВА ЛІТЕРАТУРА	• Твори та творчі роботи

2 том

ГЕОМЕТРІЯ	• Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С.
ГЕОМЕТРІЯ	• Істер О. С.
ГЕОМЕТРІЯ	• Єршова А. П., Голобородько В. В., Крижановський О. Ф., Єршов С. В.
ФІЗИКА	• Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я., Довгий С. О., Кірюхіна О. О.
ФІЗИКА	• Сиротюк В. Д.
УКРАЇНСЬКА МОВА	• Глазова О. П.
УКРАЇНСЬКА МОВА	• Заболотний О. В., Заболотний В. В.
УКРАЇНСЬКА МОВА	• Авраменко О. М., Борисюк Т. В., Почтаренко О. М.
РОСІЙСЬКА МОВА	• Баландіна Н. Ф., Крюченкова О. Ю. (4-й р. н.)
РОСІЙСЬКА МОВА	• Полякова Т. М., Самонова О. І. (4-й р. н.)
РОСІЙСЬКА МОВА	• Баландіна Н. Ф. (8-й р. н.)
АНГЛІЙСЬКА МОВА	• Карпюк О. Д.
АНГЛІЙСЬКА МОВА	• Несвіт А. М.
НІМЕЦЬКА МОВА	• Сотникова С. І.
УКРАЇНСЬКА ЛІТЕРАТУРА	• Твори та творчі роботи

ISBN 978-966-97435-7-2
9 789669 743572

Усі домашні завдання

8 клас